



# 溶解物質の移動を考慮した土/水/空気連成数理モデルと地盤工学への適用

野村, 瞬

---

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

2013-03-25

(Date of Publication)

2013-05-02

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲5775

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1005775>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



# 博士論文

## 溶解物質の移動を考慮した 土/水/空気連成数理モデルと 地盤工学への適用

平成 25 年 1 月

神戸大学大学院工学研究科

市民工学専攻

氏名 野村 瞬

Coupling model of soil-water-air-soluble material  
for advection-dispersion  
and its applications in geotechnical engineering

Shun NOMURA  
094T135T

Department of Civil Engineering  
Graduate School of Engineering  
Kobe University

January 2013

ABSTRACT

This thesis describes the innovative method of the advection-dispersion phenomenon and its applications. Recently, ground pollution becomes one of the most serious environmental issues all over the world. Soil contaminants discharged from human activities or natural factors infiltrate the ground and damage plants and animals indirectly. Therefore, it is extremely important to know the transfer behavior of contaminant movement in the ground. Firstly, the deformation properties of the soil material and transmission of interstitial material including dissolved material are discussed. Continuous equations and the advection-dispersion equation are derived from mass conservation laws in soil, water, air and dissolved material phases. Governing equations are applied to the constitutive model for unsaturated soil and formulated in the framework of the initial boundary value problems. Next, using the finite element method with the soil/water/air/dissolved material coupled analysis program, DACSAR-MP\_ad is coded. Applying simple initial boundary value problems, it is found that the performance of DACSAR-MP\_ad is high. Lastly, the theory and the codes are applied to recent real world issues of soil contamination. With the theory, the mechanism of ground salt damage in Thailand is discussed and its countermeasures are studied. Additionally, the soil contaminations in the Tohoku after the Tohoku Earthquake in 2011 are organized and its salt damage is simulated. Finally, the performance verification of a capillary barrier is conducted and it is found that its effect depends on rainfall intensity and slope gradient.

## 論文要旨

近年、社会・自然環境の変化により地盤に広がった汚染物質が人類・社会環境に影響をもたらす例が増加傾向にある。さらに、将来にわたって汚染物質の被害を定量的に評価し、適切な保護策、地盤浄化計画を構築することが重要視されている。本論文は、地盤塩害化被害、土壌・地下水汚染問題をターゲットとして、地盤内容解物質の移流分散現象を多様な地盤環境の変化の下で表現できるモデルの構築を行った。さらに、構築した数理モデルをもとに地盤環境変化に伴う汚染物質の移動性評価、汚染の定量化、被害抑制手法の模索・検討を行った。

本論文は前半部・中盤部・後半部の3部で構成されている。

論文の前半部、第2～4章では、支配方程式を物理現象の根幹をなす保存則より導出し、実験や材料学をもとに得られた構成式を各保存則に適用することで数理モデルの構築を行った。第2章では、飽和/不飽和状態にある土試料の挙動変化を連続的に表すことのできるモデルに関して議論し、不飽和土の降伏関数を記述し、応力-ひずみ関係の導出過程を示した。さらに、不飽和状態における飽和度-サクション関係を記述するモデルを示している。第3章では、流体の移動を支配する移流現象と分散現象を精査し、間隙中の流体移動を整理した。既存の連続条件式、移流分散方程式を列記し、その構造について議論するとともに、数値解析によりそれらの解を求める手法を記述した。第4章では、第2、3章で既述した土骨格変形の記述と流体の運動をつなぎ合わせる数理モデルの表現方法を検討した。混合体理論をもとに各相の質量保存則を導出し、各式を連立させ、連続条件式を導出した。また、運動量保存則をもとに釣合式、コーシー応力の対称性を導出した。

論文の中盤部、第5、6章では、一連の数理モデルを有限要素法へと適用する手法を述べた上で、簡単な境界値問題を設定し、構築した数理モデルの解析解の妥当性について記述した。第5章では、構築した数理モデルに基づく支配方程式を、特定の初期・境界条件で解くために有限要素法への適用を行っている。離散化により線形化された多次元一次方程式を連成させ、土/溶液/空気/溶解物質連成有限要素解析プログラム(DACSAR-MP\_ad)の作成を行った。第6章では、DACSAR-MP\_adにより簡単な境界値問題を解き、それらを厳密解、実際の現象等と比較することで、解の整合性とそのパフォーマンスを検討した。その結果解析プログラムのパフォーマンスは良好であり、物質移動現象を精度よく表すことができることがわかった。また、これまで検討例のなかった変形と物質移動現象の関係を記述するため、初期に地盤内に汚染が存在する地盤を想定し、

地盤に仮想の荷重を与え、汚染物質の移動性を検討した。

論文の後半部、第7～9章では、近年生じている地盤塩害化問題、土壌・地下水汚染問題をいくつか取り上げ、数理モデルをもとに被害の定量化に繋げる手法を模索した。また、被害を食い止めるための新たな手法の提案や、実際に行われた浄化技術の検討・検証を行った。第7章では、タイ東北部で発生している地盤塩害化とその被害抑制手法の検討を行った。シミュレータにより、地盤下部に存在していた塩類が、気候条件に従い、地盤上部に集積し、塩害が発生する様子を再現することができた。また、複数の地盤改良手法により塩害が抑制できることを示すとともに、人工放水手法（フラッシング）により、地盤浄化が可能であることを示した。第8章では、東日本大震災によって発生した大津波による地盤塩害化、土壌汚染被害の調査結果をまとめた。現地調査から仙台・石巻2地点が持つ地盤材料の違いにより、震災以降塩類の移動の様子が異なっていることがわかった。また被害を模擬したシミュレーションにより、地域の地盤特性によりその被害に差が生まれることを示した。さらに、陸前高田市沿岸部の松原に一本だけ残された「希望の松」の保護に向け、その被害シミュレーションを実施した。松は根圏への塩類侵入により衰弱枯死に至っていたこと、対策として行われた地盤上部からのポンプアップが塩類集積を招いたこと、一本松の生存は地盤下部からのポンプアップ、地表面の散水を適度に行うことにより達成されることがわかった。第9章では、遮水効果をもたらすとされ、その適用例が増加傾向にあるキャピラリーバリアのメカニズムの解明を数理モデルにより試みた。降雨強度、斜面傾斜角、層厚を様々に変えたシミュレーションにより、効果の違いを検討した。各影響因子の影響によりキャピラリーバリアの機能発現に一定の傾向があることが明らかになり、今後の実用化に向けて指針を示した。

様々な地盤環境変化の下で汚染物質の移動性を考慮できる数理モデルの構築を行った本研究の成果は、今後、地盤汚染状態の把握、将来の被害予測、更には具体的な対策法の提案に繋げることができると考えている。

# 目次

第1章 序論 .....	1
1.1 地盤環境問題 .....	1
1.2 水資源の枯渇と砂漠化の拡大 .....	2
1.3 地下水質保全と水資源管理の重要性 .....	4
1.4 土壌地下水汚染とその現状・対策(被害/対処すべき問題・法整備の現状) .....	5
1.5 有限要素法による土/水/空気/溶解物質連成有限要素解析モデルの確立と その意義 .....	8
1.6 本論文の構成 .....	9
第2章 土要素の力学モデル .....	12
2.1 有効応力の定義 .....	12
2.1.1 飽和土 .....	12
2.1.2 不飽和土 .....	13
2.2 土の構成モデル .....	14
2.2.1 飽和土の降伏関数 .....	14
2.2.2 不飽和土の降伏関数 (Se-Hardening モデル) .....	17
2.3 応力-ひずみ関係 .....	19
2.3.1 適合条件 .....	19
2.3.2 関連流れ則 .....	19
2.3.3 不飽和弾塑性構成式 .....	20
2.4 水分特性曲線 .....	22
2.4.1 水分特性曲線の概要 .....	22
2.4.2 水分特性曲線の数理モデル .....	23
2.4.3 ヒステリシス表現モデル .....	24
第3章 間隙中の流体の運動 .....	28
3.1 地盤内の物質移動現象 .....	28
3.2 移流現象 .....	28
3.2.1 ダルシー則 .....	28
3.2.2 全水頭の整理 .....	30
3.2.3 不飽和度地盤中の浸透特性 .....	33
3.2.4 空気に関するダルシー則の適用 .....	34
3.3 分散現象 .....	36
3.3.1 濃度差を均一化しようとする効果 (拡散現象) .....	36
3.3.2 溶液の経路選択により物質が空間的に拡げられる効果 .....	37

3.3.3 運動方向の違いにより物質が方向優先性を持って運動する現象 .....	38
3.4 現在までの連続条件式, 移流分散方程式 .....	40
3.4.1 既存の連続条件式 .....	40
3.4.2 既存の移流分散方程式 .....	41
3.5 移流分散方程式の解の不安定性について .....	43
3.5.1 空間分割 (ペクレ数) に関して .....	43
3.5.2 時間分割 (クーラン数) に関して .....	44
3.6 移流分散方程式安定化手法 .....	45
3.6.1 風上法 .....	45
3.6.2 風上法の最適化 .....	47
第4章 土/溶液/空気/溶解物質連成数理モデルの確立 .....	51
4.1 数理モデルの概観 .....	51
4.2 質量保存則 .....	53
4.2.1 系の質量保存則 .....	53
4.2.2 構成要素の質量保存則 (混合体理論) .....	54
4.3 運動量保存則 .....	55
4.3.1 Euler の第1法則 運動量保存則による釣合式の導出 .....	55
4.3.2 Euler の第2法則 角運動量保存則によるコーシー応力の対称性 .....	56
4.4 各相の質量保存則と物理量の整理 .....	57
4.5 連続条件式・移流分散方程式の導出 .....	59
4.5.1 固相と溶液相の連続条件式の導出 .....	59
4.5.2 固相と気相の連続条件式の導出 .....	61
4.5.3 移流分散方程式の導出 .....	63
4.6 初期条件の設定 .....	67
4.7 境界条件の設定 .....	67
第5章 初期値境界値問題への定式化 .....	73
5.1 支配方程式, 初期・境界条件 .....	74
5.1.1 支配方程式 .....	74
5.1.2 初期条件 .....	76
5.1.3 境界条件 .....	76
5.2 支配方程式の弱形式化 .....	78
5.2.1 釣合式の弱形式化 .....	78
5.2.2 固相と溶液相の連続条件式の弱形式化 .....	83
5.2.3 固相と気相の連続条件式の弱形式化 .....	84
5.2.4 移流分散方程式の弱形式化 .....	85
5.3 空間離散化手法 .....	87

5.3.1	ガラーキン法 .....	87
5.3.2	アイソパラメトリック要素 .....	89
5.3.3	ガウス積分 .....	96
5.4	支配方程式の空間離散化 .....	98
5.4.1	釣合式の空間離散化 .....	99
5.4.2	固相と溶液相の連続条件式の空間離散化 .....	100
5.4.3	固相と気相の連続条件式の空間離散化 .....	101
5.4.4	移流分散方程式の空間離散化 .....	102
5.5	支配方程式の時間離散化 .....	103
5.5.1	釣合式の時間離散化 .....	103
5.5.2	固相と溶液相の連続条件式の時間離散化 .....	104
5.5.3	固相と気相の連続条件式の時間離散化 .....	104
5.5.4	移流分散方程式の時間離散化 .....	105
5.6	連立方程式の計算手順 .....	106
5.7	析出に関して .....	109
第6章	数理モデルの検討 .....	111
6.1	移流分散解析解の検証 .....	111
6.1.1	一次元分散解析 .....	111
6.1.2	一次元移流分散解析 .....	115
6.1.3	二次元移流分散解析 .....	120
6.2	荷重による物質移動の影響 .....	123
6.2.1	荷重の有無による物質移動の変化 .....	123
6.2.2	透水係数が物質移動に与える影響 .....	127
6.2.3	荷重の載荷速度が物質移動に与える影響 .....	129
6.2.4	不飽和地盤における物質移動 .....	130
6.2.5	不飽和領域における分散係数の影響 .....	134
6.2.6	二次元場における物質移動 .....	135
6.3	密度変化に伴う水頭変化を考慮した物質移動現象 .....	137
6.3.1	水平一次元移流分散現象 .....	138
6.3.2	鉛直一次元移流分散現象 .....	140
第7章	タイ東北部における塩害と塩害抑制・地盤浄化手法の検討 .....	143
7.1	砂漠地の拡大と地盤塩害による土壌劣化 .....	143
7.2	タイ東北部における塩害 .....	143
7.3	塩害発生シミュレーション .....	145
7.4	塩害抑制地盤の検討 .....	149
7.4.1	マルチング手法 .....	150



7.4.2 改良型マルチング手法 .....	153
7.5 二次元場における塩害抑制手法の検討 .....	156
7.5.1 マルチング系 .....	156
7.5.2 改良型マルチング系 .....	157
7.6 地盤浄化手法の検討 .....	158
第8章 東日本大震災による土壌汚染と「希望の松」保護に向けた取り組み .....	163
8.1 東日本大震災と土壌汚染被害 .....	163
8.1.1 震災被害および調査概要・調査結果 .....	163
8.1.2 地盤塩害の調査・分析 .....	165
8.1.3 地盤内塩分分布シミュレーション .....	167
8.1.4 化学物質による土壌汚染被害影響調査結果 .....	170
8.2 陸前高田市「希望の松」保護に向けた技術提案 .....	174
8.2.1 陸前高田市「希望の松」について .....	174
8.2.2 被害シミュレーション .....	176
8.2.3 CASE1：環境因子が地盤内塩分移動に与える影響 .....	178
8.2.4 CASE2：地盤内吸水が地盤環境に与える影響 .....	182
8.2.5 CASE3：「希望の松」救済手法の模索 .....	189
第9章 キャピラリーバリアの性能照査 .....	195
9.1 廃棄物処理場を取り巻く環境と排水システムの重要性 .....	195
9.2 廃棄物処理場/文化財保護を目指したキャピラリーバリアの利用 .....	196
9.3 シミュレータによるキャピラリーバリアの性能評価 .....	198
9.3.1 降雨強度の違いがキャピラリーバリアの性能に与える影響 .....	200
9.3.2 傾斜角度の違いがキャピラリーバリアの性能に与える影響 .....	205
9.3.3 細粒土層厚の違いがキャピラリーバリアの性能に与える影響 .....	211
9.3.4 数値解析に基づくキャピラリーバリア性能照査の今後の指針 .....	216
第10章 結論 .....	219

付録

A-1 DACSAR-MP\_ad マニュアル

謝辞

## 第1章 序論

### 1.1 地盤環境問題

近年，地球規模で起こる気候変動に伴い，巨大台風の襲来や，大地震，ゲリラ豪雨，大干ばつの発生など，旧来の構造物構築時に想定されていなかった自然災害が数多く発生している．また，2011年3月11日に発生した東日本大震災の際には，太平洋沿岸部に押し寄せた大津波が周辺地域の一切を破壊し，自然災害の「想定外」の恐ろしさが改めて社会に認識される結果となった．一方で，人々の生活には，より高度な社会生活・生産活動の実現に向けて，「安心」や「安全」といった充実感が強く求められるようになってきており，これまで生産と構築を研究主題としてきた土木工学の分野でも，公共構造物の維持管理や補修といった観点における技術の構築，提案が必要とされている．さらに，近年では，地盤に漏出した汚染物質が地盤内を移動拡大する例が増加しており，地盤に存在する汚染物質の移動性を把握し，適切に管理する手法が強く求められている．

種々の環境因子を考慮した地盤環境の様子は，図-1.1のように整理することができる．図-1.1より，地盤はそれを取り巻く自然・社会環境に強く影響を受けており，各現象は複雑に絡み合っていることがわかる．これまで土壌汚染の問題は，《地盤内汚染物質移動拡大問題》として扱われることが多かったが，実際はそれらと，《地盤の変形－浸透

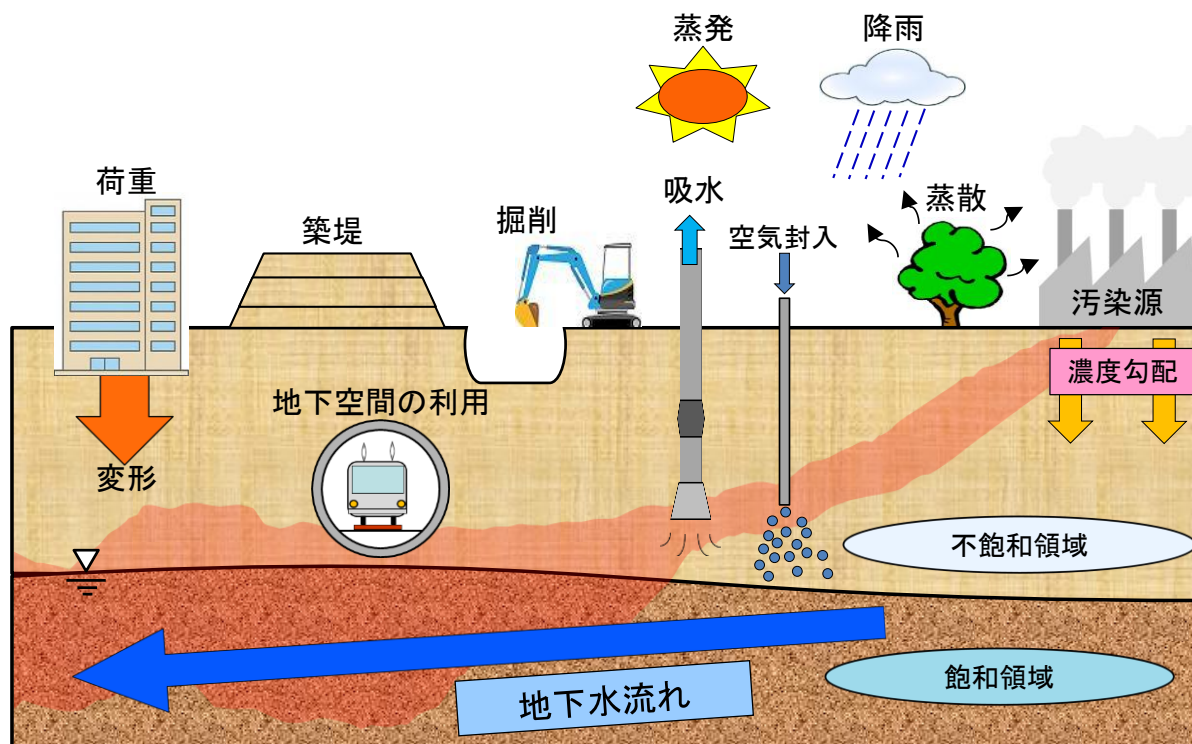


図-1.1 種々の要因による地盤環境の変化

問題」が互いに影響を及ぼし合って発生する問題であることがわかる。そして、現象の本質的な理解には、様々な分野に跨って発生する現象を広範に理解し、論理性・普遍性・客観性を有する問題解決手法を提示する必要がある。

本研究では、地盤内で同時多発的に起こる地盤変形問題、流体の浸透問題、物質移動問題を総合的に整理できる手法を模索する。以降 1.2～1.4 では、特に、地盤内の水資源環境に注目しながら、現在それらが抱えている諸問題を抽出し、本章の後半 (1.5) ではそれらの問題解決手法の提案を行う。

## 1.2 水資源の枯渇と砂漠地の拡大

水資源は地球環境を整理するうえで最も重要な要因の一つである。特に、人類を含めた多くの生物が生息し、生活の拠点を置く陸地において、地球規模の水循環の変化は、そこで活動する生物、自然環境に少なくない影響を与える。自然に抗う中で発展してきた地盤工学において、今後、自然環境や生態系に配慮しながら、自然との共生・共存を進め、持続可能な循環型社会へと昇華させることが必要となってくる。

地球規模の水循環の乱れから生じる環境問題の一つとして、地盤の沙漠化 (Desertification) が大きな問題となっている。アジェンダ 21 において、『乾燥、半乾燥および乾燥半湿潤地域における様々な要因に起因する土地の劣化<sup>1)</sup>』と定義された沙漠地は、現在も年間 6 万 km<sup>2</sup> のスピードで拡大を続けているとされている<sup>2)</sup>。

図-1.2 に世界の砂漠地の概略図<sup>3)</sup>を示す。現在、全陸地面積 1 億 4500 万 km<sup>2</sup> の 36% にあたる 3,700 万 km<sup>2</sup> の地域が砂漠化の影響を受けやすい地域として指定されている (図-1.3<sup>4)</sup>)。また、砂漠地の地域分布 (図-1.4<sup>4)</sup>) をみると、その被害の 2/3 がアジア、アフリカといった比較的貧しい地域に集中しており、これらの地域の砂漠地拡大を抑制するには経済的・技術的側面から具体的な対策・援助等を行うことが重要となり、こういった地域の救済が砂漠地研究の課題とされている。

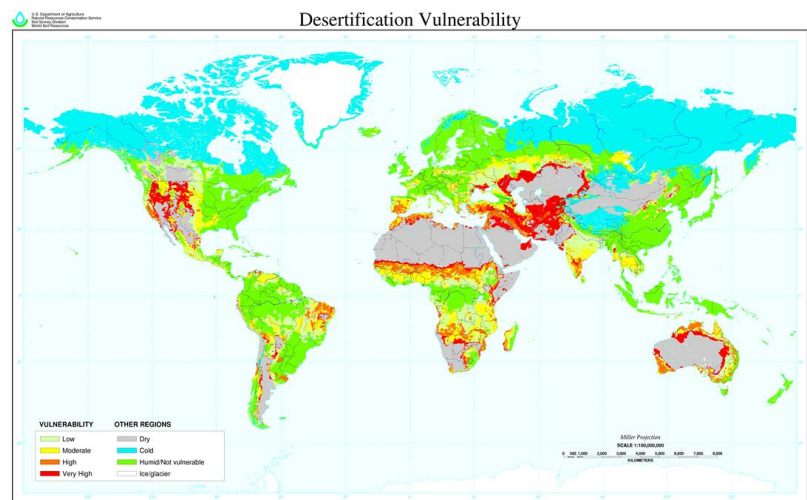


図-1.2 世界の乾燥地の分布<sup>3)</sup>

沙漠化は様々な要因によって引き起こされるが、その原因は大別すると、地理・気候条件の変化などの自然的要因によって起こるものと、過放牧・過灌漑といった人為的要因によって引き起こされたものに分けられる。沙漠地形成要因の割合は図-1.5<sup>4)</sup>に示すように自然的要因によるものが多いが、人為的要因によって土壌劣化が起こり、沙漠化していく土地の多くは人々の生活や活発な農業活動の結果としてもたらされるものも多く、生活圏内の肥沃な土壌が不毛化し失われてしまっている例が多い(図-1.6<sup>4)</sup>)。

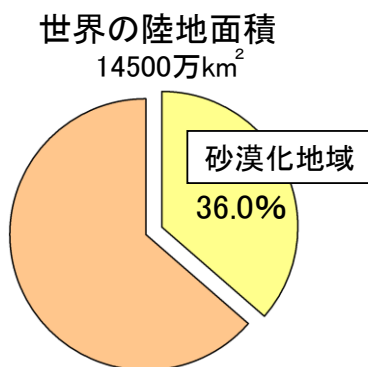


図-1.3 砂漠地の割合<sup>4)</sup>

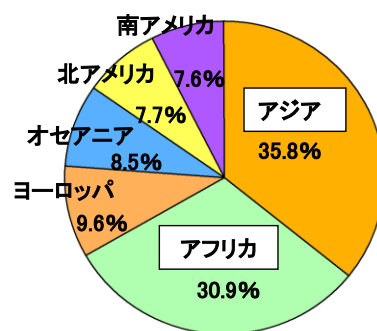


図-1.4 地域ごとの割合<sup>4)</sup>

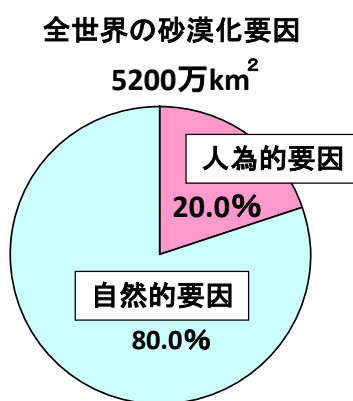


図-1.5 沙漠地形成要因<sup>4)</sup>

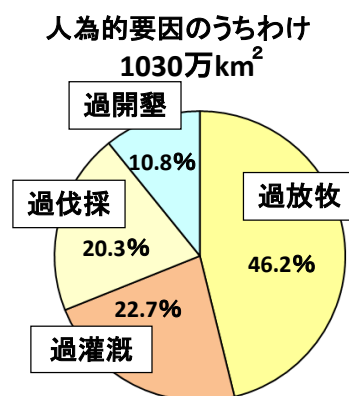


図-1.6 土壌劣化の原因<sup>4)</sup>

これらの問題に対し杉田ら<sup>5)</sup>は、豊田、堀井<sup>6)</sup>の示した階層化手法をもとに沙漠化を取り巻く全体像を捉え、世界規模で進行する沙漠化を俯瞰的に表す手法の提案を行っている。杉田ら<sup>5)</sup>は、①降雨・蒸発排水量といった地盤と大気の水収支の把握、②植生を介した水循環の把握、③土壌水分量、地下水位、地盤の保水量・排出量などの土壌内部での水循環の把握、④NaClのような地盤内溶解物質の挙動把握が特に重要であるとしており、問題の解決には地圏-水圏-気圏の相互作用(図-1.7)を広範に考慮する必要があるとしている。

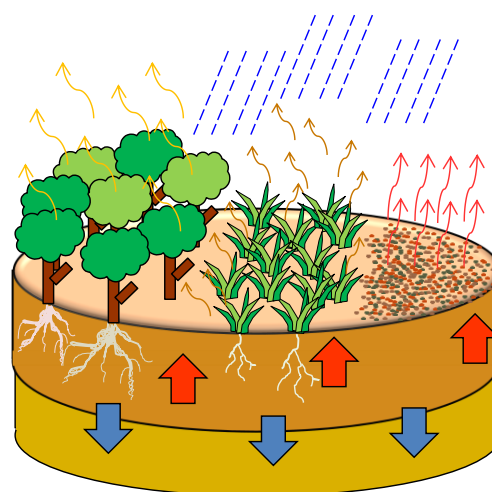


図-1.7 地盤水循環モデル

### 1.3 地下水質保全と水資源管理の重要性

絶え間なく変化を続ける社会・自然環境の中で、地下水資源を取り巻く環境も少しずつ変化している。図-1.8 に世界の水循環の概要<sup>7)</sup>を示す。図-1.8 から明らかなように、地球の水資源の97%以上は海洋によって占められ、生活に適当な濃度の淡水は1%未満である。そして淡水の9割は地下水によって占められており、地盤は膨大な資源を有する「巨大な保管庫」と表現されることも多い。

①安定的に確保可能な淡水であること、②環境変化による影響を受けにくいこと、③高品質が保証されることから、地下水資源は、世界的にも最も重要な天然資源の一つであると認識され、文明の発達や科学技術の発展に大きく寄与してきた<sup>8),9)</sup>。しかし近年、産業の発達や農業の大規模化に伴い、使用される化学物質の種類や量は増加の一途をたどり、化学物質による地下水汚染の被害が深刻化している。

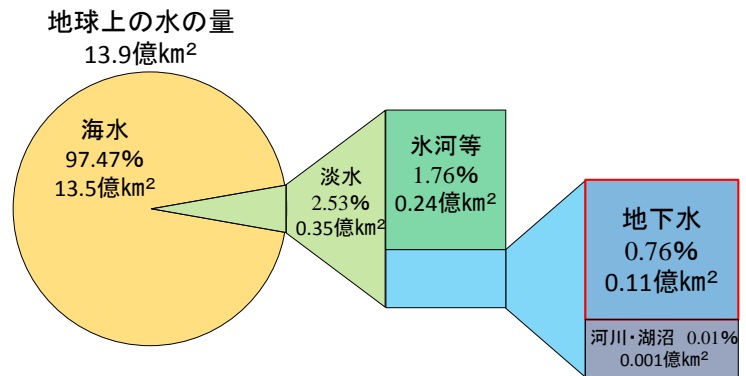


図-1.8 地球上の水資源量<sup>7)</sup>

さらに、急速な経済発展が進む発展途上国を中心に、産業廃棄物の発生量は増加を続け、その被害は深刻化することが予想される。世界規模で人口増加が続いているという事実を鑑みても、地下水需要は拡大を続けることが考えられ、今後、自然が持つ浄化能力を上回る地下水利用が生じることは容易に想像ができ、地下水資源の保全は世界的な問題の一つとして大きくクローズアップされている。

このような共通認識がありながら、産業活動によって排出された廃棄物、環境変化によって周辺地盤へ漏出した汚染物質によって地盤内の間隙水は汚染され、その劣化が現在、世界各地で深刻化している。

このような共通認識がありながら、産業活動によって排出された廃棄物、環境変化によって周辺地盤へ漏出した汚染物質によって地盤内の間隙水は汚染され、その劣化が現在、世界各地で深刻化している。

一般に地下水の汚染問題は「土壌・地下水汚染」と呼称され、その原因は砂漠地拡大の問題と同様に、自然的要因と人為的要因に大別することができる。しかし、それらの要因を完全に分離して整理することは難しく、問題解決には、各環境圏の影響を体系的に捉え、将来の浄化対策につなげていくことが重要である。

#### 1.4 土壌・地下水汚染とその現状・対策（被害/対処すべき問題・法整備の現状）

わが国において土壌・地下水汚染は公害という形で広く認知されるようになった<sup>10)</sup>。産業活動が活発になる中、1800年代後半から足尾銅山鉍毒事件、イタイイタイ病、水俣病といった公害問題が発生し、人々は産業活動が人体に間接的に与える影響を広く認知するに至った。しかし、汚染原因や被害を分析するための科学技術が不十分であったことから、法整備が後手に回り、1970年に土壌・地下水汚染に対する最初の対策である「農用地土壌汚染防止法」が施行されるまで、その被害に対して法規制がなされることはなかった。ようやく近年になり、化学工場における有機溶剤の排出や、ごみ焼却施設における環境ホルモン（ダイオキシン類）など、土壌汚染形態は多様化が進む中で、研究、実務、行政が一体となって被害解消に努める動きが盛り上がってきた。また、環境省が行った大規模な地盤調査により、土壌汚染は日本全国で発生していることが広く知られる事実となり、2003年には「土壌汚染対策法」が、「土壌汚染の状況の把握に関する措置及びその汚染による人の健康被害の防止に関する措置を定めることにより、土壌汚染対策の実施を図り、国民の健康を保護する」という目的の下に制定される運びとなった。

更に2010年には、発癌性の確認されたトリクロロエチレンの有害物質指定など、土壌汚染対策法施行後の課題がとりまとめられ、同法律において新たな汚染物質の指定、基準値の見直しが行われている。表-1.1に土壌汚染対策法の概要をまとめる。

現在、土壌汚染対策法において、土地所有者は所有地盤に対して調査を行うことが義務付けられており、地盤内部に汚染物質が観測された場合、汚染地盤に対して適切な処理を行う責任を負うことが明記されている。

図-1.9<sup>8)</sup>に土壌汚染の調査事例数および土壌環境基準の超過事例数の推移を示す。

1990年代後半から調査事例数、超過事例数ともに増加しており、土壌汚染対策法施行の前年にあたる2002年（平成14年）から著しく増加傾向にある。土壌汚染対策には多くの費用と時間を要するため、売却が困難となり開発の進まない「ブラウンフィー

表-1.1 土壌汚染対策法の概要

##### 1. 土壌汚染調査の義務がかかる地盤

- 1) 使用が廃止された、有害物質使用特定施設に係る、工場または事業場
- 2) 土壌汚染のおそれがある土地の形質の変更が行われる地盤
- 3) 都道府県等が土壌汚染による健康被害が生ずるおそれのあると認める土地

##### 2. 調査・対策の基本的考え方

有害物質を取り扱っている事業所が、土壌汚染の状態が不明なまま放置され、人体の健康被害を防ぐことを目的としている。暴露がないと考えられる場合には、リスクはない、または許容されると判断している。この観点から、土壌汚染の対策は、リスクを除去するというを第一の目的としており、人への暴露経路を遮断する方法、すなわち「浄化」ではなく、覆土・舗装・封じ込め等のリスク低減措置も対策としてできることになっている。

ルド」と呼ばれる土地が多く残されていることもわかっており、その規模は、約 2.8 万 ha、処理費用は約 10.8 兆円に上るとされている<sup>11)</sup>。

図-1.10<sup>8)</sup>に、平成19年度までの土壌汚染対策の内容別件数を示す。土壌汚染対策技術には様々な工法があるが、現状では汚染対策として掘削除去が行われる割合が非常に高くなっている。この背景として、地盤に汚染が存在する状態では不動産鑑定評価において土地の資産価値が低く評価されるため、盛土や封じ込めで十分なケースでも掘削除去が選択されることが多いことが考えられる。しかし、掘削除去工法は、掘削現場から搬出された汚染土壌の運搬に関わる安全管理や、その処分場の用地確保に係る環境コスト、土地利用者の倫理観など様々なリスクを内包しており、今後、現位置での汚染物処理が望まれるケースが増加することは容易に想像できる。そのため、土壌汚染の状況や土地利用の用途に応じて適切な対策・処理手法の選定を行うことが強く望まれている<sup>12)</sup>。

また汚染物質は、汚染形態(図-1.11<sup>13)</sup>、<sup>14)</sup>ごとに3種類に分類されている。トリクロロエチレン、テトラクロロエチレンなどに代表される揮発性有機化合物は第一種特定有害化合物、水銀、カドミウム等の重金属類は第二種特定有害物質、農薬類、PCBな

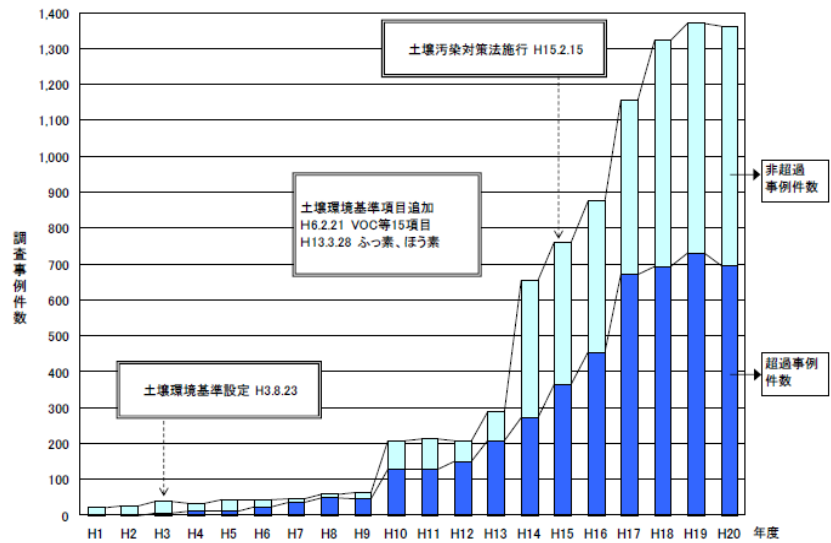


図-1.9 土壌汚染調査事例、超過事例の推移<sup>8)</sup>

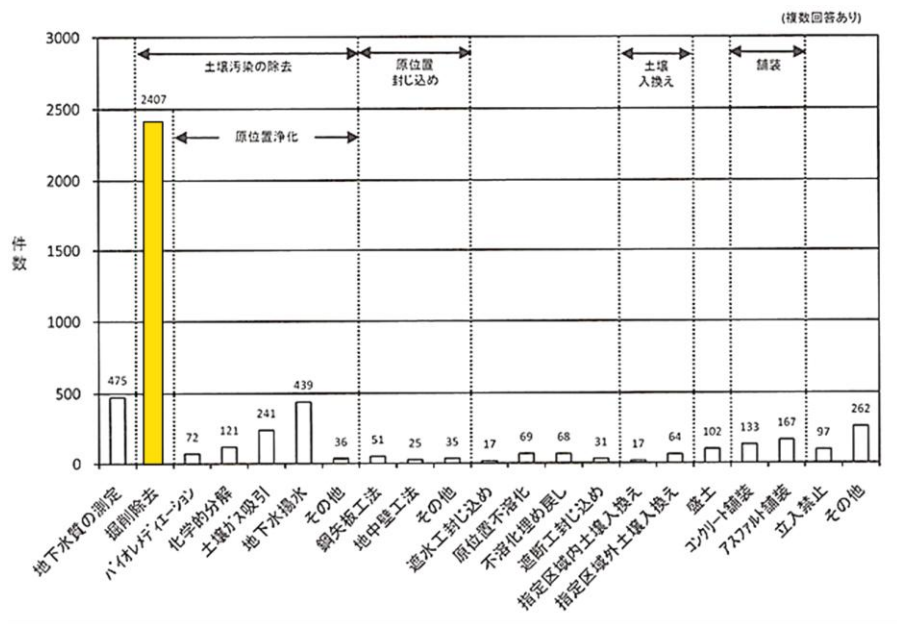


図-1.10 土壌汚染対策の内容別件数<sup>8)</sup>

どは第三種特定有害物質として指定されている. 図-1.12<sup>8)</sup>に物質ごとの累計超過事例数を示す. さらに同年までの累計超過事例(図-1.13<sup>9)</sup>)と合わせてみると, 第二種特定有害物質が最も多く, 次いで第一種特定有害物質による汚染, 複合汚染, 第三種特定有害物質による汚染が多くなっている.

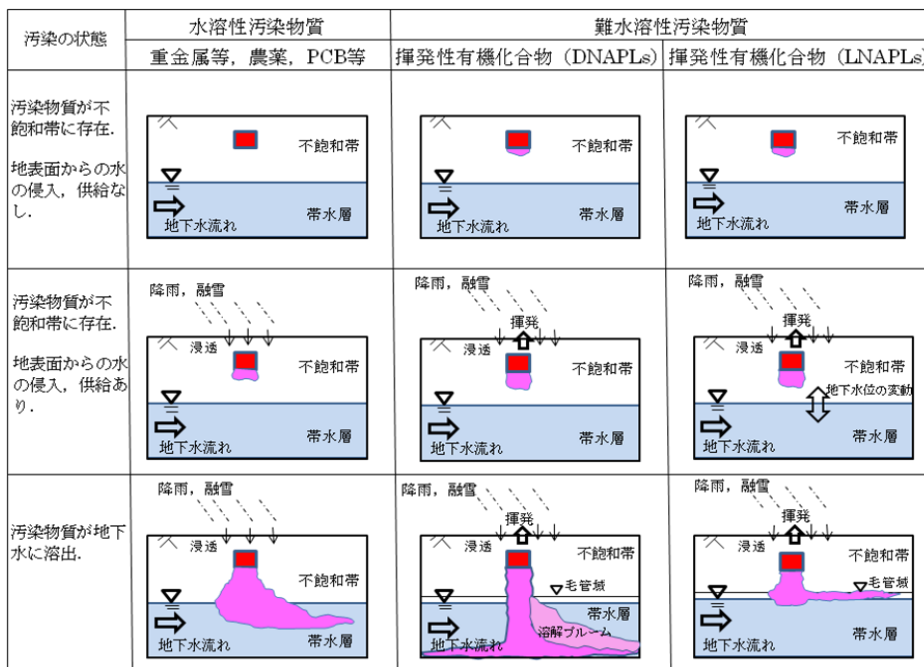


図-1.11 各物質の汚染形態の比較<sup>13), 14)</sup>

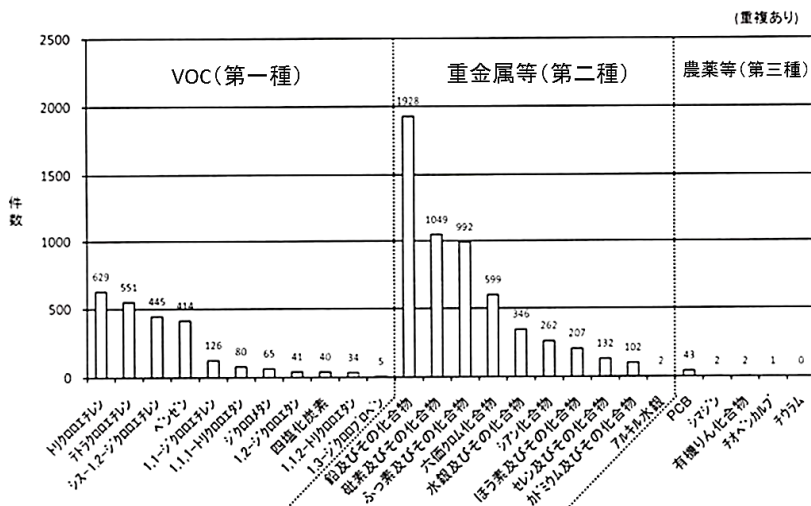


図-1.12 物質別の超過事例数<sup>8)</sup>



図-1.13 超過事例の件数と内訳<sup>8)</sup>



### 1.5 有限要素法による土/水/空気/溶解物質連成有限要素解析モデルの確立とその意義

国際的な地球環境問題への関心の高まりと，国内における法整備の変革により，現在・未来における地盤環境を把握する技術は，近年重要度を増してきている<sup>14)</sup>．これまで，地盤の変形問題と間隙水・空気の浸透問題，物質移動の問題は，各現象を分離し，別々の問題として整理されてきたが，上述のように，各事象は互いに影響を及ぼし合っ  
て生じているため，切り離して取り扱うことは非常に困難である．本研究では各主要因による地盤環境変化をより俯瞰的，総合的に整理するため，保存則より得られた支配方程式を離散化し，有限要素法による問題解決の手法を模索した（図-1.14）．

まず，土相・液相・気相・溶媒相それぞれに関する支配方程式を，物理現象の根幹をなす運動量保存則・質量保存則から導出した．そして，それぞれを①地盤変形モデル，②浸透モデル，③物質移動モデルとして体系化し，時間空間の微分で表される支配方程式を導出した．通常，これら複数の微分方程式を

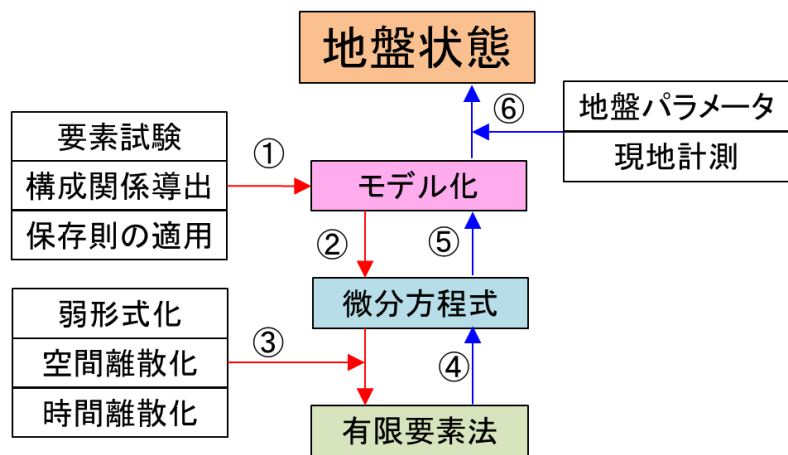


図-1.14 数値解析による地盤環境予測の概念図

同時に解くことは難しく，その厳密解は非常に特殊な条件でしか得ることができないため，より一般的な問題へ応用することを目的として，支配方程式を弱形式化し，離散化を行った．その結果，問題は土/水/空気/溶解物質連成問題として整理され，最終的に初期値・境界値問題として有限要素解析プログラムへ集約を行った．特に本研究で開発した数理モデルを DACSAR-MP\_ad (Deformation Analysis Considering Stress Anisotropy and Reorientation-Multi Phase\_Advection and Dispersion) と呼ぶ．

本論文の後半部では，構築したモデルの適用性を検討し（第5章），実際にいくつかの具体例をもとに土壌汚染の被害把握，並びに地盤浄化手法の精度の検討も行っている（第6～9章）．多岐にわたる地盤環境変化事例を総合的に評価できる数理モデル構築により，地盤汚染状態の把握，汚染源の特定，将来の汚染拡大予測，更には具体的な対策の提案に繋がると考えている．

## 1.6 本論文の構成

本論文の構成を説明する。また、図-1.15 に論文の構成をフローチャートにまとめる。

第1章（本章）は序論であり，研究主題の概説，問題提起について述べ，その解決手法を記述する。

第2章は，不飽和土特有の挙動を表現するための力学モデルについて述べる。

第3章では，地盤内を溶解物質が移動するメカニズムを移流分散現象として整理し，現象を記述するための手法について述べる。

第4章では，土/溶液/溶媒/空気連成数理モデル確立に向け，条件設定を行い，基礎方程式の導出を行う。

第5章では，4章で得られた基礎方程式と支配方程式を有限要素法による初期値・境界値問題に適用するため，弱形式化，離散化を行う過程を説明し，解析手法のアルゴリズムについて説明を行う。

第6章では，第5章までに確立した数理アルゴリズムの検証を行うため，種々のベンチマーク問題を設定し，各問題の整理・現象再現性の検討を行う。

第7章では，タイ東北部で発生している地盤の塩害に数理モデルを適用し，塩害発生メカニズム，被害抑制手法，地盤浄化法を検討する。

第8章では，東日本大震災における土壌汚染被害をまとめるとともに，陸前高田市に残された「希望の松」保護手法の検討を行う。

第9章では，キャピラリーバリアにより，地盤内の間隙水の操作が可能か検討を行う。

最後に第10章で本研究の結論と今後の課題について述べる。

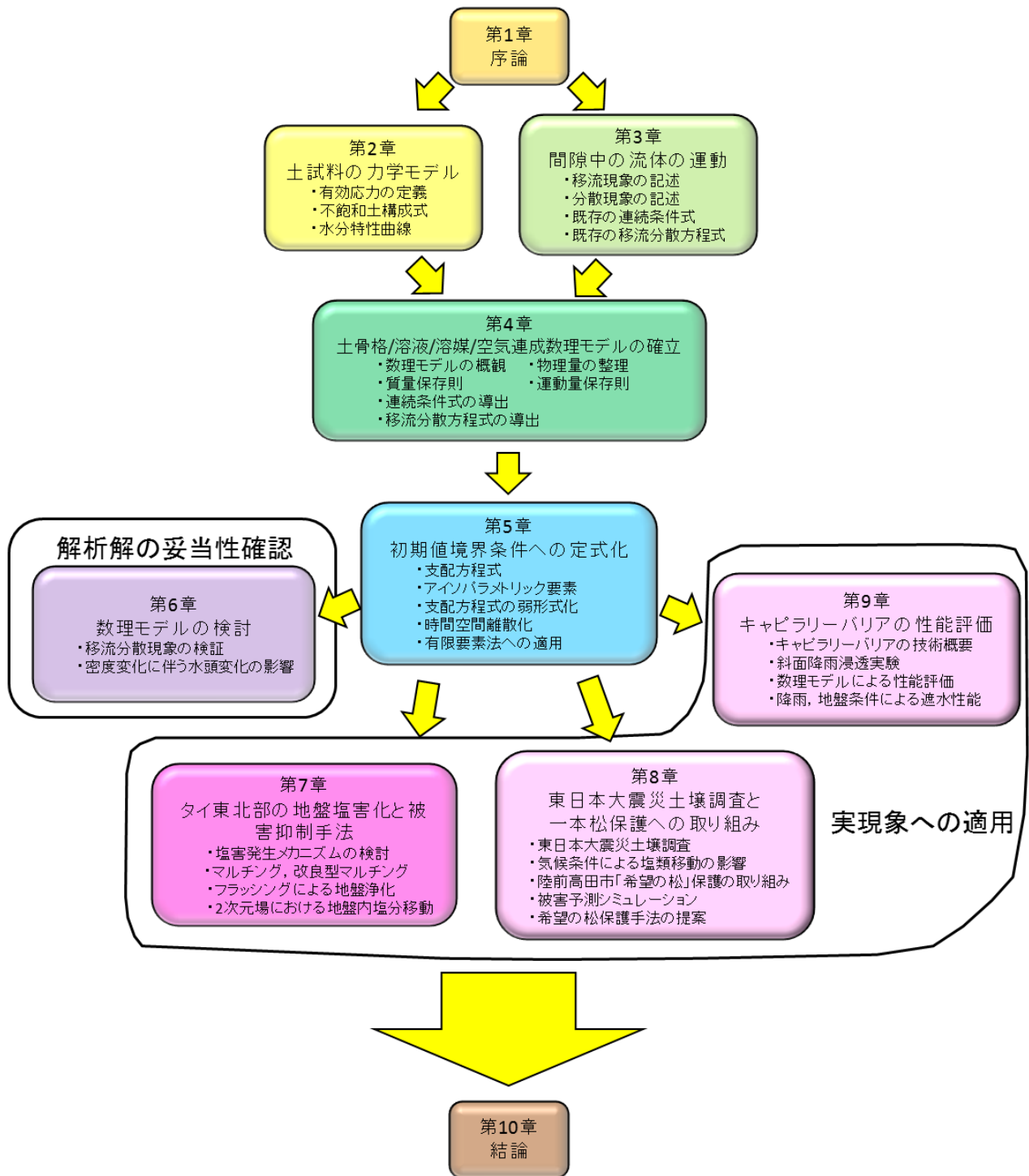


図-1.15 論文構成フローチャート

## 参考文献

- 1) UNEP: Status of Desertification and Implementation of the United Nations Plan of Action to Combat Desertification, 1992.
- 2) 遠藤勲, 安部征雄, 小島紀徳: 沙漠工学, 森北出版株式会社, 1998.
- 3) Global Desertification Vulnerability Map: Natural Resources Conservation Service, United States Department of Agriculture, <http://soils.usda.gov/use/worldsoils/mapindex/desert.html>, 1998.
- 4) UNEP: World Atlas of Desertification 2nd Edition, <http://www.gef.or.jp/desert/chart/table2.html>, 1997.
- 5) 杉田芙紗子, 飯塚敦, 河井克之, ピパットポンサー・ティラポン: 地球環境問題の階層的整理と砂漠化問題の位置付け, 第42回地盤工学研究発表会講演集, 2007.
- 6) 豊田武俊, 堀井秀之: 構造モデル化手法の社会問題への適用～原子力発電所トラブル隠しを題材に～, 社会技術研究論文集, Vol.1, pp.16-24, 2003.
- 7) 第II編 日本の水資源と水循環の現況 - 国土交通省, <http://www.mlit.go.jp/tochimizushigen/mizsei/hakusyoh24/2-1.pdf>, 2012.
- 8) 社団法人地盤工学会: はじめて学ぶ土壌・地下水汚染, 丸善出版, 2010.
- 9) 社団法人地盤工学会: 地下水流動保全のための環境影響評価と対策－調査・設計・施工から管理まで－, 丸善出版株式会社, 2002.
- 10) 嘉門雅史, 大嶺聖, 勝見武: 地盤環境工学, 共立出版株式会社, 2010.
- 11) 環境省: 土壌汚染をめぐるブラウンフィールド問題の実態等について中間とりまとめ, <http://www.env.go.jp/houdou/gazou/8300/9506/2641.pdf>, 2007.
- 12) 平田健正, 前川統一郎: 土壌・地下水汚染－原位置浄化技術の開発と実用化－, シーエムシー出版, 2004.
- 13) 社団法人地盤工学会: 土壌・地下水汚染の調査・予測・対策, 丸善出版株式会社, 2002.
- 14) 社団法人地盤工学会: 続・土壌・地下水汚染の調査・予測・対策, 丸善出版株式会社, 2008.

## 第2章 土要素の力学モデル

本章では土要素の力学モデルについて記述する。土試料は固体（土粒子，構造骨格体），液体（自由水，吸着水），気体（間隙空気）の3態の物質相によって構成される。間隙中に気体が存在せず，土粒子と間隙水で構成される試料は飽和土試料と呼ばれる。また，間隙中に空気が存在し，土粒子，間隙水，間隙空気を含んだ試料は，不飽和土試料と呼ばれる。

土試料は金属材料や純水といった単体物質と異なり，3態の物質相が混ざり合った混合体として振る舞い，土粒子の粒度分布，比重，各相の占有率，過去に受けた応力履歴，コンシステンシー（含水状態）の変化など，様々な要因によって応力応答，浸透特性が逐次変化する。そのため，土試料を通して地盤全体の現象を整理する際には，各物質相の単体としての基本的な挙動を正確に把握するとともに，各地盤状態において分応力の概念や混合体理論を適用し，地盤材料の挙動を整理する必要がある。

特に不飽和地盤構造物構築・管理過程においては，その特徴的な力学挙動である 1) 乾燥過程における収縮，剛性増加，2) 湿潤過程により生じる剛性減少を孕んだコラプス沈下，3) 乾燥・湿潤の繰り返し過程における水分特性および変形特性の履歴依存性（ヒステリシス）等を念頭にモデル化を行う必要性があり，有効応力の定義，飽和度変化による剛性の増減，水分履歴を考慮した飽和度サクション関係を考慮した応力-ひずみ関係の記述が必要となる。

### 2.1 有効応力の定義

#### 2.1.1 飽和土

Terzaghi は飽和試料の外力により土の内部に伝播する全ての応力（total stress）は，土粒子同士の接触点を通して伝えられ土の強度や変形量に直接寄与する有効応力（effective stress）と，間隙水を通して地盤中に伝播する間隙水圧（water pressure）に分類される<sup>1)</sup>として以下の式を定義した<sup>1)</sup>。

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p_w \delta_{ij} \quad (2.1)$$

ここで  $\sigma_{ij}$  : 全応力，  $\sigma'_{ij}$  : 有効応力，  $p_w$  : 間隙水圧，  $\delta_{ij}$  : クロネッカーのデルタ。

2.1.2 不飽和土

Bishop, Dnald は不飽和状態にしたシルト試料において、側圧と間隙水圧の差( $\sigma_3 - p_a$ )、間隙空気圧と間隙水圧の差( $p_a - p_w$ )を一定に保つ三軸排水試験を行い、各応力を独立に変化させても( $\sigma_3 - p_a$ )、( $p_a - p_w$ )が一定に保たれていれば、応力-ひずみ関係に影響を与えないという試験結果を示した(図-2.1<sup>2)</sup>。この事実をもとに Bishop, Dnald<sup>3)</sup> は不飽和土の有効応力を以下のように定義している。

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij} &= (\sigma_{ij} - p_a \delta_{ij}) - \chi(p_a - p_w) \delta_{ij} \\ &= \sigma_{net_{ij}} - \chi s \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2.2)$$

ここで  $p_a$  : 間隙空気圧,  $\chi$  : 材料パラメータ ( $0 \leq \chi \leq 1$ ),  $\sigma_{net_{ij}}$  : ネットストレス,  $s$  : サクション. 間隙空気圧と間隙水圧の差  $p_a - p_w = s$  はサクションと呼ばれ、地盤内の空気圧が大気圧と一定と仮定した場合、土中水の圧力から負号を取り除いたものである。飽和状態( $S_r = 1$ )で  $\chi = 1$  とすると式(2.2)は飽和土の有効応力式(式(2.1))に帰着し、Bishop が提案した不飽和土の有効応力式は、飽和-不飽和状態を連続的に表現することが可能であることから以後多くの研究で用いられている。

軽部ら<sup>4), 6)</sup>, 加藤ら<sup>5)</sup> は不飽和土中の水は吸着水, メニスカス水, バルク水の3つの状態で存在するとした。そして、サクション応力(式(2.2)右辺第二項)はバルク応力とメニスカス応力の和として定義できるとして、 $\chi$  は有効飽和度  $S_e$  とすることが妥当であり、有効応力式を、

$$\sigma'_{ij} = (\sigma_{ij} - p_a \delta_{ij}) - S_e (p_a - p_w) \delta_{ij} = \sigma_{net_{ij}} - p_s \delta_{ij} \quad (2.3)$$

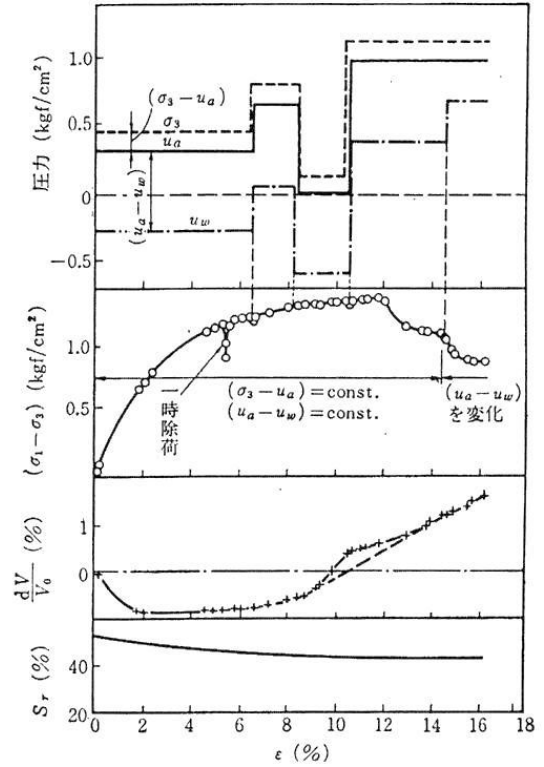


図-2.1 Bishop・Donaldの実験<sup>2)</sup>

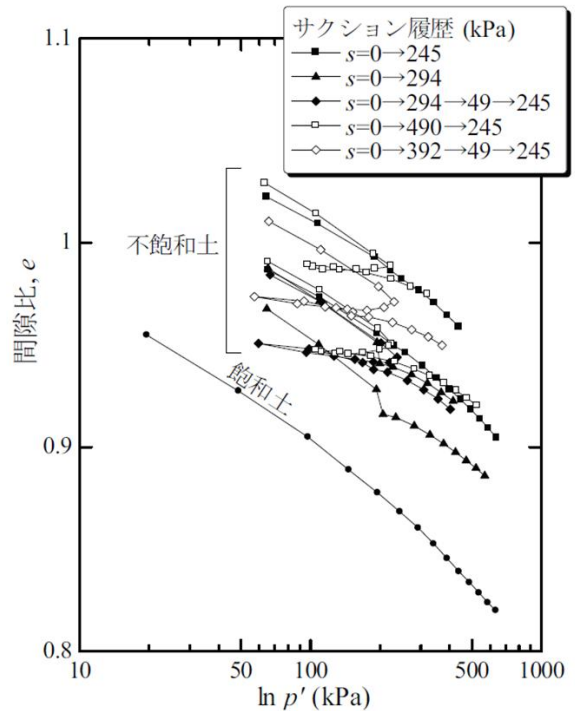


図-2.2 サクション載荷-等方圧密試験時の間隙比変化

と定義している。

さらに、河井ら<sup>7)</sup>は飽和状態にある試料を加圧板法により、サクシオン履歴を与え不飽和化させた後、サクシオンを一定に保ち、等方圧密を行った時の有効平均応力-間隙比変化を式(2.3)により、図-2.2のように整理し、 $\lambda$ の値に有効飽和度 $S_e$ を適用する有用性を述べ、不飽和土の構成式の導出につなげている。

本研究では式(2.3)を有効応力の式として採用し、今後、力学モデルの構築過程について記述する。

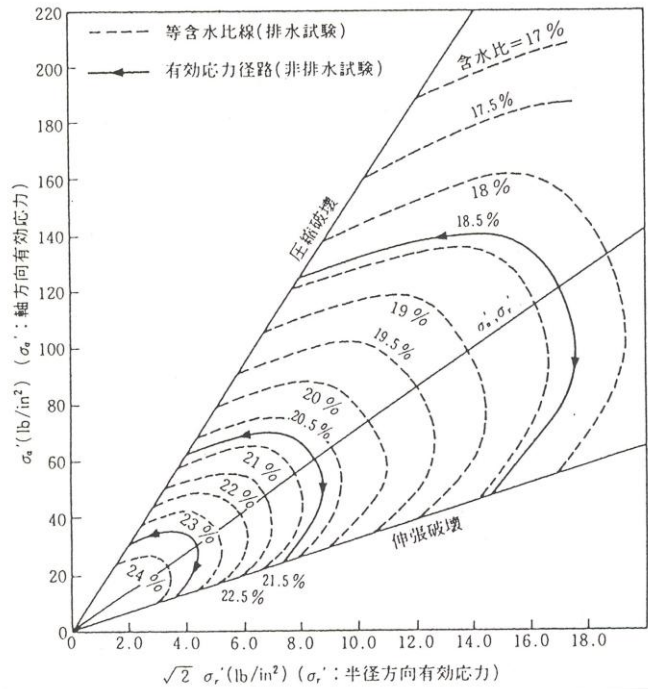


図-2.3 Henkelの実験データ<sup>8)</sup>

## 2.2 土の構成モデル

### 2.2.1 飽和土の降伏関数

図-2.3はHenkelによって示された飽和粘性土に対する三軸せん断試験の結果である<sup>8)</sup>。排水せん断試験より得られた等含水比線と非排水せん断試験より得られた有効応力経路が比較されており、実験事実は、応力履歴によらず飽和試料の含水状態は一意に決まることを示した。

そのため、弾塑性材料である飽和土試料の塑性体積ひずみが有効応力経路によらず定義可能であることがわかり、塑性体積ひずみ $\epsilon_v^p$ が、材料の硬化/軟化を表すパラメータ(状態量)として設定できることが示唆された。

太田、畠<sup>9)</sup>は土試料の体積変化を等方的な応力成分による相似変形(等方圧密変形)とせん断成分による変形(ダイレイタンス)の重ね合わせであるとし、

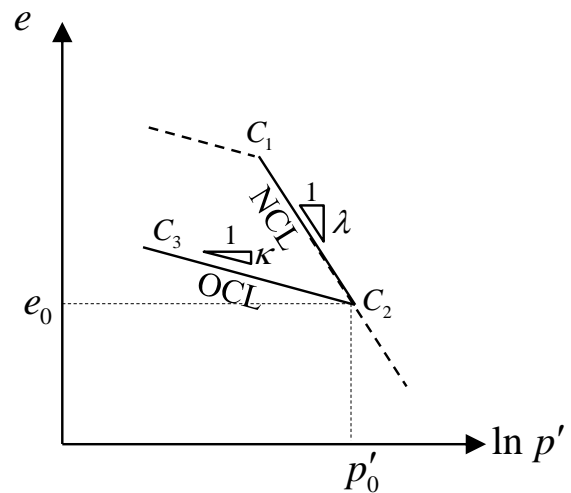


図-2.4 等方応力-間隙比関係

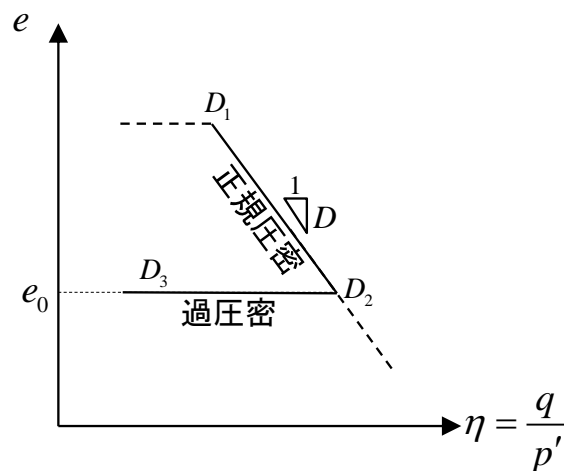


図-2.5 せん断応力-間隙比関係

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^c + \varepsilon_v^d \quad (2.4)$$

としている。ここで、 $\varepsilon_v$  : 全体積ひずみ,  $\varepsilon_v^c$  : 圧密体積ひずみ,  $\varepsilon_v^d$  : せん断体積ひずみ。また、弾塑性論（各過程におけるひずみは可逆的な変形を表す弾性成分と非可逆的な変形を表す塑性成分の和である）をもとに体積ひずみの弾塑性分解を

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^e + \varepsilon_v^p \quad (2.5)$$

とし、各過程を整理することで弾性/塑性の領域境界を示す降伏関数を導出している。ここで、 $\varepsilon_v^e$  : 弾性体積ひずみ,  $\varepsilon_v^p$  : 塑性体積ひずみ。

等方圧密による体積変化は実験事実を図-2.4のように間隙比 $e$ と平均有効応力 $p'$ の関係によって、

$$\varepsilon_v^c = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (\text{正規圧密/弾塑性過程}) \quad (2.6)$$

$$\varepsilon_v^{ce} = \frac{-\Delta e}{1+e_0} = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (\text{過圧密/弾性過程}) \quad (2.7)$$

と表される。ここで、 $\lambda$  : 圧縮指数,  $\kappa$  : 膨潤指数,  $p'$  : 平均有効主応力  $p' = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$ ,  $p'_0$  : 圧密降伏応力,  $e_0$  : 圧密降伏時間隙比。塑性成分は式 (2.5), 式 (2.6) の差をとって、

$$\varepsilon_v^{cp} = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (2.8)$$

となる。さらにせん断成分を考える。柴田<sup>10)</sup>, 軽部, 栗原<sup>11)</sup>による実験事実をもとに図-2.5のように間隙比 $e$ と偏差応力比 $\eta = q/p'$ の関係によって、

$$\varepsilon_v^{de} = 0 \quad (\text{弾性過程}) \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_v^{dp} = D\eta \quad (\text{塑性過程}) \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_v^d = \varepsilon_v^{de} + \varepsilon_v^{dp} = D\eta \quad (\text{弾塑性過程}) \quad (2.11)$$

である。ここで、 $q$  : せん断応力  $q = \sqrt{\frac{3}{2}}s_{ij}s_{ij}$ ,  $s_{ij}$  : 偏差応力  $s_{ij} = \sigma'_{ij} - p'\delta_{ij}$ ,  $D$  : ダイレイタンシー係数。太田, 関口<sup>12)</sup>は主応力の回転に伴う異方性の表現を一般化して、

$$\varepsilon_v^{dp} = D\eta^* \quad (2.12)$$

と表記している。ここで、 $\eta^*$  : 応力比パラメータ  $\eta^* = \sqrt{\frac{3}{2} \left( \frac{s_{ij}}{p'} - \frac{s_{ij0}}{p'_0} \right) \left( \frac{s_{ij}}{p'} - \frac{s_{ij0}}{p'_0} \right)}$ 。

可逆的な弾性体積ひずみ, 非可逆的な塑性体積ひずみはそれぞれ

$$\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} \quad (2.13a)$$

$$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D\eta \quad (2.13a,b)$$

である。式 (2.4) ~ 式 (2.13) を整理しまとめると表-2.1のようになる。



表-2.1 変形分解による弾性・塑性体積ひずみの記述

	$\varepsilon_v^e$ (弾性)	$\varepsilon_v^e$ (塑性)
等方圧密変形	$\varepsilon_v^{ce} = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0}$	$\varepsilon_v^{cp} = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0}$
せん断変形 (ダイレイタンス)	$\varepsilon_v^{de} = 0$	$\varepsilon_v^{dp} = D\eta$
全変形	$\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0}$	$\varepsilon_v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D\eta$

全体積ひずみは弾性ひずみと塑性ひずみの和であり、

$$\varepsilon_v = \frac{\lambda}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D\eta \quad (2.14)$$

と表される。

上述のように、Henkel の実験結果<sup>8)</sup>より、塑性体積ひずみを硬化パラメータとすると、飽和粘性土の降伏関数  $f(\alpha)$  は、

$$f(\sigma'_{ij}, \varepsilon_v^p) = \frac{\lambda - \kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{p'_0} + D\eta - \varepsilon_v^p = MD \ln \frac{p'}{p'_0} + D\eta - \varepsilon_v^p = 0 \quad (2.15)$$

と表すことができる。ここで、 $M$  : 限界応力比  $M = \frac{\lambda - \kappa}{(1+e_0)D}$

また、ケンブリッジ大学の研究グループは同時期に外力内力のエネルギー釣合条件をもとに式 (2.15) と同様の式 (Cam-Clay モデル<sup>13)</sup>) を導出している。

2.2.2 不飽和土の降伏関数 (Se-Hardning モデル)

地盤は不飽和化することで剛性が増大することが知られている. 加藤<sup>14)</sup>は不飽和三軸試験において所定のサクション, 等方圧縮履歴を与え, 変形挙動を調べている.

加藤の行った試験経路および, 供試体初期状態は表-2.2, 図-2.6に示すとおりであり, 図-2.7, 図-2.8は, 試料の間隙比, 飽和度変化である. 図-2.7, 8のプロットは初期のサクション履歴 (A→C→D) を与えた後の変化である. この図より, 水浸後の間隙比が初期水浸試料の圧縮線と一致し, 応力経路に依存しないことが確認できる. 試料の残留飽和度を  $S_r = 0.15$  とし, 式 (2.3) に基づき図-2.7の試料 a,c,f に関して, 横軸を平均有効応力に関して整理すると, 図-2.9 (図中プロットは有効飽和度) が得られる. また, 図-2.10は図-2.9から作成した有効飽和度のコンター図である. 図-2.10から有効飽和度の等値曲群は互いに平行な直線と見て取れる. このことから不飽和土の剛性増加の表現には, 有効飽和度に依存した関数を用いることが適当であると考えられる.

表-2.2 試験経路・供試体初期条件

供試体	応力経路	間隙比	含水比 (%)	飽和度 (%)	印
a	A→C→C <sub>0</sub> →D <sub>0</sub>	1.303	252	52.3	■
b	A→C→C <sub>1</sub> →D <sub>1</sub>	1.261	252	54.3	●
c	A→C→C <sub>2</sub> →D <sub>2</sub>	1.257	254	54.8	▲
e	A→D→D <sub>1</sub>	1.269	253	54.0	○
f	A→D→D <sub>2</sub>	1.327	254	51.9	□

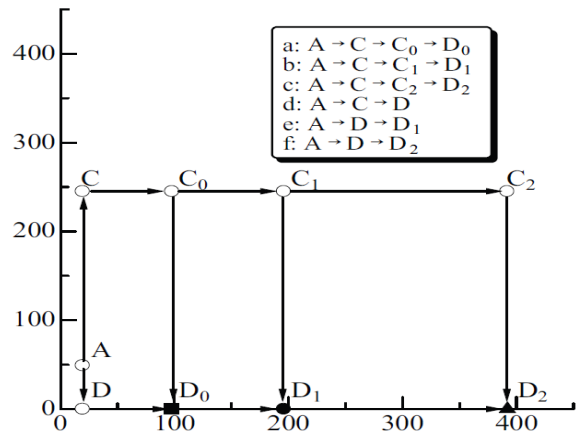


図-2.6 加藤の初期応力経路<sup>14)</sup>

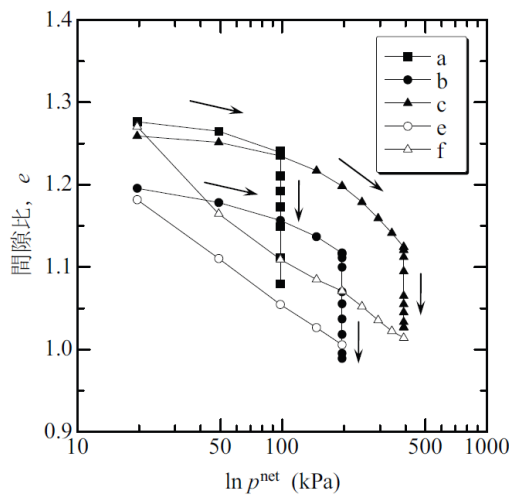


図-2.7 加藤による試験中間隙比変化<sup>14)</sup>

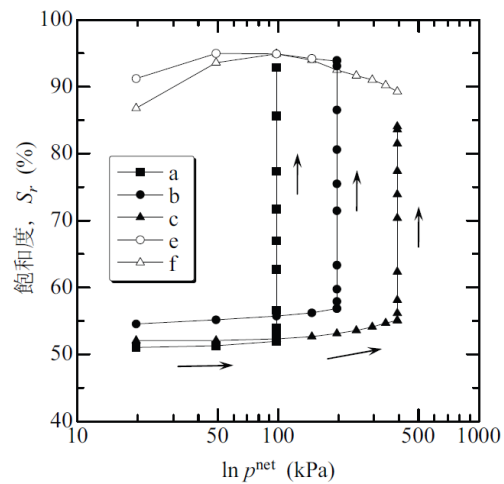


図-2.8 加藤による試験中飽和度変化<sup>14)</sup>

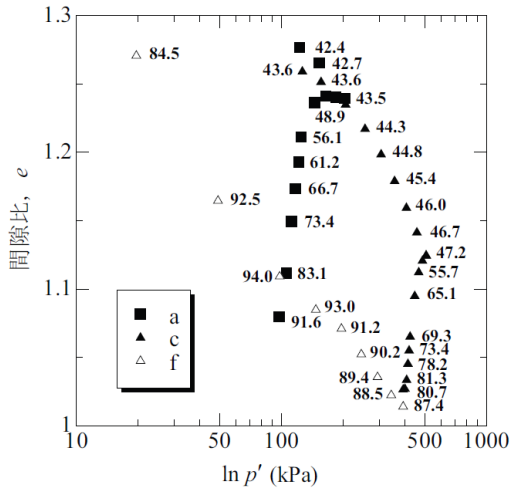


図-2.9 試験中の間隙比変化

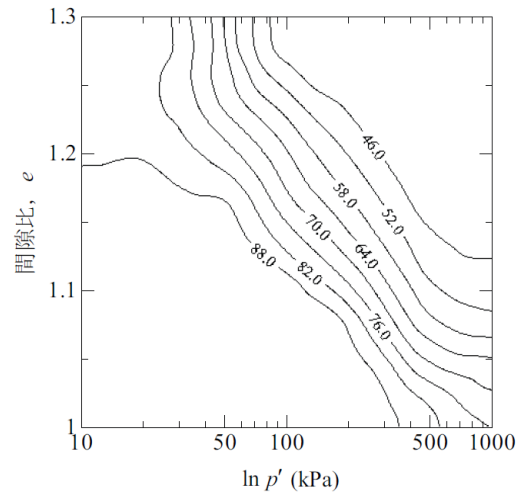


図-2.10 有効飽和度のコンター図

図-2.10 のコンターをもとに不飽和化による剛性増大の影響を図-2.11 のような概念図で考えることができる。大野らは<sup>15)</sup> 飽和時は式 (2.15) に収束し、飽和度が減少すると、降伏応力が増大し、降伏曲面が拡大するモデルを検討した。有効飽和度が  $S_e = 0$  となり、剛性が最も高い時点における圧密降伏応力の飽和試料に対する最大倍率を決定するパラメータを  $a$  とし、各有効飽和度状態における飽和降伏曲面を内挿し、その倍率を表すパラメータを  $\zeta$  ( $1 \leq \zeta \leq a$ ) としてその具体式を、次のように定義している。

$$\zeta = \exp\left[(1-S_e)^n \ln a\right] \quad (2.16)$$

ここで、 $n$  :  $e - \ln p'$  上の等飽和度線の曲率を表すパラメータ。  $n=1$  で  $S_e - \zeta$  関係は線形となる。

内挿関数の具体式を式 (2.15) に代入すると不飽和試料の降伏関数は、

$$f(\sigma'_{ij}, S_e, \varepsilon_v^p) = MD \ln \frac{p'}{p'_0 \zeta} + D\eta - \varepsilon_v^p = MD \ln \frac{p'}{p'_0 \exp\left[(1-S_e)^n \ln a\right]} + D\eta - \varepsilon_v^p = 0 \quad (2.17)$$

となる。

図-2.12 は式 (2.17) で表される不飽和土の降伏曲面の概念図である。有効飽和度  $S_e = 1$  では式 (2.15) に表される飽和土の降伏曲面に一致し、有効飽和度の減少に伴い降伏曲面は拡大し、 $S_e = 0$  では、平均有効主応力が飽和時の  $a$  倍となる点  $p' = ap'_0$  を足とした、式 (2.15) の相似形

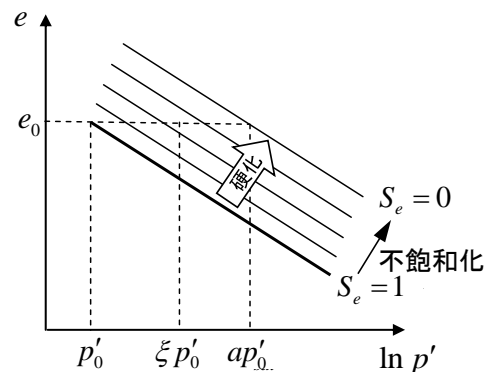


図-2.11 不飽和土降伏特性のモデル概念図

の曲線を描く．大野らは有効飽和度が降伏曲面の拡大/縮小を表す状態量となるこのモデルを Se-Hardening モデル<sup>15)</sup> と名付けている．

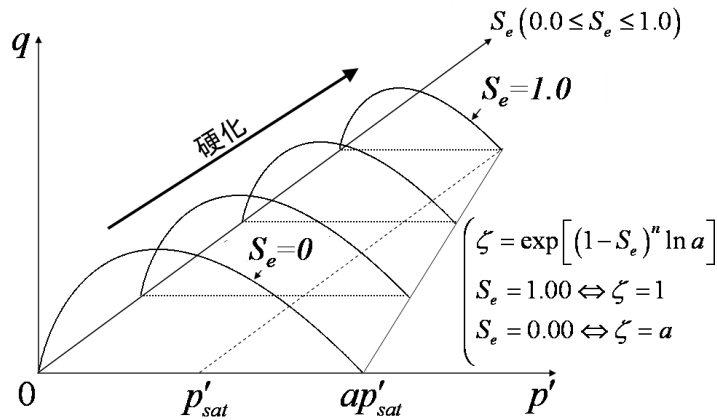


図-2.12 不飽和土降伏曲面概念図 (n=1)

### 2.3 応力-ひずみ関係<sup>15)</sup>

前節で求めた降伏関数 (式 (2.17)) に, 適合 (コンシステンシー) 条件, 関連流れ則等を適用することにより, 不飽和弾塑性構成式 (応力-ひずみ関係) の導出を行う.

#### 2.3.1. 適合条件

図-2.12 のように現応力が常に降伏曲面内に存在すると仮定すると, 降伏関数  $f(\alpha)=0$  に対し,  $f(\alpha+d\alpha)=0$  が成立するので, 適合条件は  $\dot{f}(\alpha)=0$  となる. この条件を式 (2.17) に関して適用すると,

$$\dot{f}(\sigma'_{ij}, S_e, \varepsilon_v^p) = \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_v} \dot{\varepsilon}_v + \frac{\partial f}{\partial S_e} \dot{S}_e = 0 \quad (2.18)$$

が得られる.

#### 2.3.2. 関連流れ則

一般的な流れ則 (塑性ひずみ増分は塑性ポテンシャルに直交する) は,

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (2.19)$$

と表現される. ここで,  $\Lambda$ : 塑性係数,  $g$ : 塑性ポテンシャル. 式 (2.19) は  $f=g$  とすると, 関連流れ則 (塑性ポテンシャルは降伏関数に一致する) となり,

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (2.20)$$

である。

### 2.3.3. 不飽和弾塑性構成式

式 (2.13a) の右辺に不飽和状態として  $p'_0 \rightarrow p'_0 \exp[(1-S_e)^n \ln a]$  を考えると、

$$\varepsilon_v^e = \frac{\kappa}{1+e_0} \ln \frac{p'}{\exp[(1-S_e)^n \ln a] p'_0} \quad (2.21)$$

である。式 (2.21) の両辺の全微分をとり、整理すると、

$$\dot{p}' = \frac{1+e_0}{\kappa} p' \dot{\varepsilon}_v^e - n p' [(1-S_e)^{n-1} \ln a] \dot{S}_e \left( \because \varepsilon_v^e = -\frac{\dot{e}}{1+e_0} \right) \quad (2.22)$$

が得られる。式 (2.22) は不飽和領域における  $e-\ln p'$  関係を示している。

大野ら<sup>15)</sup> は、式 (2.22) を内包するせん断成分を含めた不飽和非線形弾性モデル、

$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl}^e + K_{S_e} \dot{S}_e \delta_{ij} \quad (2.23)$$

を提案している。ここで、 $D_{ijkl}^e$  : 弾性構成テンソル  $D_{ijkl}^e = \left( K - \frac{2}{3} G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + G (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$ ,

$K$  : 体積弾性係数  $K = \frac{1+e_0}{\kappa} p'$ ,  $G$  : せん断弾性係数  $G = \frac{3(1-2\nu)}{2(1+\nu)} K$ ,  $\nu$  : ポアソン比,

$K_{S_e} \delta_{ij}$  : 不飽和係数テンソル  $K_{S_e} \delta_{ij} = -(p'n(1-S_e)^{n-1} \ln a) \delta_{ij}$ .

式 (2.23) にひずみの弾塑性分解 (式 (2.5)), コンシステンシー条件 (式 (2.20)) を適用すると、

$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl}^e \left( \dot{\varepsilon}_{kl} - \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}} \right) + K_{S_e} \dot{S}_e \delta_{ij} \quad (2.24)$$

が得られる。適合条件式 (式 (2.18)) に関連流れ則 (式 (2.20)), 弾塑性構成式 (式 (2.23)) を代入し、塑性係数  $\Lambda$  に関して解くと、

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \dot{\varepsilon}_{kl} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} K_{S_e} \dot{S}_e \delta_{ij} + \frac{\partial f}{\partial S_e} \dot{S}_e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \delta_{ij}} \\ &= \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \delta_{ij}} \dot{\varepsilon}_{kl} + \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} K_{S_e} \delta_{ij} + \frac{\partial f}{\partial S_e}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \delta_{ij}} \dot{S}_e \left( \because \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = -1, \frac{\partial \varepsilon_v^p}{\partial \varepsilon_{ij}^p} = \delta_{ij}, \dot{\varepsilon}_v^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \right) \end{aligned} \quad (2.25)$$

となる。式 (2.24) に式 (2.25) を代入して、

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \left( D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijmn}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{mn}} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{pq}} D_{pqkl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{rs}} D_{rstu}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{tu}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{vw}} \delta_{vw}} \right) \dot{\epsilon}_{kl} - \left( \frac{D_{ijkl}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{kl}} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} K_{S_e} \delta_{ij} + \frac{\partial f}{\partial S_e} \right)}{\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{rs}} D_{rstu}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{tu}} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{vw}} \delta_{vw}} - K_{S_e} \delta_{ij} \right) \dot{S}_e \quad (2.26)$$

が得られる。ここで、式 (2.26) の成分  $\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}}$  に関して、

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = MD \frac{1}{p'} - D \frac{q}{p'^2} = \frac{D}{p'} \left( M - \frac{q}{p'} \right), \quad \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{1}{3} \delta_{ij}, \quad \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{D}{p'}, \quad \frac{\partial q}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{3s_{ij}}{2q} \quad (2.27a-d)$$

式 (2.27) より、 $\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}}$  は

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{\partial f}{\partial p'} \frac{\partial p'}{\partial \sigma'_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma'_{ij}} = \frac{D}{p'} \left( \frac{\beta}{3} \delta_{ij} + \frac{3s_{ij}}{2q} \right) \left( \because \beta = M - \frac{q}{p'} \right) \quad (2.28)$$

となる。さらに、 $\frac{\partial f}{\partial S_e}$  に関して、

$$\frac{\partial f}{\partial S_e} = \frac{\partial}{\partial S_e} \left( -MD(1-S_e)^n \ln a \right) = MDn \ln a (1-S_e)^{n-1} \quad (2.29)$$

を用いた。式 (2.28)、式 (2.29) を式 (2.26) に代入し整理すると

$$\dot{\sigma}'_{ij} = \left( D_{ijkl}^e - \frac{\left( \beta K \delta_{ij} + \frac{3}{q} G s_{ij} \right) \left( \beta K \delta_{kl} + \frac{3}{q} G s_{kl} \right)}{\beta^2 K + 3G + \frac{p'}{D} \beta} \right) \dot{\epsilon}_{kl} - \left( \frac{\left( \beta^2 K + 3G \right) K_{S_e} \delta_{ij} + Mn \frac{p'^2}{D} \ln a (1-S_e)^{n-1} \left( \beta K \delta_{ij} + \frac{3}{q} G s_{ij} \right)}{\beta^2 K + 3G + \frac{p'}{D} \beta} - K_{S_e} \delta_{ij} \right) \dot{S}_e = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij} S_e \quad (2.30)$$

が得られる。ここで、 $D_{ijkl} = D_{ijkl}^e - \frac{\left( \beta K \delta_{ij} + \frac{3}{q} G s_{ij} \right) \left( \beta K \delta_{kl} + \frac{3}{q} G s_{kl} \right)}{\beta^2 K + 3G + \frac{p'}{D} \beta}$  : 弾塑性構成テンソル、

$C_{ij} = \frac{\left( \beta^2 K + 3G \right) K_{S_e} \delta_{ij} + Mn \frac{p'^2}{D} \ln a (1-S_e)^{n-1} \left( \beta K \delta_{ij} + \frac{3}{q} G s_{ij} \right)}{\beta^2 K + 3G + \frac{p'}{D} \beta} - K_{S_e} \delta_{ij}$  : 不飽和硬化テンソル。式 (2.30) は不飽和弾塑性構成式である。

## 2.4 水分特性曲線

### 2.4.1 水分特性曲線の概要

不飽和土の挙動を考える際に必要とされるのがネットストレス（基底応力）とサクシオンである。サクシオンは間隙水の状態（分布・間隙占有率）によって変化するため、飽和度に依存する関数として記述されることが多い。サクシオンと飽和度の関係を表したものは水分特性曲線（soil-water characteristic curve）と呼ばれる。

水分特性曲線は試料の粒度分布や乾燥密度など、土の性質によって形状が大きく異なる。さらに土が同一の性質であっても練り返し度や間隙の分布によっても曲線の形は変化する。また、脱水・吸水それぞれの過程においてヒステリシス（サクシオンの履歴依存性）を示すことも大きな特徴の一つである。

図 2.13 に実験から求められた水分特性曲線の 1 例を示す。飽和状態（A 点）からサクシオンを増加させ脱水を行うと、低サクシオン（高飽和度）域においては土中の水膜によって空気の進入が妨げられて飽和度の変化はさほど大きくない。しかし、あるサクシオン値（B 点）を超えると急激に飽和度が減少する。このサクシオン値は空気侵入値と呼ばれる。さらにサクシオンを増加させていくとある一定の飽和度に収束する。これは、間隙のバルク水がなくなり、土粒子間のメニスカス水のみが残るためである。このときの飽和度は限界（残留）飽和度と呼ばれるものである。

そして、脱水曲線上にある一点（C 点）からサクシオンを減少させていくと、脱水過程とは違った曲線を描いて飽和度が増加していくことが分かる。そして、吸水過程においても D 点のような変曲点が現れる。この点でのサクシオン値は便宜的に水侵入値と呼ばれている。

ここで、吸水過程においては間隙に空気が封入されてしまうため、飽和度が A 点における値まで回復しないことが知られている。

A 点（ $s=0$ ）からサクシオンを増加させ C 点に至る曲線を主脱水曲線、残留飽和度状態の C 点からサクシオンを低下させ  $s=0$  に至る曲線は主吸水曲線と呼ばれており、変曲点を持った S 字関数になることが知られており、いくつかのパラメータを用いこの曲線をモデル化する試みが行われている。

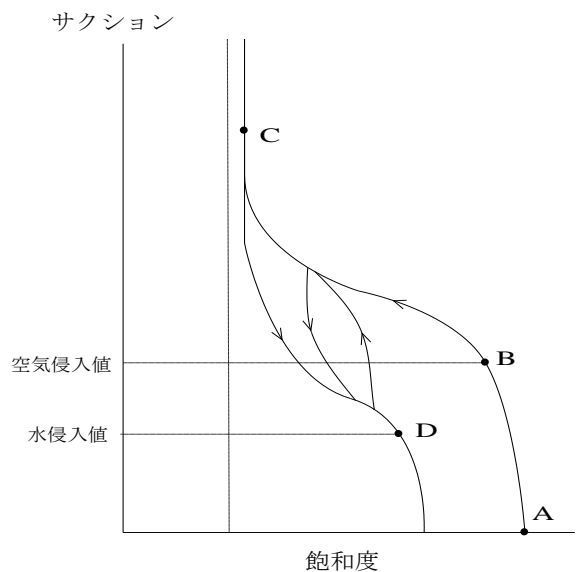


図-2.13 水分特性曲線

また、近年、試料による水分特性曲線の計測が盛んに行われ、情報の蓄積が進んだ結果、UNSODA (SVOFFICE 製)<sup>16)</sup>などのデータベース化が進んでいる。

#### 2.4.2 水分特性曲線の数理モデル

ここでは代表的な経験式である Van Genuchten 式に加え、パラメータ設定が容易でかつその微分が可能で力学現象との連成問題に適用しやすい杉井らによるロジスティック曲線式を説明する。

##### 1) Van Genuchten の式<sup>17)</sup>

Van Genuchten による水分特性式はその S 字型を滑らかに表現できるとして、古くより不飽和浸透問題によって用いられてきた。

$$S_e = 1 / \left[ 1 + (\alpha s)^n \right]^m \quad (2.31)$$

ここで  $\alpha, n, m$  : 水分特性形状パラメータ (通常  $m = 1 - 1/n$ )。

形状パラメータの選定により水分特性を精度よく表現することも可能であるが、客観的なパラメータ同定、最適化が難しく、各パラメータを独立に評価することは大変難しい。

##### 2) 杉井, 宇野による水分特性曲線<sup>18)</sup>

杉井・宇野は Van Genuchten 式パラメータ設定の難しさを回避するため線形近似が可能で S 字形状を表現できる曲線式を提案している。

$$S_e = \frac{1}{1 + \exp\left(A + B \ln \frac{s}{s_0}\right)} \quad (2.32)$$

ここで  $A, B$  : フィッティングパラメータ,  $s_0$  : 単位サクション。

水分特性曲線は Van Genuchten と同様の曲線形状を描くことができ、実験により得られた  $s \sim S_r$  関係を精度よく記述することが可能である。また、空気侵入値, 水侵入値は、式(2.1)における変曲点の値と関連付けることが可能である。脱水曲線と吸水曲線で区別をするために、脱水曲線でのパラメータを  $A^D, B^D$ , 吸水曲線でのパラメータ  $A^W, B^W$  とする。本研究では式 (2.2) を主脱水吸水曲線として採用している。



### 2.4.3 ヒステリシス表現モデル

上記のように実験により求めた  $s \sim S_r$  関係から、主脱水吸水曲線を数式化することが可能である。しかし実際の  $s \sim S_r$  関係は主脱吸水曲線の任意の点において存在し、何らかのサクシオン増加(減少)を受けた地盤試料は主脱吸水曲線の内部を飽和度が減少(増加)する方向に移動し、図-2.13のようにサクシオン値に応じた特定の飽和度に到達する。

すなわち、現在の水分特性曲線の内部の  $s \sim S_r$  関係は、過去の  $s \sim S_r$  関係に強く影響を受け、明らかに履歴依存性(ヒステリシス)があることがわかる。

不飽和構成モデルと浸透モデル、およびそれらを連立させる過程において主脱吸水曲線内部の任意の点における走査線を定式化することは非常に重要である。さらに各方程式は飽和度(もしくはサクシオン)の時間微分項を有するため、関数は滑らかであり、特異点を持たない連続関数であることが要請される。

河井ら<sup>19)</sup>は杉井、宇野<sup>18)</sup>によって提案された水分特性曲線モデルを用い、主脱吸水曲線内部のヒステリシス表現が可能な水分特性曲線モデルを提案している。

#### 1) 脱水過程

脱水過程では、任意のサクシオン、飽和度  $(s_1, S_{r1})$  を通過する脱水曲線は  $s \rightarrow \infty$  で必ず限界含水比  $w_c$  に収束し、間隙比の影響を無視すれば  $s \rightarrow \infty$  で収束する飽和度は  $S_{rc} = G_s w_c / e$  となる。この式を満足する  $S_{rf}^*$  は

$$\frac{S_{r1} - S_{rc}}{S_{rf}^* - S_{rc}} = \frac{1}{1 + \exp(A^D + B^D \log_e s_1)} \quad (2.33)$$

となる。これによって求めた  $S_{rf}^*$  を用いれば任意の  $(s_1, S_{r1})$  における脱水曲線を

$$S_r = \frac{S_{rf}^* - S_{rc}}{1 + \exp(A^D + B^D \log_e s_1)} + S_{rc} \quad (2.34)$$

と定義できる(図-2.14)。

#### 2) 吸水過程

吸水過程では任意のサクシオン、飽和度  $(s_1, S_{r1})$  を通過する吸水曲線は  $s \rightarrow \infty$  での収束飽和度が一定にならず、脱水曲線とは違い  $S_{ra}$  と  $S_{rf}$  の2つのパラメータを決める必要がある。 $S_{ra}$  と  $S_{rf}$  の関係を次式で与える。

$$\frac{S_{ra} - S_{rc}}{1 - S_{rc}} = \frac{S_{rf} - S_{rfc}}{1 - S_{rfc}} \quad (2.35)$$

$$S_{rf}(S_{ra}) = \frac{(1 - S_{rfc})(S_{ra} - S_{rc})}{1 - S_{rc}} + S_{rfc} \quad (2.36)$$

ここで、 $S_{rfc}$  は  $s \rightarrow \infty$  の収束飽和度を限界飽和度とする吸水曲線において  $s=0$  を示す飽和度である。この時、吸水曲線は最も乾燥側の吸水曲線となり、この吸水曲線より下の飽和度は定義できない。この吸水曲線を求めることはできないが、実際の吸水曲線から得られた  $S_{ra1}$  と  $S_{rf1}$  を式 (2.35) に代入することにより

$$S_{rfc} = \frac{S_{rf1} - S_{ra1} + S_{rc} - S_{rf1}S_{rc}}{1 - S_{ra1}} \quad (2.37)$$

と定義できる。さらに、

$$\frac{S_{r1} - S_{ra}}{S_{rf}(S_{ra}^*) - S_{ra}^*} = \frac{1}{1 + \exp(A^W + B^W \log_e s_1)} \quad (2.38)$$

式 (2.38) を満足する  $S_{ra}^*$  を求めればよい。

以上から任意の  $(s_1, S_{r1})$  における脱水吸水曲線を求めることができ、時間増分後のサクシオン（飽和度）から飽和度（サクシオン）を算出することが可能になる（図-2.15）。

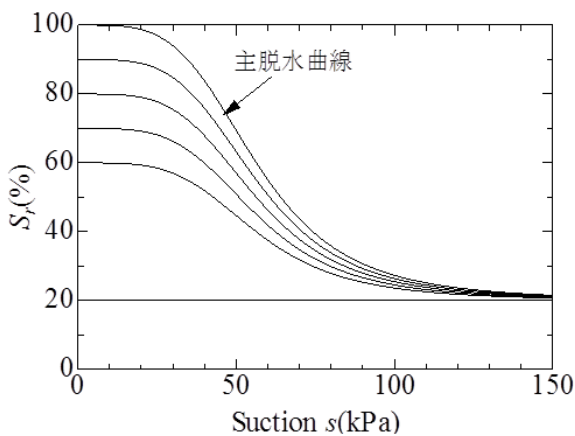


図-2.14 脱水曲線

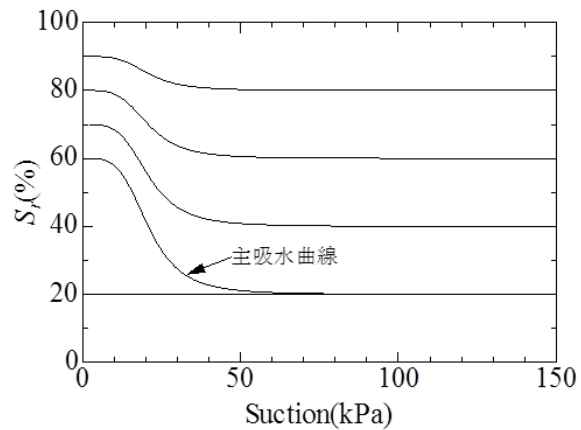


図-2.15 吸水曲線

参考文献

- 1) Terzaghi, K.: The shearing resistance of saturated soils, Proc. 1<sup>th</sup> ICSMFE, Vol.1, pp. 54-56, 1961.
- 2) Bishop, A. W. and Donald, I. B.: The experimental study of effective stress in partly saturated soil in the triaxial apparatus, Proc. 5<sup>th</sup> ICSMFE, Vol.1, pp.13-21, 1961.
- 3) Bishop, A. W. and Donald, I. B.: The principal of effective stress, Norwegian Geotechnical Institute, No.32, pp.1-5, 1960.
- 4) 軽部大蔵, 加藤正司, 浜田耕一, 本田道識: 不飽和土の間隙水の状態と土解の力学的挙動の関係について, 応用力学論文集, No.535, III-34, pp.83-92, 1996.
- 5) 加藤正司, 軽部大蔵, 本田道識, 藤原照幸: 不飽和土の圧縮特性に及ぼす間隙水分布の影響に関する研究, 応用力学論文集, No.544, III-37, pp.57-69, 1996.
- 6) 軽部大蔵, 浜田耕一, 加藤正司, 鶴ヶ崎和博: 不飽和土のせん断挙動と間隙水の状態の関係について, 応用力学論文集, No.575, III-40, pp.49-58, 1997.
- 7) 河井克之, 軽部大蔵, 嘉戸善胤, 加藤正司: 不飽和土の排水三軸圧縮試験における変形強度特性および水分特性, 土木学会論文集, No.715, III-60, pp.287-296, 2002.
- 8) Henkel, D.J.: The relationships between the effective stress and water content in saturated clays, Geotechnique, Vol.13, pp41-54, 1960.
- 9) Ohta, H. and Hata, S.: A theoretical study of the stress-strain relations for clays, Soil and Foundations, Vol. 11, No.3, pp.65-90, 1971.
- 10) 柴田徹: 粘土のダイラタンシーについて, 京都大学防災研究所年報, Vol.6, pp. 128-134, 1963.
- 11) 軽部大蔵, 栗原則夫: 繰り返し粘土のダイレイタンシーとせん断強度について, 土木学会論文報告集, No.135, pp.16-24, 1966.
- 12) Ohta, H. and Sekiguchi, H.: Constitutive equations considering anisotropy and stress reorientation in clay, Proc. 3<sup>rd</sup> Int. Conf on Num. Method in Geomech., Vol.1, Aachen, pp.475-484, 1979.
- 13) Schofield, A. N. and Worth, C.P.: Critical state soil mechanics, London McGraw-Hill. 1968.
- 14) 加藤正司: 締固めた粘性土の等方応力条件下におけるコラプス時の変形特性とコラプス後のせん断特性, 土木学会論文集, No.596, III-43, pp.271-281, 1998.
- 15) 大野進太郎, 河井克之, 橘伸也: 有効飽和度を剛性に関する状態量とした不飽和土の弾塑性構成モデル, 土木学会論文集 C, Vol.63-4, pp.1132-1141, 2007.
- 16) Leji, F.J., van Genuchten, M. Th. and Williams, J.R.: The UNSODA unsaturated soil

hydraulic database. US Environmental Protection Agency, USA, 1996.

