



「空間図形認識力」の育成に関する研究 : 数理認識モデルの構築と投象を用いた教材の開発

澤田, 麻衣子

(Degree)

博士 (学術)

(Date of Degree)

2005-03-25

(Date of Publication)

2013-01-15

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲3330

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1003330>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



【 209 】

氏 名・(本 籍) 澤田 麻衣子 (徳島県)

博士の専攻分野の名称 博士(学術)

学 位 記 番 号 博い第545号

学位授与の 要 件 学位規則第5条第1項該当

学位授与の 日 付 平成17年3月25日

【 学位論文題目 】

「空間図形認識力」の育成に関する研究
—数理認識モデルの構築と投象を用いた教材の開発—

審 査 委 員

主 査	教 授	船越	俊介
	教 授	岸本	肇
	教 授	高橋	正
	教 授	小高	直樹
	教 授	守屋	誠司

論文内容の要旨

氏 名 澤田麻衣子
専 攻 人間形成科学専攻
指導教官氏名 船越俊介

論文題目

「空間図形認識力」の育成に関する研究
—数理認識モデルの構築と投象を用いた教材の開発—

論文要旨

研究対象である「空間図形認識力」とは、空間及び空間に在る図形(もの)を平面上の図形に表現するとき、逆に、平面に描かれている図形から空間に在る図形を認識する際に働く「3次元空間における図形の2次元と3次元の間の変換の力」を意味する。この変換の力は、映像的な情報化の進む今日の社会生活においてますます必要とされるだけでなく、空間図形の多面的な見方及び性質や構成についての理解を深めるためにも重要な力である。

算数・数学教育の現場で「空間図形」を学習することの目的は、「空間及び空間に在る図形を認識するための数理的な方法を獲得すること、逆に数理的な方法により空間及び空間に在る図形を認識すること」と考える。その目的に対し、「空間図形認識力」は空間及び空間に在る図形のイメージ形成、情報伝達、問題解決などの基盤となるものとする。

算数・数学の教育現場での「空間図形」の扱いは学習指導要領によると中学1年生までで、内容は平成10年度告示の学習指導要領で立体の切断図・投影図は削除されたことに代表されるように、改訂の度に貧弱化傾向にある。中でも「空間図形認識力」に直接関係する見取図の扱いは、これまで小学校第4学年で扱われていた直方体や立方体の簡単な見取図は第6学年に移行され、中学校では「空間図形を平面上に表現したりすること」として簡単な見取り図の取り扱いに留まり、その意味や特徴・性質が丁寧に考察されることはない。生徒の「空間図形認識力」は個々の生活経験に基づいた理解に任されているのが現状である。しかし、「空間図形認識力」の根底には、規則や性質が存在し、その規則や性質は幾何学により説明される。つまり、「空間図形認識力」を獲得することは、この幾何学的性質

を空間及び空間に在る図形を認識する思考方法として定着させることである。

そこで、本研究では、空間認識の過程のモデル化を通して、「空間図形認識力」を明確に示し、それを踏まえて現行の空間図形教育課程についての「発展的教材」を開発する。

本研究遂行の視点は次の4点である。

- ① これまで、算数・数学教育における空間認識についての教材研究は認知的研究成果(心理学的研究成果)を理論的基盤としている。しかし、脳研究の発展により、脳の仕組みや機能について科学的に説明されるようになった今日、脳科学の知見を基に認識過程をシステムと捉え、モデルを構築し、そのモデルを理論的基盤とする空間図形の教育理論が求められている。そこで、脳科学における澤口フレームモデルを数理的に解釈し、「認識システムのモデル」を構築する。
- ② 「認識システムのモデル」とZeemanの「頭脳のトポロジー・モデル」により「高い空間認識の力」について説明する。そして、その見解を基に、「空間認識を高める」ということは認識システムをどのように変容させることであるか、「空間図形認識力」はどのように関与するのかを明確に説明する。
- ③ 「空間図形認識力」を育成するには、「投象を用い立体を見て描く」ことを一連の活動として取り入れることが重要であるとの視座から、発展的教材を開発する。教材のねらいは、「立体を見て描く」ことを通して「空間図形認識力」の2次元と3次元の間の変換にある規則や性質を幾何学的に説明することができるようになることである。授業内容の提案とともに、授業の実際、及び、生徒の学習活動結果をアフィン幾何の性質である「平行関係の保存」に着目して考察する。さらには空間図形に関する問題解決能力を見るために授業を行った生徒に実態調査を行い、その結果からも生徒の「空間図形認識力」について調べる。
- ④ 開発した教材とその学習活動を通しての生徒の「空間図形認識力」を「認識システムのモデル」を基に数量化し、考察する方法を提示する。また、その方法を用いて、開発した教材に対する生徒の「空間図形認識力」を考察する。

