Structural Change of Dynamical Systems based on Heterarchical Duality

Kamiura, Moto

(Degree)
博士（理学）
(Date of Degree)
2007-03-25
(Date of Publication)
2012-11-22
(Resource Type)
doctoral thesis
(Report Number)
甲3932
(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1003932

【 299 】

氏　名・（本　籍）	上浦　基	（　千葉県　）
博士の専攻分野の名称	博士（理学）	
学　位　記　番　号	博い第338号	
学位授与の　要　件	学位規則第５条第１項該当	
学位授与の　日　付	平成19年3月25日	

【 学位論文題目 】

Structural Change of Dynamical Systems based on Heterarchical Duality
（ヘテラルキー双対性に基づく力学系の構造的変化）

審　査　委　員

主査	教　授	郡司　幸夫
	教　授	宮田　隆夫
	教　授	向井　　正
	助教授	小松﨑　民樹

第１章　導入

現在，一般に創発現象とは，部分の性質の単純な総和にとどまらない性質が全体として現れる出来事，とされる．今日までに発展してきた大自由度力学系やマルチ·エージェント系において，この「部分と全体」とは，空間的な広がりにおける部分と全体，もしくはシステム構成要素とシステム，のことを指す．このような分節に基づけば，構成要素の振る舞いや内部構造からは予測できないような現象が，構成要素間の局所的な相互作用の結果として観測されることをもって，創発と呼ばれる．この意味での創発概念を，以下では「狭義の創発」と呼ぶことにする．

これに対し，本論文において我々はより広く「新しいものごとが見出されること」を指して，「広義の創発」あるいは単に「創発」という言葉を用いることにする．狭義の創発概念と広義の創発概念の違いは，空間的な広がりにおける部分と全体，という分節に描像の基礎を定めるか否かという点にある．

ひとつの例によって，創発という言葉の用い方を考えよう．
ある記号列を出力するシステムを想定せよ．システムがプログラムに従って動作するロボットであった場合，この記号列の観測者は，システムは確定的な規則に従っている，と想定し，その規則から逸脱した記号列は単にエラーとして見做される．

これに対し，例えばシステムが蟻の群れであり，その巣穴-餌間の軌道を記号列としたとき，ある規則が観測者によって見出された後にその規則から逸脱するようなことがあったとしても，それはエラーとは呼ばれず，むしろ蟻が何かを見出したことによって行動規則を変更したと考えるであろう．システム（蟻の群れ）の特性に定位するならば，これは自律性と呼ばれるであろう．同時に，このシステム-観測者間に見出される様相全体に定位したとき，我々はこれを創発と呼ぶことができると考える．我々は先に，予想外の新しい出来事の発生を一般に創発と呼ぶことにしたが，これを今後数理的に議論していく際，このようなシステム動作規則の変更が，創発的システムのモデル化におけるひとつの基準となる．

ところで，上の例から分かるように，システムの創発性や自律性を議論する際には，システム観測者の存在が重要な役割を果たす．すなわち，創発や自律性は，想定されたシステム動作規則の変更という描像に基づく限り，システム自身の特性か観測者の特性かという観点で分節することができない．むしろ，これが完全な規則である，という最終的判断を先送りにしつつ「とりあえず」規則を決定していく，不断の決定過程と捉えられる．逆に，創発や自律性は，そのようなシステム-観測者間で成される動作規則の決定過程として捉え，その様相全体をモデル化するのでなければ，いかに複雑な挙動を示すモデルを構成しても，その挙動と創発や自律性という概念をどうやって結び付けるのか，という問題が残り続けてしまう．