- 17) Van Genuchten, M. Th. : A closed-form equation for predicting hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Science Society American Journal, Vol.44, pp.892-898, 1980.
- 18) 杉井俊夫, 宇野尚雄 : 新しい水分特性曲線のモデル化について, 土木学会第 50 回年次学術講演会概要集, pp.130-131, 1995.
- 19) 河井克之, 汪偉川, 飯塚敦 : 既存の不飽和度構成モデルの解釈及び水分特性曲線ヒステリシスを考慮したモデルの一般的な表現方法, 応用力学論文集, Vol.7, pp.505-513, 2004.

### 第3章 間隙中の流体の運動

本章では地盤内の流体（間隙水，間隙空気，溶解物質）の運動について整理し，記述する．さらに，既存の地盤内の流体の運動について述べ，支配方程式を示し，解析手法，理論の発展について説明する．

#### 3.1 地盤内の物質移動現象

水溶性物質が地中水とともに地盤内を移動する挙動は時間，空間を独立変数として2つの現象に大別できる．

地盤間隙中の流体は，空間内の全水頭（圧力ポテンシャルと位置ポテンシャルの和）のばらつきにより，「移流現象」が生じる．

さらに，空間にその濃度が分布している溶解物質の移動には，そのばらつきを均一化しようとする「分散現象」が移流現象と同時に生じる．図-3.1, 2に移流現象，分散現象の概念図を示す．

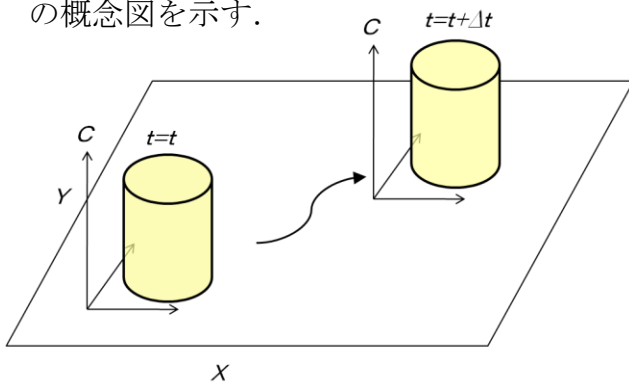


図-3.1 移流現象概念図

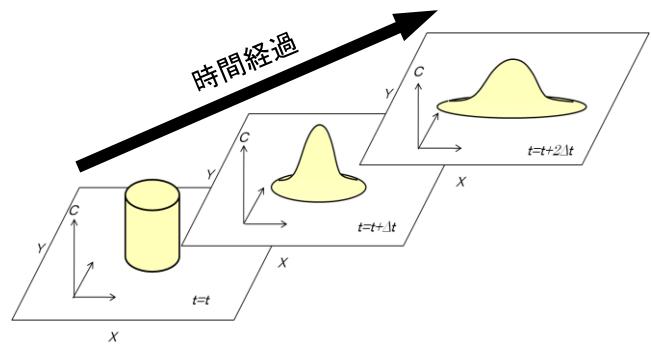


図-3.2 分散現象概念図

#### 3.2 移流現象 (advection)

##### 3.2.1 ダルシー則<sup>1)</sup>

ダルシー (Darcy) は図-3.3のように間隙を水で飽和させた土試料の定水位透水試験を実施し，任意の地盤試料断面に換算した間隙水の時間排水量(Darcy 速度)は，地盤内の間隙水の全水頭（圧力水頭と位置水頭の和）の空間勾配（動水勾配）：

$$\frac{(h_2 + z) - (h_1 + z)}{L}$$

に定数を乗じたものによ

って定義できるとして，一次元流れに関し

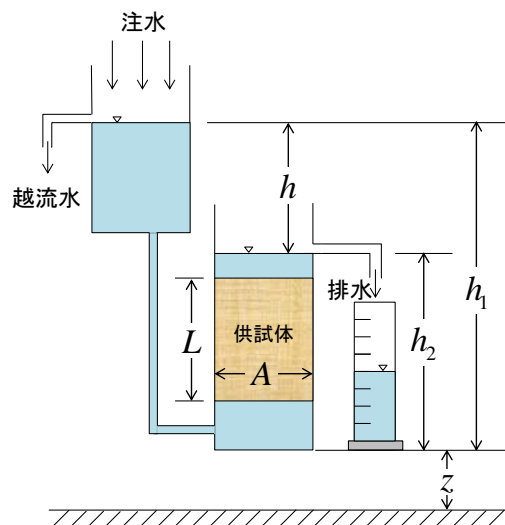


図-3.3 Darcy<sup>1)</sup>による定水位透水試験

て、

$$\tilde{v}_f = -k \frac{h_2 - h_1}{L} \tag{3.1}$$

とダルシー則を定義した。ここで  $\tilde{v}_f$  : 鉛直方向ダルシー速度,  $k$  : 鉛直方向飽和透水係数。式 (3.1) は多次元に関しても拡張可能であり, 一般的なダルシー速度は,

$$\tilde{v}_{f_i} = -k_{w_{ij}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \tag{3.2}$$

で定義される。ここで  $\tilde{v}_{f_i}$  : ダルシー速度ベクトル,  $k_{w_{ij}}$  : 飽和透水係数テンソル,  $h$  : 全水頭。

Bear は運動量保存則により Darcy 則が理論的に導出できることを示している<sup>2)</sup>。

さらに, Cregar は様々な粒径を持つ試料に関して透水試験を実施し,  $D_{20}$  粒径 (体積通過百分率の 20% 粒径) と透水係数の関係を図-3.4<sup>3)</sup> のように, 示している。

また, 久保田ら<sup>4)</sup>, 最上<sup>5)</sup>, Taylor<sup>6)</sup> は粒径や間隙比などから飽和度の透水係数を算出する方法をまとめている。

図-3.5 に示すように, 実際の間隙中の溶液速度  $v_{f_i}$  とダルシー速度  $\tilde{v}_{f_i}$  には, 体積含水率  $\theta (= nS_r)$  を介して,

$$\tilde{v}_{f_i} = \theta v_{f_i} = nS_r v_{f_i} \tag{3.3}$$

なる関係がある。ここで,  $n$  : 間隙率,  $S_r$  : 飽和度。

また, 全水頭は圧力水頭と位置水頭の和であり, 以下の式で示される。

$$h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \Omega \tag{3.4}$$

ここで,  $p_f$  : 間隙水圧,  $\rho_w$  : 純水密度,  $g$  : 重力加速度,  $\Omega$  : 位置水頭

$D_{20}$ (mm)	$k$ (m/s)	土質	$D_{20}$ (mm)	$k$ (m/s)	土質
0.005	$3.00 \times 10^{-8}$	粗粒粘土	0.18	$6.85 \times 10^{-5}$	細砂
0.01	$1.05 \times 10^{-7}$	細粒シルト	0.20	$8.90 \times 10^{-5}$	〃
0.02	$4.00 \times 10^{-7}$	粗粒シルト	0.25	$1.40 \times 10^{-4}$	〃
0.03	$8.50 \times 10^{-7}$	〃	0.30	$2.20 \times 10^{-4}$	中砂
0.04	$1.75 \times 10^{-6}$	〃	0.35	$3.20 \times 10^{-4}$	〃
0.05	$2.80 \times 10^{-6}$	微細砂	0.40	$4.50 \times 10^{-4}$	〃
0.06	$4.60 \times 10^{-6}$	〃	0.45	$5.80 \times 10^{-4}$	〃
0.07	$6.50 \times 10^{-6}$	〃	0.50	$7.50 \times 10^{-4}$	〃
0.08	$9.00 \times 10^{-6}$	〃	0.60	$1.10 \times 10^{-3}$	粗粒砂
0.09	$1.40 \times 10^{-5}$	〃	0.70	$1.60 \times 10^{-3}$	〃
0.10	$1.75 \times 10^{-5}$	細砂	0.80	$2.15 \times 10^{-3}$	〃
0.12	$2.6 \times 10^{-5}$	〃	0.90	$2.80 \times 10^{-3}$	〃
0.14	$3.8 \times 10^{-5}$	〃	1.00	$3.60 \times 10^{-3}$	〃
0.16	$3.1 \times 10^{-5}$	〃	2.00	$1.80 \times 10^{-2}$	細礫

図-3.4 クレーガーによる粒径-透水係数関係<sup>3)</sup>

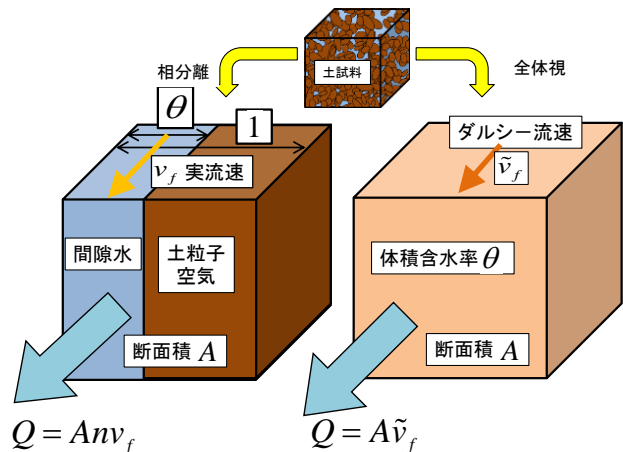


図-3.5 間隙流速とダルシー流速の関係

### 3.2.2 全水頭の整理

濃度，温度，圧力等によってその密度が時々刻々変化するような流体に対してダルシー則を定義する場合，その全水頭は純水と異なったものであることに注意する必要がある。

全水頭  $h$  は圧力水頭  $\psi = \frac{P_f}{\rho_w g}$ （間隙水圧を純水の単位体積重量で除したもの）と，位

置水頭  $\Omega = \frac{\rho_f g z}{\rho_w g}$ （位置エネルギーを純水の単位体積重量で除したもの）の和として表さ

れる．ここで  $\rho_f$ ：溶液密度， $z$ ：基準位置からの鉛直高さ．純水の密度は一定であるとした．

そのため，本研究のように，溶液は濃度によりその密度が変化する材料であると仮定すると，濃度の変化によって密度が変化し，地盤内に全水頭（ポテンシャル）勾配が発生し，結果的に，地盤内では濃度（密度）が均一になるまで常に移流が発生することになる．この現象について整理するため，以下に **1) 純水の全水頭**，**2) 密度均一物質の全水頭**，**3) 密度-濃度変化を持つ物質の全水頭**についてまとめる．

#### 1) 純水 ( $\rho_f = \rho_w$ ) の全水頭

図-3.6 のように供試体の下端から伸びたタンクの水位を A 点の高さまで上昇させると供試体内に動水勾配が発生せず，移流は生じない．このとき，供試体内の任意の高さの B 点の圧力水頭は A 点からの距離 ( $L-l$ )，位置水頭は B 点の基準高さ ( $l+Z$ ) で表され，領域内の全水頭は常に  $h = L+Z$  で保たれている．

この状態は，A 点に注水を行う，タンクの位置を上下させる等の要因によって境界条件を変化させない限り定常に保たれ，それらの要因によって供試体が大きく変形しない限り，変化するのは圧力水頭であることがわかる．

本研究で扱う問題は，いずれも大変形を起こすものではなく，様々な要因によって変化した全水頭値は圧力水頭の変化に起因するものとしている ( $d\Omega=0$ )．

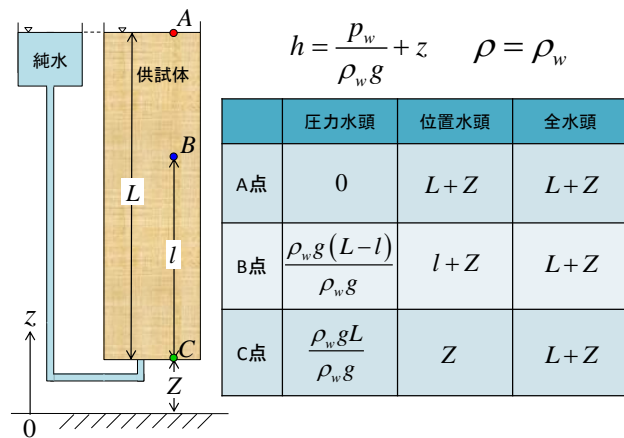


図-3.6 純水の全水頭分布

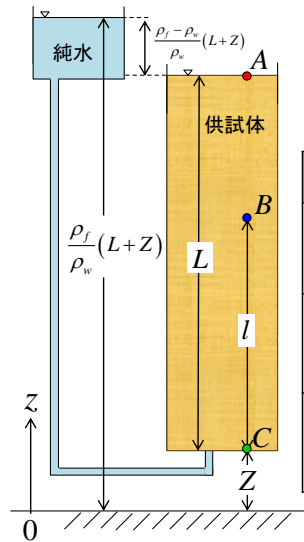
2) 密度均一物質 ( $\rho_f = \alpha\rho_w, \alpha = const.$ ) の全水頭

溶液の密度が純水の密度の定数倍の場合 (図-3.7 中では  $\alpha \geq 1$ )、溶液圧、位置エネルギーがそれぞれ溶液と純水の密度比の分だけ線形的に大きく/小さくなることわかる。

そのため、供試体の下端面における純水と溶液の圧力差を抑制するには、純水で満たされたタンクを密度比に応じた高さ  $\frac{\rho_f}{\rho_w}(L+Z)$  まで上昇/下降させる必要がある。

任意の高さ (B 点) の圧力水頭は  $\frac{\rho_f}{\rho_w}(L-l)$ 、位置水頭は  $\frac{\rho_f}{\rho_w}(l+Z)$  で表され、領域内の全水頭は  $h = \frac{\rho_f}{\rho_w}(L+Z)$  となる。

以上から、供試体の任意の水頭値は、純水を扱うケースと異なり、鉛直高さと密度比の関数となることがわかる。



$$h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \frac{\rho_f}{\rho_w} z \quad \begin{matrix} \rho_f = \alpha\rho_w \\ \alpha = const. \end{matrix}$$

	圧力水頭	位置水頭	全水頭
A点	0	$\frac{\rho_f}{\rho_w}(L+Z)$	$\frac{\rho_f}{\rho_w}(L+Z)$
B点	$\frac{\rho_f g(L-l)}{\rho_w g}$	$\frac{\rho_f}{\rho_w}(l+Z)$	$\frac{\rho_f}{\rho_w}(L+Z)$
C点	$\frac{\rho_f gL}{\rho_w g}$	$\frac{\rho_f}{\rho_w}Z$	$\frac{\rho_f}{\rho_w}(L+Z)$

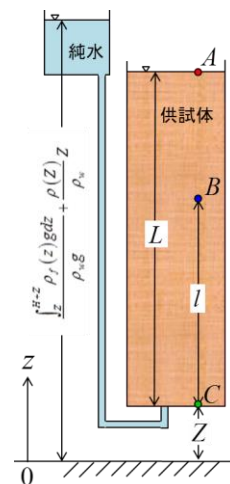
図-3.7 密度均一物質の全水頭分布

3) 密度-濃度変化を有する溶液 ( $\rho_f = c(z)\rho_w$ ) の全水頭

図-3.8 に密度-濃度変化を有する物質の全水頭分布を示す。溶液の密度が濃度  $c$  の関数

( $\rho_f = c(z)\rho_w$ ) であり、密度が時間・空間を独立変数として逐次変化する場合、初期に供試体内に濃度分布  $c(z)$  が存在すると、供試体内部で発生する密度差に伴い、動水勾配が発生し、移流が発生する (初期に濃度分布が生じていないとすると問題は2) に帰着)。

任意の微小高さ  $dz$  が生じさ



$$h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \frac{\rho_f(z)}{\rho_w} z \quad \rho_f(z) = c(z)\rho_w$$

	圧力水頭	位置水頭	全水頭
A点	0	$\frac{\rho_f(L+Z)}{\rho_w}(L+Z)$	$\frac{\rho_f(L+Z)}{\rho_w}(L+Z)$
B点	$\frac{\int_{l+Z}^{L+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g}$	$\frac{\rho_f(l+Z)}{\rho_w}(l+Z)$	$\frac{\int_{l+Z}^{L+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g} + \frac{\rho_f(l+Z)}{\rho_w}(l+Z)$
C点	$\frac{\int_Z^{L+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g}$	$\frac{\rho_f(Z)}{\rho_w}Z$	$\frac{\int_Z^{L+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g} + \frac{\rho_f(Z)}{\rho_w}Z$

図-3.8 密度-濃度変化を有する物質の全水頭分布



第3章 間隙中の流体の運動

せる間隙圧力は  $\rho_f g dz$  であり、任意の高さ (B 点) の圧力水頭は微小領域における圧力

を A-B 点間で足し合わせることになり、 $\frac{\int_{l+Z}^{H+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g}$  となる。また位置水頭は鉛直高さ

における密度 (濃度) の関数として  $\frac{\rho_f(l+Z)}{\rho_w}(l+Z)$  と表され、任意の高さの全水頭は

$$h = \frac{\int_{l+Z}^{H+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g} + \frac{\rho_f(l+Z)}{\rho_w}(l+Z)$$

となる。全水頭値は明らかに  $z$  の関数であり、動水

勾配  $\frac{\partial h}{\partial z}$  は 0 にならず、空間内には濃度分布によって常に移流が生じ、2) の状態になる

までその運動は終息しないことがわかる。

また、供試体の下端面における純水と溶液の圧力差を抑制するには、純水で満たされ

たタンクを時間的に変化する密度に応じた高さ  $\frac{\int_z^{H+Z} \rho_f(z) g dz}{\rho_w g} + \frac{\rho_f(Z)}{\rho_w} Z$  に常に移動させる

必要があることがわかる。

さらに、多次元的な場を考えた場合、同一高さであっても濃度に起因する密度のばらつきにより圧力水頭、位置水頭が異なるため、領域内では空間的に濃度が均一になるまで移流が続くことになる。純水と溶液の移流 (ダルシー) 速度の違いの概念図を 図-3.9 に示す。

以上のように、溶液の密度変化によって水頭値が変化し、移流が発生する現象は「密度流」と呼ばれる。密度が濃度や温度などの状態変数によって規定される場合、密度流の問題は「浸透」の問題と「状態変化 (本研究で扱う溶解物質は濃度のばらつきを均一化しようとする分散現象が同時に生じる)」の問題を二重に連成させる必要が生じる。

密度流の問題は、①密度が異なる複数の流体の界面の運動を表す際や、②湖沼などで密度が大きい淡水 (温度が 4°C に近いもの) が底面に潜り込む運動の表現や、③沿岸部における塩水くさび (陸地に海水が楔状に浸透する現象) 問題を表現する際に必要となる。

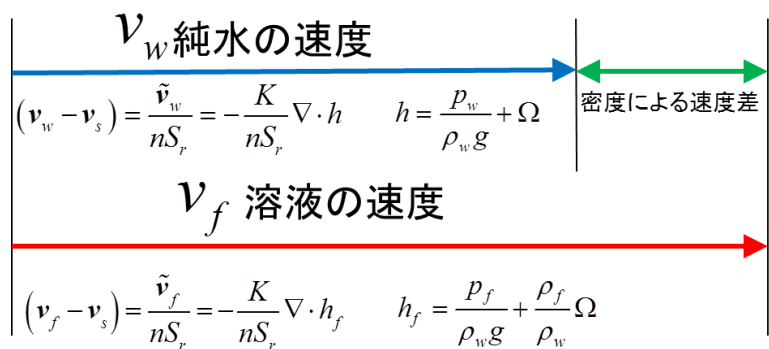


図-3.9 純水と溶液の移流速度

### 3.2.3 不飽和地盤中の浸透特性

地盤は不飽和化により透水性が減少することが知られている。不飽和地盤中の透水性は、土の強度にサクション応力として間接的に関わるだけでなく、植物の生育や、地盤構造物への浸透など、様々な現象に影響を及ぼす非常に重要な物性である。

現在、杉井ら<sup>7),8)</sup>、竹下、森井<sup>9)</sup>、竹下ら<sup>10)</sup>などがその現場計測手法・推定技術の開発を進めているが、一般的に、連続的に変化する飽和度の変化を忠実に追いながら透水係数を計測するには、非常に高い技術と労力が必要とされている。そのため、任意の飽和度における不飽和透水係数  $k_w$  は、地盤中の孔隙の連結性や屈曲度などの微視構造をモデル化し、離散的に得られたデータの内挿関数として表される。

Mualem<sup>11)</sup> は地盤中に分布する間隙径のばらつきを、図-3.10 に示す管径の異なる2種類の管連結モデルとして表した。また管径  $r$  と経路長  $l$  の関係には、

$$l_1/l_2 = r_1/r_2 \quad (3.5)$$

なる関係式を適用している。式(3.5)に、間隙径の分布関数、隣接する管同士の間隙連結する確率、管の屈曲の補正関数などを適用し、飽和時に対する不飽和時の透水性を示す指標である比透水係数  $k_{rw}$  を、有効飽和度  $S_e$  とサクションの関係式として

$$K_{rw} = \frac{k_{uw}}{k_w} = S_e^l \left[ \frac{\int_0^{S_e} \frac{1}{s} dS_e}{\int_0^1 \frac{1}{s} dS_e} \right]^2 \quad (3.6)$$

としている。ここで  $k_w$  : 飽和透水係数、 $l$  : 物性パラメータ。

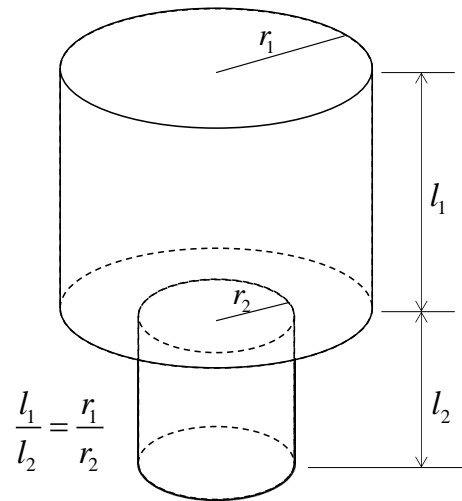


図-3.10 Mualemの透水間隙モデル<sup>11)</sup>

Mualem は、この式をもとにいくつかの土試料についてその適用性を検証し、経験的に  $l=1/2$  としている。

Van Genuchten<sup>12)</sup> は、式(3.6)に自身が提案した水分特性曲線、式(2.31)を適用し、

$$K_{rw} = S_e^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - (1 - S_e^{\frac{1}{m}})^m \right\}^2 \quad (3.7)$$

として、不飽和透水係数を有効飽和度の関数として表せるとしている。ここで、 $m$  : モーレム乗数 ( $0 \leq m \leq 1$ )。

不飽和透水係数の理論およびその発展については小杉、取出<sup>13)</sup>、坂井<sup>14)</sup>などが議論している。

3.2.4 空気に関するダルシー則の適用

Muskat<sup>15)</sup>によると、多孔質媒体中の水平一次元流体流れにはダルシー則が適用でき、その速度は密度に関係なく、

$$v_{\alpha} = -\frac{k_k}{\eta_{\alpha}} \frac{\partial p_{\alpha}}{\partial x} \tag{3.8}$$

と表すことができるとしている。ここで、 $k_k$ ：固有透過度、 $\eta_{\alpha}$ ：流体の粘性係数、 $p_{\alpha}$ ：流体圧力。

宇野ら<sup>16)</sup>は、この考えを間隙空気に関しても適用している。間隙水、間隙空気に関して式(3.8)を記述すると、

$$\tilde{v}_w = -\frac{k_k}{\eta_w} \frac{\partial p_w}{\partial x} = -\frac{k_k}{\eta_w} \frac{\partial \rho_w g h}{\partial x} = -\frac{\rho_w g k_k}{\eta_w} \frac{\partial h}{\partial x} = -k_w \frac{\partial h}{\partial x} \tag{3.9}$$

$$\tilde{v}_a = -\frac{k_k}{\eta_a} \frac{\partial p_a}{\partial x} = -\frac{k_k}{\eta_a} \frac{\partial \rho_a g h_a}{\partial x} = -\frac{\rho_a g k_k}{\eta_a} \frac{\partial h_a}{\partial x} = -k_a \frac{\partial h_a}{\partial x} \tag{3.10}$$

ここで、 $\rho_a$ ：空気密度、 $k_a$ ：飽和透気係数 ( $S_r = S_{rc}$ における透気係数)、 $h_a$ ：空気圧力水頭 (空気圧を純水の単位体積重量で除し、水頭に換算した値)。また添え字  $w, a$  は水、空気を示す。式(3.9)、(3.10)を比較すると飽和透水係数と飽和透気係数の間には、

$$\frac{k_a}{k_w} = \frac{\frac{\rho_w g k_k}{\eta_a}}{\frac{\rho_w g k_k}{\eta_w}} = \frac{\eta_w}{\eta_a} \tag{3.11}$$

なる関係があることがわかる<sup>16)</sup>。また、地球上の一般的な温度下における粘性係数の比は、 $\eta_w/\eta_a = 104.8(0^{\circ}\text{C})$ 、 $48.9(25^{\circ}\text{C})$ である<sup>17)</sup>。

図-3.11はガラスビーズ、豊浦砂について計測された飽和透水透気係数のプロットである。飽和透気係数は飽和透水係数の50~100倍の範囲内に収まっている。以上の事実から、飽和透気係数は飽和透水係数に比べて2桁程度大きくなることわかる。

また、Lenhead, Paker<sup>18)</sup>は、比透気係数をMaulemが用いた間隙モデル<sup>11)</sup>を用いて表している。空気に関しても図-3.10の口径の異なる2つの管が連結したモデルを用い、

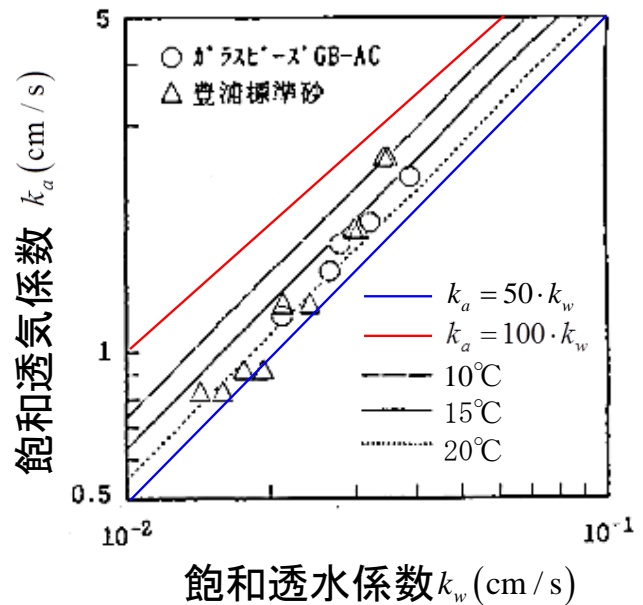


図-3.11 飽和透水-透気係数関係<sup>16)</sup>

比透気係数  $k_{ra}$  をサクシヨン，有効飽和度によって記述すると，

$$K_{ra} = \frac{k_{ua}}{k_a} = (1 - S_e)^l \left[ \frac{\int_{S_e}^1 \frac{1}{s} dS_e}{\int_0^1 \frac{1}{s} dS_e} \right]^2 \quad (3.12)$$

と書ける．ここで， $K_a$ ：不飽和透気係数．式 (3.12) 右辺に式 (2.31) を代入し，式 (3.12) の物性パラメータ  $l=1/2$ ：として整理すると，

$$K_{ra} = (1 - S_e)^{\frac{1}{2}} (1 - S_e^{\frac{1}{m}})^{2m} \quad (3.13)$$

が得られる．

神谷ら<sup>19)</sup> は数種類の砂，シルト試料の吸排水過程における不飽和透気係数を計測し，式 (3.12) と比較を行うことで式 (3.13) の有用性を確認している．

また，比透水/透気係数は共に **Mualem** 定数を形状パラメータとする有効飽和度の関数である．**図-3.12** に **Mualem** 定数の値による有効飽和度-比透水/透気係数関係を示す．有効飽和度の減少（/増加）とともに比透水係数は減少（/増加）し，比透気係数は増加（/現象）することがわかる．また **Mualem** 定数は各曲線の曲率を表すパラメータであるが，特に比透水係数に関して，値の変化における関数の曲率変化が顕著であり，**Mualem** 定数が 0 に近づくほど，高飽和度領域において，飽和度変化に対する透水性の影響が敏感になることがわかる．

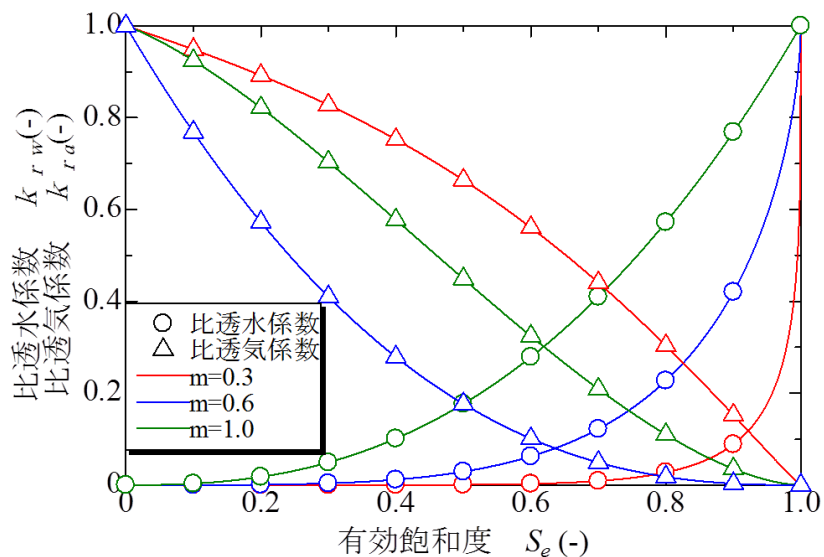


図-3.12 有効飽和度-比透水/透気係数関係

### 3.3 分散現象 (dispersion) <sup>20), 21)</sup>

溶解物質や温度などの特定の物理量が運動する際は、一定の秩序を保ちキャリアー（水や空気など）と同一の速度で運動を行おうとするが、例えば地盤のように多孔質媒体である物体中を流体が運動する際には、同質地盤を運動している場合であっても、キャリアーが選択する運動経路（経路長、経路幅、経路壁面とキャリアーの粘性、運動方向）や運動方向により、物質は空間的な広がりを持つ。また、たとえキャリアーが運動していない場合でも物体には空間的な圧力や密度、濃度、電位差、熱量を中心とした物理量を均一に保とうとする効果が働く（本研究ではキャリアーである溶液や空気が圧力や密度を均一化しようとする運動を移流現象として整理している）。本研究では溶解物質の移動現象のうち、空間内に生じている溶質の濃度差（物理量）を均一化しようとする効果（3.3.1）と、土粒子と流体界面の摩擦、間隙径の空間的分布、粒子配列等、溶液の運動経路選択により溶解物質が空間的に拡げられる効果（3.3.2）、運動方向の違いにより物質が一定の方向優先性を持って運動する現象（3.3.3）を合わせて、「分散現象」と定義し、以下に運動の詳細を示し、その記述手法を明らかにする。

#### 3.3.1 濃度差を均一化しようとする効果（拡散現象）

溶液中の溶解物質の分子には、ブラウン運動によってその濃度が均一化される作用が働き、濃度が空間的に広げられる現象（コップの中の真水にインクを落としたとき、インクの色素が同心円状に広がる）が生じる。この現象は分子拡散として定義され、フィックはある任意の断面から放出される物質質量（フラックス）は空間の濃度勾配に比例すると、拡散現象を以下の式（Fick's law of diffusion）によって定義した。

$$J_i = -D_{0ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \quad (3.14)$$

ここで  $J_i$  : 溶質の濃度フラックス,  $D_{0ij}$  : 分子拡散係数テンソル。

地盤のように多孔質体の拡散現象を考える際は、溶質の移動経路が土試料の溶液占有率  $nS_r$  から構成されていること、またその間隙は屈曲して（入り組んで）おり、その割合を示す指標である屈曲率  $\tau = (l/l_e)^2$  を考慮すると、式 (3.2) は以下に書き換えられる。

$$J_{0i} = nS_r J_i = -\tau nS_r D_{0ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} = -nS_r D_{eij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \quad (3.15)$$

$J_{0i}$  : 系全体の濃度フラックス,  $l$  : 二点間距離,  $l_e$  : 二点間経路.  $D_{eij}$  : 有効拡散係数。

### 3.3.2 溶液の経路選択により物質が空間的に拡げられる効果

土試料は多孔質媒体であり，その間隙の微細構造，粒子配列によって溶液の運動経路は様々に選択される。

土粒子の間隙を拡大し，ミクロな立場で土試料を観察すると図-3.13 のようになり，間隙中を流れる溶液の運動は管系を流れる粘性流体の運動に近似できることがわかる。土粒子との界面となる間隙壁付近の溶液は間隙壁からの摩擦を受け，管内部と比べその速度は減少する。管状の壁面中を流れる流速は間隙中心を原点として二次曲線状に分布し<sup>2)</sup>，間隙中の平均流速は，領域速度の積分値を断面積で除したものになるため，その速度は間隙中央の最大流速に比べて減少し，間隙中で流速分布が発生する。

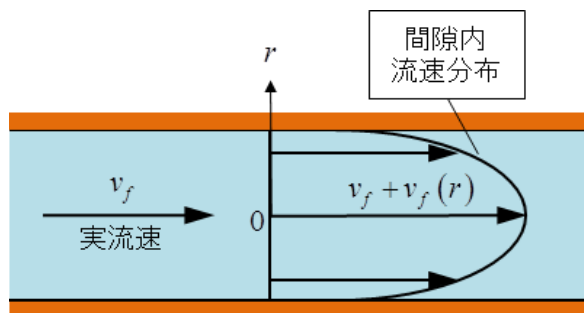


図-3.13 間隙中の流速分布

単一の間隙における流体の運動を観察すると，土試料の間隙は曲率や径の異なる様々な土粒子によって構成されており，図-3.14 のように流路幅が空間的に分布している。単一の径を流れる流量は常に等しいことを考えると，間隙断面のばらつきにより細い流路ほど溶液速度は速く，太い経路では流路が遅くなり，流速分布が生じる。

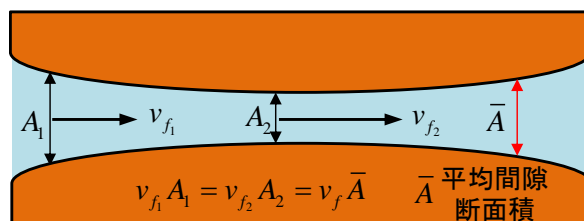


図-3.14 間隙径による流速変化

また，土粒子骨格に存在する流路に注目すると，それらは図-3.15 のように屈折しており，各所において分岐や合流，回り込みが存在し，同じ2点間の運動においても複数の経路が存在することがわかる。土試料全体で考えると経路の選択は無数にあり，溶液が選択する流路によって溶質の濃度は空間的に拡げられることがわかる。

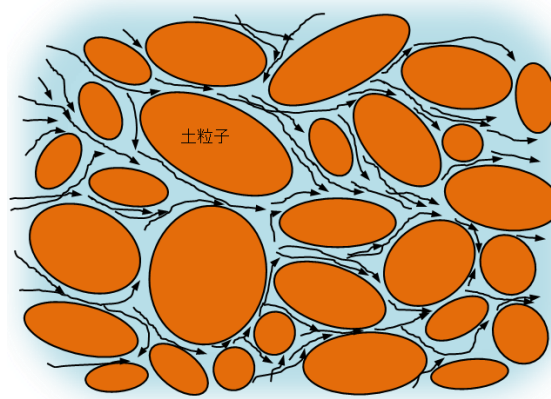


図-3.15 間隙中を流れる水の流れ

### 3.3.3 運動方向の違いにより物質が方向優先性を持って運動する現象

構造が空間的に均一であるようなスケールで物質の運動を観察した場合、空間的に物質の濃度分布が拡げられる現象は拡散現象に見立てて考えることが可能である。拡散現象において系全体が流れを持って運動している場合、流れの生じている方向には優先的に物理量が広がっていく様子が観察される。同様に地下水全体に方向を有する流れが生じていた場合、溶解物質が広がっていく領域は流れの方向に卓越し、流れに垂直な向きには小さいことが考えられる。この地下水流れの方向に広がっていく量は縦分散長  $\alpha_L$ 、物質が流れの垂直方向にぶれて流れていく距離は横分散長  $\alpha_T$  として整理され、一般的に各分散長は観察スケール依存性があり、移動距離の 1/10 程度、横分散長は縦分散長の 1/100~1/10 の値をとるとされている。

その他、地盤の不均一性に起因する透水性の空間的な分布に従って分散運動が変化することが考えられるが、本研究で扱う分散現象はあくまで均一であると近似できる領域においてモデル化を行うことを考えており（例えば室内実験、土槽実験で再現可能なもの）、現場スケールにおける領域全体の不均一の考慮は（透水係数に空間的な分布を持たせるのと同様に）異種材料の集合として扱い、上記 3.3.1~3 の効果により溶解物質は地盤内で空間的に広げられると考える。

各移動過程におけるメカニズムは理解されているものの、土試料自体が不均一な物質であり、特に間隙径、移動経路などは定量的な評価が非常に難しく定量的な評価に繋がられていないのが現状である。また、3.3.1~3 の各現象の重ね合せとして系全体の現象をとらえようにも、上記の物理現象は地盤内で同時に複合的に生じてしまっている。

Bear<sup>2)</sup> がこれらの現象を区別して表現する具体式として、

$$D_{ij} = \alpha_T \sqrt{v_{f_i} v_{f_j}} \delta_{ij} + (\alpha_L - \alpha_T) \frac{v_{f_i} v_{f_j}}{\sqrt{v_{f_i} v_{f_j}}} + D_m \tau \delta_{ij} \quad (3.16)$$

を提案しており、種々の試験によりその測定手法が提案されてはいるが、現象全体を定量的に評価する指標は十分に確立されているわけではない。そのため、本研究では、同時に生じているこれらの各事象を分離して取り扱うことは非常に困難であると考え、

3.3.1~3 の運動効果を合成し、地盤試料全体で観察される物質の濃度分布が拡げられる現象を「分散現象」として捉えることとする。間隙水中の分散係数テンソルを  $D_{ij}$  とすると、分散フラックスは、フィックの拡散現象と同様の発想が系全体において可能であり、

$$J_{0_i} = nS_r J_i = -nS_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} = nS_r c (v_{c_i} - v_{f_i}) \quad (3.17)$$

を与えることができる。

また溶解物質が間隙中を移動する際に土粒子へ取り込まれ物質の濃度低下をもたら

す吸着効果や、物質と土粒子電気、親和性などの効果によりその流れが溶液に対して遅くなる遅延効果については、各事象に関して、恣意的に分散係数の減少、濃度の低下関数をケースごとに想定することで対処を行う。

図-3.16 に各相の速度をまとめる。固相を基準に成り立っており通常は変形がないとして無視される。純水、溶液の速度はダルシー則によって定義され、透水係数に各ポテンシャルの勾配が乗じたものとして定義され、連続条件式を解くことによりその速度が決定される。

また溶解物質の速度は、ダルシー速度によって定義される溶液の移流速度にフィック則に従い発揮される速度を足し合わせたものになり、後述する移流分散方程式をもとにその速度が決定される。

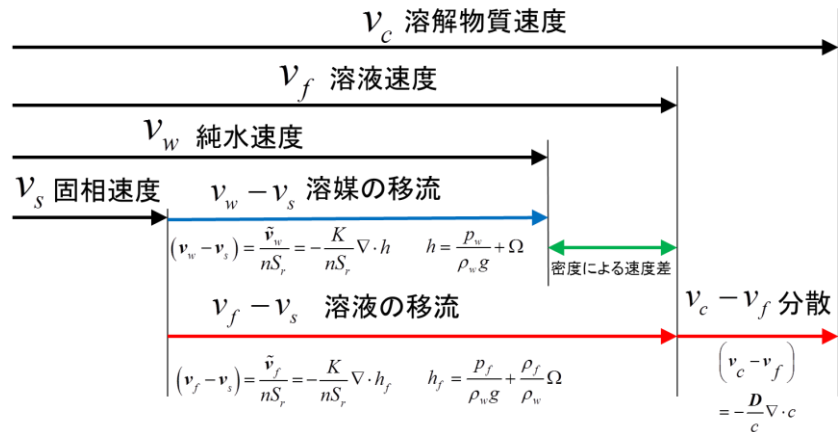


図-3.16 速度定義の整理



### 3.4 現在までの連続条件式，移流分散方程式

#### 3.4.1 既存の連続条件式

赤井ら<sup>24)</sup>は Richards<sup>25)</sup>が示した飽和地盤の水の質量保存則に，ダルシー則を適用し，適応領域を不飽和地盤に拡大した土と水の連続条件式を表している．

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w k_{uw_{ij}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (n S_r \rho_w) \quad (3.18)$$

式 (3.18) 左辺は空間を移動した流量の空間勾配を，右辺は微小空間における純水の時間変化量を表している．式 (3.18) にチェーンルールを適用し，純水密度，間隙率，飽和度はサクシヨンのみの関数であると仮定  $\left( \frac{\partial(\quad)}{\partial s} \rightarrow \frac{d(\quad)}{ds} \right)$  し，

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w k_{uw_{ij}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = \left( n S_r \frac{d\rho_w}{ds} + \rho_w S_r \frac{dn}{ds} + \rho_w n \frac{dS_r}{ds} \right) \frac{\partial s}{\partial t} \quad (3.19)$$

を導出している．式 (3.19) の右辺第1項は水の圧縮性を示す項である．多くの場合水の圧縮性は非常に小さいとして無視される．第3項には水分特性曲線の勾配を表す項が存在し，式 (3.19) は不飽和領域に関しても適用できることを示している．

第2項は土の変形を考慮可能な項である．赤井らは Biot<sup>26)</sup>の方程式などを適用することにより，変形と水の相互作用を取り扱うことが可能になると述べている．しかし，2章で示したように，間隙率の変化（土の変形）はサクシヨンのみの関数ではなく，原位置での有効応力，降伏関数などと強く依存するものである（例えば (2.30)）．本研究では浸透-変形の間係を精緻に表現するため，式 (3.19) のような仮定を設けず，支配方程式導出は各変数の時間微分を直接扱い，4章5節などで有限要素法に適用している．

ここで水の圧縮性を無視 ( $d\rho_w = 0$ ) し，変形を無視した浸透の問題に限定して式 (3.19) を整理するため，右辺第2, 3項に比貯留係数，比水分容量を導入すると，

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( k_{uw_{ij}} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = (\alpha S_s + C(\theta)) \frac{\partial s}{\partial t} \quad (3.20)$$

ここで， $\alpha$  : 飽和不飽和判定フラグ ( $S_r = 1 \rightarrow \alpha = 1, S_r < 1 \rightarrow \alpha = 0$ )， $\frac{dn}{ds} = S_s$  : 比貯留

係数， $n \frac{dS_r}{ds} = \frac{dnS_r}{ds} = C(\theta)$  : 比水分容量．

比貯留係数，比水分容量はそれぞれ飽和時，不飽和時の貯留量を表している．比貯留係数は試料ごとに計測が行われ，具体的な値も提案されている<sup>27)</sup>．

河野ら<sup>28)</sup>西垣ら<sup>29)</sup>は式 (3.20) を拡張し，密度依存を考慮した飽和-不飽和浸透方程式を以下のように表している．

$$\rho_w n S_r \gamma \frac{\partial c}{\partial t} + \rho_f \{ \alpha S_s + C(\theta) \} \frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_f k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \quad (3.21)$$

ここで、 $\gamma$  : 溶媒に対する溶質の溶解量,  $c$  : 濃度. 溶液と純水の密度は, 密度比, 濃度を介して,

$$\rho_f = (1 + \gamma c) \rho_w \quad (3.22)$$

で表される. 式 (3.22) より密度が濃度依存しており, さらに式 (3.21) の左辺第1項には濃度の時間変化項が含まれている. そのため, 式 (3.21) を正確に解くには後述する移流分散方程式を2段階に連成させ解析を行う必要がある. また濃度による密度変化の影響が非常に小さく見積もられる場合 ( $\rho_f \doteq \rho_w$ ), 式 (3.21) は式 (3.20) に帰着し, 浸透と物質移動の問題を個別に扱うことができる.

### 3.4.2 既存の移流分散方程式<sup>29), 30)</sup>

式 (3.18) を溶解物質に関して考え, 溶解物質の質量として純水密度の  $c$  倍,  $\rho_w c$  が単位体積当たりの溶質の質量だと考えられる. 式 (3.18) において  $\rho_w \rightarrow \rho_w c$  とすると, 移流による物質移動は,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w c k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (n S_r \rho_w c_{ad}) \quad (3.23)$$

である. ここで,  $c_{ad}$  : 移流による濃度変化. さらに, 式 (3.17) を考慮すると, 分散による濃度変化は,

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w n S_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (n S_r \rho_w c_{dis}) \quad (3.24)$$

である. ここで,  $c_{dif}$  : 分散による濃度変化. 式 (3.23), (3.24) を足し合せると,

$$\frac{\partial}{\partial t} (n S_r \rho_w c) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w n S_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w c k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \quad (3.25)$$

式 (3.25) を展開し,

$$c \frac{\partial}{\partial t} (n S_r \rho_w) + n S_r \rho_w \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w n S_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \left[ c \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) + \left( \rho_w k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \frac{\partial c}{\partial x_i} \right] \quad (3.26)$$

式 (3.18) の連続条件式を代入すると, 式 (3.26) 左辺第1項, 右辺第2項は消え,

$$n S_r \rho_w \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w n S_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \left( \rho_w k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \frac{\partial c}{\partial x_i} \quad (3.27)$$

が得られる. 式 (3.27) は移流分散方程式である. さらに式 (3.27) に遅延係数  $R$ , 減衰係数  $\lambda$ , 源泉項  $Q_c$  を適用すると, それらを考慮した移流分散方程式は,

第3章 間隙中の流体の運動

$$R\rho_f n S_r \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_f n S_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \left( \rho_w k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \frac{\partial c}{\partial x_i} - n S_r \lambda R_c \quad (3.28)$$

と書ける.

3.5 移流分散方程式の解の不安定性について<sup>30)</sup>

移流分散方程式は、双曲型  $\frac{d\theta}{dt} = -\alpha \frac{d\theta}{dx}$  (移流) の偏微分方程式と放物型  $\frac{d\theta}{dt} = \beta \frac{d^2\theta}{dx^2}$  (分散) の偏微分方程式が合成された混合型の偏微分方程式である。そのため、方程式は移流が卓越する場合は双曲型、分散項が卓越する場合には放物型としての特徴を呈する。

混合型の方程式を取り扱う際、移流項が卓越する場では、空間分割や時間分割により解が不安定になることが知られている。これは、濃度の勾配が激しいところで、解が空間的に振動し、不当に高い値を示したり（オーバーシュート）、低い値を示したり（アンダーシュート）という形であらわれる。また、空間分割や時間分割が粗い場合、解が空間的に分散し、分散係数が大きくなったような解析結果となる（数値分散）。これらが発生させないために空間分割や時間分割の指標を考慮して解析メッシュを作成する必要がある。

3.5.1 空間分割（ペクレ数）に関して<sup>31), 32), 33), 34)</sup>

式 (3.27) が定常状態 ( $\frac{\partial c}{\partial t} = 0$ ) であるとする、移流分散方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho_w n S_r D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) + \left( \rho_w k_{uwij} \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \frac{\partial c}{\partial x_i} = 0 \Leftrightarrow v_{fi} \frac{\partial c}{\partial x_i} - D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_i} \frac{\partial c}{\partial x_j} = 0 \quad (3.29)$$

式 (3.29) を一次元問題として整理すると、

$$v_f \frac{dc}{dx} - D \frac{d^2c}{dx^2} = 0 \quad (3.30)$$

式 (3.30) において  $dc/dx = Q$  と置換す

ると、  $v_f Q - D \frac{dQ}{dx} = 0$  . 領域を

$0 \leq x \leq \bar{x} \rightarrow \iota$  , 境界条件を  $c(0) = 1(\bar{c}) = \bar{c}$  として定積分を行うと、

$$c(x) = 1 - \frac{\exp(v_f x/D) - 1}{\exp(v_f \bar{x}/D) - 1} \quad (3.31)$$

$$= 1 - \frac{\exp(Pe \cdot x/\bar{x}) - 1}{\exp(Pe) - 1}$$

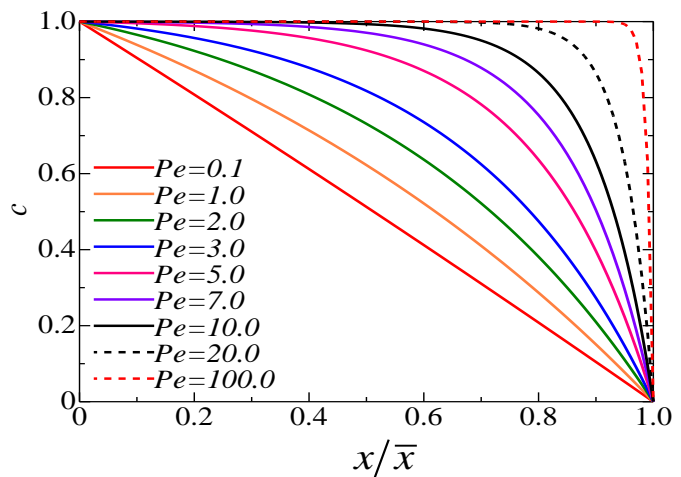


図-3.17 ペクレ数の違いによる空間濃度分布

ここで、 $Pe = \frac{v_f \bar{x}}{D} = \frac{v_f \Delta x}{D}$  : ペクレ数であり、図-3.17 に式 (3.31) をもとに領域における相対位置の濃度をペクレ数ごとに示す。ペクレ数が小さく分散が支配的な場では濃度勾配が均一化され  $c(x) = 1 - x/\bar{x}$  に漸近する。一方ペクレ数が大きく、移流が支配的になるに従い、式 (3.31) は  $x/\bar{x} = 1$  近傍でその勾配が急激に上昇する。この影響は有限要素法のように領域を離散的に扱い、領域  $0 \leq x \leq \bar{x}$  を一つの要素として整理する際、その補間関数、要素分割により近似精度に大きく影響を与える。一般的に  $Pe \geq 5$  で数値解が安定しなくなると言われており、この影響を軽減する手法として、①移流が卓越する場では領域分割  $\Delta x$  を十分細かく設定する（ペクレ数の低減を図る）。②内装関数に高次のものを用いる。③数値誤差を軽減するための数値安定手法（風上法、SUPG 法等）を導入する。などの手法が提案されている。

本研究では①の手法により数値解析の安定を図っている。また②の手法に関しては連成問題を扱う際、むやみに内挿関数の次数を上げ、要素内分割数を増加させることは計算効率の低下を招くため、考慮しないことにする。③に関しては要素分割数を上昇させることなく安定的な解を得ることができるという点で数値解析に有用であり、近年その手法がいくつか提案されている。次節ではその概略を記述する。

### 3.5.2 時間分割（クーラン数）に関して<sup>31), 32)</sup>

時間分割には、移流に対する指標と分散に対する指標がある。差分法によってそれぞれの現象を整理するときに定義される安定化のための数値指標があり、移流に対する指標は  $C_r$ （クーラン数）、分散に関する指標は  $d$ （拡散数）として、以下のように定義される。

一次元の移流方程式、

$$\frac{dc}{dt} = -v_f \frac{dc}{dx} \quad (3.32)$$

において差分法を適用する。移流は着目点より下流側で影響と強く受けるとし、差分領域を  $x, x - \Delta x$  とすると、

$$\frac{c_x^{t+\Delta t} - c_x^t}{\Delta t} = -v_f \frac{c_x^t - c_{x-\Delta x}^t}{\Delta x} \Leftrightarrow c_x^{t+\Delta t} = \left(1 - \frac{v_f \Delta t}{\Delta x}\right) c_x^t + \frac{v_f \Delta t}{\Delta x} c_{x-\Delta x}^t = (1 - C_r) c_x^t + C_r c_{x-\Delta x}^t \quad (3.33)$$

差分法において、解の安定性を満たすには、 $(1 - C_r), C_r \geq 0$  が要請される。

よって移流によって満たすべき条件は、

$$C_r = \frac{v_f \Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (3.34)$$

である。この条件は移流が支配的な場において厳しい条件となる。また一次元の分散方程式、

$$\frac{dc}{dt} = D \frac{d^2c}{dx^2} \tag{3.35}$$

において差分法を適用する。テイラー展開において2次の微分項まで考慮した、差分法を用いると式(3.35)は、

$$\begin{aligned} \frac{c_x^{t+\Delta t} - c_x^t}{\Delta t} &= D \frac{c_{x+\Delta x}^t - 2c_x^t + c_{x-\Delta x}^t}{\Delta x^2} \\ \Leftrightarrow c_x^{t+\Delta t} &= \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} c_{x+\Delta x}^t + \left(1 - 2\frac{D\Delta t}{\Delta x^2}\right) c_x^t + \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} c_{x-\Delta x}^t = dc_{x+\Delta x}^t + (1-2d)c_x^t + dc_{x-\Delta x}^t \end{aligned} \tag{3.36}$$

差分法において、解の安定性を満たすには、 $(1-2d), d \geq 0$ が要請される。

よって分散によって満たすべき条件は、

$$d = \frac{D\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{2} \tag{3.37}$$

この条件は、領域を要素分割する際時間刻みの2乗に比例して要素を分割する必要があることを示している。

### 3.6 移流分散方程式安定化手法

前節で述べたとおり、移流分散方程式はその強い非線形性から、移流が卓越する場において解が不安定になり振動・発散する。また、ガラーキン法に基づく離散化は差分法の中心差分に相当するため、ペクレ数の上昇による数値振動は避けられない。本節では空間離散化過程において、内挿関数や重みを変化させることによりそれらの影響を低減させる数学的手法について記述する。

#### 3.6.1 風上法<sup>31), 32), 33), 34)</sup>

定常状態の移流分散方程式(式(3.30))を再掲する。

$$v_f \frac{dc}{dx} - D \frac{d^2c}{dx^2} = 0 \tag{3.30}$$

移流方程式は点 $x$ の周辺において、

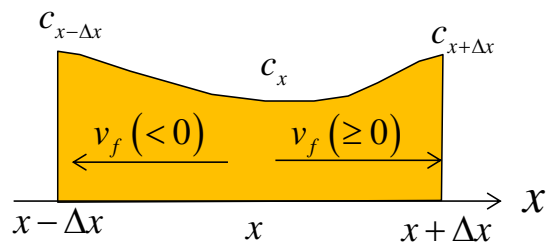


図-3.18 一次要素

$$v_f \frac{dc}{dx} = \begin{cases} v_f \frac{c_x - c_{x-\Delta x}}{\Delta x} (\text{後退差分}) \\ v_f \frac{c_{x+\Delta x} - c_x}{\Delta x} (\text{前進差分}) \\ v_f \frac{c_{x+\Delta x} - c_{x-\Delta x}}{2\Delta x} (\text{中心差分}) \end{cases} \quad (3.38)$$

の3つの一次精度を持つ差分形式が定義できる (図-3.18). 分散が卓越する場においては, 付近の濃度を平均したもの (中心差分) が用いられるが, 移流が卓越する場においては, 物質が場の流れに乗って運ばれることを考慮し, 流れの上流側に重みを置いた差分法を用いることにより安定計算が望める.

図-3.11 に示すように  $v_f \geq 0$  で後退差分,  $v_f < 0$  で前進差分を用いることを考える. このとき,

$$\frac{v_f + |v_f|}{2} = \begin{cases} v_f : v_f \geq 0 \\ 0 : v_f < 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

が成り立つ. 式 (3.39) を考慮して式 (3.38) を書き直すと,

$$\begin{aligned} v_f \frac{dc}{dx} &= \frac{v_f}{2} \frac{c_{x+\Delta x} - c_{x-\Delta x}}{\Delta x} + \frac{|v_f|}{2} \frac{-c_{x+\Delta x} + 2c_x - c_{x-\Delta x}}{\Delta x} \\ &= v_f \frac{c_{x+\Delta x} - c_{x-\Delta x}}{2\Delta x} - \frac{|v_f| \Delta x}{2} \frac{c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad (3.40)$$

が得られる. 式 (3.30) に式 (3.40), 式 (3.36) において  $(c_x^{t+\Delta t} - c_x^t)/\Delta t$  としたものを代入すると,

$$\begin{aligned} v_f \frac{c_{x+\Delta x} - c_{x-\Delta x}}{2\Delta x} - \frac{|v_f| \Delta x}{2} \frac{c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}}{\Delta x^2} &= D \frac{c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}}{\Delta x^2} \\ \Leftrightarrow v_f \frac{c_{x+\Delta x} - c_{x-\Delta x}}{2\Delta x} &= \left( D + \frac{|v_f| \Delta x}{2} \right) \frac{c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad (3.41)$$

が得られる. ここで  $|v_f| \Delta x / 2$  : 人工拡散係数.  $|v_f| \Delta x / 2 = 0$  とすると通常のガラーキン法に帰着するが, 流れの上流側を考慮した差分法を用いたので, 式 (3.41) は拡散係数を  $|v_f| \Delta x / 2$  だけ増加させた形をとっており, 拡散により広がる濃度を人工的に増加させたとみなすこともできる. 式 (3.34) のように実際より拡散フラックスを増大させることで, ペクレ数の増大を防ぎ, 解の安定性を担保するこの手法は風上法 (Upwind method) と呼ばれる. また, 風上法において人工拡散係数の導入により解の安定性は向上するが,

拡散フラックスを恣意的に増大させることにより、解析解が厳密解に対してなまる（滑らかになる）ことが知られている。また、風上法に移流分散方程式を適用する際は、溶液の流速が既知であることが要請される。流速が時間的に非定常であり、連続条件式と移流分散方程式を完全連成型で解こうとする場合には、人工拡散係数に用いる流速に関して時間的な遅れが生じるため、繰り返し計算などにより、流速の適用性を確認する必要がある。

### 3.6.2 風上法の最適化<sup>31), 33), 34), 35)</sup>

現在、風上法による解のなまりを解消し、求解の精度を向上する手法として、人工拡散係数を要素ごとに調整する方法が提案されている。

$$v_f \frac{c_{x+\Delta x} - c_{x-\Delta x}}{2\Delta x} = \left( D + \zeta \frac{|v_f| \Delta x}{2} \right) \frac{c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}}{\Delta x^2} \quad (3.42)$$

ここで、 $\zeta$  : 人工拡散係数。  $\zeta$  の導入により、過剰な人工拡散係数を与えず、厳密解（式(3.31)）に漸近するような精度のよい解析解を得ることができる。また、 $\zeta$  は、

$$\zeta = \coth \alpha - \frac{1}{\alpha} \left( \alpha = \frac{|v_f| \Delta x}{D}, \coth \alpha = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{e^\alpha - e^{-\alpha}} \right) \quad (3.43)$$

である。式(3.42)によって、要素内のペクレ数により  $\zeta$  が変化することがわかる。人工拡散係数は分散（移流）卓越場では、値が小さく（大きく）計算され、精度の高い解析結果が得られる。

式(3.42)を用いて空間離散化を行う手法は Upwind Petrov-Galerkin 法と呼ばれている。また Upwind Petrov-Galerkin 法を多次元に拡張したものは SUPG (Streamline Upwind/Petrov Galerkin) 法と呼ばれ、多くの解析手法において用いられている。

さらに、解の安定化を担保し、その精度を向上させる手法として、SUPG 法の発展形である、GLS (Galerkin/Least-Squares method) 法, BTM (Balancing Tensor Diffusivity method) 法などが提案されている。



参考文献

- 1) Darcy, H.: Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon, Dalmont, Paris, 1956.
- 2) Jacob, B.: Dynamics of Fluids in Porous Media, 1972.
- 3) 土質工学会：掘削のポイント，土質工学会，1967.
- 4) 最上武雄：土質力学，技報堂出版（株），pp.893-940，1969.
- 5) 久保田敬一，河野伊一郎，宇野尚雄：透水—設計へのアプローチ，鹿島出版会，1976.
- 6) Taylor, D.W. :Fundamentals of Soil Mechanics, Jhon Wiley & Sons, pp.97~123, 1948.
- 7) 杉井俊夫，山田公夫，山田雄太，浅野憲雄：動態水分分布モデルを利用した不飽和透水特性の評価，平成24年度不飽和土研究会研究発表論文集，pp.42-47, 2012.
- 8) Sugii, T., Yamada, K. and Uemura, M.: Measuring hydraulic properties of unsaturated soils with unsteady method, Proc. Of the 2nd Asian Conference on Unsaturated Soils, pp.439-444. 2000.
- 9) 竹下祐二，森井俊広：土壌水分計測データを用いた簡便な原位置試験方法による不飽和砂質地盤の飽和・不飽和透水係数の測定，土木学会論文集 C, Vol. 62, No.4, pp.831-839, 2006.
- 10) 竹下祐二，尾島匠，滝野康教，森井俊広：不飽和地盤における原位置定水位透水試験方法の計測制度に関する考察，第47回地盤工学研究発表会，2012.
- 11) Mualem, Y.: A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. Water Resour. Res., 12, pp.513-522. 1976.
- 12) Van Genuchten, M. Th.: A closed-form equation for predicting hydraulic of unsaturated soils, Soil Science Society American Journal, Vol.44, pp.892-898, 1980.
- 13) 小杉賢一郎：Y. Mualem 著「不飽和多孔質体の透水係数を推定する新たなモデルについて」ならびに M. Th. Van Genuchten 著「不飽和土壌の透水係数を推定する閉形式解について」，土壌の物理性，Vol.106, pp.47-60, 2007.
- 14) 坂井勝，取出伸夫：水分保持曲線と不飽和透水係数の水分移動モデル，土壌の物理性，Vol.111, pp.61-73. 2009.
- 15) Muskat, M.: The Theory of Homogeneous Fluids Through Porous Media, Mcgraw-Hill Book Co., pp.69-74, 1937.
- 16) 宇野尚雄，杉井俊夫，神谷浩二：比表面積測定に基づく土粒子物性と透気性・透水性の考察，土木学会論文集, Vol.469,III-23, pp.25-34, 1993.
- 17) 吉田明彦編集：理科年表 平成24年度版，丸善出版株式会社，pp.389, 2011.
- 18) Lenhead, R. J. and Paker, J. C.: A Model for Hystetetic Constitutive Relations Governing Multiphase Flow 2.Permeability-Saturation Relations, Water resouces research,

- Vol. 23. No.12, pp.2197-2206, 1987.
- 19) 神谷浩二, Rully Bakrie, 本城勇介: 保水性を制御した不飽和土の透気係数の測定, 土木学会論文集 C, Vol. 62, No.3, pp.679-688, 2006.
  - 20) 菱谷智幸: 講座 移流分散解析入門 3.地盤内の物質移動の支配方程式(その2), 土と基礎, 50-10 (537), pp.53-58, 2002.
  - 21) 嘉門雅史, 大嶺聖, 勝見武: 地盤環境工学, 共立出版, 2010.
  - 22) 西垣誠, 小松満: 講座 移流分散解析入門 5.物質移動解析に必要な物性, 土と基礎, 50-12 (539), pp.80-85, 2002.
  - 23) Kohno, I., Nishigaki, M.: Determination of diffusion and dispersion parameters for flow in porous media, Memoirs of school of Engineering, Okayama University, Vol. 16-1, pp.65-89, 1981.
  - 24) 赤井浩一, 大西有三, 西垣誠: 有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析, 土木学会論文報告集, Vol.264, pp.87-96, 1977.
  - 25) Recharts, L. A.: Capillary Conduction of Liquids through Porous Mediums, Physics, 1, 318-333, 1931
  - 26) Biot, M. A.: General Theory of Three-dimensional Consolidation, Journ. Appl. Ohys., pp.12-155, 1941.
  - 27) 地下水流動保全のための環境影響評価と対策—調査・設計・施工から管理まで—, 社団法人地盤工学会, pp.359, 2002.
  - 28) 河野伊一郎, 西垣誠, 田中慎一: 飽和・不飽和浸透流における非定常塩水化現象の有限要素法解析, 土木学会論文報告集, Vol.331, pp.133-141, 1983.
  - 29) 西垣誠, 菱谷智幸, 橋本学, 河野伊一郎: 飽和不飽和領域における物質移動を伴う密度依存地下水流の数値解析手法に関する研究, 土木学会論文集, Vol.511, III -30, pp.135-144, 1995.
  - 30) 長谷川琢磨: 講座 移流分散解析入門 11.オイラー法による移流分散解析例—有限要素法—, 土と基礎, 51-6 (545), pp.41-46, 2003.
  - 31) 平野博之: 流れの数値計算と可視化, 丸善株式会社, 2004.
  - 32) 日本数値流体学会有限要素法研究委員会編: 有限要素法による流れのシミュレーション, シュプリンガー・フェアラーク東京株式会社, 1998.
  - 33) 日本計算工学会流れの有限要素法研究委員会編: 続・有限要素法による流れのシミュレーション, シュプリンガー・ジャパン株式会社, 2008.
  - 34) 社団法人土木学会: 計算力学の常識, 丸善株式会社, 2008.
  - 35) 斉藤雅彦: 地下水流における移流分散現象及び気液 2 相流の数値シミュレーション

### 第3章 間隙中の流体の運動

ヨシと透水性の空間分布に関する研究, 神戸大学大学院自然科学研究科, 博士論文, 2001.

## 第4章 土/溶液/空気/溶解物質連成数理モデルの確立<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

本章では質量保存則、運動量保存則を導出し、2章、3章で検討を進めた土試料の材料特性、流体相の移動則を盛り込んだ微分方程式を適宜代入することで、場を支配する支配方程式の導出を行う。

### 4.1 数理モデルの概観

ある特定の材料（地盤材料、金属材料、液体・気体などの流体）の状態変化（変形、移動、電流の発生）は、物体に加わる力（応力、水圧、電磁力等）によって引き起こされ、その状態変化を記述する（原因に対する結果を誘導する）ことが物体の運動を表現する際に必要となる。

地盤工学に用いられる地盤材料は土粒子と間隙水、間隙空気の混合体であり、さらに本研究で想定している地盤内溶解物質の移動表現を踏まえると、状態変化を表す変数（**運動学的変数**）と、その原因を表す変数（**力の変数**）は図-4.1のように示される<sup>5)</sup>。

単体の物質の単一の現象に対する結果記述する際は、これらを一対一の対応関係で捉えることで現象の整理が可能であるが、同時に複数の現象（例えば、地表面荷重による過剰間隙水圧の消散と地盤変形過程、コラプスなどの吸水による体積収縮など）を取り扱う際には、単一（複数）の現象の変化が複数（単一）の状態変化を引き起こすことがある。

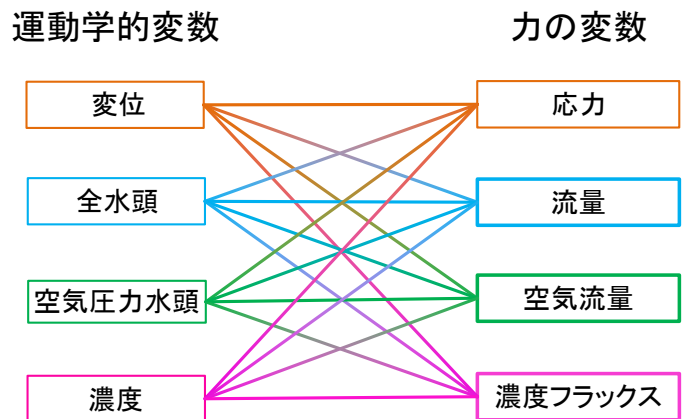


図-4.1 運動学的変数と力の変数の関係

そのため、整理したい現象の数と同数の運動力学変数、力の変数が数理モデル構築に必要とされることになり、それぞれ対となる各項目に対して、影響を及ぼしながら自身も絶えず変化する。

物体毎の固有の特性を表現するには、運動力学変数と力の変数の関係を精度よく結びつけることが必要となる。それらを結びつける式（たとえば弾性力学におけるフックの法則、電磁気学におけるオームの法則）は構成式と呼ばれ、本研究で用いている地盤材料の場合は〈土骨格の応力-ひずみ関係〉、〈固相・液相の非圧縮性〉、〈気体の状態方程式〉等がこれにあたるが、それらは一般に実験や理論式によって導出される。

さらに、地球上に存在する各物質の状態変化は（物質が超高速で運動しない限り）、

質量保存則，運動量保存則といった各保存則に従うことになる．保存則のもとで各現象を示す支配方程式は空間の二階偏微分方程式に集約されることが多く，数学的にはこの問題はある限定された領域の周囲における力の変数（0階微分関数），運動学的変数（一階微分関数）が既知であることが要請される（境界値問題）．

また，現象が時間に対して定常ではなく，非定常となる（時間変化とともに物体の状態が刻一刻変化する）場合，この問題は時間における物質微分を孕んだものとなり，ある基準時間における値が既知である問題を解くことが要請される（初期値境界値問題）．

以上のような背景のもと本章では連続体力学を軸として保存則により支配方程式の導出を行う．また，土試料を，多相構造を有する混合体と捉え，適宜混合体理論の適用を行う．図-4.2に本章の流れをまとめる．

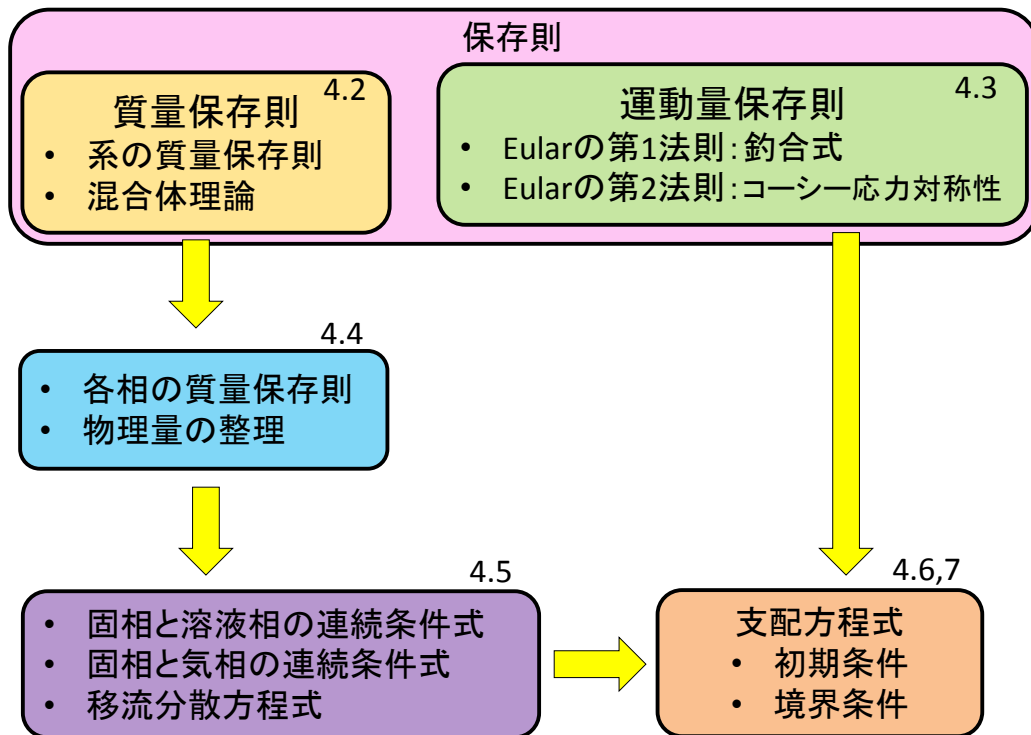


図-4.2 4章の構成

4.2 質量保存則<sup>5), 6), 7), 8), 9), 10), 11)</sup>

物体の質量保存則を記述する．また混合体理論をもとに混合体物質の各材料における質量保存則を記述する．

4.2.1 系の質量保存則

物体の質量  $m$  は，系全体の密度  $\rho$ ，物体の占める領域  $v$  とすると，

$$m = \int_v \rho(x_i, t) dv \tag{4.1}$$

質量保存の原理 (principle of constitutive of mass) は，図 4.3 のように  $m$  が時間に依存せず変形後 (現在配置) も一定であると定義され，

$$\dot{m} = \left( \int_v \rho(x_i, t) dv \right) = \frac{D}{Dt} \int_v \rho(x_i, t) dv = 0 \tag{4.2}$$

と表される．なお式中のドットは時間微分  $\left( \dot{A} = \frac{dA}{dt} \right)$  を表す．時間微分は物質時間導関数であるので，領域を基準配置で定義し，微分を行うと，

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{D}{Dt} \int_v \rho(x_i, t) dv = \int_v \frac{D}{Dt} R(X_i, t) J dV = \int_v (\dot{R}J + R\dot{J}) dV \\ &= \int_v (\dot{R} + Rv_{i,i}) J dV \quad (\because m = \int_v \rho dv = \int_v R J dV, J = Jv_{i,i}) \end{aligned} \tag{4.3}$$

ここで， $R$  : 基準配置における質量密度， $J$  : 体積変化率 (ヤコビアン)， $v_i$  : 物質平均速度．

表示を現在配置に戻すと

$$\dot{m} = \int_v (\dot{\rho} + \rho v_{i,i}) dv = 0 \tag{4.4}$$

式 (4.4) は領域  $v$  の任意の点で成り立つので，

$$\dot{\rho} + \rho v_{i,i} = 0 \tag{4.5}$$

となる．式 (4.5) は一般的な物質 (単体物など) における質量保存則である．

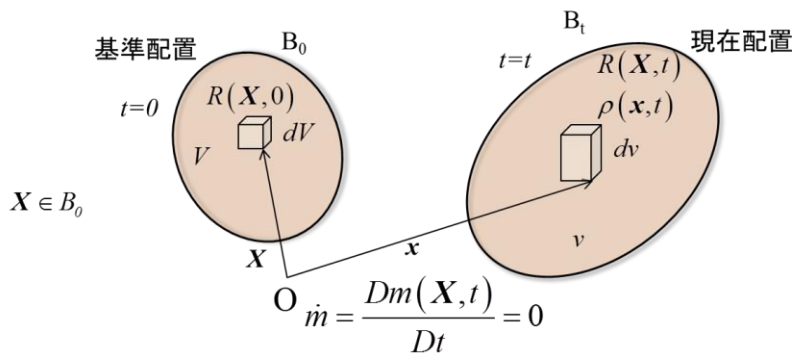


図-4.3 質量保存則概念図

4.2.2 構成要素の質量保存則（混合体理論）<sup>5), 6), 7), 8), 9), 10), 11)</sup>

また、前述のように土試料は複数の材料が混ざり合った混合体である。物体を構成している微小領域  $dv$  は、物体  $\alpha, \beta, \gamma \dots$  の粒子の集合で表される。ここで、各物質は微小領域に  $dv$  内に均一に分布しており、領域はそれらの重ね合せとして表され、域内を特定の規則に従って運動すると捉えることもできる（図-4.4<sup>11)</sup>）（混合体理論）。

混合体内の各物質における実密度（true mass density） $\rho_\alpha$  と部分密度（/平均密度）（partial mass density/average density） $\bar{\rho}_\alpha$  の関係は、物体の体積占有率  $f_\alpha$  を用いて、

$$\bar{\rho}_\alpha = f_\alpha \rho_\alpha, \sum_\alpha \bar{\rho}_\alpha = \rho, \sum_\alpha f_\alpha = 1 \tag{4.6}$$

と表される。さらに、物質平均速度  $v_i$  と各物質速度  $v_{\alpha_i}$  の関係は、

$$v_i = \frac{1}{\rho} \sum_\alpha \bar{\rho}_\alpha v_{\alpha_i} \tag{4.7}$$

と表される。式 (4.6), (4.7) を式 (4.3) に代入すると、

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \frac{D}{Dt} \int_v \sum_\alpha \bar{\rho}_\alpha(x_i, t) dv = \int_v \left( \sum_\alpha (\dot{\bar{R}}_\alpha + \bar{R}_\alpha v_{\alpha_i}) \right) J dV \\ &= \int_v \left( \sum_\alpha (\dot{\bar{\rho}}_\alpha + \bar{\rho}_\alpha v_{\alpha_i}) \right) dv = 0 \quad (\because \bar{R}_{\alpha_i} = 0) \\ &\Leftrightarrow \sum_\alpha (\dot{\bar{\rho}}_\alpha + \bar{\rho}_\alpha v_{\alpha_i}) = 0 \end{aligned} \tag{4.8}$$

が得られる。ここで、各物質同士で質量のやり取り（相転移、溶解、昇華等）が無いとすると、

$$\dot{\bar{\rho}}_\alpha + \bar{\rho}_\alpha v_{\alpha_i} = 0 \tag{4.9}$$

が得られる。式 (4.9) は各物質相における質量保存則である。また式 (4.9) は一般的な質量保存則（式 (4.5)）において、 $\rho \rightarrow \bar{\rho}_\alpha, v_i \rightarrow v_{\alpha_i}$  として導出することも可能である。

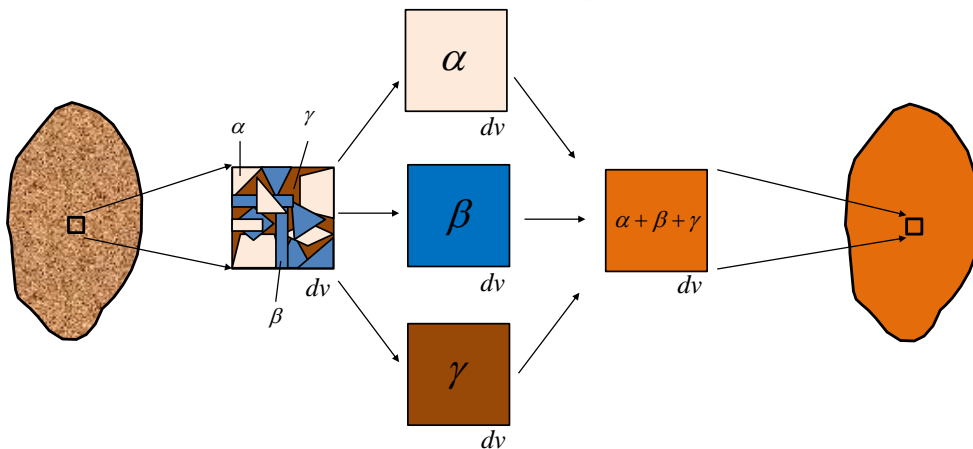


図-4.4 混合体理論の概念図<sup>11)</sup>

### 4.3 運動量保存則<sup>5), 6), 7), 8), 9), 10), 11)</sup>

運動量保存則 (Euler の第 1, 第 2 法則) から釣合式, コーシー応力の対称性の導出を行う。

#### 4.3.1 Euler の第 1 法則 運動量保存則による釣合式の導出

Euler の第 1 法則 (Euler's 1<sup>st</sup> law of motion : 任意の領域  $v$  に重力加速度  $g_i$ , その表面に表面力  $t_i$  が作用しているとき, その運動量の時間変化率は作用外力に等しい) に倣い運動量保存則を表すと

$$\left( \int_v \rho(x_i, t) v_i(x_i, t) dv \right) = \int_s t_i ds + \int_v \rho g_i dv \quad (4.10)$$

式 (4.10) の左辺を式 (4.3) で用いた基準配置, 現在配置の関係, 式 (4.5) の質量保存則を用いて変換すると,

$$\begin{aligned} \left( \int_v \rho(x_i, t) v_i(x_i, t) dv \right) &= \left( \int_v R(x_i, t) v_i(x_i, t) J dV \right) \\ &= \int_v \dot{R} v_i J dV + \int_v R \dot{v}_i J dV + \int_v R v_i \dot{J} dV \quad (\because (\dot{dV}) = 0) \\ &= \int_v R \dot{v}_i J dV + \int_v \dot{R} v_i J dV + \int_v R v_i v_{j,j} J dV \\ &= \int_v \rho \dot{v}_i dv + \int_v (\dot{\rho} + \rho v_{j,j}) v_i dv = \int_v \rho v_i dv \quad (\because (\dot{\rho} + \rho v_{j,j}) = 0) \end{aligned} \quad (4.11)$$

となる。また式 (4.10) 右辺第 1 項はコーシー応力  $\sigma_{ji}$ , ガウスの発散定理を用いると,

$$\int_s t_i ds = \int_s \sigma_{ji} n_j ds = \int_v \sigma_{ji,j} dv \quad (4.12)$$

式 (4.11), (4.12) より式 (4.10) は

$$\int_v \rho \dot{v}_i dv = \int_v \sigma_{ji,j} dv + \int_v \rho g_i dv \quad (4.13)$$

式 (4.13) は領域  $v$  の任意の点で成り立つので

$$\rho \dot{v}_i = \sigma_{ji,j} + \rho g_i \quad (4.14)$$

ここで静的な場 ( $\dot{v}_i = 0$ ) を仮定すると運動方程式は,

$$\sigma_{ji,j} + \rho g_i = 0 \quad (4.15)$$

となる。式 (4.15) は釣合式である。



### 4.3.2 Euler の第2法則 角運動量保存則によるコーシー応力の対称性

Euler の第2法則 (Euler's 2nd law of motion : 任意の領域  $v$  に重力加速度  $g_i$ , その表面に表面力  $t_i$  が作用しているとき, その物体力と表面力のモーメントはその角運動量の時間変化率に等しい) に倣い角運動量保存則を表すと,

$$\left( \int_v e_{ijk} x_j \rho(x_k, t) v_k(x_k, t) dv \right)' = \int_s e_{ijk} x_j t_k ds + \int_v e_{ijk} x_j \rho g_k dv \quad (4.16)$$

ここで,  $e_{ijk}$  は置換記号であり,

$$e_{ijk} = \begin{cases} 1 & (i, j, k) = (1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2) \\ -1 & (i, j, k) = (2, 1, 3), (3, 2, 1), (1, 3, 2) \\ 0 & \text{その他の配列} \end{cases} \quad (4.17)$$

である. 式 (4.11), (4.12) に倣い展開すると

$$\int_v e_{ijk} x_j \rho \dot{v}_k dv = \int_s e_{ijk} x_j t_k ds + \int_v e_{ijk} x_j \rho g_k dv \quad (4.18)$$

ここで右辺第1項は

$$\begin{aligned} \int_s e_{ijk} x_j t_k ds &= \int_s e_{ijk} x_j \sigma_{lk} n_l ds = \int_v \frac{\partial}{\partial x_l} (e_{ijk} x_j \sigma_{lk}) dv = \int_v e_{ijk} \left( \frac{\partial x_j}{\partial x_l} \sigma_{lk} + x_j \frac{\partial \sigma_{lk}}{\partial x_l} \right) dv \\ &= \int_v e_{ijk} \left( \delta_{jl} \sigma_{lk} + x_j \frac{\partial \sigma_{lk}}{\partial x_l} \right) dv = \int_v e_{ijk} \sigma_{jk} dv + \int_v e_{ijk} x_j \frac{\partial \sigma_{lk}}{\partial x_l} dv = \int_v e_{ijk} \sigma_{jk} dv + \int_v e_{ijk} x_j \sigma_{lk,l} dv \end{aligned} \quad (4.19)$$

式 (4.19) を式 (4.18) に代入すると

$$\int_v e_{ijk} x_j \rho \dot{v}_k dv = \int_v e_{ijk} \sigma_{jk} dv + \int_v e_{ijk} x_j \sigma_{lk,l} dv + \int_v e_{ijk} x_j \rho g_k dv \quad (4.20)$$

式 (4.15) の釣合式を代入すると式 (4.20) は

$$\int_v e_{ijk} \sigma_{jk} dv = 0 \Leftrightarrow e_{ijk} \sigma_{jk} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sigma_{23} - \sigma_{32} = 0 \\ \sigma_{31} - \sigma_{13} = 0 \Leftrightarrow \sigma_{ij} = \sigma_{ji} \\ \sigma_{12} - \sigma_{21} = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

式 (4.21) はコーシー応力の対称式を表した式である.

#### 4.4 各相の質量保存則と物理量の整理<sup>12)</sup>

土試料は固相（土粒子）、液相（間隙水）、気相（間隙空気）の3物質で構成される混合体である。本研究では間隙水に溶解している物質の移動も合わせて考慮に入れるため、上記の構造に溶解物質相を加えた4相混合体として運動を支配する方程式を与える必要がある。

各相の移動を支配する方程式は〔固相+液相〕の連続条件式、〔固相+気相〕の連続条件式、移流分散方程式によって記述され、式の導出には混合体理論を用いて導出されたそれぞれの相の質量保存則が必要となる。

試料の質量保存則の導出にあたり各相の状態変化に関して、以下のような、条件設定を行う。

[条件設定]

- 1) 温度  $t(\text{K})$  の溶媒 1g に溶解する溶質の飽和溶解量を  $\gamma(\text{g}/\text{gH}_2\text{O})$  とする。
- 2) 溶液の濃度は飽和溶液濃度を 1 として、正規化したもの  $c[-]$  で表す。
- 3) 溶質は水溶性物質であり、「溶液体積 = 溶媒体積」とする。
- 4) 固相・液相・気相は互いに溶解するなどして質量変化を起こすことなく、独立して存在するものとする。
- 5) 土粒子、溶媒は非圧縮とする。 ( $\dot{\rho}_s = 0, \dot{\rho}_w = 0$ )
- 6) 空気は圧縮性材料であり、圧縮率  $K_a$  を介して、密度  $\rho_a$  と圧力  $p_a$  の間に

$$dp_a = K_a \frac{d\rho_a}{\rho_a} \quad (4.22) \text{ なる構成関係がある。}$$

以上の条件より質量保存則を導出する。ここで飽和溶解量  $\gamma$  は場に対する定数であるが、濃度  $c$  は時間と空間によって変化する変数である。 $\gamma$  と  $c$  の関係を図-4.5 に示す。

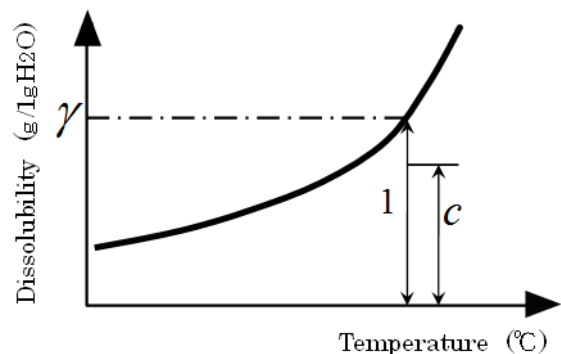


図-4.5 濃度  $c$  と飽和溶解量  $\gamma$  の関係

[条件設定] 1), 2) より溶媒、溶質、溶液の質量の間に以下の比例式が成り立つ。

$$M_w : M_c : M_f = 1 : \gamma c : (1 + \gamma c) \quad (4.23)$$

$M_w, M_c, M_f$  : 溶媒 (水)、溶質、溶液の質量。溶媒の密度を  $\rho_w$  とすると、[条件設定] 3)

より溶媒と溶液の密度の間に以下の比例式が成り立つ.

$$M_w : M_f = \rho_w : \rho_f = \rho_w : (1 + \gamma c) \rho_w \quad (4.24)$$

式 (4.23), (4.24) より図-4.6 のような固相, 溶液相, 気相の三相系について任意の領域 (体積  $V^e$ ) あたりの溶媒, 溶液の質量には以下の関係が成り立つ.

$$M_w^e : M_f^e = n S_r \rho_w : n S_r \rho_f = n S_r \rho_w : n S_r \rho_w (1 + \gamma c) \quad (4.25)$$

$M_w^e, M_c^e, M_f^e$  は体積  $V^e$  あたりの溶媒, 溶質, 溶液の質量.

