



Parametrized diamond principles and their applications to set theory of reals

南, 裕明

(Degree)

博士 (理学)

(Date of Degree)

2007-09-25

(Date of Publication)

2009-05-08

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲4068

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1004068>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



氏 名	南 裕明
博士の専攻分野の名称	博士（理学）
学 位 記 番 号	博い第 359 号
学位授与の 要 件	学位規則第 5 条第 1 項該当
学位授与の 日 付	平成 19 年 9 月 25 日

【 学位論文題目 】

Parametrized diamond principles and their applications to set theory of reals(パラメータ付きダイヤモンドとその実数の集合論への応用)

審 査 委 員

主 査	教 授	新井 敏康
	教 授	桔梗 宏孝
	教 授	高橋 譲嗣
	准教授	ブレンドレ・ヤーク

(氏名 南 裕明 NO 3)

[Jensen]Jensen, “Souslin’s Hypothesis is Incompatible with $V=L$ ” Notices Amer. Math. Soc. 15, 935.

[Minami1] Hiroaki Minami, “Diamond principles in Cichoń’s diagram” , Archive for Mathematical Logic (Volume 44, Number 4) pp513 - 526, May 2005

[Minami2] Hiroaki Minami, “Suslin forcing and Parametrized $\diamond$ ” (投稿中, 2006 年 3 月).

[Minami3]Hiroaki Minami, “Independence number for partitions of ω ” , 数理解析研究所講究録 [実数の集合論と反復強制法の相互関係] (No 1530) pp37-48, 2007 年 2 月 [Minami4]Hiroaki Minami,

“Around splitting and reaping number for partitions of ω ”, preprint.

[Moore et al] Moore, Hrušák, Džamonja, “Parametrized $\diamond$ principles” Trans. Amer. Math. Soc. 356 (2004), no. 6, 2281–2306

氏名	南 裕明		
論文 題目	Parametrized diamond principles and their applications to the set theory of reals (パラメータ付きダイヤモンドとその実数の集合論への応用)		
審査 委員	区 分	職 名	氏 名
	主 査	教授	新井 敏康
	副 査	教授	桔梗 宏孝
	副 査	教授	高橋 譲嗣
	副 査	准教授	ブレンドレ・ヤーク
	副 査		印
要 旨			
実数の集合論は主にベールの性質や測度などの実数の性質や自然数の順序構造などを強制法などの集合論の手法を使って調べることを通して、実数の性質を明らかにすることを目的としている。 本論文ではつぎの二点から実数の集合論の研究を行なった。 1. 有限台反復強制法と組合せ原理であるパラメータ付きダイヤモンドの関係 2. 自然数の無限分割全体に「ほとんど粗い」という関係で順序を入れた順序構造の基数不変量の研究 ひとつめの問題については、先ずパラメータ付きダイヤモンドの階層に関する未解決の分離問題を本論文において解決した。パラメータ付きダイヤモンドはパラメータの無いダイヤモンドより一般には弱いが階層を成すことが知られていた。しかしこれが真の階層を成すかどうか未解決問題であった。この問題の解決において、有限台反復強制法に関する精緻な議論が必要であった。また反復する回数を増やした有限台反復強制法でパラメータ付きダイヤモンドを強制する技法を開発した。この技法を用いて四つの無矛盾性に関する結果を得た。このために用いたのは、有限台反復強制法の完備埋め込みと完備埋め込みによって導かれる商順序に関する解析であった。 つぎにふたつめの問題に関する本論文の貢献を述べる。自然数の無限分割全体に「ほとんど粗い」という関係で順序を入れた順序構造の基数不変量の研究は多くの問題が未解決のまま残された領域である。本論文では双対分離基数、双対非分離基数、双対独立基数などを中心に研究している。はじめに自然数の部分集合全体を有限部分集合のなすイデアルで割った商構造に「ほとんど含まれる」という関係で順序を入れた順序構造について研究されてきた独立基数に対応する基数として、双対独立基数を導入した。そして問題の順序構造での代数的性質に着目することで双対独立基数が連続体の濃度未満であることが集合論と矛盾しないことを示した。つぎに非分離基数とよく似た性質を持つことが知られている双対分離基数について、未解決問題「双対分離基数は非分離基数より小さくなり得るか？」を取り上げ、これを解決した。その際に用いられたのはブレンドレによるある技法の精密化であった。さらに双対非分離基数、双対分離基数と第1類集合の加法数と共終数のあいだの関係を考究している。すなわち双対非分離基数が第1類集合の加法数より小さいことおよび双対分離基数が第1類集合の共終数より大きいことがそれぞれ集合論と矛盾しないことを証明した。この解決のために本論文では新たな基数不変量を導入している。 本研究は集合論についてその実数の集合論を研究したものであり組合せ原理および基数不変量について重要な知見を得たものとして価値ある集積であると認める。 よって、学位申請者の南 裕明は、博士（理学）の学位を得る資格があると認める。			