



# Models of an emergence of logic

澤, 宏司

---

(Degree)

博士 (理学)

(Date of Degree)

2010-03-25

(Date of Publication)

2011-08-02

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲4916

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1004916>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



氏 名 澤 宏司  
博士の専攻分野の名称 博士（理学）  
学 位 記 番 号 博い第 4916 号  
学位授与の要件 学位規則第 5 条第 1 項該当  
学位授与の日付 平成 22 年 3 月 25 日

【 学位論文題目 】

Models of an emergence of logic（論理の生成に関するモデル）

審 査 委 員

主 査 教 授 郡司 幸夫  
教 授 林 祥介  
助 教 春名 太一

In the doctoral dissertation, I propose some models of an emergence of logic.

What is logic? Here I regard logic as “a kind of calculator by which we can apply an experience in real life to the other situations”. In other words, logic is defined as formalized relations themselves extracted from causal, order, or inclusive relations between things of real world by discarding concrete property of the things.

Logic is often formalized from Aristotelian age to present day, and formal logic is a modern form of formalized logic. Formal logic maintains the appearance of mathematics-like form. In fact, it is sometimes called mathematical logic or symbolic logic, and forms a component of foundation of mathematics. In general, the system of formal logic is composed by an axiomatic method, that is, logical connectives composing formal logic are given thetically. What is axiom? More precisely, where does the validity of setting of an axiom come from? The study of modern formal logic is not intended to answer these questions, but intended to observe the property of each axiomatic system.

A. Szabo, who is a mathematics historian, analyzed mathematical terms, for example, axiom, postulate and so on. Szabo advocated that “*mathematics was just a branch of dialectic*” in ancient Greece, which was an incunabular period of logic and mathematics. According to this assertion, we can consider that axioms in arbitrary axiomatic systems are mere minimal conventions for discussants. Therefore, an emergence of logical axioms can be treated by an analysis of dialogues.

In Section 2 and 3 of the paper, I compose models of an emergence of logical axiom instead of axiomatic methods. In classical propositional logic which is the simplest formal logic, there are four logical connectives: negation, conjunction, disjunction and implication. As it is known well, conjunction and disjunction can be translated into formulas composed only of negation and implication. Therefore, classical propositional logic can be composed only of negation and implication. In whole of the paper, we represent classical propositional logic composed only of implication as a directed graph. Two nodes and an arrow (directed edge) represent two objects and a non-commutative relation between two objects. Of course a source node of an arrow corresponds to an antecedent, and a target node corresponds to a consequent.

The model proposed in Section 2 (called Dialogue Model (I)) is based on a multi-agent model. The model consists of observable objects, and agents which have knowledge about causal relations among the objects. And then, I define dialogical interaction among the agents. The knowledge of an agent is represented as a directed graph. The directed graph of each agent is transformed by multiple dialogical interactions. We define the union of directed graphs of all agents as the directed graph of the set of agents, and observe the property of the directed graph. In addition, I compose also variant models (called Dialogue Model (II)) that do not premise the common view of objects among agents, and check up the results.

In Dialogue Model (I) and (II), the initial knowledge of each agent is given and arbitrary one in which there are no constraints. Each agent changes its own knowledge in manner of not obtaining new knowledge but losing invalid knowledge. In Section 3, autonomous change of knowledge of an agent on the basis of its knowledge itself is treated (called Monologue Model). In addition, dialogical interaction among agents which act by Monologue Model is considered (called Dialogue Model (III)). The result of Dialogue Model (III) is compared to the result of Dialogue Model (II).

In Section 4, multi-agent model itself is considered. This method is adopted in Dialogue Model (I), (II) and (III). In a normal multi-agent model, the behavior of a system is explained from the behaviors of agents and interactions among agents. Agents are autonomous ones and independent of a system. However, while this method is adopted, the behavior of a system must be attributed the behaviors of agents, in other words, independent agents which are external to the system are implicitly introduced. Responding to this situation, instead of external agents, we define a part of a system as an agent and introduce interaction between a system and an agent (called Internal Agent Model). In Internal Agent Model, an agent which is independent of a system is a part of a system. Therefore, there is no reference to outside of the system and complete autonomous transformation of a system can be considered. A random initial directed graph is transformed into a directed graph which represents formal logic adequately.

In Internal Agent Model, an agent has a guiding principle of transformation of its knowledge, as it were, subjective purpose. When we regard an agent as a mere object in a system, the difference between an agent and other objects is existence or nonexistence of purpose. That is, Internal Agent Model is a model of an emergence of logic on the premise of purpose. In Section 5, I compose a basic and potential model of an emergence of an object which has a purpose (i.e. an agent) on the premise of transformations of objects and relations among objects.