式 (4.9), 図-4.6 より, 土試料において固相, 液相, 気相の部分密度は,

$$\bar{\rho}_s = f_s \rho_s = (1 - n) \rho_s \quad (4.26)$$

$$\bar{\rho}_f = f_f \rho_f = n S_r \rho_f \quad (4.27)$$

$$\bar{\rho}_a = f_a \rho_a = n (1 - S_r) \rho_a \quad (4.28)$$

と表される ( $\rho_s$ : 土粒子密度,  $\rho_f$ : 流体密度,  $\rho_a$ : 空気密度). 式 (4.23) より溶質の部分密度は  $\bar{\rho}_c$  と表される.

$$\bar{\rho}_c = n S_r \rho_f \frac{\gamma c}{1 + \gamma c} = n S_r \gamma c \rho_w \quad (4.29)$$

以上から, 領域  $V$  について固相, 溶液相, 気相における質量保存則は, 式 (4.9) より,

$$\dot{\bar{\rho}}_s + \bar{\rho}_s v_{s,i} = 0 \quad (4.30)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_f + \bar{\rho}_f v_{f,i} = 0 \quad (4.31)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_a + \bar{\rho}_a v_{a,i} = 0 \quad (4.32)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_c + \bar{\rho}_c v_{c,i} = 0 \quad (4.33)$$

ここで  $v_{s,i}, v_{f,i}, v_{a,i}, v_{c,i}$  はそれぞれが占める領域での土粒子, 溶液, 間隙空気, 溶質の速度 (実速度). また, それぞれの実密度の時間微分を考えると [条件設定] 1), 2), 4), 及び式 (4.30) ~ 式 (4.33) から

$$\dot{\bar{\rho}}_s = \{ (1 - n) \rho_s \} = -\dot{n} \rho_s \quad (4.34)$$

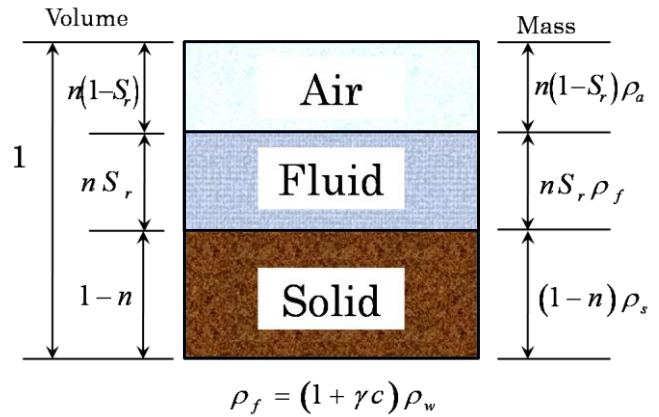


図-4.6 固相・液相・気相の三相図

$$\dot{\bar{\rho}}_f = (nS_r \rho_f) \dot{\phantom{x}} = \dot{n}S_r \rho_f + n\dot{S}_r \rho_f + nS_r \dot{\rho}_f \quad (4.35)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_a = \dot{n}(1-S_r)\rho_a - n\dot{S}_r \rho_a + n(1-S_r)\dot{\rho}_a \quad (4.36)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_c = (nS_r \gamma c \rho_w) \dot{\phantom{x}} = \dot{n}S_r \gamma c \rho_w + n\dot{S}_r \gamma c \rho_w + nS_r \gamma c \dot{\rho}_w \quad (4.37)$$

が得られる。

#### 4.5 連続条件式・移流分散方程式の導出

4.3 で示した質量保存則をもとに、連続条件式・移流分散方程式の導出を行う。それぞれ固相を主体とした動きの記述を行うものとし、各方程式の導出は固相を基準として行う。支配方程式導出のプロセスを図-4.7 にまとめる。

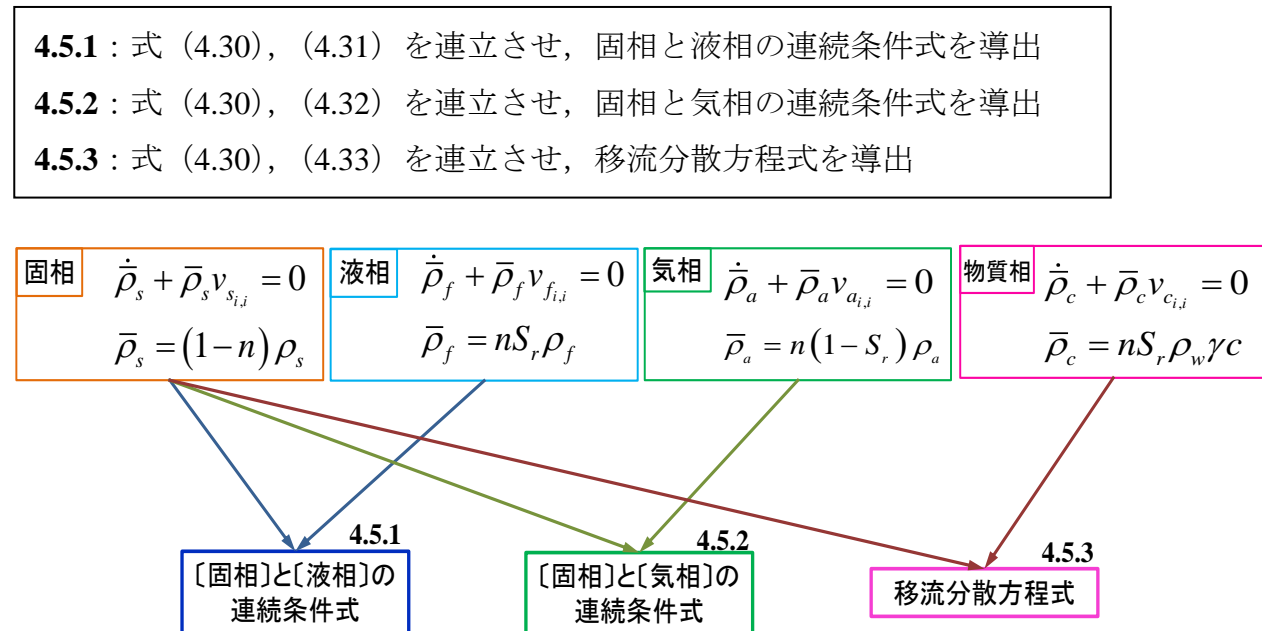


図-4.7 連続条件式・移流分散方程式導出過程

##### 4.5.1 固相と溶液相の連続条件式の導出

固相と溶液相の質量保存則を連立させ、固相と溶液相の連続条件式の導出を行う。固相の質量保存則  $\dot{\bar{\rho}}_s + \bar{\rho}_s v_{s,i} = 0$  (式 (4.30)) に式 (4.26), (4.34) を代入して整理すると

$$\dot{n} = (1-n)v_{s,i} \quad (4.38)$$

溶液相の質量保存則  $\dot{\bar{\rho}}_f + \bar{\rho}_f v_{f,i} = 0$  (式 (4.31)) に式 (4.27), (4.35) を代入すると、

$$\dot{n}S_r \rho_f + n\dot{S}_r \rho_f + nS_r \dot{\rho}_f + nS_r \rho_f v_{f,i} = 0 \quad (4.39)$$

第4章 土/溶液/空気/溶解物質連成数理モデルの確立

が得られる．ここで式 (4.24) の関係から  $\rho_f$  の時間微分を求めると，

$$\dot{\rho}_f = \{(1+\gamma c)\rho_w\} = \gamma \dot{c}\rho_w \quad (4.40)$$

が得られる．式 (4.40) を式 (4.39) に代入すると，

$$nS_r\rho_f + n\dot{S}_r\rho_f + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\rho_f v_{f,i} = 0 \quad (4.41)$$

式 (4.38) と式 (4.41) を連立させると，

$$\{(1-n)v_{s,i}\} S_r\rho_f + n\dot{S}_r\rho_f + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\rho_f v_{f,i} = 0 \quad (4.42)$$

式 (4.42) を整理すると，

$$S_r\rho_f v_{s,i} + n\dot{S}_r\rho_f + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\rho_f (v_{f,i} - v_{s,i}) = 0 \quad (4.43)$$

さらに，圧縮を正とすると，

$$v_{s,i} = -\dot{\epsilon}_v \quad (4.44)$$

となる．式 (4.44) を式 (4.43) に代入すると

$$-\dot{\epsilon}_v S_r\rho_f + n\dot{S}_r\rho_f + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\rho_f (v_{f,i} - v_{s,i}) = 0 \quad (4.45)$$

式 (4.45) を式 (4.24) により整理し，両辺から  $\rho_f$  を除すと，

$$-\dot{\epsilon}_v S_r + n\dot{S}_r + nS_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} \dot{c} + nS_r (v_{f,i} - v_{s,i}) = 0 \quad (4.46)$$

また式 (4.46) の左辺第4項は合成関数の微分により

$$nS_r (v_{f,i} - v_{s,i}) = \left\{ nS_r (v_{f,i} - v_{s,i}) \right\}_i - (nS_r)_i (v_{f,i} - v_{s,i})_i \quad (4.47)$$

と表せる．式 (4.47) の右辺第2項  $(nS_r)_i$  は微小なベクトルであるため，無視できる．

さらに  $(v_{f,i} - v_{s,i})$  は間隙流体の相対速度なので，式 (4.47) に系に関する速度

$\tilde{v}_{f,i} = nS_r (v_{f,i} - v_{s,i})$  (4.48) を適用し整理すると，

$$\tilde{v}_{f,i} = \dot{\epsilon}_v S_r - n\dot{S}_r - nS_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} \dot{c} \quad (4.49)$$

が得られる．式 (4.49) は固相と溶液相の連続条件式である．

$$\tilde{v}_{f_i} = -k_{uv_{ij}} h_{,j} = -K_{rw} k_{w_{ij}} h_{,j} \quad (\text{ダルシー流速})$$

$k_{uv_{ij}}$  : 不飽和透水係数,  $h$  : 全水頭  $h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \Omega \left( \Omega = \frac{\rho_f}{\rho_w} z \right)$ ,  $K_{rw}$  : 相対透水係数,  
 $k_{w_{ij}}$  : 飽和透水係数,  $m$  : Mualem 乗数,  $S_e$  : 有効飽和度

$$K_{rw} = S_e^2 \left\{ 1 - \left( 1 - S_e^{\frac{1}{m}} \right)^m \right\}^2$$

#### 4.5.2 固相と気相の連続条件式の導出<sup>13)</sup>

固相と気相の質量保存則を連立させ、固相と気相の連続条件式の導出を行う。

気相の質量保存則  $\dot{\rho}_a + \bar{\rho}_a v_{a_i,j} = 0$  (式 (4.32)) に式 (4.28), (4.36) を代入すると、

$$\dot{n}(1-S_r)\rho_a - n\dot{S}_r\rho_a + n(1-S_r)\dot{\rho}_a + n(1-S_r)\rho_a v_{a_i,j} = 0 \quad (4.50)$$

式 (4.38) と式 (4.50) を連立させると、

$$(1-n)(1-S_r)\rho_a v_{s_i,j} - n\dot{S}_r\rho_a + n(1-S_r)\dot{\rho}_a + n(1-S_r)\rho_a v_{a_i,j} = 0 \quad (4.51)$$

また気体は圧縮性物質であり、以下のような構成式により、圧縮性を考慮する。

$$\dot{\rho}_a = \frac{d\rho_a}{dp_a} \dot{p}_a = \frac{\rho_a}{K_a} \dot{p}_a \quad (4.52)$$

ここで  $K_a$  : 圧縮率. 理想気体の状態方程式は

$$(p_a + p_{a0})V_a = NRT \quad (4.53)$$

ここで、 $N$  : 気体の物質量,  $p_a$  : 間隙空気圧,  $p_{a0}$  : ゲージ圧 (大気圧),  $N$  : 気体の物質量 (モル数),  $R$  : 気体の状態定数,  $T$  : 熱力学温度.

理想気体において温度一定を仮定し、両辺時間微分をすると、

$$\dot{p}_a V_a + (p_a + p_{a0})\dot{V}_a = 0 \Leftrightarrow \frac{\dot{V}_a}{V_a} = -\frac{\dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \quad (4.54)$$

ここで、 $\rho_a = \frac{NM}{V_a}$  ( $M$  : 空気分子量) (4.55) より、両辺時間微分をすると

$$\dot{\rho}_a = -\frac{\dot{V}_a}{V_a^2} m_a \quad (4.56)$$

よって、 $\frac{\dot{\rho}_a}{\rho_a} = -\frac{\dot{V}_a}{V_a}$  (4.57)

構成式の定義 (式 (4.52)) と比較すると,

$$\dot{p}_a = \frac{K_a}{\rho_a} \dot{\rho}_a = -K_a \frac{\dot{V}_a}{V_a} = K_a \frac{\dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \Leftrightarrow \because K_a = p_a + p_{a0} \quad (4.58)$$

式 (4.52) , (4.58) を式 (4.51) に代入すると,

$$(1-n)(1-S_r)\rho_a v_{s_i} - n\dot{S}_r \rho_a + n(1-S_r) \frac{\rho_a}{p_a + p_{a0}} \dot{p}_a + n(1-S_r)\rho_a v_{a_i} = 0 \quad (4.59)$$

式 (4.59) の両辺から  $\rho_a$  を除すと,

$$(1-n)(1-S_r)v_{s_i} - n\dot{S}_r + \frac{n(1-S_r)\dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} + n(1-S_r)v_{a_i} = 0 \quad (4.60)$$

式 (4.60) を整理すると,

$$(1-S_r)v_{s_i} - n\dot{S}_r + \frac{n(1-S_r)\dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} + n(1-S_r)(v_{a_i} - v_{s_i}) = 0 \quad (4.61)$$

式 (4.44) を式 (4.61) に代入すると,

$$-(1-S_r)\dot{\epsilon}_v - n\dot{S}_r + \frac{n(1-S_r)\dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} + n(1-S_r)(v_{a_i} - v_{s_i}) = 0 \quad (4.62)$$

また式 (4.62) の左辺第 4 項は合成関数の微分により

$$n(1-S_r)(v_{a_i} - v_{s_i}) = \left\{ n(1-S_r)(v_{a_i} - v_{s_i}) \right\}_i - \left\{ n(1-S_r) \right\}_i (v_{a_i} - v_{s_i}) \quad (4.63)$$

と表せる. 式 (4.63) の右辺第 2 項  $\left\{ n(1-S_r) \right\}_i$  は微小なベクトルであるため, 無視でき

る. さらに, 空気に関する相対速度  $\tilde{v}_{a_i} = n(1-S_r)(v_{a_i} - v_{s_i})$  (4.64) を適用し整理すると,

$$(1-S_r)\dot{\epsilon}_v + n\dot{S}_r - \frac{n(1-S_r)\dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} - \tilde{v}_{a_i} = 0 \quad (4.65)$$

が得られる. 式 (4.65) は固相と気相の連続条件式である.

$$\tilde{v}_{a_i} = -k_{ua_{ij}} \left( \frac{p_a}{\gamma_w} \right)_{,j} = -K_{ra} k_{a_{ij}} \left( \frac{p_a}{\gamma_w} \right)_{,j} \quad \text{空気に関するダルシー則}$$

$k_{ua_{ij}}$  : 不飽和透気係数,  $p_a$  : 空気圧力,  $\gamma_w (= \rho_w g)$  : 水の単位体積重量,

$K_{ra}$  : 相対透過係数,  $k_{a_{ij}}$  : 透気係数,  $m$  : Mualem 乗数,  $S_e$  : 有効飽和度,

$$K_{ra} = (1-S_e)^2 \left(1-S_e \frac{1}{m}\right)^{2m}$$

### 4.5.3 移流分散方程式の導出

固相と溶質相の質量保存則を連立させ、移流分散方程式の導出を行う。

溶液相の質量保存則  $\dot{\bar{\rho}}_c + \bar{\rho}_c v_{c,i} = 0$  (式 (4.33)) に式 (4.29), (4.37) を代入すると、

$$n\dot{S}_r\gamma c\rho_w + n\dot{S}_r\gamma c\rho_w + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\gamma c\rho_w v_{c,i} = 0 \quad (4.66)$$

式 (4.38) と式 (4.66) を連立させると、

$$S_r\gamma c\rho_w(1-n)v_{s_i} + n\dot{S}_r\gamma c\rho_w + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\gamma c\rho_w v_{c,i} = 0 \quad (4.67)$$

式 (4.67) を整理すると、

$$S_r\gamma c\rho_w v_{s_i} + n\dot{S}_r\gamma c\rho_w + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\gamma c\rho_w(v_{c_i} - v_{s_i})_i = 0 \quad (4.68)$$

式 (4.44) を式 (4.68) に代入すると、

$$-S_r\gamma c\rho_w \dot{\epsilon}_v + n\dot{S}_r\gamma c\rho_w + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + nS_r\gamma c\rho_w(v_{c_i} - v_{s_i})_i = 0 \quad (4.69)$$

式 (4.69) から  $\gamma$ ,  $\rho_w$  を除すと ( $\gamma, \rho_w = \text{const.}$ )

$$-S_r c \dot{\epsilon}_v + n\dot{S}_r c + nS_r \dot{c} + nS_r c(v_{c_i} - v_{s_i})_i = 0 \quad (4.70)$$

となる。式 (4.70) の左辺第4項は合成関数の微分より

$$nS_r c(v_{c_i} - v_{s_i})_i = \left\{ nS_r c(v_{c_i} - v_{s_i}) \right\}_i - (nS_r)_i c(v_{c_i} - v_{s_i}) - nS_r c_i(v_{c_i} - v_{s_i}) \quad (4.71)$$

となる。式 (4.71) の右辺第2, 3項は微小なベクトル同士の演算であるため、無視でき

る。式 (4.70) に式 (4.71) を代入すると、

$$-S_r c \dot{\epsilon}_v + n\dot{S}_r c + nS_r \dot{c} + \left\{ nS_r c(v_{c_i} - v_{s_i}) \right\}_i = 0 \quad (4.72)$$

ここで、式 (4.72) の  $(v_{c_i} - v_{s_i})$  は、

$$(v_{c_i} - v_{s_i}) = (v_{f_i} - v_{s_i}) + (v_{c_i} - v_{f_i}) \quad (4.73)$$

と分離できる。



式 (4.73) の右辺第 1, 2 項はそれぞれ, 移流項 (固相に対する液相の流速) と分散項 (液相に対する溶質相の流速) にあたる. それぞれの項は, 相対速度, フィック則を用いて,

$$nS_r(v_{f_i} - v_{s_i}) = \tilde{v}_{f_i} \quad (4.74)$$

$$c(v_{c_i} - v_{f_i}) = J_i = -D_{ij}c_{,j} \quad (4.75)$$

と表される.

$$\text{式 (4.74) において } \tilde{v}_{f_i} = -K_{w_{ij}} h_{,j} \quad (4.75) \quad h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \frac{\rho_f}{\rho_w} \Omega \quad (4.76)$$

よって, 式 (4.73) ~ (4.76) より, 式 (4.71) は,

$$\begin{aligned} nS_r c(v_{c_i} - v_{s_i})_{,i} &= \left\{ nS_r c(v_{f_i} - v_{s_i}) \right\}_{,i} + \left\{ nS_r c(v_{c_i} - v_{f_i}) \right\}_{,i} \\ &= (c\tilde{v}_{f_i})_{,i} + (nS_r J_i)_{,i} = (cv_{f_i})_{,i} + nS_r J_{i,i} \quad (\because (nS_r)_{,i} = 0) \end{aligned} \quad (4.76)$$

と表すことができる. 式 (4.76) より, 式 (4.72) は

$$S_r c \dot{\epsilon}_v - n \dot{S}_r c - n S_r \dot{c} - (c\tilde{v}_{f_i})_{,i} - n S_r J_{i,i} = 0 \quad (4.77)$$

式 (4.77) は移流分散方程式である. ここで連続条件式 (式 (4.49)) に濃度  $c$  を乗じ,

$$c \dot{\epsilon}_v S_r - c n \dot{S}_r - c n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} - c \tilde{v}_{f_i,i} = 0 \quad (4.78)$$

移流分散方程式 (式 (4.77)) を両辺から引くと,

$$\begin{aligned} n S_r \left( 1 - \frac{c\gamma}{1 + \gamma c} \right) \dot{c} + (c\tilde{v}_{f_i})_{,i} - c v_{f_i,i} + n S_r J_{i,i} &= 0 \\ \Leftrightarrow n S_r \frac{1}{1 + \gamma c} \dot{c} + c_{,i} \tilde{v}_{f_i} + n S_r J_{i,i} &= 0 \end{aligned} \quad (4.79)$$

が得られる. 式 (4.79) を濃度の時間変化項に着目して整理すると,

$$\dot{c} = -(1 + \gamma c) \left( \frac{c_{,i} \tilde{v}_{f_i}}{n S_r} + J_{i,i} \right) \quad (4.80)$$

となる.

式 (4.80) は空間における濃度の時間変化 (第 1 項) が溶液の移流 (第 2 項) と溶液を基準とした物質速度 (分散現象) (第 3 項) によって起こることを示しており, 式 (4.77) と同様に移流分散方程式である. 時間濃度変化は溶解量とその濃度にも依存し, 溶液に溶解している物質が多いほどその移動性が大きく, これにより溶媒の濃度に応じて逐次変化する溶液の密度に応じた物質移動の変化を正確に追従することが可能になって

いる。また物質移動は変形に関して独立であり、動水勾配（空間水圧分布）、濃度勾配（空間濃度分布）によって決定されることがわかる。

また、浸透方程式には、変形項・不飽和項・濃度時間変化項が存在する。3章で示したように、浸透現象はこれらによって移動の様子が逐次変化する。また本研究では通常独立して扱われる変形や濃度変化を連成問題として取り扱うことができ、それらの変化が流体の移動に与える影響を逐次評価することが可能である。

以上が支配方程式導出の過程である。表-4.1 に導出した支配方程式を列挙する。図-4.8 に支配方程式導出過程のフローチャートを示す。

表-4.1 導出した支配方程式

$\dot{\epsilon}_v S_r - n \dot{S}_r - n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} - \tilde{v}_{f,i} = 0$	固相と液相の連続条件式
$(1 - S_r) \dot{\epsilon}_v + n \dot{S}_r - \frac{n(1 - S_r) \dot{p}_a}{K_a} - \tilde{v}_{a,i} = 0$	固相と気相の連続条件式
$\dot{c} = -(1 + \gamma c) \left( \frac{c_i \tilde{v}_{f,i}}{n S_r} + J_{i,i} \right)$	移流分散方程式

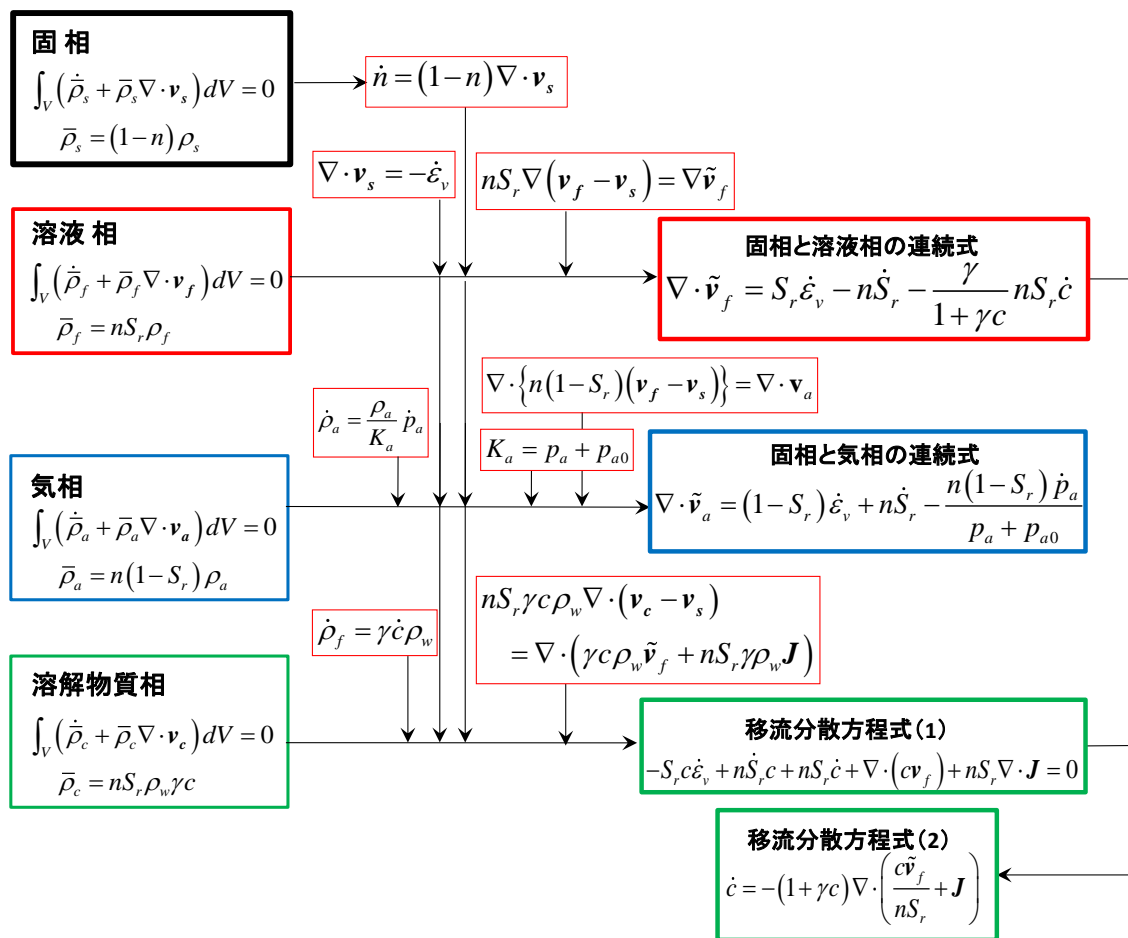


図-4.8 連続条件式・移流分散方程式の導出過程

#### 4.6 初期条件の設定<sup>5),6)</sup>

本研究で扱う力学場は、時間変化に伴い物体の様子が逐次変化する非定常場である。そのため運動のある時点における運動力学変数が定義されており、構成式等によってその力の変数が既知となる条件が設定されている必要がある。本研究で、時間はある一時点を初期として減少することなく常に増加方向に進むとするため、4つの物質を有する混合体物質の力学挙動（図-4.1）を評価するためには、解析を行う開始時点における各運動学的変数（初期条件）を認識しておく必要がある。表-4.2に初期条件を示す。

表-4.2 初期条件

• 初期座標：	$x_{ij} = x_{ij t=0}$	in	V
• 初期水頭：	$h_i = h_{i t=0}$	in	V
• 初期空気圧：	$p_{aj} = p_{aj t=0}$	in	V
• 初期濃度：	$c_i = c_{i t=0}$	in	V

#### 4.7 境界条件の設定<sup>5),6)</sup>

4.1で述べたように、物体の運動を表すには、状態変化量を表す変数（運動学的変数）と、その変化の駆動力となる変数（力の変数）が原因と結果という形で対になり、特定の領域における運動を定義する際、物体の全表面はどちらかの変数が定義され、既知であることが要請される。

また数学的に空間2階の偏微分方程式を解くには1階微分の形で記述される積分定数と0階微分における積分定数がなければ解が不定となる。境界におけるそれらの既知量、つまり積分過程における積分定数は、「境界値」と呼ばれ、対象とする物体の運動ごとに状態変数は異なる。運動学的変数は0回微分の形で示されノイマン境界条件と呼ばれ、力の関数は1回微分の形で示されディリクレ境界条件と呼ばれ、物体の境界はいずれかで万遍なく覆われる。

本研究で考えている土試料は固相・液相・気相・溶解物質相の4相の物質で構成されており、それぞれの場においてディリクレ、ノイマン境界が定義できる。

(i) 変位-応力場

(1) 変位既知境界 (第一種境界条件)

境界上の物体が時間的变化に伴い移動する量 (変位) が既知である境界である。領域における固定端や、強制変位が与えられ、物体の変形が進む境界において適用される

(2) 応力既知境界 (第一種境界条件)

境界面上に作用する応力が既知である境界である。境界面上に作用する外力により変形が進む境界に適用される。応力が作用していない境界も応力ゼロ (変位未知) の境界として応力既知境界に分類される

(ii) 水頭-流量場<sup>14), 15)</sup>

(1) 水頭既知境界 (第一種境界条件)

境界面上で水頭が一定、あるいは水頭時間関数で与えられる境界である。海・河川底面や、定水位条件における井戸の揚注水など水位を規定できる境界に適用できる。

(2) 流量既知境界 (第二種境界条件)

井戸の揚注水や降雨浸透を考慮する境界に用いられる。流出入量が0である不透水境界もこれに含まれる。

基本的には水頭・流量既知のどちらかの境界条件で表現可能である。しかし、掘削断面や河川堤防の法面など地盤から大気への湧出が生じる境界や、締固め過程において地盤が不飽和状態から飽和状態に遷移する場合には、上記の境界条件も計算過程により変更が必要である。基本的に境界におけるサクション値が正ならば不透水境界となり、負であれば流速に関する適当な量の排水が行われた上で、境界面での水頭が既知になることが要請される。

(iii) 空気圧-空気流入場

(1) 空気圧力既知境界 (第一種境界条件)

境界面上で空気圧力水頭が一定、あるいは時間変化関数で与えられている境界条件である。大気圧との境界面や、一定圧力が想定される場など、空気圧力を規定できる境界に適用できる。

(2) 空気流量既知境界 (第二種境界条件)

境界を通して流出入する空気量が規定できる境界に用いられる。吸引や封入により境界からするフラックスが既知の境界に用いられる。また、空気流出入量が0である空気不透過境界もこれに含まれる。

#### (iv) 濃度-濃度フラックス場<sup>16)</sup>

##### (1) 濃度既知境界 (第一種境界条件)

濃度既知境界条件は濃度が明らかになっている境界であり、汚染源、河川、湖沼などに用いられる。また地盤内で濃度の洗い出しが行われ、濃度が既知になる境界にも適用できる。

##### (2) 分散フラックス既知境界 (第二種境界条件)

分散フラックス既知境界条件は分散によるフラックスが分かっている場合に用いられる。ただし、実際に分かっている場合はほとんどない為、分散によるフラックスがない場合、領域内部と外部に濃度差がないとみなせる場合 ( $\nabla \cdot c = 0$ ) に用いられる。また、濃度前線から十分に距離があり、外部からの影響を受けないと考えられる地点の集合体を分散フラックス境界と捉えることもできる。

この境界は、分散によるフラックスは制限するが、移流によるフラックスは制限しない。そのため動水勾配が発生する地盤内においては明確に定義するのが難しく、地下水が流入する境界には適さない。本研究においてはこの境界を入力境界条件として使用していない。

##### (3) コーシー型境界 (第三種境界条件)

コーシー型境界条件は、移流と分散によるトータルのフラックス量が既知の境界であり、例えば、排水溝、トレーサーの投入孔などに用いられる。

第二種、第三種境界条件は、移流分散方程式を離散化する際に、移流項にグリーンの定理を適用するかどうかによって取り扱いが異なる。移流項にグリーンの定理を適用しない場合、第三種の境界条件は、厳密には取り扱えない。この為、第二種の境界条件を用いてフラックスを満足するように繰り返し計算を行うか、第一種境界条件として与えるかになる。後者の場合にはフラックスの近似が適切であることを確認する必要がある。移流項にグリーンの定理を適用した場合には、第二種境界条件が厳密には取り扱えなくなる。また、この離散化では、解が地下水流速に対して非常に敏感になり、解の安定性が低下するといわれている。このため、第二種や第三種の境界条件を用いる際には、離散化や境界条件の影響についても注意が必要である。

物質境界は濃度が既知である濃度境界と物質の質量フラックスが既知であるフラックス境界とに分類され、特に質量フラックスがゼロである境界を非透過境界とよぶ。水理境界、物質境界をそれぞれ設定することにより前述した第一種、第二種、第三種境界条件を表現する。第一種境界条件は濃度が既知である境界 ( $\bar{c} = c \text{ on } S_c$ )、第二種境界条件は非透過境界 ( $\frac{\partial c}{\partial x} = 0 \text{ on } S_Q$ )、第三種境界条件は流量境界かつ濃度境界 ( $q = vn \text{ on } S_q \text{ and } c = \bar{c} \text{ on } S_c$ ) である。第一種、第二種、第三種境界条件と水理境界、物質境界の関係を表-4.3 にまとめる。

表-4.3 濃度-濃度フラックス場における境界条件

水理境界	$\bar{h} = h \text{ on } S_h$	水頭境界 (入力)	コーシー型境界 (入力) (第三種)
	$\bar{q} = vn \text{ on } S_q$	流量境界 (入力)	
物質境界	$\bar{c} = c \text{ on } S_c$	濃度既知境界 (入力) (第一種)	
	$\frac{\partial c}{\partial x} = 0 \text{ on } S_Q$	分散フラックス境界 (第二種)	

参考文献

- 1) 野村瞬, 角井駿介, 河井克之, 橘伸也, 金澤伸一, 飯塚敦, 荷重載荷条件下における飽和/不飽和地盤内における溶解物質の移動表現, 第46回地盤工学研究発表会講演集, 神戸, 2011.
- 2) 野村瞬, 河井克之, 角井駿祐, 橘伸也, 金澤伸一, 飯塚敦: 飽和/不飽和地盤内における水溶性物質移動モデルの構築, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.67, No.2, pp.231-240, 2011.
- 3) 野村瞬, 河井克之, 金澤伸一, 橘伸也, 飯塚敦: 土/水/空気/溶解物質連成問題の定式化とその応用, 都市安全研究センター研究報告, 神戸大学都市安全研究センター, Vol.15, pp.21-28, 2011.
- 4) Nomura, S., Kawai, K., Iizuka, A., Tachibana and S., Kanazawa, S. : Mathematical model of soil/water/air coupled problem for unsaturated soils considering mass transfer within pore-water, 5th Asia-Pacific Conference on unsaturated soils, Pattaya Thailand, pp.287-292, 2011.
- 5) 京谷孝史: よくわかる連続体力学ノート, 森北出版株式会社, 2008.
- 6) 久田俊明, 野口裕久: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善株式会社, 1995.
- 7) 田村武: 連続体力学入門, 朝倉書店, 2000.
- 8) 久田俊明: 非線形有限要素解析のためのテンソル解析の基礎, 丸善出版, 1999
- 9) Borja, R. I.: Cam-Clay plasticity. Part 5: A mathematical framework for three-phase deformation and strain localization analyses of partially saturated porous media, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 193, pp.5301-5338, 2004.
- 10) Atkin, R.J. and Craine, R.E.: *Continuum theories of mixtures: basic theory and historical development*, pp.209-244, 1975.
- 11) Temizer, I.: *ME 285: Continuum theory of mixture*, 2004.
- 12) 藤川和彦, 飯塚敦, 河井克之, ティラポン・ピパットパンサー: 物質移動を考慮した不飽和土/水連成問題の数理モデルと有限要素解析手法, *応用力学論文集*, Vol.9, pp.377-384, 2006.
- 13) 金澤伸一: 不飽和土の数理モデルに基づく締固め土構造物の力学挙動評価, 神戸大学大学院自然科学研究科, 博士論文, 2010
- 14) 地下水流動保全のための環境影響評価と対策—調査・設計・施工から管理まで—, 社団法人地盤工学会, 2002.
- 15) 菱谷智幸: 講座 移流分散解析入門 2.地盤内の物質移動の支配方程式(その1), *土と基礎*, 50-9 (536), pp.61-64, 2002.



第4章 土/溶液/空気/溶解物質連成数理モデルの確立

- 16) 長谷川琢磨：講座 移流分散解析入門 11.オイラー法による移流分散解析例－有限要素法－，土と基礎，51-6（545），pp.41-46，2003.

## 第5章 初期値境界値問題への定式化

一般的な力学の問題は、時間空間型の微分系で示された支配方程式を初期条件、境界条件のもとで解くという初期値境界値問題に集約される。

本章では 2~4 章で導出した土試料に関する保存則、構成式に幾何学方程式を加えた系全体を支配する支配方程式をまとめ、問題を有限要素法による初期値境界値問題として取り扱い、求解するための手順である、弱形式化、空間、時間離散化について記述する。時間離散化までの概念図を図-5.1 にまとめる。

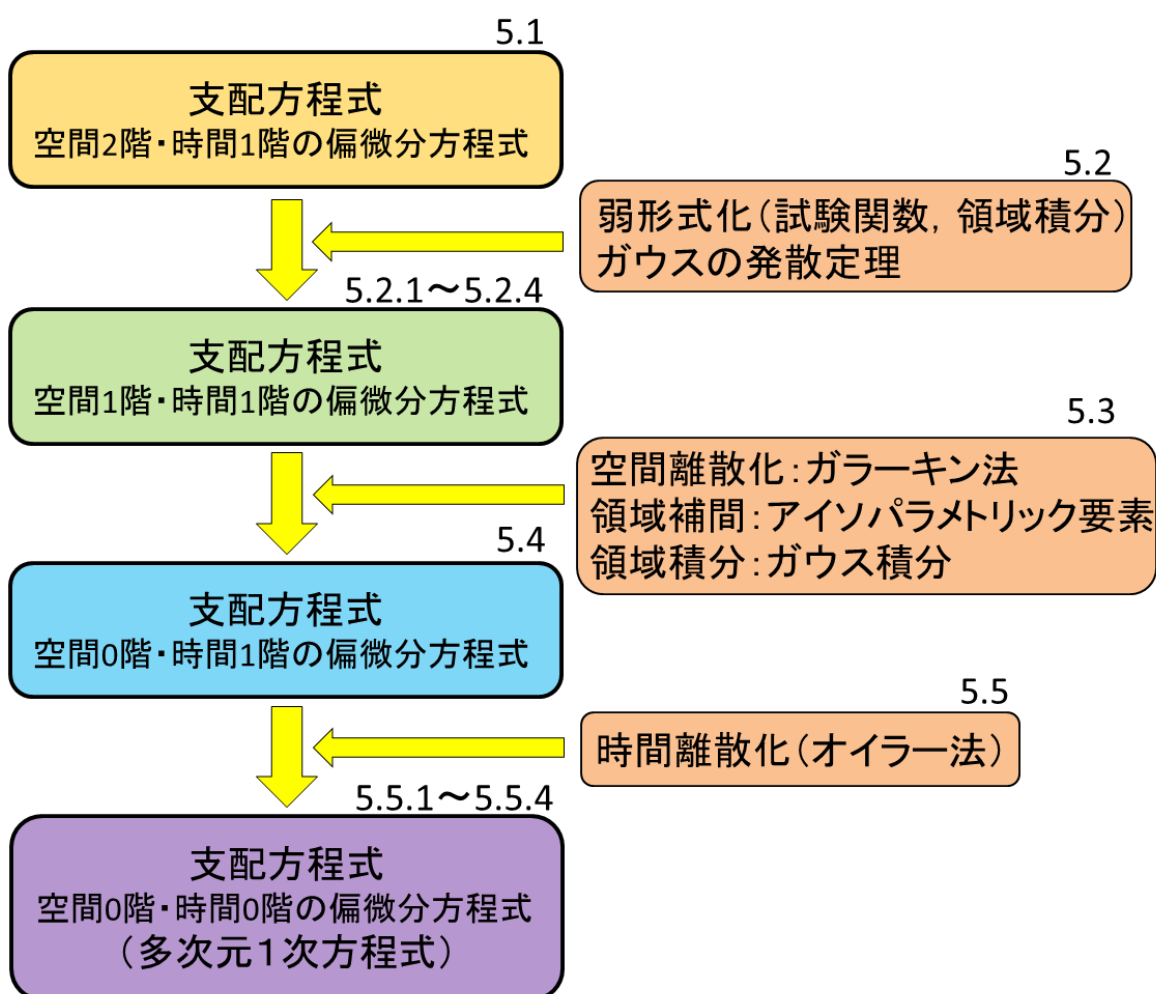


図-5.1 弱形式化・空間離散化フローチャート

## 5.1 支配方程式，初期・境界条件

土水連成変形問題と移流分散現象を有限要素法で解くために支配方程式の離散化を行う。以下に支配方程式の一覧を増分型で示す。

### 5.1.1 支配方程式

固相/液相/気相/溶質の連成問題における場の支配方程式を以下にまとめる。圧縮側を正とし，微小変形を仮定する。

$$\text{釣合式} \quad \dot{\sigma}_{ji,j} + \dot{\rho}g_i = 0, \quad \dot{\sigma}_{ij} = \sigma_{ji} \quad (5.1)$$

$$\text{有効応力式} \quad \dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij}^N + \dot{p}_s \delta_{ij}, \quad \dot{\sigma}_{ij}^N = \sigma_{ij} - p_a \delta_{ij}, \quad p_s = sS_e \quad (5.2)$$

$$\text{サクシヨン} \quad s = p_a - p_w \quad (5.3)$$

$$\text{構成式} \quad \dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij} \dot{S}_e \quad (5.4)$$

$$\text{適合条件式} \quad \dot{\epsilon}_{kl} = -\frac{1}{2}(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (5.5)$$

$$\text{サクシヨン-有効飽和度関係} \quad S_e = 1 / \left[ 1 + \exp \left( A + B \ln \frac{s}{s_0} \right) \right] \quad (5.6)$$

$$\text{溶液密度-濃度関係} \quad \rho_f = (1 + \gamma c) \rho_w \quad (5.7)$$

$$\text{連続条件式 (固相と液相)} \quad \tilde{v}_{f,i} = \dot{\epsilon}_v S_r - n \dot{S}_r - n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} c \quad (5.8)$$

$$\text{ダルシー則 (溶液)} \quad \tilde{v}_{f_i} = -k_{uw_{ij}} h_{,j} = -K_{rw} k_{w_{ij}} h_{,j} \quad (5.9)$$

$$\text{連続条件式 (固相と気相)} \quad \tilde{v}_{a,i} = (1 - S_r) \dot{\epsilon}_v + n \dot{S}_r - \frac{n(1 - S_r) \dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \quad (5.10)$$

$$\text{ダルシー則 (空気)} \quad \tilde{v}_{a_i} = -k_{ua_{ij}} \frac{p_{a,j}}{\rho_w g} = -K_{ra} k_{a_{ij}} \frac{p_{a,j}}{\rho_w g} \quad (5.11)$$

$$\text{移流分散方程式} \quad \dot{c} = -(1 + \gamma c) \left( \frac{c_i \tilde{v}_{f_i}}{n S_r} + J_{i,i} \right) \quad (5.12)$$

$$\text{フィック則 (分散)} \quad J_i = -D_{ij} c_{,j} \quad (5.13)$$

$$\text{全水頭} \quad h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \Omega, \quad \Omega = \frac{\rho_f}{\rho_w} z \quad (5.14)$$

ここで、式 (5.1) ~ 式 (5.14) において、

$\sigma_{ij}$ : 全応力テンソル	$\rho$ : 試料密度
$g_i$ : 重力加速度テンソル	$\sigma'_{ij}$ : 有効応力テンソル
$\sigma_{ij}^N$ : ネット応力テンソル	$p_a$ : 間隙空気圧
$\delta_{ij}$ : クロネッカーデルタ	$p_s$ : サクシオン応力
$s$ : サクシオン	$S_e$ : 有効飽和度 $\left( S_e = \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} \right)$
$S_r$ : 飽和度	$S_{rc}$ : 残留飽和度
$S_{rf}$ : $s=0$ での飽和度	$p_f$ : 間隙溶液圧
$D_{ijkl}$ : 弾性剛性テンソル	$\varepsilon_{ij}$ : ひずみテンソル
$C_{ij}$ : 不飽和係数テンソル	$u_i$ : 変位テンソル
$A, B$ : 水分特性フィッティングパラメータ	
$s_0$ : 単位サクシオン (1mH <sub>2</sub> O/9.8kPa)	$\rho_f$ : 溶液密度
$\gamma$ : 飽和溶解量	$c$ : 濃度
$n$ : 間隙率	$\rho_w$ : 純水密度
$\tilde{v}_{f_i}$ : 溶液のダルシー流速	$\varepsilon_v$ : 体積ひずみ
$n$ : 間隙率	$k_{uw_{ij}}$ : 不飽和透水係数テンソル
$K_{rw}$ : 比透水係数 $K_{rw} = S_e^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - (1 - S_e^{\frac{1}{m}})^m \right\}^2$	$k_{w_{ij}}$ : 飽和透水係数テンソル
$\tilde{v}_{a_i}$ : 間隙空気のダルシー流速	$p_{a0}$ : ゲージ圧 (大気圧)
$k_{ua_{ij}}$ : 不飽和透過係数テンソル	$K_{ra}$ : 比透過係数 $k_{ra} = (1 - S_e)^{\frac{1}{2}} (1 - S_e^{\frac{1}{m}})^{2m}$
$k_{a_{ij}}$ : 飽和透過係数テンソル	$J_i$ : 濃度フラックス
$D_{ij}$ : 分散係数テンソル	$\Omega$ : 位置水頭
$z$ : 鉛直座標	

である。

### 5.1.2 初期条件

本研究で用いる数値モデルの初期条件を表-5.1 にまとめる.

表-5.1 初期条件

初期条件

<ul style="list-style-type: none"> <li>• 初期座標 : <math>x_{i t} = x_{i t=0} \quad in \quad V</math></li> <li>• 初期水頭 : <math>h_i = h_{i t=0} \quad in \quad V</math></li> <li>• 初期空気圧 : <math>p_{a t} = p_{a t=0} \quad in \quad V</math></li> <li>• 初期濃度 : <math>c_i = c_{i t=0} \quad in \quad V</math></li> </ul>
---

### 5.1.3 境界条件

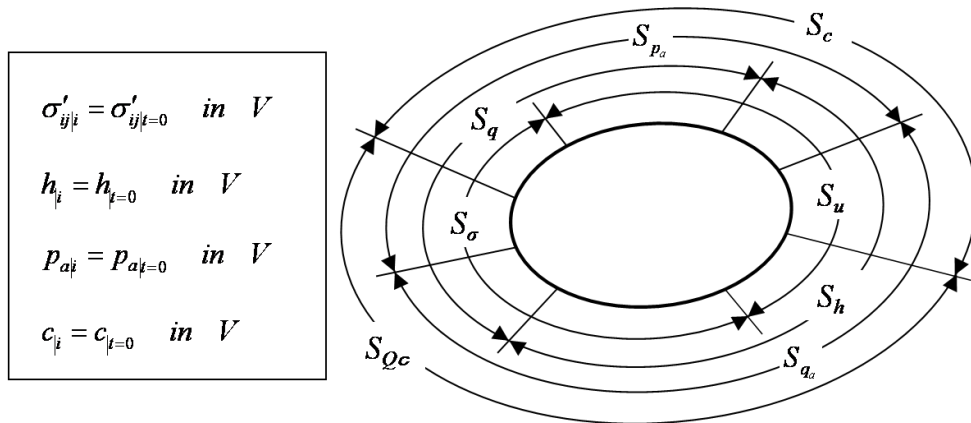
本研究で用いる数値モデルの境界条件を表-5.2 にまとめる.

また初期値境界条件の概念図を図-5.2 にまとめる.

表-5.2 境界条件

境界条件

<ul style="list-style-type: none"> <li>• 変位境界 (Dirichlet 境界) : <math>\dot{u}_i = \bar{\dot{u}}_i \quad on \quad S_u</math></li> <li>• 応力境界 (Neumann 境界) : <math>\dot{\sigma}_{ij} n_j = \bar{\dot{t}}_i \quad on \quad S_\sigma</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 水頭境界 (Dirichlet 境界) : <math>h = \bar{h} \quad on \quad S_h</math></li> <li>• 流量境界 (Neumann 境界) : <math>\tilde{v}_{f_i} n_i = \bar{q} \quad on \quad S_q</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 空気圧力境界 (Dirichlet 境界) : <math>p_a = \bar{p}_a \quad on \quad S_{p_a}</math></li> <li>• 空気流量境界 (Neumann 境界) : <math>\tilde{v}_{a_i} n_i = \bar{q}_a \quad on \quad S_{q_a}</math></li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 濃度境界 (Dirichlet 境界) : <math>c = \bar{c} \quad on \quad S_c</math></li> <li>• フラックス境界 (Neumann 境界) : <math>n S_r \left\{ c (v_{f_i} - v_{s_i}) + J_i \right\} n_i = \bar{Q}_c \quad on \quad S_{Q_c}</math></li> </ul>



$$S = S_u + S_\sigma = S_h + S_q = S_{p_a} + S_{q_a} = S_c + S_{Q_c}$$

図-5.2 初期・境界条件概念図

## 5.2 支配方程式の弱形式化<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

釣合式, 連続条件式, 移流分散方程式それぞれ任意の試験関数を用いて領域で積分し, 支配方程式の弱形式化を行う。

空間二階, 時間一階の偏微分方程式であった支配方程式は, 空間微分が一階弱まり, 運動学変数 (変位, 全水頭, 空気圧, 濃度) の一回の微分の式として表現され, 制約条件が一つ緩まる (弱形式化される)。

### 5.2.1 釣合式の弱形式化

$$\dot{\sigma}_{ji,j} + \dot{\rho}g_i = 0 \quad (5.1)$$

を弱形式化する。以下のような試験関数を考える。

$$\forall \delta \dot{u}_i \in \left\{ \delta \dot{\varepsilon}_{ij} = -\frac{1}{2}(\delta \dot{u}_{i,j} + \delta u_{j,i}); \delta u_i = 0 \quad \text{on} \quad S_u \right\} \quad (5.15)$$

また, 境界条件を以下に示す。

$$\text{変位境界} \quad \dot{u}_i = \bar{\dot{u}}_i \quad \text{on} \quad S_u$$

$$\text{応力境界} \quad \dot{\sigma}_i \eta_j = \bar{\dot{t}}_j \quad \text{on} \quad S_\sigma$$

$$\text{全境界} \quad S = S_u + S_\sigma$$

式 (5.15) を式 (5.1) の両辺に乘じ, 領域  $V$  で体積積分する。

$$\int_V (\dot{\sigma}_{ji,j} + \dot{\rho}g_i) \delta \dot{u}_i dV = 0 \Leftrightarrow \int_V \dot{\sigma}_{ji,j} \delta u_i dV + \int_V \rho g_i \delta u_i dV = F_1 + F_2 = 0 \quad (5.16)$$

$$F_1 = \int_V \dot{\sigma}_{ji,j} \delta \dot{u}_i dV \quad (5.17)$$

$$F_2 = \int_V \dot{\rho}g_i \delta \dot{u}_i dV \quad (5.18)$$

とする。

1)  $F_1 = \int_V \dot{\sigma}_{ji,j} \delta \dot{u}_i dV$  に関して

$F_1$  は部分積分により

$$F_1 = \int_V (\dot{\sigma}_{ji} \delta \dot{u}_i)_{,j} dV - \int_V \sigma_{ji} \delta u_{i,j} dV \quad (5.19)$$

式 (5.19) 右辺第 1 項にガウスの発散定理を適用すると,

$$F_1 = \int_S \dot{\sigma}_{ji} n_j \delta \dot{u}_i dS - \int_V \sigma_{ji} \delta u_{i,j} dV \quad (5.20)$$

式 (5.20) の領域を応力境界  $S_\sigma$  と変位境界  $S_u$  に分離する

$$F_1 = \int_{S_\sigma} \bar{\sigma}_{ji} n_j \delta \dot{u}_i dS + \int_{S_u} \dot{\sigma}_{ji} n_j \delta \bar{u}_{i,j} dS - \int_V \sigma_{ji} \delta u_{i,j} dV \quad (5.21)$$

式 (5.21) の右辺第2項は、式 (5.15) の境界条件  $\delta \dot{u}_i = 0$  on  $S_u$  より消え、

$$F_1 = \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta \dot{u}_i dS - \int_V \dot{\sigma}_{ji} \delta u_{i,j} dV \quad (5.22)$$

となる。式 (5.22) 右辺第2項の、 $\delta \dot{u}_{i,j}$  を対称行列と反対称行列に分解し、整理すると、

$$\int_V \dot{\sigma}_{ji} \delta \dot{u}_{i,j} dV = \int_V \dot{\sigma}_{ji} \frac{1}{2} (\delta \dot{u}_{i,j} + \delta \dot{u}_{j,i}) dV + \int_V \sigma_{ji} \frac{1}{2} (\delta u_{i,j} - \delta u_{j,i}) dV \quad (5.23)$$

式 (5.23) 右辺第2項の被積分関数は、対称行列と反対称行列の内積より、

$$\dot{\sigma}_{ji} \frac{1}{2} (\delta \dot{u}_{i,j} - \delta \dot{u}_{j,i}) = \dot{\sigma}_{ji} \left\{ -\frac{1}{2} (\delta \dot{u}_{i,j} - \delta \dot{u}_{j,i}) \right\} \Leftrightarrow \sigma_{ji} (\delta u_{i,j} - \delta u_{j,i}) = 0 \quad (5.24)$$

よって、式 (5.23) は、式 (5.5) より、

$$\int_V \dot{\sigma}_{ji} \delta \dot{u}_{i,j} dV = \int_V \dot{\sigma}_{ji} \frac{1}{2} (\delta \dot{u}_{i,j} + \delta \dot{u}_{j,i}) dV = - \int_V \sigma_{ji} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV \quad (5.25)$$

式 (5.25) より、式 (5.22) は

$$F_1 = \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta \dot{u}_i dS + \int_V \dot{\sigma}_{ji} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV \quad (5.26)$$

ここで、式 (5.6) より、飽和度  $S_r$  はサクシヨン  $s$  のみの関数であるので、

$$\dot{S}_r = \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{s} = \frac{\partial S_r}{\partial s} (\dot{p}_a - p_f) \quad (5.27)$$

よって、

$$\dot{S}_e = \left( \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} \right) \dot{s} = \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{s} = \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \frac{\partial S_r}{\partial s} (\dot{p}_a - p_f) \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} (S_e s) &= \left( \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} s \right) \dot{s} = \left( \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} \right) s \dot{s} + \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} \dot{s} \\ &= \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{s} s + \frac{S_r - S_{rc}}{S_{rf} - S_{rc}} \dot{s} = \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left[ \frac{\partial S_r}{\partial s} s + (S_r - S_{rc}) \right] (\dot{p}_a - p_f) \end{aligned} \quad (5.29)$$

である。式 (5.28) より式 (5.4) は、

$$\dot{\sigma}'_{ij} = D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} - C_{ij} \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \frac{\partial S_r}{\partial s} (\dot{p}_a - \dot{p}_f) = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} - C_{ij} (p_a - p_f) \left( \because C_{ij}^B = C_{ij} \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \frac{\partial S_r}{\partial s} \right) \quad (5.30)$$



ここで式 (5.2) を全応力表示し, 式 (5.29), (5.30) を代入すると,

$$\begin{aligned}
 \dot{\sigma}_{ij} &= \dot{\sigma}'_{ij} + p_a \delta_{ij} - (s S_r) \delta_{ij} \\
 &= D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij}^B (\dot{p}_a - \dot{p}_f) + \dot{p}_a \delta_{ij} - \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) s \delta_{ij} \\
 &= D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij}^B (\dot{p}_a - \dot{p}_f) + \dot{p}_a \delta_{ij} - \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) (p_a - p_f) \delta_{ij} \\
 &= D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij}^B (\dot{p}_a - \dot{p}_f) - \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s - S_{rf} + S_r \right) \dot{p}_a \delta_{ij} + \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) p_f \delta_{ij}
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

となる.

式 (5.31) を式 (5.22) に代入すると,

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta \dot{u}_i dS + \int_V \left\{ D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij}^B (\dot{p}_a - \dot{p}_w) - \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s - S_{rf} + S_r \right) p_a \delta_{ij} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) \dot{p}_f \delta_{ij} \right\} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

式 (5.32) の右辺第2項を整理すると,

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta \dot{u}_i dS + \int_V \left\{ D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij}^B (p_a - p_f) \right\} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV \\
 &\quad - \int_V \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s - S_{rf} + S_r \right) \dot{p}_a \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) p_f \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

$$\text{ここで } R_1 = -\frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s - S_{rf} + S_r \right) \tag{5.34a}, \quad R_2 = \frac{1}{S_{rf} - S_{rc}} \left( \frac{\partial S_r}{\partial s} s + S_r - S_{rc} \right) \tag{5.34b}$$

とすると, 式 (5.33) は

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \int_V \left\{ D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - C_{ij}^B (\dot{p}_a - \dot{p}_f) \right\} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V R_1 \dot{p}_a \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V R_2 p_f \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta u_i dS \\
 &= \int_V D_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV - \int_V C_{ij}^B \dot{p}_a \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V C_{ij}^B \dot{p}_f \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V R_1 \dot{p}_a \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_V R_2 p_f \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta u_i dS
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

となる.

2)  $F_2 = \int_V \dot{\rho} g_i \delta u_i dV$  に関して

$$\dot{\rho} g_i = \dot{\rho} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad (\text{鉛直下向き正}) \quad (5.36)$$

$$\bar{\rho}_\alpha = \frac{M_\alpha}{V} = \frac{V_\alpha}{V} \rho_\alpha \quad (\alpha = s, f, a) \quad (5.37)$$

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M_s + M_f + M_a}{V} = \bar{\rho}_s + \bar{\rho}_f + \bar{\rho}_a \quad (5.38)$$

$$\dot{\rho} = \dot{\bar{\rho}}_s + \dot{\bar{\rho}}_f + \dot{\bar{\rho}}_a \quad (5.39)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_s = \left( (1-n)\rho_s \right) \dot{\phantom{\rho}} = -\dot{n}\rho_s \quad (\because \dot{\rho}_s = 0) \quad (5.40)$$

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\rho}}_f &= \left( nS_r \rho_f \right) \dot{\phantom{\rho}} = \dot{n}S_r \rho_f + n\dot{S}_r \rho_f + nS_r \dot{\rho}_f \\ &= \dot{n}S_r (1+\gamma c) \rho_w + n\dot{S}_r (1+\gamma c) \rho_w + nS_r \gamma c \dot{\rho}_w \quad (\because \dot{\rho}_w = 0, \dot{\gamma} = 0, \rho_f = (1+\gamma c) \rho_w) \end{aligned} \quad (5.41)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_a = \left( n(1-S_r) \rho_a \right) \dot{\phantom{\rho}} = \dot{n}(1-S_r) \rho_a - n\dot{S}_r \rho_a + n(1-S_r) \dot{\rho}_a \quad (5.42)$$

式 (5.42) 右辺第3項  $\dot{\rho}_a$  に関して、理想気体の状態方程式より、

$$PV = NRT \Leftrightarrow N = \frac{PV}{RT} \quad (5.43)$$

ここで、 $P$  : 空気圧,  $V$  : 気体体積,  $N$  : 分子量 (モル数),  $R$  : 気体定数,  $T$  : 絶対温度. さらに、 $P = 101.3 \text{ kPa} (10.3 \text{ tf/m}^2)$ ,  $R = 8.31 \times 10^3 \text{ kPa} \cdot \text{cm}^3 / (\text{K} \cdot \text{mol})$ ,  $T = 300 \text{ K} (27^\circ\text{C})$  を仮定すると単位体積当たりの物質量は、 $N = 4.0 \times 10^{-5} \text{ mol}$ . 標準空気の密度を求めると

$$\begin{aligned} M_{air} &= \frac{28 \times 4 + 32}{5} = 28.8 \text{ g/mol} \\ \rho_a &= \frac{N \times M_{air}}{V} = 1.15 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3 = 1.15 \times 10^{-3} \text{ t/m}^3 \end{aligned} \quad (5.44)$$

であり、 $\rho_a$  は  $\rho_s, \rho_w$  に比べ3桁程度値が小さいことがわかる. そのため、その時間変化量である  $\dot{\rho}_a$  が数値計算に与える影響は著しく小さいことが予想され、本研究では  $\dot{\rho}_a = 0$  としてその影響を無視する.

式 (5.38) ~ (5.44) より

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho} &= \dot{\bar{\rho}}_s + \dot{\bar{\rho}}_f + \bar{\rho}_a = -\dot{n}\rho_s + \dot{n}S_r(1+\gamma c)\rho_w + n\dot{S}_r(1+\gamma c)\rho_w \\
 &\quad + nS_r\gamma\dot{c}\rho_w + \dot{n}(1-S_r)\rho_a - n\dot{S}_r\rho_a + n(1-S_r)\dot{\rho}_a \\
 &= \{-\rho_s + S_r(1+\gamma c)\rho_w + (1-S_r)\rho_a\}\dot{n} + n\{(1+\gamma c)\rho_w - \rho_a\}\dot{S}_r + nS_r\gamma\rho_w\dot{c}
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

(5.18) に式 (5.45) を代入

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \int_V \dot{\rho} g_i \delta \dot{u}_i dV \\
 &= \int_V \left[ \{-\rho_s + S_r(1+\gamma c)\rho_w + (1-S_r)\rho_a\}\dot{n} + n\{(1+\gamma c)\rho_w - \rho_a\}\dot{S}_r + nS_r\gamma\rho_w\dot{c} \right] g_i \delta u_i dV \\
 &= \int_V \{-\rho_s + S_r(1+\gamma c)\rho_w + (1-S_r)\rho_a\} \dot{n} g_i \delta \dot{u}_i dV + \int_V n\{(1+\gamma c)\rho_w - \rho_a\} \dot{S}_r g_i \delta u_i dV \\
 &\quad + \int_V nS_r\gamma\rho_w \dot{c} g_i \delta \dot{u}_i dV
 \end{aligned} \tag{5.46}$$

ここで、固相の質量保存則及びその圧縮性を考慮すると、

$$\begin{aligned}
 \dot{n} &= (1-n)\nabla \cdot \mathbf{v}_s = -(1-n)\dot{\varepsilon}_v \\
 \because \dot{\bar{\rho}}_s + \bar{\rho}_s \nabla \cdot \mathbf{v}_s &= 0, \nabla \cdot \mathbf{v}_s = -\dot{\varepsilon}_v
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

(5.28),(5.47)を(5.46)に代入すると

$$\begin{aligned}
 F_2 &= \int_V -(1-n)\dot{\varepsilon}_v \{-\rho_s + S_r(1+\gamma c)\rho_w + (1-S_r)\rho_a\} g_i \delta \dot{u}_i dV \\
 &\quad + \int_V n\{(1+\gamma c)\rho_w - \rho_a\} \frac{\partial S_r}{\partial S} \dot{p}_a g_i \delta \dot{u}_i dV - \int_V n\{(1+\gamma c)\rho_w - \rho_a\} \frac{\partial S_r}{\partial S} p_f g_i \delta u_i dV \\
 &\quad + \int_V nS_r\gamma\rho_w \dot{c} g_i \delta \dot{u}_i dV
 \end{aligned} \tag{5.48}$$

ここで、

$$R_3 = -(1-n)\{-\rho_s + S_r(1+\gamma c)\rho_w + (1-S_r)\rho_a\} \tag{5.49a}, \quad R_4 = n \frac{\partial S_r}{\partial S} \{(1+\gamma c)\rho_w - \rho_a\} \tag{5.49b}$$

$$R_5 = nS_r\gamma\rho_w \tag{5.49c}$$

とすると

$$F_2 = \int_V R_3 \dot{\varepsilon}_v g_i \delta \dot{u}_i dV + \int_V R_4 \dot{p}_a g_i \delta \dot{u}_i dV - \int_V R_4 \dot{p}_f g_i \delta u_i dV + \int_V R_5 c g_i \delta u_i dV \tag{5.50}$$

式 (5.35), (5.50) より, 式 (5.16) は,

$$\begin{aligned}
 F_1 + F_2 &= \int_V D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV - \int_V C_{ij}^B \dot{p}_a \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_V C_{ij}^B \dot{p}_f \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_V R_1 \dot{p}_a \delta \varepsilon_v dV + \int_V R_2 p_f \delta \varepsilon_v dV \\
 &\quad + \int_V R_3 \dot{\varepsilon}_v g_i \delta \dot{u}_i dV + \int_V R_4 \dot{p}_a g_i \delta \dot{u}_i dV - \int_V R_4 \dot{p}_f g_i \delta u_i dV + \int_V R_5 c g_i \delta u_i dV + \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta u_i dS = 0
 \end{aligned} \tag{5.51}$$

(5.51) は釣合式の弱形式である.

## 5.2.2 固相と溶液相の連続条件式の弱形式化

$$\dot{\epsilon}_v S_r - n \dot{S}_r - n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} - \tilde{v}_{f,i,i} = 0 \quad (5.8)$$

式 (5.8) を弱形式化するにあたり，以下の試験関数を設定する．

$$\forall \delta h \in \{ \delta h = 0 \text{ on } S_h \} \quad (5.52)$$

また，溶液相に関する境界条件を以下に示す．

$$\begin{aligned} \text{水頭境界} & \quad h = \bar{h} \text{ on } S_h \\ \text{流量境界} & \quad \tilde{v}_{f,i} n_i = \bar{q} \text{ on } S_q \\ \text{全境界} & \quad S = S_h + S_q \end{aligned}$$

式 (5.52) を式 (5.8) の両辺に乘じ，領域  $V$  で体積積分する．

$$\int_V \dot{\epsilon}_v S_r \delta h dV - \int_V n \dot{S}_r \delta h dV - \int_V n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} \delta h dV - \int_V \tilde{v}_{f,i,i} \delta h dV = 0 \quad (5.53)$$

式 (5.53) の左辺第 4 項は部分積分，ガウスの発散定理，境界条件から，

$$\begin{aligned} \int_V \tilde{v}_{f,i,i} \delta h dV &= \int_V (\tilde{v}_{f,i} \delta h)_{,i} dV - \int_V v_{f,i} \delta h_{,i} dV \\ &= \int_S \tilde{v}_{f,i} n_i \delta h dS - \int_V v_{f,i} \delta h_{,i} dV \\ &= \int_{S_h} \tilde{v}_{f,i} n_i \delta \bar{h} dS + \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS - \int_V v_{f,i} \delta h_{,i} dV \\ &= \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS - \int_V v_{f,i} \delta h_{,i} dV \end{aligned} \quad (5.54)$$

と表せる．式 (5.54) を式 (5.53) に代入すると，

$$\int_V \dot{\epsilon}_v S_r \delta h dV - \int_V n \dot{S}_r \delta h dV - \int_V n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} \delta h dV - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS + \int_V v_{f,i} \delta h_{,i} dV = 0 \quad (5.55)$$

となる．式 (5.55) 左辺第 2 項に式 (5.27) を代入すると，

$$\begin{aligned} \int_V \dot{\epsilon}_v S_r \delta h dV - \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial s} \dot{p}_a \delta h dV + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial s} p_f \delta h dV \\ - \int_V n S_r \frac{\gamma}{1 + \gamma c} \dot{c} \delta h dV - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS + \int_V v_{f,i} \delta h_{,i} dV = 0 \end{aligned} \quad (5.56)$$

が得られる．式 (5.56) は固相と溶液相の連続条件式の弱形式化である．

### 5.2.3 固相と気相の連続条件式の弱形式化

$$\tilde{v}_{a_i} = (1 - S_r) \dot{\epsilon}_v + n \dot{S}_r - \frac{n(1 - S_r) \dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \quad (5.10)$$

式 (5.10) を弱形式化するにあたり以下の試験関数を設定する.

$$\forall \delta p_a \in \{ \delta p_a = 0 \text{ on } S_{p_a} \} \quad (5.57)$$

また, 空気に関する境界条件を以下のように設定する.

$$\begin{aligned} \text{空気圧力境界} & \quad p_a = \bar{p}_a \text{ on } S_{p_a} \\ \text{空気流量境界} & \quad \tilde{v}_{a_i} n_i = \bar{q}_a \text{ on } S_{q_a} \\ \text{全境界} & \quad S = S_{p_a} + S_{q_a} \end{aligned}$$

式 (5.10) の両辺に式 (5.57) を乗じ, 領域  $V$  で体積積分する.

$$\int_V (1 - S_r) \dot{\epsilon}_v \delta p_a dV + \int_V n \dot{S}_r \delta p_a dV - \int_V \frac{n(1 - S_r) \dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \delta p_a dV - \int_V v_{a_i} \delta p_a dV = 0 \quad (5.58)$$

式 (5.58) の左辺第4項は部分積分, ガウスの発散定理, 境界条件から,

$$\begin{aligned} \int_V v_{a_i} \delta p_a dV &= \int_V (v_{a_i} \delta p_a)_{,i} dV - \int_V v_{a_i} \delta p_{a,i} dV \\ &= \int_{S_p} v_{a_i} n_i \delta p_a dS - \int_V v_{a_i} \delta p_{a,i} dV \\ &= \int_{S_p} v_{a_i} n_i \delta \bar{p}_a dS + \int_{S_q} \bar{q}_a \delta p_a dS - \int_V v_{a_i} \delta p_{a,i} dV \\ &= \int_{S_q} \bar{q}_a \delta p_a dS - \int_V v_{a_i} \delta p_{a,i} dV \end{aligned} \quad (5.59)$$

と表せる. 式 (5.59) を式 (5.58) に代入すると,

$$\int_V (1 - S_r) \dot{\epsilon}_v \delta p_a dV + \int_V n \dot{S}_r \delta p_a dV - \int_V \frac{n(1 - S_r) \dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \delta p_a dV - \int_{S_q} \bar{q}_a \delta p_a dS + \int_V v_{a_i} \delta p_{a,i} dV = 0 \quad (5.60)$$

式 (5.60) 左辺第2項に式 (5.27) を代入すると,

$$\begin{aligned} & \int_V (1 - S_r) \dot{\epsilon}_v \delta p_a dV + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial S} \dot{p}_a \delta p_a dV - \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial S} p_f \delta p_a dV \\ & - \int_V \frac{n(1 - S_r) \dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \delta p_a dV - \int_{S_q} \bar{q}_a \delta p_a dS + \int_V v_{a_i} \delta p_{a,i} dV = 0 \end{aligned} \quad (5.61)$$

が得られる. 式 (5.61) は固相と気相の連続条件式の弱形式化である.

## 5.2.4 移流分散方程式の弱形式化

$$nS_r \dot{c} + (1 + \gamma c) (c_{,i} v_{f_i} + nS_r J_{i,i}) = 0 \quad (5.12)$$

以下のような試験関数を考える.

$$\forall \delta c \in \{ \delta c = 0 \text{ on } S_c \} \quad (5.62)$$

また, 溶媒相に関する境界条件を以下のように設定する.

$$\text{濃度境界} \quad c = \bar{c} \text{ on } S_c$$

$$\text{フラックス境界} \quad (1 + \gamma c) n_r \{ c (v_{f_i} - v_{s_i}) + J_i \} n_i = \bar{Q}_c \text{ on } S_{Q_c}$$

$$\text{全境界} \quad S = S_c + S_{Q_c}$$

式 (5.12) に式 (5.62) を乗じ領域  $V$  で積分する.

$$\int_V nS_r \dot{c} \delta c dV + \int_V (1 + \gamma c) c_{,i} v_{f_i} \delta c dV + \int_V (1 + \gamma c) nS_r J_{i,i} \delta c dV = 0 \quad (5.63)$$

式 (5.63) の左辺第 2, 3 項は, 部分積分とガウスの発散定理, 境界条件よりそれぞれ,

$$\begin{aligned} \int_V (1 + \gamma c) c_{,i} \tilde{v}_{f_i} \delta c dV &= \int_V (1 + \gamma c) (c \tilde{v}_{f_i} \delta c)_{,i} dV - \int_V (1 + \gamma c) c v_{f_i} \delta c dV - \int_V (1 + \gamma c) c v_{f_i} \delta c_{,i} dV \\ &= \int_S (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta c n_i dS - \int_V (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta c_{,i} dV \quad (\because \int_V (1 + \gamma c) c v_{f_i} \delta c dV = 0) \\ &= \int_{S_c} (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta \bar{c} n_i dS + \int_{S_{Q_c}} (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta c n_i dS - \int_V (1 + \gamma c) c v_{f_i} \delta c_{,i} dV \\ &= \int_{S_{Q_c}} (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta c n_i dS - \int_V (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta c_{,i} dV \end{aligned} \quad (5.64)$$

$$\begin{aligned} \int_V (1 + \gamma c) nS_r J_{i,i} \delta c dV &= \int_V (1 + \gamma c) (nS_r J_i \delta c)_{,i} dV - \int_V (1 + \gamma c) J_i (nS_r \delta c)_{,i} dV \\ &= \int_S (1 + \gamma c) nS_r J_i n_i \delta c dS - \int_V (1 + \gamma c) J_i (nS_r \delta c)_{,i} dV \\ &= \int_{S_c} (1 + \gamma c) nS_r J_i n_i \delta \bar{c} dS + \int_{S_{Q_c}} (1 + \gamma c) nS_r J_i n_i \delta c dS - \int_V (1 + \gamma c) J_i nS_r \delta c_{,i} dV \quad (\because (nS_r)_{,i} = \mathbf{0}) \\ &= \int_{S_{Q_c}} (1 + \gamma c) nS_r J_i n_i \delta c dS - \int_V (1 + \gamma c) J_i nS_r \delta c_{,i} dV \end{aligned} \quad (5.65)$$

と表せる. 式 (5.63) に式 (5.64), (5.65) を代入すると

$$\begin{aligned} \int_V nS_r \dot{c} \delta c dV + \int_{S_{Q_c}} (1 + \gamma c) c \tilde{v}_{f_i} \delta c n_i dS - \int_V (1 + \gamma c) c v_{f_i} \delta c_{,i} dV \\ + \int_{S_{Q_c}} (1 + \gamma c) nS_r J_i n_i \delta c dS - \int_V (1 + \gamma c) J_i nS_r \delta c_{,i} dV = 0 \end{aligned} \quad (5.66)$$

第5章 初期値境界値問題への定式化

式 (5.66) を積分領域に関して整理すると,

$$\begin{aligned} & -\int_V nS_r \dot{c} \delta c dV + \int_V (1+\gamma c) c v_{f_i} \delta c_{,i} dV + \int_V (1+\gamma c) J_i n S_r \delta c_{,i} dV \\ & = \int_{S_Q} (1+\gamma c) (c \tilde{v}_{f_i} n_i + n S_r J_i n_i) \delta c dS \end{aligned} \quad (5.67)$$

式 (5.67) の右辺は,

$$\int_{S_Q} (1+\gamma c) (c \tilde{v}_{f_i} n_i + n S_r J_i n_i) \delta c dS = \int_{S_Q} (1+\gamma c) n S_r \{c (v_{f_i} - v_{s_i}) n_i + J_i n_i\} \delta c dS = \int_{S_Q} \bar{Q}_C \delta c dS \quad (5.68)$$

と表される. 式 (5.68) を式 (5.67) に代入すると,

$$-\int_V nS_r \dot{c} \delta c dV + \int_V (1+\gamma c) c v_{f_i} \delta c_{,i} dV + \int_V (1+\gamma c) J_i n S_r \delta c_{,i} dV = \int_{S_Q} \bar{Q}_C \delta c dS \quad (5.69)$$

となる. 式 (5.69) は移流分散方程式を弱形式化したものである.

5.3 空間離散化手法<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

弱形式化された支配方程式を空間的に離散的に扱い、近似的に解く手法を整理する。釣合式，連続条件式，移流分散方程式それぞれにガラーキン法を適用し，運動学的変数を空間に関して0回の偏微分方程式に変換する（空間離散化）。

要素の内挿はアイソパラメトリック要素によって行い，領域内の積分にはガウス積分を適用する。

5.3.1 ガラーキン法

前節までに弱形式化され，空間に関して1階の偏微分で連続的に表現されている問題を，離散的に扱い，空間に配された有限個における運動学的変数の節点値，ガウスの積分点における値を近似解として導出することを考える。

空間的に分布する運動学的変数の関数表現は，既知の関数をいくつか選び，その一次結合（足し合せ）によって近似する手法（=ガラーキン法）が用いられる。

i) 一般空間におけるガラーキン法

任意の運動について評価を行うため，求めるべき運動学的変数を $u(x)$ ，その近似関数を $\hat{u}(x)$ とする。また，問題を簡単にするため，一次元での運動を仮定する。

以上の条件のもとで，第一種境界条件を満たしながら変化する近似関数 $\hat{u}(x)$ を図-5.3のように例えば，

$$\hat{u}(x) = \psi_0(x) + \sum_{i=1}^n a_i(x)\psi_i(x) \quad (\psi_0 = \bar{u}, \psi_i = 0 \text{ on } S_u) \tag{5.70}$$

と設定することができ，問題を離散的に扱うことが可能になる（図-5.3では $x=0$ において $\psi_0 = u_0, \psi_i = 0$ ）。ここで，

$a_i(x)$  : 未知の結合係数，  
 $\psi_i(x)$  :  $x$ に関する関数。

また弱形式化する際与えた試験関数を $v(x)$ ，その近似関数を $\hat{v}(x)$ とすると，関数の任意性より，近似関数も，

$$\hat{v}(x) = \sum_{i=1}^n b_i(x)\psi_i(x) \tag{5.71a}$$

$$\hat{v}(x) = \psi_i(x) \tag{5.71b}$$

等任意に選ぶことが可能であ

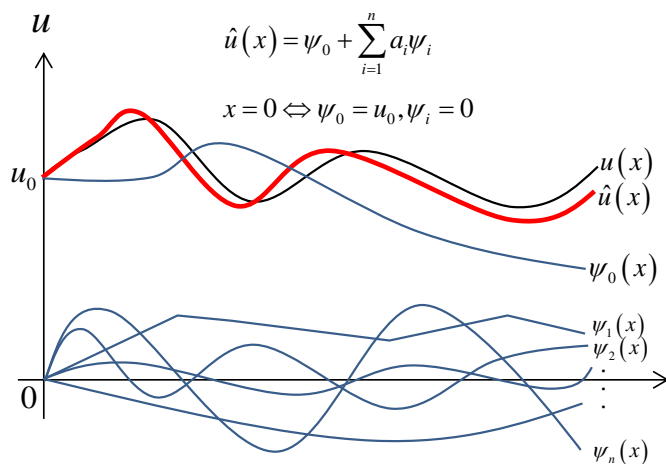


図-5.3 ガラーキン法による実関数と近似関数の関係



ることがわかる．ここで， $b_i(x)$ ：未知の結合係数．

ii) 有限要素法におけるガラーキン法

空間を有限個の要素に分け， $\psi_i(x)$ として要素*i*内でのみ値を持つ以下のような一次補間関数を与えることを考える．

$$\psi_i(x) = \begin{cases} \alpha + \beta x & (x_{i-1} \leq x \leq x_i) \\ 0 & (x < x_{i-1}, x_i \leq x) \end{cases} \quad (5.72)$$

ここで， $\alpha$ ： $\psi_i$ の切片， $\beta$ ： $\psi_i$ の勾配．また， $\hat{u}(x)$ は，関数 $\psi_i(x)$ の一次結合として

$$\hat{u}(x) = \sum_{i=1}^n \psi_i(x) \quad (5.73)$$

として表される．式(5.73)は図-5.4のように折れ線状態の関数を示し，区間の分割数の増加に伴って近似精度が増加することが期待できる．

また，要素*i*において

$$\alpha + \beta x_{i-1} = u_{i-1}, \alpha + \beta x_i = u_i \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 1 & x_{i-1} \\ 1 & x_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{i-1} \\ u_i \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

が関数の連続条件として課される． $x_{i-1} \neq x_i$ から式(5.74)を $\alpha, \beta$ に関して解くと，

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{i-1} \\ 1 & x_i \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_{i-1} \\ u_i \end{bmatrix} = \frac{1}{x_i - x_{i-1}} \begin{bmatrix} x_i & -x_{i-1} \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i-1} \\ u_i \end{bmatrix} \quad (5.75)$$

よって要素*i*の任意の位置において，

$$\hat{u} = \frac{x_i - x}{x_i - x_{i-1}} u_{i-1} + \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} u_i = N_{i-1} u_{i-1} + N_i u_i \quad (5.76)$$

ここで， $N_i$ ：形状関数．

式(5.76)より，形状関数は各要素で共通の形をとることがわかり，節点内部の近似値は運動学的変数の節点値と補間関数の総和によって決定されることがわかる．

またその精度は関数形の設定の仕方とメッシュ幅のみに依存することがわかる．

また要素内における補間関数が共通の値を有し，要素毎に

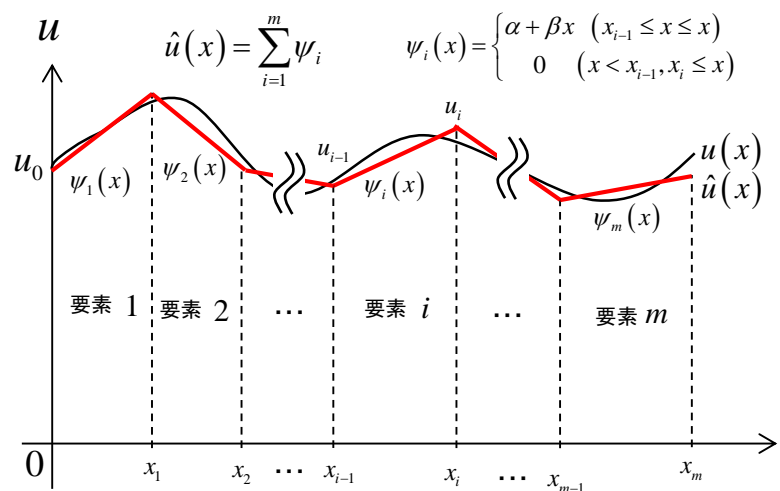


図-5.4 有限要素法へのガラーキン法の適用例

相似な関数形を持つという事実は、コンピュータを使った高速繰り返し計算に非常に有利である。

### 5.3.2 アイソパラメトリック要素

本研究では、弱形式化された支配方程式をガラーキン法によって空間離散化する際、アイソパラメトリック要素<sup>11) 12)</sup>を使用する。

アイソパラメトリック要素は、要素内で個々にデカルト座標系を自然座標系に変換し、要素内の変位、水頭、空気圧、濃度等の運動学的変数の近似関数を設定する必要があるが、この作業により、全ての要素において同一の形状関数を用いることができる。

前節で、実関数の近似関数は要素内で共通の形をとるため、大規模計算都合がいいことを示したが、アイソパラメトリック要素はその長所として、

- ① 要素内部の状態量を形状関数と節点の値から直接内挿するため有限要素法定式化が容易であること。
- ② 要素形状を形状関数により内挿するので、高次の形状関数を導入することで曲面構造などの取り扱いができる。という特徴がある。

アイソパラメトリック要素は、以下の適合条件を自動的に満たすような形状関数を持たせている。

#### 適合条件 (compatibility)

- 1) 要素内部で関数及び関数の微分が連続であること。
- 2) 要素境界で関数が連続であること。

また、式(7)を一般化して形状関数一般に対して、以下の合目的性が定義できる。

#### 合目的条件 (completeness)

$$1) \quad \hat{u} = \sum_{n=1}^m N_n(r) u_n \quad (5.77)$$

$$2) \quad 1 = \sum_{n=1}^m N_n(r) \quad (5.78)$$

ここで、 $m$  : 要素を構成する節点数、 $r$  : 極座標系における節点の座標値  $r$  ( $-1 \leq r \leq 1$ )。  $N_n$  は  $r$  ( $-1 \leq r \leq 1$ ) について微分可能な連続関数として定義される必要がある。

以上をより、節点座標、及び本研究で扱う運動学的変数は以下のように表現される。

$$\hat{x}_i = \sum_{n=1}^m N_{x_n}(r) x_{i_n} \quad (5.79)$$

$$\hat{u}_i = \sum_{n=1}^m N_{u_n}(r) u_{i_n} \quad (5.80)$$

$$\hat{h} = \sum_{n=1}^m N_{h_n}(r) h_n \quad (5.81)$$

$$\hat{p}_a = \sum_{n=1}^m N_{p_{an}}(r) p_{an} \quad (5.82)$$

$$\hat{c} = \sum_{n=1}^m N_{c_n}(r) c_n \quad (5.83)$$

ここで、式 (5.79) は  $r$  から  $x$  への写像を表している。このとき、必ず  $r$  から  $x$  上への 1 対 1 対応の写像となるように形状関数を選定しなければならない (図-5.5,6)。

本研究では、ロッキングによるアワグラスの出現<sup>3),5)</sup>など、次数のバッティングによる数値的不安定性を回避するため、変位に関するものは9節点、水頭・空気圧・濃度に関するものは4節点の2次元アイソパラメトリック要素を用い、それぞれ提案されている形状関数を用いる。以下に節点数ごとに提案されている形状関数を示す。

4節点四角形要素の場合、形状関数  $N_n$  ( $n=1\sim 4$ ) は二次元の局所座標系を支配するパラメータ  $\xi, \eta$  ( $-1\leq\xi\leq 1, -1\leq\eta\leq 1$ ) を用いて、

$$N_1 = (1-\xi)(1-\eta)/4 \quad (5.84a)$$

$$N_2 = (1+\xi)(1-\eta)/4 \quad (5.84b)$$

$$N_3 = (1+\xi)(1+\eta)/4 \quad (5.84c)$$

$$N_4 = (1-\xi)(1+\eta)/4 \quad (5.84d)$$

と表せる。この形状関数によって任意の四角形要素は、一辺の長さが2の  $\xi-\eta$  軸で表される局所座標系の正方形要素に変換される (図-5.5)。

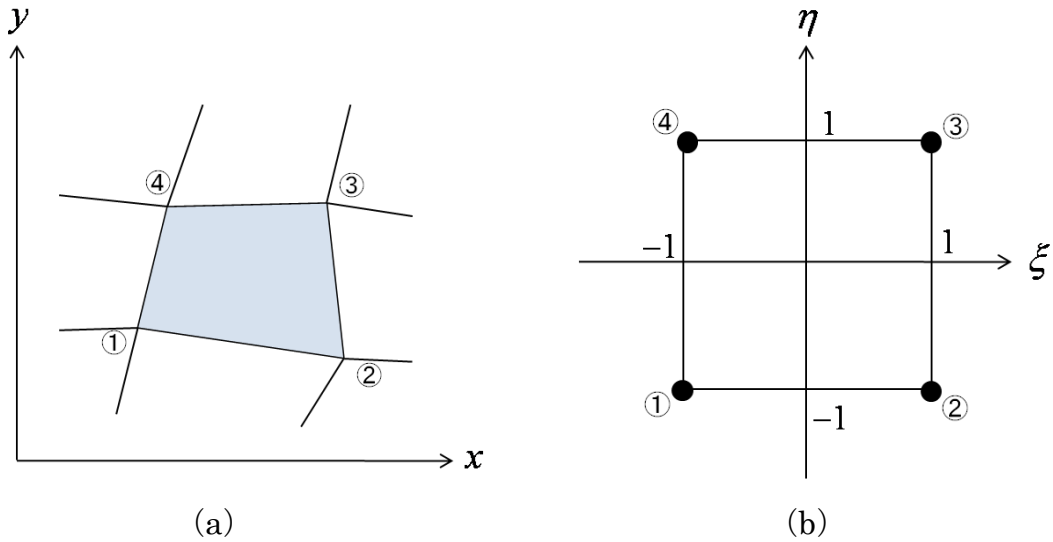


図-5.5 4節点四角形要素の一般座標系(a)と局所座標系(b)

同様に、9節点要素の場合、形状関数  $N_n$  ( $n=1\sim 9$ )は

$$N_1 = (1-\xi)(1-\eta)\xi\eta/4 \quad (5.85a)$$

$$N_2 = -(1+\xi)(1-\eta)\xi\eta/4 \quad (5.85b)$$

$$N_3 = (1+\xi)(1+\eta)\xi\eta/4 \quad (5.85c)$$

$$N_4 = -(1-\xi)(1+\eta)\xi\eta/4 \quad (5.85d)$$

$$N_5 = -(1-\xi)^2(1-\eta)\eta/2 \quad (5.85e)$$

$$N_6 = (1+\xi)(1-\eta^2)\xi/2 \quad (5.85f)$$

$$N_7 = (1-\xi)^2(1+\eta)\eta/2 \quad (5.85g)$$

$$N_8 = -(1-\xi)(1-\eta)^2\xi/2 \quad (5.85h)$$

$$N_9 = (1-\xi^2)(1-\eta^2) \quad (5.85i)$$

と表され、局所座標系の正方形要素に変換される (図-5.6).

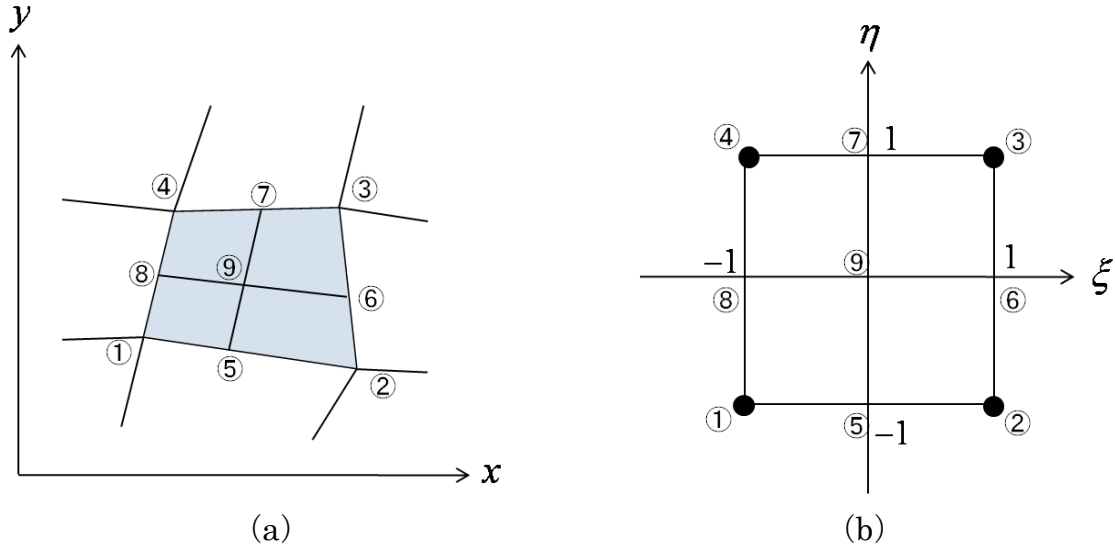


図-5.6 9 節点四角形要素の一般座標系(a)と局所座標系(b)

また各形状関数に対応する局所座標値を代入すると、その節点に対応した形状関数のみが 1 となり、他の節点に対応した形状関数はすべて 0 となることがわかり、要素間の連続性は保たれていることがわかる。

ここで、式 (5.84) ,式 (5.85) を式 (5.79) ~ (5.83) に適用し、総和規約をベクトルで整理すると要素内の近似関数は、各物理量に対応する形状関数ベクトル $[N_x]$ などを用いて、

$$\hat{x} = [N_x] \{x^N\} \quad (5.86a), \quad \hat{y} = [N_y] \{y^N\} \quad (5.86b)$$

$$\hat{u}_x = [N_{u_x}] \{u_x^N\} \quad (5.87a), \quad \hat{u}_y = [N_{u_y}] \{u_y^N\} \quad (5.87b)$$

$$\hat{h} = [N_h] \{h^N\} \quad (5.88)$$

$$\hat{p}_a = [N_{p_a}] \{p_a^N\} \quad (5.89)$$

$$\hat{c} = [N_c] \{c^N\} \quad (5.90)$$

また、式 (5.86), (5.87) a,b は物理量の方向の異なるが、物理量の意味は同一のスカラ値であるので、それらを統合して、

$$\hat{x} = [N] \{x^N\} \quad (5.91)$$

$$\hat{u} = [N] \{u\} \quad (5.92)$$

としている.