本論文は全9章で構成した。章ごとに明らかになった事柄は次の通りである。

第1章では本研究を進めるにあたり、算数・数学教育研究、算数・数学の教育現場での「空間図形認識力」に対する扱いや取り組み方について考察した。「空間図形認識力」に直接関係する「空間図形を図に表現すること」を扱った内容は、学習指導要領の改訂の度に

貧弱化傾向にあり、生徒個人の生活経験に基づいた理解に任されている。このような現状に対し、算数教育では「見取図を描くこと、読み取ること」が空間認識を高めるには重要であるという考えのもとで、認知的研究成果を基盤に多くの教材研究がなされている。しかし、その指導法は「立体を認識できるような既に描かれた図形を見ながら描き方を学ぶ」また「既に描かれた図形で立体を考える」というもので、「立体と平面上に描かれた図形の関係を繋ぐ規則や性質」を学習するための指導法に関する研究は行われていないことがわかった。

第2章では「認識システムのモデル」を澤口のフレームモデルを基に「6層構造のモデル図」で表した。「認識システム」は対象を表す〈形態〉(具体的事物・映像的事物・形式的的事物)から得られた感覚情報から表象を形成し、思考により表象を変換して表象核を明確にする一連の機構のことである。「表象」とは感覚情報と記憶(既知・既習の事柄)により作られた対象についての(その人の)捉えであり、動作的表象・映像的表象・象徴的表象がある。「表象核」とは、例えば数理認識における表象核は「数学的な本質」で、「高い認識の力」の条件は「表象核を含んだ表象形成と円滑な表象変換ができること」と説明した。

「6層構造のモデル図」は認識システムの実体を神経回路網、形成される表象を神経回路網のつながり方と捉え、「〈形態〉から表象を形成すること(入力系)」と「〈形態〉を用いて表現すること(出力系)」を一連の認識活動を表したものである。

第3章では、まずZeemanの「頭脳のトポロジー・モデル」を基に「認識の対象」、「対象を表す〈形態〉」、「認識システム」の3つの関連により認識過程を表し、「高い空間認識の力」とは、「認識の対象の集合における関係及び認識の対象と〈形態〉に在る規則や性質の理解すること」と説明し、「空間図形認識力」が関与していることを説明した。そして、「空間図形認識力」を育成するための教材として、「投象を用い立体を見て描く」という一連の活動を取り入れることを提案した。

第4、5、6章は「空間図形認識力」を高めるための具体的な教材を提案している。「平行投象を用い立体を見て描く」ことを通して投象にある規則及び性質を見出すことができるようになること、つまり「空間図形認識力」の2次元と3次元の間にある変換における規則や性質を幾何学的性質により説明することができることをねらいとした教材である。

第4章では投象の概念の学習で最初に扱うのは平行投象、特に、直投象が内容として適していると考え、その理由とともに教材Ⅰを提示した。教材Ⅰは空間図形の学習を終えた中学1年生を対象に、直投象を扱い、生徒の学習活動は「立体を見て描く」という一連の

作業を繰り返すことが重要であるとの観点に立った内容になっている。この教材を用いて授業を行い生徒の「空間図形認識力」の変容を授業前後の生徒の描いた「正三角柱の図」とふりかえりの言葉により捉えた。評価はアフィン幾何の性質である「平行関係の保存」に着目して行った。生徒の図は平行関係が保存された正確な図に変化し、それは生徒自身が「見て描く」という活動を通して幾何的な性質を見出したことが関係していることが分かった。

第5章は直投象の学習をした生徒に対し、さらに投象の概念の理解を深め、「空間図形認識力」を高めるために斜投象を用いた教材Ⅱを提案している。対象は教材Ⅰを学習した生徒(中学2年生)で、生徒の学習活動は教材Ⅰと同様に「立体を見て描く」という一連の作業を重要とした。投象による幾何的性質の理解は授業の最終時に生徒自身に言葉でまとめさせた。まとめには幾何の性質に結びつく性質について明確に記述されており、「空間図形認識力」が深まった様子が見られた。

