



Implicit characterizations of complexity classes of functions

江口, 直日

(Degree)

博士 (学術)

(Date of Degree)

2010-03-25

(Date of Publication)

2010-03-24

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲4918

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1004918>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



氏 名	江口 直日
博士の専攻分野の名称	博士（学術）
学 位 記 番 号	博い第 4918 号
学位授与の 要 件	学位規則第 5 条第 1 項該当
学位授与の 日 付	平成 22 年 3 月 25 日

【 学位論文題目 】

Implicit characterizations of complexity classes of functions（関数からなる複雑さのクラスの非明示的特徴づけ）

審 査 委 員

主 査	教 授	浏野 昌
	教 授	桔梗 宏孝
	教 授	羅 志偉
	教 授	新井 敏康

本論文では、自然数上の計算可能な関数を、再帰的関数論と項書換えの手法を用いて特徴づける。「計算可能」の概念は、A. Turing 以来 20 世紀初頭から現在に至るまで、数理論理学の一分野である再帰的関数論において重要な対象として研究され続けている。

計算量理論における目標の一つは、充足問題、ナップサック問題、彩色問題などの問題を、解くことの難しさに関して分類することである。その際の難しさとは、その問題を解くのにどれぐらいの時間や領域を要するかということである。

近年、計算機のモデルを直接参照しないような計算量へのアプローチが注目されている。

主に数理論理学の手法を応用するそれらのアプローチの仕方は今日「非明示的計算量」と呼ばれる。非明示的手法は大きく証明論的、記述的、代数的なものの三つに分類される。本研究はその中の代数的な手法を用いて、計算量理論の未解決問題の解決に近づくことを目的としている。

著者は特に、多項式時間計算量のクラス P、指数時間計算量のクラス EXP、多項式領域計算量のクラス PSPACE に関する未解決問題に取り組むための基礎研究とその応用に関する研究を行った。

第 1 章には、第 2 章以降の準備として、本研究に先行する結果や関連する結果をまとめた。

代数的な特徴づけは再帰的関数論に基いている。第 2 章では、指数時間で計算できる関数を代数的に特徴づけた。1992 年に [2] の中で S. Bellantoni と S. Cook は、多項式時間で計算できる関数に丁度対応する新たな再帰法(safe recursion)を考案した。その後この再帰法の変種が多くの変種が計算量のクラスに対応することが示されたが、指数時間のクラスに関しては未知であった。著者は、指導教官であった新井敏康教授との協同研究で、指数時間で計算できる関数に丁度対応する再帰法(safe nested recursion)を考案した。

第 3 章では、指数時間で計算できる関数を項書換えの手法を用いて分析した。2005 年に [1] の中で T. Arai と G. Moser は、上記の Bellantoni-Cook の結果を項書換えの枠組みで分析する手法を考案した。その延長線上に、第 1 章の指数時間に関する結果が項書換えの枠組みでどのように扱えるのかという問題があった。著者は、項書換え理論で既に知られていた手法(lexicographic path order)を制限することで、指数計算可能関数を項書換えの枠組みで扱える手法を定式化した。

第 4 章では、多項式領域で計算できる関数の項書換えによる特徴づけを与えた。2002 年 [3] の中で I. Oitavem は、ほとんど初めて多項式領域で計算できる関数に対応する項書換えシステムを導入した。しかし、そのシステムは書換え規則も多く、停止性を証明するのも難しかった。著者は、適切な設定の下、第 1 章で導入した safe nested recursion が多項式領域で計算できる関数に対応することを証明し、より扱いやすいような多項式領域計算可能関数に対する項書換えシステムを考案した。

以上の内容は下表のようにまとめることができる。

計算量のクラス	再帰的関数論による特徴づけ	項書換えによる特徴づけ
P	Bellantoni-Cook [2]	Arai-Moser [1]
EXP	第 2 章	第 3 章
PSPACE	Oitavem 他	Oitavem [3], 第 4 章

(参考文献)

- [1] T. Arai and G. Moser. Proofs of termination of rewrite systems for polytime functions. Proceedings of FSTTCS 2005, Lecture Notes in Computer Science, 3821, pp 529—540, 2005.
- [2] S. Bellantoni and S. Cook. A new recursion-theoretic characterization of the polytime functions. Computational Complexity, 2 (2), pp 97—110, 1992.
- [3] I. Oitavem. A term rewriting characterization of the function computable in polynomial space. Archive for Mathematical Logic, 41 (1), pp 35—47, 2002.

氏名	江口 直日		
論文 題目	Implicit characterizations of complexity classes of functions (関数からなる複雑さのクラスの非明示的特徴付け)		
審査 委員	区 分	職 名	氏 名
	主 査	教 授	刈野 昌
	副 査	教 授	桔梗 宏孝
	副 査	教 授	羅 志偉
	副 査	教 授	新井 敏康
	副 査		
印			
要 旨			
計算量理論において研究されてきた関数や集合の諸クラスは、通常、特定の計算機械モデルで対応する問題を解決するために要する計算時間や計算容量によって定義される。例えば、EXPTIME は deterministic Turing 機械によって入力長さの指数時間で計算可能な集合のクラスとして導入され、PSPACE は同じ機械モデルで入力長さの多項式記憶容量で計算可能な集合のクラスとして定義される。 これに対し、このようなクラスの特定の計算モデルに明示的に依存しない特徴付けを探索する研究が行われてきた。そのような研究でこれまでに知られている成果には、有限モデル理論によるものや、関数生成規則による特徴付けなどがある。近年では、項書換順序によってこれらのクラスの特徴付けを与える研究も始まっている。 本論文は、計算量理論で研究されてきた関数のクラスのうちの、指数時間計算可能関数のクラス FEXPTIME および多項式記憶容量計算可能関数のクラス FPSPACE に対し、関数の生成規則および項書換順序による特徴付けを与えるものであり、主な成果としては以下のような結果が含まれている： 1. 指数時間計算可能関数のクラス FEXPTIME のクラスを特徴付ける新しい生成規則の導入。 FEXPTIME を特徴付けるために、nested recursion の safe recursion 版 (Bellantoni-Cook) として、safe nested recursion という新しい関数生成規則を導入し、それが FEXPTIME の関数のちょうど全体を生成することを証明している (Chapter 2)。 2. 指数時間計算可能関数のクラス FEXPTIME を特徴付ける新しい項書換順序。 FEXPTIME を項書換系の停止性を示す順序によって特徴付けるために、Chapter 2 で得られた関数生成を等式系とみなして、そこでの項書換の停止性を示すのに必要十分な順序を導入した (Chapter 3)。 3. 多項式記憶容量計算可能関数のクラス FPSPACE を特徴付ける新しい関数生成規則を 先ず導入し、この生成する関数の全体が FPSPACE と一致することを示すために、新しい項書換順序を導入し、ここでの規則がすべて多項式記憶容量で計算可能な関数しか生成しないことを証明した (Chapter 4)。 これらの結果は、全体として、この研究分野における学位論文として十分な独自性と重要性を有すものと判定できる。よって、ここに、本学位論文は、学位申請者 江口 直日 への博士 (学術) の学位の付与に相応しいものであることを認める。			