さらに, 空間の一階微分で表現されるひずみベクトルは,

$$\begin{aligned}
 \{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}\} &= \begin{Bmatrix} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{xx} \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{yy} \\ \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{xy} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \hat{u}_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \hat{u}_y}{\partial x} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \hat{u}_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial y} + \frac{\partial \hat{u}_y}{\partial x} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \frac{\partial [N]\{u_x^N\}}{\partial x} \\ \frac{\partial [N]\{u_y^N\}}{\partial y} \\ \frac{\partial [N]\{u_x^N\}}{\partial y} + \frac{\partial [N]\{u_y^N\}}{\partial x} \end{Bmatrix} \\
 &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial [N]}{\partial y} \\ \frac{\partial [N]}{\partial y} & \frac{\partial [N]}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_x^N\} \\ \{u_y^N\} \end{Bmatrix} = [B]\{u^N\}
 \end{aligned} \tag{5.93}$$

と表すことができる. ここで,  $[B]$ : ひずみ変換 (B) マトリックス. また, 体積ひずみベクトルはマトリックスの体積成分を足し合せたものであり,

$$\begin{aligned}
 \{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_v\} &= \{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{xx} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{yy}\} = - \left\{ \frac{\partial \hat{u}_x}{\partial x} + \frac{\partial \hat{u}_y}{\partial y} \right\} = - \left\{ \frac{\partial [N]\{u_x^N\}}{\partial x} + \frac{\partial [N]\{u_y^N\}}{\partial y} \right\} \\
 &= - \begin{bmatrix} \frac{\partial [N]}{\partial x} & \frac{\partial [N]}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_x^N\} \\ \{u_y^N\} \end{Bmatrix} = [B_v]\{u^N\}
 \end{aligned} \tag{5.94}$$

また,  $\frac{\partial [N]}{\partial x}, \frac{\partial [N]}{\partial y}$  の各成分に関して,  $\eta, \xi$  空間から,  $x, y$  空間の上への写像におけ

るする行列を  $[F]$  とすると,

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} &= [F] \begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{Bmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} d\xi \\ d\eta \end{Bmatrix} &= [F]^{-1} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dx \\ dy \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (5.95)$$

$$[F]^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^1}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N^1}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 & y_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_m & y_m \end{Bmatrix} = [\Psi] \{ \{x^N\} \quad \{y^N\} \} \quad (5.96)$$

$$\begin{aligned} [F]^T [\Psi] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N^1}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N^1}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial \eta} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N^1}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N^1}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N^1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial x} \\ \frac{\partial N^1}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N^m}{\partial y} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.97)$$

より，算出できる．同様に水頭の空間一階微分は，

$$\{\text{grad}\hat{h}\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \hat{h}}{\partial x} \\ \frac{\partial \hat{h}}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial [N_h] \{h^N\}}{\partial x} \\ \frac{\partial [N_h] \{h^N\}}{\partial y} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial [N_h]}{\partial x} \\ \frac{\partial [N_h]}{\partial y} \end{Bmatrix} \{h^N\} = \{B_h\} \{h^N\} \quad (5.98)$$

である．ここで， $\{\text{grad}\hat{h}\}$ ：動水勾配ベクトルである．式(5.98)と同様に，空気圧勾配ベクトル $\{\text{grad}\hat{p}_a\}$ ，濃度勾配ベクトル $\{\text{grad}\hat{c}\}$ も定義できる．

$$\{\text{grad}\hat{p}_a\} = \{B_{p_a}\} \{p_a^N\} \quad (5.99), \quad \{\text{grad}\hat{c}\} = \{B_c\} \{c^N\} \quad (5.100)$$

式(5.98)～(5.100)を参照すると，式(5.9)，(5.11)，(5.13)で示される，ダルシー則，フィック則は，

$$\{\hat{v}_f\} = -[k_w]\{\text{grad}\hat{h}\} = -[k_w]\{B_h\}\{h^N\} \quad (5.101)$$

$$\{\hat{v}_a\} = -[k_a]\{\text{grad}\hat{p}_a\} = -[k_a]\{B_{p_a}\}\{p_a^N\} \quad (5.102)$$

$$\{\hat{J}\} = -[D_d]\{\text{grad}\hat{c}\} = -[D_d]\{B_c\}\{c^N\} \quad (5.103)$$

と表される.



### 5.3.3 ガウス積分

5.3節で弱形式化された支配方程式は、限定された領域内の定積分

$$I = \int_V f(x) dV \quad (5.104)$$

の形で表される。有限要素法ではその積分は有限個の要素  $n$  の足し合せとして表現され、

$$I = \sum_{n=1}^{\text{element number}} \int_{V_n} f(x) dV \quad (5.105)$$

となる。さらに、アイソパラメトリック要素を用いることを念頭に置き、現象を  $x, y$  を軸とする2次元の問題として整理し、体積変化率 (Jacobian)  $J (= \det[F])$  を用いて整理することを考えると、

$$I = \sum_{n=1}^{\text{element number}} \int_{V_n} f(x) dx dy = \sum_{n=1}^{\text{element number}} \int_{-1}^{-1} \int_{-1}^{-1} f_n(\xi, \eta) J d\xi d\eta \quad (5.106)$$

が得られる。以上より、有限要素法では要素内の積分を精度よく実行することが要請されることがわかる。限定された領域の積分を実行する方法は中点則や台形則、シンプソン則等が存在し<sup>6),7)</sup>、限定された離散点から領域の積分量を計算する手法が提案されてきた。

本研究では、領域内の積分を厳密に実行することができるガウス積分を用いる。ガウス積分は、次の補間関数の次数によって定められた位置 (Gauss Point)  $\xi_i$  における値  $f(\xi_i)$  と、その重み  $\omega_i$  によって関数を、

$$S = \int_{-1}^{-1} f(\xi) d\xi = \sum_i \omega_i f(\xi_i) \quad (5.107)$$

という手順により厳密に求めることができる。

積分領域  $-1 \leq \xi \leq 1$  において、 $f(\xi)$  の関数形が、

① 一次関数  $f(\xi) = a\xi + b$

の場合 (図-5.7)、

$$S = \int_{-1}^{-1} (a\xi + b) d\xi = \left[ \frac{1}{2} a\xi^2 + b\xi \right]_{-1}^{-1} = 2b = 2 \cdot f(0) \quad (5.108)$$

より、積分は  $i=1$ ,  $\omega_1=2, \xi_1=0$  として計算できる. さらに  $f(\xi)$  が,

② 三次関数  $f(\xi) = a\xi^3 + b\xi^2 + c\xi + d$

の場合 (図-5.8),

$$S = \int_{-1}^1 (a\xi^3 + b\xi^2 + c\xi + d) d\xi = \left[ \frac{1}{4}a\xi^4 + \frac{1}{3}b\xi^3 + \frac{1}{2}c\xi + d \right]_{-1}^1 = \frac{2}{3}b + 2d$$

$$= \left( -\frac{1}{3\sqrt{3}}a + \frac{1}{3}b - \frac{1}{\sqrt{3}}c + d \right) + \left( \frac{1}{3\sqrt{3}}a + \frac{1}{3}b + \frac{1}{\sqrt{3}}c + d \right) = 1 \cdot f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1 \cdot f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad (5.109)$$

より、積分は  $i=2$ ,  $\omega_1, \omega_2=1, \xi_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \xi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$  として計算できる. 関数の次数, ガウスポイント, 重みに関して表-5.3 にまとめる. また多次元の問題でも, 関数の次数に応じた積分点, 重み関数を設定することにより, 領域における積分が可能になる.

これにより連続関数を離散的に扱うことが可能になり支配方程式を空間0次の関数として表現 (空間離散化) できる.

表-5.3 ガウス積分の積分点, 重み

	一次式	三次式	五次式
積分点	$\xi_1 = 0$	$\xi_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, \xi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\xi_1 = -\sqrt{\frac{3}{5}}, \xi_2 = 0, \xi_3 = \sqrt{\frac{3}{5}}$
重み	$\omega_1 = 2$	$\omega_1 = 1, \omega_2 = 1$	$\omega_1 = \frac{5}{9}, \omega_2 = \frac{8}{9}, \omega_3 = \frac{5}{9}$

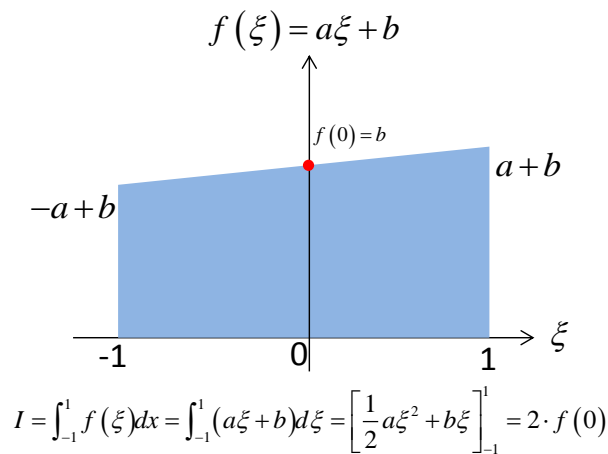


図-5.7 一次式におけるガウス積分

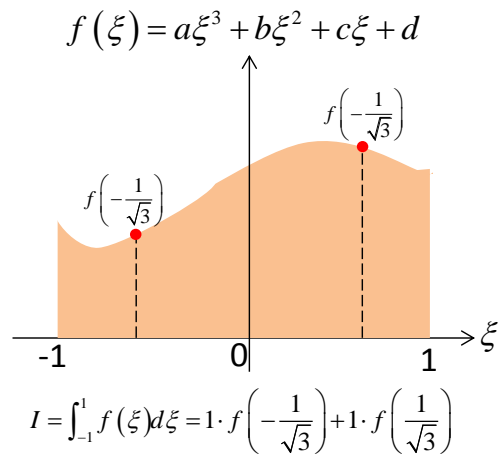


図-5.8 三次式におけるガウス積分

### 5.4 支配方程式の空間離散化<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

5.3 で導出した弱形式に 5.4 で示した空間離散化手法を適用し, 支配方程式の空間離散化を行う. また, 表記が煩雑となるため, 近似関数は  $\hat{A} \rightarrow A$  のように表記を簡略化する.

5.4.2 で示したガラーキソ法をまとめると,

$$\begin{aligned}
 \{u\} &= [N]\{u^N\}, \{h\} = [N_h]\{h^N\}, \\
 \{p_a\} &= [N_{p_a}]\{p_a^N\}, \{c\} = [N_c]\{c^N\} \\
 \{\varepsilon\} &= [B]\{u^N\}, \{\varepsilon_v\} = [B_v]\{u^N\}, \\
 \{\tilde{v}_f\} &= -[k_w]\{\text{grad}\hat{h}\} = -[k_w]\{B_h\}\{h^N\}, \\
 \{\tilde{v}_a\} &= -[k_a]\{\text{grad}\hat{p}_a\} = -[k_a]\{B_{p_a}\}\{p_a^N\}, \\
 \{J\} &= -[D_d]\{\text{grad}\hat{c}\} = -[D_d]\{B_c\}\{c^N\}
 \end{aligned} \tag{5.110}$$

さらに, 時間微分が必要とされるものに関してその表示を示すと,

$$\begin{aligned}
 \{\dot{u}\} &= [N]\{\dot{u}^N\}, \{\dot{h}_f\} = [N_h]\{\dot{h}_f^N\}, \\
 \{\dot{p}_a\} &= [N_a]\{\dot{p}_a^N\}, \{\dot{c}\} = [N_c]\{\dot{c}^N\}, \\
 \{\dot{\varepsilon}_v\} &= [B_v]\{\dot{u}^N\}
 \end{aligned} \tag{5.111}$$

また  $\dot{p}_f$  に関して,

$$h = \frac{p_f}{\gamma_w} + \frac{\rho_f g \Omega}{\gamma_w} = \frac{p_f}{\gamma_w} + \frac{(1 + \gamma c)\gamma_w \Omega}{\gamma_w} \tag{5.112}$$

より, 微小変形を仮定すると,

$$\begin{aligned}
 \dot{h} &= \frac{\dot{p}_f}{\gamma_w} + \frac{\gamma \dot{c} \gamma_w \Omega}{\gamma_w} \quad (\because \dot{\Omega} = 0) \\
 \Leftrightarrow \{\dot{p}_f\} &= [N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma c^N\}
 \end{aligned} \tag{5.113}$$

である.

ここで, 任意の被積分関数  $A(x, y)$  において要素を離散的に扱い, アイソパラメトリック要素を想定したガラーキソ法を適用し, ガウス積分によって領域を積分すると,

$$\begin{aligned}
 \int_V A(x, y) dV &= \sum_{m=1}^{\text{element number}} \int_{V_m} A_m(x, y) dV \\
 &= \sum_{m=1}^{\text{element number}} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 A_m(\xi, \eta) J d\xi d\eta = \sum_{m=1}^{\text{element number}} \left( \sum_{n=1}^{\text{Gauss points}} \omega_n A_n(\xi, \eta) J_n \right)_m
 \end{aligned} \tag{5.114}$$

と書ける.

以降の空間・時間離散過程において、要素・ガウスポイントの総和をとることは自明であるとして、

$$\int_V A(x, y) dV = \sum_{m=1}^{\text{element number}} \left( \sum_{n=1}^{\text{Gauss points}} \omega_n A_n(\xi, \eta) J_n \right)_m = A \quad (5.115)$$

と表記を改める。

#### 5.4.1 釣合式の空間離散化

$$\begin{aligned} & \int_V D_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl} \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV - \int_V C_{ij}^B \dot{p}_a \delta \dot{\varepsilon}_{ij} dV + \int_V C_{ij}^B \dot{p}_f \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_V R_1 p_a \delta \varepsilon_v dV \\ & + \int_V R_2 \dot{p}_f \delta \dot{\varepsilon}_v dV + \int_V R_3 \dot{\varepsilon}_v g_i \delta \dot{u}_i dV + \int_V R_4 p_a g_i \delta u_i dV \\ & - \int_V R_4 \dot{p}_f g_i \delta \dot{u}_i dV + \int_V R_5 \dot{c} g_i \delta \dot{u}_i dV + \int_{S_\sigma} \bar{t}_i \delta u_i dS = 0 \end{aligned} \quad (5.51)$$

式 (5.51) を空間離散化するため、式 (5.86) ～ (5.103) のガラーキン法を適用する。

$$\begin{aligned} & \{\delta \dot{u}^N\}^T [B]^T [D][B]\{\dot{u}^N\} - \{\delta \dot{u}^N\}^T [B]^T [C^B][N_a]\{p_a^N\} \\ & + \{\delta \dot{u}^N\}^T [B]^T [C^B][N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma \dot{c}^N\} + \{\delta u^N\}^T [B_v]^T R_1 [N_a]\{p_a^N\} \\ & + \{\delta \dot{u}^N\}^T [B_v]^T R_2 [N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma \dot{c}^N\} + \{\delta u^N\}^T [N]^T R_3 [g][B_v]\{u^N\} \\ & + \{\delta \dot{u}^N\}^T [N]^T R_4 [g][N_a]\{\dot{p}_a^N\} - \{\delta \dot{u}^N\}^T [N]^T R_4 [g][N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma \dot{c}^N\} \\ & + \{\delta \dot{u}^N\}^T [N]^T R_5 [g][N_c]\{\dot{c}^N\} + \int_{S_\sigma} \{\delta u^N\}^T [N]^T \{\bar{t}\} dS = 0 \end{aligned} \quad (5.116)$$

$\{\delta \dot{u}^N\}$  は任意より、式 (5.116) の両辺から  $\{\delta \dot{u}^N\}^T$  を除す。

$$\begin{aligned} & [B]^T [D][B]\{\dot{u}^N\} - [B]^T [C^B][N_a]\{p_a^N\} \\ & + [B]^T [C^B][N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma \dot{c}^N\} + [B_v]^T R_1 [N_a]\{p_a^N\} \\ & + [B_v]^T R_2 [N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma \dot{c}^N\} + [N]^T R_3 [g][B_v]\{u^N\} \\ & + [N]^T R_4 [g][N_a]\{\dot{p}_a^N\} - [N]^T R_4 [g][N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h]\{\gamma_w \Omega \gamma \dot{c}^N\} \\ & + [N]^T R_5 [g][N_c]\{\dot{c}^N\} + \int_{S_\sigma} [N]^T \{\bar{t}\} dS = 0 \end{aligned} \quad (5.117)$$

ここで、式 (a.49) において、

$$\begin{aligned}
 [B]^T [D][B] &= K_{uu}, [B]^T [C^B][N_a] = K_a^*, [B]^T [C^B][N_h] = K_w^*, \\
 R_1 [B_v]^T [N_a] &= K_a^{**}, R_2 [B_v]^T [N_h] = K_w^{**}, \\
 R_3 [N]^T [g][B_v] &= K_{gu}, R_4 [N]^T [g][N_a] = K_{ga}, R_4 [N]^T [g][N_h] = K_{gh}, \\
 R_5 [N]^T [g][N_c] &= K_{UC}, \int_{S_\sigma} [N]^T \{ \bar{t} \} dS = \dot{F}
 \end{aligned} \tag{5.118}$$

とおく. 式 (5.117) に式 (5.118) に代入すると

$$\begin{aligned}
 K_{UU} \{ \dot{u}^N \} - K_a^* \{ \dot{p}_a^N \} + K_w^* \{ \gamma_w \dot{h}^N \} + K_a^{**} \{ p_a^N \} + K_w^{**} \{ \gamma_w h^N \} \\
 + K_{gu} \{ \dot{u}^N \} + K_{ga} \{ \dot{p}_a^N \} - K_{gh} \{ \gamma_w \dot{h}^N \} + K_{UC} \{ c^N \} = -\dot{F}
 \end{aligned} \tag{5.119}$$

と表せる. さらに  $K_{UU} = K_{uu} + K_{gu}$ ,  $K_{UH} = K_w^* + K_w^{**} - K_{gh}$ ,  $K_{UA} = -K_a^* + K_a^{**} + K_{ga}$  (5.120) とおくと, 式 (5.119) は

$$K_{UU} \{ \dot{u}^N \} + K_{UH} \{ \gamma_w \dot{h}^N \} + K_{UA} \{ \dot{p}_a^N \} + K_{UC} \{ c^N \} = -\dot{F} \tag{5.120}$$

となる. 式 (5.120) は式 (5.51) を空間離散化したものである.

#### 5.4.2 固相と溶液相の連続条件式の空間離散化

$$\begin{aligned}
 \int_V \dot{\epsilon}_v S_r \delta h dV - \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial S} \dot{p}_a \delta h dV + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial S} p_f \delta h dV \\
 - \int_V n S_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} \dot{c} \delta h dV - \int_{S_q} \bar{q} \delta h dS + \int_V v_{fi} \delta h_i dV = 0
 \end{aligned} \tag{5.56}$$

式 (5.56) を空間離散化するため, 式 (5.86) ~ (5.103) のガラーキン法を適用する.

$$\begin{aligned}
 \{ \delta h^N \}^T [N_h]^T S_r [B_v] \{ \dot{u}^N \} - \{ \delta h^N \}^T [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] \{ p_a^N \} \\
 + \{ \delta h^N \}^T [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [ [N_h] \{ \gamma_w \dot{h}^N \} - [N_h] \{ \gamma_w \Omega \gamma c^N \} ] \\
 - \{ \delta h^N \}^T [N_h]^T n S_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} [N_c] \{ \dot{c}^N \} - \int_{S_q} \{ \delta h_f^N \}^T [N_h]^T \bar{q} dS \\
 + \{ \delta h^N \}^T [B_h]^T \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h] \{ \gamma_w h^N \} = 0
 \end{aligned} \tag{5.121}$$

$\{ \delta h_f^N \}$  の任意性より, 式 (36) から  $\{ \delta h_f^N \}$  を除すと,

$$\begin{aligned}
 & [N_h]^T S_r [B_v] \{\dot{u}^N\} - [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] \{\dot{p}_a^N\} + [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} \left[ [N_h] \{\gamma_w \dot{h}^N\} - [N_h] \{\gamma_w \Omega \gamma c^N\} \right] \\
 & - [N_h]^T n S_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} [N_c] \{\dot{c}^N\} - \int_{S_q} [N_h]^T \bar{q} dS + [B_h]^T \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h] \{\gamma_w h^N\} = 0
 \end{aligned} \tag{5.122}$$

式 (5.122) を整理すると,

$$\begin{aligned}
 & [N_h]^T S_r [B_v] \{\dot{u}^N\} + [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h] \{\gamma_w \dot{h}^N\} - [B_h]^T \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h] \{\gamma_w h^N\} \\
 & - [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] \{\dot{p}_a^N\} - [N_h]^T n S_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} [N_c] \{\dot{c}^N\} = \int_{S_q} [N_h]^T \bar{q} dS
 \end{aligned} \tag{5.123}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
 & [N_h]^T S_r [B_v] = K_{HU}, \quad [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h] = K_{h2} \\
 & [B_h]^T \left\{ \frac{k}{\gamma_w} \right\} [B_h] = K_{h1}, \quad -[N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] = K_{HA} \\
 & -[N_h]^T n S_r \frac{\gamma}{1+\gamma c} [N_c] = K_{HC}, \quad \int_{S_q} [N_h]^T \bar{q} dS = \bar{Q}
 \end{aligned} \tag{5.124}$$

とする. 式 (5.123) に式 (5.124) を代入すると,

$$K_{HU} \{\dot{u}^N\} + K_{h2} \{\gamma_w \dot{h}^N\} - K_{h1} \{\gamma_w h^N\} + K_{HA} \{p_a^N\} + K_{HC} \{c^N\} = \bar{Q} \tag{5.125}$$

### 5.4.3 固相と気相の連続条件式の空間離散化

$$\begin{aligned}
 & \int_V (1-S_r) \dot{\epsilon}_v \delta p_a dV + \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial S} \dot{p}_a \delta p_a dV - \int_V n \frac{\partial S_r}{\partial S} p_f \delta p_a dV \\
 & - \int_V \frac{n(1-S_r) \dot{p}_a}{p_a + p_{a0}} \delta p_a dV - \int_{S_q} \bar{q}_a \delta p_a dS + \int_V v_{a_i} \delta p_{a_i} dV = 0
 \end{aligned} \tag{5.61}$$

式 (5.61) を空間離散化するため, 式 (5.86) ~ (5.103) のガラーキン法を適用する.

$$\begin{aligned}
 & \{\delta p_a^N\}^T [N_a]^T (1-S_r) [B_v] \{\dot{u}^N\} + \{\delta p_a^N\}^T [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] \{p_a^N\} \\
 & - \{\delta p_a^N\}^T [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h] \{\gamma_w \dot{h}^N\} - \{\delta p_a^N\}^T [N_a]^T \frac{n(1-S_r)}{p_a + p_{a0}} [N_a] \{\dot{p}_a^N\} \\
 & - \int_{S_q} \{\delta p_a^N\}^T [N_a]^T \bar{q}_a dS - \{\delta p_a^N\}^T [B_a]^T [k_a] [B_a] \{p_a^N\} = 0
 \end{aligned} \tag{5.126}$$

$\{\delta p_a^N\}$  の任意性より, 式 (45) から  $\{\delta p_a^N\}^T$  を除すと,

$$\begin{aligned} & [N_a]^T (1-S_r)[B_v]\{\dot{u}^N\} + [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a]\{p_a^N\} - [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h]\{\gamma_w \dot{h}^N\} \\ & - [N_a]^T \frac{n(1-S_r)}{p_a + p_{a0}} [N_a]\{\dot{p}_a^N\} - \int_{S_q} [N_a]^T \bar{q}_a dS - [B_a]^T [k_a][B_a]\{p_a^N\} = 0 \end{aligned} \quad (5.127)$$

ここで,

$$\begin{aligned} & [N_a]^T (1-S_r)[B_v] = K_{AU}, \quad [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] = K_{Na}, \quad [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h] = K_{AH}, \\ & [N_a]^T \frac{n(1-S_r)}{K_a} [N_a] = K_{Na}^*, \quad [B_a]^T k_a [B_a] = K_A, \quad \int_{S_q} [N_a]^T \bar{q}_a dS = Q_a, \\ & K_{Na} - K_{Na}^* = K_{Aa} \end{aligned} \quad (5.128)$$

とする. 式 (5.127) に式 (5.128) を代入すると,

$$K_{AU} \{\dot{u}^N\} + K_{Aa} \{\dot{p}_a^N\} - K_{AH} \{\gamma_w \dot{h}^N\} - K_A \{p_a^N\} = Q_a \quad (5.129)$$

式 (5.129) は式 (5.61) を空間離散化したものである.

#### 5.4.4 移流分散方程式の空間離散化

$$-\int_V n S_r \dot{c} \delta c dV + \int_V (1+\gamma c) c v_{f_i} \delta c_{,i} dV + \int_V (1+\gamma c) J_i n S_r \delta c_{,i} dV = \int_{S_q} \bar{Q}_c \delta c dS \quad (5.69)$$

式 (5.69) を空間離散化するため, 式 (5.86) ~ (5.103) のガラーキン法を適用する.

$$\begin{aligned} & -\{\delta c^N\}^T [N_c^N]^T n S_r [N_c^N] \{\dot{c}^N\} - \{\delta c^N\}^T [B_c^N]^T (1+\gamma c) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \{\gamma_w h^N\} [N_c^N] \{c^N\} \\ & - \{\delta c^N\}^T [B_c^N]^T (1+\gamma c) n S_r [D_d] [B_c^N] \{c^N\} = \int_{S_{q_c}} \{\delta c^N\}^T [N_c^N]^T \bar{Q}_c dS \end{aligned} \quad (5.130)$$

$\{\delta c^N\}$  の任意性より, 式 (53) から  $\{\delta c^N\}^T$  を除すと,

$$\begin{aligned} & -[N_c^N]^T n S_r [N_c^N] \{\dot{c}^N\} - [B_c^N]^T (1+\gamma c) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \{\gamma_w h^N\} [N_c^N] \{c^N\} \\ & - [B_c^N]^T (1+\gamma c) n S_r [D_d] [B_c^N] \{c^N\} = \int_{S_{q_c}} [N_c^N]^T \bar{Q}_c dS \end{aligned} \quad (5.131)$$

式 (5.131) は式 (5.69) を空間離散化したものである.

### 5.5 支配方程式の時間離散化<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

空間離散化された釣合式，連続条件式，移流分散方程式それぞれに Euler の時間分離法を適用し，支配方程式を運動学的変数に関して時間0回の偏微分方程式とする（時間離散化）。

ここで  $\{\dot{u}^N\}, \{\gamma_w \dot{h}^N\}, \{\dot{p}_a\}, \{c\}, \{\gamma_w h^N\}, \{p_a\}, \{c\}$  をそれぞれ以下のように表す。

$$\begin{aligned} \{\dot{u}^N\} &= \frac{\{\Delta u^N\}}{\Delta t}, \quad \{\gamma_w \dot{h}^N\} = \frac{\{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{\gamma_w h^N\}|_{t=t}}{\Delta t} \\ \{\dot{p}_a\} &= \frac{\{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{p_a^N\}|_{t=t}}{\Delta t}, \quad \{c\} = \frac{\{c^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{c^N\}|_{t=t}}{\Delta t}, \\ \{\gamma_w h^N\} &= (1-\theta)\{\gamma_w h^N\}|_{t=t} + \theta\{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}, \\ \{p_a^N\} &= (1-\theta)\{p_a^N\}|_{t=t} + \theta\{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}, \\ \{c^N\} &= (1-\theta)\{c^N\}|_{t=t} + \theta\{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \end{aligned} \tag{5.132}$$

ここで， $\theta = \begin{cases} 0 & \text{：前進差分} \\ 1/2 & \text{：中心差分である。} \\ 1 & \text{：後退差分} \end{cases}$

#### 5.5.1 釣合式の時間離散化

$$K_{UU} \{\dot{u}^N\} + K_{UH} \{\gamma_w \dot{h}^N\} + K_{UA} \{\dot{p}_a^N\} + K_{UC} \{c^N\} = -\dot{F} \tag{5.120}$$

式 (5.120) を  $t=t$  から  $t=t+\Delta t$  の範囲で時間離散化を行う。また， $\dot{F}$  を以下のように増分型で表す。

$$\dot{F} = \frac{\Delta F}{\Delta t} \tag{5.133}$$

式 (5.132)，式 (5.133) を式 (5.120) に代入すると，

$$\begin{aligned} K_{UU} \{\Delta u^N\} + K_{UH} \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{UA} \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{UC} \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \\ = -\Delta F + K_{UH} \{\gamma_w h^N\}|_{t=t} + K_{UA} \{p_a^N\}|_{t=t} + K_{UC} \{c^N\}|_{t=t} \end{aligned} \tag{5.134}$$

と表せる。式 (5.134) は式 (5.120) を時間離散化したものである。



### 5.5.2 固相と溶液相の連続条件式の時間離散化

$$K_{HU} \{\dot{u}^N\} + K_{h2} \{\gamma_w \dot{h}_f^N\} - K_{h1} \{\gamma_w h_f^N\} + K_{HA} \{p_a^N\} + K_{HC} \{c^N\} = \bar{Q} \quad (5.125)$$

式 (5.125) を  $t=t$  から  $t=t+\Delta t$  の範囲で時間離散化を行う。式 (5.132) を式 (5.125) に代入すると、

$$\begin{aligned} & K_{HU} \frac{\{\Delta u^N\}}{\Delta t} + K_{h2} \frac{\{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t}}{\Delta t} - K_{h1} (1-\theta) \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t} \\ & - \theta K_{h1} \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{HA} \frac{\{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{p_a^N\}|_{t=t}}{\Delta t} + K_{HC} \frac{\{c^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{c^N\}|_{t=t}}{\Delta t} = \bar{Q} \end{aligned} \quad (5.135)$$

が得られる。式 (5.135) の両辺に  $\Delta t$  を乗じ、整理すると、

$$\begin{aligned} & K_{HU} \{\Delta u^N\} + (K_{h2} - \Delta t \theta K_{h1}) \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{HA} \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{HC} \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \\ & = \Delta t \bar{Q} + (K_{h2} + \Delta t (1-\theta) K_{h1}) \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t} + K_{HA} \{p_a^N\}|_{t=t} + K_{HC} \{c^N\}|_{t=t} \end{aligned} \quad (5.136)$$

が得られる。さらに、 $K_{h2} - \Delta t \theta K_{h1} = K_{HH}$  (5.137) とすると、式 (5.136) は

$$\begin{aligned} & K_{HU} \{\Delta u^N\} + K_{HH} \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{HA} \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{HC} \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \\ & = \Delta t \bar{Q} + (K_{h2} + \Delta t (1-\theta) K_{h1}) \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t} + K_{HA} \{p_a^N\}|_{t=t} + K_{HC} \{c^N\}|_{t=t} \end{aligned} \quad (5.137)$$

となる。式 (5.137) は式 (5.125) を時間離散化したものである。

### 5.5.3 固相と気相の連続条件式の時間離散化

$$K_{AU} \{\dot{u}^N\} + K_{Aa} \{\dot{p}_a^N\} - K_{AH} \{\gamma_w \dot{h}_f^N\} - K_A \{p_a^N\} = Q_a \quad (5.129)$$

式 (5.129) を  $t=t$  から  $t=t+\Delta t$  の範囲で時間離散化を行う。式 (5.132) を式 (5.129) に代入すると、

$$\begin{aligned} & K_{AU} \frac{\{\Delta u^N\}}{\Delta t} - K_{AH} \frac{\{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{\gamma_w h_f^N\}|_{t=t}}{\Delta t} \\ & + K_{Aa} \frac{\{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{p_a^N\}|_{t=t}}{\Delta t} - K_A [(1-\theta) \{p_a^N\}|_{t=t} + \theta \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}] = Q_a \end{aligned} \quad (5.138)$$

が得られる。式 (5.138) の両辺に  $\Delta t$  を乗じ、整理すると、

$$\begin{aligned}
 & K_{AU} \left\{ \Delta u^N \right\} - K_{AH} \left\{ \gamma_w h^N \right\} \Big|_{t=t+\Delta t} + (K_{Aa} - K_A \Delta t \theta) \left\{ p_a^N \right\} \Big|_{t=t+\Delta t} \\
 & = \Delta t Q_a - K_{AH} \left\{ \gamma_w h^N \right\} \Big|_{t=t} + \left\{ K_{Aa} + K_A \Delta t (1-\theta) \right\} \left\{ p_a^N \right\} \Big|_{t=t}
 \end{aligned} \tag{5.139}$$

が得られる。さらに、 $K_{Aa} - \Delta t \theta K_A = K_{AA}$  (5.140) とすると、式 (5.139) は

$$\begin{aligned}
 & K_{AU} \left\{ \Delta u^N \right\} - K_{AH} \left\{ \gamma_w h^N \right\} \Big|_{t=t+\Delta t} + K_{AA} \left\{ p_a^N \right\} \Big|_{t=t+\Delta t} \\
 & = \Delta t Q_a - K_{AH} \left\{ \gamma_w h^N \right\} \Big|_{t=t} + \left\{ K_{Aa} + K_A \Delta t (1-\theta) \right\} \left\{ p_a^N \right\} \Big|_{t=t}
 \end{aligned} \tag{5.141}$$

となる。式 (5.141) は式 (5.129) を時間離散化したものである。

#### 5.5.4 移流分散方程式の時間離散化

$$\begin{aligned}
 & -[N_c^N]^T n S_r [N_c^N] \{c^N\} - [B_c^N]^T (1+\gamma c) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \{ \gamma_w h_f^N \} [N_c^N] \{c^N\} \\
 & - [B_c^N]^T (1+\gamma c) n S_r [D_d] [B_c^N] \{c^N\} = \int_{S_{Q_c}} [N_c^N]^T \bar{Q}_c dS
 \end{aligned} \tag{5.131}$$

式 (5.131) を  $t=t$  から  $t=t+\Delta t$  の範囲で時間離散化を行う。式 (5.132) を式 (5.131) に代入すると、

$$\begin{aligned}
 & -[N_c^N]^T n S_r [N_c^N] \frac{\{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} - \{c^N\} \Big|_{t=t}}{\Delta t} \\
 & - [B_c^N]^T (1+\gamma c) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \left\{ (1-\theta) \{ \gamma_w h_f^N \} \Big|_{t=t} + \theta \{ \gamma_w h_f^N \} \Big|_{t=t+\Delta t} \right\} [N_c^N] \left\{ (1-\theta) \{c^N\} \Big|_{t=t} + \theta \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \right\} \\
 & - [B_c^N]^T (1+\gamma c) n S_r [D_d] [B_c^N] \left\{ (1-\theta) \{c^N\} \Big|_{t=t} + \theta \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \right\} = \int_{S_{Q_c}} [N_c^N]^T \bar{Q}_c dS
 \end{aligned} \tag{5.142}$$

式 (5.142) の両辺に  $\Delta t$  を乗じる。

$$\begin{aligned}
 & -[N_c^N]^T n S_r [N_c^N] \left[ \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} - \{c^N\} \Big|_{t=t} \right] \\
 & - \Delta t [B_c^N]^T (1+\gamma c) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \left\{ (1-\theta) \{ \gamma_w h_f^N \} \Big|_{t=t} + \theta \{ \gamma_w h_f^N \} \Big|_{t=t+\Delta t} \right\} [N_c^N] \left\{ (1-\theta) \{c^N\} \Big|_{t=t} + \theta \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \right\} \\
 & - \Delta t [B_c^N]^T (1+\gamma c) n S_r [D_d] [B_c^N] \left\{ (1-\theta) \{c^N\} \Big|_{t=t} + \theta \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \right\} = \Delta t \int_{S_{Q_c}} [N_c^N]^T \bar{Q}_c dS
 \end{aligned} \tag{5.143}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 [N_c^N]^T nS_r [N_c^N] &= K_{C1} \\
 [B_c^N]^T (1+\gamma c) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \{\gamma_w h^N\}|_{t=t} [N_c^N] &= K_{C2} \\
 [B_c^N]^T (1+\gamma c) nS_r [D_d] [B_c^N] &= K_{C3} \\
 \int_{S_0} [N_c]^T \bar{Q}_C dS &= Q_C
 \end{aligned} \tag{5.144}$$

とする. 式 (5.143) に式 (5.144) を代入して,

$$K_{C1} \left[ \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} - \{c^N\}|_{t=t} \right] + \Delta t (K_{C2} + K_{C3}) \left\{ (1-\theta) \{c^N\}|_{t=t} + \theta \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \right\} = -\Delta t Q_C \tag{5.145}$$

式 (5.145) を整理して,

$$[K_{C1} + \Delta t \theta (K_{C2} + K_{C3})] \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} = -\Delta t Q_C + [K_{C1} - \Delta t (1-\theta) (K_{C2} + K_{C3})] \{c^N\}|_{t=t} \tag{5.146}$$

となる. ここで  $K_{CC} = K_{C1} + \Delta t \theta (K_{C2} + K_{C3})$  (5.147) とすると, 式 (5.146) は

$$K_{CC} \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} = -\Delta t Q_C + [K_{C1} - \Delta t (1-\theta) (K_{C2} + K_{C3})] \{c^N\}|_{t=t} \tag{5.148}$$

となる. 式 (5.148) は, 式 (5.131) を空間離散化したものであり, 式 (5.148) から  $\{c^N\}|_{t=t+\Delta t}$  を求め, 濃度の更新を行う.

## 5.6 連立方程式の計算手順<sup>8),9)</sup>

釣合式, [固相]と[溶液相]の連続条件式, [固相]と[気相]の連続条件式, 移流分散方程式から未知数  $\{\Delta u^N\}, \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{c^N\}|_{t=t+\Delta t}$  を求める.

釣合式と2本の連続条件式, 移流分散方程式を連立させ, 全体剛性マトリクス作成し, 未知数  $\{\Delta u^N\}, \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t}, \{c^N\}|_{t=t+\Delta t}$  を求める. 以下に離散化された支配方程式をまとめる.

釣合式

$$\begin{aligned}
 K_{UU} \{\Delta u^N\} + K_{UH} \{\gamma_w h^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{UA} \{p_a^N\}|_{t=t+\Delta t} + K_{UC} \{c^N\}|_{t=t+\Delta t} \\
 = -\Delta F + K_{UH} \{\gamma_w h^N\}|_{t=t} + K_{UA} \{p_a^N\}|_{t=t} + K_{UC} \{c^N\}|_{t=t}
 \end{aligned} \tag{5.134}$$

固相と溶液相の連続条件式

$$\begin{aligned}
 & K_{HU} \{\Delta u^N\} + K_{HH} \{\gamma_w h_f^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} + K_{HA} \{p_a^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} + K_{HC} \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \\
 & = \Delta t \bar{Q} + (K_{h2} + \Delta t(1-\theta)K_{h1}) \{\gamma_w h_f^N\} \Big|_{t=t} + K_{HA} \{p_a^N\} \Big|_{t=t} - K_{HC} \{c^N\} \Big|_{t=t}
 \end{aligned} \tag{5.137}$$

固相と気相の連続条件式

$$\begin{aligned}
 & K_{AU} \{\Delta u^N\} - K_{AH} \{\gamma_w h^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} + K_{AA} \{p_a^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \\
 & = \Delta t Q_a - K_{AH} \{\gamma_w h^N\} \Big|_{t=t} + \{K_{AA} + K_A \Delta t(1-\theta)\} \{p_a^N\} \Big|_{t=t}
 \end{aligned} \tag{5.141}$$

移流分散方程式

$$K_{CC} \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} = -\Delta t Q_C + [K_{C1} - \Delta t(1-\theta)(K_{C2} + K_{C3})] \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \tag{5.148}$$

これらをまとめると全体剛性マトリクスは、

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} K_{UU} & K_{UH} & K_{UA} & K_{UC} \\ K_{HU} & K_{HH} & K_{HA} & K_{HC} \\ K_{AU} & K_{AH} & K_{AA} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta u^N\} \\ \{\gamma_w h^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \\ \{p_a^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \\ \{c^N\} \Big|_{t=t+\Delta t} \end{Bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} -\Delta F + K_{UH} \{\gamma_w h^N\} \Big|_{t=t} + K_{UA} \{p_a^N\} \Big|_{t=t} + K_{UC} \{c^N\} \Big|_{t=t} \\ \Delta t \bar{Q} + (K_{h2} + \Delta t(1-\theta)K_{h1}) \{\gamma_w h_f^N\} \Big|_{t=t} + K_{HA} \{p_a^N\} \Big|_{t=t} + K_{HC} \{c^N\} \Big|_{t=t} \\ \Delta t Q_a - K_{AH} \{\gamma_w h^N\} \Big|_{t=t} + \{K_{AA} + K_A \Delta t(1-\theta)\} \{p_a^N\} \Big|_{t=t} \\ -\Delta t Q_C + [K_{C1} - \Delta t(1-\theta)(K_{C2} + K_{C3})] \{c^N\} \Big|_{t=t} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.149}$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned}
 [B]^T [D][B] &= K_{UU}, [B]^T [C^B][N_a] dV = K_a^*, [B]^T [C^B][N_h] = K_w^*, R_a [B_v]^T [N_a] = K_a^{**}, \\
 R_w [B_v]^T [N_h] &= K_w^{**}, \int_{S_o} [N]^T \{\bar{i}\} dS = \dot{F}, K_w^* + K_w^{**} = K_{UH}, K_a^{**} - K_a^* = K_{UA} \\
 [N_h]^T S_r [B_v] &= K_{HU}, [N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h] = K_{h2}, [B_h]^T \left\{ \frac{k}{\gamma_w} \right\} [B_h] = K_{h1}, \\
 -[N_h]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] &= K_{HA}, -[N_h]^T n S_r \frac{\gamma}{1+\gamma_C} [N_c] = K_{HC}, \int_{S_q} [N_h]^T \bar{q} dS = \bar{Q} \\
 K_{h2} - \Delta t \theta K_{h1} &= K_{HH} \\
 [N_a]^T (1-S_r) [B_v] &= K_{AU}, [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_a] = K_{Na}, [N_a]^T n \frac{\partial S_r}{\partial S} [N_h] = K_{AH}, \\
 [N_a]^T \frac{n(1-S_r)}{K_a} [N_a] &= K_{Na}^*, [B_a]^T k_a [B_a] = K_A, \int_{S_q} [N_a]^T \bar{q}_a dS = Q_a \\
 K_{Na} - K_{Na}^* &= K_{Aa}, K_{Aa} - \Delta t \theta K_A = K_{AA} \\
 [N_c^N]^T n S_r [N_c^N] &= K_{C1}, [B_c^N]^T (1+\gamma_C) \left[ \frac{k}{\gamma_w} \right] [B_h^N] \{ \gamma_w h_f^N \} |_{t=t} [N_c^N] = K_{C2} \\
 [B_c^N]^T (1+\gamma_C) n S_r [D_d] [B_c^N] &= K_{C3}, \int_{S_Q} [N_c]^T \bar{Q}_c dS = Q_C \\
 K_{CC} &= K_{C1} + \Delta t \theta (K_{C2} + K_{C3})
 \end{aligned} \tag{5.150}$$

である。図-5.9 に計算課程のフローチャートを示す。

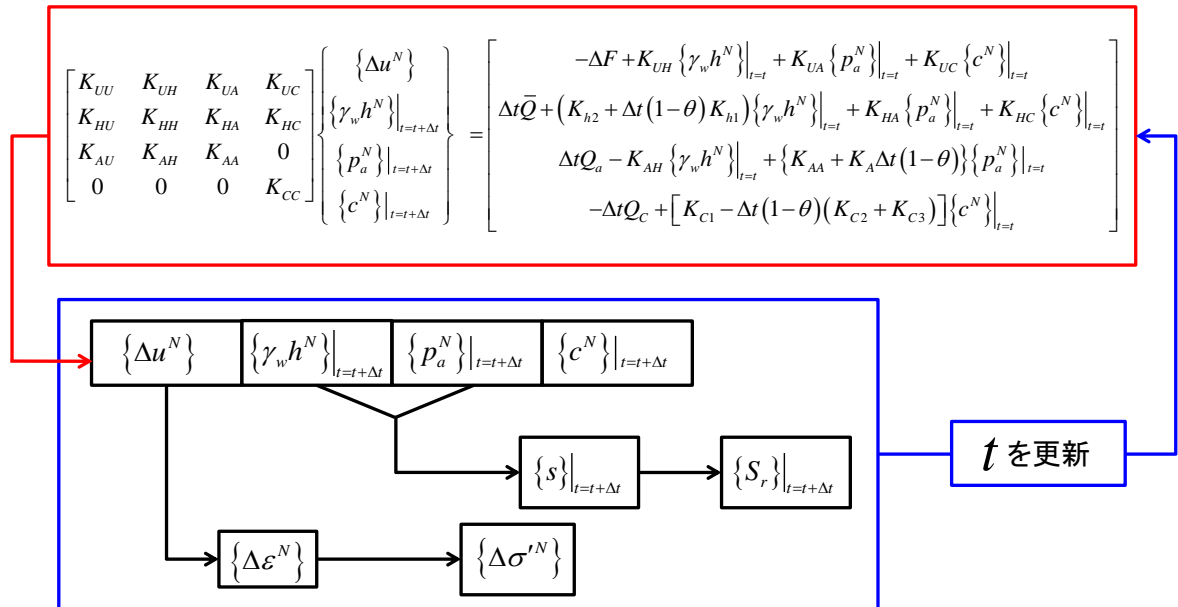


図-5.9 計算課程フローチャート

### 5.7 析出に関して

溶解物質はその濃度が飽和溶解量を超えると地盤内で再結晶し、地盤に析出する。また、地盤に析出していた物質が降雨・放水等に伴う地盤の濃度減少により再溶解することも考えられる。このような現象を記述するため、DACSAR-M-ad において以下のアルゴリズムを設定した。図-5.10 に析出判定に伴う濃度更新のアルゴリズムを示す。

1.  $t = t + \Delta t$  において計算された濃度  $\{c^N\}|_{t+\Delta t}$  を新しい変数  $\{c^N\}'|_{t+\Delta t}$  とする。
2.  $t = t$  において計算されていた析出量  $\{r^N\}|_t$  と  $\{c^N\}'|_{t+\Delta t}$  の和  $\{m^N\}|_{t+\Delta t}$  を計算する。
3.  $\{m^N\}|_{t+\Delta t} \leq 1.00$  の時、要素内で析出は起こらず、 $\{c^N\}|_{t+\Delta t} = \{c^N\}'|_{t+\Delta t}$ 、 $\{r^N\}|_{t+\Delta t} = 0.00$   
 $\{m^N\}|_{t+\Delta t} > 1.00$  の時、要素内で析出が起こり、 $\{c^N\}|_{t+\Delta t} = 1.00$ 、  
 $\{r^N\}|_{t+\Delta t} = \{m^N\}|_{t+\Delta t} - 1.00$

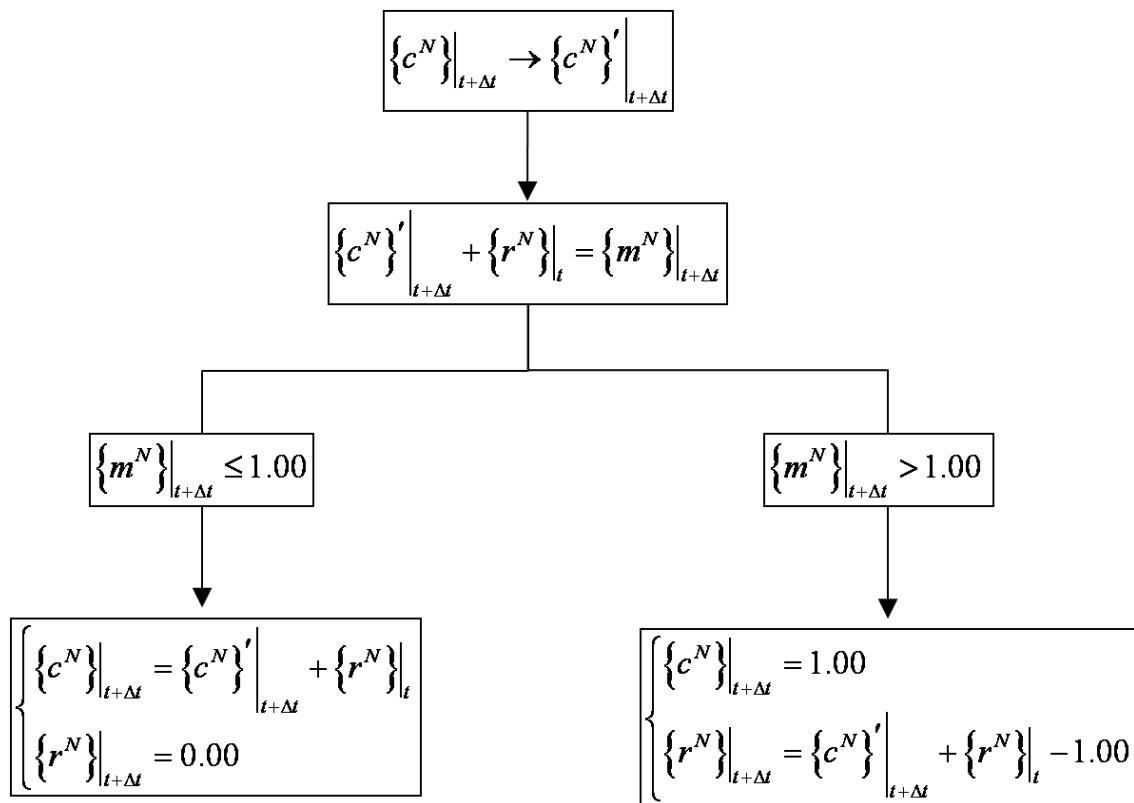


図-5.10 濃度・析出更新のアルゴリズム

参考文献

- 1) 菊池文雄：有限要素法概説－理工学における基礎と応用－，サイエンス社，1980.
- 2) 京谷孝史：よくわかる連続体力学ノート，森北出版株式会社，2008.
- 3) 久田俊明，野口裕久：非線形有限要素法の基礎と応用，丸善株式会社，1995.
- 4) 社団法人地盤工学会：地盤技術者のための FEM シリーズ，はじめて学ぶ有限要素法，丸善出版株式会社，2003.
- 5) 社団法人土木学会：計算力学の常識，丸善株式会社，2008.
- 6) 久保田光一：工学基礎とその応用，数理工学社，2010.
- 7) 杉浦洋：数値計算の基礎と応用－数値解析学への入門－，サイエンス社，1997.
- 8) 野村瞬：溶解物質の移動を考慮した不飽和土連成問題の数理モデル，神戸大学工学研究科，修士論文，2010.
- 9) 野村瞬，河井克之，角井駿祐，橘伸也，金澤伸一，飯塚敦：飽和/不飽和地盤内における水溶性物質移動モデルの構築，土木学会論文集 A2 (応用力学)，Vol.67， No.2， pp.231- 240,2011.

## 第6章 数理モデルの検討

本章では5章までに構築した数理モデルにより解析解の導出を行う。以下本研究で確立した不飽和土-移流分散解析プログラムを DACSAR-MP\_ad と呼ぶ。

### 6.1 移流分散現象の検証<sup>1),2)</sup>

構築した数理モデルによって得られた解析解と種々の理論解の比較を行い、移流分散現象の解の妥当性を検討する。本節において、領域左下端から右水平方向を  $x$  方向、鉛直上方向を  $y$  方向とする。また解析において  $\gamma=0$  とし、密度変化による物質移動の影響は考えない。

#### 6.1.1 一次元分散解析

一次元分散問題を解き、解析解、差分解、拡散方程式の厳密解による理論解の比較を行い、離散化に関する検討を行った。

##### 1) 解析解と差分解の比較：分散現象

端面を濃度境界とする問題を DACSAR-MP\_ad で解き、得られた解を差分法による解と比較した。解析に用いたメッシュ、濃度の境界条件を図-6.1に示す。

解析領域：水平方向  $x=10.0m$ ，鉛直方向  $y=1.0m$ ，節点数 63，要素数：鉛直方向 1 水平方向 10 計 10

変位境界：全節点固定

水理境界：全節点全水頭  $h(x)=0.0$  (m)，動水勾配  $\partial h/\partial x=0.0$

物質境界：解析領域左右端面は濃度境界。左端面に境界濃度  $c(0,0)=1.00$ ，右端面に境界濃度  $c(10,0)=0.00$  を与える。上下端面は非透過境界。

初期条件：完全飽和  $S_r=1.00$ ，初期濃度  $c_0=0.00$

材料定数：分散係数  $D_x=1.0m^2/day$

時間増分： $\Delta t=0.1day$

以上の条件設定により、5章で求めた移流分散方程式は一次元の熱伝導方程式

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6.1)$$

に帰着する。 $x$  を中心として展開すると、差分解は、

$$c_x^{t+\Delta t} = \frac{D_x \Delta t}{\Delta x^2} c_{x+\Delta x}^t + \left(1 - 2 \frac{D_x \Delta t}{\Delta x^2}\right) c_x^t + \frac{D_x \Delta t}{\Delta x^2} c_{x-\Delta x}^t \quad (6.2)$$

となる<sup>3)</sup>。



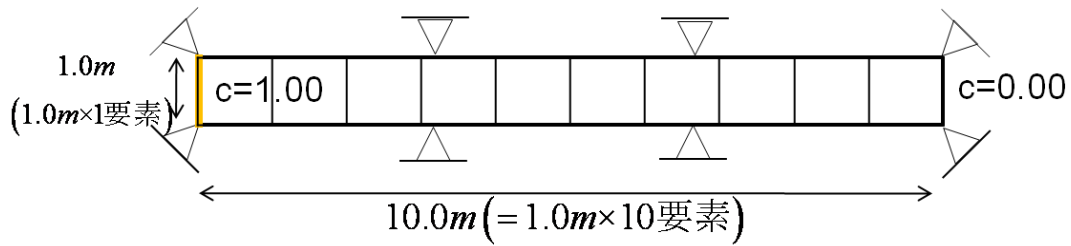


図-6.1 一次元分散解析メッシュ

図-6.2 に  $x=2.0m, 4.0m, 6.0m, 8.0m$  地点の時間-濃度変化, 図-6.3 に各時間経過における空間-濃度分布の解析結果と差分法による理論解を示す。

図-6.2 から各点の濃度は時間経過とともに水平右方向に向かって上昇し, 一定の濃度 ( $c(x,t)=1-0.1x$ ) に漸

近していることが分かる。更に図-6.3 を見ると, 初期に空間勾配を有していた濃度分布は境界条件の影響を受け, 時間とともに, 濃度勾配が一定に収束するよう濃度が空間的に上昇することがわかる。そして, 一定時間経過すると空間濃度分布は定常状態に至り, ( $\partial c/\partial t=0, \partial c/\partial x=-0.1$ ) 間隙中の物質フラックスは常に一定値 ( $J_x = -D \frac{\partial c}{\partial x} = 0.1m/day$ ) となることがわかる。

また, 解析解は差分解を精度よく表現し

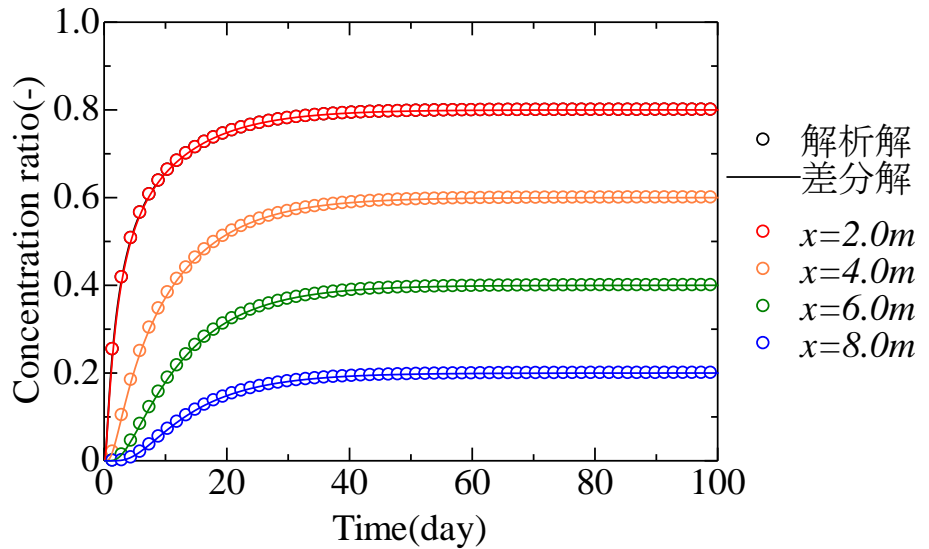


図-6.2 時間-濃度分布

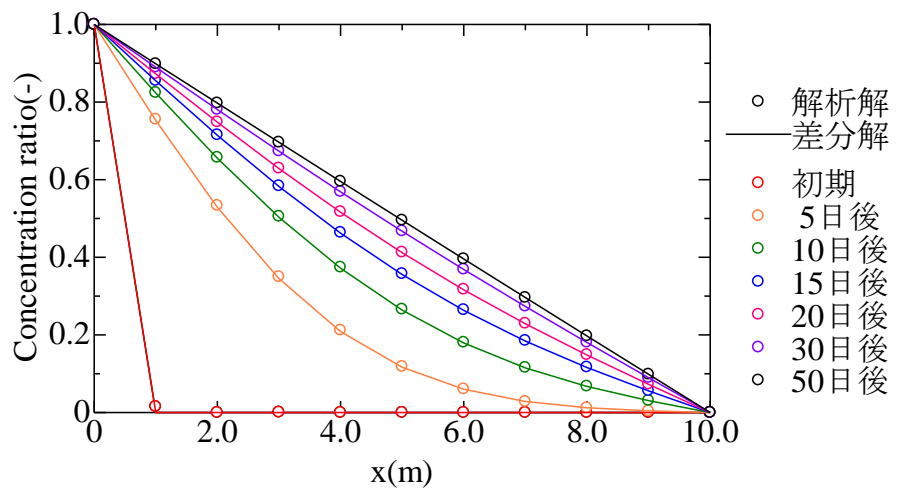


図-6.3 空間-濃度分布

ていることがわかる。

図-6.4 に空間-時間-濃度関係を示す。初期に  $x=0.0m$  にのみ存在していた濃度は、空間内に発生している濃度勾配によって領域内全体に移動し、その勾配が一定に収束するよう運動している様子がわかる。また、図-6.4 を空間、時間に関して射影すると図-6.2, 6.3 が得られる。

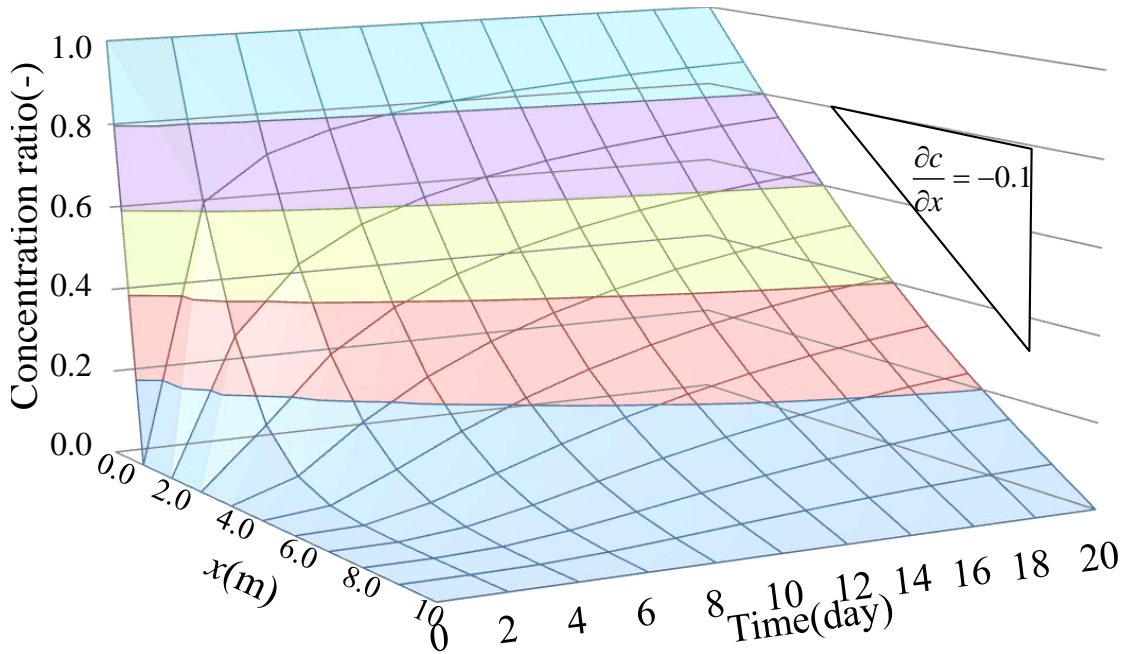


図-6.4 時間-空間-濃度分布

## 2) 解析解と厳密解の比較

厳密解の存在する半無限領域を設定し、解析解の精度を検討した。解析に用いたメッシュ図、濃度の境界条件を図-6.5 に示す。

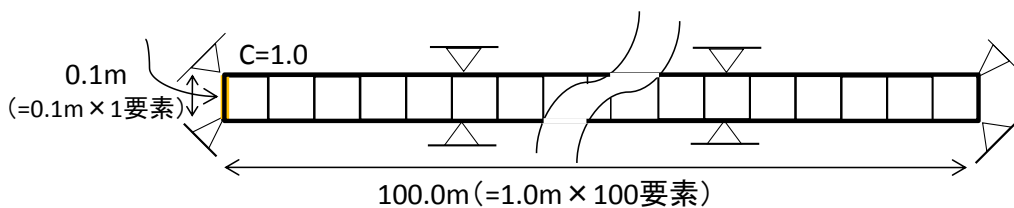


図-6.5 一次元分散解析メッシュ

解析領域：水平方向  $x=100.0m$ ，鉛直方向  $y=0.1m$ ，節点数 603，要素数 鉛直方向 1 水平方向 100 計 100

変位境界：全節点固定

水理境界：全節点全水頭  $h(x)=0.0$  (m)，動水勾配  $\partial h/\partial x=0.0$

物質境界：解析領域左端面は濃度境界であり，境界濃度  $c_0(0,0) = 1.00$  を与える．その他の端面は非透過境界．

初期条件：飽和度  $S_r = 1.00$ ，間隙率  $n = 0.50$ ，初期濃度  $c_0 = 0.00$

材料定数：分散係数  $D_x = 1.0m^2 / day$

時間増分： $\Delta t = 0.1day$

ここで，分散により非透過境界である右端面は，濃度が到達するまでは  $J_x = 0$  の分散フラックス境界として定義できる．このとき，境界条件  $c(x=0) = 1.00, c(x=\infty) = 0.00$  として扱うことができ，厳密解は，関数置換法により，

$$c(x,t) = c(0,t) \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right\} \quad (6.3)$$

で与えられる<sup>4)</sup>．ここで，関数  $\operatorname{erf}(x)$  は図-6.6 のような形状の余誤差関数である．

図-6.7 に  $x = 2.0 \sim 10.0m$  地点における時間-濃度変化，図-6.8 に経過時間と空間濃度分布の結果を厳密解とともに示す．図-6.2 と同様に図-6.7 においても，各点の濃度は時間経過とともに水平右方向かけて上昇していることがわかる．しかし，右端は濃度境界として設定されていないため，図-6.2 と異なり，定常状態に落ち着かない ( $\partial c / \partial t = 0$ ) ことがわかる．そのため，時間が経過して

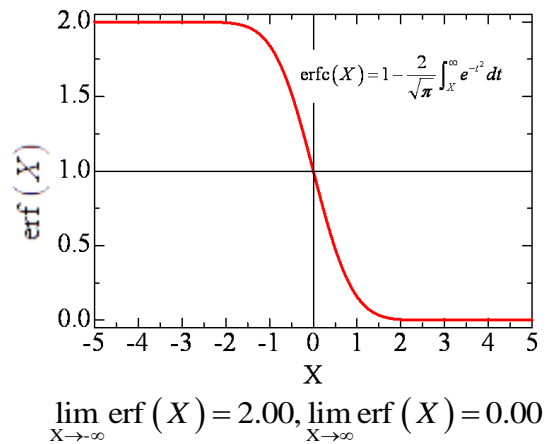


図-6.6 余誤差関数

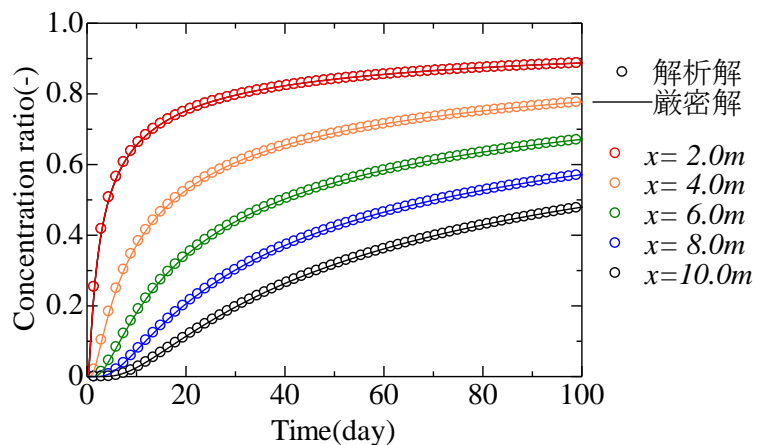


図-6.7 時間-濃度分布

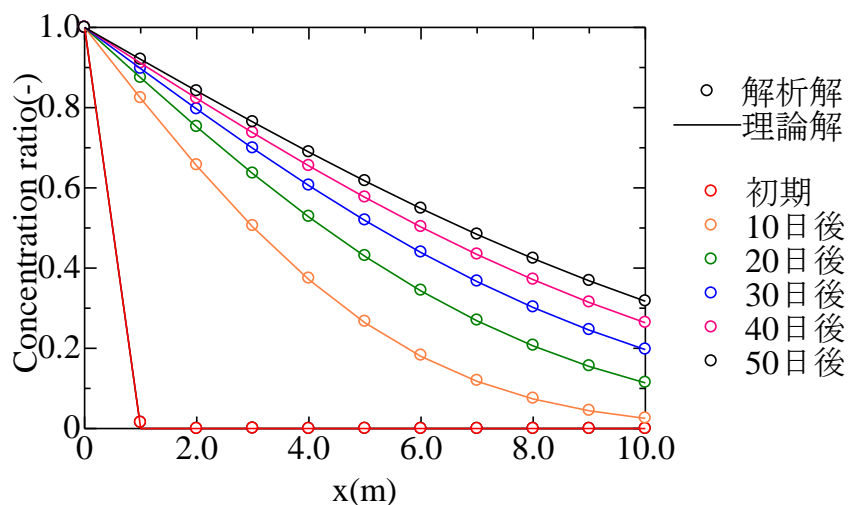


図-6.8 空間-濃度分布

も空間濃度分布の勾配が一定値にならず (図-6.8), 空間内の物質フラックスも一定にならないことがわかる. また時間-濃度勾配は原点に近く, 時間が初期に近いほど大きく, 時間経過とともにその勾配は緩くなることわかる. この運動は最終的に空間内の濃度が左端の濃度境界値  $c=1.0$  に収束するまで続き, 濃度が収束すると空間内のフラックスは  $J_x=0$  となり, 定常状態になる.

分散現象に関して解析解, 理論解は精度良く一致しており, DACSAR-M.ad の分散項に関する離散化は適切であったと言える.

### 6.1.2 一次元移流分散解析

分散の影響を考慮しない移流方程式は, 3.5.1 で示したように  $D \rightarrow 0$  条件でペクレ数が無限大に発散するため, 計算ができない. そのため, 一次元の移流分散問題を考え, 解析解と厳密解の比較を行った.

#### 1) 端面に濃度境界を持つケースの移流分散現象

初期に濃度勾配が一定となる濃度分布を設定し, 水頭境界により空間に一定の動水勾配を設定し強制的に移流を発生させ, 空間濃度分布がどのように変化するか検討を行った. また拡散係数, 水頭境界を変化させ, ペクレ数  $Pe = \frac{v_f \Delta x}{D}$  による解析解の変化を厳密解と比較し, その精度の検討を行った. 解析に用いたメッシュ図, 濃度の初期・境界条件を図-6.9 に, 解析ケースを表-6.1 にまとめる. 設定動水勾配が大きく, 分散係数が小さいケースが, 分散に対して移流が支配的でありペクレ数が大きくなることわかる.

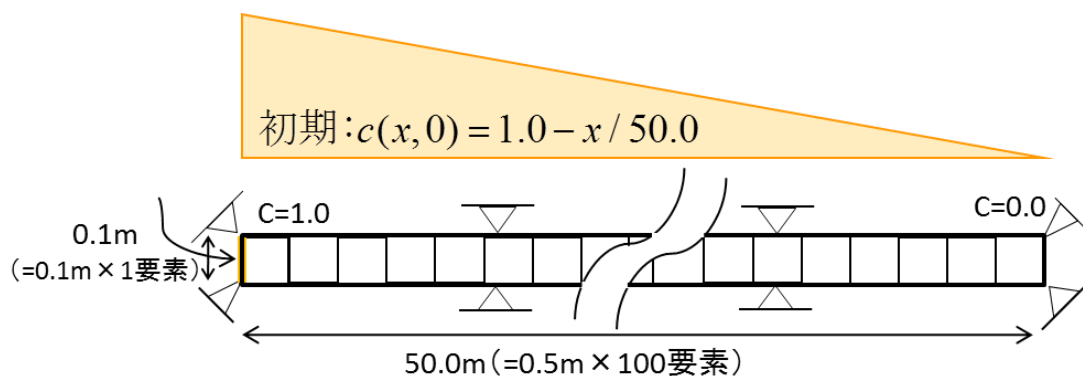


図-6.9 一次元移流分散解析メッシュ

表-6.1 ペクレ数と分散係数と動水勾配の関係

$Pe$	$v_f (m/day)$	$\Delta x (m)$	$D (m^2/day)$
2.0	4.0	0.5	1.0
4.0	8.0	0.5	1.0
10.0	20.0	0.5	1.0
20.0	20.0	0.5	0.5
100.0	20.0	0.5	0.1

解析領域：水平方向  $x = 50.0m$ ，鉛直方向  $y = 0.1m$ ，節点数 603，要素数 鉛直方向 1 水  
 平方向 100 計 100

変位境界：全節点固定

物質境界：左端面に境界濃度  $c(0,0) = 1.00$ ，右端面に境界濃度  $c(50,0) = 0.00$  を与える．上  
 下端面は非透過境界．

初期条件：飽和度  $S_r = 1.00$ ，間隙率  $n = 0.50$ ，初期濃度  $c_0 = 1.0 - x/50$

時間増分： $\Delta t = 0.1day$

図-6.10 に初期状態から十分に時間が経過した時点での空間濃度分布を示す．領域内に移流が発生したことにより，領域にもたらされる物質フラックスが上昇し，全てのケースにおいて初期条件に比べて領域内の濃度が高くなるのがわかる．また移流が支配的であるケースの方が領域右方向まで物質は高濃度を保ったまま移動することがわかる．

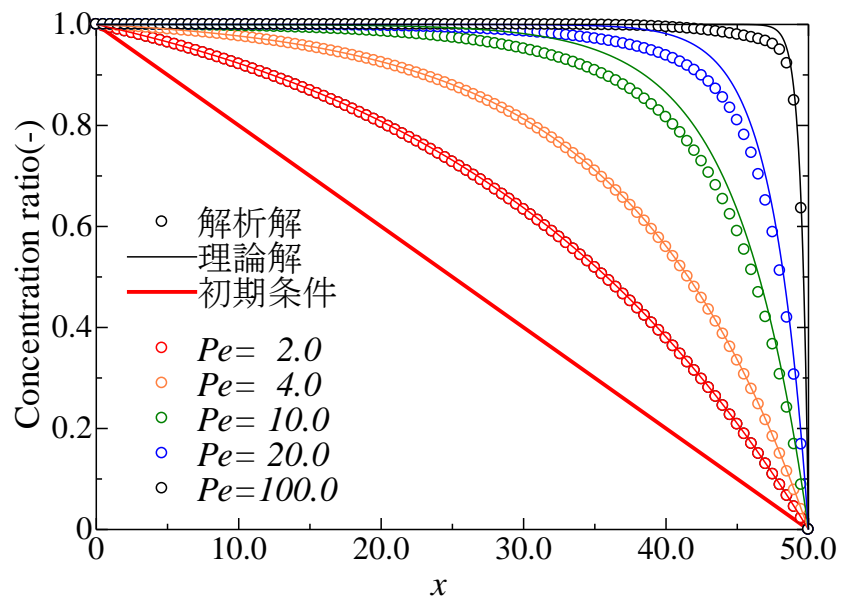


図-6.10 空間濃度分布

濃度境界が決まっており，移流速度も拘束されているので，時間経過とともに領域は定常状態に落ち着く．定常状態における厳密解は，式 (3.31) を参考にすると，

$$c(x) = 1 - \frac{\exp(Pe x / \Delta x) - 1}{\exp(Pe) - 1} \tag{6.4}$$

で与えられる<sup>3)</sup>．3.5.1 で述べたように，解析解と厳密解の精度は一般的にペクレ数の値が上昇（一般的に  $Pe \geq 5$ ）するにつれて落ちると言われている．本解析においても  $Pe = 10$ ，

20,100となるケースでは、強い移流の影響を受けて空間濃度勾配が右端濃度境界付近で急激に上昇するため、厳密解を精度よく表せないことがわかる。

加えて、図-6.11, 図-6.12に  $Pe > 100$  における条件において、ペクレ数を増大させたケースの解析結果を示す。図-6.11, 12で示す濃度は溶解量と析出量を足し合わせたものとして示している。

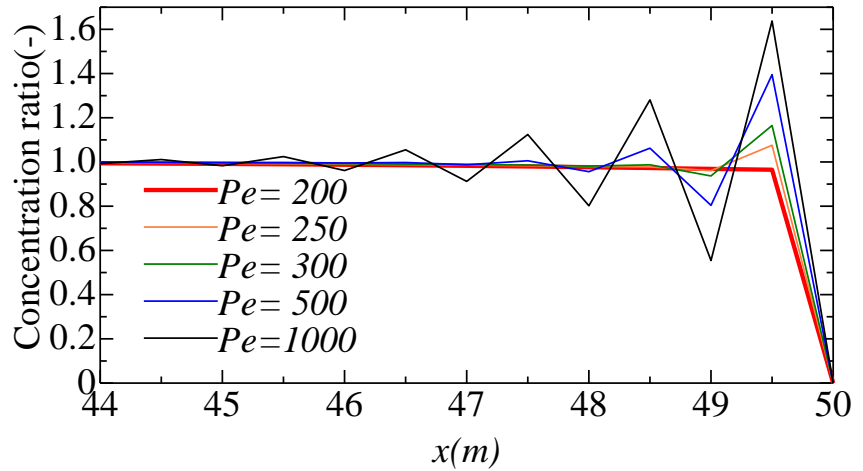


図-6.11  $200 \leq Pe \leq 1000$  における解析解

図-6.11より、数値解析的に  $Pe = 200$  までは濃度は  $0 \leq c \leq 1$  の範囲で単調増加し、安定的に解けていることがわかる。しかし、ペクレ数が  $Pe = 250, 300, 500, 1000$  と増加するに従い濃度前線付近 ( $x = 50.0m$ ) で解析解が振動し、振動幅、振動領域が流れの上流に

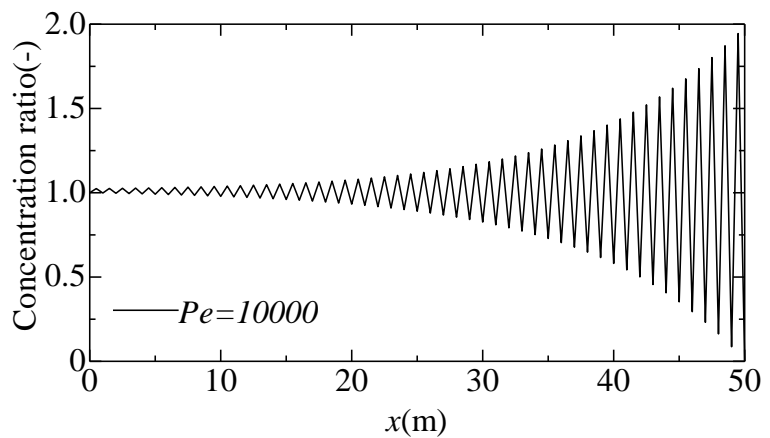


図-6.12  $Pe = 10000$  における解析解

伝播し、 $Pe = 10000$  では広く数値振動が発生 (図-6.12) することがわかる。

本研究で用いている実流速の定義に基づいてペクレ数を書き表すと、

$$Pe = \frac{v_f \Delta x}{D} = \left( \frac{k}{nS_r} \frac{-\Delta h}{\Delta x} \right) \frac{\Delta x}{D} = -\frac{k}{nS_r D} \Delta h \quad (6.5)$$

となり、ペクレ数は要素幅の関数ではなく、要素内の全水頭差の関数として表すことができる。そのため、要素内に急激な動水勾配が発生するケースでは要素サイズに関わらず計算が荒くなることが示唆される。また、不飽和透水係数は飽和度とモーレム定数に依存した形となっているため、飽和度上昇により透水性が急激に上昇する際は注意が必要である。これらの影響を精緻に評価するには、急勾配が予想される領域では要素分割を細かく行う、風上法(3.6)などの数値安定化手法を適用するなどの方法が考えられる。

## 2) 半無限空間における移流分散現象

半無限領域における解析解と、厳密解の比較を行う。解析に用いたメッシュ図、濃度の境界条件を図-6.13に示す。

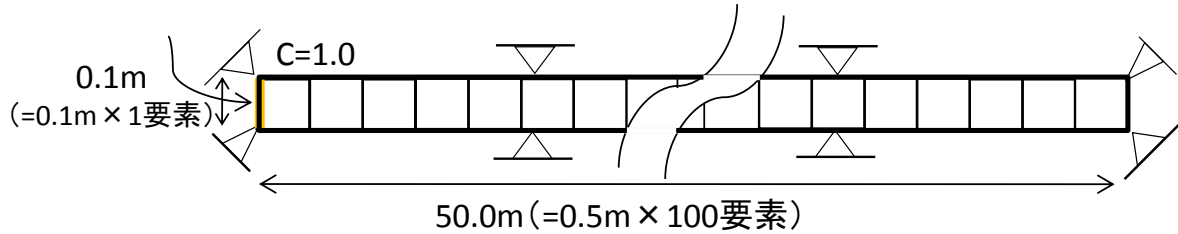


図-6.13 一次元移流分散メッシュ

解析領域：水平方向  $x = 50.0m$ ，鉛直方向  $y = 0.1m$ ，節点数 603，要素数 鉛直方向 1 水平方向 100 計 100

変位境界：全節点固定

水理境界：全水頭  $h(x) = 5.0 - 0.1x$  (m)，動水勾配  $\frac{\partial h}{\partial x} = -0.1$

物質境界：解析領域左端面は濃度境界であり，境界濃度  $c_0(0,0) = 1.00$  を与える。その他の端面は非透過境界。

初期条件：飽和度  $S_r = 1.00$ ，間隙率  $n = 0.50$ ，初期濃度  $c_0 = 0.00$

材料定数：分散係数  $D_x = 0.1m^2/day$ ，飽和透水係数  $k_x = 1.0m/day$

時間増分： $\Delta t = 0.1day$

一次元移流分散現象の理論解は

$$c(x,t) = \frac{c_0}{2} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{x - v_{fx} t}{2\sqrt{D_x t}} \right) + \operatorname{erf} \left( \frac{x + v_{fx} t}{2\sqrt{D_x t}} \right) \exp \left( \frac{v_{fx} x}{D_x} \right) \right] \quad (6.6)$$

で表される<sup>5),6)</sup>。

図-6.14に初期状態から10日後，20日後，30日後，40日後，50日後の水平距離-濃度変化の解析結果と理論解を示す。

図-6.14から時間経過に伴い左端面の濃度が水平右方向に移流し，分散の影響を受け空間における濃度勾配が緩んでいる様子がわかる。また時間変化に伴う空間的な濃度変化は，式(6.5)により求めた理論解と合致していることが分かる。また図-6.15に一次元移流分散現象の時間-空間-濃度分布を示す。初期に存在していた濃度は，空間に発生している動水勾配，濃度勾配により，移流分散し，空間的に濃度を広げられている。また，図-6.15の各時間ごとの空間の写像は図-6.14となる。

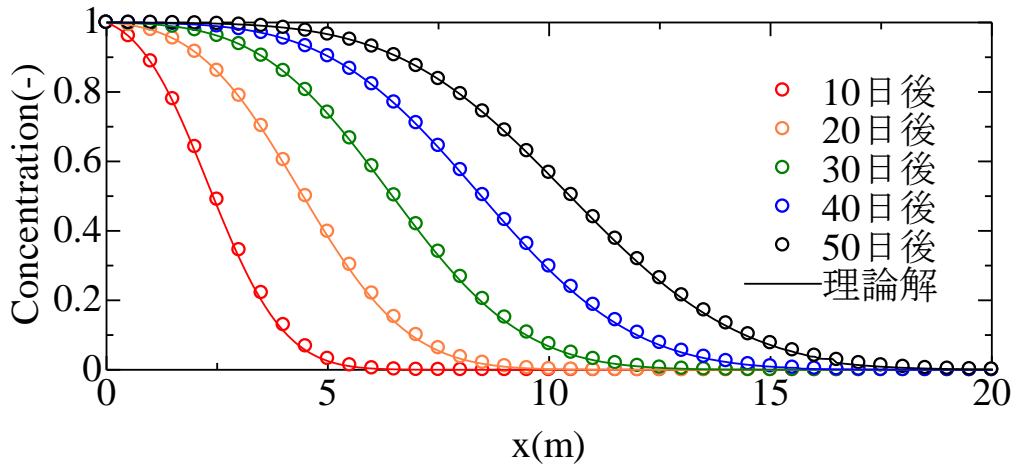


図-6.14 一次元移流分散解析結果

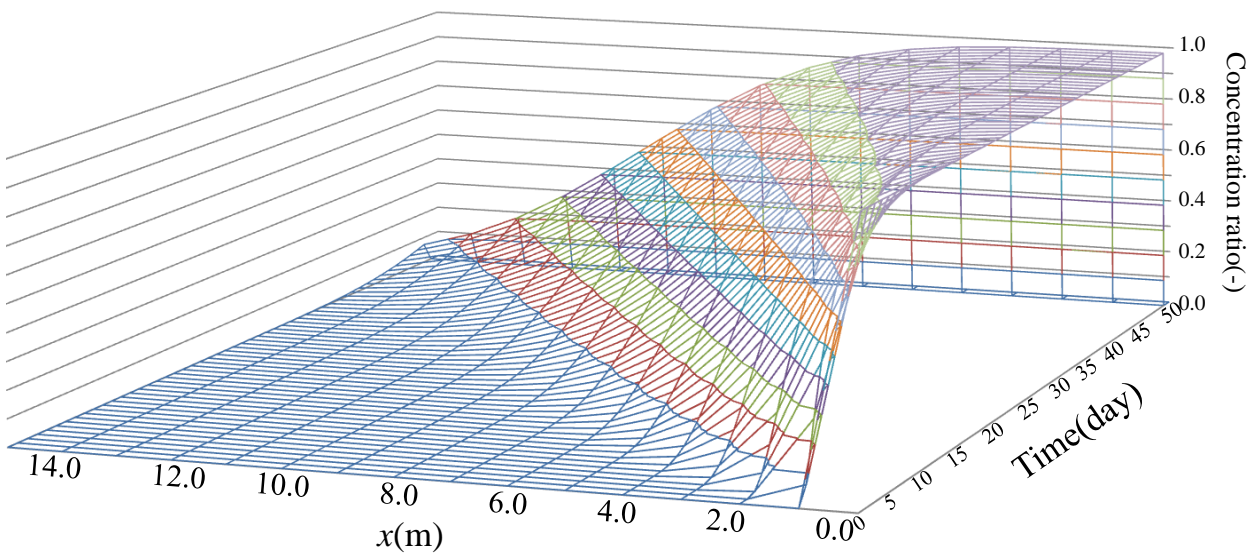


図-6.15 一次元移流分散時間-空間-濃度分布

以上より，本研究で構築した解析コード DACSAR-MP\_ad は移流分散現象を精緻に表すことができると考える．また溶液，物質の移動方向に関して等方性を仮定すれば，上記の検討は多次元に関しても拡張可能であると考えられる．



6.1.3 二次元移流分散解析<sup>1)</sup>

二次元移流分散問題を解き、解析解の考察を行う。解析に用いたメッシュ図、濃度の境界条件を図-6.16に示す。

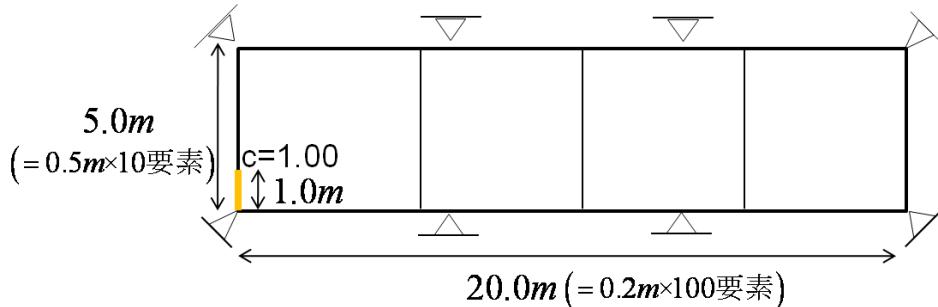


図-6.16 二次元移流分散解析メッシュ

解析領域：水平方向  $x = 20.0m$ ，鉛直方向  $y = 5.0m$ ，節点数 4221，要素数 鉛直方向 10  
水平方向 100 計 1000

変位境界：全節点固定

水理境界：全水頭  $h(x, y) = 2.0 - 0.1x$  (m)，動水勾配  $\frac{\partial h}{\partial x} = -0.1$ ， $\frac{\partial h}{\partial y} = 0.0$

物質境界：解析領域左端面は部分的に濃度境界。左端面  $0.0m \leq y \leq 1.0m$  に境界濃度  $c_0(0, y, 0) = 1.00$  を与える。その他は非透過境界。

初期条件：飽和度  $S_r = 1.00$ ，間隙率  $n = 0.50$ ，全水頭  $h(x, y) = 2.0 - 0.1x$  (m)  
初期濃度  $c_0(x, y) = 0.00$

材料定数：分散係数  $D_x = 0.1m^2/day$ ， $D_y = 0.1m^2/day$ ，飽和透水係数  $k_x = 1.0m/day$

時間増分： $\Delta t = 0.1day$

図-6.17 は初期状態から 10 日後，20 日後，30 日後，40 日後，50 日後における空間濃度分布の様子である。分散のみで物質移動が起こっている鉛直方向に比べ水平方向は動水勾配発生に伴う移流の影響も受けるため，物質移動が鉛直方向に対して卓越していることが分かる。そのため，濃度分布は等方的な広がりを見せず，水平・鉛直方向それぞれの速度を合成した方向に対して広がっていることが分かる。

図-6.18 は  $y = 0.0m$  地点における水平方向の時間-濃度分布の様子である。二次元場においては水平方向の物質移動だけでなく鉛直方向においても分散による物質移動が起こり濃度分布に影響を与える。そのため，図-6.14 と比較すると空間に分布している濃度が少なく，濃度前線における勾配が緩くなっていることが分かる。

図-6.19 は 50 日後の  $x = 3.0m, 6.0m, 9.0m, 12.0m$  地点における鉛直方向の濃度分布の様子である。物質が水平方向の移流の影響も受けながら移動するため，濃度前線は両者の

速度ベクトルを合成した方向に広がるため、端点  $y = 5.0m$  における濃度は  $x = 6.0m, 9.0m$  地点が高くなっていることが分かる。

二次元移流分散解析により一次元移流分散解析では確認できなかった鉛直方向の分散に伴う輸送について検討ができた。

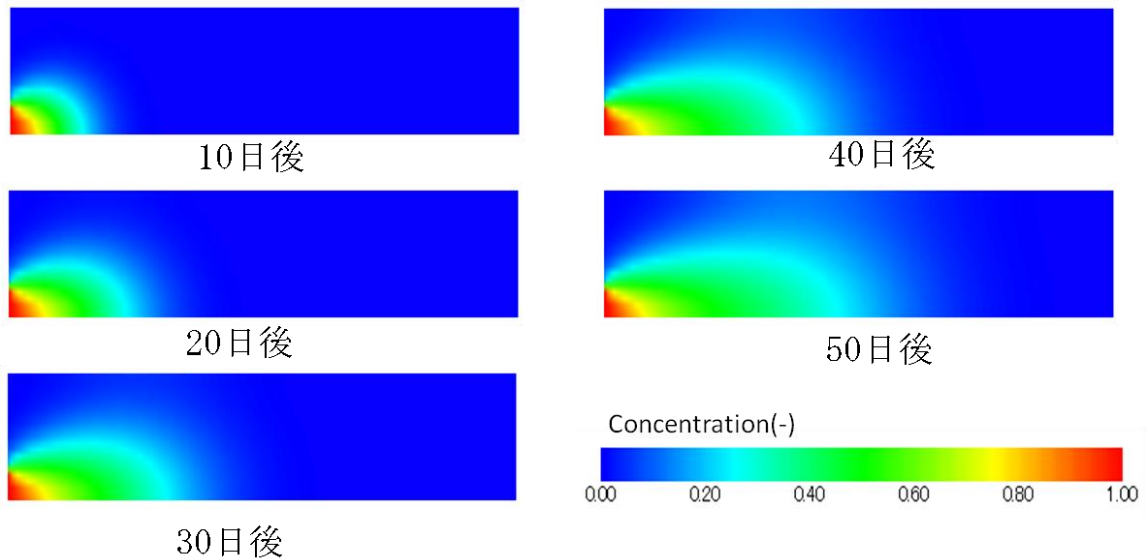


図-6.17 二次元移流分散解析結果

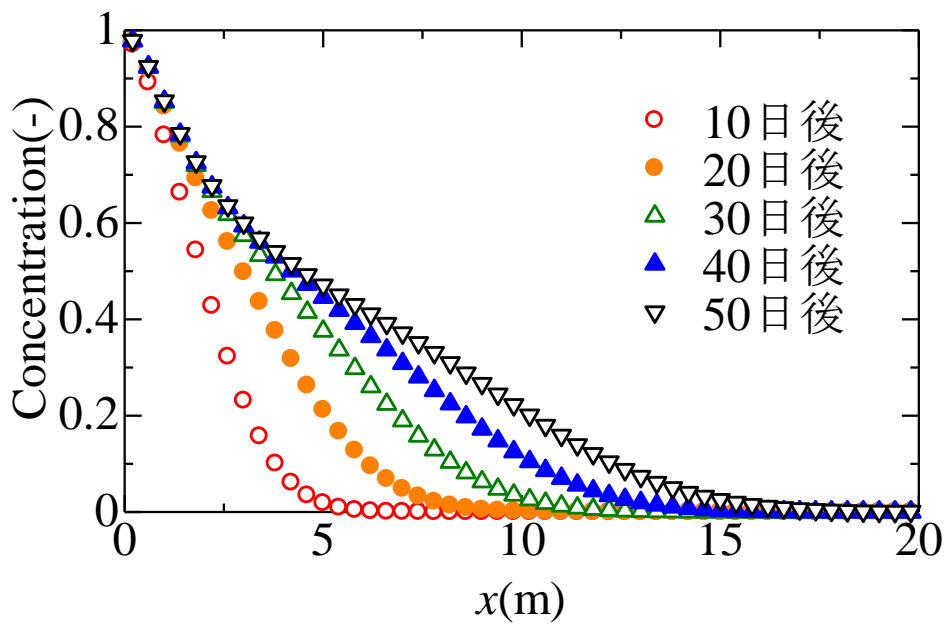


図-6.18  $y=0.0m$  における濃度分布

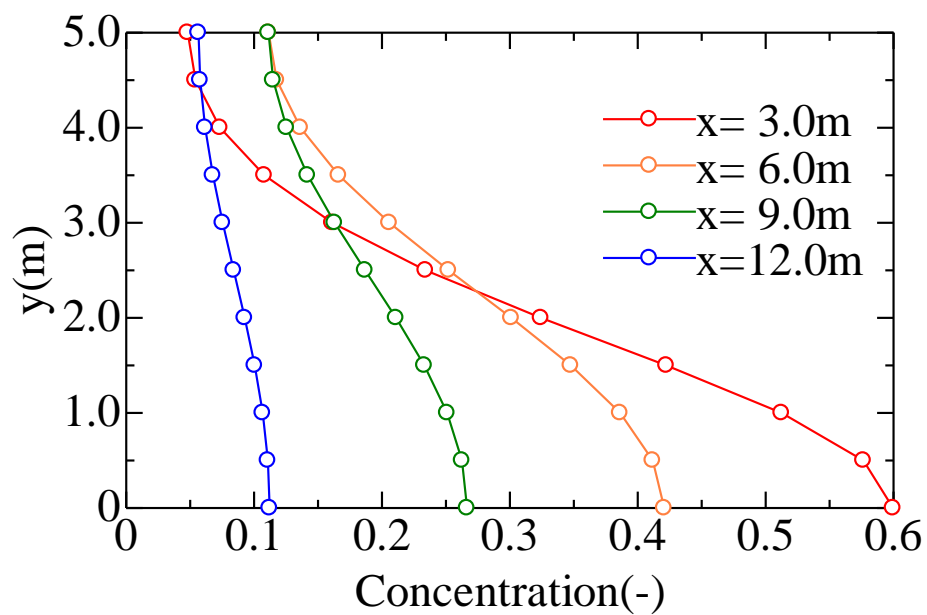


図-6.19 50日後の鉛直方向濃度分布

## 6.2 荷重による物質移動の影響<sup>1), 7), 8), 9), 10)</sup>

本研究で構築した数理モデルは、外力に伴う変形や、外水位変化、空気圧力変化の影響を加味した物質移動の変化を検討することができる。本項では、初期状態で地盤内に汚染物質が存在する地盤を想定し、地盤上面の荷重により、地盤内溶解物質の移流分散挙動がどのように変化するか検討を行った。表-6.2に本項で行ったCase-A～Kの概略をまとめる。表-6.2においてCase-Aとの差異を太字で示す。また時間分割はクーラン数の条件を満たすよう各ケースで適宜調整した。