第6章は「見取り図を描くための効果的な条件を作図法の学習を通して見つけ出そう」という目標を生徒に具体的に提示し、「立体を見て描く」という作業に性質を言葉でまとめる活動(「見取り図」合格チェック表)の利用)を並行して取り入れた教材Ⅲを提案した。新しく活動を付加したことで教材Ⅰ、Ⅱに比べ「立体を見て描く」作業時間は削減されている。授業は教材Ⅰ、Ⅱを経験していない空間図形の学習を終えた別の中学2年生を対象に行った。生徒の「空間図形認識力」の考察は、「見取り図」合格チェック表による活動の記録により行った。記録の考察から、これまで経験してきた見取り図の性質には、「限定された投象の条件を表す性質」と「一般的に平行投象に含まれる性質」が混在しており、これらは学習を通して整理され「空間図形認識力」高まったことが分かった。しかし、後日実施した「正三角柱の図を描く」という課題で「平行関係の保存」に着目して考察を試みたところ、授業で高まった「空間図形認識力」の定着は見られなかった。投象の概念を獲得し、「空間図形認識力」に対する思考方法として定着させるためには、「立体を見て描く」という作業が重要であることが示唆された。

第7章は開発した教材により変容した「空間図形認識力」の思考方法としての定着と、空間図形に関する問題解決に対する影響を調べるために、教材Ⅰ、Ⅱを学習した生徒(9名)と、教材Ⅲを学習した生徒(11名)に対し、空間図形の問題解決に関する実態調査を行った。「見て描く」ことに時間を費やした教材Ⅰ、Ⅱを学習した生徒の正解率が全体を通して高く、投象の理解と定着には「立体を見て描く」という一連の学習活動の授業での取り組み

(氏名 澤田麻衣子, No.5)

【課程博士用】

論文審査の結果の要旨

み方が関わっていることが分かった。

第8章は生徒の授業全体を通しての学習活動を検証するために、「6層構造のモデル図」を基に「学習活動グラフ」を構築した。学習活動グラフは授業の各展開における学習活動の記録(描かれた図や言葉)を得点化することで得られ、授業で行われる表象の変化を表すことができる。そこで、「空間図形認識力」の授業後の定着が見られなかった教材Ⅲの生徒の学習活動をグラフ化し、このグラフを用いて生徒の躓きを検証した。グラフから、図表現(出力系)に対する躓きと、活動の目的や意味の理解に対する躓きの二種類の躓きを読み取ることができた。さらに、言葉でまとめることよりも正確な図を描くことに意識が向いていた生徒の存在をグラフから読み取ることができ、投象の理解を用いて空間図形の解決に至っていることが第7章の調査から分かった。

終章である第9章は、本研究によって得られた知見から、本研究の三つの意義述べた。また今後の「空間図形認識力」を高めるための教材開発研究における課題を提起した。本研究の意義は次のとおりである。一つ目は脳科学の知見を理論的基盤とした「6層構造のモデル図」により学習理論を展開したことである。「6層構造のモデル図」は認識システムにおける入力から出力までの表象変換を一つの認識活動として捉えたものである。そして、「6層構造のモデル図」を用い生徒の学習活動を表した「学習活動グラフ」は、長期的な時間の中での生徒の学力の様相を表すことができる。二つ目は「空間図形認識力」を育成するために、「平行投象を用い立体を見て描く」という一連の活動を取り入れた教材を具体的に開発したことである。そして、三つ目は、投象を理解し、思考方法として定着させて「空間図形認識力」を高めるためには、「投象を用い立体を見て描く」という一連の活動を繰り返すことが重要であることを示したことである。しかし、ここで強調しておきたいことは、単に「立体を見て描く」という一連の作業を繰り返した結果が「空間図形認識力」の変容と定着に結びついたわけではない。「投象を用いる」ことが大きく関与している。つまり、「空間図形認識力」の変容とその定着に結びつけるためには、認識システム内の低次モデルのつながりだけを強化する教材の提案ではなく、低次のつながりを通して高次をつなげることが重要なのである。