しかし同時に，次のことに注意する必要がある．すなわち，モデルの中に素朴にシステム-観測者の対を導入しても，その[システム-観測者]というシステムを観測する観測者，すなわち，より広く正確な知識を前提とする観測者が，モデル外部に存在すること，を想定することが可能になる．さらに，このような [･･･[[[システム-観測者]-観測者]-観測者]-･･･] の極限として「完全な知識の集合」を考えることができる．これは「システムが本当のところ従っている規則」があり，観測者はそれを知らないだけである，とすることに等しい．このような完全な知識の集合を前提とするならば，「新しい出来事」は原理的に存在せず，創発の概念は問題として成立しない．逆に，創発概念を認めるならば，システムそれ自体の不定性を認めざるを得ない．すなわち，システム観測者の概念を導入するとは，システムの不定性を認めること，の別様の表現であるといえる．

本論文においては，システムの動作領域の不定性，およびシステムの時間発展規則の変更の２点に主眼を置き，簡単な離散力学系をモデルとして用いることにする．

第２章　数学的準備

我々のアプローチは，圏論を用いて力学系で取り扱われる種々の概念の論理的身分規定を明らかにすることで既存のモデルを拡張する際の指針を得ると同時に，その拡張の論理的意義を明示するというものである．計算機の高性能化に伴い，複雑な構造を持つ系の実装・解析が可能になる一方で，単にモデルを複雑化するだけではなく，モデルの含意・意義を明示するための方法論が求められていると考える．相空間の微細構造に依存しない圏論の図式と，具体的現象に接続し得る特定の力学系とを融合する我々の手法は，各論として分散しがちな複雑系のモデルに一般的な視点を与えると同時に，複雑系の科学において不可欠な動的階層構造の形式化を進める際の，極めて有力な枠組みを提供するものであると考える．

圏論は一般化された写像をもその要素として含むように拡張された集合論であるといえる．圏と圏の間の関係は関手（functor）によって記述され，これによって圏論は，システムの階層性・階層内関係と階層間関係などを理解するのに適した理論的枠組みとなっている．

第３章　アクティブ・カップリング系

オン-オフ間欠性は藤坂-山田による結合写像系において発見され，Plattらに命名された後，その統計的性質が調べられた．また井上らによってカオスニューラルネットワークに適用されることでその高い情報処理特性が示された．この間欠性は藤坂-山田系において同期相からカオス相へ至る分岐点において現れ，結合定数の摂動に対して不安定である．

我々はヘテラルキー構造に基づいた結合写像系（Active Coupling System; ACS）の実装を行った[2-3]．我々は，頑健性の問題を数理的に議論するため，ヘテラルキー概念を圏論（category）の枠組みを用い，２つのスライス圏; C/A, C/Bの拡張された随伴性として定義した．一般に圏の随伴（adjunction）は，ある可換図式を満たす関手の対によって定められるが，応募者らはこの関手を拡張し，これと射との合成によって射の時間発展を定義した．また，そこで得られる時間発展をロジスティック写像ψに適用し結合写像系を構成した．この系は上に定義された２つの階層が通常の意味で同型であるとき，藤坂-山田系と一致する．

オン-オフ間欠性は，ロジスティック写像ψの１階微分がもたらす横断Lyapunov指数$\lambda_{\perp}$のゼロ値付近での揺らぎが原因であることが知られているが，$\lambda_{\perp} \propto \log|1-2c|$ であり，結合定数に強く依存する．ACSでは拡張functorを誘導する写像f_t: A→Bの非単調性と時間変化によって$\lambda_{\perp}$の値がゼロ値付近に集中する．この結果，対照実験系（藤坂-山田系）では結合パラメータに関する系の臨界的特性として見出されるオン-オフ間欠性が，ACSではパラメータに依らず遍在化することを明らかにした．

以上のことは，ヘテラルキー構造に基づく写像の時間変化が臨界的現象を遍在化させ，現象の頑健性をもたらすものであると評価できる．換言すれば，通常の非線形系では所謂“カオスの縁”が現れるパラメータ領域は狭く，間欠的挙動はパラメータの摂動に対し脆弱であるが，