表-6.2 解析ケース一覧

	初期濃度深度(m)	透水係数 (m/day)	荷重速度	飽和/不飽和
Case-A	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	$2.0 \times 10^{-4}$	9.8kPa/day×10day	飽和
Case-B	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	$2.0 \times 10^{-4}$	荷重なし	飽和
Case-C	<b><math>-1.8 \leq y \leq -1.6</math></b>	$2.0 \times 10^{-4}$	9.8kPa/day×10day	飽和
Case-D	<b><math>-2.6 \leq y \leq -2.4</math></b>	$2.0 \times 10^{-4}$	9.8kPa/day×10day	飽和
Case-E	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	<b><math>2.0 \times 10^{-3}</math></b>	9.8kPa/day×10day	飽和
Case-F	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	<b><math>2.0 \times 10^{-2}</math></b>	9.8kPa/day×10day	飽和
Case-G	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	$2.0 \times 10^{-4}$	<b><math>4.9 \times 10 \text{ kPa/day} \times 2 \text{ day}</math></b>	飽和
Case-H	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	$2.0 \times 10^{-4}$	<b><math>9.8 \times 10^{-1} \text{ kPa/day} \times 10^2 \text{ day}</math></b>	飽和
Case-I	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	$2.0 \times 10^{-4}$	9.8kPa/day×10day	不飽和 地下水位 <b><math>y = -2.55 \text{ m}</math></b>
Case-J	$-1.0 \leq y \leq -0.8$	$2.0 \times 10^{-4}$	9.8kPa/day×10day	不飽和 地下水位 <b><math>y = -5.00 \text{ m}</math></b>
Case-K	<b>Case-Jにおいて不飽和時の拡散係数を考慮</b>			不飽和
Case-L	<b>2次元場における検討 (Case-A と比較)</b>			飽和

### 6.2.1 荷重の有無による物質移動の変化

一軸圧縮状態を仮定した飽和地盤において荷重の有無により物質移動がどのように変化するか検討を行った。また、解析開始時点における濃度分布がその移動性に与える影響も併せて検討した。

各要素は降伏応力  $p'_{sat} = 98.0\text{kPa}$  の過圧密状態にあり，初期に高さ相当の自重を受けているとした．また水理境界は上面のみ排水境界とし，その他の境界は非排水境界とした．さらに，初期濃度として地下  $-1.0\text{m} \leq y \leq -0.8\text{m}$  に濃度  $c = 0.5$  が存在しているとした．また地盤に上面には 10 日間で  $98.0\text{kPa}$  の荷重が線形的にかかるものとした．以下，このケースを解析の基本ケース (Case-A) とし，荷重載荷を行わないケースを Case-B として濃度移動の様子を比較した．

Case-A で用いたパラメータを表-6.3 に，解析領域の概念図を図-6.20 に，線形荷重の様子を図-6.21 に示す．

表-6.3 解析に用いたパラメータ

$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu$	
0.06	0.01	1.33	0.30	
$p'_{sat}$ (kPa)	$a$	$n$	$e_i$	
$9.8 \times 10^2$	10	1.0	1.3	
$k_w$ (m/day)	$k_a$ (m/day)	$D$ (m <sup>2</sup> /day)	$m$	$\gamma$
$2.0 \times 10^{-4}$	$2.0 \times 10^{-2}$	$2.0 \times 10^{-5}$	0.8	0.0

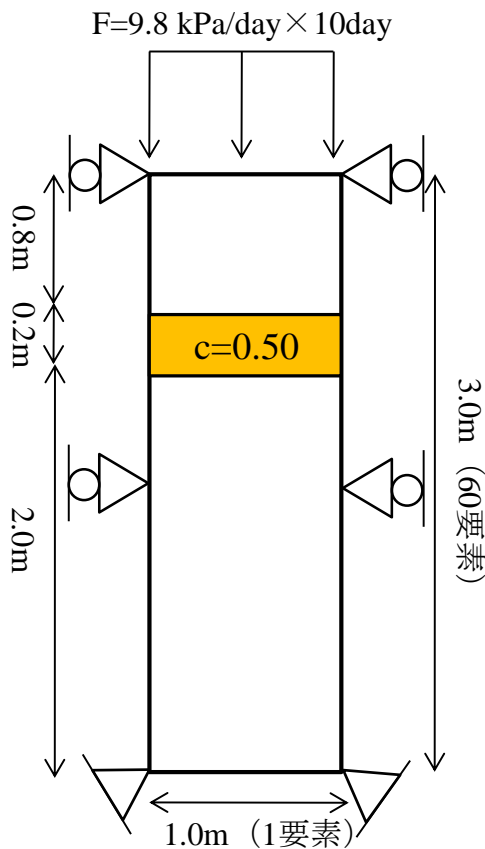


図-6.20 解析領域概念図

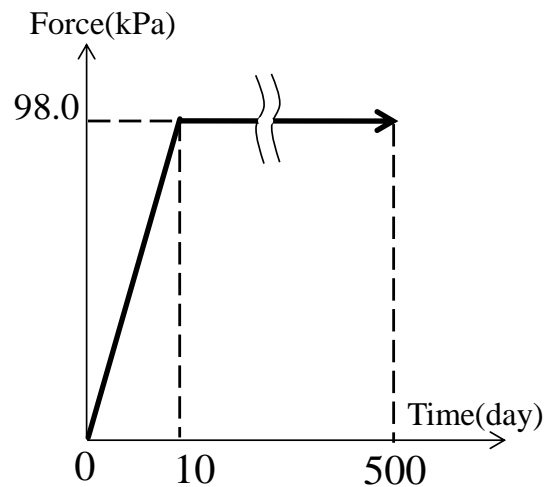


図-6.21 地表面線形荷重

Case-A の解析開始から 500 日後の体積変化の様子を図-6.22 に，鉛直方向の変位を図-6.23 に，時間ごとの深度-間隙水圧関係を図-6.24 に示す．初期応力は深度方向に線形的に増加しているため，変形は領域内で一様にならず，領域上面に局所的にひずみが集中しており，領域全体では 18 cm 程沈下している様子がわかる．また，図-6.24 から荷重に見合った過剰間隙水圧が発生し，その後の圧密の進行とともにゆっくりと消散し，解

析開始から 500 日経過時点では静水圧状態にほぼ収束している様子がわかる。

図-6.25 に Case-A と Case-B の解析開始から 500 日後の深度方向の濃度分布を示す。

図-6.25 から Case-B より Case-A の濃度分布が地表面に向かって移動していることがわかる。ここで移流分散方程式である式 (4.77) に飽和条件 ( $S_r = 1, \dot{S}_r = 0$ ) を課し、濃度の時間項に関して整理した式を示す。

$$\dot{c} = \frac{1}{n} \left\{ c \dot{\varepsilon}_v - (c v_{f,i})_{,i} - n J_{i,i} \right\} \quad (6.7)$$

地盤上面に外力のかかっていない Case-B では式 (6.7) の右辺第 1,2 項は考慮されず、移流分散方程式は式 (6.1) と同様の分散方程式の形に収束し、分散による溶解物質の移動のみが生じる。一方、Case-A では、荷重載荷により、Case-B において発生していない体積ひずみ、過剰間隙水圧が発生する。その結果、式 (6.7) における右辺第 1,2 項が卓越することになる。飽和地盤であれば一次元圧縮状態による体積ひずみは間隙水の流出

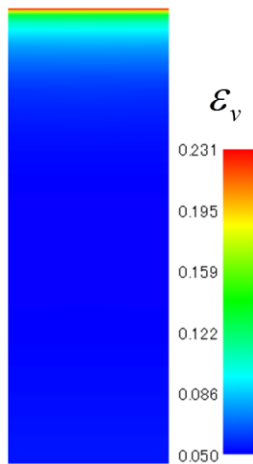


図-6.22 体積ひずみ分布

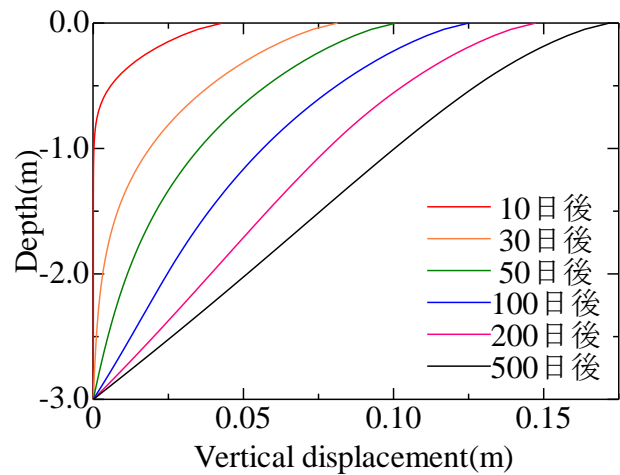


図-6.23 鉛直変位分布

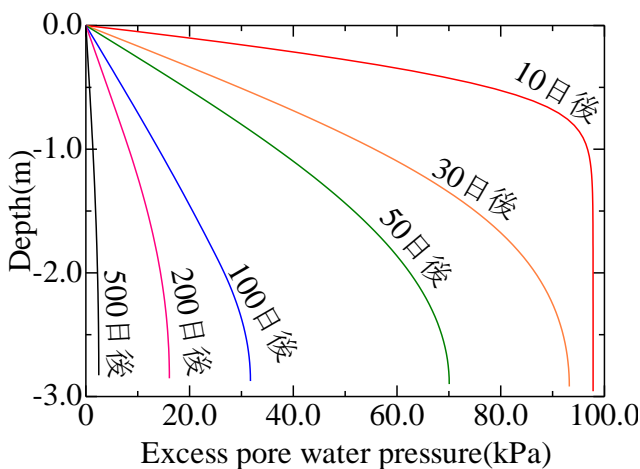


図-6.24 Case-A における過剰間隙水圧

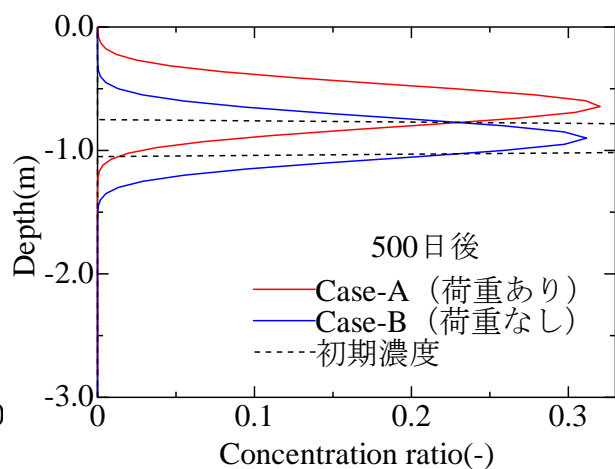


図-6.25 载荷の有無による濃度分布の違い

量に一致するので、Case-Aにおいて溶解物質は地盤内を上方に移動する。また、上記の地盤上部において変形が卓越する効果により汚染領域は地表面に相対的に近づくことになる。以上の要因から、結果的にCase-Aの濃度分布は、分散しか起こらないCase-Bより上方に移動することになる。

また、Case-C,Dとして初期の濃度分布を $-1.8m \leq y \leq -1.6m$ 、 $-2.6m \leq y \leq -2.4m$ と仮定した際の500日後の濃度分布を示す(図-6.26)。図-6.23を見ると、間隙水圧がほとんど消散しきった時点(500日後)では、 $y \leq -0.5m$ の領域では、領域がほぼ一様に変形していることがわかる。そのため、図-6.26においてCase-A,C,Dの各ケースで荷重の影響を考慮しなかった場合の濃度分布を比べると、間隙水圧が消散しきった時点では、その移動量は深さの影響を受けず、一様であることがわかる。

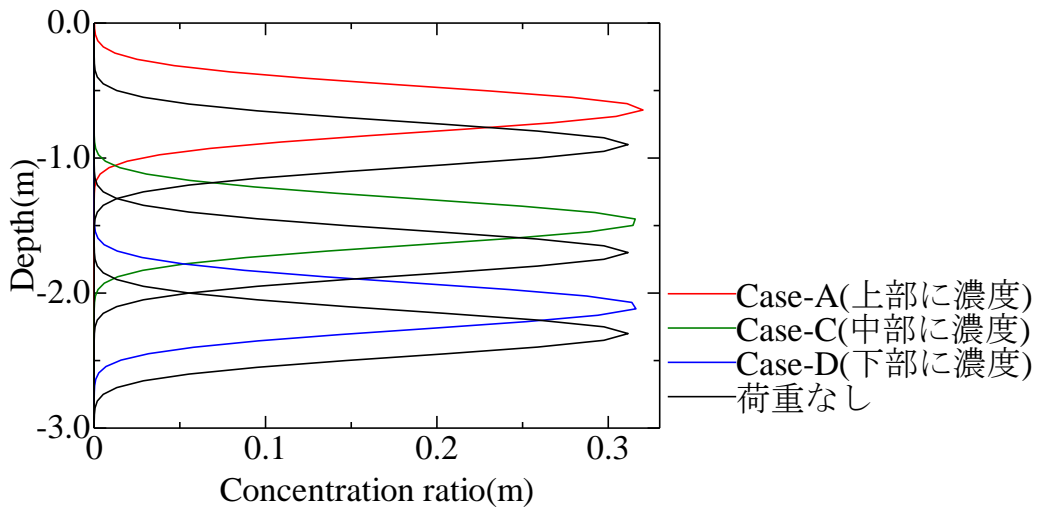


図-6.26 初期濃度分布による物質移動

### 6.2.2 透水係数が物質移動に与える影響

透水性の違いが物質移動に与える影響を評価するため、透水係数を Case-A の 10 倍、100 倍 ( $k_w = 2.0 \cdot 10^{-3}, 2.0 \cdot 10^{-2} (m/day)$ ) としたケースを Case-E,F として Case-A と比較を行った。

Case-E,F における過剰間隙水圧消散の様子を図-6.27, 28 に示す。それぞれ図-6.24 と比較すると、透水係数が上昇したことにより過剰間隙水圧の消散速度が上昇していることがわかる。また、各ケースで領域下端における過剰間隙水圧の様子を比較すると (図-6.29)、最も透水性の低い Case-A では载荷直後に载荷量とほぼ同等の過剰間隙水圧 (98.0kPa) を観察できるが、透水性が高くなるにつれ、载荷中の間隙水圧の消散が見られ、そのピーク値が低くなる。また、载荷開始から 20 日後の鉛直変位の分布 (図-6.30) をみると透水性がケースごとに異なり、過剰間隙水圧の消散スピードが異なるため、

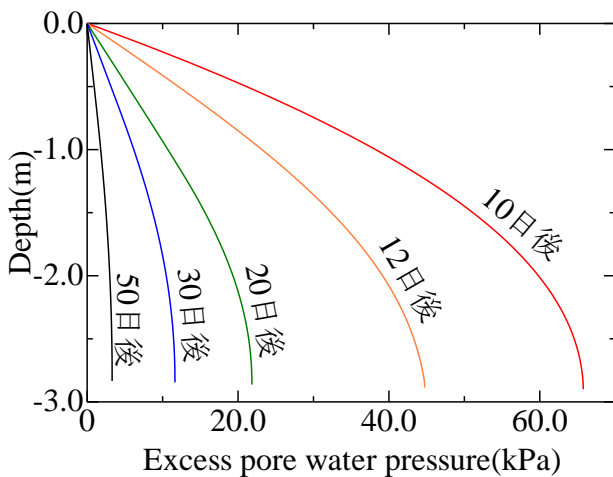


図-6.27 Case-E における過剰間隙水圧

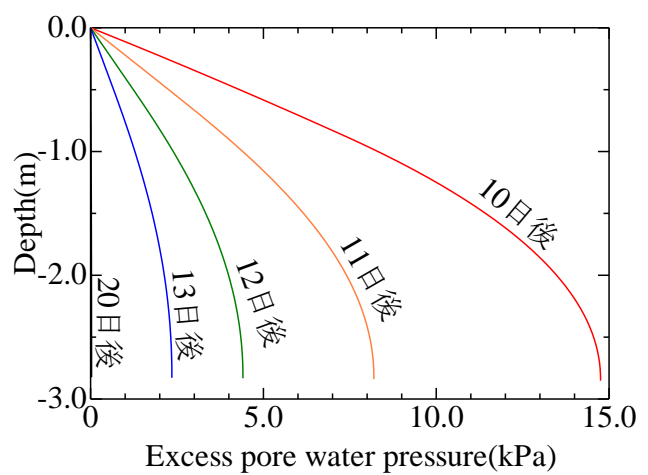


図-6.28 Case-F における過剰間隙水圧

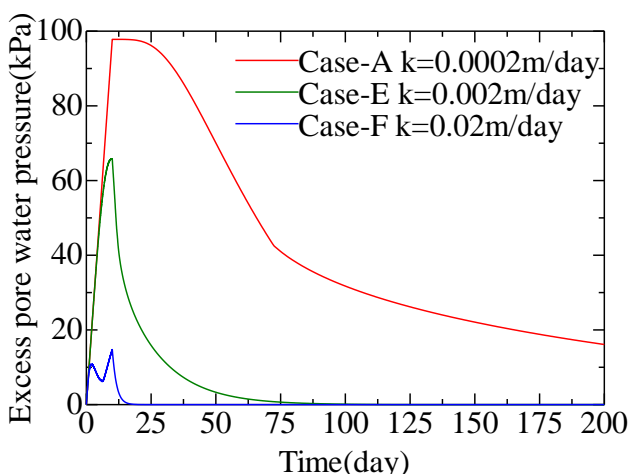


図-6.29 下端過剰間隙水圧変化

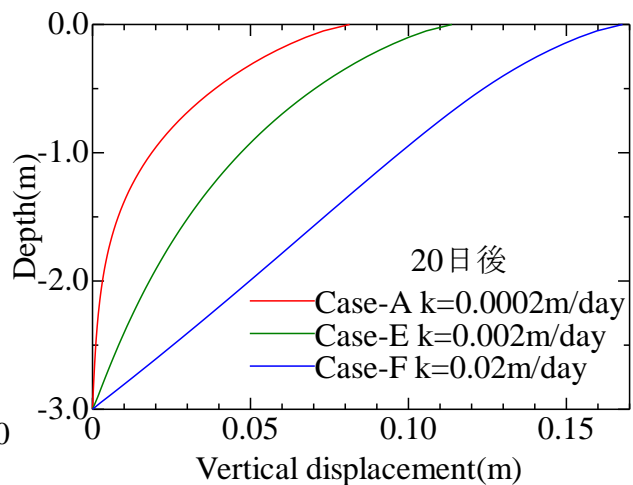


図-6.30 空間変位分布



CaseA,E,F で変形量に差があることが分かる。そして、要素最下端における 100 日後の濃度分布をケースごとに比較すると (図-6.31), 変形の進んでいる Case-E,F の濃度分布が Case-A より地盤上方へ移動していることが分かる。しかし、500 日経過時点における濃度分布を比較すると (図-6.32), Case-A においても過剰間隙水圧の消散が十分に進み、移流速度の違いにより空間に発生した濃度勾配の影響により濃度が分布する領域に若干の差異はあるものの、濃度のピーク値を示す深さは 3 つのケースで同一の深さになっていることが分かる。つまり、透水性の違いによる影響は過剰間隙水圧が消散しきっていなければ濃度の移動に影響をもたらすが、過剰間隙水圧の十分に消散した時点で比較を行うと、透水係数の違いは濃度分布の移動距離に影響を与えないことが分かる。この事実は、今後地盤を管理する際、管理期間を短期間で考えるか、長期間で考えるかで管理手法に差異が生まれることを示唆している。

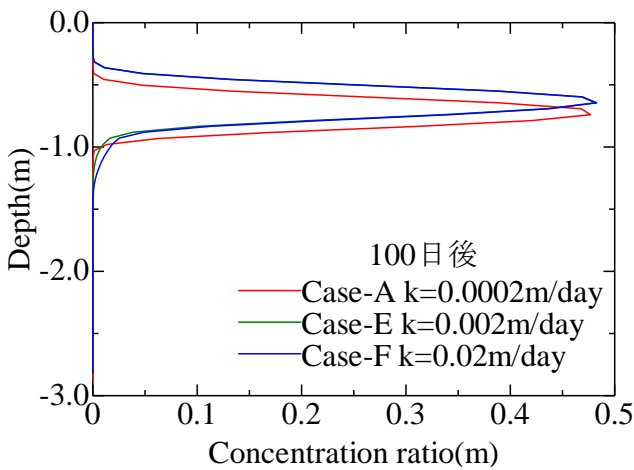


図-6.31 100 日後の空間濃度分布

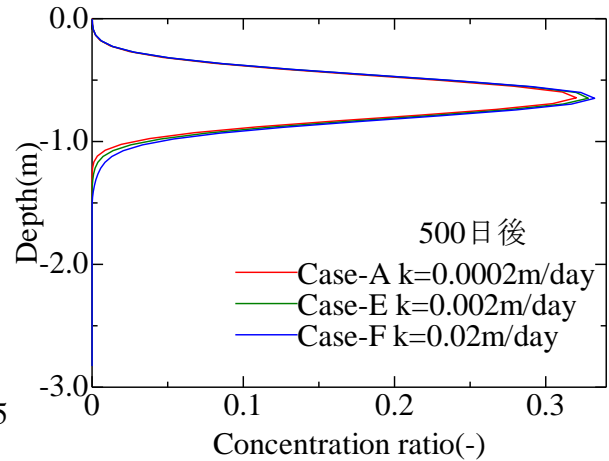


図-6.32 500 日後の空間濃度分布

### 6.2.3 荷重の載荷速度が物質移動に与える影響

荷重の載荷スピードを変化させた解析を行い、載荷速度が物質移動に与える影響の評価を行った。98.0kPaの荷重を、2日でかけるケースをCase-G、100日でかけるケースをCase-HとしCase-Aと比較した。図-6.33, 34にCase-G,Hの過剰間隙水圧消散の様子を示す。図-6.34からわかるように、Case-Hでは非常にゆっくり荷重が載荷されるため、載荷過程で過剰間隙水圧が消散している。載荷速度により過剰間隙水圧の発生・消散の速度が異なるため、載荷量に見合う過剰間隙水圧の消散が半分進んだ点（圧密度50%）の濃度分布を比較した。Case-A,G,Hで解析領域最下点における圧密度が50%となるのは、それぞれ解析開始から67日、63日、115日である。図-6.35に圧密度50%時点での濃度分布を示す。いずれのケースにおいても濃度分布は分散を伴いながら上方に移動していることがわかる。さらに、圧密度50%に達するまでの時間が各ケースで異なるため分散の影響である濃度の空間的広がりも各ケースで異なるものの、濃度分布の移動量を示す濃度のピーク点が3つのケースで一致していることがわかる。

飽和地盤の一次元圧縮において、地盤の変形量は間隙水の流出量に依存する。そのため、圧密度が同じ時点でみれば、各ケースで地盤の変形量は等しく、変形量に応じた間隙水の流れに伴い溶解物質の移動が生じる。このことから、圧密度が同じ時点では荷重の載荷速度によらず、濃度層の上昇幅は同一になる。

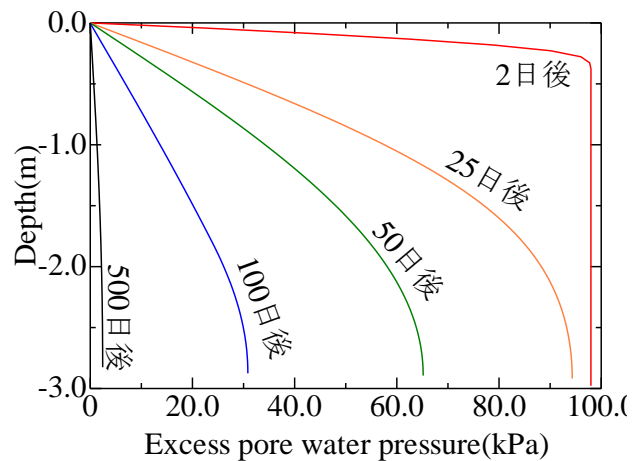


図-6.33 Case-Gにおける過剰間隙水圧

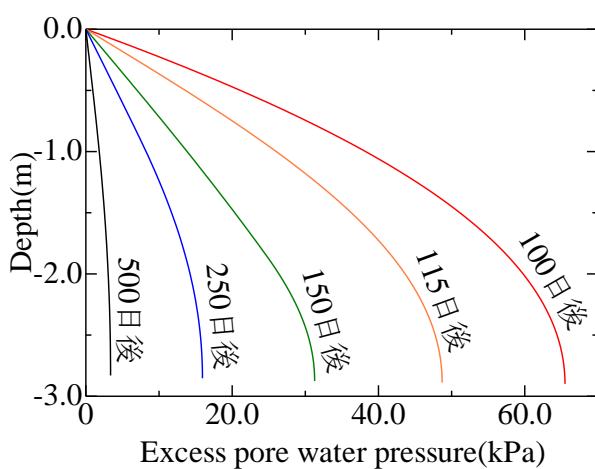


図-6.34 Case-Hにおける過剰間隙水圧

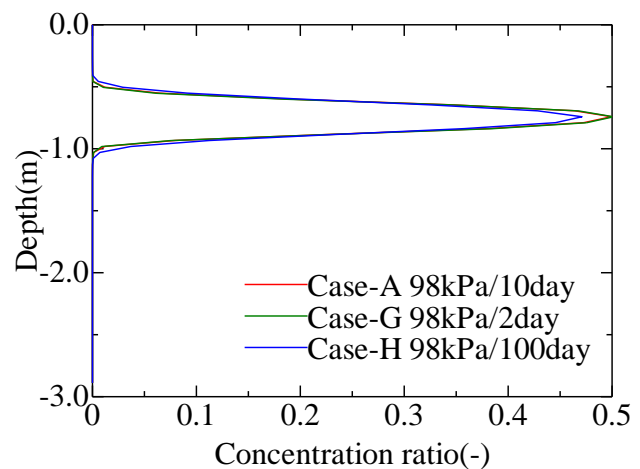


図-6.35 圧密度50%における空間濃度分布

### 6.2.4 不飽和地盤における物質移動

6.2.1~3 より荷重载荷によって、飽和地盤内の物質は、圧密の進行とともに移動することが分かった。さらに不飽和地盤において同様の影響を評価するため、仮想の汚染不飽和地盤を設定し、地表面荷重が物質移動に及ぼす影響を検討する。

地盤材料、荷重条件は Case-A と同じとし、初期の地下水位を  $y = -2.55, -5.00\text{m}$  に設定し、不飽和地盤を想定した (Case-I, J)。図-6.36 に設定した地盤の水分保持特性を示す。各要素は地下水位から高さ相当の負の静水圧がかかっているものとした。初期飽和度は水分特性曲線の主吸水線上に設定し、ケースごとに図-6.37 に示すように設定した。ここで、初期濃度分布の中心にあたる  $y = -0.90\text{m}$  において、Case-I, J の飽和度は  $S_r = 0.95, 0.1$  となる。また、水理境界は全面非排水境界とした。空気境界は地表面のみ排気境界とし、その他は非排気境界とした。

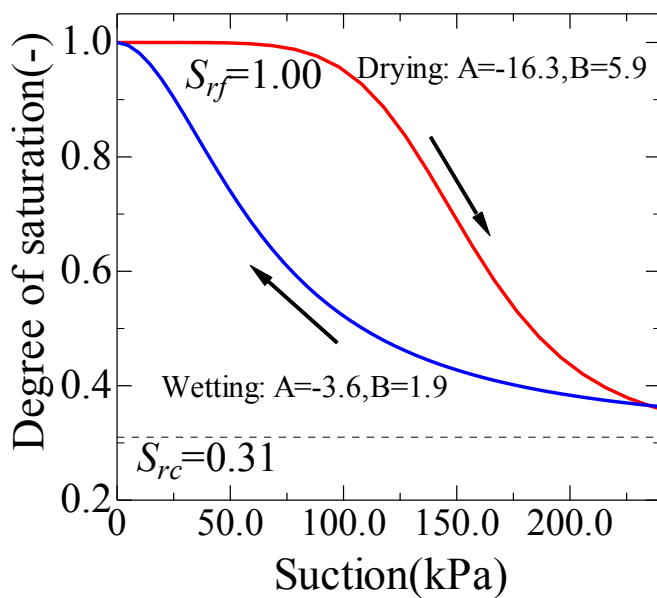


図-6.36 試料の水分特性曲線

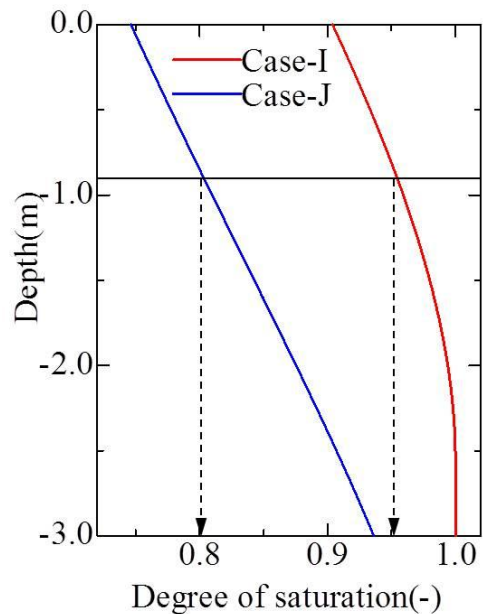


図-6.37 Case-I, J の初期飽和度分布

図-6.38, 6.39, 6.42, 6.43 に Case-I, J の空間の過剰間隙水圧、過剰間隙空気圧の消散の様子を示す。また図-6.40, 6.41 に各ケース、 $y = -0.90\text{m}$  における過剰間隙水圧、過剰間隙空気圧の時間変化を示す。

飽和地盤であれば地盤上面からの荷重 (98.0kPa) はまず間隙水が受け持ち、その消散により徐々に土骨格に受け渡されることになる。一方、不飽和地盤では上載荷重を土骨格と間隙水、間隙空気を受け持つため、飽和度低下に伴い間隙水の分担割合が減少し、過剰間隙水圧のピーク値が低下していることがわかる (図-6.40, 6.41)。また領域に生じた過剰間隙水圧は飽和地盤のようにすべて消散することはなく、地盤の吸水 (サクシ

ョン低下による飽和度上昇)によって消費されるため、Case-Iでは25.1kPa, Case-Jでは9.1kPaのサクション上昇として消費される(図-6.38~6.41). 最終的に過剰間隙空気圧も大気圧に収束することを考えると、過剰間隙水圧のピーク値と収束値の差が、領域に発生する全水頭差であり、領域における全水頭が一定になるまで間隙水の運動は続くが、飽和地盤のものとは比べるとその差は小さくなる.

また、Case-I,Jにおいて飽和度が変化する $0.75 \leq S_r \leq 1.0$ (の範囲で相対透水係数は $0.20 \leq k_{rw} \leq 1.00$ の値をとる(モーレム定数 $m=0.8$ ). 飽和状態と比較すると透水性は低下しているものの、本解析のケースでは極端な減少を示すものではなく、さらに地盤圧縮とともに領域の飽和度が上昇し、透水性が回復するため、一定時間経過すると途中空間内の透水係数の影響によりS字曲線を描きながら、過剰間隙水圧は一定値に収束する.

また、溶解物質の移動には直接関係しないが、不飽和地盤では過剰間隙空気圧も特徴的なものになる(図-6.42, 6.43). 高飽和度地盤では空気の透過性が著しく落ちるため、間隙空気は地表面と圧力勾配を持ちながら極端に移動性が落ちる. そのため限られた領域にとどまった間隙空気は圧縮され圧力が増大し、その後、低い透気係数によって緩やかに消散していくことになる. 特にこの影響はCase-Iで顕著であり、高飽和度の地盤内に少量だけ取り残された間隙空気が、低い透気性の影響を受け、間隙水圧が消散しても圧力が高いまま残留することがわかる(図-6.42).

さらに、定義した有効応力の原理(式(5.2))において、比較的高飽和度領域におけるサクションの増加は、有効応力の増大につながる. そのため、不飽和地盤では荷重による剛性が増大し、変形量は減少する. そのため、飽和地盤でみられた変形により物質が相対的に地表面に漸近する効果は減少する(図-6.44).

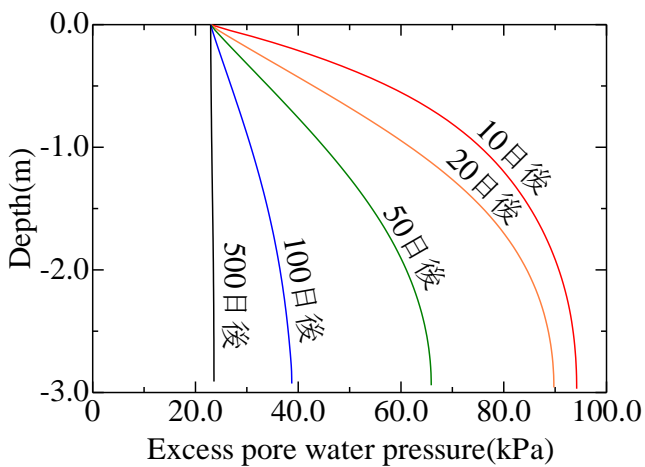


図-6.38 Case-Iにおける過剰間隙水圧

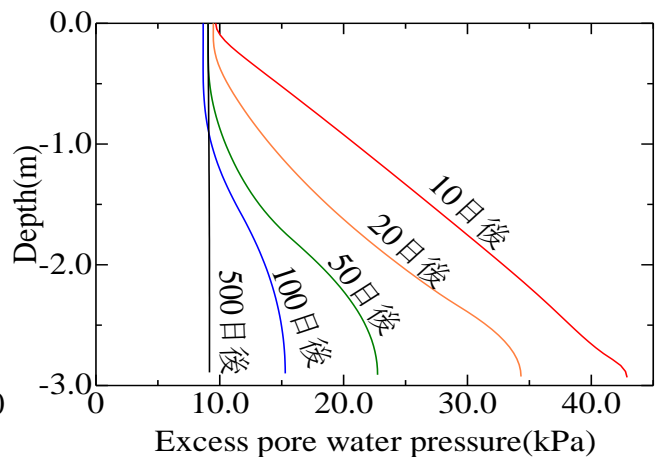


図-6.39 Case-Jにおける過剰間隙水圧

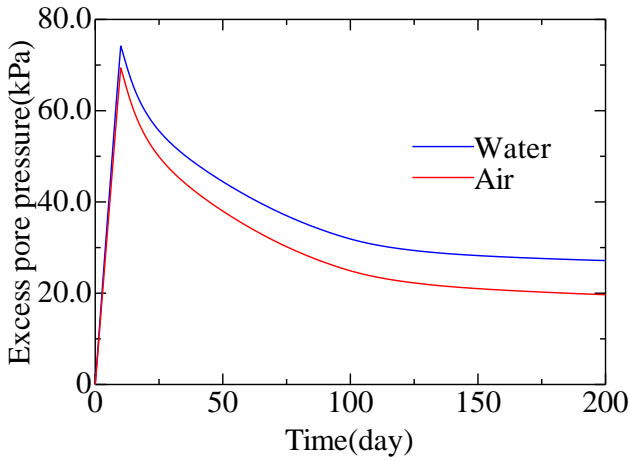


図-6.40  $y=-0.9\text{m}$ での圧力変化 (Case-I)

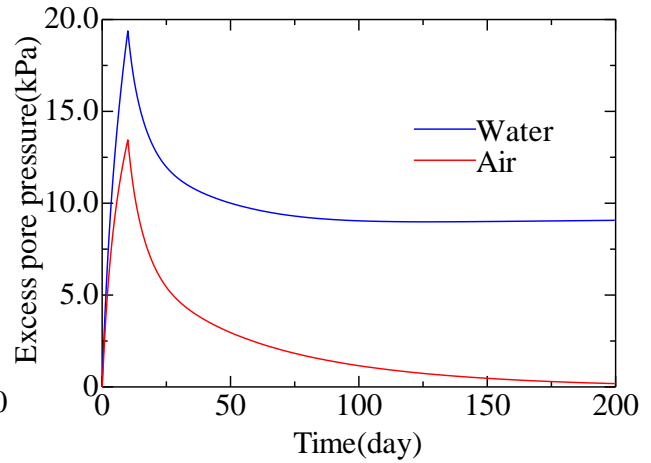


図-6.41  $y=-0.9\text{m}$ での圧力変化 (Case-J)

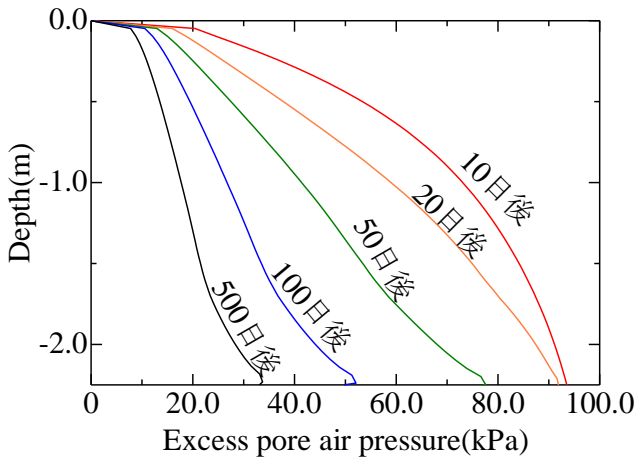


図-6.42 Case-Iにおける過剰間隙空気圧

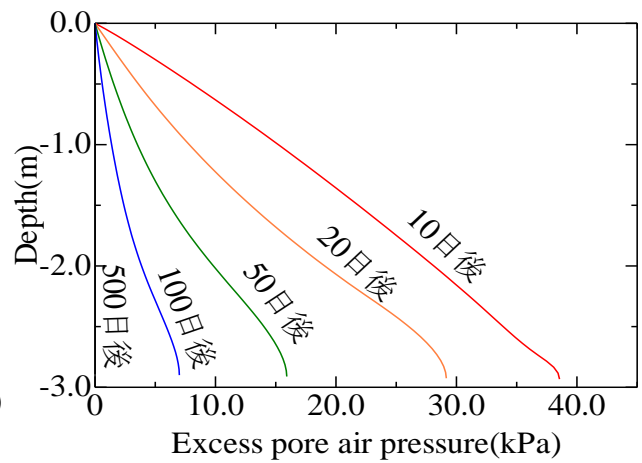


図-6.43 Case-Jにおける過剰間隙空気圧

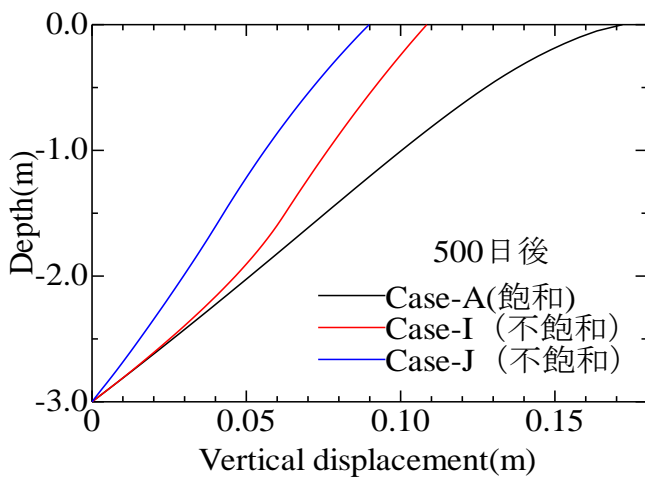


図-6.44 不飽和化による変形量の減少

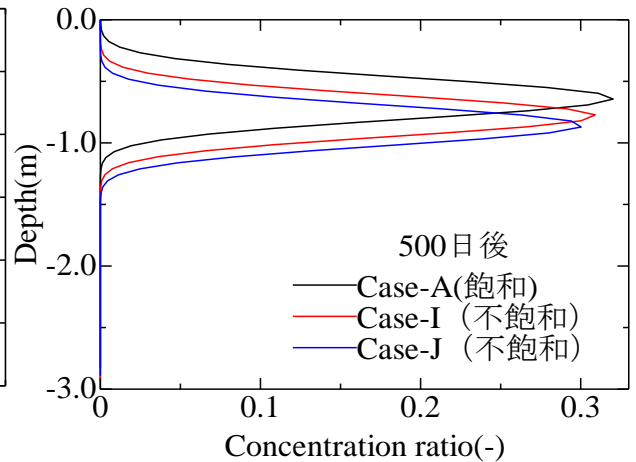


図-6.45 不飽和化による地盤内濃度分布

以上のことから、水圧が定常状態に至っている荷重載荷 500 日後の物質濃度分布を飽和地盤の結果と比べると、地盤内飽和度の低下によりその移動は比較的抑えられることが分かる (図-6.45)。地盤物質の管理を考える際、地盤を恣意的に不飽和化させることにより荷重による物質移動を抑制することが可能であることがわかる。

### 6.2.5 不飽和領域における分散係数の影響

不飽和地盤において透水性の影響が懸念されることは多々あるが不飽和領域における分散の影響に関する議論はそれほどなされていない。

ここでは、不飽和化に伴い相対透水係数が低下するのと同様に、不飽和時の濃度フラックスの変化を、比透水係数 $k_{rw}$ を用いて

$$J_i = -k_{rw} D_{ij} c_{,j} \quad (6.8)$$

と仮定しその影響を考慮した。比透水係数は式(3.7)に由来する。なおモーレム定数 $m=0.8$ とした。

式(6.8)で分散特性を仮定し、不飽和化に伴う分散係数の変化を考慮していない場合(Case-J)と考慮したケース(Case-K)において、一定時間(500日)経過後の濃度分布を比較した(図-6.46)。前項で示したように、一次元圧縮地盤は不飽和化することにより物質移動性が鈍くなる。物質移動量を示す濃度のピーク点の位置をCASE-J,Kで比較するとその位置は等しいことがわかり、移流による物質移動は同一になることがわかる。一方、分散の影響を表す濃度分布の広がりや CASE-J,Kで比較すると、式(6.8)の影響によりCASE-Kにおいて地盤内で分散による物質移動速度が遅くなり、濃度のピーク値が大きくなり、濃度が空間的に薄められる効果が小さくなることがわかった。

比透水係数は、飽和すると $k_{rw}=1$ に収束するので、飽和時の濃度移動(Case-A)と比較すると物質濃度分布、移動性に大きく違いがあることがわかる。不飽和領域での分散の影響は飽和時との水分量の違いの評価など不明な点も多いが、不飽和化に伴う分散係数変化を式(6.8)のように評価することにより、その移動性の鈍りを定性的に評価することができると思う。

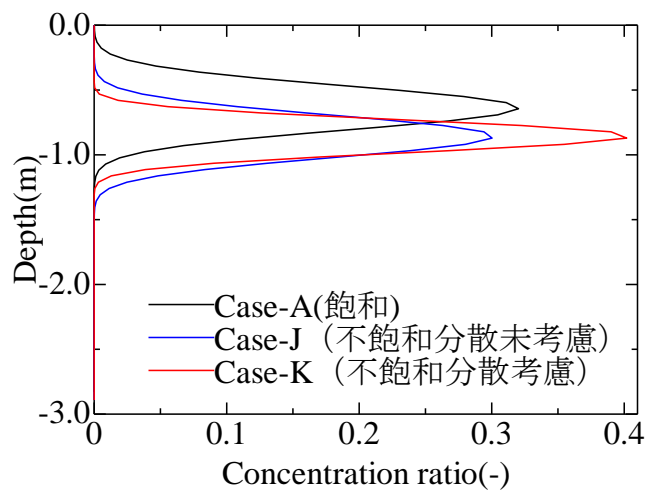


図-6.46 不飽和分散係数の影響

6.2.6 二次元場における物質移動

地表面荷重による物質移動の影響を二次元場で評価するため、二次元地盤を設定し、その移動性の評価を行った (CASE-J).

解析に用いたメッシュ、濃度の境界条件を図-6.47 に示す.

解析領域：水平方向  $x = 10.0m$ ，鉛直方向  $y = 3.0m$ ，節点数 2501，要素数：鉛直方向 30 水平方向 20 計 600

変位境界：下端完全固定，左右端水平方向固定，上端自由

水理境界：上端面  $h(x) = 0.0 (m)$ ，その他は非排水境界

物質境界：全領域非透過境界

初期条件： $S_r = 1.00$ ， $c_0 = 0.50(4.40m \leq x \leq 5.60m, -0.60m \leq y \leq -0.45m)$

時間増分： $\Delta t = 0.1day$

荷重条件：98.0kPa を 10 日で与え，その荷重を保持したまま放置

一次元においても同様の荷重条件，初期濃度で解析を行い，二次元における物質移動と比較を行った.

図-6.48 に载荷完了時 (10 日後) の一，二次元地盤の全水頭分布の比較を示す. 一次元地盤では与えた荷重が過剰間隙水圧に変換 (水頭換算で 10m) され，排水境界を設定している地盤上部に向けて移流が生じている様子が見られる. 一方，

二次元地盤では，地表面荷重が水平方向にも作用するため，発揮される過剰間隙水圧は一次元の場合より少なくなり (最大値が

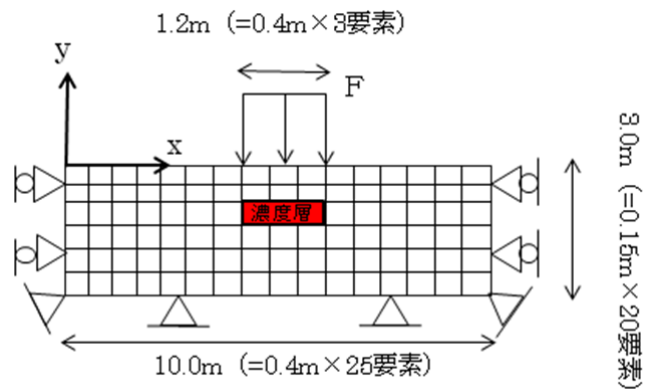


図-6.47 メッシュ図

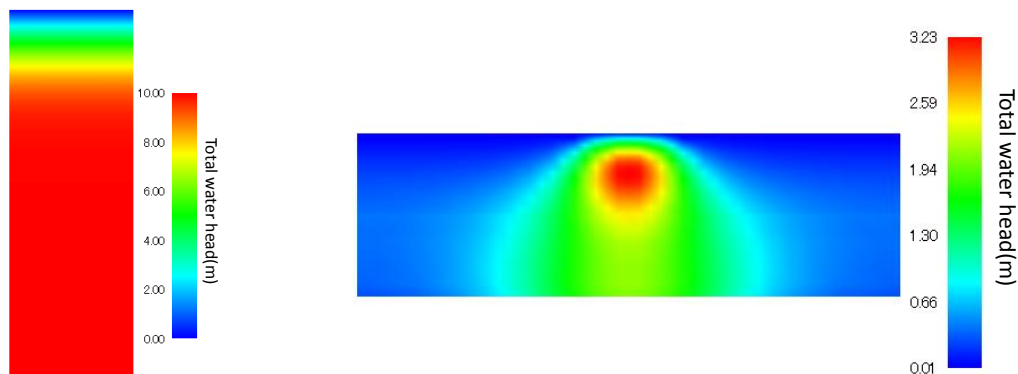


図-6.48 一次元地盤 (左)，一次元地盤 (右) における载荷終了時の全水頭分布



3.2m 程度)、地盤深部にかかる過剰間隙水圧は減少しているが、その影響範囲は水平方向の広範囲に及んでいることがわかる。

その結果、濃度中心層 ( $-0.60m \leq y \leq -0.45m$ ) の要素における体積ひずみ時間変化 (図-6.49) をみると、二次元地盤において当該領域の変形量は小さくなることがわかる。

發揮される過剰間隙水圧が少ないこと、体積ひずみの発生が低く抑えられることにより、載荷終了後 500 日における濃度分布 (図-6.50) をみると、二次元解析では初期の濃度分布からの上方への移動は確認できるが、一次元解析に比べて上方へのシフト幅は小さくなっており、荷重載荷による濃度移動の影響は減少していることがわかる。また、濃度の空間的な広がりを確認すると (図-6.51)、二次元解析では水平方向への濃度の広がりも確認でき、空間的に広げられることもわかる。

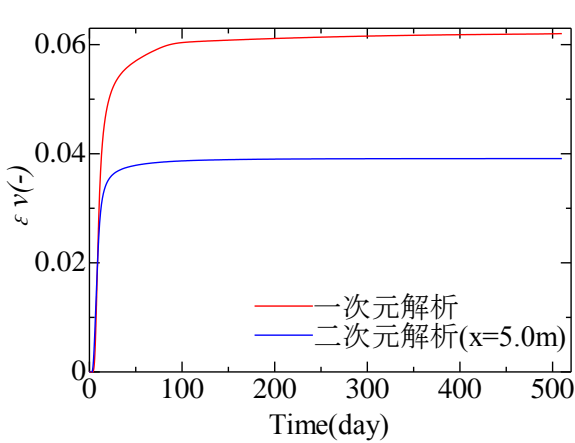


図-6.49 体積ひずみ

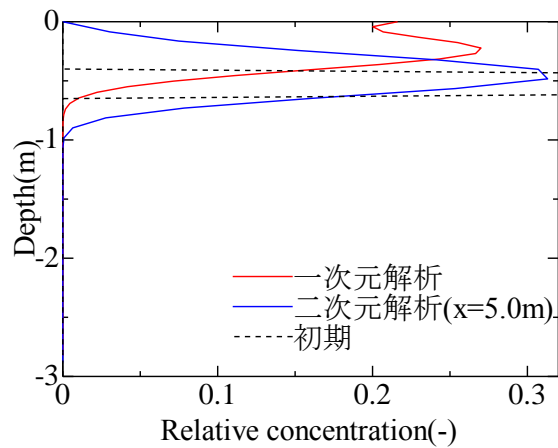


図-6.50 濃度分布 (載荷終了から 500 日)

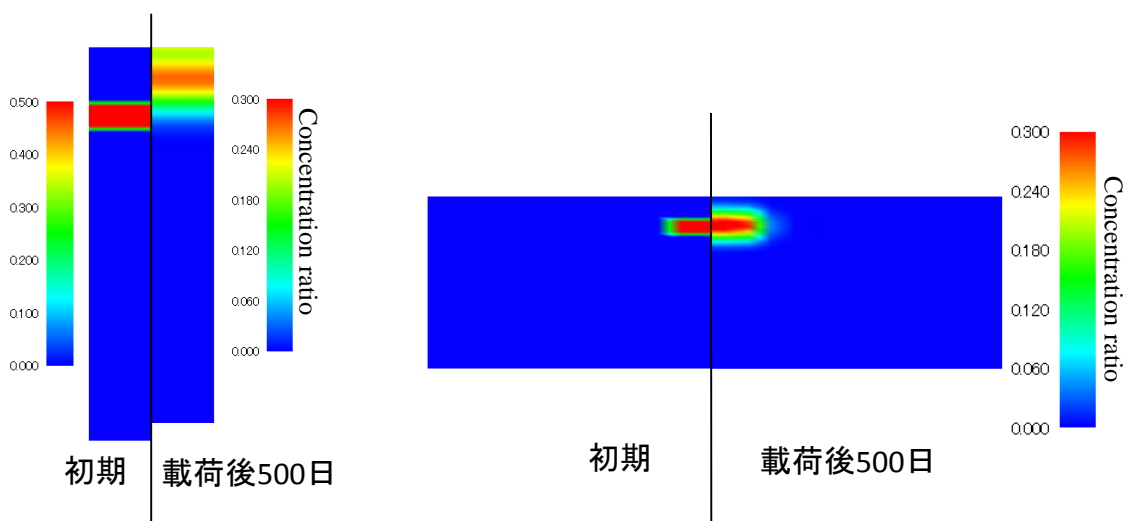


図-6.51 一次元地盤 (左)、二次元地盤 (右) における地盤内濃度分布

### 6.3 密度変化に伴う水頭変化を考慮した物質移動現象

これまで、濃度変化が溶液密度に影響を与えない問題 ( $\gamma c \ll 1$ ) を取り扱ってきたが、実際に溶液に溶解している溶媒は質量を有しており、濃度変化により溶解物質の物質量は増減し溶液の密度は逐次変化する。3.2.2 で示したように、物質の密度に応じて圧力水頭、位置水頭の値は変化し、結果的に移流現象が生じることになる。この物質質量に起因する物質移動の変化は密度流と呼ばれ、挙動の整理がなされる。

ここでは濃度変化の影響を考慮した物質の運動を水平、鉛直の一次元方向に関して検討し、その影響の定量化を試みる。

移流分散方程式、溶液のダルシー則、フィック則、全水頭の定義式を再掲する。

$$\text{移流分散方程式} \quad \dot{c} = -(1 + \gamma c) \left( \frac{c_i \tilde{v}_{f_i}}{n S_r} + J_{i,i} \right) \quad (5.12)$$

$$\text{ダルシー則 (溶液)} \quad \tilde{v}_{f_i} = -K_{w_{ij}} h_{,j} = -k_{rw} k_{w_{ij}} h_{,j} \quad (5.9)$$

$$\text{フィック則 (分散)} \quad J_i = -D_{ij} c_{,j} \quad (5.13)$$

$$\text{全水頭} \quad h = \frac{p_f}{\rho_w g} + \Omega, \quad \Omega = \frac{\rho_f}{\rho_w} z \quad (5.14)$$

式 (5.12) に式 (5.9)、式 (5.13) を代入する。

$$\dot{c} = (1 + \gamma c) \left( \frac{c_j}{n S_r} k_{rw} k_{w_{ij}} h_{,j} + D_{ij} c_{,ij} \right) \quad (6.9)$$

式 (5.14) の時間微分をとると、

$$\dot{h} = \frac{\dot{p}_f}{\rho_w g} + \frac{\dot{\rho}_f}{\rho_w} z + \frac{\rho_f}{\rho_w} \dot{z} \quad (6.10)$$

密度流の現象を整理するため、式 (6.9)、(6.10) に、飽和条件を課し、全水頭変化が変形に寄与しない ( $S_r = 1.0, \dot{S}_r = 0, \dot{z} = 0$ ) とすると、溶媒と溶液の密度比を

$\frac{\rho_f}{\rho_w} = 1 + \gamma c$  ( $\because \dot{\rho}_w = 0$ ) とした上で、それぞれを一次元問題として整理し、差分型で表示すると、

$$\begin{aligned} \dot{c} &= (1 + \gamma c) \left( \frac{k_{w_{ij}}}{n} c_i h_{,j} + D_{ij} c_{,ij} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{c_{t+\Delta t} - c_t}{\Delta t} &= (1 + \gamma c_x) \left[ \frac{k_w}{n} \frac{c_{x+\Delta x} - c_x}{\Delta x} \frac{h_{x+\Delta x} - h_x}{\Delta x} + D \frac{c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}}{\Delta x^2} \right] \\ \Leftrightarrow c_{t+\Delta t} &= (1 + \gamma c_x) \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \left[ \frac{k_w}{n} (c_{x+\Delta x} - c_x)(h_{x+\Delta x} - h_x) + D(c_{x+\Delta x} - 2c_x + c_{x-\Delta x}) \right] + c_t \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\begin{aligned} \dot{h} &= \frac{\dot{p}_f}{\rho_w g} + \gamma \dot{c} z \\ \Leftrightarrow \frac{h_{t+\Delta t} - h_t}{\Delta t} &= \frac{1}{\rho_w g} \frac{p_{ft+\Delta t} - p_{ft}}{\Delta t} + \gamma \frac{c_{t+\Delta t} - c_t}{\Delta t} z \\ \Leftrightarrow h_{t+\Delta t} &= \frac{1}{\rho_w g} (p_{ft+\Delta t} - p_{ft}) + \gamma (c_{t+\Delta t} - c_t) z + h_t \end{aligned} \quad (6.12)$$

が得られる。ここで、式(6.11)右辺の濃度、全水頭は前進差分を用い、基準配置 ( $t=t$ ) における値を用いるものとする。

初期条件をもとに式(6.11)から現在配置における濃度 ( $c_{t+\Delta t}$ ) が求まり、その値が式(6.12)に代入されると、更新された濃度に応じて現在配置における全水頭 ( $h_{t+\Delta t}$ ) が変化し、領域内の全水頭分布が変化し、密度流が生じることになる。

### 6.3.1 水平一次元移流分散現象

水平一次元の線要素の左端に濃度境界を設定し、溶解物質の質量を考慮することにより領域右側への濃度の広がりがどのように変化するか検討を行った。

また飽和溶解量は  $\gamma = 0.25$  とした。

解析領域の模式図を図-6.52に示す。解析条件を以下に列記する。

解析領域：水平方向  $200.0m$ 、節点数 201、要素数 200 ( $\Delta x = 1.0m$ )

高度  $z = 5.0m$

物質条件： $\gamma = 0.25g/1gH_2O$ 、左端  $c = 1.0$ 、右端  $c = 0.0$

水理条件：左端  $h(0) = 6.25(m)$ 、右端  $h(200) = 5.00(m)$

材料定数： $k_w = 1.00m/day$ 、 $D = 0.5m^2/day$ 、 $n = 1.0$

時間増分： $\Delta t = 0.50day$

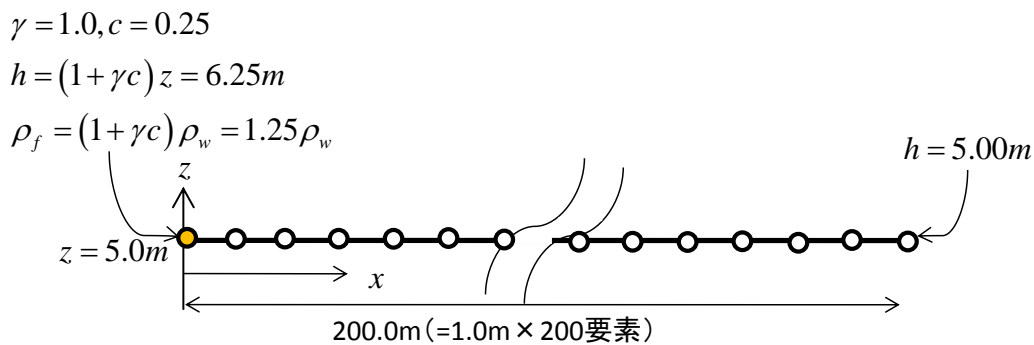


図-6.52 水平一次元線要素

表-6.4 に全水頭差の計算方法 (3.2.2, 図-3.8 を応用) をまとめる. 水平一次元線要素において圧力水頭は時間変化に関わらず既知の一定値となり, 全水頭変化は時間ごとに更新される濃度によって変化する位置水頭の差として表される.

図-6.53, 6.54 に初期条件から 20 日経過ごとの空間濃度分布, 全水頭分布を示す. 図-6.53 において初期に左端に存在していた濃度は時間経過とともに右端に向かって広がっていることがわかる. 拡大する濃度にしたがって式 (6.10) から全水頭が更新され, 初期に左端でのみ発生していた全水頭分布が時間経過とともに右端に向かって広がり空間的に分布する. このことから領域内では濃度勾配による分散現象と動水勾配による移流が同時におこっていることがわかる. また, 図-6.55 に図-6.53 と同様の条件で, 飽和溶解量を  $\gamma=0.0$  とした場合の空間濃度分布を示す.  $\gamma=0.0$  を仮定すると, 濃度変化による全水頭変化は発生せず (領域内全水頭は  $h(x)=5.0(m)$ ), 領域内では分散現象しか起こらない. そのため分散しか生じない図-6.55 と比較すると, 全水頭の変化が生じ移流も同時に起こっている図-6.53 において, 右端に向かう濃度移動が卓越している.

表-6.4 水平一次元問題の水頭値の整理

時間	$t = t$	$t = t + \Delta t$
圧力水頭	$h_{p_t} = \bar{h}_p$	$h_{p_{t+\Delta t}} = \bar{h}_p$
位置水頭	$h_{h_t} = \frac{\rho_t g z}{\rho_w g} = (1 + \gamma c_t) z$	$h_{h_{t+\Delta t}} = \frac{\rho_{t+\Delta t} g z}{\rho_w g} = (1 + \gamma c_{t+\Delta t}) z$
全水頭	$h_t = \bar{h}_p + (1 + \gamma c_t) z$	$h_{t+\Delta t} = \bar{h}_p + (1 + \gamma c_{t+\Delta t}) z$
全水頭差	$h_{t+\Delta t} - h_t = \gamma (c_{t+\Delta t} - c_t) z$	

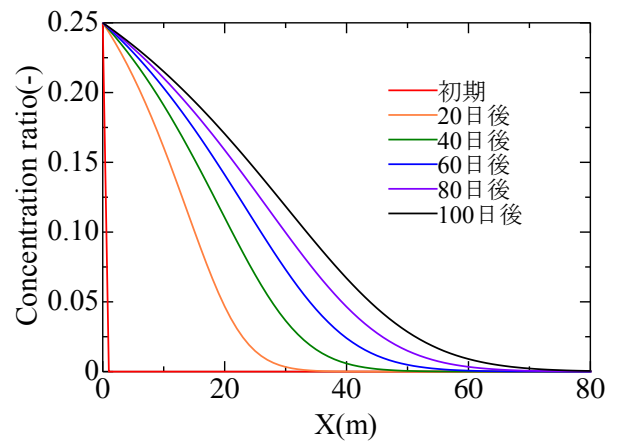


図-6.53  $\gamma=0.25$  における空間濃度分布

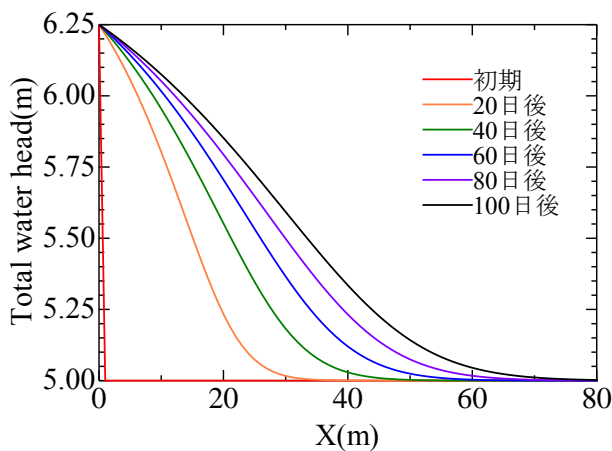


図-6.54  $\gamma=0.25$  における空間全水頭分布

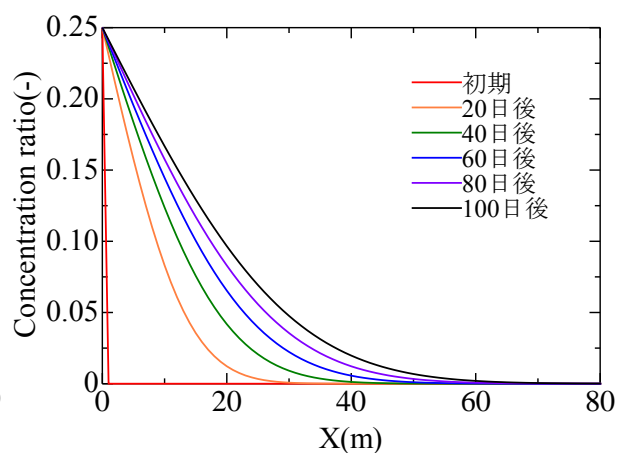


図-6.55  $\gamma=0.0$  における空間濃度分布

6.3.2 鉛直一次元移流分散現象

鉛直一次元の線要素の上端に濃度境界を設定し、 $\gamma = 0.25$ の条件のもと、領域下側への濃度の広がりがどのように変化するか検討を行った。

解析領域の模式図を図-6.56に示す。解析条件を以下に列記する。

解析領域：鉛直方向  $5.0m (0.0m \leq y \leq 5.0m)$ ，節点数 51，要素数 50 ( $\Delta x = 0.1m$ )

物質条件： $\gamma = 0.25g/1gH_2O$ ，上端  $c = 1.0$ ，下端  $c = 0.0$

水理条件：上端  $h(0) = 6.25 (m)$ ，下端非排水境界

材料定数： $k_w = 1.00m/day, D = 0.5m^2/day, n = 1.0$

時間増分： $\Delta t = 0.001day$

表-6.5 に全水頭差の計算方法 (3.2.2, 図-3.8 を応用) をまとめる。鉛直一次元線要素において圧力水頭は当該要素より上部の間隙水圧を純水の単位体積重量で除したものになる。本計算において  $h_p(5.0) = 0.0 (m)$  とし、下部の要素は当該要素より上部の要素の濃度の平均値が足し合わされたものとして計算を行った。また位置水頭は時間ごとに更新される濃度によって変化する。全水頭は圧力水頭と位置水頭の和として表される。

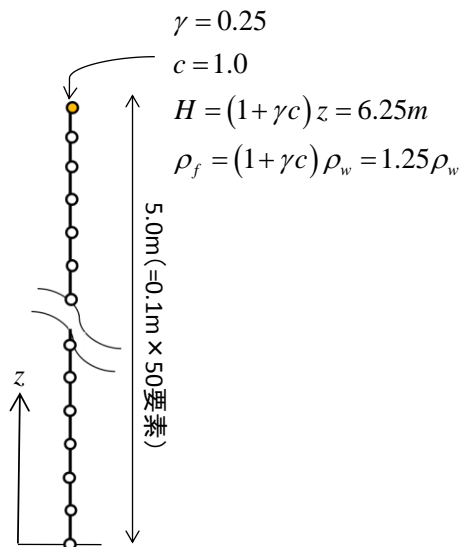


図-6.56 鉛直一次元線要素

表-6.5 鉛直一次元問題の水頭値の整理

時間	$t = t$	$t = t + \Delta t$
圧力水頭	$h_{p_t} = \frac{\int_{z_t}^H (1 + \gamma c_t) \rho_w g dz}{\rho_w g}$	$h_{p_{t+\Delta t}} = \frac{\int_{z_{t+\Delta t}}^H (1 + \gamma c_{t+\Delta t}) \rho_w g dz}{\rho_w g}$
位置水頭	$h_{h_t} = \frac{\rho_{f_t} g z_t}{\rho_w g} = (1 + \gamma c_t) z_t$	$h_{h_{t+\Delta t}} = \frac{\rho_{f_{t+\Delta t}} g z_{t+\Delta t}}{\rho_w g} = (1 + \gamma c_{t+\Delta t}) z_{t+\Delta t}$
全水頭	$h_t = \int_{z_t}^H (1 + \gamma c_t) dz + (1 + \gamma c_t) z_t$	$h_{t+\Delta t} = \int_{z_{t+\Delta t}}^H (1 + \gamma c_{t+\Delta t}) dz + (1 + \gamma c_{t+\Delta t}) z_{t+\Delta t}$
全水頭差	$\Delta h = h_{t+\Delta t} - h_t = \gamma \left\{ \int_{z_t}^H (c_{t+\Delta t} - c_t) dz + (c_{t+\Delta t} - c_t) z \right\} (\because z_t = z_{t+\Delta t})$	

図-6.57, 6.58 に 0.2 日経過ごとの空間濃度分布、全水頭分布を示す。図-6.57 において初期に上端に存在していた濃度は時間経過とともに下端に向かって広がっていることがわかる。空間的に変化する濃度に従い、式 (6.10) により全水頭が更新され、初期に上端にのみ発生していた全水頭勾配が下端に分布をもって広がっていることがわかる。領域下端は非排水境界を設定しているため、分散と移流の影響を受けて上端から流入してくる濃度により領域の密度は上昇し、全水頭は領域内のすべての領域において単

調増加し、特に濃度の変化が激しい領域上部において移流現象が卓越することがわかる。また、解析時間内で濃度の到達していない下端付近では、位置水頭の変化は生じないが、領域上部における濃度流入により圧力水頭が上昇し、全水頭値が段階的に上昇していることがわかる。

時間経過に伴い全水頭分布が変化した結果、 $\gamma=0.0$ と仮定したケースにおける時間経過に伴う空間濃度分布（図-6.59）と比較すると、全水頭の変化が生じ移流も同時に起こっている図-6.57において、下端に向かう濃度移動が卓越していることがわかる（図-6.60）。

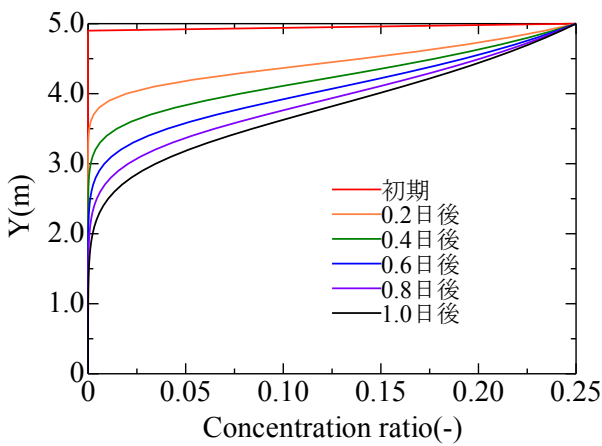


図-6.57  $\gamma=0.25$ における空間濃度分布

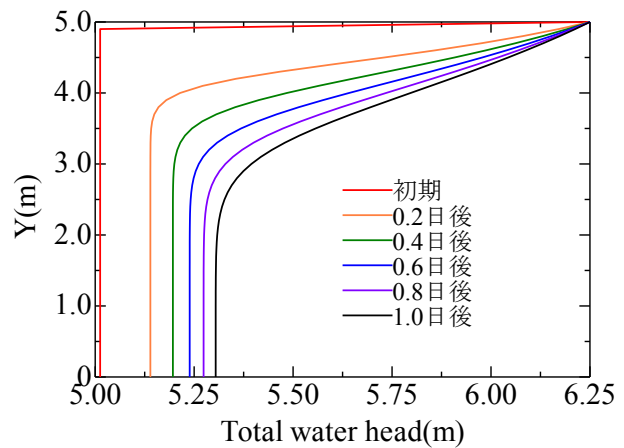


図-6.58  $\gamma=0.25$ における空間全水頭分布

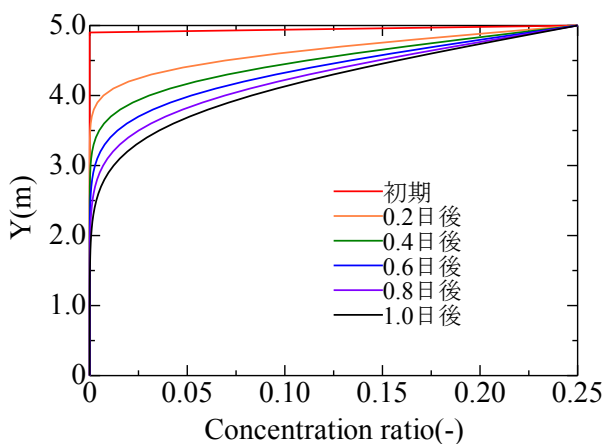


図-6.59  $\gamma=0.0$ における空間濃度分布

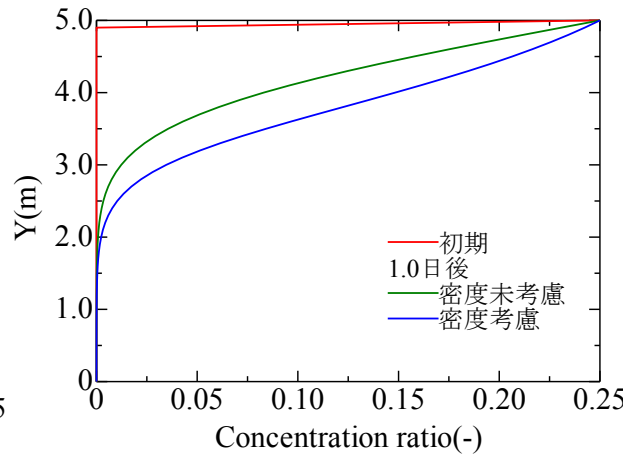


図-6.60 飽和溶解量による空間濃度分布

参考文献

- 1) 野村瞬：溶解物質の移動を考慮した不飽和土連成問題の数理モデル，神戸大学工学研究科，修士論文，2010.
- 2) 野村瞬，河井克之，角井駿祐，橘伸也，金澤伸一，飯塚敦：飽和/不飽和地盤内における水溶性物質移動モデルの構築，土木学会論文集 A2 (応用力学)，Vol.67， No.2， pp.231- 240,2011.
- 3) 平田博之：流れの数値計算と可視化 第13章離散化と数値計算法，丸善株式会社， pp.139-165.2004.
- 4) 拡散問題の厳密解 (建設工学のための数学Ⅱ)，<http://concrete.nagaokaut.ac.jp/edu/sugaku/m0606.pdf>
- 5) 長谷川琢磨：移流分散解析入門 11. オイラー法による移流分散解析例－有限要素法－，土と基礎，51-6(545)， pp.41-46， 2003.
- 6) Javandel, I., Doughty, C. and Tsang, C.F.: Groundwater transport: Handbook of mathematical models, Water resources monograph, Vol. 10, American Geophysical Union, 1984.
- 7) 野村瞬，角井駿介，河井克之，橘伸也，金澤伸一，飯塚敦，荷重載荷条件下における飽和/不飽和地盤内における溶解物質の移動表現，第46回地盤工学研究発表会講演集，神戸，2011.
- 8) 野村瞬，河井克之，角井駿祐，橘伸也，金澤伸一，飯塚敦：飽和/不飽和地盤内における水溶性物質移動モデルの構築，土木学会論文集 A2 (応用力学)，Vol.67， No.2， pp.231- 240,2011.
- 9) 野村瞬，河井克之，金澤伸一，橘伸也，飯塚敦：土/水/空気/溶解物質連成問題の定式化とその応用，都市安全研究センター研究報告，神戸大学都市安全研究センター， Vol.15， pp.21-28， 2011.
- 10) Nomura, S., Kawai, K., Iizuka, A., Tachibana, S., and Kanazawa, S. : Mathematical model of soil/water/air coupled problem for unsaturated soils considering mass transfer within pore-water, 5th Asia-Pacific Conference on unsaturated soils, Pattaya Thailand, pp.287-292, 2011.

## 第7章 タイ東北部における塩害と塩害抑制・地盤浄化手法の検討

### 7.1 砂漠地の拡大と地盤塩害による土壌劣化<sup>1)</sup>

1.2 で述べたように、砂漠地の拡大は世界的に深刻な環境問題となっている。水循環の乱れによる土壌劣化は現地住民の生活を脅かし、被害が進行し、大規模化すれば世界的な穀物収穫量の減少や、地下水の劣化に繋がりがねない問題である。

近年、過剰な開墾・灌漑など不適切な水資源の管理によって、本来地中深くにあるはずの塩類が気候条件、地下水の上昇、地盤からの溶脱など様々な要因により、地盤上部に上昇し、その後濃縮を受けるケースが増大している。塩類の濃度上昇が生じた地盤では、土壌の化学変質により生活用水確保の弊害を引き起こすだけでなく、高濃度の塩類を有する地盤では、植物の水分吸収が困難になり、農作物を中心とした植生が育たず、地盤の不毛化に直結する。

この地盤の塩分濃度による土地の不毛化は、「塩害」として砂漠地形成要因の一つとして定義され、大きな問題となっている。塩害の被害はその原因が現地の自然環境や社会環境が多岐にわたるといって特徴を有するため、各被害地の地盤環境にあった適切な対策を選択する必要がある。以下に各所の塩害被害をまとめる。

アリゾナ砂漠やインダス川周辺、インドのパンジャブ地方では、大規模な灌漑農業の開発のため、水利開発が推し進められた。地域への急激な水資源の流入は、地下水位の上昇を招き、地下水に溶脱した塩類により農作物に被害が及び、収穫量が落ち込んでいく。また、ナイル川デルタでは、治水目的で設置されたアスワンハイダムによって洪水を伴う肥沃土の運搬、自然のリーチングが制限されてしまい、塩害発生とともに土壌の劣化が進んでいると言われている。またウズベキスタンにおける塩湖（アラル海）の縮小、西オーストラリア・カルグーリ地方の鉱山開発の結果、塩類を過剰に含んだ土砂堆積層が形成された例など、多様な要因によって塩害は発生する。8章において詳説するが、昨年の東日本大震災により海洋から運搬された塩類は、農地に塩害として多大な被害を与えている。

### 7.2 タイ東北部における塩害<sup>2)</sup>

本項では塩害のモデルケースとしてタイ東北部、サコナコン地方を例にとり、その被害の要因、対策の検討を行う。

ユーラシア大陸地下は大陸移動以前には赤道下の海底であった地域が、プレート移動と地盤隆起に伴い高濃度塩分が集積する岩塩層が形成されている。地層褶曲により岩塩層が地盤に近接している場合には、表層地下水にまで塩分が含まれていることが多く、



その典型的な事例はタイ東北部において観察することができる。

タイ東北部では **Rock salt** と呼ばれる層状の岩塩が地下 200m 付近に堆積しており、地下水の塩分濃度は他の地域に比べ高い値を示す。そのため、稲作が不可能な乾季には、高塩分濃度の地下水を利用した塩田産業が伝統的に行われてきた。その結果、近年、製塩業に伴う過剰な地下水のくみ上げが地盤内の塩分濃度の上昇を誘発し、気候条件に伴う経年的な乾湿の繰り返しにより塩類が地盤上部に濃縮され、塩害が発生している。タイ環境省のまとめでは、このようなメカニズムにより、周辺の 20%の領域にその被害が及んでいると言われている。神戸大学、東京工業大学を中心とした研究チームは、2005年10月に塩害の現地調査を実施し、翌年の11月には現地の複数の団体とともに情報交換も兼ねた調査報告会（「ジグソー・ピースズ作戦」）を行っている。現地調査からは、塩田近くの農業用水路は地表面に析出した塩類で白く侵され図-7.1、その近傍の竹林は、高濃度の塩水の影響を受け、枯死が進んでいる様子が確認された図-7.2。さらに、長期にわたって汲み上げられた地下水はその影響範囲を周辺地域の広範囲に広げ、製塩が行われている地域から遠方の地盤でも、塩害が発生している様子が確認された（図-7.3,4）。加えて、汲み上げられた地下水の影響と見られる地盤の陥没も各所で見られ（図-7.5）、製塩産業によって乱された局所的な水理変動が塩害を誘発している様子が明らかとなった。



図-7.1 塩類で侵された農業用水路



図-7.2 枯死が進む竹林



図-7.3 塩類により不毛化した地盤



図-7.4 塩類が析出した地盤表面



図-7.5 塩田に生じたシンクホール

### 7.3 塩害発生シミュレーション<sup>3), 4), 5), 6), 7)</sup>

ここでは、地下水汲み上げ等によって地盤上部に達した塩類が、その後の気候条件により集積し、塩害が発生する様子を再現するため、地下深部に微量の塩分を含んだ仮想地盤領域を設定し、地盤表面にタイの気候を作用させ、塩分移動の様子をシミュレートした。

なお解析には、5章で示した数値アルゴリズムは同一であるが、四角形4節点要素を用いており、変位に関する算出点は4つ、水理・濃度は要素内で一定とし、その値は赤井、田村<sup>8)</sup>によって提案されたモデルによって算出するもの(DACSAR-U<sub>ad</sub><sup>9)</sup>)を用いており、空気圧の影響は考慮していない。解析メッシュ図を図-7.6に、解析条件を以下にまとめる。

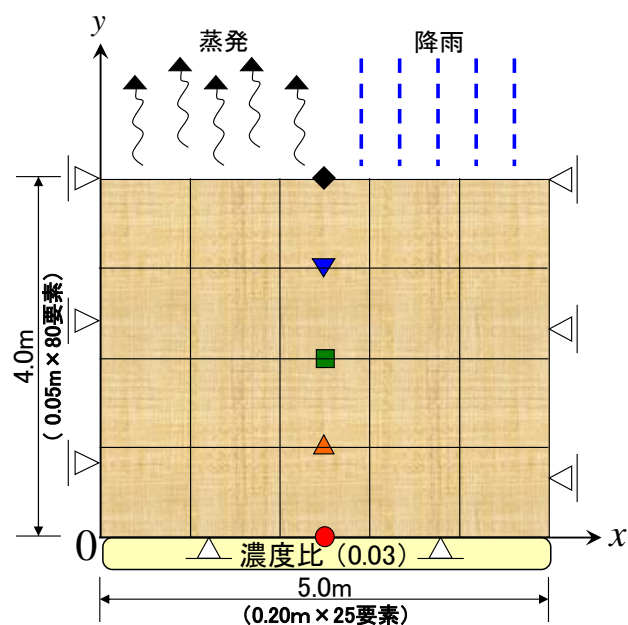


図-7.6 解析条件

解析領域：水平方向  $x = 5.0m$  ,

鉛直方向  $y = 4.0m$

要素数：2000 (=25×80)，節点数 2106

変位境界：下端完全固定，左右端水平方向固定，上端自由

水理境界：下端面排水境界：全水頭  $h(x,0) = 0.0m$ ，左右端非排水，上面流量境界

物質境界：下端面物質境界： $c(x,0) = 0.03$ ，左右上端比透過境界

また地盤試料は、現地の地盤と同程度の保水性を有し、物性も近いと考えられる微細シルトを想定し、仮想の物性値を設定した。試料の物性を表-7.1に、水分特性を図-7.7に示す。また、各要素は初期に高さ相当の静水圧を受けており、その飽和度は主脱水・吸水曲線の中間の値をとるとした。

表-7.1 微細シルトのパラメータ

$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu$
0.06	0.01	1.33	0.30
$p'_{sat}$ (kPa)	$a$	$n$	$e_i$
$9.8 \times 10^2$	150	1.0	1.3
$k_w$ (m/day)	$D$ (m <sup>2</sup> /day)	$m$	$\gamma$
$8.6 \times 10^{-2}$	$1.0 \times 10^{-4}$	0.3	0.0

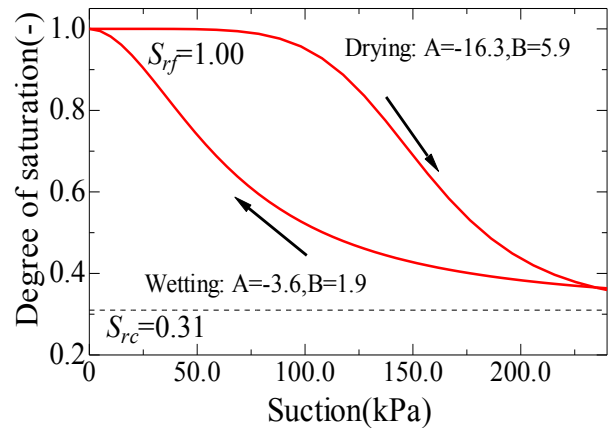


図-7.7 試料の水分特性

地表面に入力する気候条件は、タイ東北部における詳細な気候条件を得ることができなかつたため、比較的傾向が近いと考えられるタイの首都、バンコクの気候条件を参考にした(図-7.8)。この地域は緯度が20度程度と低く、亜熱帯性低気圧の影響を受ける。さらに、モンスーンが5月から9月にかけて卓越し、まとまった降雨をもたらすため、乾季(1~4,10~12月)と雨季(5~9月)がはっきり分かれるような気候条件を示す。

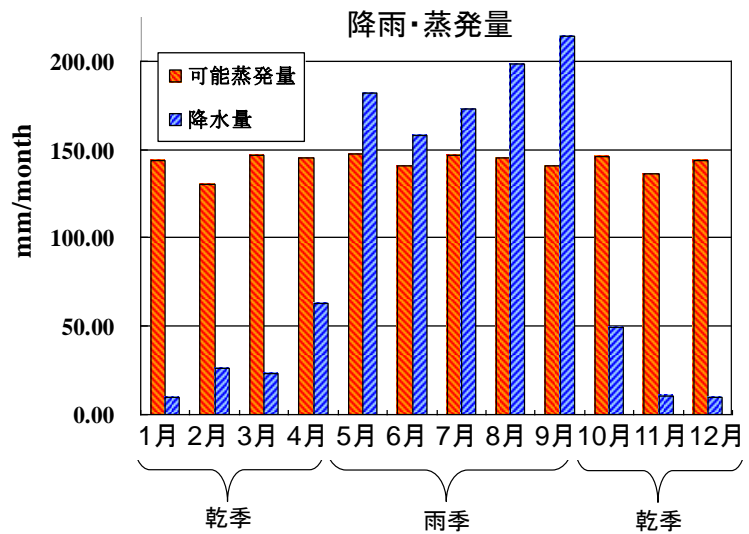
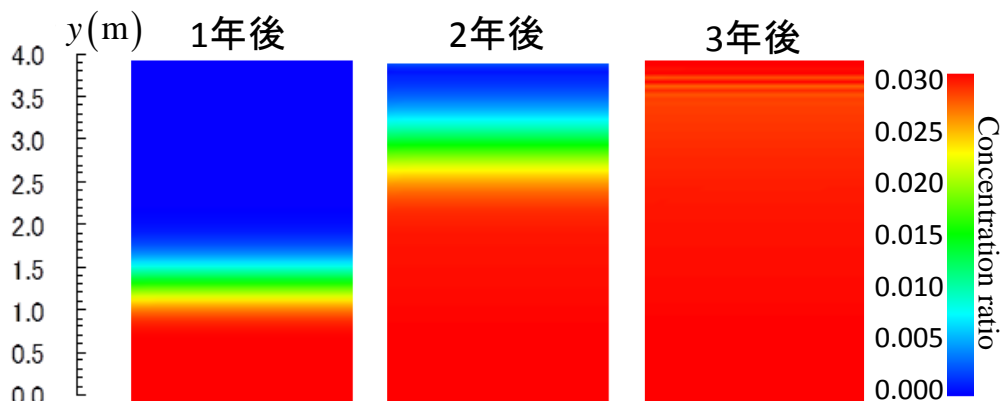


図-7.8 入力気候条件

ここで、蒸発の影響による地表面からの可能蒸発量はPenman法<sup>10)</sup>によって算出し、実際に地盤から奪われる量を示す実蒸発量は、可能蒸発量に有効飽和度を乗じたものとして算出した。計算過程で算出された実蒸発量を上向き、降雨量を下向き流量として地表面に入力する。

以上の初期境界条件，試料物性値，気候条件を入力条件とし，経年的な気候条件の変化（1月から解析開始）による地盤内環境を検討した．**図-7.9**に解析開始後の地盤内塩分濃度分布

を示す．時間経過とともに塩分が地表面方向へと移動していることが確認できる．



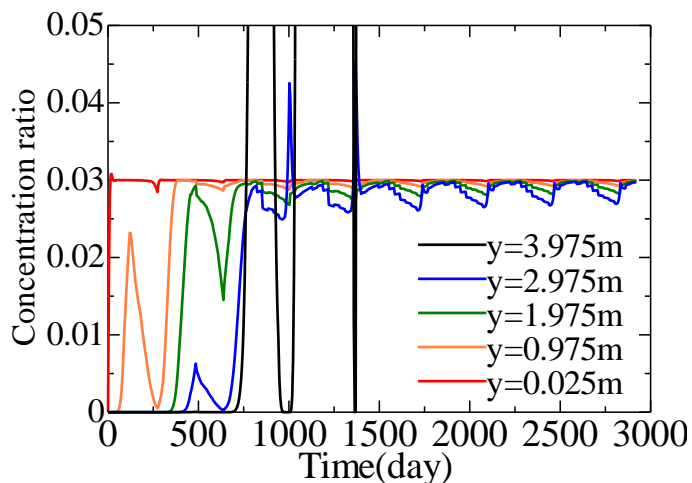
**図-7.9** 地盤内の塩分濃度分布

**図-7.10**では地下水面

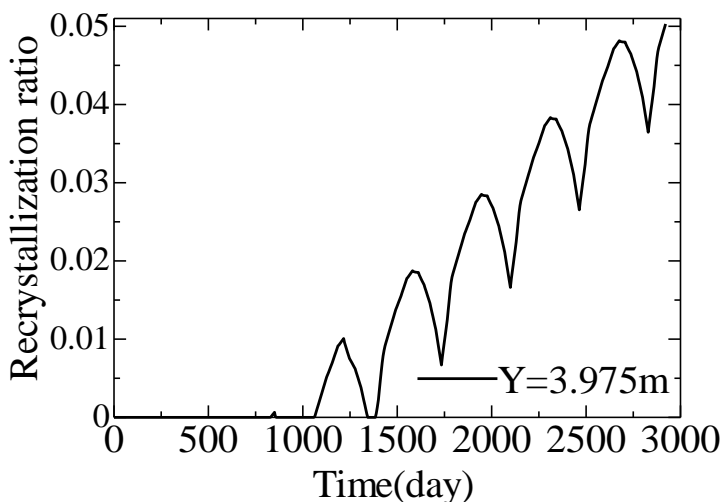
からの高さ約1m毎に塩分濃度の経時変化を比較している．地下水位に近い層から鉛直上方の地盤に向けて濃度上昇が起こっていることがわかる．

また，2年経過後には，地盤全体が初期に地下水に設定した塩分濃度比( $c=0.03$ )に収束し，その後は地表面近傍から塩分濃度が上昇し，時間経過による濃度増加が起こっている．3年目には地表面の塩類濃度は飽和溶液濃度( $c=1.00$ )を越え，その後は**図-7.11**のように塩類が蓄積され析出が生じていることがわかる．

ここで**図-7.10**を見てわかるように，地盤内の濃度は雨季の降雨により単調増加にならず，濃度が一時的に低下することはあるものの，乾季の蒸発力と地表面に析出した塩類が再溶解すること



**図-7.10** 高さごとの時間-塩分濃度分布



**図-7.11** 地表面における塩類析出

により、結果的に地表面への塩類析出を伴いながら地下水濃度 ( $c=0.03$ ) に収束することがわかる。

図-7.12 に2年目における各月終了後の全水頭の深度分布を示す。乾季では強い蒸発力の影響を受け全水頭が地下水面から地表面に向けて単調に減少しており、動水勾配は常に負の値をとる。その結果、地盤内には常に鉛直上向きの溶液の流れが生じることがわかる。一方、雨季には、降雨の影響により、全水頭が地下水面から地表面に向けて単調に増加している。そのため動水勾配は正の値をとり、地盤には常に鉛直下向きの溶液の流れが生じる。この季節ごとの溶液の流れに乗り塩類は地盤内を移動することになる。

また、地表面要素における水収支の様子を観察すると

(図-7.13)、地盤への流出入量は乾季・雨季で入れ替わりながら変動していることがわかる。そして、想定した気候条件において、蒸発の影響が強いため、結果的に1年を通して考えると地盤からの水の流出量は降雨による流入量より卓越する。塩類の移動方向は、この地下水流向に依存するため、地表面での塩類集積につながっている。結果的に本研究で想定した気候条件において、一定の高さまで到達した塩類の流出は避けられず、時間とともに地盤内の塩分濃度は上昇し、地盤の塩害化は避けられないことがわかる。

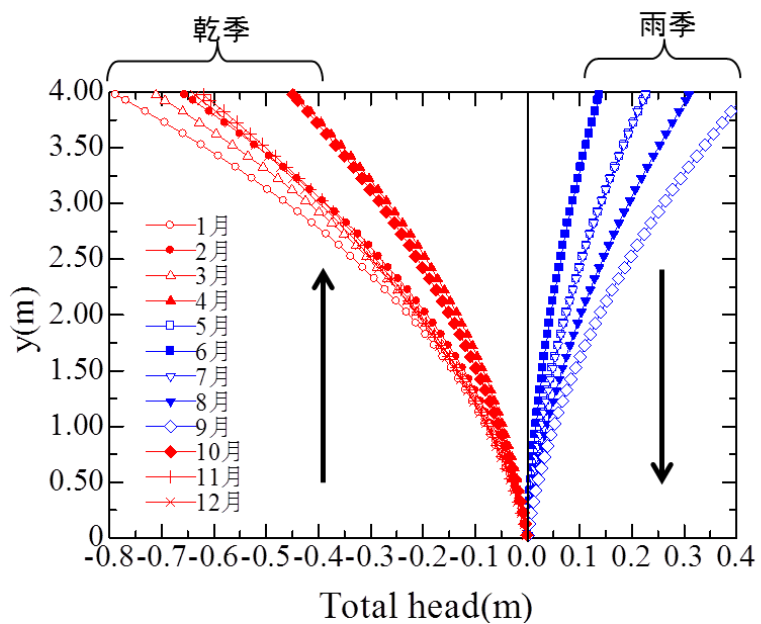


図-7.12 各月終了時の全水頭の様子

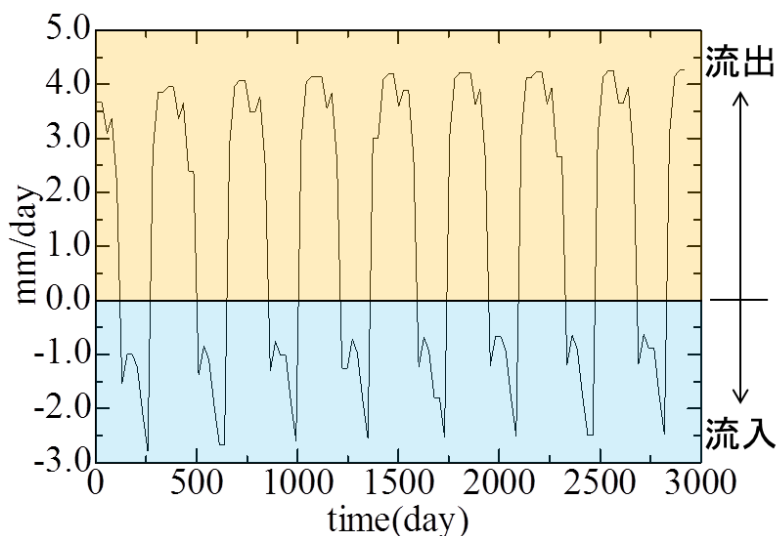


図-7.13 地表面における水収支

#### 7.4 塩害抑制地盤の検討

前項より、地中に一定の濃度の塩類を有する地下水が存在した場合、気候条件により、地盤内塩分濃度上昇は避けられないことがわかる。本項では、塩害抑制効果を期待できる地盤構成の模索を行った。

本研究において与える外的要因（降雨・蒸発）に起因して鉛直方向の塩類の流れが生じる。そのため、地盤に対して水平な構成を有する地盤改良を施すことにより、塩分移動を抑制する手法を検討した。

以下に、塩害抑制を期待する2つの地盤改良手法について列記する。（図-7.14）

まず、1つ目の手法は、「マルチング」と呼ばれる手法である。農学の分野では、地表面の蒸発量を抑える目的で比較的粒径の大きな試料を地表面に巻き均すことがある（マルチング）。本研究でもこの手法に倣い、現地地盤上部を低サクシオン領域で低飽和度を維持する保水性の低い試料で覆い、塩害抑制効果の検討を行う。

またマルチングに用いる地盤試料はその水分特性から植栽に向かないことが考えられる。そこで、2つ目の地盤改良手法として、マルチングが施された地盤上部を、植栽地盤を想定した現地地盤で再度覆い、塩害抑制と植栽両方を可能にする地盤構成を考える。この手法を「改良型マルチング」と呼び、この手法により塩害抑制の効果の検討を行う。

また、本来地盤が持っている層構成を人工的に変容させることは、自然環境の悪化につながる恐れがある。そのため、本研究では両者の塩害抑制効果の検討と共に、特定地盤の使用幅、使用位置に関する検討も同時に行った。

マルチング材料として、微細シルトより透水性が高く保水性の低いケイ砂を想定し、仮想の材料パラメータを設定した（表-7.2）。また、マルチング試料と微細シルトの水分特性曲線を図-7.15に示す。高サクシオン領域であってもヒステリシスの幅を持ち、保水性の高い微細シルトと異なり、マルチング試料は、低サクシオン域での飽和度変化

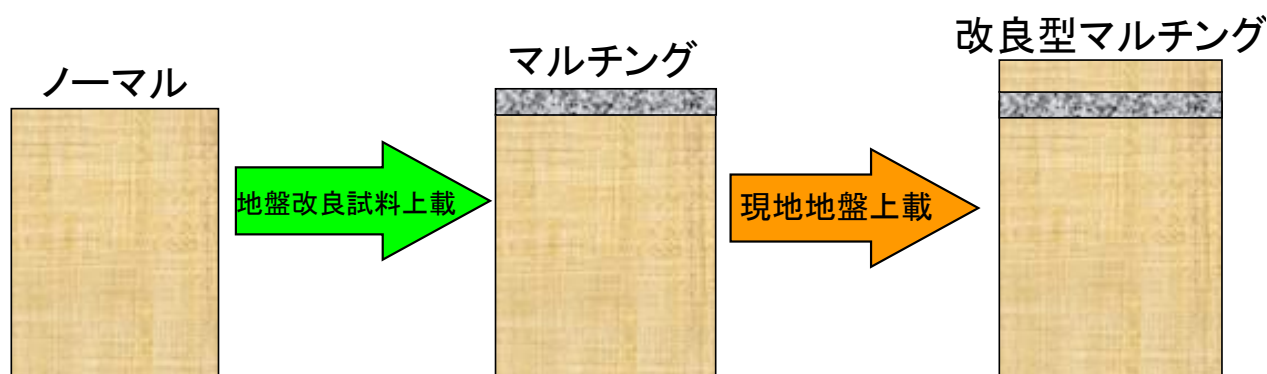


図-7.14 地盤改良の模式図

が激しく、高サクション域では多くの水分量を保持できないという特性がある。

表-7.2 マルチング試料のパラメータ

$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu$
0.06	0.01	1.33	0.30
$p'_{sat}$ (kPa)	$a$	$n$	$e_i$
$9.8 \times 10^2$	150	1.0	1.3
$k_w$ (m/day)	$D$ (m <sup>2</sup> /day)	$m$	$\gamma$
$6.9 \times 10^{-1}$	$1.0 \times 10^{-4}$	0.3	0.0

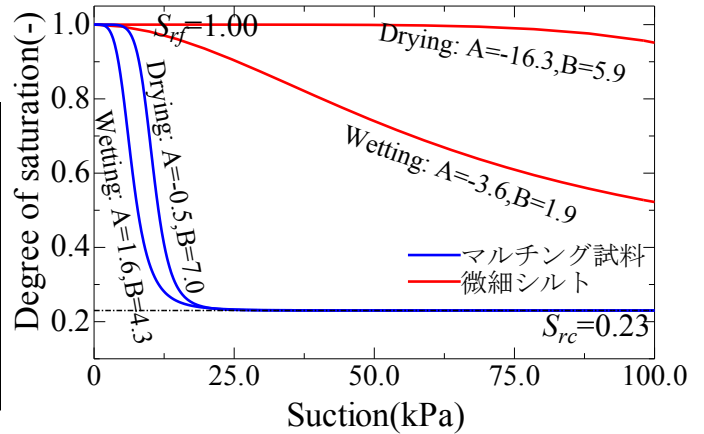


図-7.15 試料の水分特性

### 7.4.1 マルチング手法

マルチングによる塩害抑制効果の検討を行うため、地表面に一定厚さ  $H$ (m) のマルチング試料を uploads し、地盤内塩分濃度の移動を検討した (図-7.16)。また、uploadするマルチング試料の層厚を段階的に薄くし、塩害抑制効果の変化を検討した。

最初に想定するマルチングの幅を 50cm として塩害抑制効果の確認を行った。地下水面からの高さ約 1m 毎に塩分濃度の経時変化を比較した (図-7.17)。

図-7.17 から地下水面のすぐ上の要素 ( $y=0.025$ m)

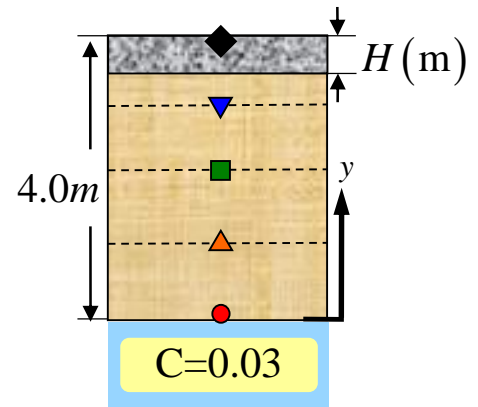


図-7.16 マルチング地盤

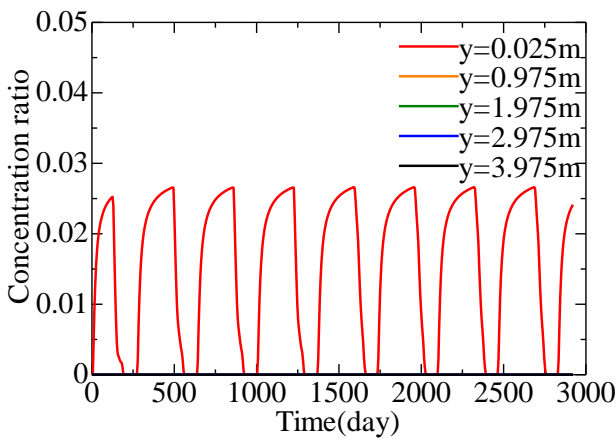


図-7.17 マルチング幅 50cm における  
時間-濃度変化

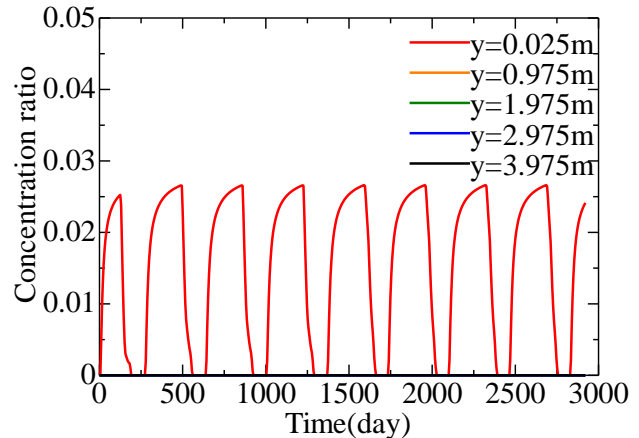


図-7.18 マルチング幅 10cm における  
時間-濃度変化

のみで濃度変化が起こり，上部の層では濃度変化が一切見られないことがわかる（図-7.18 では  $y=0.975\text{m}$ ,  $1.975\text{m}$ ,  $2.975\text{m}$ ,  $3.975\text{m}$  では  $C=0.00$ ). また， $y=0.025\text{m}$ の層で見られる濃度変化は蒸発によるものではなく，流速に依存しない分散によるものであると考えられる．地下水面近くの試料の濃度は乾季の時期には地盤内で卓越するものの，雨季の降水に伴いその濃度は低下し，塩害の直接的要因にはならないものである．

このことから，マルチングにより，地盤の濃度上昇を抑制することができ，塩害の抑制が可能であることが確認できた．更に，上載するケイ砂の厚さに関する検討を行ったところ，現地地盤に 10cm (2 要素) のマルチングであってもやはり， $y=0.025\text{m}$  地点で分散の影響と考えられる濃度変化があるのみで，マルチング地盤は塩害抑制に十分効果が期待できることが確認できた（図-7.18, 19）.