In Section 5, I treat the transformation of a directed graph, which is “expansion” or “contraction” of objects or relations among objects (called Mediation of Object-Relation Model). In general, an object and a relation among objects in a formal system are represented as a “point” and a “line”, thus the interior of each component is ignored in principle. For example in classical propositional logic, the premise that there is an atomic formula which cannot be divided corresponds to the representation of an object by a point. I treat a model of formal logic without the premise of atomic formula by way of consideration of expansion and contraction of logical components. Let us return to the definition of logic described previously, that is, when we consider an experience in real life, is there an atom? This is a motivation for Mediation of Object-Relation Model. In addition, deduction and induction which are classified logical inferences are also represented as expansion and contraction. This is the second motivation. Additionally, according to the classification of inferences

澤 宏司: No. 3

by C. S. Peirce, I treat three types of inferences, that is, deduction, induction, and the 3rd inference, abduction. And then, I give shape to the correspondence between the three types of inferences and the expansion and contraction of components. From the viewpoint of the expansion and contraction, it is reasonable that abduction is added to classification of inferences.

In fact, the scheme of dialogical interaction of Dialogue Model (I), (II), and (III) can be interpreted in connection with three types of inferences of Peirce. Alternatively, different view of objects among agents can be represented as an object which can expand and contract (called soft object), introduced in Section 5. Moreover, a generated directed graph by Internal Agent Model in Section 4 is regarded as formal logic whose logical units are soft objects and relations which can expand and contract (called soft arrow). Soft object is a weakened directed graph kin to complete subgraph. This corresponds to a weakened notion kin to equivalence relation in Mathematics. Equivalence relation is a fundamental notion in mathematics and a condition in order to treat a set as one unit. Thus in section 6, I discuss and summarize the models and notions proposed in the paper in association with existing logical or mathematical notions.

This is a summary of the paper. This study is one of the very few applications of the method of complex systems to formal logic.

氏名	澤 宏司		
論文 題目	Models of an emergence of logic (論理の生成に関するモデル)		
審査委員	区分	職名	氏名
	主査	教授	郡司 幸夫
	副査	教授	林 祥介
	副査	助教	春名 太一
	副査		
副査			印
要 旨			
<p>本論文は、論理の起源をエージェント間の対話に求め、エージェントの対話形式に依存して、どのように論理が生成されるか、数値計算を通して論じたものである。想定される論理は、最も単純な古典命題論理であり、含意および否定操作によってその形式を書き下せる。ただし含意は、推移律を満たさねばならない。ここでは、有向グラフにおける有向辺を含意とみなし、有限有向グラフを、含意に関する或る種の知識と想定する。エージェントは、知識を有した意思決定担体とみなされ、有限有向グラフと対話形式の対で定義される。対話とは、他のエージェントの有するグラフと有向辺を交換する過程で表わされる。各エージェントは、同じ節の集合に対し、ランダムに張られた有向グラフを初期条件としてもち、他のエージェントとの対話を通してグラフの構造を変えていく。このとき論理が生成されたか否かは、グラフの有する推移性の程度で評価される。対話形式に、どのような構造を与えるとき、推移性が上がり論理が生成するか、それがここでの論点となる。本論文では、部分グラフを節と同一視しながら対話をする、認知レベルに階層性を有したエージェント間対話において、より論理的構造が出現するという結果が得られた。また有向グラフの変化によって、帰納や演繹を定義するとき、パースが提唱したアブダクションが、本モデルによって説明できることも示された。以下、本論文の概略について述べる。</p> <p>第1章は研究史である。異なる論理間の対話コミュニケーションや、階層を有するエージェント間コミュニケーションなど、論理に言及しながら情報のやりとりを記述したモデルについて、先行研究が挙げられている。さらに一般的に、言語の起源について個体群動力学に基づく研究があること、身体性に依拠した数学の起源についての研究があることなどが述べられる。対して、論理自体についてその起源や生成を論じるモデルは殆どない一方、論理を、対話から帰結された討論術とする解釈があることに言及される。ここから、論理を単純な構造でモデル化できれば、これを有するエージェント集団の対話によって、論理の起源について論じられると結論づけられる。</p> <p>第2章では、有向グラフを知識としてエージェントを表現し、エージェント間の対話形式を定義した最も単純なモデル、ダイアログモデル I および II について述べている。ダイアログモデル I では、エージェント間の対話を定義するために、対話における推論の生成を導入する。すなわち対話する二人のエージェントの有向グラフが、推移律を満たす部分グラフの二辺以上を満たすとき、対話によって推論が生成されたとし、推移律を満たすべく辺を付加するのである。各エージェントはこのようない対一の対話を通して有向グラフを変化させ、知識を変えていく。このとき全エージェントの有向グラフの和を、エージェント集団の知識と考え、その論理の妥当性の程度を推移率で評価した。ここに推移率とは、グラフの辺の数を、推移性に関して最適化されたグラフで規格化したものだ。その結果、定常状態において、ランダムな有向グラフより推移率の高い、互いに整合的な知識を有するエージェント集団が出現するという結果が得られた。さらにエージェントごとに思考対象に関する認識の差異を導入し、ダイアログモデル II が構想された。ここでエージェントは、推移律を満たす部分グラフを一個の節と同一視することで対話する。また話し手と聞き手の非対称性が導入された。聞き手は同一視の結果、同一視しない場合より多くの辺の付加を受け入れ、話し手はより少ない辺の数を付加することになる。このような認識の差異を話し手、聞き手で導入した場合も、論理の妥当性の高い集団が得られた。</p>			