我々の系では"カオスの縁"が遍在化し，間欠的挙動がパラメータの摂動に対する耐性を獲得する．

第４章 生成ポインター系

創発概念の最も初等的な描像のひとつは，自然数Nの除法と分数の関係に見出せる．自然数を３倍する乗法はf_3: N→N:n↦3nなる写像で表せる．割り算をg_3: Im(f_3)→N:3n↦nによって定義すれば問題は起こらないが，定義域をIm(f_3)ではなくN全体としたときに，例えば"1/3"という新たな記号が要請される．数学においてさえ，概念は先見的に実在するのではなく，歴史的に生成されていくという視点に立つならば，この分数を表す" / "において，「上下に任意の自然素を入れてよい」としたときに，有理数の概念が創発した，と考えることができる．

このような議論を圏論の枠組みで考えるならば，基点付き集合の圏と制限写像の圏が同値であることを利用できる．基点付き集合A_*における基点{＊}が分数記号{/}に置き換わるとは，いわばオペランド$* \in A_*$がオペレーター"/"∈A×Aとして用いられることに対応する．

ここから力学系への応用することを考えるならば，重要な点は逆写像の概念の構成・拡張にあると見做せる．実際，前章において述べた結合写像系においても，拡張された逆写像によってもたらされる揺らぎが，系の特性に大きく寄与している．エノン写像への適用では，広いパラメータ領域で時系列の間欠的挙動が観測される．

結語

我々は，力学系を圏論の枠組みを用いて整理することにより，力学系における各種概念の構造的ステータスを明らかにするとともに，系にヘテラルキー構造を導入した．ここで見出されたのは，拡張された関手の効果によって，運動を大域的に定める多様体自体が変化するという描像である．力学系の一般的構造から出発してヘテラルキー概念の形式を整備していくことは，特定の非線形力学系に留まらないより広範な物理系において，創発性や頑健性を議論する上で重要な課題であると考える．

（別紙１）

論文審査の結果の要旨

氏名	上浦 基		
論文題目	Structural change of dynamical systems based on heterarchical duality （ヘテラルキー的双対性に基づく力学系の構造変動）		
審査委員	区 分	職 名	氏 名
	主 査	教授	郡司 幸夫
	副 査	教授	向井 正
	副 査	教授	宮田 隆夫
	副 査	助教授	小松崎 民樹
	副 査		

要 旨

概要

システムには通常、ミクロな見方、マクロな見方の両者が成立するが、両者は整合的か否か判定できない場合が多い。むしろ、粒子のコレクションとして分子集団を見るようなミクロな描像と、濃度概念を想定して見るマクロな描像は、原理的に齟齬を内在し、この齟齬の調停によって、時間発展・進化が実現されるのではないか。申請者はそのような発想のもと、齟齬を伴なうミクロ・マクロの階層性を、ヘテラルキー（階層間の異質性を伴なう階層間相互作用が特徴的な階層構造）として一般化し、これを力学系ベースで理論化した。ここではこのような力学系をヘテラルキー的双対性を有する力学系と呼んでいる。申請者は、ヘテラルキー的双対性が、カテゴリーのアジャンクションを崩した形式から一般的に誘導でき、こうして得られる力学系は、カオス的特徴と振動解の臨界点付近の挙動を一般に有し、自発的に臨界点付近の挙動が生じることを明らかにした。またこのような描像が、内的な不完全性の表現となることも示している。