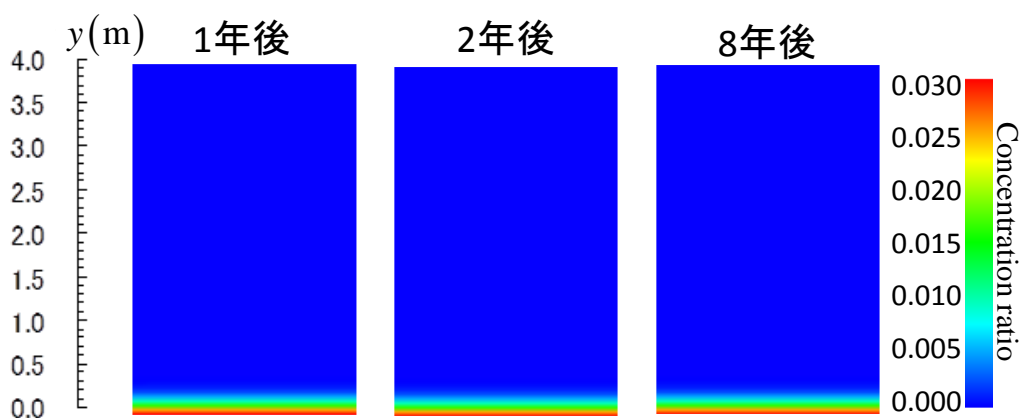


図-7.19 マルチング幅 10 cmにおける地盤内濃度分布

図-7.20 にマルチングを行っていないノーマル地盤と，マルチングを行った地盤の地表面要素の飽和度変化を示す．塩分上昇が生じた微細シルトのみで構成された地盤では，蒸発量が降雨量を上回っているにもかかわらず，地表面要素の飽和度は漸増し，高飽和度を保っている．一方，マルチング試料の飽和度は常に低い状態で保たれており，その傾向は特に蒸発

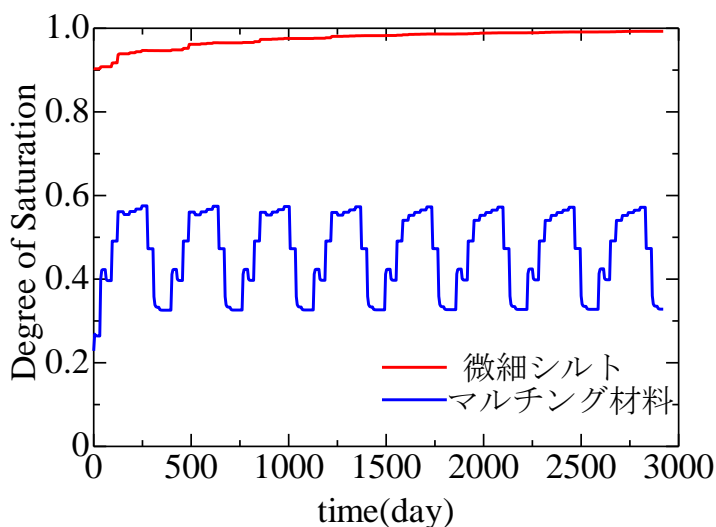


図-7.20 地表面要素の飽和度変化比較



の影響の大きい乾季において  
 顕著であることがわかる。

この事実は、材料の保水性の  
 違いに起因している。図-7.15  
 からわかるように、同一のサ  
 クション値において、マルチン  
 グ試料の方が常に低飽和度に  
 なる。実蒸発量は地盤の含水量  
 に大きく依存するため、低飽和  
 度のマルチング材料では実蒸  
 発量が大きく低下すること  
 になる。結果的に、地盤からの水  
 分流出よりも降雨による流入  
 が勝る(図-7.21)。

各月終了時の地盤内の全水  
 頭分布は図-7.22 のよ  
 うになる。乾季の蒸発の影響  
 強い時期には、マルチング層  
 以下での水の流れはそれほど  
 発生せず、分散の影響が卓越  
 し、地盤下部において濃度上  
 昇が起こるが、雨季および乾  
 季でも比較的降雨の多い時  
 期において地盤全体に発生す  
 る正の動水勾配により、鉛直  
 下向きの流れが発生し、地盤  
 下部の濃度は周期的に低下し、  
 結果的に地盤全体では図-7.17,  
 18のような濃度分布になる。  
 以上の効果により、マルチン  
 グ地盤では塩害の抑制効果が  
 期待できることがわかる。

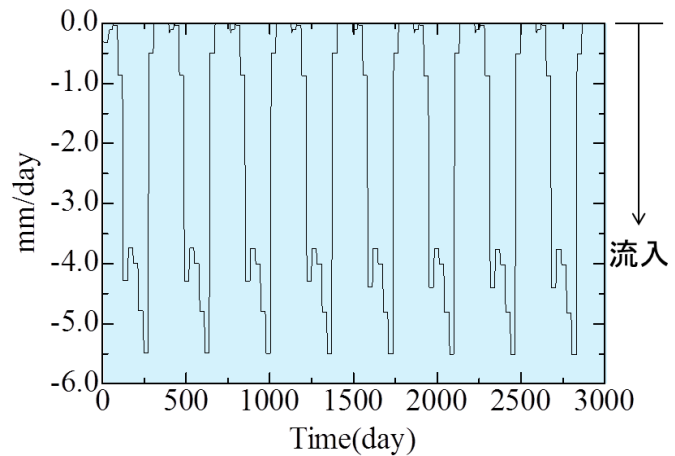


図-7.21 マルチング時の水収支

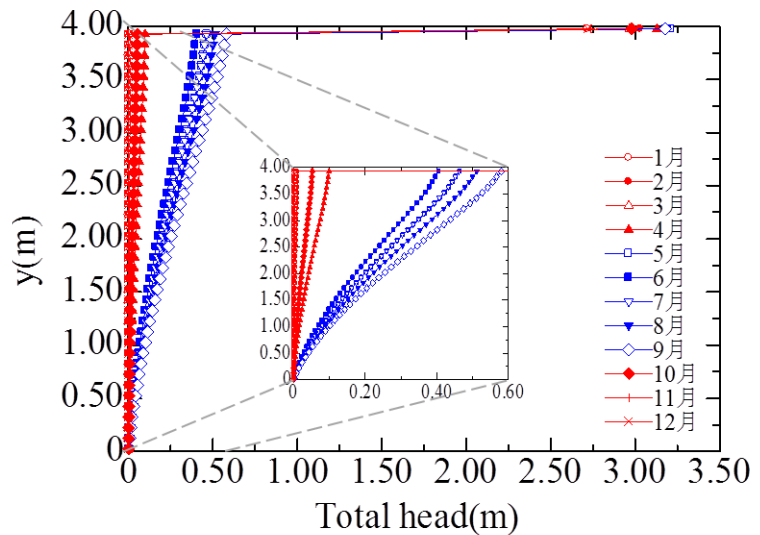


図-7.22 マルチングによる全水頭の様子

### 7.4.2 改良型マルチング手法

上述のようにマルチングにより塩害抑制効果が十分に期待できることがわかった。しかしマルチング試料は飽和透水係数がシルトに比べて大きく、地盤内部に多くの水分量を保持できないという特性を有し、植栽に適さず、環境に与える負荷が大きいことが考えられる。そこで、塩害抑制効果と緑化を同時に期待できるような地盤構成として改良型マルチング地盤を考えた (図-7.23)。

タイの主農作物である稲はその根圏環境が地表面から 50cm 程度あれば十分に生育が可能であることから<sup>11), 12), 13)</sup>、マルチング層の上面に現地試料を 50cm 以深に撒きだすことを想定し、その厚さを様々に変化させ、マルチング層の層厚が塩害抑制に寄与するか検討を行った。マルチングのケースと同様、マルチング層の厚さ 50cm から塩害抑制効果の検討を行った。

その結果、50cm 層厚のマルチング層の設置を想定したケースにおける深さ方向の地盤内濃度分布を観察すると (図-7.24)、地下水面のすぐ上部の要素 ( $y=0.025\text{m}$ ) のみで濃度変化が生じ、上部の層では濃度変化が一切見られない (図-7.24 では  $y=0.975\text{m}$ ,  $1.975\text{m}$ ,  $2.975\text{m}$ ,  $3.975\text{m}$  では  $C=0.00$ )。また、マルチング同様  $y=0.025\text{m}$  で見られる濃度比-時間変化は、分散によるものであるため、塩害の直接的要因にはならない。改良型マルチング地盤においても塩害の抑制が可能であることが確認された。さらにその厚さを徐々に薄くし、マルチング層の厚さを 20cm としたところ、地盤内部での濃度上昇が見られず、塩害抑制に十分寄与することがわかった (図

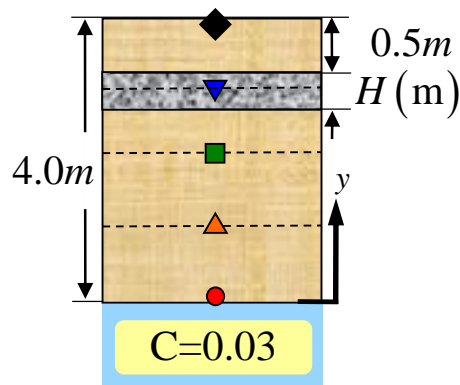


図-7.23 改良型マルチング地盤

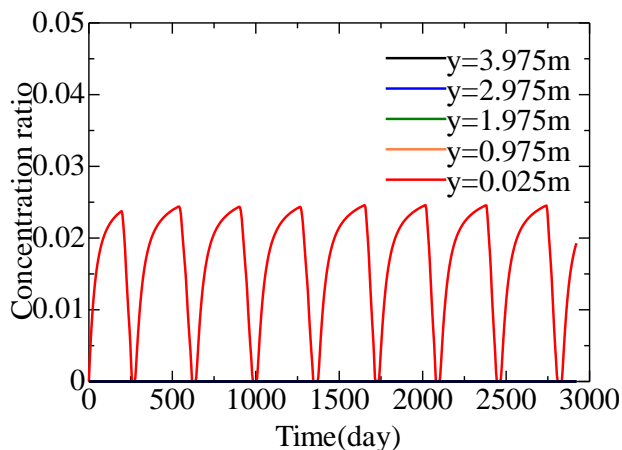


図-7.24 マルチング幅 50cm における時間-濃度変化

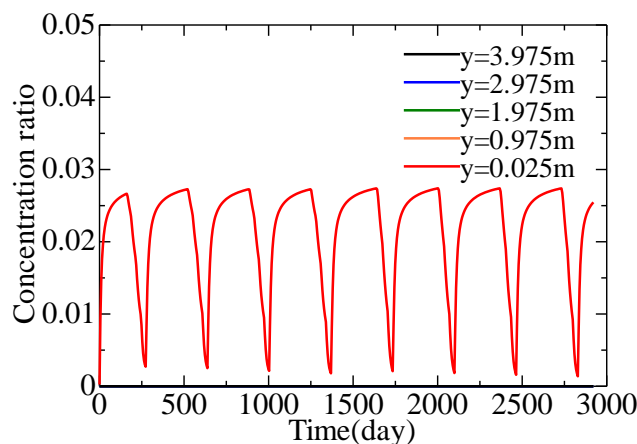


図-7.25 マルチング幅 20cm における時間-濃度変化

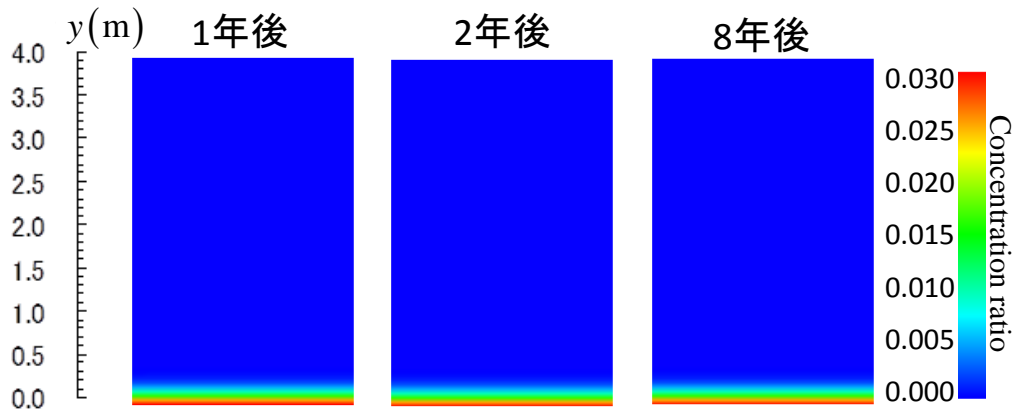


図-7.26 マルチング幅 20 cmにおける地盤内濃度分布

-7.25, 26).

図-7.27 は、改良型マルチングを行った場合の全水頭深度分布である。マルチング材の層を境に、上下の水の流れが断たれているのが分かる。マルチング層上部では、乾湿の影響を受け大きく水頭が変化している。これは、不飽和透水係数が有効飽和度に依存することが原因である。図-7.28 は、マルチング層の飽和度変化であるが、地表面に設定する場合ほどではないものの、飽和度は低く保たれている。図-7.29 は、マルチング材の不飽和透水係数～飽和度関係であるが、乾季にはかなり透水係数が低下することが分かる。つまり、改良型マルチングの場合は、不飽和透水係数の低下により水の流れを断つことで塩害抑制に貢献することが分かる。

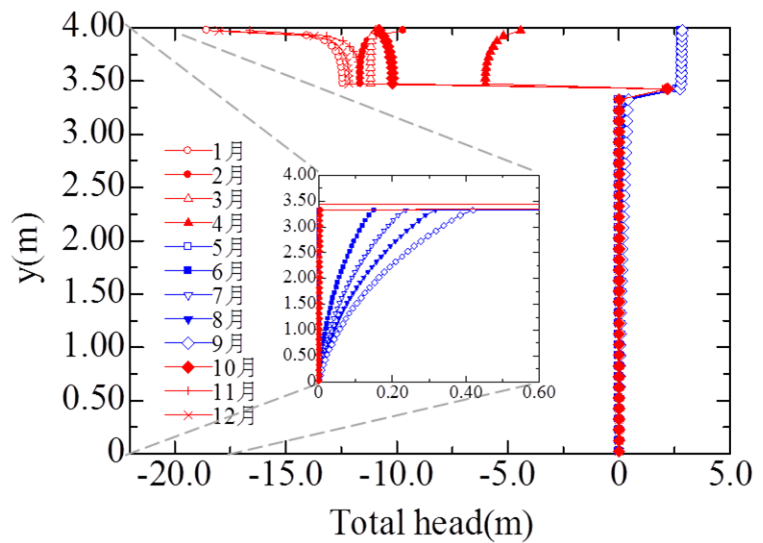


図-7.27 改良型マルチングによる全水頭の様子

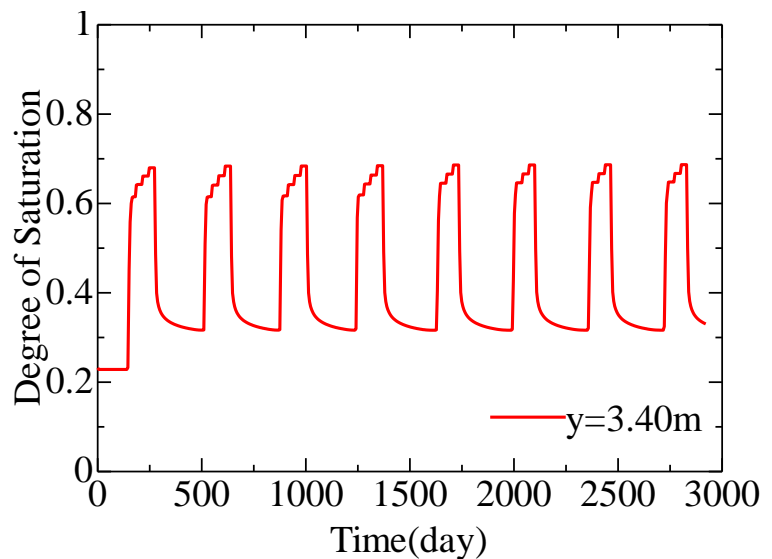


図-7.28 マルチング要素の飽和度変化比較

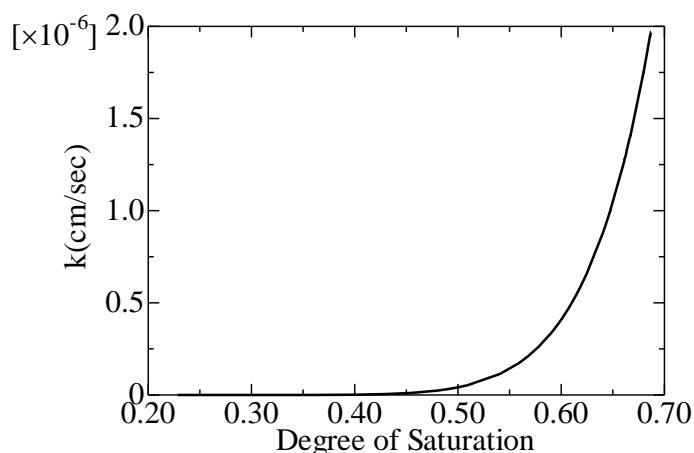


図-7.29 マルチング試料の不飽和透水係数

上述のようにマルチング，改良型マルチングという2つの手法によって塩害抑制が可能であることがわかった．またその効果は地盤改良に用いる土の水分特性に大きく依存することがわかった．以下にその要因とメカニズムをまとめる．

- マルチング試料の水分特性が地盤内に多くの水分量を保持できず，低サクシオン域であっても飽和度が低くなる性質を持っていた．そのため，今回，想定した位置ではマルチング試料の飽和度が低く保たれることになった．
- マルチングを行った場合，地表面に設置したマルチング試料が，飽和度が残留飽和度に漸近する．そして地表面での実蒸発量が著しく減少し，結果的に，地表面において降雨量が実蒸発量を常に上回る．そのため透水が常に鉛直下向きに発生し，塩類の移流が生じない．
- 改良型マルチングを行った場合，マルチング試料の水分特性から，不飽和透水係数が非常に低くなる．そのため，マルチング層に遮水域が形成され，マルチング層以下の地盤が地表面における蒸発の影響を受けなくなった．その結果，下部シルト層において鉛直上向きの透水が起こり得ず，塩害が生じなかった．

また，佐伯<sup>14)</sup>は，ライシメータを用いた模型地盤実験により，マルチング，改良型マルチングの効果を実際に確認しており，異種材料をマルチング，改良型マルチングのように組み合わせて配することで地盤からの蒸発量を軽減することが可能であることを示しており，定性的にしか示されていないその効果に物理学的意味付けを加えている．

## 7.5 二次元場における塩害抑制手法の検討

マルチング，改良型マルチング地盤において塩害抑制効果が期待できることがわかった．さらに，ここではマルチング試料を地盤に様々な形で配した2次元的な層構成を考え，各手法により塩害抑制が可能にならないか検討を行う．

### 7.5.1 マルチング系

マルチング系の地盤改良手法として，地表面の一部をマルチング試料で覆う地盤改良を考える．まず，マルチング層厚を10cmとし，地表面の大部分（88%）を覆った場合（図-7.30），地盤内の塩分濃度上昇が見られず，マルチング地盤の間隔は風化による剥離等により多少裸地が存在しても，その機能は保たれ，塩害抑制効果は保たれることがわかった（図-7.31）．

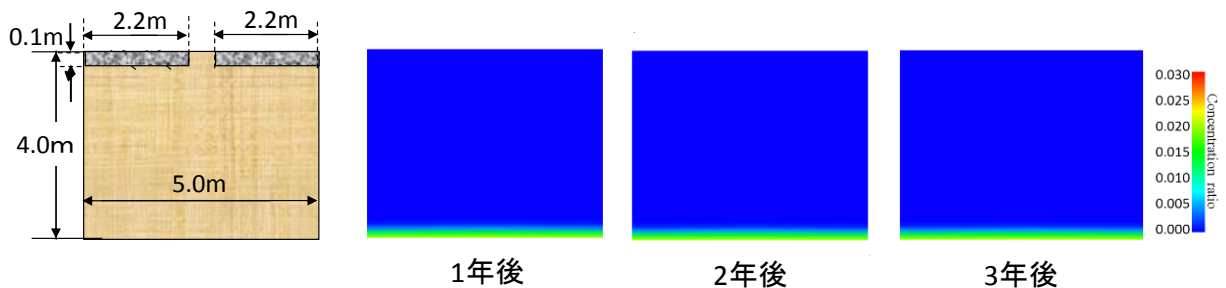


図-7.30 二次元地盤改良①

図-7.31 地盤内時間濃度変化

一方，地表面の一部（12%）をマルチング試料で覆った場合（図-7.32），地盤改良を全く施していない地盤に比べ塩類上昇スピードを抑えることができるものの，マルチング試料で覆われた領域が少ないために地表面からの蒸発量を抑える効果は低下し，結果的に塩類上昇は抑えることができず，塩害抑制は不可能であることがわかった（図-7.33）．

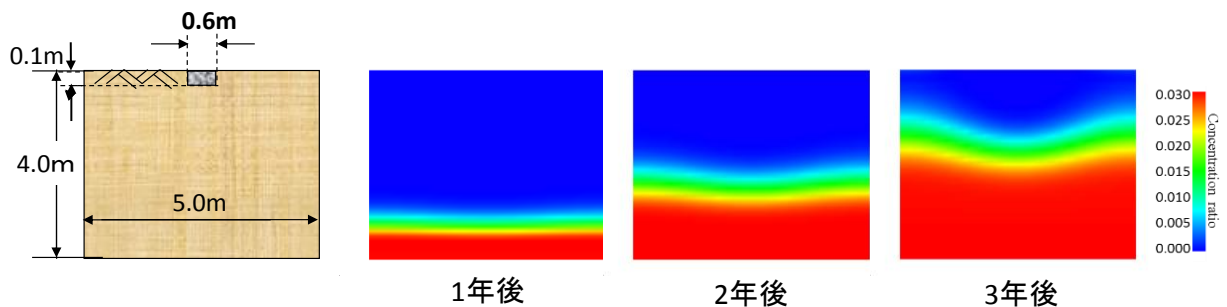


図-7.32 二次元地盤改良②

図-7.33 地盤内時間濃度変化

### 7.5.2 改良型マルチング系

改良型マルチング系の地盤改良として、地下 50cm に 20cm 厚のマルチング試料を敷設することを考える。

$3.3\text{m} \leq y \leq 3.5\text{m}$  にマルチング試料を敷設することを考えた場合 (図-7.34, 36)、地表面の蒸発力を受けた地盤内の塩類はマルチング試料の占有している領域を避けるように上昇する。そして、マルチング試料の隙間のシルト試料を通して運ばれた塩類はシルトのみで構成された地盤より早期に地表面に達してしまう (図-7.35, 37)。これは、マルチング試料を地盤内に敷設したことにより地表面からの蒸発力がマルチング地盤の“破れ”となったシルト部に集中的に働く結果となったためであると考えられる。そして、地盤上部に達した塩類は気候条件と分散の影響を受けて汚染範囲を拡大することになる。

そのため、改良型マルチング地盤により塩害の抑制を検討する際には、地盤にマルチング試料を破れなく敷設することが極めて重要であることがわかる。

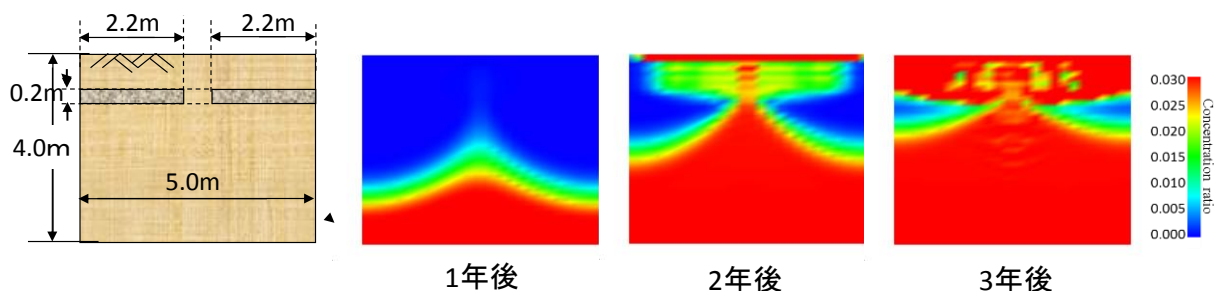


図-7.34 二次元地盤改良③

図-7.35 地盤内時間濃度変化

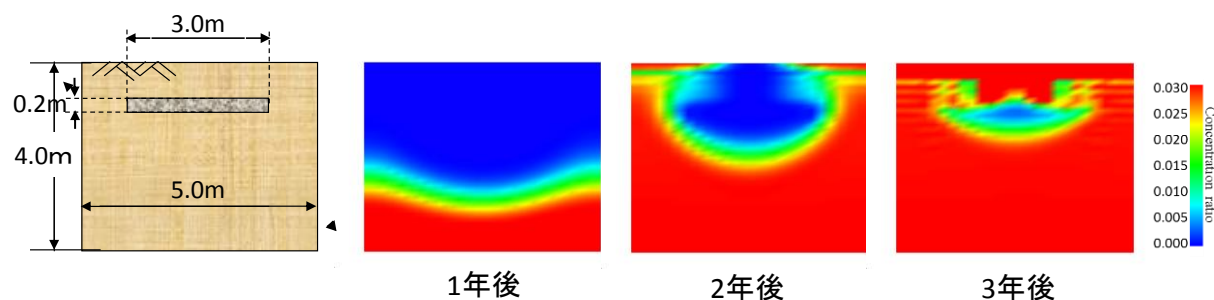


図-7.36 二次元地盤改良④

図-7.37 地盤内時間濃度変化

### 7.6 地盤浄化手法の検討

前項までに塩害発生メカニズム，塩害抑制手法の検討を行った．一方ですでに塩害によって不毛化している地盤も多い．ここでは，そのように既に塩害を受けた地盤の浄化手法をフラッシングという人工注水手法により検討する．

#### <フラッシング>

水収支による流下方向の水量を増加させれば，上昇した塩分を押し下げることが可能である．このように浄化目的で人工的に給水することをフラッシングと呼ぶ（図-7.38）．

ここでは，すでに塩害を生じた地盤（塩類集積シミュレーションで8年経過）を想定し，降雨・蒸発の影響を考慮せず， $0.01\text{m}^3/\text{m}^2\cdot\text{day}$ （10mm/dayの降雨に相当）の水を定常的に与えた．図-7.39にフラッシングを開始してからの濃度比分布を示す．塩分が流下し，地

表面から浄化されていく様子が伺える．

図-7.40は，深度毎の濃度比変化である．

地表面に析出していた塩分を溶解しながら

らの浄化なので，高濃度の領域が徐々に下方に移動していくのが分かる．フラッシング開始から180日で地下水位近くの地盤までのフラッシングが完了することから，この地盤は気候条件を考慮に入れなければ， $0.01\text{m}^3/\text{m}^2\cdot\text{day}\times 180\text{day}=1.80\text{m}^3/\text{m}^2$ の水によって地盤の再生が可能であると言える．

大量の水をフラッシングに利用す

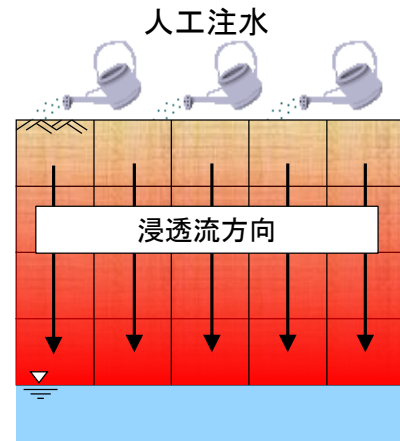


図-7.38 フラッシング概念図

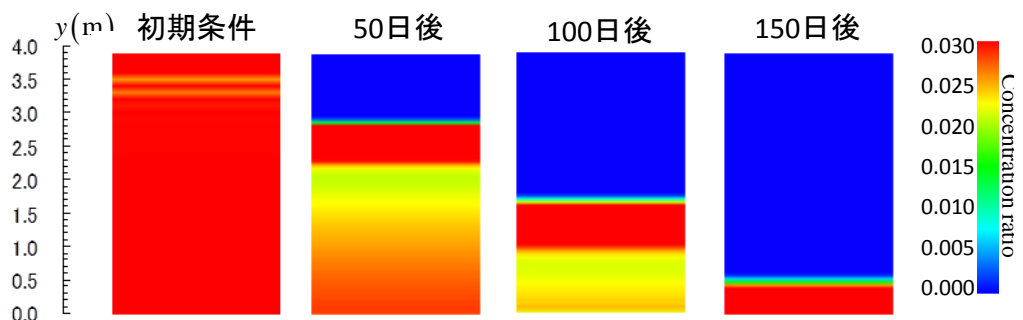


図-7.39 フラッシングによる地盤内濃度低下

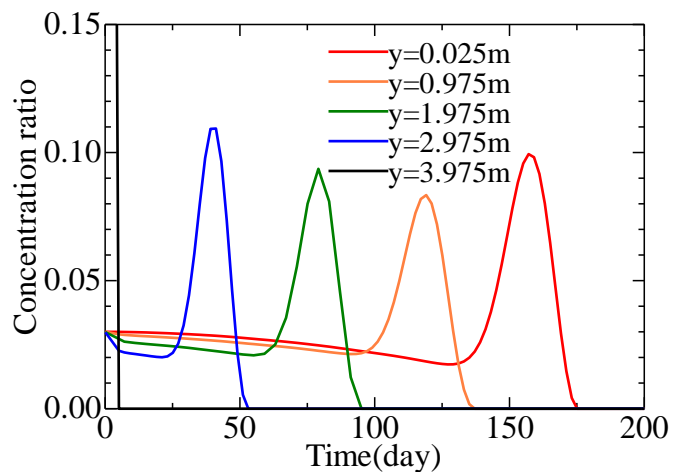


図-7.40 フラッシング時の濃度比変化

れば塩害地盤の再生が可能なのは推察できる。ここでは、気候条件を考慮に入れ、年間の利用可能給水量を年間  $0.90\text{m}^3/\text{m}^2$  と制限し、シミュレーションによって最適な給水頻度を模索した。

まず、フラッシングに使用できる水の量  $0.90\text{m}^3/\text{m}^2$  を特定の時期に集中的に使用するケース（ここでは1年の最初の31日間に行った）（図-7.41）と、その量を365日で等配分し毎日定量的に使用するケース（図-7.42）で比較を行った。

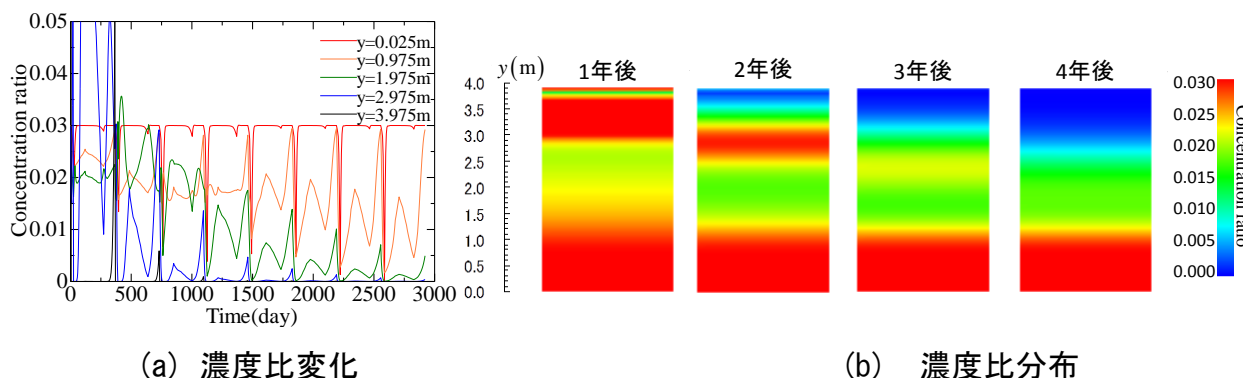


図-4.41 集中的に給水した場合の解析結果

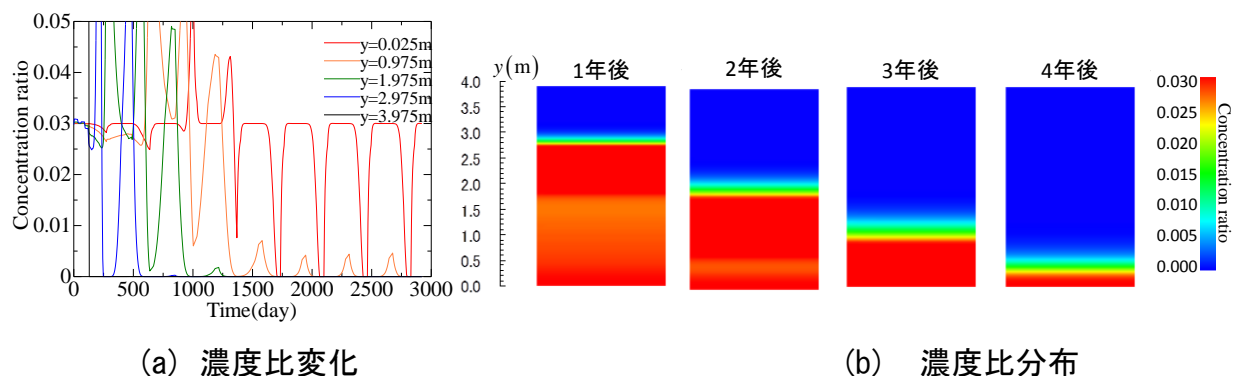


図-4.42 均等に分散させて給水した場合の解析結果

図-7.41, 42 から、集中してフラッシングを行うより、その量を分散させて定期的に行う方が、季節による濃度上昇の影響が少なく、効果が高いことが伺える。更に、入力した気候条件を見ると（図-7.9）、乾季に降水量がすくなく、この時期の蒸発量の影響を受け塩類は地盤上方へ移動することがうかがえる。そこで、フラッシングを分散させる時期を、乾季に限定した（図-7.43）ところ、最も効果があった。

これらのことから一定量の水をフラッシングに用いることができる場合、可能蒸発量に比べ降雨の割合が少ない乾季に給水を行い、地盤内に常に鉛直下向きの動水勾配を発生させることが最も望ましいと言える。

また、気候条件（図-7.9）を見ると乾季（1~4月、10~12月）には可能蒸発量が降雨量より年間合計  $800\text{mm}$  多いことがわかる。そのため、乾季に最低  $800\text{mm}$  の純水が用意



できれば、塩害地盤を確実に浄化できることがわかる。また、雨季（5～9月）に生じている余剰降雨（降雨量-可能蒸発量の合計）は200mmに上り、この余剰降雨を貯水し、降雨の少ない乾季に散水することで塩害の被害を遅延させることができる。また以上の検討結果から、この地域は600mmの人工放水を効率的に行うことで塩害を食い止めることができるという。また、この600mmという値は総可能蒸発量と総降雨量の差と一致し、塩害の地域により、総可能蒸発量と総降雨量の差を埋め合わせるように効率的に散水を行うことができれば塩害の被害を抑制することができるといえる。

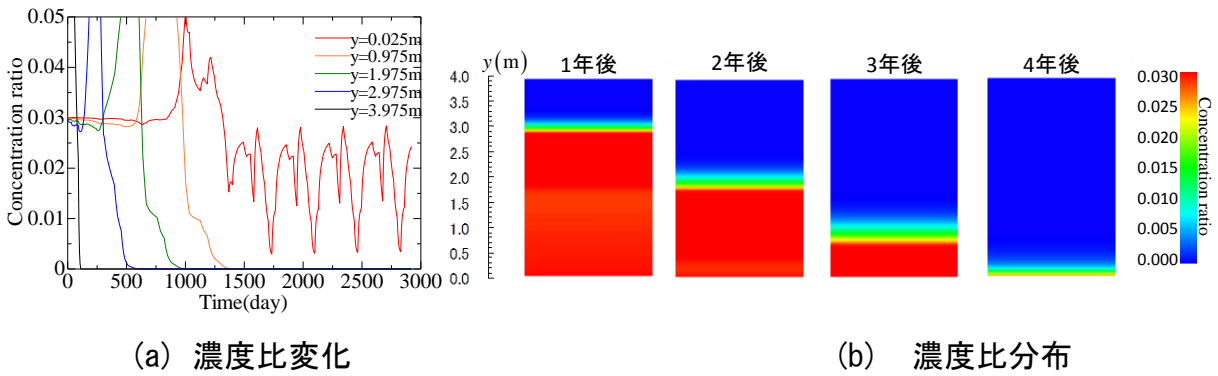


図-4.43 乾季に給水した場合の解析結果

参考文献

- 1) 遠藤勲・安部征雄・小島紀徳：沙漠工学，森北出版株式会社，1998.
- 2) Thirapong, S., 飯塚敦，河井克之：タイ東北部の塩害調査と「ジグソー・ピース作戦」，土と基礎，55(3)，pp.22-24，2007.
- 3) 野村瞬，河井克之，大野進太郎，Thirapong Pipatongsa，橘伸也，金澤伸一，飯塚敦：気候条件に伴う塩害の被害及び対策，第44回地盤工学研究発表会講演集，横浜，2009.
- 4) 河井克之，野村瞬，大野進太郎，Thirapong Pipatongsa，橘伸也，金澤伸一，飯塚敦：耐塩害性地盤構造及び塩害地盤浄化手法の検討，応用力学論文集，土木学会，Vol.12，pp.421-428. 2009.
- 5) Nomura, S., Kawai, K., Iizuka, A., Ohno, S., Thirapong, P., Tachibana, S. and Kanazawa, S.: Study of stratification resistant to salt damage, 5<sup>th</sup> international conference unsaturated soils, Barcelona, pp1133-1139. 2010.
- 6) Iizuka, A., Kawai, K., Nomura, S., Ohno, S. and Tachibana, S.: The Role of Unsaturated Geomechanics in Desertification due to Salt Damage, 5<sup>th</sup> Asia-Pacific Conference on unsaturated soils, Pattaya Thailand, pp.31-44, 2011.
- 7) Iizuka, A., Kawai, K. and Nomura, S.: Salt damage mechanism in northeastern Thailand and repair methods, The 4th Central Asian Geotechnical Symposium: Geo-Engineering for Construction and Conservation of Cultural Heritage and Historical Sites - Challenges and Solutions - , Samarkand, Uzbekistan, 2012.
- 8) 赤井浩一，田村健：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文報告集，第269号，pp.95-104，1978.
- 9) 藤川和彦，飯塚敦，河井克之，ティラポン・ピパットパンサー：物質移動を考慮した不飽和土/水連成問題の数値モデルと有限要素解析手法，応用力学論文集，Vol.9，pp.377-384，2006.
- 10) Penman, H.L. : Natural evapotranspiration from open water, bare soil and grass, Proc. Roy. Soc. London, A193, pp.120-146, 1948.
- 11) Larcher, W. , 佐伯敏郎: 植物生態生理学，シュプリンガー・フェアラーク，1999.
- 12) 森田茂紀，菅徹也，山崎耕宇：水稻における根長密度と収穫の関係，日本作物学会，57(3)，pp.438-443，1988.
- 13) 小柳敦: 深さの定量化による作物根系の新しいとらえかた，日本作物学会，67(1)，3-10，1998.
- 14) 佐伯拓也：地表面蒸発散量への水分保持特性の影響，神戸大学大学院工学研究

第7章 タイ東北部における塩害と塩害抑制・地盤浄化手法の検討

科，修士論文，2010.

## 第8章 東日本大震災による土壌汚染と「希望の松」保護に向けた取り組み

### 8.1 東日本大震災と土壌汚染被害

2011年3月11日に発生した東日本大震災<sup>1)</sup>は、自然災害の恐ろしさを人々に再認識させるに至っている。

特に同日14時46分に三陸海岸沖で発生した東北地方太平洋沖地震における被害は甚大なものであり、同地震により発生した大津波は東北から関東地方の太平洋沿岸部の広範囲に壊滅的な被害をもたらした(図-8.1<sup>2)</sup>)、今なお復興作業が続けられている<sup>3)</sup>。

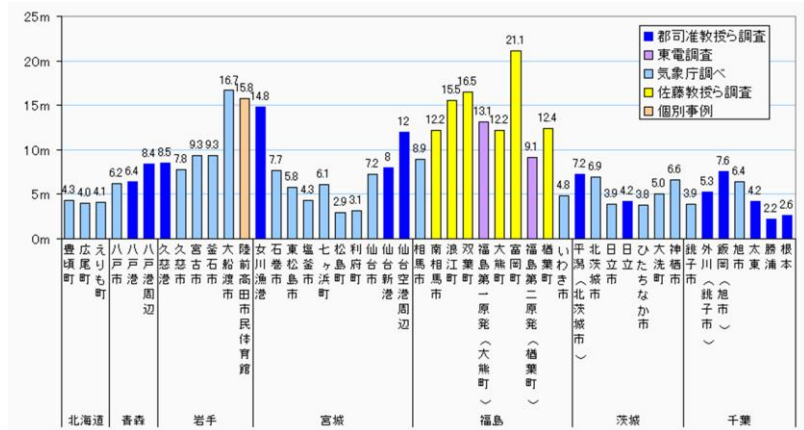


図-8.1 東日本大震災で観測された津波高さ<sup>2)</sup>

農水省の報告によると、津波や地盤沈下に伴い2万3000ha以上の農地に海水が浸入し、被害を受けたとされている<sup>4)</sup>。一般的に植物の塩分耐性限界は海水の塩分濃度(質量百分率で3.0%程度)<sup>5)</sup>より十分に低く、海水によって運ばれた塩分は地盤表面に留まり、長期にわたって植生、地域の農耕作に多大なる影響を与えることが危惧される。

また、海浜部のコンビナート等の工業施設も被災したことから、有害重金属漏出などによる土壌汚染により、現地で作業に従事する被災民やボランティアなど、人々へ健康被害を及ぼすことが懸念された。

また、海浜部のコンビナート等の工業施設も被災したことから、有害重金属漏出などによる土壌汚染により、現地で作業に従事する被災民やボランティアなど、人々へ健康被害を及ぼすことが懸念された。

#### 8.1.1 震災被害および調査概要・調査結果

図-8.2に震源地と仙台の位置関係を示す。さらに、図-8.3にNPO法人「有害化学物質削減ネットワーク」によってまとめられた東日本大震災による津波被害地の有害物質排出移動登録(PRTR)届出対象事業所<sup>6)</sup>を図-8.2の赤枠線内に関してプロットしたものを示す。宮城県内沿岸部には、石油化学系物質が扱われている地域が点在しており、震災によりそれらの工場、営業所が被害を受けていることが危惧された。

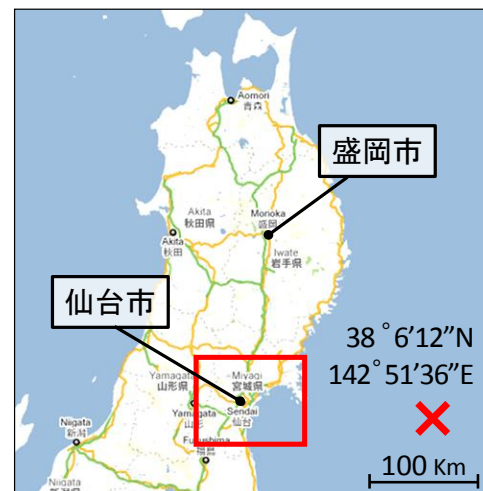


図-8.2 東北地方と震源地

津波にもたらされた塩類による地盤塩害化の被害、有害重金属による土壌汚染状況を把握するため、震災以後現地において土壌被害調査を行った。震災から一カ月後の2011年4月17日から19日に実施された予備調査に基づき、第1回調査を同年23年4月29日から5月1日に、第2回調査を5月13から15日にかけて実施し、現地地盤の試料採取を行った。

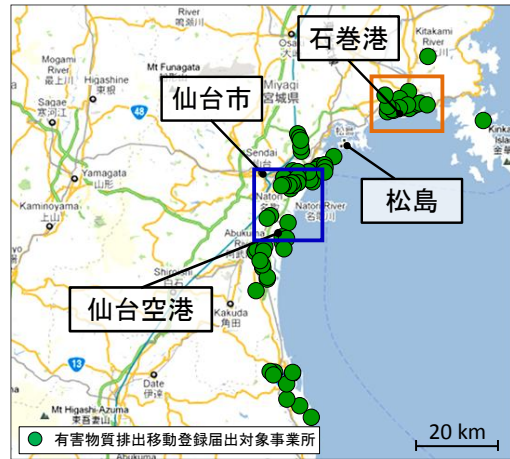


図-8.3 宮城県内 PRTR 届出対象事業所<sup>1)</sup>

図-8.4, 5 に土壌試料の採集を行った仙台

(図-8.2 青線部内) 6 地点 (A~F) と石巻 (図-8.2 茶線部内) 6 地点 (G~L) の所在地を示す。加えて、表-8.1 に各地点の特徴を列記する。また、図-8.4, 5 内の桃色部は海水の浸水範囲<sup>7)</sup>を表しており試料採取は津波浸水域内で行った。以降に地盤塩害調査結果、化学物質による土壌汚染の調査結果についてそれぞれまとめる。

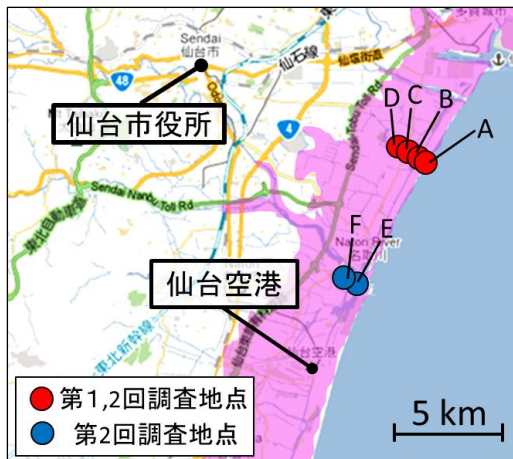


図-8.4 仙台試料採取地点



図-8.5 石巻試料採取地点

表-8.1 各試料採取地点の特徴

仙台		石巻	
地点 A	最沿岸部, 耕作地跡	地点 G	コンビナート裏, 路肩
地点 B	沿岸部, 耕作地跡	地点 H	コンビナート裏, 住宅地入口
地点 C	内陸部, 耕作地跡	地点 I	コンビナート裏, 住宅地内部
地点 D	内陸部, 耕作地跡	地点 J	橋脚桁周辺
地点 E	住宅地, グラウンド	地点 K	港湾施設内部
地点 F	住宅地, グラウンド	地点 L	工場施設遠方

### 8.1.2 地盤塩害の調査・分析<sup>8)</sup>

地盤塩害化調査のための試料採集は第 1 回調査において行われた。採取地点 A,H の様子を図-8.6,7 に、各掘削穴の様子を図-8.8,9 に示す。仙台、石巻共に内陸部への浸水の影響を把握するため、沿岸部から内陸部へ複数の地点で行った。また、深度方向の塩類浸透の影響を確認するため、試料採取は各地点において地表面（0cm）、深さ 20cm、40cm、60cm の 4 地点から行った。図-8.10,11 に各採取地点における試料の写真を示す。

仙台の試料採取地点は海に面した稲作地であった。掘削孔（図-8.8）、採取試料（図-8.10）から、津波によって運ばれてきたと考えられる黒褐色の堆積物が地表面から深さ 10 cm~20 cm 程度まで覆っていることがわかった。堆積物以深の試料は、粒径が大きく、保水性の低いものであった。また、地形が緩やかであるため、堆積物は内陸部まで入り込んでいる様子が伺えた。

一方、石巻市の試料採集は路側帯の街路樹付近(G)、内陸部の住宅地付近（図-8.7）（H,I）で行った。試料の様子（図-8.11）から堆積物、堆積物以深の試料ともに仙台の試料に比べ



図-8.6 地点 A 周辺風景



図-8.7 地点 H 周辺風景



図-8.8 地点 A 掘削孔



図-8.9 地点 H 掘削孔

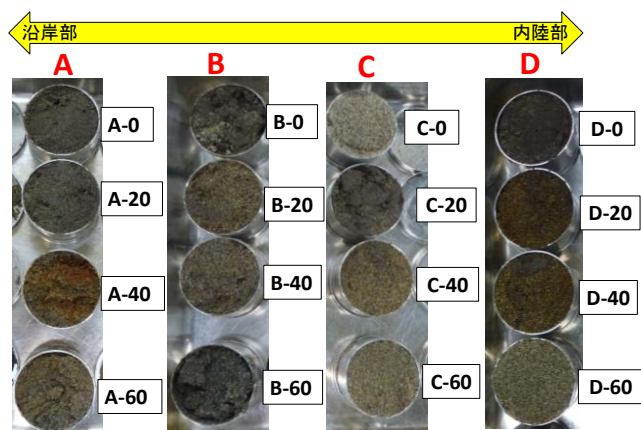


図-8.10 仙台採取試料

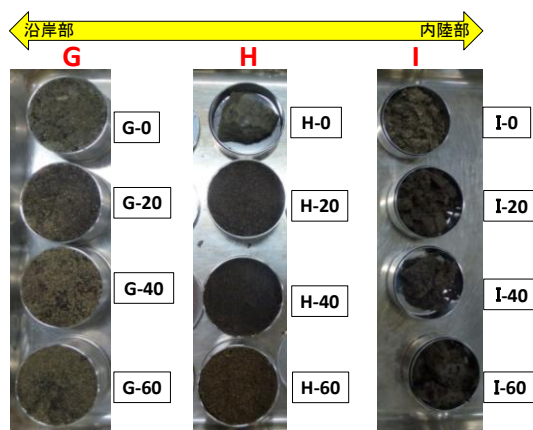


図-8.11 石巻採取試料

粒径も細かいものが多いことがわかった。地下水位も低く、地表面にはひび割れも目立っていた（図-8.7）。

採取した試料は摂氏 110℃下で 24 時間かけて炉乾燥され、乾燥重量の測定、含水比の測定が行われた。さらにプラスチック製の容器内で試料を 300ml の純水とともに浸水させ、土壤汚染対策法/平 5 環告 19 条に基づく公定法に倣い、往復振とう機（TAITEC 社製 TS-20）で 200r/min で 2 時間振とうさせた後、メモリー水塩分計（JFE アレック社製 ACTW-USB）により、濃度測定を行った。

図-8.12, 13 に各掘削地点における試料の塩分濃度、飽和度を示す。仙台地区は地点 B, D の地表面など、蒸発の影響により凝集したと考えられる局所的に高い塩分濃度が見られるものの、いずれの地点においても 40 cm 以深に塩分濃度は到達していないことがわかる（図-8.12）。また、地盤内飽和度も高く（図-8.13）、地下水位が高く保たれ、試料の粒径も比較的粗い。そのため、

地盤の分散、透水係数が高いことが予想され、塩分はすでに地下水によって十分に希釈され、地表面の高濃度の箇所を除けば、震災後の降雨等によって塩分は洗い出されており、塩害の影響を強く受けないことが考えられる。

一方、石巻地区は地表面から地下 60 cm 地点まで海水濃度に迫る濃度が分布している（図-8.12）。また仙台地区に比べ試料の粒径も細かく、飽和度も低くなっている（図-8.13）。そのため、拡散、透水係数ともに低く、塩分の移動が鈍くなっていることがうかがえる。よって、対策を講じないまま放置されると塩類の滞留は長期化し、塩害が発生することが現地調査の結果より予想された。

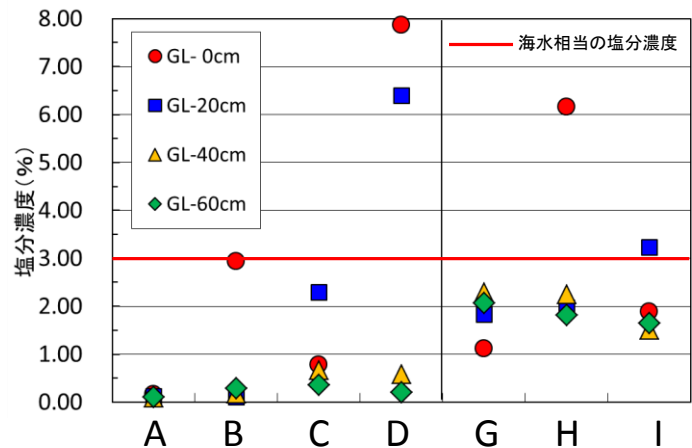


図-8.12 地盤内塩分濃度

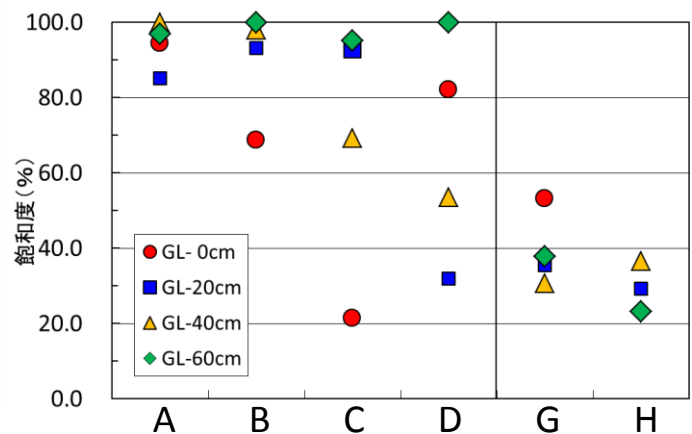


図-8.13 地盤内飽和度

### 8.1.3 地盤内塩分分布シミュレーション

地盤試料の物性による地盤塩害化の被害を検討するため、仙台・石巻の地盤試料，地盤状態を仮想し，物性の異なる両地点において，塩類がどのような傾向をもって移動したかシミュレートした。

解析領域は一軸圧縮地盤（図-8.14）を想定し，初期地下水位は地表面から深さ 1.0m の位置にあるとした。現地試料の様子（図-8.10,11）から仙台の試料は中砂試料が，石巻の試料はシルト質の試料が多く含まれていることがわかり，各試料の透水係数，分散係数，水分特性曲線を仮定した（表-8.2，図-8.15）。地表面に入力する気候条件は，仙台市の過去 30 年の気象条件<sup>9)</sup>をもとに算出し，可能蒸発量は Penman 法<sup>10)</sup>により算出した（図-8.16）。また，津波により，地盤の地表面から 25cm の領域には，海水相当の濃度 ( $c=0.1$ ) の塩類がもたらされたと仮定している。

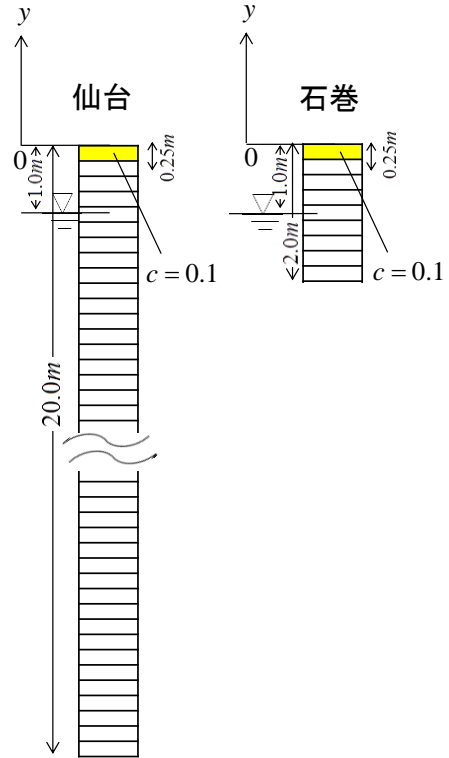


図-8.14 解析領域

図-8.17, 18 に時間経過ごとの地盤内濃度分布を示す。震災発生時からの塩類移動を検討するため，気候条件は 3 月 11 日を初期として 1 年間与えた。

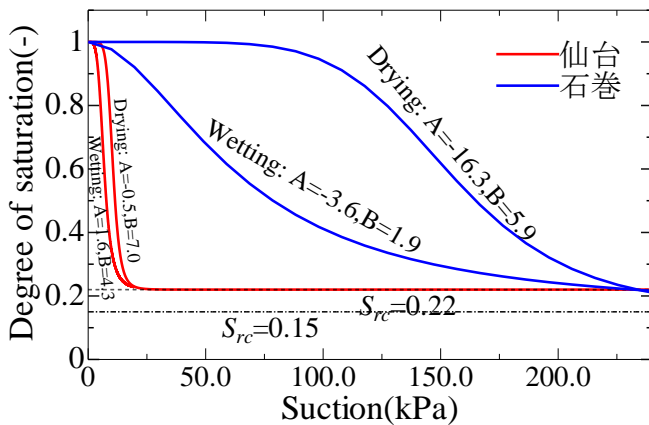


図-8.15 石巻試料水分特性

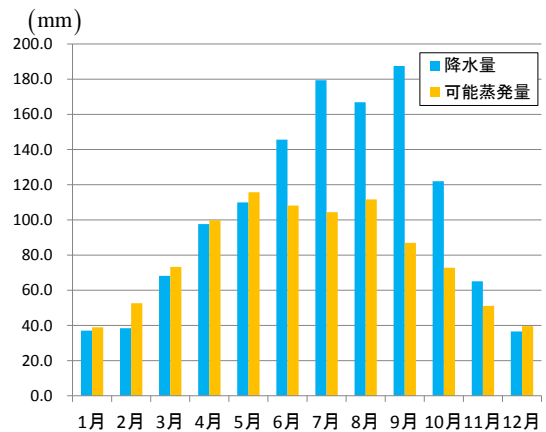


図-8.16 入力気候条件

表-8.2 解析条件，パラメータ

	解析領域	要素数	$k_v$ (m/day)	$m$ (モーレム定数)	$D$ (m <sup>2</sup> /day)	初期地表面 $S_r$
仙台	$-20.0 \leq y \leq 0.0$	40要素	$6.6 \times 10^0$	0.8	$6.6 \times 10^{-2}$	0.64
石巻	$-2.0 \leq y \leq 0.0$	40要素	$1.0 \times 10^{-2}$	0.8	$1.0 \times 10^{-4}$	0.99



図-8.17 から、仙台では震災以後地盤内の濃度は地盤下部に向けて移動し、広範囲に低い濃度で分布していることがわかる。震災から2ヶ月後以降は領域内の濃度は地表面付近に与えた初期濃度 ( $c=0.1$ ) の1/10以下に低下し、一般的な植生が生育可能な環境<sup>5)</sup>へと改善されることがわかる。

解析初期から2ヶ月間で塩類は、高い分散係数の影響を受け、地盤下部に向かって広がっていることがわかる。加えて、地表面付近では地盤が不飽和状態にあるため透水性低下する（地方面は飽和時の15%程度）ものの、6月から11月にかけては一定量の降雨がもたらされること、地表面の不飽和化により実蒸発量が減少することで、地盤には常に鉛直下向きの移流が発生する。結果的に、塩類は地盤上方へ蓄積されることなく、高い移動性を保ったまま地盤下部へ浸透し、1年後には濃度前線は深さ20mに達する。

移動性の高い地盤において、塩類は気候条件と高い分散作用の影響を強く受ける。仙台の結果からわかる通り、降雨の影響が強い地盤環境では、塩類は移流分散作用により地盤下方に流下し、特別な対策をとらなくとも、一定期間すると希釈される。特に、早急な地盤浄化が望まれる地盤では地表面に人工注水を行い、鉛直下方への移動を促進させることも可能である。一方で、降雨の影響が少なく、地盤に強い蒸発力が働くケースでは、分散により広がろうとする塩類の動きが鉛直上方への移流作用によって妨げられ、塩類の希釈が十分に進まないことが考えられる。定期的に地盤内環境の把握を行い、塩類が地盤上方へ向かう傾向が強く見られた場合、地盤を一定期間放置し、十分塩類が集

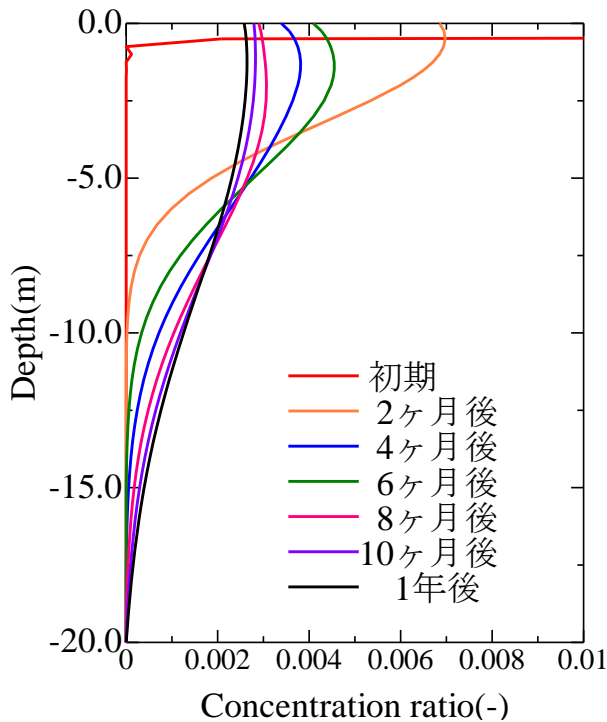


図-8.17 仙台解析結果

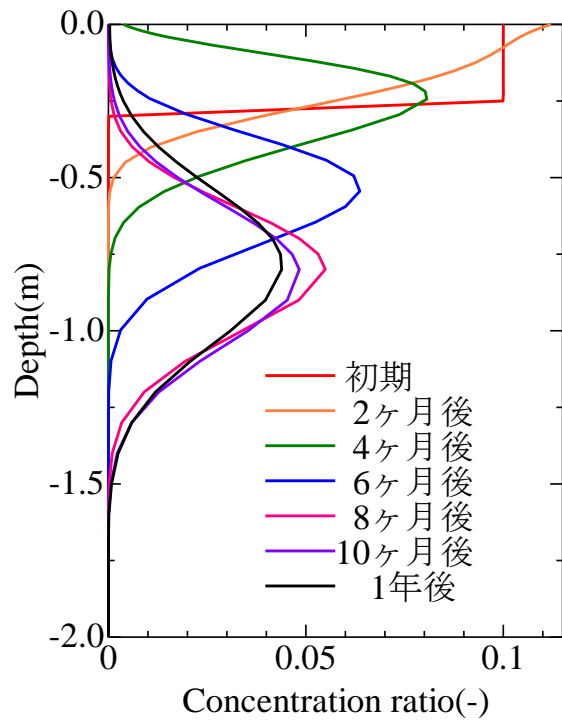


図-8.18 石巻解析結果

積した時点で薄層削剥を行い、地盤の塩類除去を行うという手法もとることができる。

一方、石巻では、仙台に比べ塩類の移動が鈍く、一定期間を経過しても地表面付近の塩類は十分に希釈されることなく、高濃度で存在していることがわかる(図-8.18)。現地調査の結果から、石巻では粒径の細かい試料が観察されたため、仙台の試料より透水係数、分散係数を低く設定している。そのため、仙台市に比べ塩類の移動性は鈍いことがわかる。また、試料の保水性が高いため、地表面の飽和度も低下せず、蒸発作用により地盤から放出される水分量が多くなり、蒸発量が降雨量を上回る時期(3~5月, 12~2月)では濃度のピーク点が鉛直上向きに移動していることがわかる。しかし、一年を通して考えると、入力した気候条件では蒸発量より降雨量の影響の方が大きくなることわかる。結果的に、塩類は非常にゆっくりであるが初期の濃度分布を徐々に崩しながら地盤内を単調に流下し1年経過時には濃度前線は地下1.5mに達する。

高濃度分布を保ったまま緩速に移動する塩類は、塩害の被害を長期化させる要因になると予想される。人工注水により地盤の動水勾配、飽和度を上昇させても元来低い透水係数の影響で塩類移動の劇的な向上は望めず、対策の効果は低い。被害の早急な解決には、地盤上面の塩類の浸透が確認できる領域を削剥することが最適であると考え。一方で、上述のように気候条件によっては、地表面付近の塩分は確実に希釈されるため、土地利用によっては地盤を放置し、塩類流下による自然の希釈を期待することも可能である。

以上のように地盤物性によって物質移動挙動に差異が生じることがわかる。被害の定量的予測、適切な対策をとるには被害の実情を把握するとともに、被害地の試料物性を得ることが重要であることが確認された。土壌物性に起因する塩類の移動性の違いは、現地調査における濃度検出結果からも見て取ることができ(図-8.12)、解析結果は実現象の傾向を定性的にとらえることができていると考える。

8.1.4 化学物質による土壤汚染被害影響調査結果<sup>11),12)</sup>

地盤内塩類含有量調査と並行して、第1回地盤調査で持ち帰った試料各100g程度を他研究機関（埼玉大学濱本研究室）に持ち込み、重金属と揮発性有機化合物の地盤内含有量の計測を行った。また、第1回調査で採取した試料が少量であったため、分析値に揺らぎが生じていることが予想された。そのため、第1回調査の裏付けをとること、さらなる被害の危険性を把握することを目的として、第2回調査が行われた。第2回調査では、仙台空港近傍（地点E,F）、石巻の港湾施設近傍（J,K）と工業施設から離れている東部地域（K）も調査対象に加えた。各地点から試料を1kg以上採取・密閉し、環境省認定の分析機関に分析を依頼した。重金属であるAs（ヒ素）、Pb（鉛）、Cd（カドミウム）、Hg（水銀）、Se（セレン）、B（ホウ素）について検出結果を図-8.19~24に示す。図-8.19~24中の赤線は土壤汚染対策法によって定められた特定有害物質の溶出量基準を示している。また、検出量が計器の限界測定量を下回ったサンプルの濃度はいずれも値無しとして0にプロットした。第2回調査の分析結果は、図中の凡例で(2)と印している。

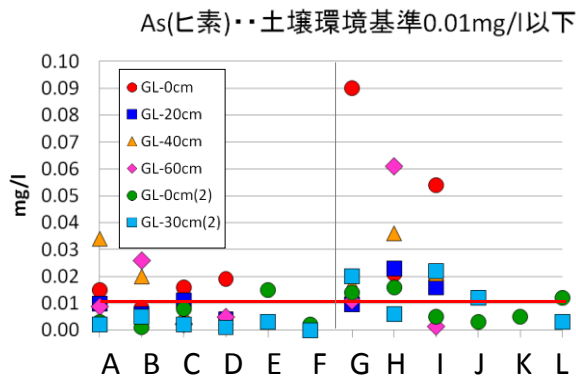


図-8.19 ヒ素 (As) の溶出分析結果

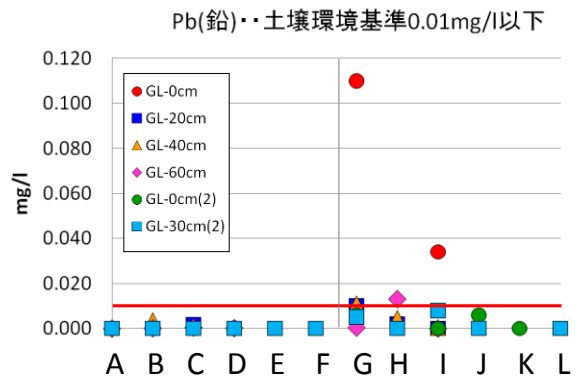


図-8.20 鉛 (Pb) の溶出分析結果

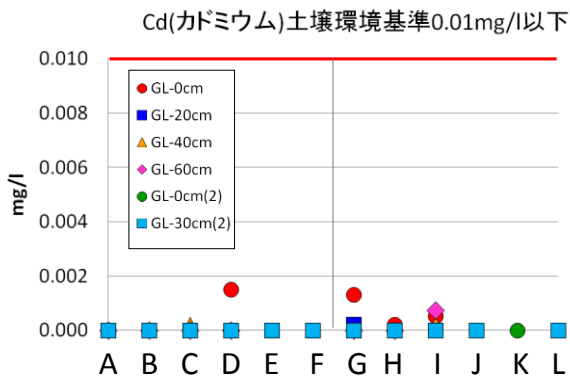


図-8.21 カドミウム (Cd) の溶出分析結果

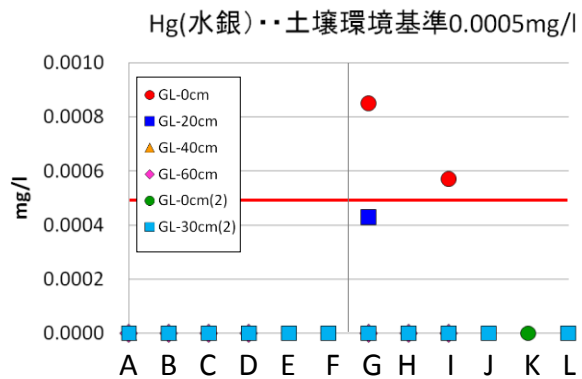


図-8.22 水銀 (Hg) の溶出分析結果

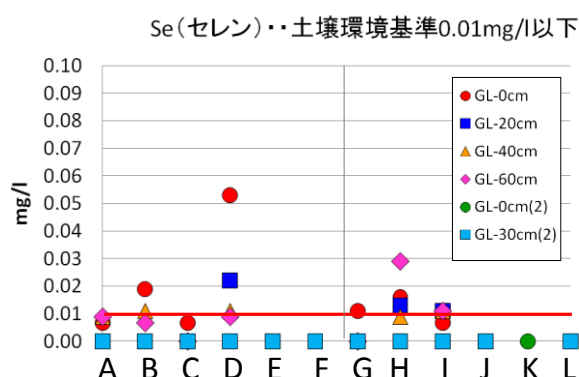


図-8.23 セレン (Se) の溶出分析結果

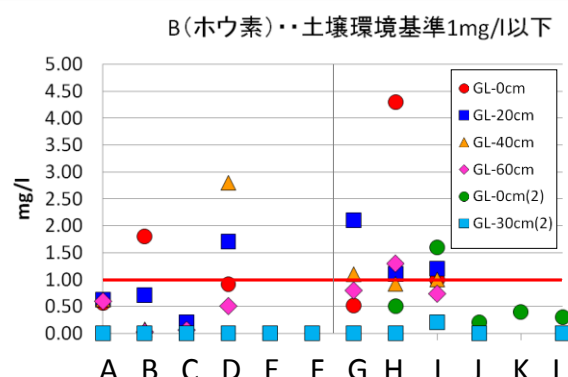


図-8.24 ホウ素 (B) の溶出分析結果

なお、いずれの地点でも揮発性有機化合物は検出されず、揮発性有機化合物による土壌汚染の被害は発生していないことがわかった。

第 1 回調査の分析結果では、地表面と深さ 20cm 地点で、基準値を超えるヒ素、セレン、ホウ素が検出された。石巻のコンビナート裏の地表面からは、基準値を超える水銀、鉛も検出された。また、ヒ素は最大で基準値の 10 倍近くである 0.09mg/l の溶出が検出された (図-8.19)。

第 2 回調査の分析結果では、第 1 回調査結果に比べて、有害重金属の検出量は減少しており、ヒ素やホウ素などが基準値を約 0.01mg/l 上回る程度である。第 1, 2 回調査の結果を比較すると、分析値に 2 倍から 10 倍程度の差があることがわかる。第 1 回調査結果が正しいとすると、大津波による被害は非常に深刻で、健康被害が懸念されることから一刻も早い対策が必要であるといえる。しかし、上述のように検査試料が少量であったため、正確に分析できているとは断定できない。第 2 回調査は、土壌汚染調査を中心に行っており、持ち帰った試料の量は分析の際に必要な量を十分満たしており、環境省認定の機関で分析を行っている。そのため、分析結果としては第 2 回調査結果に信頼性が高いと考え、以下の考察は第 2 回調査結果を基に行う。

調査地点で比較を行うと、海浜部にコンビナート等の工業施設がある地点 G~I においてヒ素や鉛、ホウ素の検出量が多い。検出量が土壌汚染対策法に定められている基準値を超過しているものも存在するが、一般的に直ちに対策が必要とされる溶出量は土壌環境基準値の 10 倍程度とされており、いずれの地点でもそのような溶出量は観察されていない。

ヒ素や鉛などは、自然由来による場合も多い。東北大学の研究グループは震災以前の 2009 年までに宮城県内の自然由来の重金属溶出マップ<sup>13)</sup>の作成を行っており、今回調査対象地点として選定した宮城県沿岸部の震災前の溶出量は、ヒ素が 0.002mg/l、鉛が

0.001mg/l 程度とされている。また、県内の約 15%がヒ素の環境基準である 0.01mg/l 程度であることが確認されている。このマップ上に第2回調査における各調査地点の地表面のヒ素の溶出量をプロットで示したものが図-8.25,26、鉛の溶出量を示したものが図-8.27,28 である。

図-8.25~28 より、震災以前も宮城県沿岸部においてヒ素と鉛は広範囲にわたって溶出が確認されていることがわかる。宮城県の地質は、長い地質時代や多様な岩種から構成されており、元来ヒ素は地殻中に広く分布している。そして、火山活動や鉱石・化石燃料の採掘過程に伴って環境に放出される。また、地殻中における鉛の含有率は決して多くないが、この地域の周辺に鉛は化合物（硫化鉛）として存在していることが知られており、ヒ素と同様に宮城県の地質の影響で自然由来の鉛の溶出が見られる。

仙台近郊について、調査地点の溶出量を震災前後で比較すると、ヒ素、鉛共に震災以後の溶出量は震災以前の溶出量と同等もしくはそれ以下のものであり、環境基準を超過

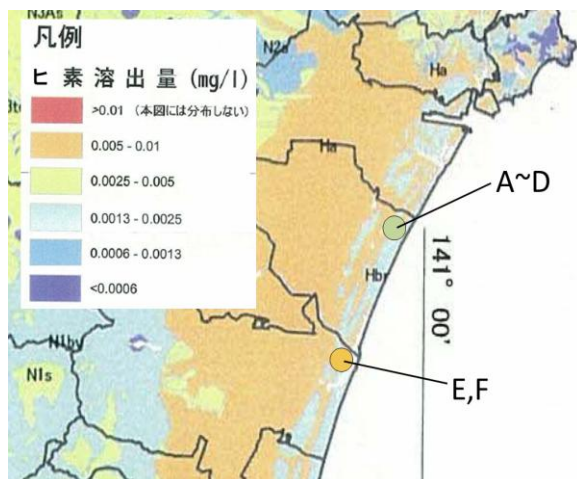


図-8.25 ヒ素の溶出量比較（仙台）

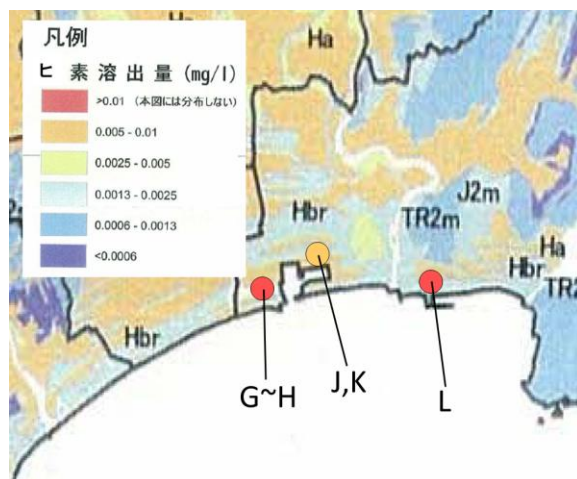


図-8.26 ヒ素の溶出量比較（石巻）

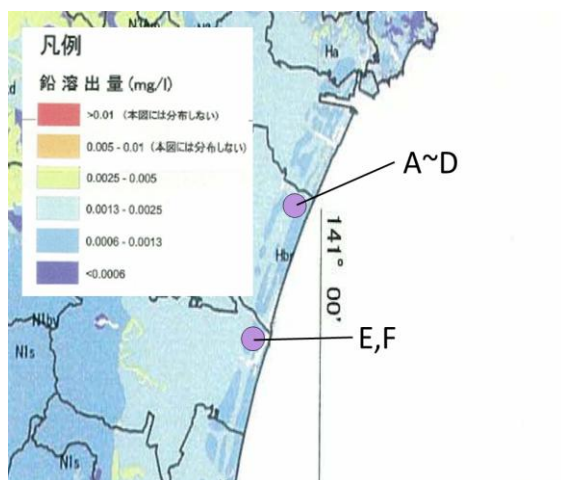


図-8.27 鉛の溶出量比較（仙台）

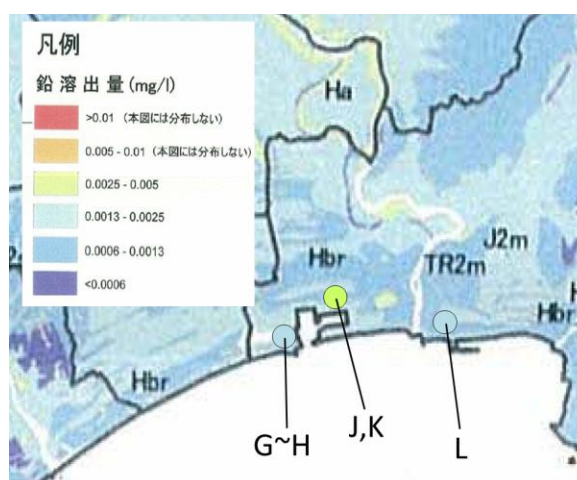


図-8.28 鉛の溶出量比較（石巻）

していないことがわかる。さらに、石巻の溶出量の比較を行うと、震災後ヒ素の溶出量が増加していることがわかる。石巻港付近には工場が多く存在し、産業活動が盛んであるため、震災により工業施設等が被災し、石巻港近郊で自然由来溶出量を僅かに超える溶出量が検出されたと考えられる。しかし、自然由来以上の溶出量は地表面でのみ確認されており、工業施設のない地点Lでもその検出が確認できることを考慮すると、崩壊したコンビナート等の工業施設から直接に汚染されたというよりも、高度成長時代に排出され、港湾や海浜部の海底に堆積、眠っていたものが、津波によって掘り起こされ、薄く広範囲に撒き散らされたものと推察される。また石巻市における鉛の溶出量は震災前後で大きな変化はなく、震災による鉛の放出はなかったと結論付ける。

その他の重金属については、ほとんどが土壤汚染基準法により定められた基準を下回るデータが得られた。

以上の調査結果から、復興作業や復興以後の社会生活に際し、十分な注意が払われていれば重金属、揮発性有害物質による土壤汚染の危険性は極めて低く、直ちに健康被害を心配することはないことが予想された。

## 8.2 陸前高田市「希望の松」保護に向けた技術提案

陸前高田市に一本松として残された「希望の松」の保護の取り組みに並行して実施した一本松被害再現シミュレーションと、その保護に向けた対策の妥当性を評価した。結果的に一本松は枯死する結果となったが、保護技術提案を目的として代替案の模索を行った。