氏名 澤 宏司

第3章では、エージェントが自らの対象に対する認識の差異に基づき、知識の更新を行うモノローグモデルおよび、モノローグを導入したダイアログモデル III を定義し、その挙動を論理の妥当性や知識表象の頑健性に関して評価した。まずモノローグモデルにおいて、推移性を満たす部分グラフが一旦まとめにされ、これを新しい知識対象とみなすエージェントが導入された。このようにまとめられた部分グラフを、ここではソフトオブジェクトと呼ぶ。ソフトオブジェクトは可能な辺数で規格化された辺の数で定義されるソフトネスで、その頑健性が評価された。ソフトオブジェクトの導入により、グラフの推移性は、前述の推移率に加え、ソフトオブジェクト間の推移率 (S 推移率) によっても評価される。モノローグにおける知識の自己更新は、推移率または S 推移率を上昇させる辺を付加し、ランダムに選ばれた辺を除去する操作で定義された。数値実験の結果、両モノローグモデルは共に高い推移性を示す集団へ時間発展するが、推移率に依存したモデルでは、ソフトオブジェクトが保存されずに分裂し、その数を増やしていくことがわかった。ダイアログ III モデルは、モノローグをダイアログ II に組み込んだモデルである。このとき S 推移率に依存したモノローグを伴うダイアログでは、相対的にかなり高い推移率が得られた。これは還元可能な認識対象を持たない知識の優越性を示すものと述べられている。

第4章は有向グラフの全体とその部分グラフとの対話という、大きさに関して非対称な内部エージェントモデルを定義し、収束によって得られる有向グラフについて論じている。ここで対話するシステムは与えられた有向グラフの全体、エージェントはその部分グラフと定義される。エージェントはシステムに対して、エージェントの推移率が増加する辺を付加し、逆にシステムはシステムの推移率が增大する辺をエージェントに加える。この繰り返しによって両者の対話が進行する。またここでは、同じ向きの有向辺の集合をソフトアローと呼び、その頑健性を可能な辺数で規格化された辺の数で評価している。内部エージェントモデルでは、ランダムな初期グラフから時間発展して収束したグラフにおいて、以下のような特徴が認められている。すなわち、ソフトオブジェクト間にソフトアローが張られ、ソフトアロー間では完全な推移性が成立するという特徴である。本節ではさらに、こうして得られた推移性の成り立つグラフにおいて、有向辺の基底に摂動が加えられる状況についても、数値計算を行い論じている。与えられた有効グラフの節を節の集合、辺をソフトアローとみなし、辺に有向の束を埋め込む。この結果得られたグラフをシステム、部分グラフをエージェントとして内部エージェントモデルの対話を適用すると、もとの節部に対応する節集合とは異なる部分にソフトオブジェクトが出現し、ソフトオブジェクト間で完全に推移性の成り立つグラフが収束した。この結果は、節や辺の基底が変動するにもかかわらず論理の妥当性が確保され、ただしその論理自体が変化するという、動的な形式論理の存在を示唆すると論じられる。

第5章で提案されるモデルは、ダイアログモデルや内部エージェントモデルが有したソフトオブジェクト、ソフトアローを共に実装し、認識レベルを変更・調節する、オブジェクト・アロー調整モデルである。モデルの挙動は数値実験を通して論じられ、また、本モデルと、パースが提唱した推論過程、アブダクションとの関連を議論している。有向辺の収縮・膨張は、ターゲットを共有もしくはソースを共有する有向辺に対して適用される。ターゲット (またはソース) を共有する有向辺は一つにまとめられることで収縮し、膨張は、一つの有向辺がターゲットを異にする有向辺に分裂することで定義される。このとき有向辺の膨張が演繹過程に、ターゲットの共有に関する収縮が帰納過程に対比可能であると論じられる。同様の対比により、ソースの共有に関する収縮は、アブダクションに対比され、本モデルがアブダクションを含む多様な推論過程を実装していると述べられる。また、これら有向辺の収縮・膨張に伴って、節も膨張、収縮しており、これらの操作を一般化された推論変換と呼んでいる。数値実験は、直線状の有向グラフの辺、節をソフトアロー、ソフトオブジェクトとみなし、一般化された推論変換を適用してグラフがどのように変化するか評価している。特に、対象 (ソフトオブジェクト) 間の対応が密に行われている程度、要素を無視し得る程度を評価できる、分布指標を導入しグラフの時間発展を評価している。分布指標は、可能な有向辺数で規格化された有向辺数によって、定義される。このモデルでは、時間発展の結果得られる分布指標のランク分布が傾き-1のジップ則を示し、認識される対象のスケールが定まらないことを示している。

第6章はまとめであり、ソフトオブジェクトやソフトアローの導入により、階層的な履歴の効果が得られ、その結果帰納、演繹のみならずアブダクションも実装可能となる、本モデルの優位性が述べられている。

本研究は、論理の起源に関して、推移性を有する含意の起源と定め、グラフの変形を通して推移性を満たす有向辺の発展過程を説明したものであり、論理の生成に関する価値ある集積であると認める。よって学位申請者の澤宏司は、博士 (理学) の学位を得る資格があると認める。