第１章は、研究史・および研究目的について述べている。時間発展を力学系として表現するとき、多くの場合問題になるのは安定性である。すなわち軌道に微小な摂動を与え、軌道をずらしてやることで、微小摂動がすぐさま緩和されるか、拡大されるかを評価し、力学系が担う時間発展の幾何学的構造を評価するのである。したがって安定性の議論は、静的な幾何学に回収され、力学系そのものの変化は問題とされない。安定性概念に対して、力学系自体の変化・構造変動を含みながら、機能的同一性を維持する性格が頑健性である。構造が不断に変化しながら、機能的もしくはマクロレベルでの構造が維持されるような現象は、生物学的システムや経済学的システムで多く認められる。このような頑健なシステムの特徴として、1940年代生物学者からヘテラルキーが提案された。その後この概念は忘れられていたが、1990年代、特に企業や人間の組織において、アメリカでヘテラルキー研究が進んだ。人事異動を繰り返しながらも組織形態は維持し、しかしトップの変化で突然組織形態も変化する、そういったシステムの一般形態として、ヘテラルキーが論じられてきた。2002-2005年ごろには特に複雑系関連の研究で、ヘテラルキーは論じられるようになった。しかしヘテラルキーの一義的特徴を捉えるような、理論的進展はなく、その一般化に関して手がかりすらない。これに対して申請者は、アジャンクションや、その派生形態でカテゴリー同値に齟齬を導入することで、ヘテラルキーが理論化できる可能性を説いている。

第２章では、モデル構成のための準備として、カテゴリー理論のレビューをしている。カテゴリーは、対象とその間の射のコレクションから構成される抽象的な数学構造である。力学系では対象を集合、射を関数（力学系）と考えればよろしい。カテゴリーではその内部にリミット、コリミットと呼ばれる様々な種類の極限構造を有し、保持する極限の種類によってその特徴が決定される。またカテゴリー間の関係もカテゴリーとして表すことができ、さらにカテゴリー間に特殊な極限の保存関係を見出すこともできる。二つのカテゴリーＡ，Ｂの間に、ＡからＢへの変換Ｆ，ＢからＡへの変換Ｇが存在し、Ａの構造がＦを介してＢの極限へ写され、Ｂの構造がＧを介してＡの極限構造へと写されるとき、ＦとＧのなす構造をアジャンクションとという。ここでは、ミクロな描像とマクロな描像とが二つのカテゴリーとして表されるとき、理想的状況で、両者はアジャンクションを成し、現実には崩れたアジャンクションを成すだろうことが論じられている。こうしてヘテラルキーが、齟齬を担うアジャンクションとして構想される。

第３章では、細胞間相互作用が、齟齬を担うアジャンクションで具体的に構成され、その挙動について数値計算を通して論じられている。まず、隣接細胞と相互作用する細胞において、或る生化学物質の濃度に関する、細胞全体の力学系を二つの力学系に分けて定義する。第一は、当該の細胞内で反応・生成された物質（内部由来力学系）、第二は、隣接細胞から流入した外部由来（外部由来力学系）のものである。

氏名	上浦　基

隣接する前者に、濃度に依存した結合関数を合成したものが後者となる。ここで、内部由来関数を射とするカテゴリーＡと、外部由来関数を射とするカテゴリーＢを考えると、ＡからＢへは合成関手という変換、ＢからＡへはプルバック関手という変換を考えることで、アジャンクションが得られる。プルバック関手は或る擬似関手によって置き換えられるが、一般の場合、すなわち合成関手の関数（Ｆ）が全単射でない場合、プルバック関手との違いが露となる。Ｆが単射でないとき、近似的逆関数は不連続となる。またＦが全射でないとき、その逆は部分関数となって未定義の部分は全射となるよう、補完されることになる。この補完と不連続性が、プルバック関手を置き換えた擬似関手の特徴となる。