### 8.2.1 陸前高田市「希望の松」について

岩手県南部の陸前高田市は、日本海に通じる広田湾に向けて気仙川の河川水が緩やかに流れ込む地形が形成されており（図-8.29）、震災により発生した大津波により壊滅的な被害を受けた。第1回調査で訪れた際は、海水が大量の瓦礫とともに気仙川の河道と周辺を上流部まで遡上している様子（図-8.30）が確認された。また市街に残された県立病院の窓ガラスは上階部まで割られており、その被害の甚大さがうかがえた（図-8.31）。

震災以前、陸前高田市沿岸部には、日本百景にも選定されている名勝「高田松原」に7万本の松が繁茂していた（図-8.32）。津波の被害を受けほとんど全ての松がなぎ倒されたが、その松のうち1本だけは津波の猛威に耐え、奇跡的に倒れず残った（図-8.33）。甚大な被害にもかかわらず、生

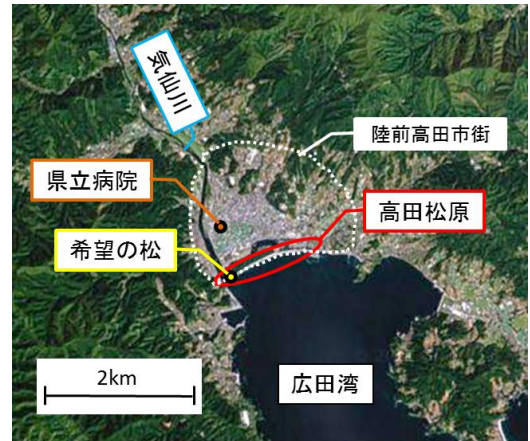


図-8.29 陸前高田市地形図



図-8.30 気仙川を遡上した瓦礫



図-8.31 被災した県立病院



図-8.32 震災前の高田の松原



図-8.33 希望の松

き残ることのできた一本松は、復興のシンボルとして「希望の松」と称され、復興のシンボルとして保護しようとする動きが高まった<sup>14)</sup>。

2011年4月29日から30日にかけて、東京農業大学チームによる現地調査が行われた。図-8.34に現地調査における一本松及び観測井戸の位置を示す。

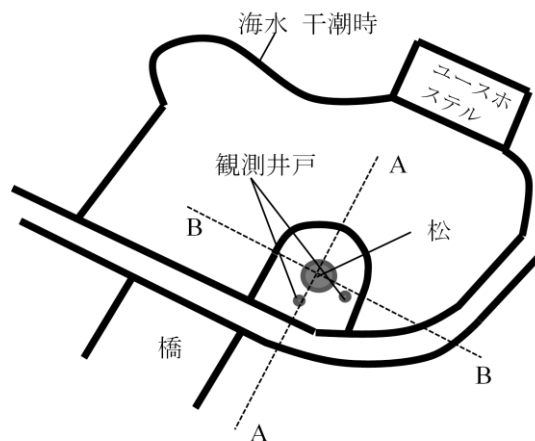


図-8.34 一本松観測井位置

調査では、松の生育地における地下水の採水・分析、松の葉部と根部の採取・分析が行われた。調査の結果、松の生存が確認

されたが、震災後当該地盤が80.0cm程度沈降したことにより海水位が松の根圏に近接し、塩分に弱い植生である一本松は、塩分濃度の上昇により枯死が予想された。

調査結果をもとに、いくつかの保護策<sup>15)</sup>が検討された。図-8.35に一本松保護策のタイムラインを示す。対策は、周辺環境の整備などの簡便なものから進められ、6月の初旬には大掛かりな対策として、海水の浸入を防ぐため松の周囲15m四方に鋼製矢板が打設され、さらに地下水位低下のため揚水も行われた。

数々の対策がなされたが、いずれの対策も震災の影響により急激に変化した地盤内環境を改善するには至らず、時間経過とともに松の枯死は進行し、昨年度末にはその保護が断念されるに至り、一本松は現在伐採され、その幹を樹脂で固め、モニュメントとして保存する準備が進められている<sup>16)</sup>。

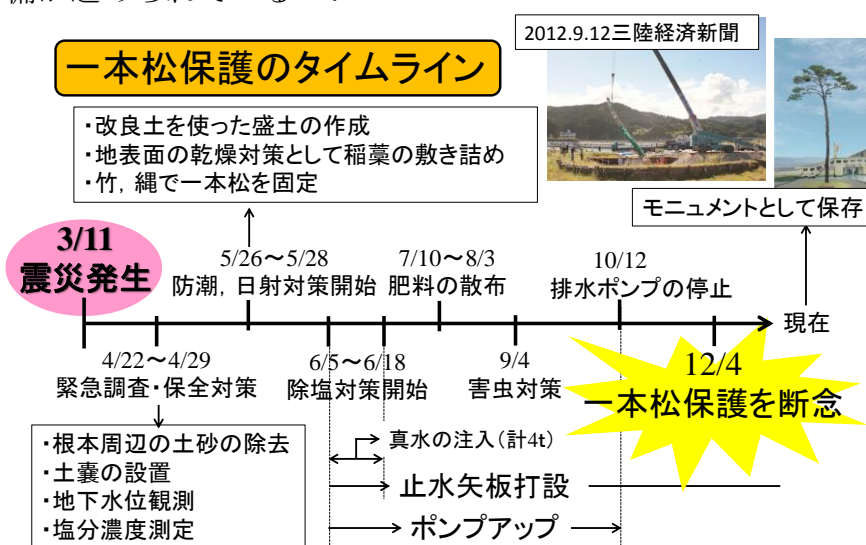


図-8.35 一本松保護対策



8.2.2 被害シミュレーション<sup>17), 18), 19)</sup>

現場調査の結果をもとに、震災直後の地盤状態を初期条件とし、土/水/空気/溶解物質連成有限要素解析コード DACSAR-MP\_ad を用い、地盤に降雨・蒸発といった気候条件及び植生の根圏による吸水作用を入力することで、地盤内環境の変化について検討を行う。

解析領域を図-8.36 に示す。解析結果が左右対称となるため、解析領域を右半分で設定した。解析条件を以下にまとめる。

解析領域：水平方向 22.5m，鉛直方向 14.0m，要素数 1410，節点数 5795

要素幅：0.5m ( $0.0m \leq x \leq 7.5m$ )，0.1m ( $7.5m < x < 7.7m$ )，  
0.3m ( $7.7m \leq x < 8.0m$ )，0.5m ( $8.0m \leq x \leq 15.0m$ )

要素高さ：0.5m ( $-14.0m \leq y \leq 0.0m$ )

変位境界：左・下端面完全固定，右端面水平方向固定

水理境界：右・下端面の全水頭  $h=-1.0(m)$ ，左端面非排水境界，上端面は流量境界

空気境界：上端面排気境界，その他の端面は非排気境界

濃度境界：下端面，右端面 ( $-14.0m \leq y \leq -5.0m$ )  $C=0.1$

初期濃度：全水頭  $h=-1.0m$  ( $-14.0m \leq y \leq 0.0m$ )

初期濃度  $c_0=0.1$  ( $-14.0m \leq y \leq -5.0m$ )，その他は  $c_0=0.0$

また時間間隔は  $\Delta t=1.0day$  を基本とし，流量の変化が大きい時期は  $\Delta t=0.1day$  とした。

地下 1.0m に地下水位が来るように水頭境界を与え，左端は非排水条件とした。上端は流量境界とし，図-8.16 と同様の仙台市の気候条件を想定した降雨量，可能蒸発量をそれぞれ下向き，上向き流量として与えた。

初期の地下水の条件に関しては明らかではないため，最善の状態つまり地盤の汚染度合いが最も小さい状態で矢板が打

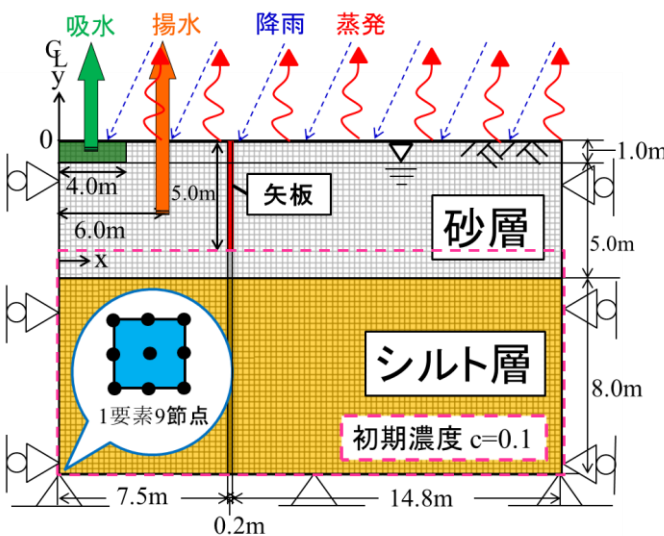


図-8.36 解析領域模式図

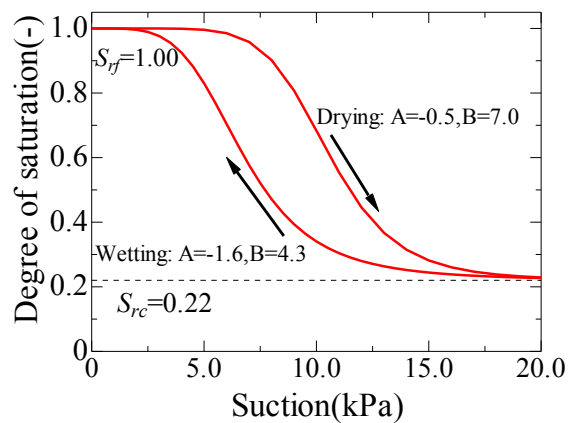


図-8.37 水分特性曲線

表-8.3 材料定数

$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu'$	$e_i$	$\gamma_t$
0.3	0.06	1.375	0.3	1	1.8

	$k_f$ (m/day)	$k_a$ (m/day)	$m$	$D$ (m <sup>2</sup> /day)
砂	$2.3 \times 10^0$	$2.3 \times 10^2$	0.8	$2.3 \times 10^{-2}$
シルト	$2.4 \times 10^{-1}$	$2.4 \times 10$		$2.4 \times 10^{-3}$
矢板	$1.0 \times 10^{-10}$	$1.0 \times 10^{-10}$		$1.0 \times 10^{-10}$

設されたとし、矢板打設深さより下方の領域が海水で満たされた状態を初期条件とし、その濃度は海水相当の  $c_0=0.1$  とした。

さらに、マツの根圏における吸水が影響を及ぼす領域として  $0.0\text{m} \leq x \leq 4.0\text{m}$ ,  $-1.0\text{m} \leq y \leq 0.0\text{m}$  の範囲に根要素<sup>20)</sup>を導入した。一本松はアカマツであり、根圏からの吸水量は蒸散量に等しいものとし、 $0.01 \text{ m}^3 / \text{m}^3 \cdot \text{day}$  とした。また、アカマツの塩分耐性限界は  $c=0.01$  である<sup>5)</sup>。

地盤材料は、現地のボーリング調査<sup>21)</sup>をもとに、地表面から地下 6.0m までを砂層、以下、地下 14.0m までをシルト層とした。試料の透水係数はクレーガー法<sup>11)</sup>により仮想した。一本松保護対策で使用された矢板は、解析の安定のために同じ材料特性で極端に低い透水係数、分散係数を与えることで設定した。図-8.37 に部分的に不飽和となる砂層の水分特性曲線を示す。解析に用いた材料パラメータを表-8.3 に、各解析ケースを表-8.4 に示す。

表-8.4 解析ケース一覧

		気候条件 降雨・蒸発	松の吸水 作用	ポンプ取水位置 ( $x, y$ )	フラッシング
CASE-1	A	×	×	×	×
	B	降雨のみ	×	×	×
	C	蒸発のみ	×	×	×
	D	降雨・蒸発	×	×	×
	E	×	○	×	×
	F	降雨・蒸発	○	×	×
CASE-2	A	降雨・蒸発	○	(5.75m, -2.00m)	×
	B	降雨・蒸発	○	(5.75m, -4.50m)	×
	C	降雨・蒸発	○	(5.75m, -8.00m)	×
CASE-3	A	降雨・蒸発	○	(5.75m, -8.00m)	$0.05\text{m}^3/\text{day}$
	B	降雨・蒸発	○	(5.75m, -8.00m)	$0.01\text{m}^3/\text{day}$

### 8.2.3 CASE1：環境因子が地盤内塩分移動に与える影響<sup>17), 18), 19)</sup>

各環境因子が地盤環境に与える影響を評価するため、気候条件を与えず、分散による塩類移動を考慮したケース (CASE1-A)、降雨の影響のみ考慮したケース (CASE1-B)、蒸発の影響のみ考慮したケース (CASE1-C)、降雨、蒸発の影響を考慮したケース (CASE1-D)、根要素の吸水作用の影響を考慮したケース (CASE1-E) それぞれの比較を行った。図-8.38 に震災が発生した 3 月 11 日から 1 年後における各ケースの地盤内濃度分布初期濃度分布とともに示す。図-8.39,40 に解析開始から半年後、1 年後の  $x=0.0m$  における深さ方向の全水頭分布を示す。また図-8.38 中黒線部は  $2.0m \leq x \leq 2.2m$  -  $5.0m \leq y \leq 0.0m$  に設定された止水矢板である。止水矢板の打設は一本松保護への機運が高まった当初から望まれており、より安全側の結果を期待して、止水矢板は解析の初期段階 (震災直後) に打設されたと仮定した。

CASE1-A では初期濃度境界 (止水矢板下端) を境に、塩分濃度が上下に分布していることがわかる。初期条件からも明らかなように地盤全体に負の濃度勾配が生じている。その結果、濃度前線は時間とともに地盤上部へ広がり、その影響を受け初期濃度境界付近の濃度が低下することになる。また、地盤中部から下部にかけて発生している濃度勾配は小さく、地盤内に動水勾配も生じておらず (図-8.39,40) 移流が発生していないため、地盤下部からの濃度流入は極めて微量であると考えられる。一方右端の濃度境界を設定した付近では、地盤上部へ向かう濃度分散の影響で大きな濃度勾配が生じており、境界を通して塩類が分散により流入していることが伺える。

CASE1-B では降雨の影響により、各月の降水量に応じて、地盤内に正の動水勾配が生じ鉛直下向きの移流が生じていることがわかる (図-8.39,40)。その結果、CASE1-A と比較すると、地盤上部への塩類移動が抑制されていることが分かる。また、矢板外部は右端の濃度境界の影響を受け地盤上部の濃度上昇が発生しているが、矢板内部では遮水性の高い矢板の影響で左端境界からの影響を受けず、濃度上昇が抑えられていることが分かる。

CASE1-C では蒸発の影響を受け、地盤内で鉛直上向きの移流が発生しており (図-8.39,40)、地盤上部において濃度上昇が生じている。強い蒸発力により、濃度前線はやがて地表面へ達し、地表面では濃度の蓄積が生じている。その結果、地表面付近では鉛直上向きの移流が生じている一方で、塩類は分散により下部へ広がっている。

CASE1-Dにおいて、地盤は気候条件として降雨と蒸発の影響を受けるが、本研究で設定した仙台市の気候（図-8.16）は蒸発より降雨の影響が大きく、地盤には正の動水勾配が生じている。地盤内上部で塩類は下向きの移流流れと地盤上部に向かう分散現象の足し合せの結果として濃度分布が表れる。結果的に今回設定した地盤条件において分散により塩類が上方へ移動する傾向の方が強くなり、CASE1-Aと比較するとその移動量は抑制されているものの、結果的に塩類は地盤上方へ移動し、移流により領域内の物質量は低下しているが、地盤上部の塩類濃度は上昇することになる。

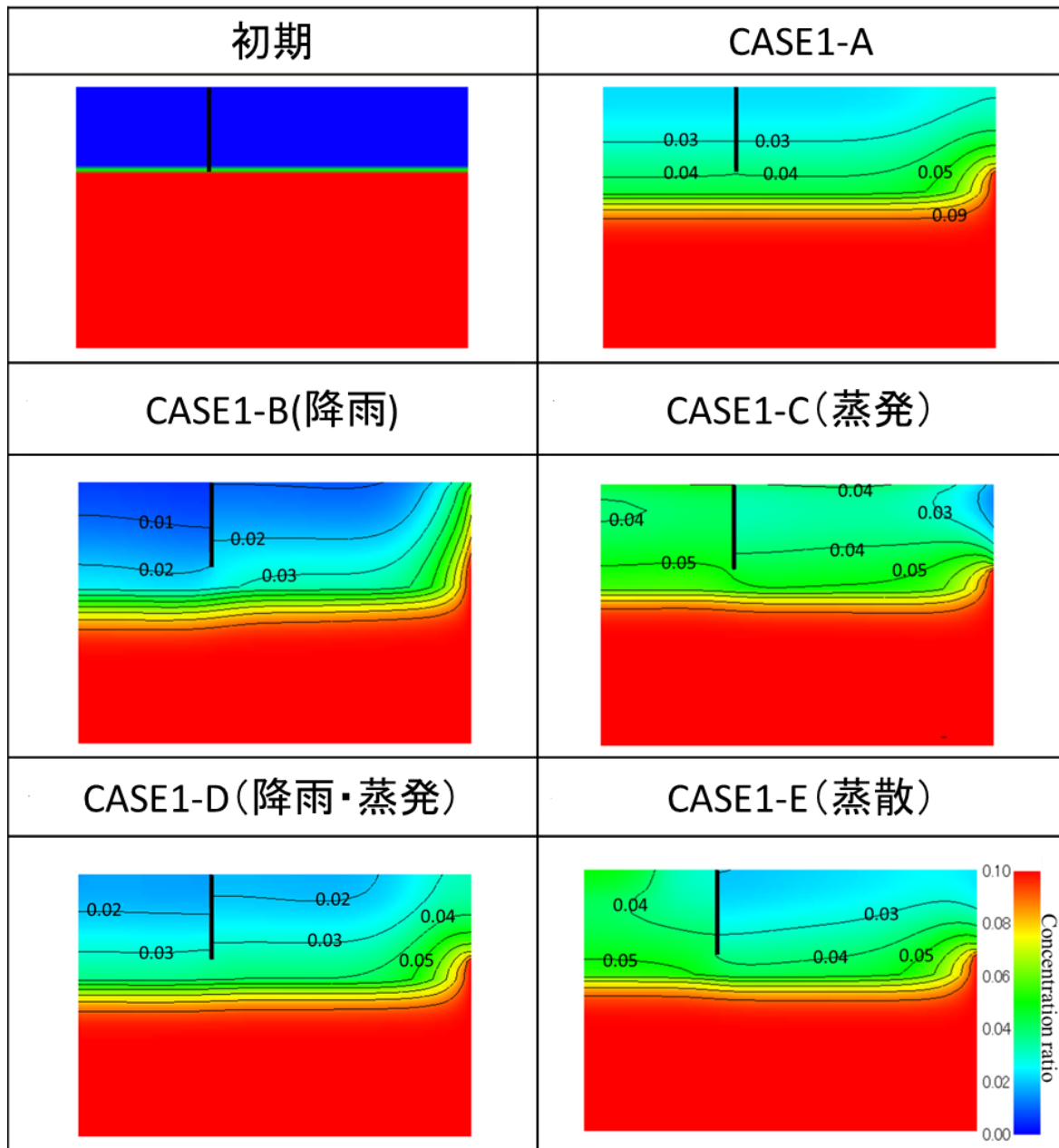


図-8.38 CASE1 環境因子による地盤内塩分濃度分布

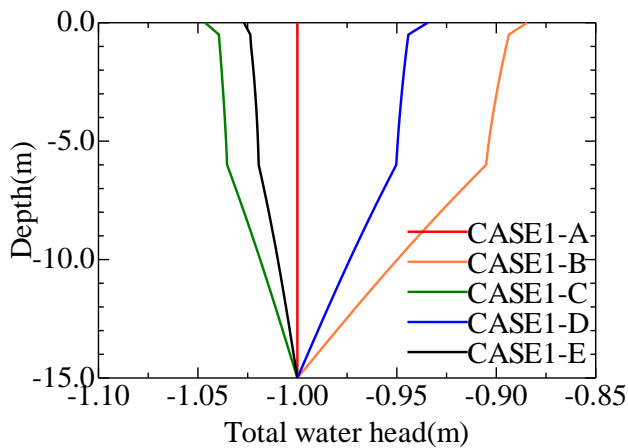


図-8.39 半年後の全水頭分布

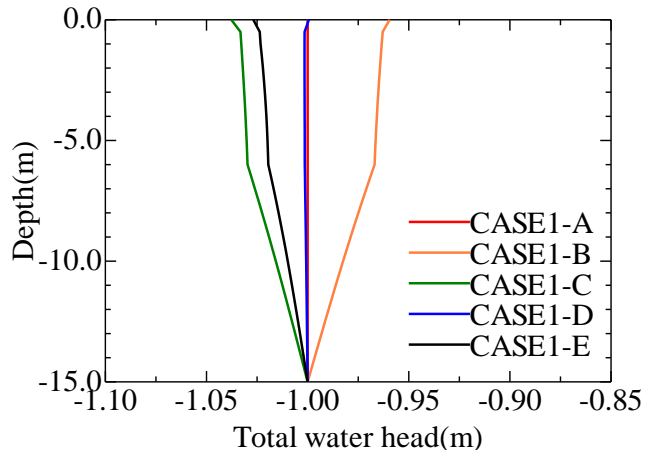


図-8.40 1年後の全水頭分布

CASE1-Eにおいて、 $0.0\text{m} \leq x \leq 4.0\text{m}$ 、 $-1.0\text{m} \leq y \leq 0.0\text{m}$ の領域に存在する根要素から吸水が行われている。そのため、全水頭分布をみると（図-8.39,40）、根要素からの吸水によりCASE1-Cほど大きくはないが、矢板内部で負の動水勾配が生じ、鉛直上向きに移流が卓越していることがわかる。また図-8.39,40は根要素の存在する地点の深さ方向の分布をみているため、吸水の影響が最も発揮されている位置であると予想できるが、単位地表面積当たりの吸水量は、領域の地表面全体にもたらされる蒸発効果より少量であることがわかる。

地表面全域にその効果が発揮される降雨や蒸発と異なり、吸水は水平方向にも行われるため、総合的な地盤内濃度上昇は蒸発のみを考慮したCASE1-Cより少なくなるが、根要素付近で局所的にその濃度上昇が大きくなる。また止水矢板の外側では根要素の影響が少なく、移流が卓越せず、濃度分布はCASE1-Aと同様分布形態になる。

図-8.41,42に全ての環境因子（降雨、蒸発、根要素の吸水作用）の影響を考慮した解析ケース（CASE1-F）における、3ヶ月ごとの地盤内濃度分布、 $x=0.0\text{m}$ の全水頭分布を示す。図-8.41より、時間経過とともに地盤上部における濃度は上昇していることがわかる。図-8.42をみると気候条件（図-8.16）に応じて季節ごとに動水勾配の正負が変化していることがわかる。根要素による吸水の影響を受けない止水矢板外部ではCASE1-Dと同様の現象により地盤内の濃度は徐々に上方へ移動することがわかる。また、矢板内部では気候条件と根要素の吸水の影響同時に受け、結果的に根要素の存在する左端上部においてその濃度が特に上昇することがわかる。6ヶ月経過後には根要素の中心で松の耐性限界（ $c=0.01$ ）を上回り図-8.41、地盤上部の塩分濃度はその後も単調増加することから、一本松の枯死が予想できる。

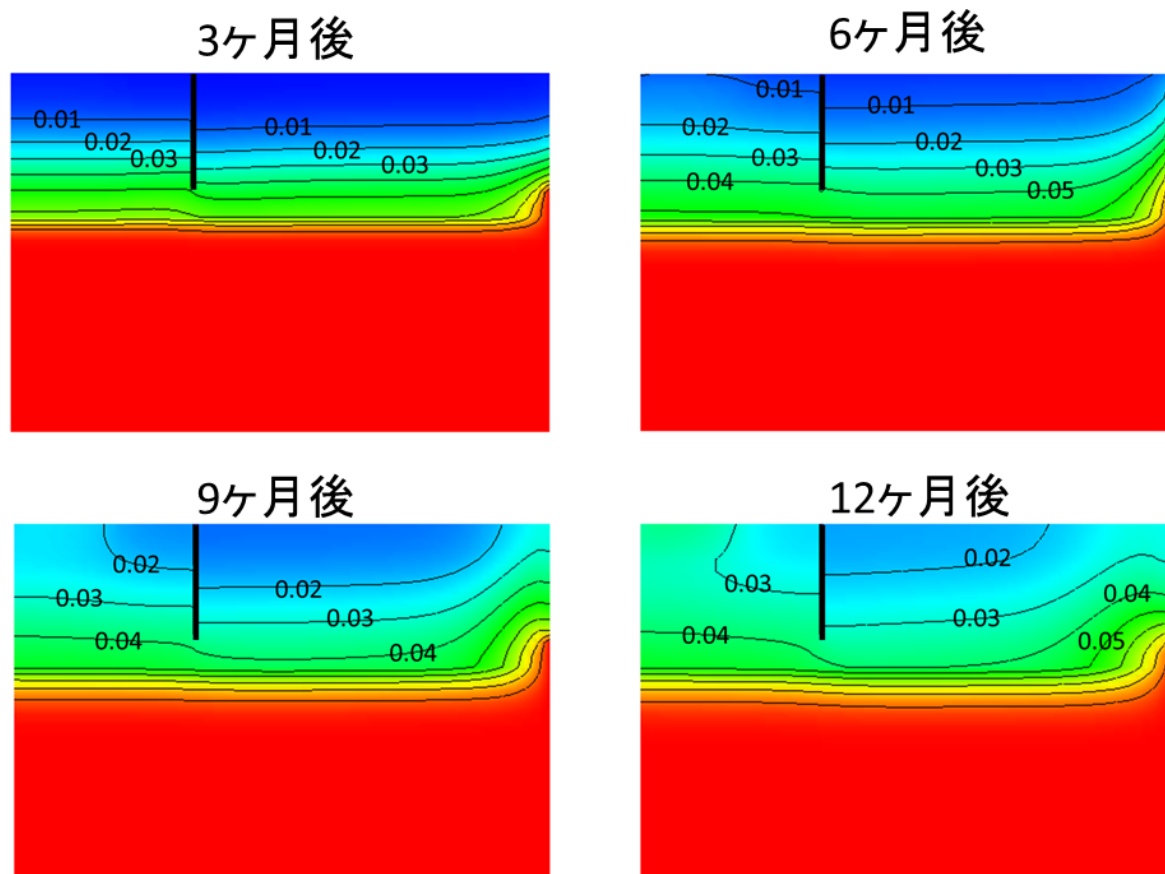


図-8.41 自然条件 (CASE1-F) における地盤内濃度変化

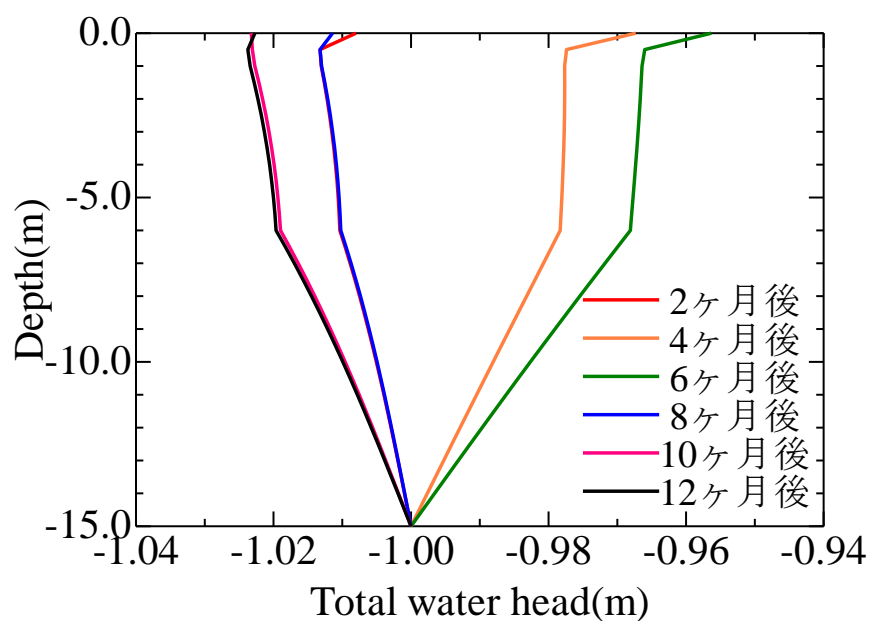


図-8.42 CASE1-F における地盤内全水頭変化

#### 8.2.4 CASE2：地盤内吸水が地盤環境に与える影響<sup>17), 18), 19)</sup>

##### <給水ポンプの設置が地盤内塩類分布に与えた影響>

CASE1-F の結果より、止水矢板の打設のみでは、自然条件とともに地盤内塩分濃度が上昇し、松の枯死は免れないことがわかる。実際に、現地でも、希望の松の根圏への塩類侵入が確認され、時間経過とともに衰弱が進んでいることが観察されている。また、同時に地盤沈降の影響により地盤上部において飽和度が上昇し、根腐れによる松の枯死が懸念されていた。

そこで、塩類の移動を恣意的に操作し、①根圏への塩類集積を回避すること、地下水を低下させ、②根腐れを防止することを目的として、止水矢板の内部に吸水孔を設置し、電動ポンプによる人工排水（ポンプアップ）が実施された。

CASE2-A では、環境因子に加え、実際に行われた、領域左端の松が生息していた点から 5.75m、深さ 2.0m の地点から吸水の様子を再現し、ポンプアップによる一本松周辺の地盤内環境への影響を精査した。

ポンプアップによる吸水量は  $5.0\text{m}^3/\text{day}$  とし、吸水は実施工と同時期（震災から 2 ヶ月後）から実施することを想定した。また、現場においてポンプアップは、その効果が低いとされ 4 ヶ月ほどで停止されたが、本研究ではポンプアップの長期的な影響も含めてその効果を検討するため、人工排水は震災発生から 2 ヶ月後から 1 年後まで継続的に行うものとする。

解析開始から 3 ヶ月ごとの地盤内濃度分布を **図-8.43** に、1 年後の全水頭分布を **図-8.44** に示す。**図-8.43** において矢板より内側の濃度変化を見ると、ポンプアップを行ったことによりポンプ先端に塩分濃度が引き寄せられ、当該地点において濃度上昇が起こっていることが伺える。また、**図-8.44** から吸水地点の全水頭が最も低い値になっており、止水矢板の内部では吸水地点に向かって集中的に間隙水が流れ込んでいることがわかる。その結果、下方に存在していた塩分濃度を有する地下水が地盤上方に引き上げられ、領域内の物質量を増加させ、急激に塩分移動が起こっている。

そして、止水矢板の内側では地盤内吸水によって上昇した塩分を含む地下水により、塩分は濃度勾配に従って周囲に拡散していき、松の根付近に達した塩類は根要素による吸水作用の影響により周辺地盤に比べポンプアップの影響が緩和され、根要素の付近で塩類の濃縮が起こる。

また、ポンプアップによる全水頭変化は、透水性が低い矢板下端を回り込むようにして矢板外側まで広く及び、矢板外側からの海水の流入も生じさせてしまっていることが分かる。これらの要因により、**図-8.43** と **図-8.41** を比較すると CASE2-A は CASE1-F より短期間で塩類の耐性限界を超過しており、地盤内部からのポンプアップが松の枯死

の時期を早める結果となることがわかる。

また、図 8.45 は、12 ヶ月後の飽和度分布を、CASE1-F、CASE2-A の止矢板周辺で比較したものである。ポンプアップは地盤内塩類上昇を招いた一方で、地表面付近の吸水が起こり、地下水位は約 20cm 低下している。地表面付近の飽和度の低下が達成されており、根腐れによる一本松枯死の抑制効果はあったと考えられる。

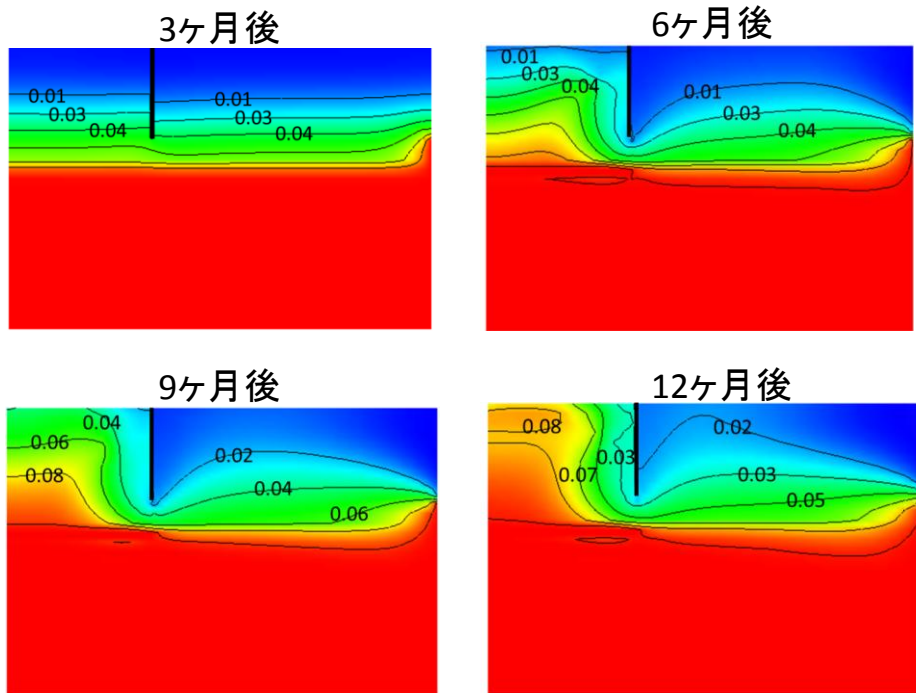


図-8.43 CASE2-A：地下 2.0m からのポンプアップによる時間-濃度分布

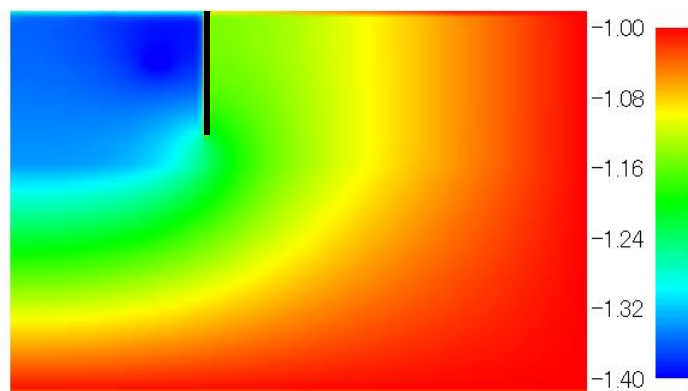


図-8.44 地下 2.0m からのポンプアップによる 1 年後の全水頭分布



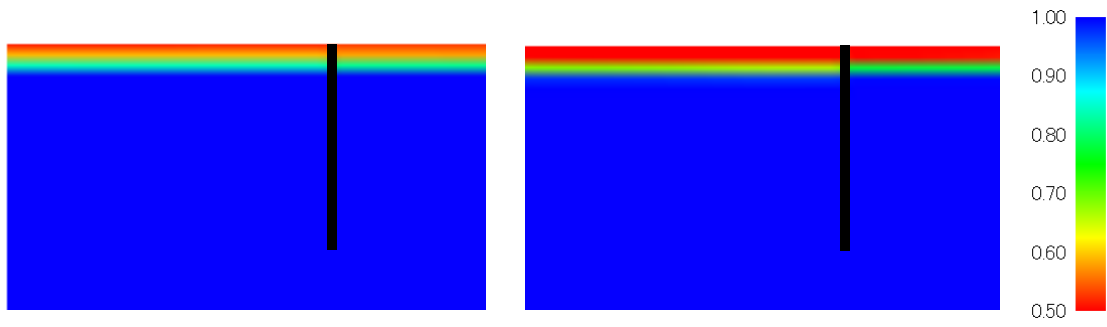


図-8.45 CASE1-F, CASE2-A の矢板周囲飽和度分布

<吸水ポンプ設置深さが地盤内塩分濃度移動に与える影響>

CASE2-A からポンプアップが地盤内の流れの様子を大きく変化させる結果となり、実施工として執られた手法は、塩類集積を助長してしまう結果となることがわかった。そこでCASE2-B,C として、吸水深さを変化させ、それらが地盤内の塩類移動、松の植生に及ぼす影響を検討した。

CASE2-A~C における吸水位置の比較を図-8.46 に示す。

<CASE2-B>

領域左端からの距離をCASE2-A を同様 ( $x=5.75\text{m}$ ) とし、吸水深さを地表面から4.5m、8.0m としたケース (CASE2-B, C) それぞれに関して検討を行った。CASE2-B による3ヶ月ごとの地盤内濃度分布を図-8.47 に、1年後の全水頭分布を図-8.48 に示す。

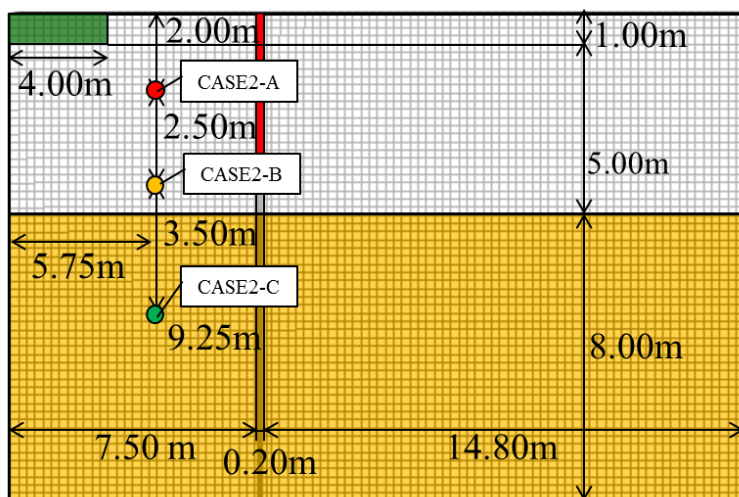


図-8.46 CASE2 吸水位置模式図

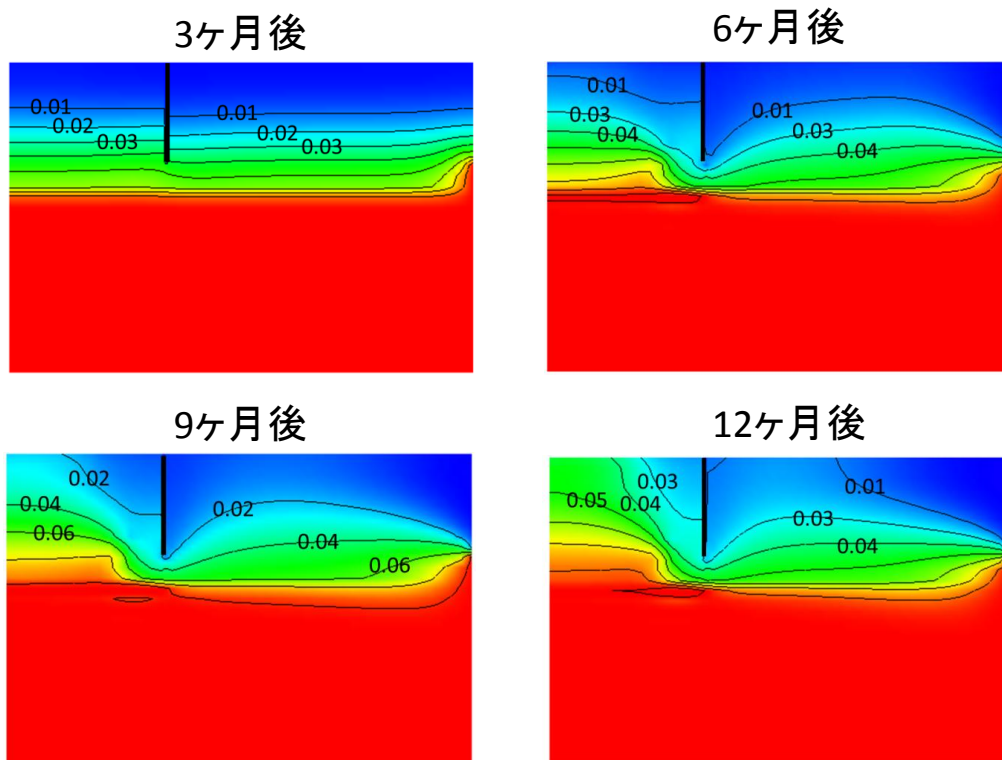


図-8.47 CASE2-B : 地盤内濃度分布

図-8.48 より, CASE2-A 同様, CASE2-B でもポンプアップを行った地点(5.75m, 4.50m)の全水頭が最小値となり, 吸水地点に向かって流れが集束していることが確認できる. その結果, 矢板内側の塩類は吸水点に向けて移動し, 当該地点において濃度上昇が生じる.

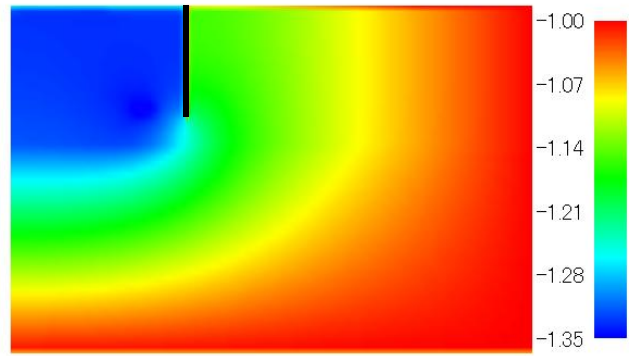


図-8.48 地下 5.0m からのポンプアップによる 1 年後の全水頭分布

ここで, CASE2-A と CASE2-B で止水矢板内側の濃

度分布を比較すると, CASE2-B の方が塩分濃度の上昇が抑制されていることが確認できる. CASE2-B では吸水位置を CASE2-A より深い位置に設定したため, 上昇する塩類を吸水位置で集中的に吸引することが可能になったからであると考えられる.

矢板の外側の全水頭分布を見ると, 動水勾配が生じているため CASE2-B でもポンプによる吸水の影響が矢板より外側にまで及んでいるといえる.

これらの結果から, ポンプアップは地下深くから行うほうが効果的であるといえる. しかし, 地下 4.5m 地点からのポンプアップも CASE2 と同様に, 下方の海水を吸い上げ, 地表面付近への塩分濃度移動を早めてしまうことが分かった.

#### < CASE2-C >

CASE2-C (深さ 8.0m からのポンプアップ) による全水頭分布を図-8.49 に, 地盤内濃度分布を図-8.50 に示す.

CASE2-C では矢板先端より下方の塩分が存在する領域ポンプアップを行っており, 矢板内側で地盤下部への流れを生み出すことができ, 塩分移動を抑制できることがわかる (図-8.49). そのため, 分散により上方に移動しようとする塩類をポンプアップにより緩和することができ, 高濃度の塩水を集中的に吸収できていることがわかる.

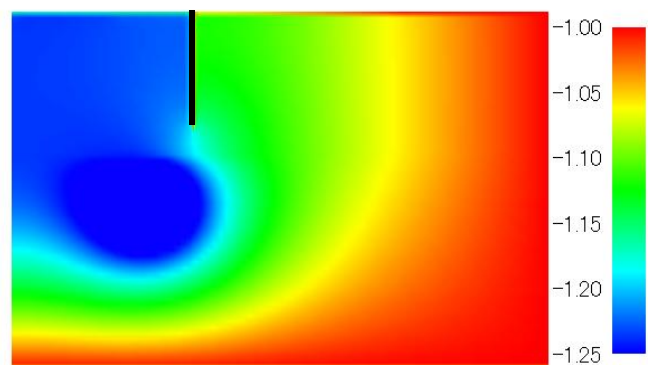


図-8.49 地下 8.0m からのポンプアップによる 1 年後の全水頭分布

図-8.51 に CASE2-A~C の吸水点付近である  $x=6.0\text{m}$  における 1 年後の深度方向の全水頭分布を示す。CASE2-C では、透水係数の低いシルト層より吸水を行っているため、地盤内に最も動水勾配が生じていることがわかる。また、いずれのケースにおいても吸水点より上（/下）部では鉛直下（/上）向きの移流が生じている。そのため、吸水点を地盤下部に設定することで、地盤上部で鉛直上向きの移流を抑制することができ、その濃度上昇を抑制できることがわかる。

CASE2-B,C における 1 年後の飽和度分布を図-8.52 にまとめて示す。CASE2-B では地下水が低下していることが確認できるが、CASE2-C では地下水位低下の効果は表れていない。この事実は、矢板先端よりも上方で吸水しなければ、吸水により矢板外側からの塩水も多く吸水してしまうことになり、地下水位低下の効果は望めないことを示している。図-8.51 の地表面の全水頭値からも吸水点が深くなるにつれてポンプアップが地表面の飽和度低下に寄与する割合が低下していることがわかる。

また結果的に、いずれの手法も地盤上方に広がっていく塩類の移動を抑制するに至らず、ポンプアップによる塩害抑制効果は低いことが考えられる。

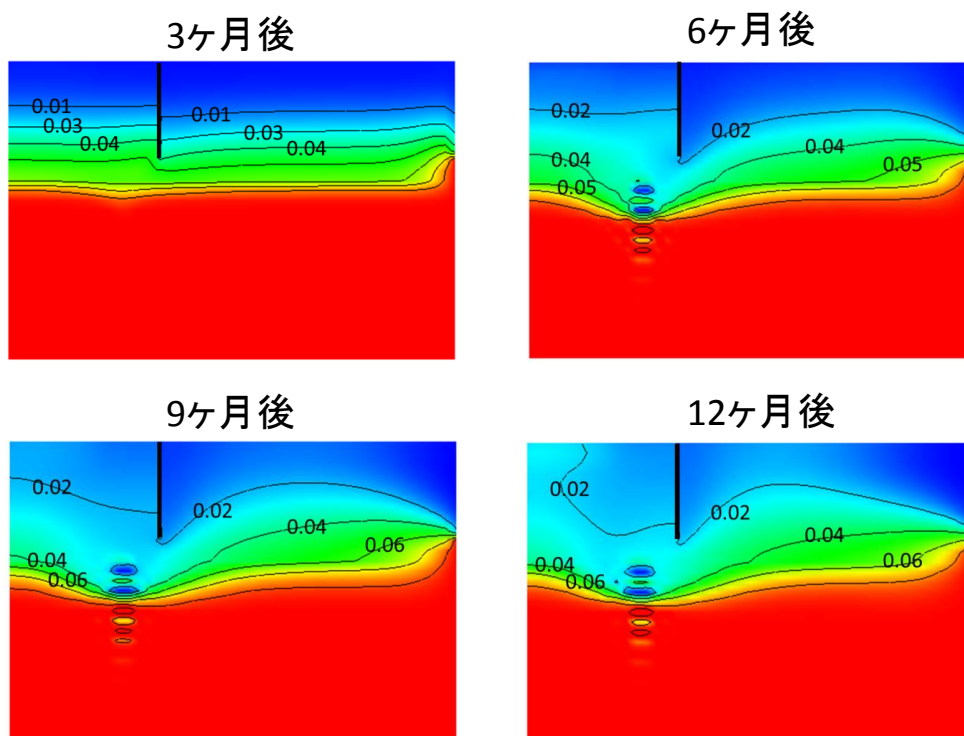


図-8.50 CASE2-C : 地盤内濃度分布

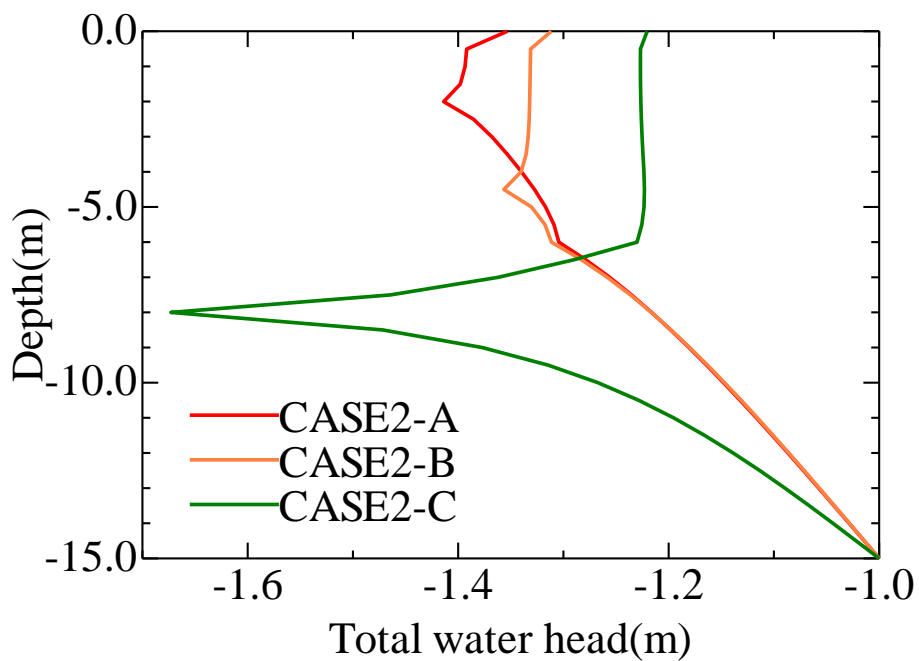


図-8.51  $x=6.0\text{m}$  における 1 年後の全水頭変化

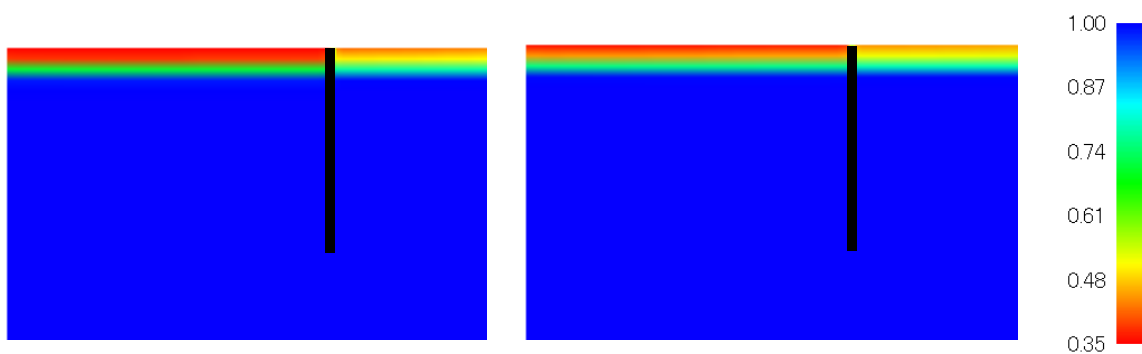


図-8.52 CASE2-B, C : 地盤内 1 年後飽和度分布

### 8.2.5 CASE3 : 「希望の松」救済手法の模索<sup>17), 18), 19)</sup>

前項より地盤下部層からのポンプアップにより地盤内の間隙水流れを操作できることがわかったが、塩類の動きを完全に制御することは難しく、最終的に塩分は根圏に至り、松が枯死に至ることが予想された。そのため、恒久的に根圏に塩類が侵入することを防ぐには、自然の降雨以外に地盤に真水を人工的に散水する（フラッシング）必要がある。地盤からのポンプアップに加え、矢板内側にフラッシングを行う手法（図-8.53）により、一本松保護・延命の可能性を探った。

#### <CASE3-A:散水量が 5.0m<sup>3</sup>/day の場合>

ここでは、ポンプによる吸水量とほぼ同量の真水 (5.0m<sup>3</sup>/day) を散水した場合について検討する。

図-8.54 にフラッシングとポンプアップによる 3 ヶ月ごとの濃度分布を示す。図-8.54 から、矢板内側で鉛直下向きに塩類が移動している様子が確認できる。1年後の全水頭分布（図-8.55）を見ると、矢板

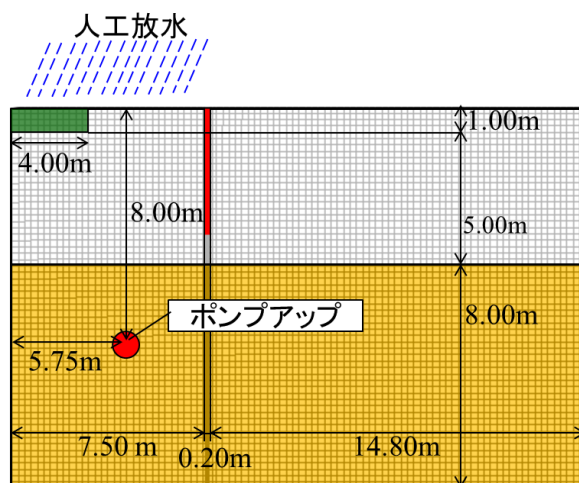


図-8.53 一本松保護手法

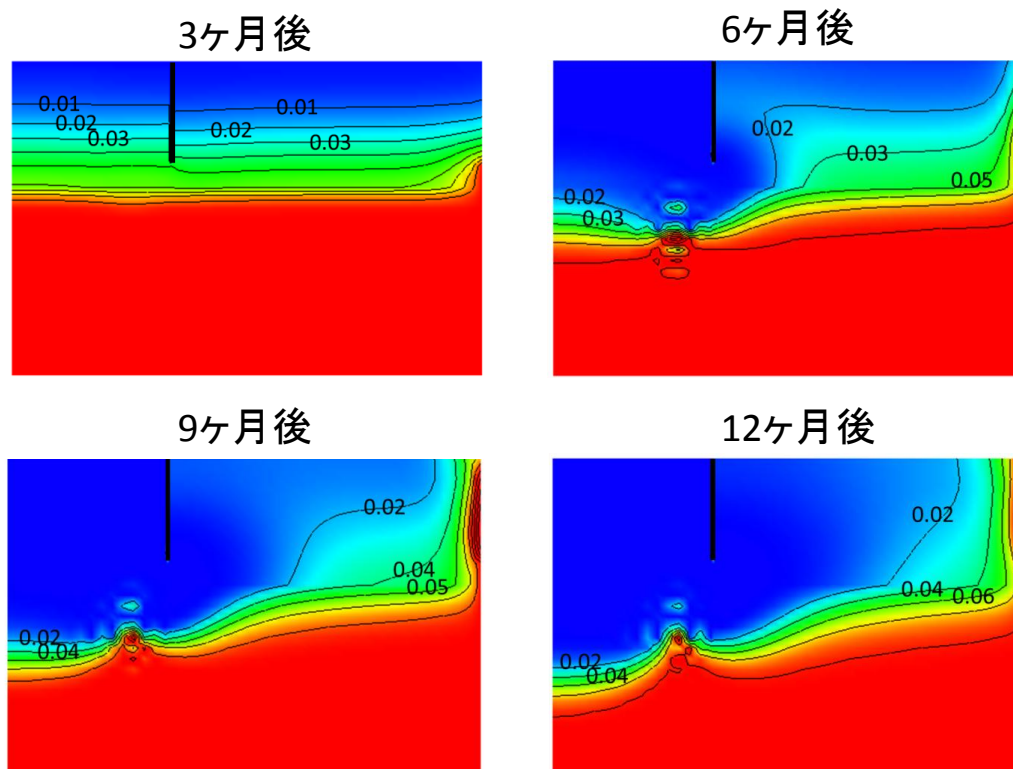


図-8.54 CASE3-A : 地盤内濃度分布

内側の地表面付近の水が鉛直下向きに移流していることが分かる。

地盤下部からのポンプアップと地盤上部への散水によって生じた動水勾配は分散によって地盤上部に広がろうとする塩類の動きに勝り、地盤内の濃度上昇を抑え込み、根圏付近に留まらず矢板内部の広い領域に広がり、時間の経過と共に領域内の塩分濃度が全体的に小さくなっていくと考えられる。

矢板の外側でも塩分濃度が小さくなっている。矢板外側の全水頭分布を見ると、ほぼ動水勾配が生じていない。これらの結果から、ポンプ先端に集まる真水が矢板外側近傍に拡散するため塩分濃度が低くなると推察される。ポンプ先端から矢板外側に離れた場所では、ポンプ先端深さと同程度の深さで鉛直下向き

の水の流れが確認できる。また地表面に近づくと動水勾配は生じていない。このことから、地盤下部に移動した真水が、矢板より外側に移動した後、地盤深部に向かって下方に移流していると考えられる。一本松の根圏の塩分濃度は1年を通して塩分耐性限界 ( $c=0.01$ ) を超えておらず、フラッシングによる効果が十分にあるといえる。

しかし、1年後の飽和度分布を見ると (図-8.56)、ポンプアップを実施しているにも関わらず、矢板内側の地下水位が上昇し、地表面が飽和状態となっている。これは、ポンプがフラッシングにより増加した真水だけでなく、領域内に流入してくる海水も吸水することに起因する。フラッシングによりポンプの吸水量以上の過剰な水の供給が行われた結果地表面の飽和度が上昇している。このことから、根腐れによる一本松の枯死が懸念される。

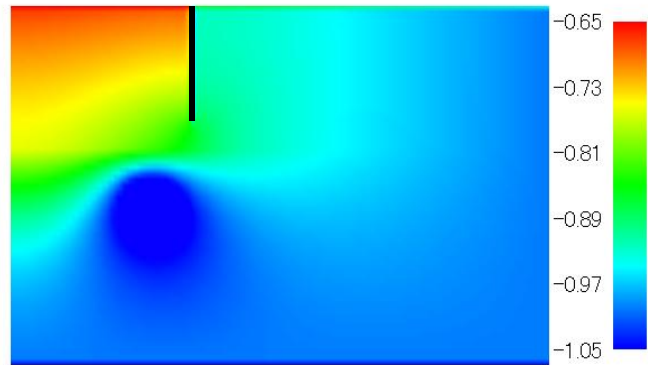


図-8.55 CASE3-A : 全水頭分布

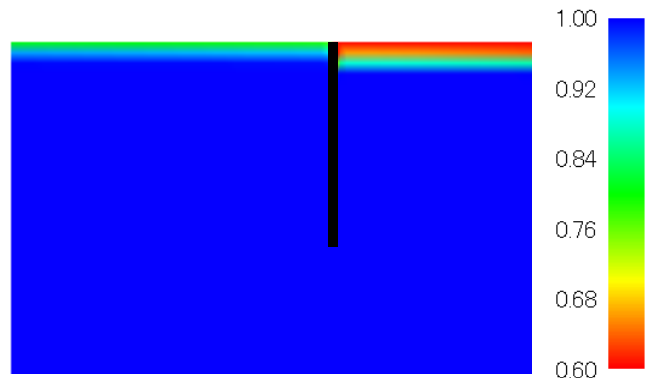


図-8.56 CASE3-A : 地盤内飽和度

<CASE3-B:散水量が  $1.0\text{m}^3/\text{day}$  の場合>

前項の結果より、散水量と吸水量が同量であると、注入する真水とポンプにより吸い寄せられて流入する海水で領域内の水分量が増加し、地表面が飽和状態となることが分かった。そこで、フラッシングによる散水量を **CASE3-A** の 1/5 倍の  $1.0\text{m}^3/\text{day}$  とし、塩分濃度と地下水位の両方の上昇を抑えることができないか検討を行った。

CASE3-B の 3 ヶ月ごとの地盤内の濃度変化を見ると (図-5.57)、降雨量が多い 3 ヶ月後頃は徐々に塩分濃度が鉛直下向きに移動しているが、降雨量が少なく蒸発量との差が小さくなる 8 ヶ月後以降は塩分濃度の移動が主にポンプ先端付近でのみ起こっていることが分かる。

1 年後の全水頭分布を見ると (図-5.58)、矢板内側の地表面は鉛直下向きの水の流れが確認できるが、ほぼ動水勾配が生じていないといえる。そのため、矢板内側では地表面の真水が鉛直下向きに拡散し、地下に広がった真水がポンプ先端に吸水されていると考えられる。また、地下深くから吸水を行っているため濃度上昇は緩和され、加えて地表面付近からの真水の拡散が起ることから矢板内側の塩分濃度は地表面まで移動しないといえる。散水量を  $0.01\text{ m}^3/\text{day}$  と減少させて設定しても、CASE3-A と同じく地表面の塩分濃度が 1 年後までマツの塩分耐性限界を超えていない。さらに、矢板内側の地

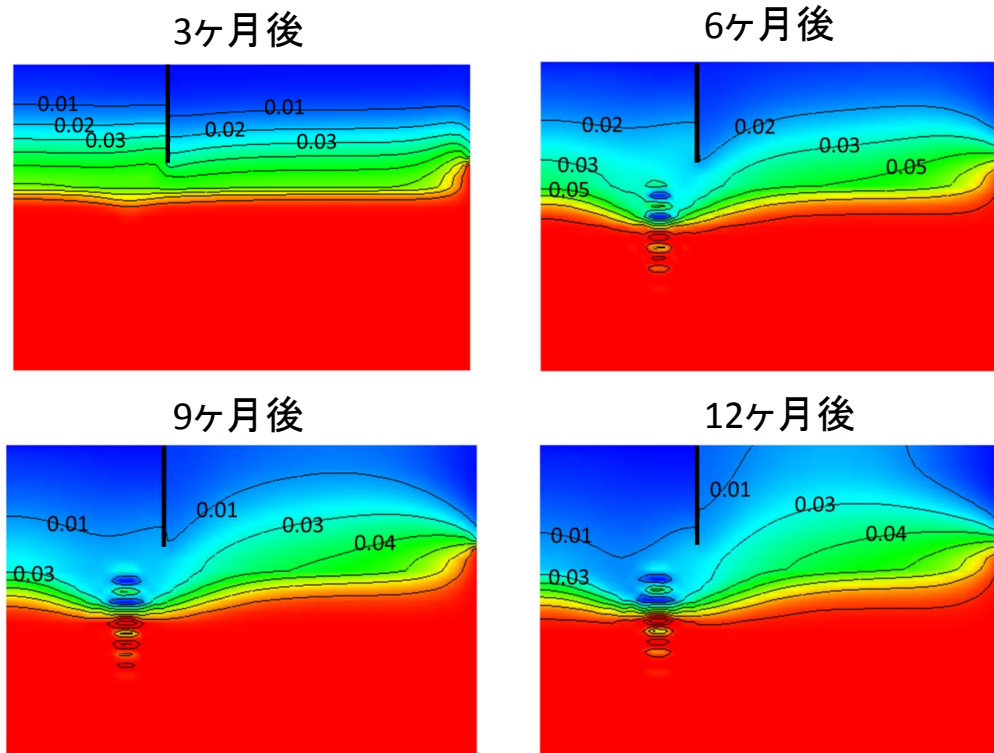


図-8.57 CASE3-B : 地盤内濃度分布



盤内飽和度分布を見ると(図-8.59), 初期状態から地下水位は変わっていないが, 飽和度が上昇していることが分かる. このことから, 1年後までの段階で考えると塩分濃度上昇と根腐れによる一本松の枯死は避けられると考えられる. しかし飽和度が上昇していることを考慮すると, 根腐れによる一本松の枯死は時間の問題であるといえ, 散水量は地盤内飽和度を随時観測しながら, 塩類の上昇を抑制できる散水量を適宜与える必要があることがわかる.

また, 本研究で想定した散水量は2t/日に相当する. 周辺施設の環境にもよるが, 震災後の陸前高田市の惨状を鑑みるとCASE2-Bのような工法は現実的な対策であるとはいえないかもしれない.

研究過程では, その他, 矢板打設長さの検討や矢板外側からの地盤内吸水の実施など, 様々な工法により一本松保護, 延命の可能性を模索したが, 震災以後, 一本松が晒された環境は非常に過酷を極めたものであり, 結果的にその保護に対して有意な工法を導き出すことはできなかった.

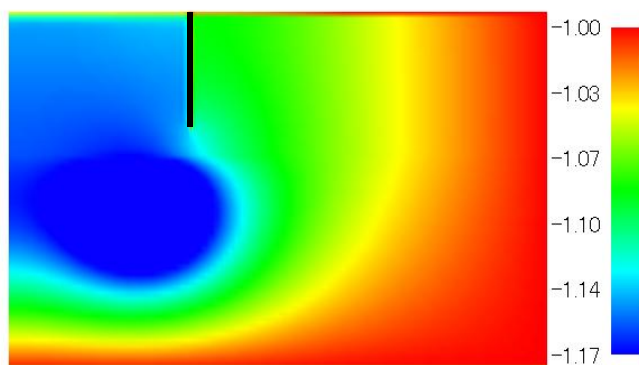


図-8.58 CASE3-B : 全水頭分布

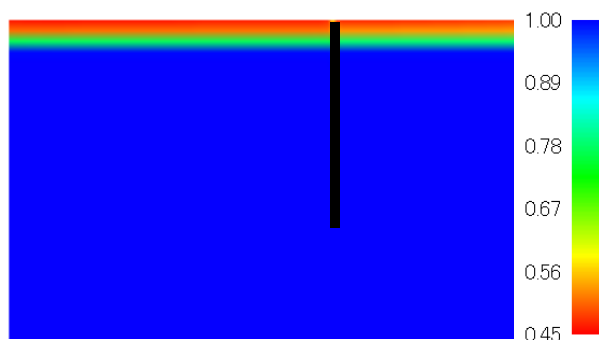


図-8.59 CASE3-B : 地盤内飽和度

参考文献

- 1) 気象庁：東北地方太平洋沖地震関連情報，<http://www.jma.go.jp/jma/menu/jishin-portal.html>
- 2) 本川裕：図録東日本大震災で観測された津波の高さ，  
<http://www2.ttcn.ne.jp/honkawa/4363b.html>
- 3) 首相官邸：東日本大震災への対応～首相官邸災害対策ページ～，<http://www.kantei.go.jp/saigai/>
- 4) 農林水産省大臣官房統計部農村振興会：津波により流出や冠水等の被害を受けた農地の推定面積，2011.
- 5) Larcher, W., 佐伯敏郎：植物生態生理学，シュプリンガー・フェアラーク，1999.
- 6) NPO 法人「有害化学物質削減ネットワーク」：東日本大震災による津波被害地の有害物質排出移動登録（PRTR）届出対象事業所，  
<http://maps.google.com/maps/ms?hl=ja&ie=UTF8&msa=0&msid=213946148148654482861.0004a0132b97f8a4dc549&z=7>
- 7) 国土地理院：浸水範囲概略図 <http://www.gsi.go.jp/kikaku/kikaku60003.html>
- 8) 野村瞬，河井克之，杉山友理，飯塚敦：東日本大震災の津波による地盤塩害の調査・分析，第 47 回地盤工学研究発表会講演集，八戸，2012.
- 9) 気象庁：気象庁ホームページ 1981～2010 統計，<http://www.data.jma.go.jp>
- 10) Penman, H.L.: Natural evapotranspiration from open water, bare soil and grass, Proc.Roy.Soc.London, A193, pp.120-146, 1948.
- 11) 杉山友理，野村瞬，飯塚敦，河井克之，橘伸也，金澤伸一，竹山智英：東日本大震災における津波由来土壌汚染調査，第 67 回年次学術講演会，名古屋，2012.
- 12) 飯塚敦：3.11 東日本大震災津波による土壌汚染，神戸大学最前線，vol.16, 20-21, 2011
- 13) 土屋範芳：宮城県土壌自然由来重金属等バックグラウンドマップ，東北大学環境科学研究科，2009
- 14) 「希望の松」岩手県陸前高田市の復興の様子，<http://www.revival-of-kesenuma.jp/rikuzentakada1.htm>
- 15) 日本緑化センター：東日本大震災による松原被災情報，  
<http://www.pinerescue.jp/jiten/matsu/tsunami/index.html>
- 16) 陸前高田市：防災メモリアル公園・奇跡の一本，  
<http://www.city.rikuzentakata.iwate.jp/kategorie/fukkou/bousaimemorialpark-ipponmatu/bousaimemorialpark-ipponmatu.html#ipponmatu>
- 17) 杉山友理，河井克之，野村瞬，飯塚敦：沈降海浜部地盤内の塩分移動予測および一本松保護，第 47 回地盤工学研究発表会講演集，八戸，2012.
- 18) 河井克之，杉山友理，野村瞬，飯塚敦：地盤内塩分移動シミュレーションによ

る陸前高田一本松の生育環境評価, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.68, No.2, pp.345- 352,2012.

- 19) Sugiyama, Y., Nomura, S., Kawai, K. and Iizuka, A.: Protective measures of the monumental pine in Rikuzen-Takada with soil-water-air-solved material coupled model, 2<sup>nd</sup> International Conference on Geotechnique, Materials and Environment, Kuala Lumpur, Malaysia, pp.828-833, 2012.
- 20) 河井克之, 飯塚敦, 霜永勝之, 橘伸也: 植生の吸水作用が地盤に及ぼす影響, 応用力学論文集, Vol.10, pp.375-381, 2007.
- 21) 大船渡地方振興局土木資料部: 高田海岸砂盛他地区地盤及び防潮堤現状調査業務報告書, 1998.

## 第9章 キャピラリーバリアの性能照査

### 9.1 廃棄物処理場を取り巻く環境と排水システムの重要性

自然環境保全や循環型社会への貢献など、「地球にやさしく」というメッセージとともに資源の再利用（Reuse）、再資源化（Recycle）の重要性が声高に叫ばれて久しい。しかし、産業発展の過程で発生する廃棄物を減容化する革新的な技術（Reduce）は未だ開発されておらず、わが国において、廃棄物はむしろ恒常的、安定的に排出されているとあってよい状況にある（図-9.1<sup>1),2)</sup>。

わが国の最終処分場の残余年数は増加傾向にある（図-9.2<sup>1),2)</sup>が、狭い国土、過剰な人口密度を考えると、設置されている処分場はいずれ飽和状態に至り、将来的には処分場における都市造成の必要が生じること、都市部に近接した場所に処分場が建設されるシナリオも十分に考えられる。

社会インフラ施設として処分場に求められる機能は、①産業廃棄物を処分できる空間を提供すること、②環境汚染を防ぐこと、③廃棄物の分解・土壌への還元を進め、良好な土地造成を提供することなどがあるが<sup>3)</sup>、今後、用地の適切な管理手法が改めて重視されることが考えられる。

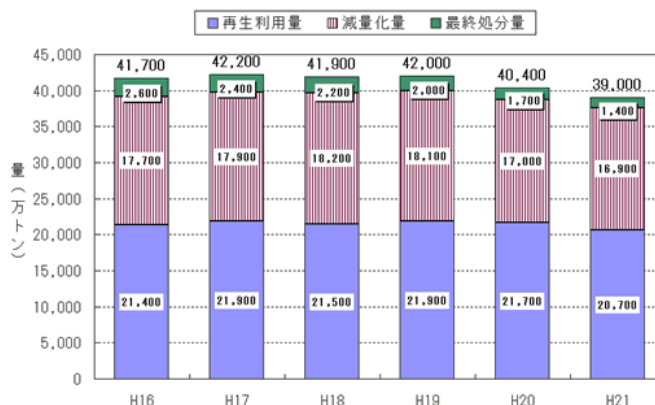


図-9.1 産業廃棄物量の推移<sup>1),2)</sup>

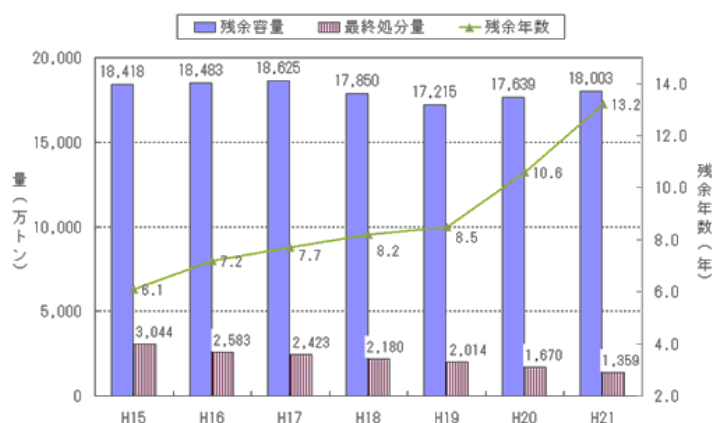


図-9.2 最終処分場の残余容量, 残余年数<sup>1),2)</sup>

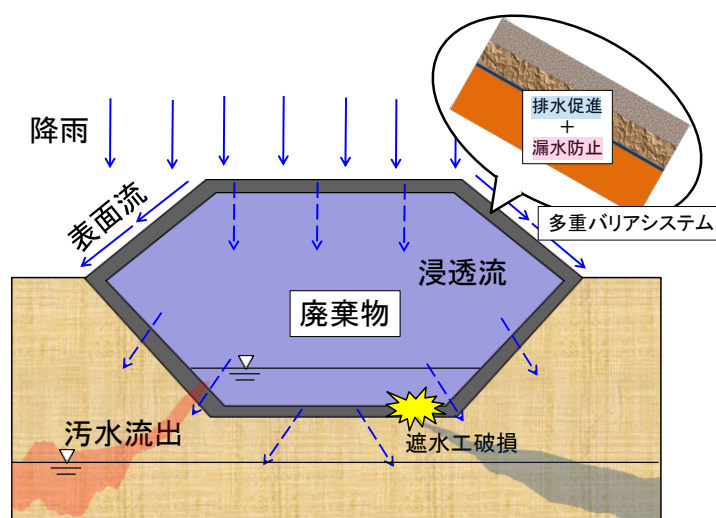


図-9.3 廃棄物処理場概念図<sup>3)</sup>

図-9.3 に一般的な処分場の管理システムの概念図を示す<sup>3)</sup>。処分場においては、発生する自重、外荷重に対して恒常的に荷重安定性が確保される必要があるとともに、広大な領域に降り注ぐ降雨による地盤浸透水が廃棄物へ浸入することを防ぎ、適切に排水を行い、周辺地盤に廃棄物からの漏出を生じさせないことが重要である。廃棄物は周囲を石油製品などの完全非透水層やベントナイトなどの難透水性材料による遮水ライナーといった層を多重に重ね合せた多重バリアシステムによって保護されることが多いが、各材料の耐用年数や自然環境への負荷、管理費用等を鑑みると、簡便で排水効率の高いシステムの構築が急務となっている。

## 9.2 廃棄物処理場/文化財保護を目指したキャピラリーバリアの利用

処分場に設定される排水システムとして「キャピラリーバリア」という技術が注目されている。キャピラリーバリアとは、図-9.4 に示すように、廃棄物層を覆う遮水システムの上部に、勾配を付けた粗粒土層を設け、その上部を細粒土層で覆うことで、降水等による上部からの浸出水が廃棄物層に接触せず側溝等で回収できるよう、「恣意的に間隙水の流れ方向を操作し、廃棄物層への漏水を抑制するシステム」のことである。

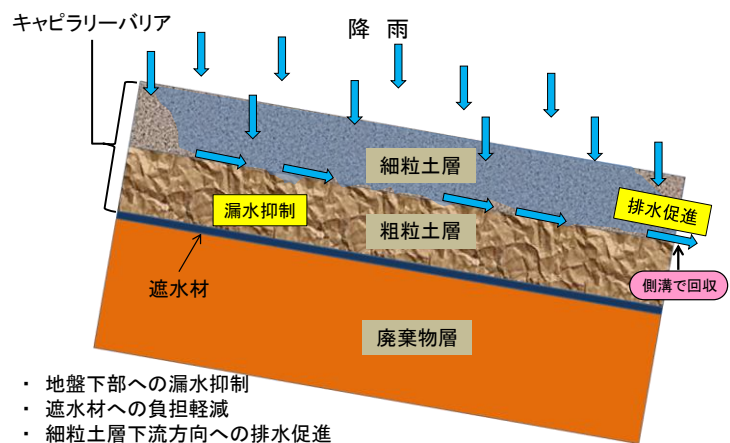


図-9.4 キャピラリーバリア概念図

キャピラリーバリアの技術は長い歴史を有しており、古代より古墳における石室内部への降雨浸透水の保護のために経験的に構築されてきたものである<sup>4)</sup>。人工的な材料による遮水ライナーを用いる必要性がないため環境負荷が少なく、経済性にも優れていることから、処分場管理に有用な技術であると考えられることができる。現在、実際にいくつかの室内実験<sup>5), 6), 7), 8)</sup>、大規模実験<sup>9), 10), 11)</sup>、解析<sup>12), 13), 14), 15)</sup>によりキャピラリーバリアの効果が確認されている。Smesrudらは、キャピラリーバリアの性能を維持するには、粗粒土と細粒土の粒径比が5以下であることが望ましいとしている<sup>16)</sup>。

一方で、斜面の傾斜角や上部・下部層の層厚、使用する地盤材料の材料特性により効果がばらつくことが指摘されており、降雨量の増大による効果の減少などが問題点として挙げられている。今後、さらなる適用例の増加に向けて、恒久的な処分場管理に向け

た効果の定量化が強く求められている。

福本ら<sup>17),18)</sup>は、キャピラリーバリアの模型実験として、二次元土槽下部に粗粒材層(碎石層)を敷設し、その上部に含水比調整した細粒土層(ケイ砂層、二号境墳丘土層)を設置し、土槽に勾配を与えた後、地表面に降雨を模擬した散水を行っている(図-9.5)。その結果、条件により粗粒土層に達することなく排水が生じ、キャピラリーバリアの排水性能が確認できることを定性的に示している。

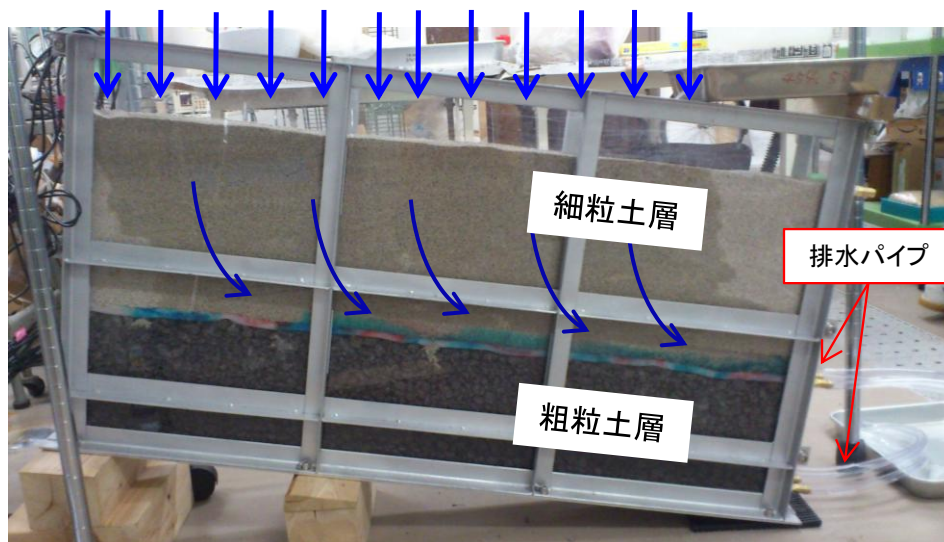


図-9.5 キャピラリーバリアの実験の様子<sup>17),18)</sup>

### 9.3 シミュレータによるキャピラリーバリアの性能評価

キャピラリーバリアの性能を検討するため、福本ら<sup>17),18)</sup>が行った二次元土層の実験スケール、境界条件を参考に、土/水/空気連成解析プログラム(DACSAR-MP<sup>19)</sup>)によるシミュレーションを実施し、その効果発現メカニズムの検討を行った。

解析領域の概念図を図-9.6に示す。図-9.6において、水平鉛直方向を表す $x, y$ 軸とともに、斜面方向、斜直交方向を表す $\alpha, \beta$ 軸を導入している。基本となる解析条件を以下にまとめる。

解析領域：斜辺長：1.1m，層厚 0.4m，要素数 935，節点数 3885

要素幅：0.020m

要素高さ：0.020m( $0.0m \leq \beta < 0.1m$ )，0.025m ( $0.1m \leq \beta \leq 0.4m$ )

変位境界：供試体左右下端面完全固定

水理境界：下端左端面，右端面の一部は非排水境界，上端面は排水境界

各試料右端面下部は動水勾配境界

空気境界：全面排気境界

時間間隔は $\Delta t = 0.002day$ としている。

キャピラリーバリアは斜面に水平になるように構築されるため、締固め力が斜面に鉛直に作用することから、初期のサクション分布は斜面に水平に等値線が現れると推測される。また、斜面方向の水収支は定常状態にあると仮定し、要素の初期圧力水頭分布は、 $\beta = 0.0m$ において $p_w = -0.9kPa$ とし、上部の要素には、領域下端面の値に $\beta$ 方向の長さ

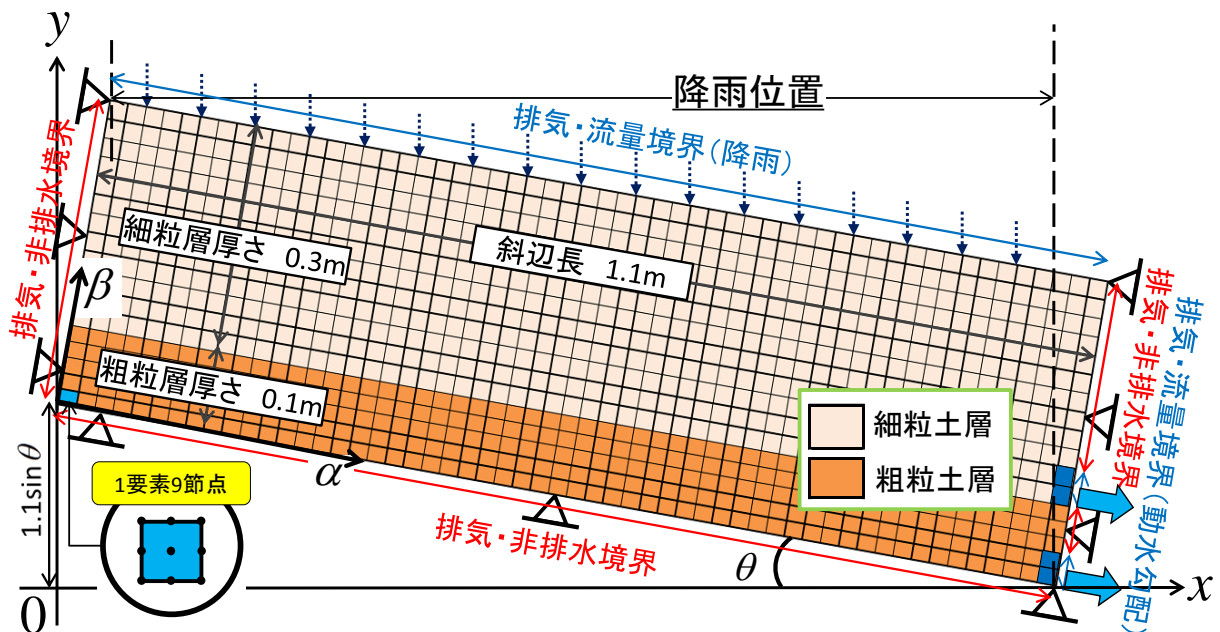


図-9.6 解析領域模式図

相当の負圧が付加されているものとした(図-9.7)。その結果、初期全水頭分布は図-9.8のように $\beta$ 方向に関してほぼ一定の値をとり、下流方向に向けた動水勾配が生じていることがわかる。

各土層右端下部の2ヶ所において実験の排水孔を再現するため、動水勾配境界を設定している。動水勾配境界において排出される流量は動水勾配、飽和度の関数とし、式(9.1)で与えている。

$$Q = k_{uw}(S_e)ia \tag{9.1}$$

ここで、 $k_{uw}$ :不飽和透水係数、 $S_e$ :有効飽和度、 $i$ :動水勾配、 $\theta$ :解析メッシュの傾斜角(rad)、 $a$ :流量境界を持つ要素の断面積(厚さ×奥行)である。また、動水勾配は傾斜角 $\theta$ の関数であり、

$$i = \sin \theta \tag{9.2}$$

である。細粒土、粗粒土の材料定数、水分保持特性はTianweiの実験<sup>5)</sup>をもとに表-9.1、図-9.9のように設定した。

以上の条件のもと、解析条件(降雨強度、斜面勾配、上部層厚)を様々に変更し、その効果がどのように変化するか検討を行った。

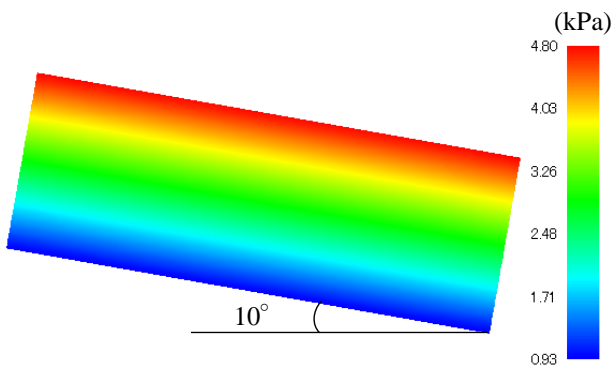


図-9.7 初期サクシオン分布

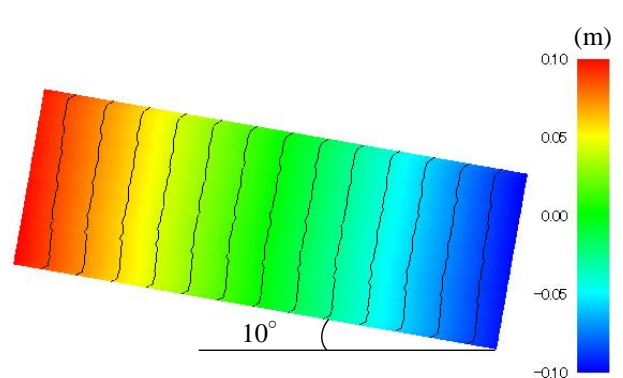


図-9.8 初期全水頭分布

表-9.1 材料定数

	$\lambda$	$\kappa$	$M$	$\nu$
細粒土	0.3	0.06	1.375	0.3
粗粒土				

	$m$	$e_0$	$k_w(\text{m/day})$	$k_a(\text{m/day})$	$S_{rc}$
細粒土	0.67	1.00	$1.12 \times 10^1$	$1.12 \times 10^3$	0.073
粗粒土	0.58	0.84	$2.85 \times 10^2$	$2.85 \times 10^4$	0.013

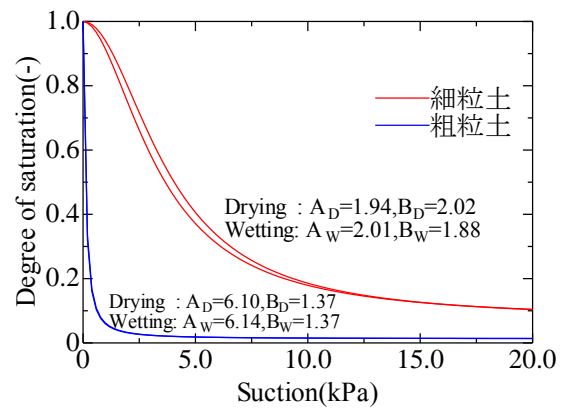


図-9.9 試料水分特性曲線



### 9.3.1 降雨強度の違いがキャピラリーバリアの性能に与える影響

斜面傾斜角度 $\theta=10^\circ$ として、降雨強度1.0mm/hrの降雨を24時間与え、その後放置することにより地盤内の間隙水がどのように移動するか検討を行った。その結果、細粒土層から粗粒土層への間隙水の漏出が見られず、降雨によって流入した間隙水は細粒土層より排水されるという検討結果が得られ、キャピラリーバリアの効果を確認することができた。

まず、キャピラリーバリアの効果が確認できたこのケースに関してそのメカニズムを考察し、その後、降雨強度の増加によりキャピラリーバリアの効果がどのように低下するか検討を行った。想定した降雨強度を図-9.10に示す。降雨継続時間は24時間とし、その後の24時間は放置期間とした。

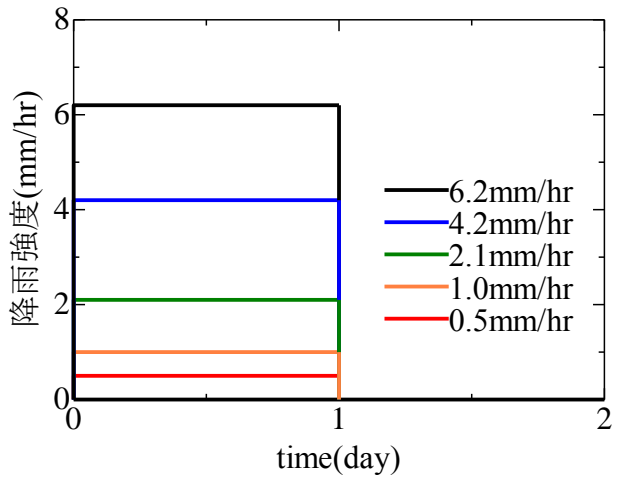


図-9.10 降雨強度

＜降雨強度1.0mm/hrを24時間与え、その後放置した場合＞

図-9.11, 12に細粒土層下部( $\beta=11.25\text{cm}$ )と粗粒土層上部( $\beta=9.00\text{cm}$ )における $\alpha$ 軸方向の飽和度時間変化を示す。降雨開始直後には、初期全水頭分布の影響により領域下流側に向かう流れが生じ、領域下流側( $\alpha=1.03\text{m}, 0.87\text{m}, 0.71\text{m}$ )において一時的に飽和度が上昇するものの、両地点ともに一定の降雨を作用させているにもかかわらず、初期状態と比較を行うと、24時間経過時点では領域の飽和度が減少していることがわかる。時間飽和度の勾配は徐々に緩くなっており、降雨を継続して与えれば、降雨量と領域か

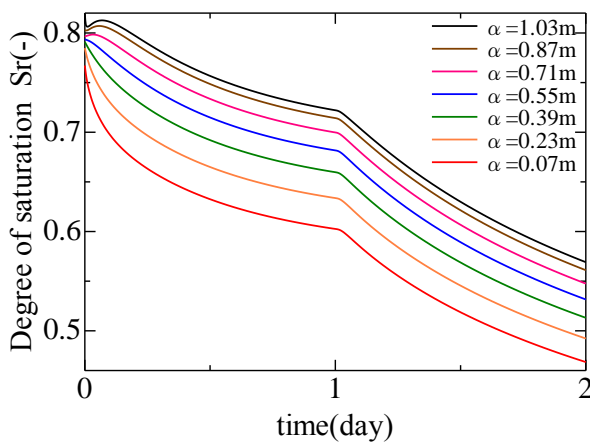


図-9.11 細粒土層下部の飽和度 (1.0mm/hr)

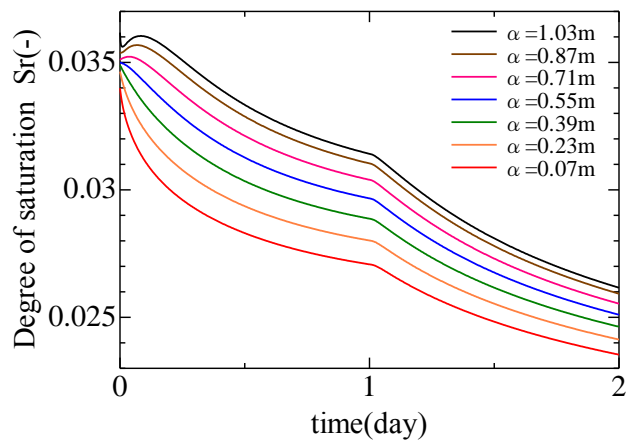


図-9.12 粗粒土層上部の飽和度 (1.0mm/hr)

ら排出される流量が釣り合い、降雨強度 1.0mm/hr における定常状態に落ち着くことが伺える。

さらに、24 時間経過した時点で降雨を停止すると、地盤への間隙水流入は停止されるが、生じている動水勾配により各相の右端面下部から流量排出が生じ、領域の飽和度はさらに低下することになる。時間がさらに経過すると領域の飽和度低下に応じて透水係数が減少する。その結果、時間飽和度低下量も徐々に減

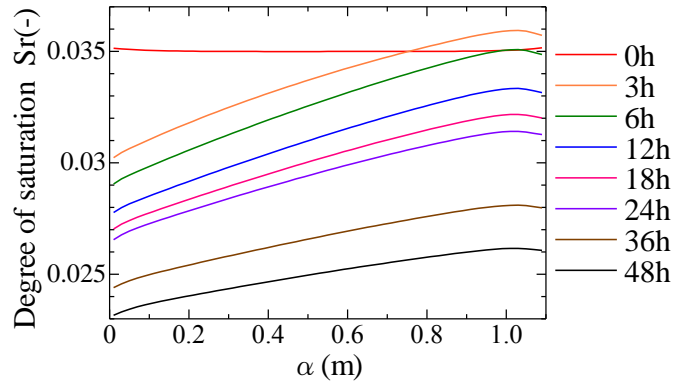


図-9.13 粗粒土層上部の飽和度分布 (1.0mm/hr)