氏 名	澤田麻衣子		
論文題目	「空間図形認識力」の育成に関する研究 —数理認識モデルの構築と投象を用いた教材の開発—		
判 定	合 格・不 合 格		
審 査 委 員	区 分	職 名	氏 名
	主 査	教授	船越 俊介
	副 査	教授	岸本 肇
	副 査	教授	高橋 正
	副 査	教授	小高直樹
	副 査	教授	守屋 誠司
要 旨			
本研究のテーマである「空間図形認識力」とは、空間及び空間に在る図形(もの)を平面上の図形に表現するとき、逆に、平面に描かれている図形から空間に在る図形を認識する際に働く「3次元空間における図形の2次元と3次元の間の変換の力」と定義している。 本論文は、9章で構成されている。第1章は、「空間図形」教育に関わる先行研究についての考察を行っている。本研究の視座からの研究は進んでいないことを明らかにしている。第2章では、「認識システムのモデル」を、澤口の(脳科学の知見に基づく)フレームモデルを基に「6層構造のモデル図」として表している。第3章では、「6層構造のモデル図」から、「空間図形認識力」を育成するための教材として、「投象を用い立体を見て描く」という一連の活動を取り入れることを提案している。第4、5、6は「空間図形認識力」を高めるための具体的な教材Ⅰ(平行投象、特に直投象)、教材Ⅱ(直投象を学習した生徒を対象にした、斜投象)、そして教材Ⅲ(「立体を見て描く」という作業に性質を言葉でまとめる活動を並行して取り入れた)を提示している。第7章は、開発した教材によって変容した「空間図形認識力」の思考方			

法としての定着と、空間図形に関する問題解決力を調べるために、教材Ⅰ、Ⅱを学習した生徒(9名)と、教材Ⅲを学習した生徒(11名)に対し、空間図形の問題解決に関する実態調査を行っている。第8章は、生徒の授業全体を通しての学習活動を検証するために、「6層構造のモデル図」を基に、学習活動の記録(描かれた図や言葉)を得点化することによって得られる「学習活動グラフ」を示している。そして、第9章で、次のような本研究のまとめ(意義)を述べている。一つ目は、脳科学の知見を理論的基礎とした「6層構造のモデル図」により学習理論を展開したことである。「6層構造のモデル図」は認識システムにおける入力から出力までの表象変換を一つの認識活動として捉えたものである。そして、「6層構造のモデル図」を用いた生徒の学習活動を表した「学習活動グラフ」は、長期的な時間の中での生徒の学力の様相を表すことができる。二つ目は、「空間図形認識力」を育成するために、「平行投象を用い立体を見て描く」という一連の活動を取り入れた教材を具体的に開発したことである。そして、三つ目は、投象を理解し、思考方法として定着させて「空間図形認識力」を高めるためには、「投象を用い立体を見て描く」という一連の活動を繰り返すことが重要であることを検証したことである。

本研究は、「空間図形認識力」の育成に関する実証的な研究であり、「空間図形認識力」を高めるための授業(中学校)について重要な知見を得たものとして価値ある集積であると認める。

よって、学位申請者の澤田麻衣子は、博士(学術)の学位を得る資格があると認める。

参考文献

- (1) 「『投象』による空間(図形)認識の力の変容」岡部恭幸 共著
『数学教育学会誌 2003』Vol44 No.3.4 数学教育学会 2004年
- (2) 『日本数学教育学会 数学教育論文発表会論文集』
 1. 「種々の『視点』による空間認識の育成」『第35回数学教育論文発表会論文集』2002年
 2. 「空間(図形)認識過程のモデル化と投象の意義」『第36回数学教育論文発表会論文集』2003年
 3. 「空間図形認識過程のモデル化に基づく教材開発—大脳新皮質のフレームモデルを用いた認識システム—」『第37回数学教育論文発表会論文集』2004年
- (3) 『数学教育学会発表論文集』
 1. 「『投象』による空間(図形)認識の力の変容(1)—中学1年生を対象とした授業実践—」岡部恭幸 共著『数学教育学会誌 臨時増刊号 2003年度数学教育学会秋季例会発表論文集』2003年
 2. 「『投象』による空間(図形)認識の力の変容(2)」岡部恭幸 共著『数学教育学会誌 臨時増刊号 2004年度数学教育学会春季年会発表論文集』2004年
 3. 「『投象』による空間(図形)認識の力の変容(3)—中学2年生を対象とした授業実践(アフィン幾何の性質をまとめる)—」『数学教育学会誌 臨時増刊号 2004年度数学教育学会秋季例会発表論文集』2004年