合成関手と擬似関手の対は、一般に齟齬を内在したアジャンクションとなる。こうして、ヘテラルキー的双対性を実装した細胞内の生化学物質系の時間発展は、次のようになる。まず内部由来力学系がロジスティック写像で与えられ、その初期状態、および外部由来力学系の初期状態も与えられる。合成関手によって外部由来力学系が決まり、こうして内・外部由来力学系の対が得られる。内部由来力学系には合成関手が適用され、次の外部由来力学系が得られ、外部由来力学系には擬似関手が適用され、次の内部由来力学系が得られる。こうして各々力学系は双対的に変化し、その都度の力学系を適用することで、次状態を計算していく。その時間発展は、同期と非同期的カオスの間断ない変化を繰り返すものとなる。ヘテラルキー的双対性を実装した力学系は、カテゴリー同値において一般化可能である。二つの関手を、合成関手を誘導する関数とその近似的逆関数で構成する。これも上述のように、補完と不連続性を有する。このとき結合細胞系の時間発展は、不連続な関数を力学系とし、さらにそれを時間的に変化させながら進行することになる。このとき、状態の時間発展は、間欠的なパルスを発生する。結合強度（合成関数を線形近似したときの傾き）やロジスティック写像のパラメータに関する相図から、パラメータ領域のほぼ全域においてカオス領域と安定解領域とが接するような状況になることが判明し、臨界状態を自発的に作り出す様子が明らかとなった。

第４章では、部分関数とポインテドセットに関するカテゴリー同値に、齟齬を誘導することで、ヘテラルキー的双対性を実装し、その挙動について論じている。与えられた力学系は、不完全に観測された力学系で、補完の必要を常に有するものと想定されている。すなわち与えられた力学系が全射でない場合、関数の像外部が存在する。ここで逆像を定義すると、部分関数となる。部分関数を射とするカテゴリーは、未定義の部分を一点集合にして、一点集合へ写す関数を射とするカテゴリーを考えると、両者は同型となる（カテゴリー同値）。しかしこのカテゴリー同値では、定義領域と、未定義領域を区別し、未定義領域が予め了解されていたかのように、これを点へ写す関手が定義されている。申請者は、このような定義には、部分性、不完全性がなく、むしろ未定義領域と定義領域との区別は不分明で、事前にはなく、事後に成立する種類のものだろうと論じる。したがって、部分関数であると想定される写像は、ポインテドセットの一点（評価点と呼ぼう）に写され、（事前には定義領域も未定義領域とされる）ここで一点が広げられ、今度は全てが定義される（事後には全て定義領域となる）。これを用いて力学系自体が変化し続けるモデルを構成している。

ここでは特に、与えれれた力学系として、エノン写像が選ばれている。また、点を広げる操作としては正接写像を用いている。点を広げる操作は、第一に、与えられた力学系の定義域を値域とする関数で、第二に、任意の有限値に対して有限値を返すように定義された関数である。これら二つの条件を満たす関数の最も簡単なものとして正接写像が選ばれている。時間発展は、以下のように実行される。初期値および、エノン写像の二つのパラメータは時間０で共に与えられている。写像を初期値に適用し、現状態と次状態の対から評価点が与えられ、評価点への関数を逆正接で決めるよう、逆正接のパラメータが決まる。このパラメータを有する正接を、評価点に適用して、現状態、次状態の新たな対が得られ、これを通るようにエノン写像の一つのパラメータが再定義される。こうして、エノン写像を常に部分写像と想定し、外部を補完し続けることで、内的ゆらぎが生じ、これによってオン・オフ間欠性が生じる。エノン写像パラメータに関する相図から、このモデルでもやはりパラメータ領域のいたるところでカオスと安定解の臨界状態が作り出されていることが理解された。またこのようなオン·オフ間欠性は突然バーストして消滅し、いわば死があること。この寿命分布は指数的で、特徴的な寿命が存在することも示された。

第５章は結論である。頑健なシステムの本質がヘテラルキーに求められ、それが齟齬を担うアジャンクションで構成できることが述べられている。これによって、頑健なシステムの持つ不完全さとそれを不断に補完する能力に関する一般理論への道が示されている。

複雑系の科学は、安定性から頑健性へ論点を移しはじめている。その理論化の道は険しく、数値計算による博物学的研究以外に殆ど道はなかった。このような現状に対し、ヘテラルキー的双対性によって力学系の不完全性から頑健性を構想する本論文は、複雑系の科学一般において、新たな知見を与えるものであり、論文審査及び最終試験の結果，上記の学位申請者上浦基は、博士（理学）の学位を得る資格があると認める。