少し、放置を続ければ領域の動水勾配が極端に減少し、間隙水の動きが非常に鈍くなり、長期にわたって降雨がなければ飽和度が一定値に収束し、いずれ間隙水の流れは停止すると考えられる。

また、図-9.13 に粗粒土層上部 ( $\beta=9.00\text{cm}$ ) における各時間経過時の飽和度分布を示す。前述のように、解析初期時点では初期全水頭分布の影響を受け、領域下流部に向かう間隙水の流れが生じ、一時的に下流部の飽和度が初期の飽和度を超過しているが、領域の飽和度分布は時間経過とともに低下していることがわかる。

粗粒土層において時間経過に伴い飽和度が上昇していれば、降雨の影響により細粒土層からの間隙水流入が発生しており、キャピラリーバリアが機能していないことが考えられるが、粗粒土層において飽和度の上昇は見られない (図-9.12, 13)。そのため、細粒土層でみられる飽和度低下 (図-9.11) は粗粒土層への間隙水流入によるものでなく、地盤下流部における排水流量が降雨量に勝るためであり、細粒土層内での水収支の結果

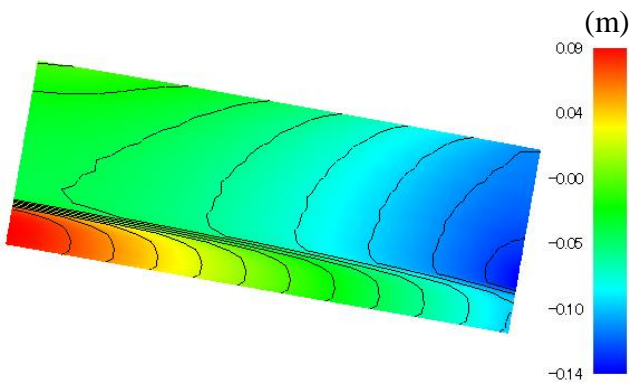


図-9.14 全水頭分布 (1.0mm/hr, 1日後)

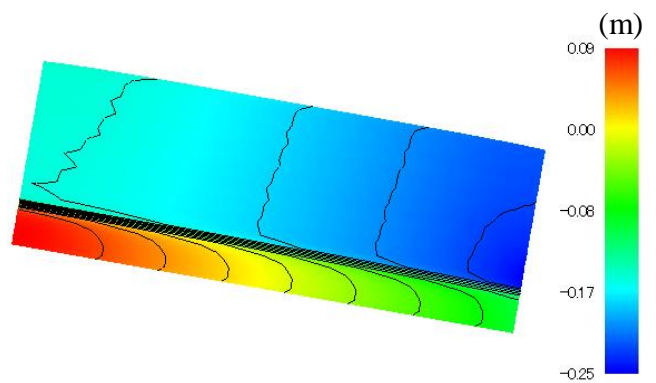


図-9.15 全水頭分布 (1.0mm/hr, 2日後)

であることがわかる。

図-9.14, 15 に初期状態から 24 時間後, 48 時間後における地盤内全水頭分布を示す。初期に斜面方向に垂直に発生していた等ポテンシャル線 (図-9.8) は, 各時間経過時において乱れが生じている (図-9.14, 15)。初期に設定しているサクシオンは粗粒土層が細粒土層に比べて低い, 水分特性曲線を見ると設定したサクシオン領域においては粗粒土試料が常に細粒土層より飽和度が低い。その結果, 粗粒土試料の比透水係数は著しく低いことが伺える。そのため, 今回設定した初期条件のように, 地盤内で流下方向に同様の動水勾配が生じていれば, 間隙水の移動速度は細粒土層が大きくなる。

24 時間経過時点における細粒土層上流部の地表面付近では, 等ポテンシャル線が水平に分布しており (図-9.14), 降雨の影響である鉛直下向の間隙水流れが確認できるが, 細粒土層下部及び下流部では排水による影響を大きく受け, 等ポテンシャル線は斜面方向に対して立ち上がり, 排水孔に向けた間隙水流れが生じていることがわかる。結果的に細粒土層では降雨より初期流れに依存する排水の影響を強く受け, 飽和度が低下し, 全水頭値は時間とともに低下する。さらに 48 時間経過時点では, 24 時間経過時に降雨が停止されているため, 地表面付近における全水頭の上昇は十分に緩和され, 細粒土層下流下端における排水点に向けた流れが生じ, 斜面方向に全水頭分布が回復していることがわかる。

一方, 粗粒土層では初期の飽和度が低く, 透水係数が極端に低下する ( $S_r = 0.03$  時で飽和時の  $3.6 \times 10^{-8}$  倍) ため, 動水勾配は発生しているが間隙水の移動はほとんど生じておらず, 全水頭は大きく変化してない。

上記のように, 細粒土層, 粗粒土層において間隙水の移動速度が異なることにより, 領域の境界部では粗粒土層の全水頭が細粒土層の全水頭に比べ常に大きくなり, 細粒土層から粗粒土層へ間隙水の流入が生じていない。各相における間隙水の運動は異なり, 互いに影響を及ぼし合っていないことがわかる。降雨に対して細粒土層下部で適切な排水が行われていることが上記の間隙水運動を生み出す要因になっており, キャピラリーバリアの効果を生み出している。

#### <降雨強度 2.1, 4.2mm/hr を 24 時間与え, その後放置した場合>

降雨強度が弱いと降雨と排水のバランスから細粒土層でサクシオン上昇 (飽和度低下) が生じ, 間隙水の移動が少なく, サクシオン変化に乏しい粗粒土層と比較すると全水頭が相対的に大きくなることがわかる。一方, 粗粒土層では試料の水分特性から飽和度が低く, 透水係数が著しく低下するため, 地盤内全水頭分布は図-9.14, 15 のようになり, 細粒土層から粗粒土層へ向かう間隙水流れを完全に遮断する。このシステムこそがキャピラリーバリアの効果であるといえるが, 降雨強度の増加により, 細粒土層におけるサ

クシオン（飽和度）低下が生じる効果は薄れ、キャピラリーバリアは破られる（細粒土層から粗粒土層への漏水が発生する）ことが考えられる。ここでは降雨強度を2.1,4.2mm/hr と上昇させ、その効果がどのように消失するか検討を行った。

図-9.16~19 に降雨強度 2.1,4.2mm/hr における細粒土層下部と粗粒土層上部の $\alpha$ 軸方向の飽和度時間変化、図-9.20,21 に各降雨強度における24時間経過後の全水頭分布、図-9.22 に降雨強度4.2mm/hr における48時間経過後の全水頭分布を示す。

図-9.16,17 において、解析の初期こそ、初期全水頭分布の影響により、下流への流れが卓越するため領域下流部（ $\alpha=1.03m,0.87m,0.71m$ ）において飽和度上昇が確認できるが、一定時間経過すると飽和度時間勾配はすべての領域で負になり、領域において水分量は低下することがわかる。さらに24時間終了直前ではその勾配がほとんどなくなり、定常状態になり、降雨流入量と領域排出量が釣り合っていることがわかる。24時間経過時点の全水頭分布をみると（図-9.20）、降雨強度の増加により地表面付近の全水頭は低下している。1.0mm/hr のケースと同様に領域上流部では細粒土層に比べ粗粒土層の全水頭値が常に高く、キャピラリーバリアの効果が発揮されている。しかし領域中流部では試料境界における等ポテンシャル線が斜面に対して垂直に生じており、境界部で動水勾配が発生していないことがわかる。さらに、下流部では、全水頭分布が逆転し、粗粒土層に比べ細粒土層の全水頭値が高くなっている。領域内で細粒土層から粗粒土層へ流れが生じていることがわかる。

キャピラリーバリアの効果を示す一つの指標として、集積流の開始位置から粗粒土層への漏水が起きるまでの水平距離を表す「限界長<sup>10),20),21),22)</sup>」という概念があるが、図-9.20 の境界部における流れ方向が逆転する点を精査し、限界長の概念と比較を行うことで、粗粒土層への間隙水流入開始位置を定義でき、今後、連続的に変化する降雨量、地盤内間隙水、圧力分布に関して、漏水現象を整理することができると思う。

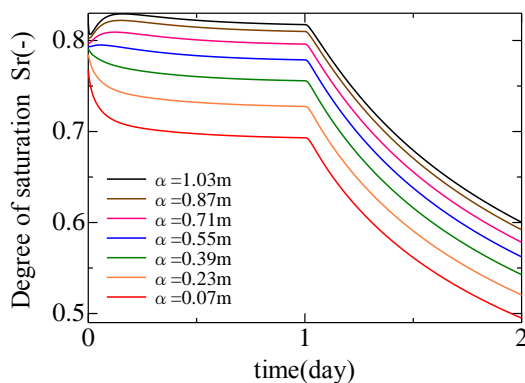


図-9.16 細粒土層下部の飽和度 (2.1mm/hr)

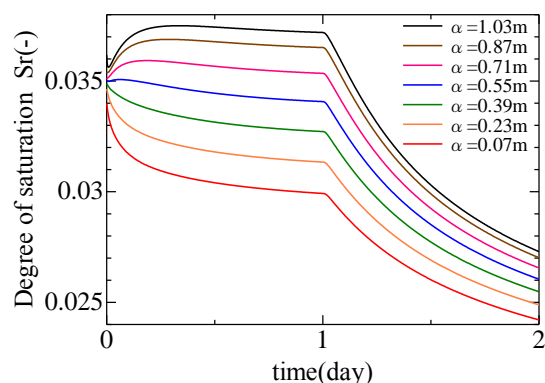


図-9.17 粗粒土層上部の飽和度 (2.1mm/hr)

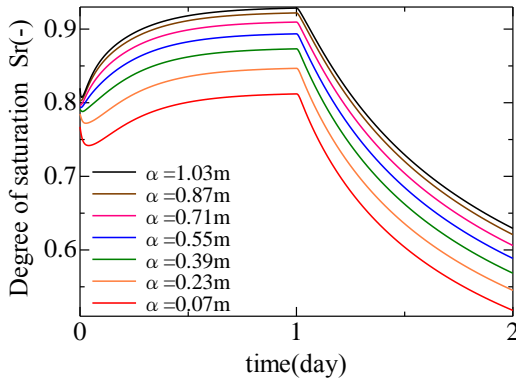


図-9.18 細粒土層下部の飽和度 (4.2mm/hr)

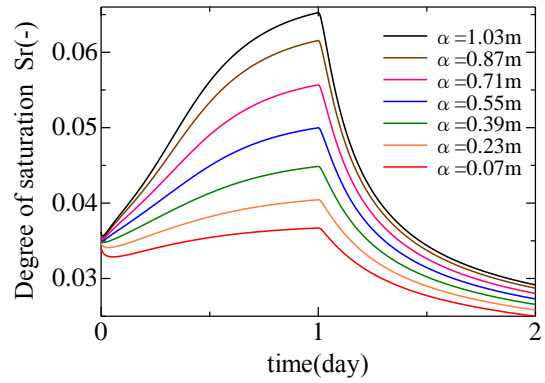


図-9.19 粗粒土層上部の飽和度 (4.2mm/hr)

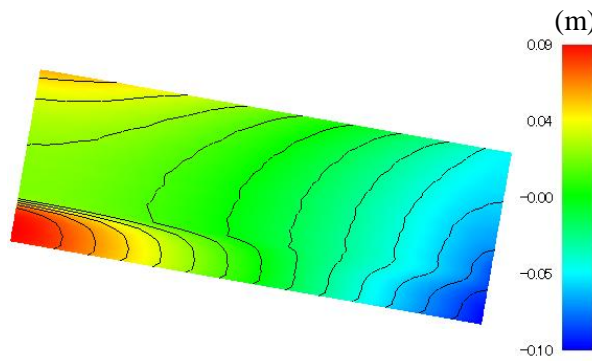


図-9.20 全水頭分布 (2.1mm/hr, 1日後)

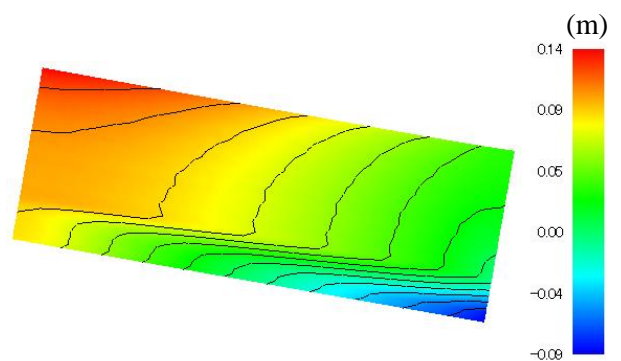


図-9.21 全水頭分布 (4.2mm/hr, 1日後)

一方、降雨強度を 4.2mm/hr とさらに増加させると、降雨により細粒土に流入する間隙水量が領域下端の排水孔から排出される流量を上回り、細粒土層において飽和度が上昇する (図-9.18)。その結果、降雨強度が弱い前述の 2 例 (降雨強度 1.0mm/hr, 2.1mm/hr) と異なり、試料境界部において全水頭は細粒土層が粗粒土層より高くなる (図-9.21)。そのため、粗粒土層にも間隙水が供給され、特に下流部においてその傾向が顕著になるが、粗粒土層における飽和度は上昇する (図-9.19)。図-9.21 の全水頭分布からも粗粒土層における飽和度上昇は細粒土層からの漏水の結果であることがわかり、キャピラリーバリアが領域全体にわたってその効果が失われていることがわかる。以上のことからキャピラリーバリアの効果が見込めなくなる降雨強度は 2.1mm/hr と 4.2mm/hr の間にあると考えることができ、その閾値は解析により降雨強度をさらに細かく検討することで得ることができると思う。

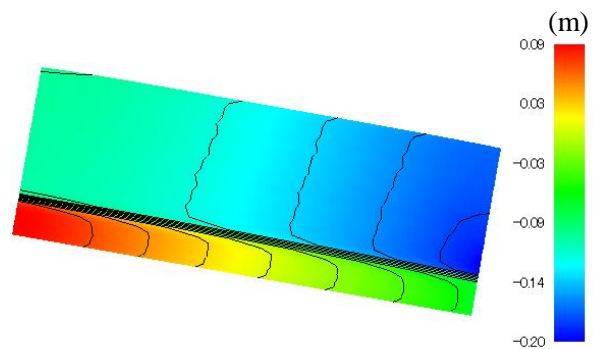


図-9.22 全水頭分布 (4.2mm/hr, 2日後)

また、降雨を停止すると細粒土層の排水孔からの排水が卓越し、細粒土層において飽和度低下 (サクション上昇) が生じる。細粒土層のサクション上昇に起因する全水頭低

下により、キャピラリーバリアの効果が回復している様子が伺える（図-9.22）

降雨強度とキャピラリーバリアの効果発現の関係をさぐる中で、降雨強度が増加し、地盤への間隙水流入量が排水量を上回ると、細粒土層でサクシオン低下が生じ、キャピラリーバリアの効果が薄れることがわかる。また、降雨を停止後は、細粒土層からの排水が卓越し、細粒土層で全水頭の低下が起こり、キャピラリーバリアの機能回復が望めることが示唆された。

### 9.3.2 傾斜角度の違いがキャピラリーバリアの性能に与える影響

斜面傾斜角を $\theta=5^\circ, 15^\circ$ とし、斜面勾配がキャピラリーバリア発現効果にどのように影響するか検討を行った。

<斜面傾斜角 $\theta=5^\circ$ とした場合>

図-9.23 に斜面傾斜角度 $\theta=5^\circ$ における初期全水頭分布を示す。 $\theta=10^\circ$ のケース（図-9.8）と比較すると、傾斜角が緩やかなため、最大値と最小値の差が小さくなる。

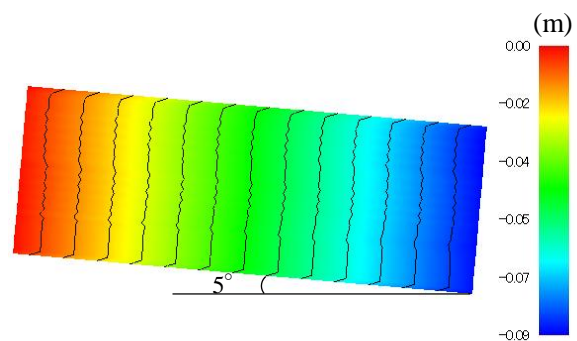


図-9.23 初期全水頭分布

図-9.24～29に降雨強度0.5,1.0,2.1mm/hrにおける細粒土層下部と粗粒土層上部の

$\alpha$  軸方向の飽和度時間変化，図-9.30～32に各降雨強度における24時間経過後の全水頭分布を示す。

降雨強度0.5mm/hrにおける境界部における飽和度変化（図-9.24,25）を見ると、降雨強度が弱く、領域で排水作用が卓越するため、飽和度が低下していることがわかる。特にその透水係数の高さから細粒土層において飽和度低下、全水頭低下が大きくなり、24時間経過後の全水頭分布（図-9.30）は粗粒土が細粒土より高くなり、結果的に細粒土から粗粒土への漏水が起こらず、キャピラリーバリアが発揮されていることがわかる。

降雨強度1.0mm/hrにおける境界部の飽和度変化（図-9.26,27）を見ると、初期の飽和度変化の後、上流（/下流）部では飽和度が継続的に減少（/上昇）するが、一定期間経過後は飽和度変化量が低下し、領域全体で間隙水移動が定常状態（間隙水流入量＝排水量）に至っていることがわかる。24時間経過後の全水頭（図-9.31）を見ると、上流部では細粒土層より粗粒土層の全水頭が高く、キャピラリーバリアの効果を確認できるが、下流になるに従い、境界面での水頭は細粒土層、粗粒土層で同一の値に漸近し、試料境界の中央付近では粗粒土層より細粒土層の全水頭の方が高くなり、細粒土層から粗粒土層への漏出が伺えることから、キャピラリーバリアが破られていると判断できる。

傾斜角が $\theta=10^\circ$ のケースでは、降雨強度 1.0mm/ hr のケースにおいてキャピラリーバリアの効果は保たれていたが、傾斜角度 $\theta=5^\circ$ のケースではその効果は保てていない。降雨量は角度によらず同等の量が与えられているが、傾斜角度の減少により領域のサクシヨンの最大値と最小値の差が小さくなり、領域を移動する間隙水の移動速度が（特に細粒土層において）低下する。さらに、排水孔付近では動水勾配 ( $i=\sin\theta$ ) の低下により領域の排水量が低下し、境界部中盤以降で細粒土の粗粒土の全水頭より高くなり、粗粒土への漏出が生じる。一定期間経過以後は流れが落ち着き、境界の上下で飽和度が一定値に収束する様子が伺える（図-9.26, 27）ことから、降雨は細粒土中を流れ右端の動水勾配境界で排水されるものと粗粒土層に漏出し、粗粒土層で排水されるものに分離し、24時間経過時点では水収支が釣り合っていることから、粗粒土層への漏出が定常的に生じていることがわかる。

そして、降雨強度 2.1mm/ hr における境界部の飽和度変化（図-9.28, 29）を見ると、24時間経過時点まで、領域全域で飽和度は継続的に単調増加していることがわかる。24時間後の全水頭の様子（図-9.32）から、過剰な降雨により細粒土層の排水が追い付かず、キャピラリーバリアが破られ、粗粒土層へ漏出が生じていることがわかる。

傾斜角度の低下により、初期の領域動水勾配が減少するため細粒土中の流速が低下すること、細粒土中の排水流量が低下した結果、同一の降雨強度であっても、キャピラリーバリアの効果は減少することがわかった。

さらに、24時間経過以降降雨を停止すると、細粒土層では排水孔からの排水が継続して生じるため、飽和度が低下し、細粒土の全水頭が低下することからキャピラリーバリアの効果が継続することが考えられる。

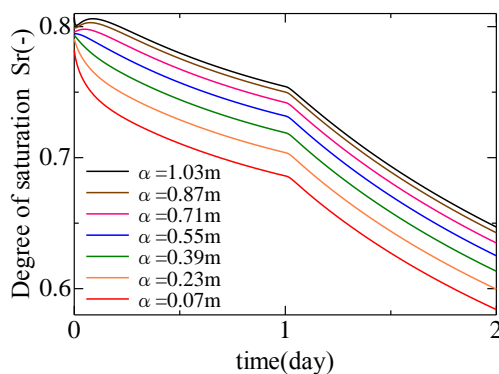


図-9.24 細粒土層下部の飽和度 (0.5mm/hr)

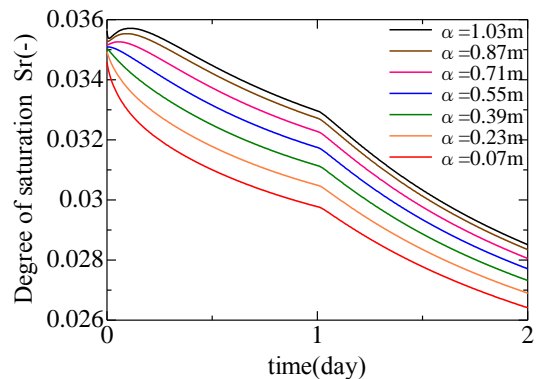


図-9.25 粗粒土層上部の飽和度 (0.5mm/hr)

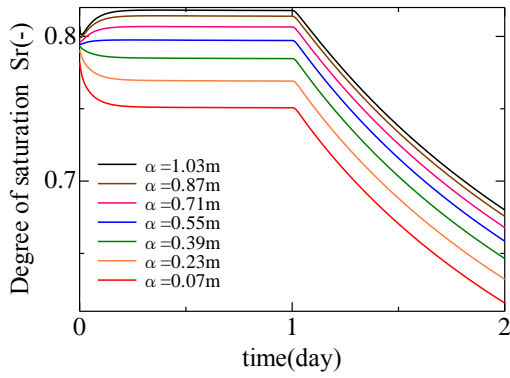


図-9.26 細粒土層下部の飽和度 (1.0mm/hr)

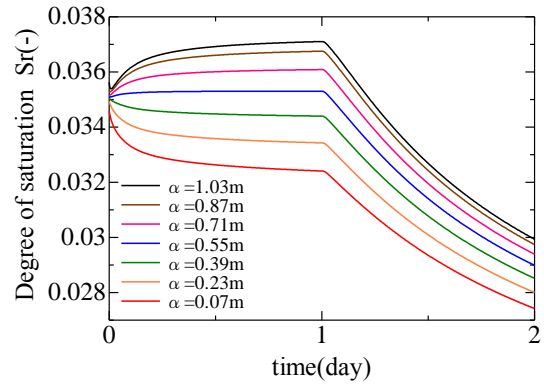


図-9.27 粗粒土層上部の飽和度 (1.0mm/hr)

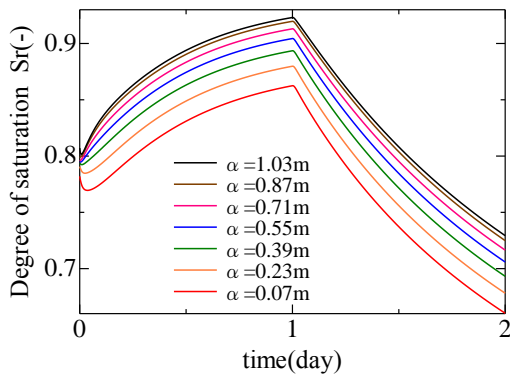


図-9.28 細粒土層下部の飽和度 (2.1mm/hr)

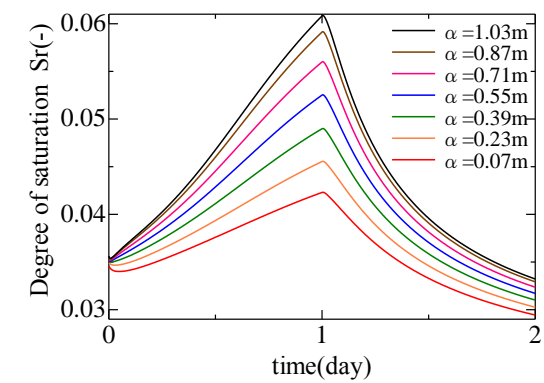


図-9.29 粗粒土層上部の飽和度 (2.1mm/hr)

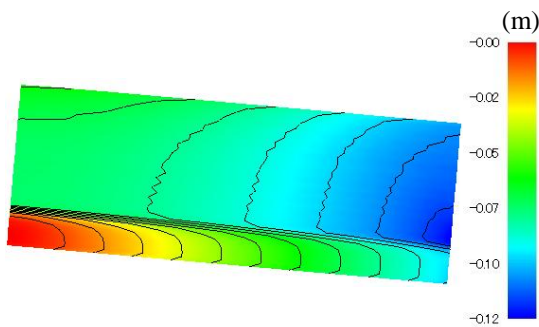


図-9.30 全水頭分布 (0.5mm/hr, 1日後)

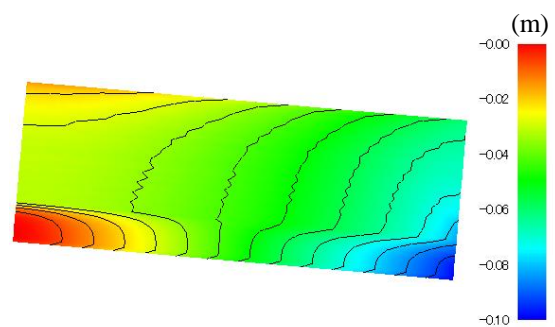


図-9.31 全水頭分布 (1.0mm/hr, 2日後)

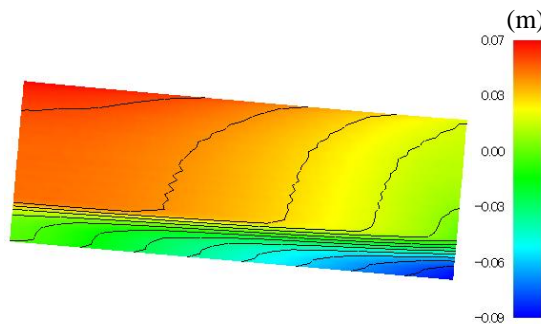


図-9.32 全水頭分布 (2.1mm/hr, 1日後)



<斜面傾斜角 $\theta=15^\circ$ とした場合>

図-9.33 に斜面傾斜角度 $\theta=15^\circ$ における初期全水頭分布を示す。斜面傾斜角が $\theta=5^\circ, 10^\circ$ のケースと比較すると、勾配が最も大きく、全水頭の最大値と最小値の差が最大になっていることがわかる。図-9.34~39 に降雨強度 2.1, 4.2, 6.2mm/hr における細粒土層下部と粗粒土層上部の $\alpha$ 軸方向の飽和度時間変化、図-9.40~42 に各降雨強度における 24 時間経過後の全水頭分布を示す。

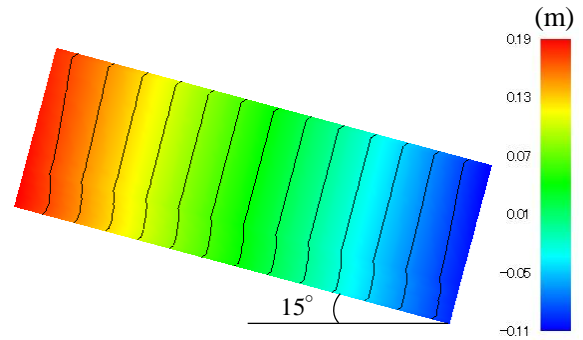


図-9.33 初期全水頭分布

傾斜角度が上昇すると、領域全水頭勾配が上昇するために地盤内の移流速度は増加する。そのため排水孔における排水量が増加し、他の傾斜角度より強い降雨強度であっても細粒土層から粗粒土層への漏水が無く、キャピラリーバリアの効果が持続することになる。

降雨強度 2.1mm/hr においては領域の降雨流入量を排水量が上回り、領域内で飽和度低下が起こり (図-9.34, 35), 全水頭分布 (図-9.40) からキャピラリーバリアの機能は失われていないことがわかる。また、降雨強度を増加させ、4.2mm/hr とすると、地盤内飽和度変化 (図-9.36, 37), 全水頭分布 (図-9.41) は図-9.26, 27 及び図-9.31 と同様の傾向を示し、境界の中央部より細粒土層から粗粒土層へ間隙水の漏出が起こり、粗粒土層で飽和度低下が生じていないことが伺える。そして、さらに降雨強度を増加させ 6.2mm/hr とすると、排水量に対して降雨量が過剰であるために細粒土層の飽和度が上昇し (図-9.38), さらに細粒土層のみの排水では間に合わず、粗粒土へと漏出が起こり (図-9.42), 粗粒土層の飽和度上昇が生じた結果 (図-9.39) キャピラリーバリアの効果が失われていることがわかる。

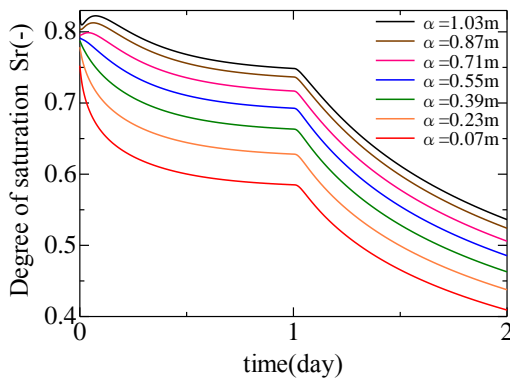


図-9.34 細粒土層下部の飽和度 (2.1mm/hr)

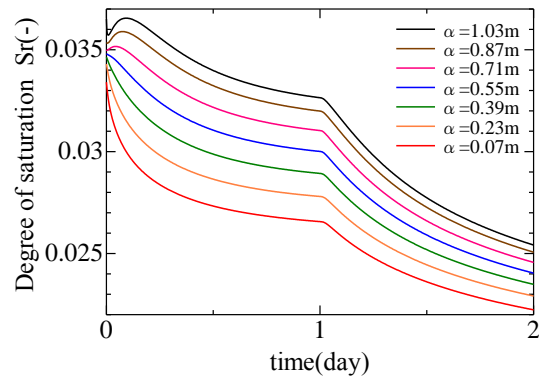


図-9.35 粗粒土層上部の飽和度 (2.1mm/hr)

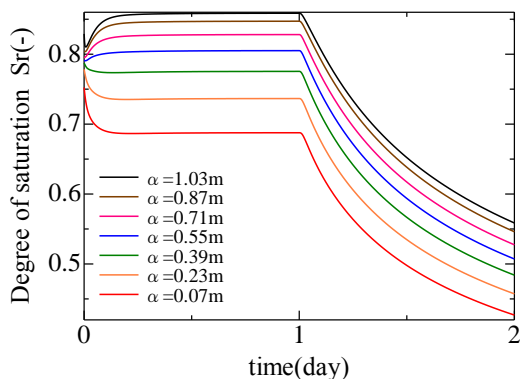


図-9.36 細粒土層下部の飽和度 (4.2mm/hr)

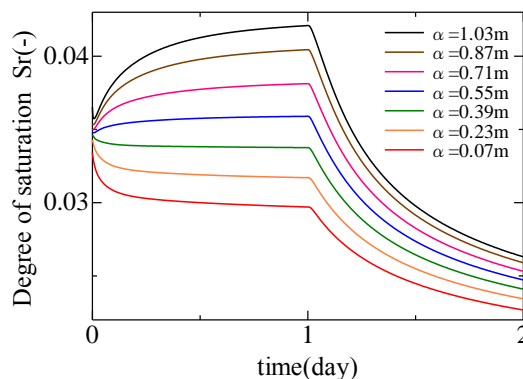


図-9.37 粗粒土層上部の飽和度 (4.2mm/hr)

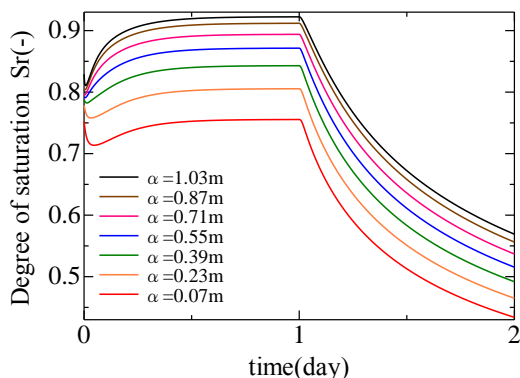


図-9.38 細粒土層下部の飽和度 (6.2mm/hr)

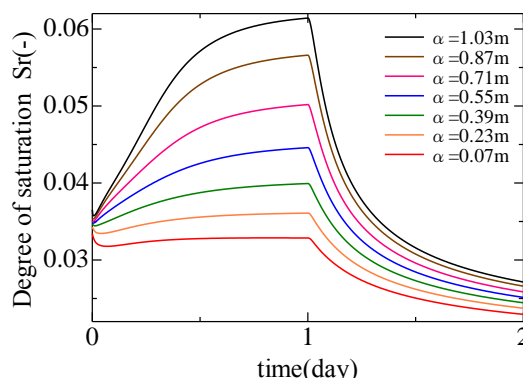


図-9.39 粗粒土層上部の飽和度 (6.2mm/hr)

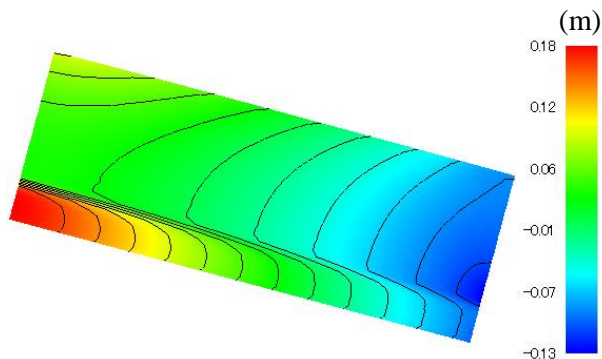


図-9.40 全水頭分布 (2.1mm/hr, 1日後)

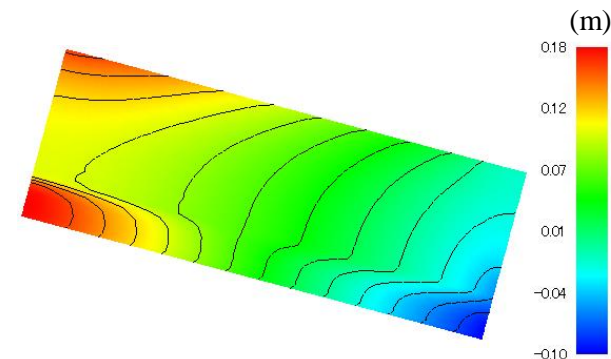


図-9.41 全水頭分布 (4.2mm/hr, 1日後)

表-9.2 に今回検討した降雨強度, 斜面傾斜角に関してキャピラリーバリアの効果を示した. 24 時間の降雨により細粒土層から粗粒土層への漏水が生じず, キャピラリーバリアの効果が保たれたのは, 今回の解析ケースでは傾斜角  $\theta = 5^\circ$  では降雨強度  $0.5\text{mm/hr}$ ,  $\theta = 5^\circ$  では降雨強度  $1.0\text{mm/hr}$ ,  $\theta = 15^\circ$  では降雨強度  $2.1\text{mm/hr}$  以下のケースであった. ここで,  $\theta = 10^\circ, 15^\circ$  における降雨強度  $2.1\text{mm/hr}$  における地盤内飽和度低下量(図-9.16, 17, 34, 35)を見ると  $\theta = 15^\circ$  のケースにおいて卓越しており, 24 時間経過後の全水頭分布(図-9.20, 40)を比較しても,  $\theta = 15^\circ$  のケースの方がキャピラリーバリアの効果が高いことが伺える. 以上より, キャピラリーバリアの効果は, 斜面勾配が大きくなるほど卓越す

第9章 キャピラリーバリアの性能照査

ることがわかり、強い降雨強度が短時間でもたらされるケースでは、その効果を維持するため、斜面勾配を大きくすることが望ましいといえる。

また24時間経過後降雨を停止すると、全てのケースにおいて細粒土での飽和度低下が生じ、下部に位置する粗粒土の全水頭が、常に上部に位置する細粒土の全水頭値より高くなり、キャピラリーバリアの効果が回復する。

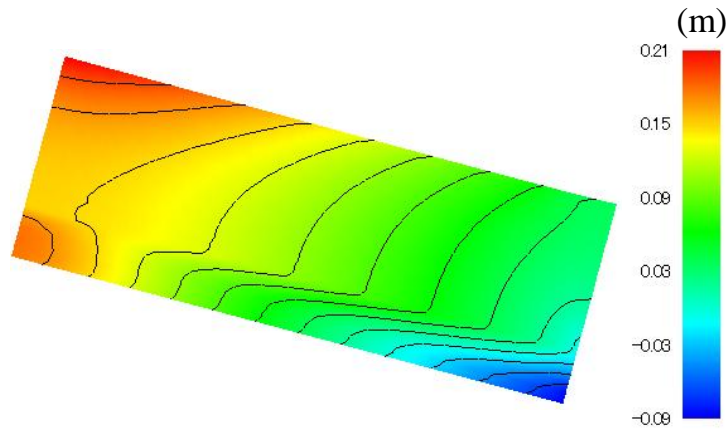


図-9.42 全水頭分布 (6.2mm/hr, 1日後)

表-9.2 降雨強度, 斜面勾配におけるキャピラリーバリアの効果

層厚30cm		降雨強度 (mm/hr)				
		0.5	1.0	2.1	4.2	6.2
角度	5°	○	△	×	×	×
	10°	○	○	△	×	×
	15°	○	○	○	△	×

○: 全領域で漏水なし  
 △: 下流部で漏水発生  
 ×: 全領域で漏水発生

### 9.3.3 細粒土層厚の違いがキャピラリーバリアの性能に与える影響

これまで細粒土層厚 30cm, 粗粒土層 10cm として降雨, 斜面勾配の変化によるキャピラリーバリアの効果を検討してきた. 下部の粗粒土層はサクシオン値が大きく変動することなく, 層厚がキャピラリーバリアに与える影響が少ないことが考えられるが, 地盤上部に位置する細粒土層は降雨強度に応じてその飽和度, 間隙水圧が大きく変化する. ここでは, 細粒土層厚がキャピラリーバリアの効果に与える影響を議論するため, 細粒土層厚を 15cm, 40cm として検討を行った. なお, 層厚の変更は細粒土層の要素数を増減させることで行っており, 排水孔の大きさはこれまでと同様であるとした. 図-9. 43, 44 に各ケースの初期全水頭分布を示す.

図-9. 45~48 に降雨強度 1.0mm/day における細粒土層厚 15cm, 40cm における細粒土層下部と粗粒土層上部の  $\alpha$  軸方向の飽和度時間変化, 図-9. 49, 50 に細粒土層厚における 24 時間経過後の全水頭分布を示す. 図-9. 45, 47 より細粒土層では, 降雨より排水が卓越するため, 飽和度低下が生じている. そして, 層厚が薄くなるほど領域内で保持できる水分量が低下するため, その影響は顕著になることがわかる. 粗粒土層では, 細粒土層からの漏水が無く, 排水孔に向かう流れが卓越するため, 飽和度が常に低下しており, その影響は層厚が薄く, 境界における飽和度の不連続性が卓越するケースにおいて大きくなることがわかる (図-9. 46, 48). また, それぞれを層厚が 30cm のケースと比較すると (図-9. 11, 12), 同様の傾向が見てとれる. 24 時間経過時の層厚ごとの全水頭分布をみると (図-9. 14, 49, 50), 斜面に垂直な方向では, 粗粒土の全水頭が細粒土に対して常に大きくなっており, いずれのケースにおいても, キャピラリーバリアの効果を確認することができる.

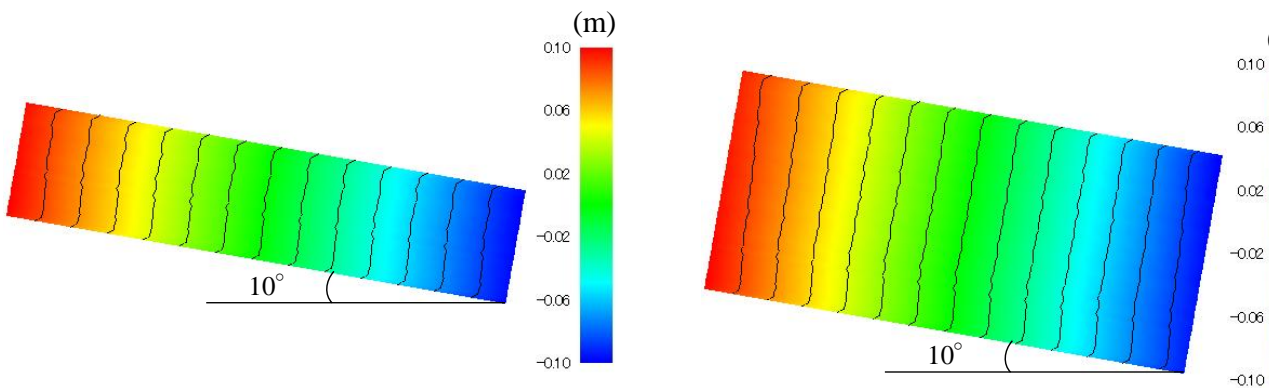


図-9. 43 初期全水頭分布 (細粒土層厚 15cm)

図-9. 44 初期全水頭分布 (細粒土層厚 15cm)

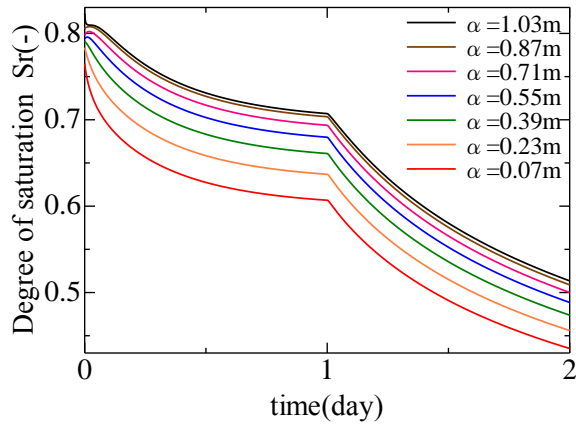


図-9.45 細粒土層下部の飽和度 (1.0mm/hr)  
細粒土層厚 15cm

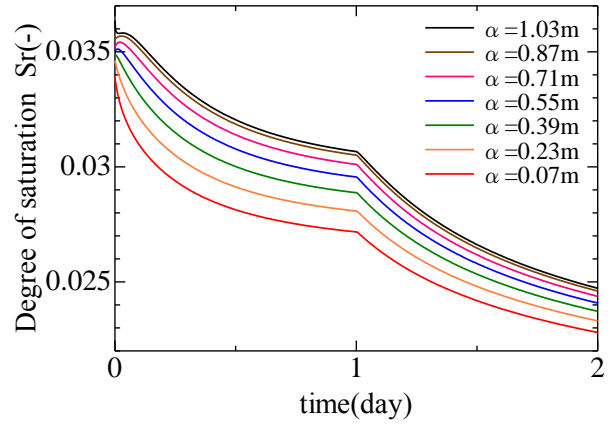


図-9.46 粗粒土層上部の飽和度 (1.0mm/hr)  
細粒土層厚 15cm

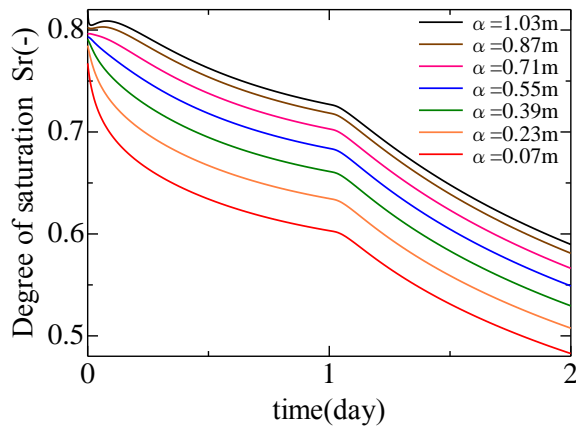


図-9.47 細粒土層下部の飽和度 (1.0mm/hr)  
細粒土層厚 40cm

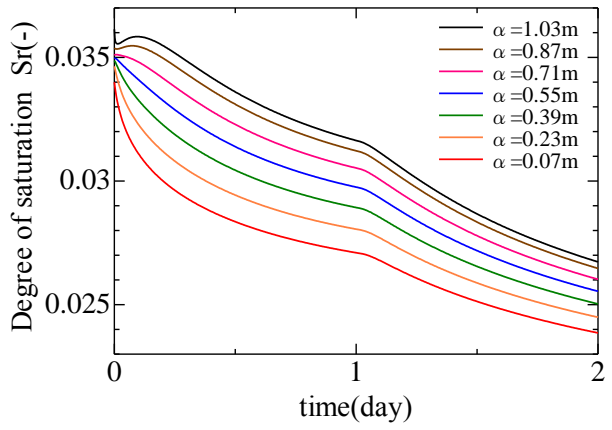


図-9.48 粗粒土層上部の飽和度 (1.0mm/hr)  
細粒土層厚 40cm

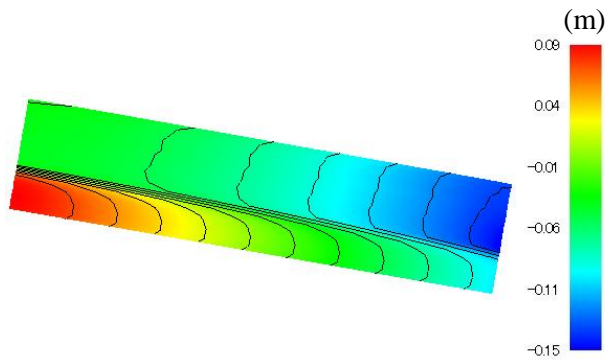


図-9.49 全水頭分布 (1.0mm/hr, 1日後)  
細粒土層厚 15cm

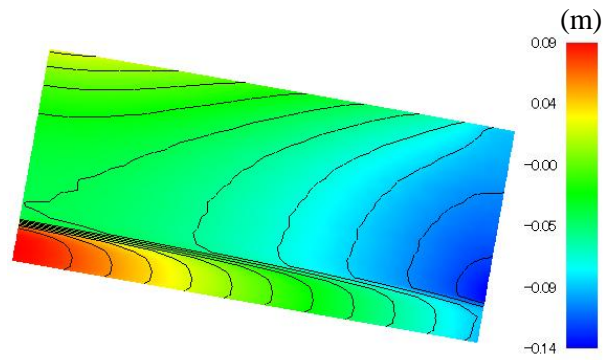


図-9.50 全水頭分布 (1.0mm/hr, 1日後)  
細粒土層厚 40cm

図-9.51~54に降雨強度 2.1mm/day の細粒土層厚 15cm, 40cm における細粒土層下部と粗粒土層上部の飽和度時間変化, 図-9.55, 56に細粒土層厚における 24 時間経過後の全水頭分布を示す. 図-9.51~54 おいて, 解析開始から 24 時間までは, 層厚が薄くなるに従い, 飽和度の時間低下量は若干減少している. 両ケースにおいて, 図-9.16, 17 と同様に初期全水頭分布の影響で下流へ卓越した流れが見られ, 結果的に時間経過に伴い飽和度変化は減少し, 24 時間経過時には領域の水収支はほとんど釣り合っている.

層厚ごとの全水頭分布を比較すると (図-9.20, 55, 56), 降雨強度が比較的大きいため, 細粒土層において飽和度が低下せず, 領域の境界面において上流部では細粒土層より粗粒土層の全水頭が高いが, 下流になるに従い, その傾向が逆転し, キャピラリーバリアの効果が薄れていることがわかる. また境界面での全水頭値が一致し, その効果が消失する位置は, 細粒土層厚が大きくなるに伴い下流側に移動しているようにみえるが, これは, 層厚の増大により降雨を与える位置が図-9.57に示すように水平右側にずれた幾何学的影響や, 層厚増加により降雨作用面積が減少した影響といった, 漏出位置が下流方向にずれ込む作用も同時に含んでいるため, 単純な比較は難しく, 今後条件を整理し

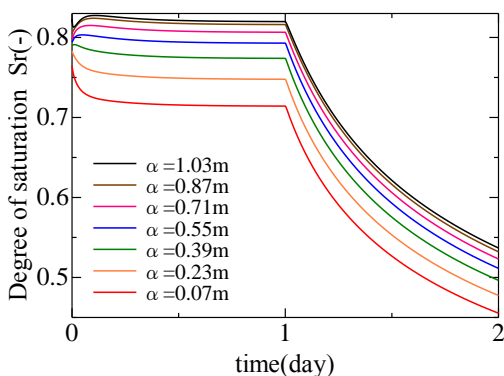


図-9.51 細粒土層下部の飽和度 (2.1mm/hr)  
細粒土層厚 15cm

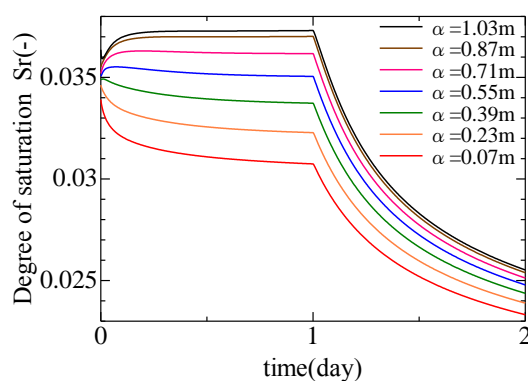


図-9.52 粗粒土層上部の飽和度 (2.1mm/hr)  
細粒土層厚 15cm

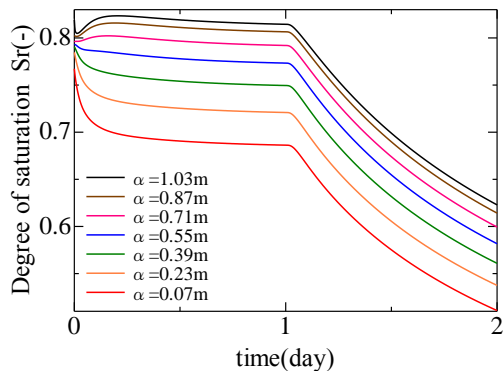


図-9.53 細粒土層下部の飽和度 (2.1mm/hr)  
細粒土層厚 40cm

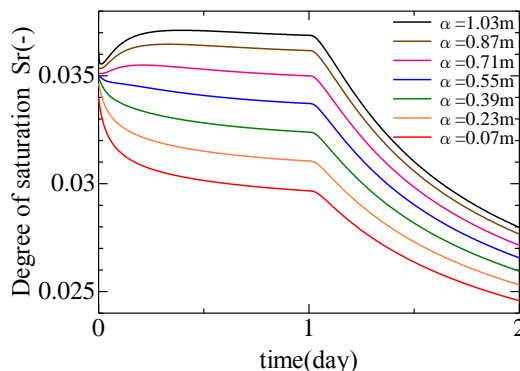


図-9.54 粗粒土層上部の飽和度 (2.1mm/hr)  
細粒土層厚 40cm

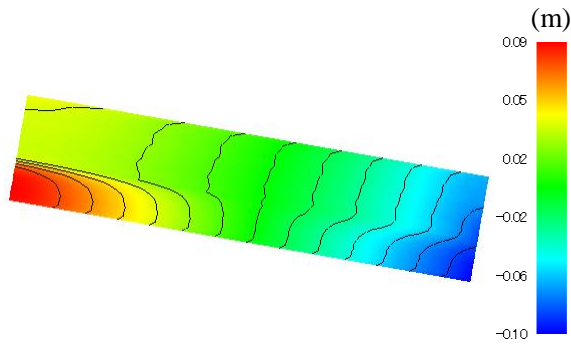


図-9.55 全水頭分布 (2.1m/hr, 1日後)

細粒土層厚 15cm

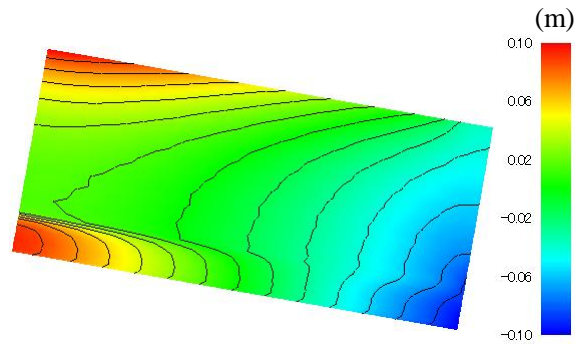


図-9.56 全水頭分布 (2.1mm/hr, 1日後)

細粒土層厚 40cm

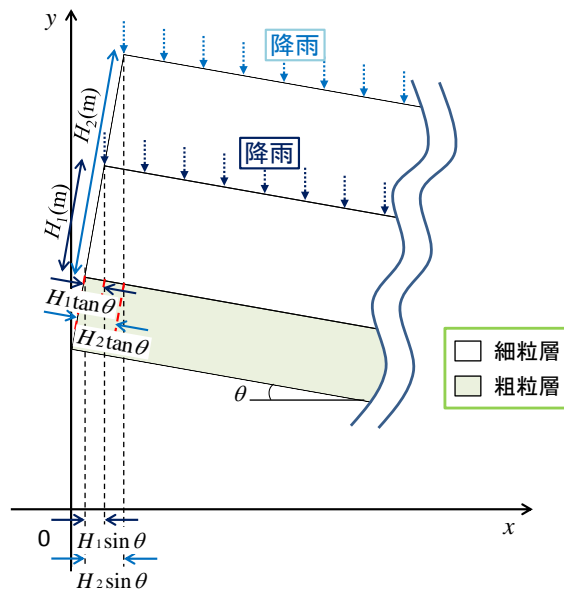


図-9.57 層厚の違いによる領域左端降雨開始位置の違い

て効果の定量化に繋げる必要がある。

図-9.58～61 に降雨強度 4.2mm/day の細粒土層厚 15cm, 40cm における細粒土層下部と粗粒土層上部の飽和度時間変化, 図-9.62, 63 に細粒土層厚における 24 時間経過後の全水頭分布を示す。図-9.58～61 において, 解析初期から 24 時間経過時点までは, 継続的に飽和度が上昇していることがわかる。細粒土層では, 層厚 (粗粒土層までの浸透距離) の減少により, 降雨による間隙水が層境界に到達する時間が速まり, 飽和度上昇速度が増加していることがわかる (図-9.58, 60)。更に, 早期に粗粒土層へ達した間隙水は直後に粗粒土層へ漏水し, その飽和度を早期に上昇させていることがわかる (図-9.59, 61)。そのため, 各経過時間経過時における粗粒土層への漏水量は, 層厚の低下により, 上昇していることが伺える。また, 24 時間経過時の全水頭分布 (図-9.62, 63) をみると, 粗粒土層の全水頭が細粒土より大きくなっており, 降雨量の上昇により, 領域全体に渡ってキャピラリーバリアが破られていることがわかる。

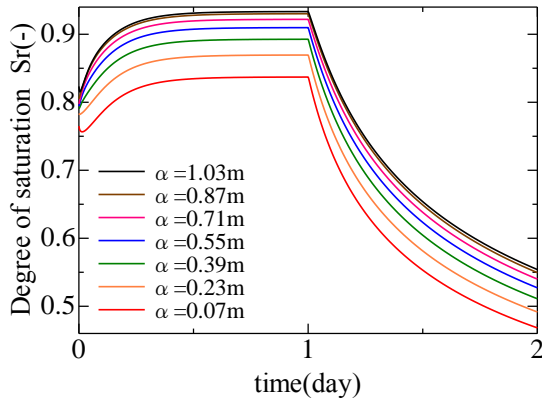


図-9.58 細粒土層下部の飽和度 (4.2mm/hr)  
細粒土層厚 15cm

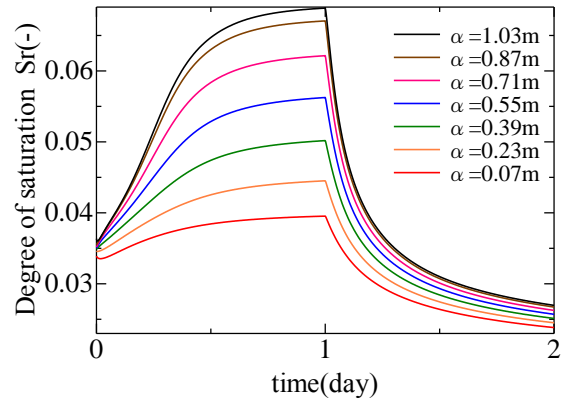


図-9.59 粗粒土層上部の飽和度 (4.2mm/hr)  
細粒土層厚 15cm

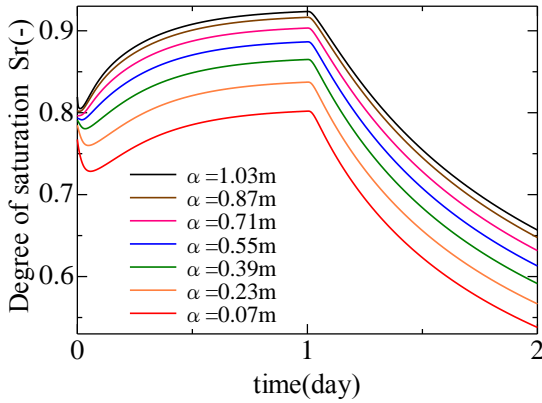


図-9.60 細粒土層下部の飽和度 (4.2mm/hr)  
細粒土層厚 40cm

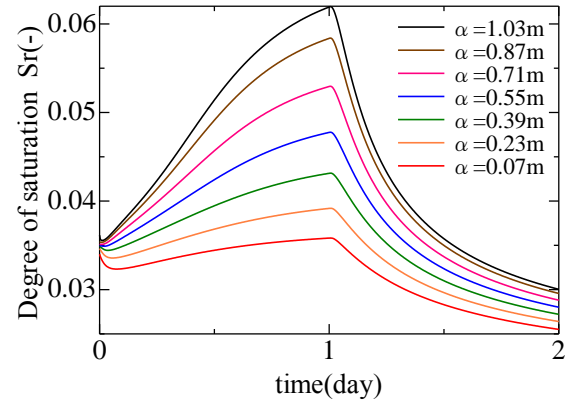


図-9.61 粗粒土層上部の飽和度 (4.2mm/hr)  
細粒土層厚 40cm

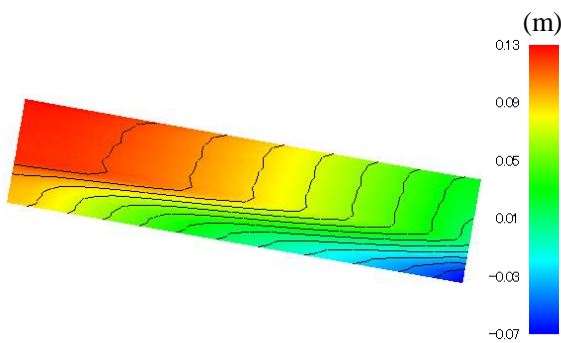


図-9.62 全水頭分布 (4.2mm/hr, 1日後)  
細粒土層厚 15cm

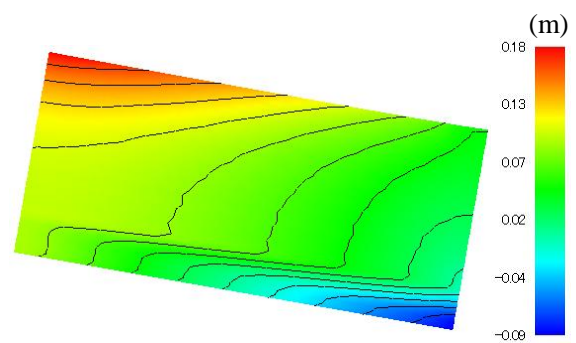


図-9.63 全水頭分布 (4.2mm/hr, 1日後)  
細粒土層厚 40cm

以上より、細粒土層厚の変化は間隙水中の流れ速度や飽和度時間変化に影響を与え、降雨浸透初期に層厚増加による内部の水収支に変化をもたらすことがわかる。しかし、キャピラリーバリアの効果そのものには大きな影響を与えず、その効果は細粒土層厚が



極端に薄いものでなければ、十分な側方排水機能を期待することができ、地盤下部への漏水を遮断することが可能であることがわかった。

### 9.3.4 数値解析に基づくキャピラリーバリア性能照査の今後の指針

処分場の排水管理に関する設計を行う際は、廃棄物層への漏水を①許してよいケース、②一定量以下であれば許してもよいケース、③全く許してはいけないケースがあると考えられる。これまでの検討結果から、キャピラリーバリアは②及び③の領域において高い威力を発揮すると考えられる。すでにまとめたように、漏水が少ないキャピラリーバリアを作成するには、斜面勾配が大きいものを構築する必要があり、さらに、漏出時期を遅らせるには上部層の層厚を大きくすることが望ましい。

一方で、構造物の設計を考えたとき、斜面勾配が大きいものを構築しようとする場合には、斜面安定の問題からその安全率が低下することが考えられる。また、上部層に層厚が大きな覆土を考える際には、地盤の応力状態の変化を正確にとらえる必要がある。また急勾配斜面においては土壌流出の影響も考慮する必要があり、いずれにしても高い設計技術を必要とされることが考えられる。

今回、キャピラリーバリアのメカニズムを解明するために、あえて安定計算に関して問題を整理していないが、今回使用した解析シミュレータは土/水/空気の三相連成問題を整理することが可能であるため、今後、キャピラリーバリア構築・管理過程も含めた総合的なマネジメント手法を提案できると考えている。

また、上記②のパターンで設計を考える場合、今回のケースのように降雨強度により漏出位置を推測することは十分可能であると考えられる。同時に、実際に細粒土層から粗粒土層に排出される漏出量は全水頭分布、飽和度分布が把握できれば計算することが可能であり、将来的には想定される降雨により、境界の「どの」部分から「どれだけの」漏出が起こるか検討することも可能である。降雨強度とキャピラリーバリアを設置する際の各主要因（使用材料、斜面傾斜角、上部層厚）の関係性の精緻化をさらに進めることにより、処分場毎の適切なキャピラリーバリアの敷設に関する指針が示せると考える。

## 参考文献

- 1) 環境省：産業廃棄物の排出及び処理状況等について，  
<http://www.env.go.jp/recycle/waste/sangyo.html>
- 2) 公益財団法人 日本産業廃棄物処理振興センター：産廃知識 産業廃棄物処理の現状，<http://www.jwnet.or.jp/waste/genjou.shtml>
- 3) 嘉門雅史，大嶺聖，勝見武：地盤環境工学，共立出版，2010
- 4) 日本国土開発株式会社：土木技術，キャピラリーバリア，  
[http://www.n-kokudo.co.jp/tec\\_civil/capillary.html](http://www.n-kokudo.co.jp/tec_civil/capillary.html)
- 5) Tianwei, Q., Lijuan, H. and Dongye, Z: Laboratory Investigation Into Factors Affecting Performance of Capillary Barrier System in Unsaturated Soil, Water Air Soil Pollut, pp.295-306, 2010
- 6) 永井誠二，鈴木正人，坂本好文，平田征弥，渡辺邦夫：地下水制御技術を利用したトレンチ処分の合理化研究（その2），土木学会第55回年次学術講演会集，2000.
- 7) 梅田美彦，佐藤泰，藤原愛：人工多層地盤を用いた降雨浸透制御に関する実験的研究，土木学会第48回年次学術講演会集，pp.1048-1049，1993.
- 8) 森井俊広，堀江昭仁，菊池將太，竹下裕二，井上光弘：砂礫層地盤のキャピラリー・バリア特性，農業土木学会全国大会講演要旨集，pp.928-929，2005.
- 9) 坂本篤，鈴木正人，西垣誠，小松満，今井淳，佐藤泰，横田季彦：キャピラリーバリアによる廃棄物処分場の浸透水量の制御に関する研究，廃棄物学会論文集，Vol.19，No.5，pp.318-327，2008.
- 10) 森井俊広，上原るり香，神田美沙，井上光弘：キャピラリーバリアを利用した斜面減災に関する技術検討，農業農村工学会全国大会講演要旨集 pp.602-603，2009.
- 11) 上原るり香，神田美沙，森井俊広：土の毛管遮断機能と植生による地盤内の雨水浸透抑制効果，新潟大学農学部研究報告，61巻2号，pp.175-180，2009.
- 12) 清原雄康，岩渕光生，風間基樹：キャピラリーバリアにおける八戸しらすの適用性に関する研究，地盤工学ジャーナル，Vol.2，No.4，pp.329-337，2007.
- 13) 東條安匡，田中信寿，松藤敏彦：キャピラリーバリアを用いた廃棄物埋立地底部集排水構造に関する研究－数値解析－，土木学会論文集，No.692，21号，pp.41-52，2011.11.
- 14) 東條安匡，松藤敏彦，田中信壽，松尾孝之，相楽光宏：キャピラリーバリアを利用した廃棄物処分場排水システムの開発，第7回衛生工学シンポジウム論文集，pp.59-63，1999.

- 15) 鈴木正人, 中尾法生, 細野洋一, 齋藤誠, 宇佐美貞彦, 齋藤正浩: キャピラリーバリア型覆土の適用事例, 土木学会第58回年次学術講演会集, pp.281-282, 2003.
- 16) Smesrud, J. K. and Selker, J. S.: Effect of soil-particle size contrast on capillary barrier performance, *J. Geotech. and Geoenvironment. Eng* 127(10), pp.885-888, 2001.
- 17) 福本惣太: 石室環境保全に求められる復元墳丘の性能に関する基礎研究, 京都大学大学院工学研究科, 修士論文, 2012.
- 18) 福本惣太, 三村衛, 吉村貢, 寺尾庸孝: 墳丘復元材料によるキャピラリーバリア発現に関する実験研究, 47回地盤工学研究発表会講演集, 八戸, 2012.
- 19) 金澤伸一: 不飽和土の数理モデルに基づく締固め土構造物の力学挙動評価, 神戸大学大学院自然科学研究科, 博士論文, 2010.
- 20) Ross, B.: The derivation capacity of capillary barriers, *Water Resources Research*, 26(10), pp.2625-2629, 1990.
- 21) Steenhuis, T.S. and Parlange, J.Y. : Comment on “The Diversion Capacity of Capillary Barriers” by Benjamin Ross, *Water Resources Research*, 27(8), pp.2155-2156, 1991.
- 22) 小島倫直, 宮崎毅: キャピラリーバリアの限界長に関する研究, 農業土木学会全国大会講演要旨集, pp.306-307, 2003.

## 第 10 章 結論

本研究では、地盤塩害化被害、土壌・地下水汚染問題をターゲットとして、地盤環境変化に伴う移動性の評価、汚染の定量化、被害抑制手法の検討を行った。以下に各章のまとめを記し、結論とする。

論文の前半、第 2～4 章では、支配方程式を物理現象の根幹をなす保存則より導出し、実験や材料学をもとに得られた構成式を各保存則に適用することにより、数理モデルの構築を行った。

**第 2 章**では、飽和/不飽和の挙動を連続的に表すことのできるモデルに関して議論した。分応力の概念に基づき、地盤を構成する各物質が受け持つ応力について検討した。また不飽和状態では塑性体積ひずみに加え、地盤の含水状態（有効飽和度）も硬化パラメータとして採用できるという事実をもとに、不飽和土の降伏関数を記述し、応力-ひずみ関係の導出過程を示した。また、不飽和状態における飽和度-サクシオン関係を精度よく記述できるモデルに関して議論を行った。

**第 3 章**では、間隙中の流体移動の記述法を示した。まず、純水と密度が異なる流体にダルシー則を適用する際の全水頭値の整理手法についてまとめた。また、不飽和状態における透過性の低下を記述する手法について議論した。加えて、溶液中の溶解物質に働く分散現象の記述手法を示した。章末では、既存の流体の運動を記述する手法とその方程式の構造的について記述するとともに、数値解析的にそれらを解く手法を記述した。

**第 4 章**では、第 2, 3 章で既述した土骨格と流体の運動をつなぎ合わせる数理モデルの表現方法を検討した。土試料は材料が土粒子・溶液・空気・溶解物質で構成される多相混合体であることを考慮し、互いに相関しあう各相の「運動学的変数」「力の変数」関係を記述するために混合体理論を適用した。固相質量保存則とその他の流体質量保存則を連立させる中で連続条件式の導出を行った。また、運動量保存則より釣合式、コーシー応力の対称性を導出した。

論文の中盤、第 5, 6 章では、一連の数理モデルを有限要素法へと適用する手法を記述した上で、適用したモデルをもとに簡単な境界値問題を設定し、厳密解と比較を行う中で解析解の妥当性について議論した。

**第 5 章**では、構築した数理モデルに基づく支配方程式を、特定の初期・境界条件で解くために有限要素法への適用を行った。数理モデルにおける数値解は弱形式化、空間時間離散化過程を経ると、離散的な多次元一次方程式の近似解として表現される。線形化された支配方程式を連成させ、全体剛性マトリックスを有する土/溶液/空気/溶解物質連成有限要素解析プログラム（DACSAR-MP\_ad）の作成を行った。

**第6章**では、移流分散現象を構築したシミュレータで表現可能な簡単な境界値問題の厳密解と比較し、解の整合性を検討した。解析プログラムのパフォーマンスは良好であり、物質移動現象を精度よく表すことができることがわかった。さらに、地盤に荷重が与えられると、地盤内の水圧の発生消散、変形が進む過程で溶解物質がどのように空間内に広げられるか検討を行った。また、溶解物質の比重が純水より大きい場合、その移動挙動（密度流）にどのような変化が生まれるか検討を行った。

論文の後半、第7～9章では、近年生じている地盤塩害化問題、土壌・地下水汚染問題をいくつか取り上げ、実現象との比較を行い、被害の定量化に繋げた。また、被害を食い止めるための新たな手法の提案や、実際に行われた浄化技術の検討・検証を行った。

**第7章**では、タイ東北部で発生している地盤塩害化とその被害抑制手法の検討を行った。シミュレータにより、地盤下部に存在していた塩類が、気候条件により時間経過とともに地盤上方に塩類が移動し、地表付近で塩類の濃縮が起これ、塩害が発生する様子を再現することができた。またマルチング・改良型マルチングという、地盤改良土を地盤表面・内部に敷設する地盤改良手法により、地盤内の水分移動を変化させることができ、結果的に塩害が抑制できることがわかった。また、フラッシングという人工放水手法により地盤浄化が可能であることを示し、その適切な放水量、放水時期に関して議論を行った。

**第8章**では、東日本大震災によって発生した大津波による地盤塩害化、土壌汚染被害の調査結果をまとめた。現地調査から仙台・石巻の2地点が持つ地盤材料の違いにより、震災以降塩類の移動の様子が異なっていることがわかった。また被害を模擬したシミュレーションにより、仙台では地盤が有するその高い物質移動性より塩類は地盤下部に向けて移流・分散し、その濃度が十分に希釈していることが予想されたが、移動性の低い石巻では塩類が地表面付近に留まりその被害が長期化することが予想された。さらに津波の被害を受けた陸前高田市沿岸部、高田の松原に一本だけ残された「希望の松」の保護に向け、その被害シミュレーションを実施するとともに、震災後に執られた対策の妥当性に関して検討した。検討の結果、対策が講じられず一本松が放置されていれば気候条件、分散現象、根圏の吸水作用により塩類は松の根圏に達し、衰弱枯死に至っていたことがわかった。また、対策として行われた地盤上部からのポンプアップが塩類集積を招き結果的にその枯死を早める結果になったこと。一本松の生存は地盤下部からのポンプアップ、地表面の散水を適度に行うことにより達成されることがわかった。

**第9章**では、廃棄物処理場において、排水を促進し、遮水効果を期待できることから、その適用例が増加傾向にあるキャピラリーバリアのメカニズムの解明を数理モデルに

より試みた。降雨量，斜面傾斜角度，層厚を様々に変えたシミュレーションにより，キャピラリーバリアの効果の違い，発現メカニズムに関して議論した。検討の結果，降雨強度が弱い場合，もしくは斜面傾斜角度小さいときは，上部の細粒土層と粗粒土層の境界で斜面に直交する方向に正の動水勾配が生じ，層間で水収支がほとんどなされず，キャピラリーバリアの威力が発揮されることがわかった。また，一方でキャピラリーバリアは降雨強度が大きくなり地盤全体のサクション低下が生じた場合，斜面傾斜角の低下により斜面方向の移流速度が減少したときには，その効果が薄れることがわかった。キャピラリーバリアの効果を恒久的に保持するには，比較的高い斜面傾斜角でキャピラリーバリアを構築し，粗粒土層への降雨浸透を制限する必要があることが示唆され，解析結果は，今後，キャピラリーバリアに関して更なる議論がなされることで，実現象への応用が可能であることを示していると考えられる。

# DACSAR — MP\_ad

Deformation Analysis  
Considering Stress Anisotropy and Reorientation — Multi Phase-Advection-Dispersion  
(DACSAR-MP\_ad.for)

(Jan. 2013)

By

Atsushi IIZUKA

Shun NOMURA

Geotechnical Engineering Laboratory,  
Department of Civil Engineering, Kobe University,  
Rokkodai 1-1, Nada-ku, Kobe 657-8501 Kobe, JAPAN  
TEL (+81)-78-803-6029, FAX (+81)-78-803-6069  
iizuka@kobe-u.ac.jp  
Atsushi IIZUKA

\*\*\*\*\*  
Soil/water/Air coupled elasto-(visco)plastic Finite Element Code: DACSAR  
(Deformation Analysis Considering Stress Anisotropy and Reorientation)  
THE COPY RIGHT RESERVED. NO PART OF THIS PROGRAM MAY BE REPRODUCED,  
STORED IN A RETRIEVAL SYSTEM, OR TRANSMITTED, IN ANY FORM OR BY ANY  
MEANS WITHOUT THE PRIOR PERMISSION OF  
HIDEKI OHTA  
AND  
ATSUSHI IIZUKA  
\*\*\*\*\*

DACSAR is open to the public under the condition that

1. Person who uses DACSAR must not violate the copyright of DACSAR reserved by Hideki OHTA and Atsushi IIZUKA.
2. Person who used DACSAR even if partly must appropriately cite and show the reference paper of DACSAR in his article, report or paper.  
(The reference paper of DACSAR is,  
Iizuka,A. and Ohta,H. : A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, Soils and Foundations, JSSMFE, Vol.27, No.3, pp.71-87, 1987)
3. Person who wishes to use DACSAR must accept the above requirements and send back an agreement mail to A.IIZUKA or H.OHTA.

Atsushi IIZUKA : iizuka@kobe-u.ac.jp

Hideki OHTA : ohta@tamacc.chuo-u.ac.jp



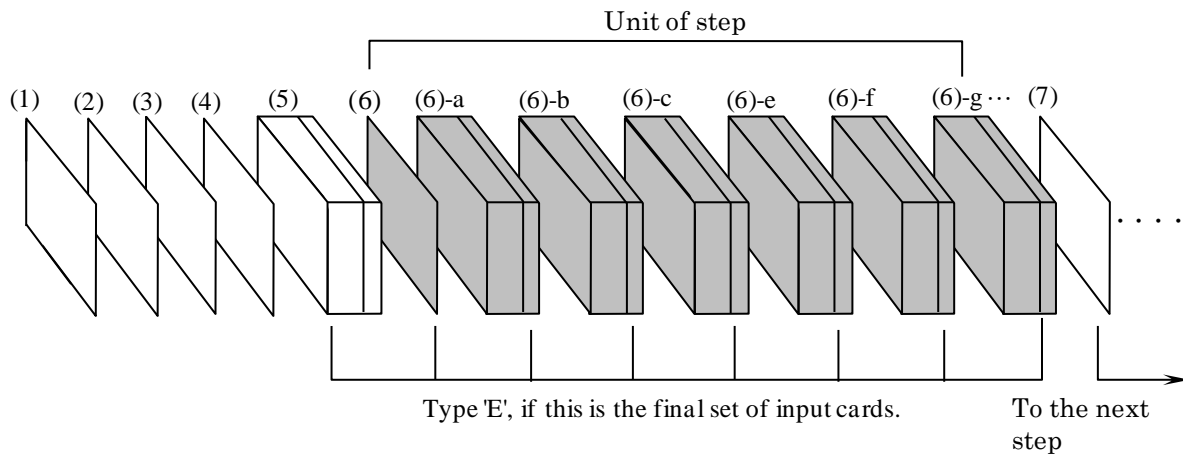
DACSAR-MP is provided in the form that DIMENSION areas (program capacity) are temporarily defined. Users should give definite numbers to all DIMENSION areas in the program before compiling by using an appropriate editor. Details on DIMENSION areas are given in the source code of the program. Supplementary explanation is provided here.

DIMENSION areas temporarily defined as follows,

- \$NOD : the maximum number of nodal points.
- \$ELM : the maximum number of elements.
- \$MAT : the maximum number of material data.
- \$NLB : the half length of band of total stiffness matrix.
- \$NUB : the full length of band of total stiffness matrix.
- \$FLNG: the total freedom of total stiffness matrix.

### Chap.1 Data Input

#### 1. Constitution of Input Data with a Card Image



where

- |                                     |                                       |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| (1) Title Card                      | (6-d) Load Data                       |
| (2) Analysis Control Card           | (6-e) Hydraulic Boundary Conditions   |
| (3) Output Control Card             | (6-f) Precipitation Data              |
| (4) Initial Values                  | (6-g) Aerodynamic Boundary Conditions |
| (5) Material Properties             | (6-h) Air pressure data               |
| (6) Step Control Card               | (6-i) Transpiration Data              |
| (6-a) Coordinates of Nodal Points   | (6-j) Evaporation Data                |
| (6-b) Description of Elements       | (6-k) Concentration ratio Date        |
| (6-c) Geometric Boundary Conditions | (6-l) Concentration flux Data         |

#### 2. Produce of Input Data

##### (1) Title Card

READ(MAIN) (UNIT(I),I=1,3),(TITL(I),I=1,63)			
(UNIT(3),TITL(63):defined at DIMENSION in MAIN)			
col.	variables	(format)	contents
1~ 9	UNIT(I),I=1,3	(3A3)	: Indicating the dimension used in analysis
10~72	TITL(I),I=1,63	(63A1)	: Title of the analysis

remark:

UNIT(I) : indicate the dimensions of /L/T/M/ in such a way that (e.g /m/day/t/)

(2) Analysis Control Card

<u>READ(MAIN) IPSN, ICON, ICAL, ILAG, IAIR</u>			
(IPSN, ICON, ICAL, ILAG, IAIR)			
(IMAGVP: defined at COMMON/IMAG1/)			
(ITYPE : defined at COMMON/Q/)			
col.	variables (format)		contents
1~ 5	IPSN	(I5)	: Plane-strain or axi-symmetric
6~10	ICON	(I5)	: Coupled analysis or not
11~15	ICAL	(I5)	: Fresh computation or restarted computation
16~20	IADD	(I5)	: Considering advection-dispersion or not
21~25	ILAG	(I5)	: Small strain theory or updated coordinates
26~30	IAIR	(I5)	: Air coupled analysis or not

remarks

- IPSN = 0 Plane strain conditions  
= 1 Axi-symmetric conditions
- ICON = 0 Considering pore water flow (coupled analysis)  
= 1 Without considering pore water flow (ordinary F.E.M.)
- ICAL = 0 Fresh computation  
= 1 Restarted computation (data and results of the previous calculation taken from file on disk)
- IADD = 0 Considering advection-dispersion  
= 1 Without considering advection-dispersion
- ILAG = 0 Ordinary small strain theory  
= 1 Updated coordinates
- IAIR = 0 Considering air pressure flow  
= 1 Without considering air pressure flow

(3) Output Control Card

<u>READ(MAIN) (IWRITE(I),I=1,4),NFT10,NFT20</u>			
(IWRITE(I): defined at COMMON/K/)			
col.	variables (format)		contents
1~5	IWRITE(1)	(I5)	: Output of nodal displacements
6~10	IWRITE(2)	(I5)	: Output of stress components
11~15	IWRITE(3)	(I5)	: Output of strain components
16~20	IWRITE(4)	(I5)	: Output of strain rate components
21~25	NFT10	(I5)	: Use of data file (No.10) to write or read the Input data for restarted computation.
26~30	NFT20	(I5)	: Use of data file (No.20) to write the computation results.

remarks

- |               |   |                                    |
|---------------|---|------------------------------------|
| IWRITE (1~4)  | 0 | Output                             |
|               | 1 | Not output                         |
| NFT10 , NFT20 | 0 | Use the data file (No.10 or No.20) |
|               | 1 | No need                            |

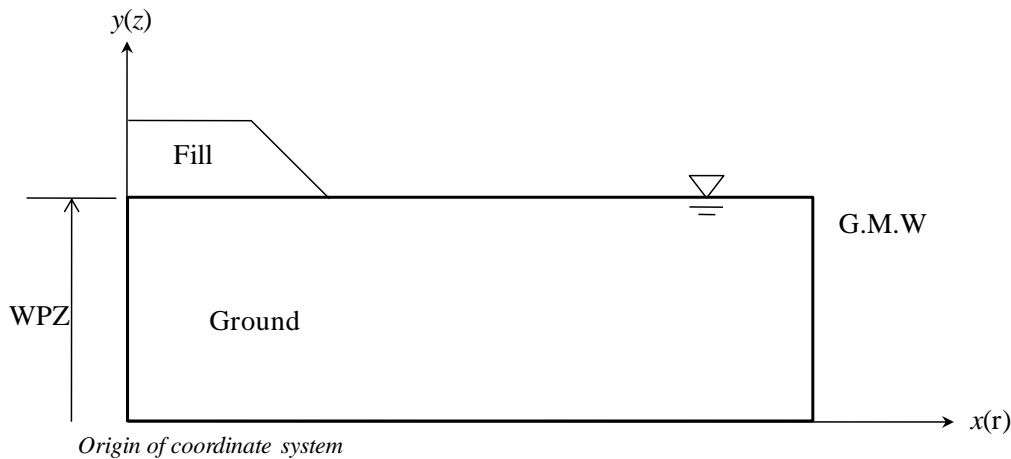
## (4) Initial Values (not needed in restarted computation; ICAL=1)

READ(MAIN) GMW.WPZ		
col.	variables (format)	contents
1~10	GMW (F10.0)	: $\gamma_w$ A unit weight of pore water
11~20	GMS (F10.0)	: $\gamma_s$ A unit weight of soil material
21~30	GMA (F10.0)	: $\gamma_a$ A unit weight of pore air
31~40	WPZ (F10.0)	: $\Omega$ Reference height for specifying the head of water
41~50	GPA (F10.0)	: $p_a$ Pore air pressure(gauge pressure : 0.1MPa)
51~60	THETA (F10.0)	: Flag controlling the difference approximation

## remarks

- GMW : Ex.  $1.0(t/m^3)$ ,  $0.0010(kg/cm^3)$  (depending on the choice of unit).  
 GMS : Ex.  $2.7(t/m^3)$ ,  $0.0027(kg/cm^3)$  (depending on the choice of unit).  
 GMA : Ex.  $1.0 \cdot 10^{-3}(t/m^3)$  (depending on the choice of unit).  
 WPZ : Reference height for specifying the water head. WPZ is preferably chosen as the height of the initial ground water level(G.W.L.), resulting in the excess pore water pressure represented as the height of water head (HEAD).  
 GPA : Pore air pressure /// gauge pressure=0.1MPa  
 THETA : 0.0 Forward difference approximation  
           : 0.5 Central difference approximation  
           : 1.0 Backward difference approximation

The  $y(z)$ -coordinate should be taken as upward positive.  
 Coordinate system should be right-handed.  
 (If you take  $y(z)$ -axis as downward positive,  
 water head of an element will be incorrectly computed).



(5) Material Properties (not needed, when ICALM=0, in restarting computation)

- ① Elasto-(visco)plastic material (MT=0):(for plane element)  
3 cards required in specifying the material properties of a material.

READ(SUB.INMAT) L,MT,MM, (AA(J), J=1,6)			
(L:CHARACTER; MT,MM:defined at COMMON/C/; AA(J):used only in this subroutine)			
col.	variable (format)	contents	
[1st Card]			
1	L (A1)	: Type 'E'(if this material is the final material to be defined,letter'E' indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.	
2~5	MT (I4)	: 0 (not O but zero) Type of material (elasto-(visco) plastic is specified by 0)	
6~10	MM (I5)	: Material number	
11~20	AA(1) (F10.0)	: $D$ Coefficient of Dilatancy proposed by Shibata (1963)	
21~30	AA(2) (F10.0)	: $\Lambda$ Irreversibility Ratio expressed by $\Lambda = 1 - \frac{\kappa}{\lambda}$	
31~40	AA(3) (F10.0)	: $M$ Critical State Parameter	
41~50	AA(4) (F10.0)	: $\nu'$ Effective Poisson's Ratio	
51~60	AA(5) (F10.0)	: $k_{x(r)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in x(r) direction at the reference stress state	
61~70	AA(6) (F10.0)	: $k_{y(z)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in y(z) direction at the reference stress state	

col.	variables (format)	contents	
[2nd Card]			
11~20	AA(7) (F10.0)	: $\sigma'_{v0}$ Preconsolidation Pressure	
21~30	AA(8) (F10.0)	: $K_0$ Coefficient of Earth Pressure at rest immediately after $K_0$ -normal consolidation (reference state)	
31~40	AA(9) (F10.0)	: $\sigma'_{vi}$ Effective Overburden Pressure in-situ	
41~50	AA(10) (F10.0)	: $K_i$ Coefficient of In-situ Earth Pressure at rest.	
51~60	AA(11) (F10.0)	: $\alpha$ Coefficient of Secondary Compression expressed by $\alpha \equiv dv/(d(\ln t))$ at time $t_c$	
61~70	AA(12) (F10.0)	: $dvo/dt$ Initial Volumetric Strain Rate at reference state expressed by $dvo/dt = \alpha / t_c$ , where $t_c$ is the time at end of primary consolidation.	

col.	variables (format)	contents	
[3rd Card]			
11~20	AA(13) (F10.0)	: $\lambda$ Compression Index in the $e - \ln(p' / p'_0)$ relationship	
21~30	AA(14) (F10.0)	: $e_0$ Void Ratio corresponding to $\sigma'_{v0}$ at reference state(if you don't know the value of $e_0$ , specify $e_0 = 0$ )	
31~40	AA(15) (F10.0)	: $\lambda_k$ Gradient of e plotted against $\ln(k)$	

remarks

$e_0$  : This value is necessary for calculate the coefficient of permeability.

When you input nothing, it will be automatically estimated from the following equation .

$$e_0 = \frac{\lambda \Lambda}{MD} - 1$$

$\lambda_k$  : If you input  $\lambda_k = 0$ ,  $\lambda_k$  is equal to  $\lambda$  (compression index).

$k_{x0} / \gamma_w$ ,  $k_{y0} / \gamma_w$  : the current coefficient of permeability will be automatically calculated by

$$\frac{k_i}{\gamma_w} = \left( \frac{k_{i0}}{\gamma_w} \right) \exp \left\{ \frac{(e - e_0)}{\lambda_k} \right\}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{Taylor, 1948})$$

$\lambda$  : If you input  $\lambda = 0.0$ , the coefficient of permeability will be kept constant without using above equation.

Even in such a case, stress-strain relations will be derived from  $D, M$  and  $\Lambda$  regardless of whatever value of  $\lambda$  with input here.

- ② Linearly-elastic Material (MT=1):(for plane element)  
2 cards required in specifying the material properties of a material.

col.	variables (format)	contents
[1st Card]		
1	L (A1)	: Typing 'E' (if this material is the final material to be defined, letter "E" indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT (I4)	: 1 linearly-elastic material is specified by 1.
6~10	MM (I5)	: material number
11~20	AA(1) (F10.0)	$\tilde{\lambda}$ Lamé's constant
21~30	AA(2) (F10.0)	$\tilde{\mu}$ Lamé's constant
31~40	AA(3) (F10.0)	$\sigma'_{vi}$ Effective Overburden Pressure in-situ
41~50	AA(4) (F10.0)	$K_i$ Coefficient of Earth Pressure at rest
51~60	AA(5) (F10.0)	$k_{x(r)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in x(r) direction at the reference stress state
61~70	AA(6) (F10.0)	$k_{y(z)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in y(z) direction at the reference stress state

col.	variables (format)	contents
[2nd Card]		
11~20	AA(7) (F10.0)	$e_i$ Initial Void Ratio in-situ
21~30	AA(8) (F10.0)	$\lambda_k$ Gradient of e plotted against ln(k)

remarks

$\lambda_k$  : If you input  $\lambda_k = 0$ , the permeability is kept to be constant.

Lamé's constants:

$$\tilde{\lambda} = \nu E / \{ (1 + \nu)(1 - 2\nu) \}, \quad \tilde{\mu} = G = E / \{ 2(1 + \nu) \}, \quad \text{where } E \text{ is young modulus}$$

$\nu$  is poisson ratio

③ Beam Material (MT=2) (only in plane strain condition)

col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Typing 'E' (if this material is the final material to be defined, letter 'E' indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT (I4)	: 2 beam material is specified by 2
6~10	MM (I5)	: Material number
11~20	AA(1) (F10.0)	: $E$ Young's modulus of beam
21~30	AA(2) (F10.0)	: $A$ Cross-sectional area
31~40	AA(3) (F10.0)	: $I$ Moment of inertia of area

④ Truss Material (MT=3) (only in plane-strain condition)

col.	variables (format)	contents
[1st Card]		
1	L (A2)	: Typing 'E' (if this material is the final material to be defined, letter 'E' indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT (I5)	: 3 truss material is specified by 3
6~10	MM (I5)	: Material number
11~20	AA(1) (F10.0)	: $E$ Young's modulus (bi-linear elastic), OR parameter $a$ (hyperbolic)
21~30	AA(2) (F10.0)	: $A$ Cross-sectional area
31~40	AA(3) (F10.0)	: Compression strength $\sigma_{fcomp}$ (bi-linear elastic), OR parameter $b_{comp}$
41~50	AA(4) (F10.0)	: Extension strength $\sigma_{fext}$ (bi-linear elastic), OR parameter $b_{ext}$
51~60	AA(5) (F10.0)	: $\sigma_{v0}$ Initial axial stress
61~70	AA(6) (F10.0)	: Flag indicating whether the truss element is cut or not when the axial stress exceeds the strength :

col.	variables (format)	contents
[2nd Card]		
11~20	AA(7) (F10.0)	: Flag indicating whether the truss element is modeled as linear elastic material OR hyperbolic material. Linear elastic =0.0, Hyperbolic =1.0

## ⑤ Joint Material (MT=4) (both in plane strain and axi-symmetric conditions)

col.	variables	(format)	contents
1	L	(A1)	: Typing 'E' (if this material is the final material to be defined, letter'E' indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT	(I5)	: 4 joint material is specified by 4
6~10	MM	(I5)	: Material number
11~20	AA(1)	(F10.0) : ks	Shear Stiffness
21~30	AA(2)	(F10.0) : kn	Normal Stiffness
31~40	AA(3)	(F10.0) : $\sigma_{vi}$	Overburden Pressure
41~50	AA(4)	(F10.0) : $K_i$	Coefficient of in-situ Earth Pressure at rest
51~60	AA(5)	(F10.0) : $c$	Cohesion
61~70	AA(6)	(F10.0) : $\tan \phi$	Tangent of angle of internal friction

## ⑥ Axi-symmetric Shell Material (MT=5) (only in axi-symmetric condition)

col.	variables	(format)	contents
1	L	(A1)	: Typing 'E'(if this material is the final material to be defined, letter'E' indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT	(I5)	: 5 shell element is specified by 5
6~10	MM	(I5)	: Material number
11~20	AA(1)	(F10.0) : $E$	Young Modulus
21~30	AA(2)	(F10.0) : $t$	Thickness
31~40	AA(3)	(F10.0) : $\nu$	Poisson's ratio

remark

 $t$  : If you input  $t=0.0$ ,  $t$  will be automatically assumed to be one unit of length

付録

- ⑦ Drucker-Prager Material (MT=6) (for plane-strain condition)  
2 cards required in specifying the material properties of a material.

col.	variables (format)	contents
[1st Card]		
1	L (A1)	: Typing 'E' (if this material is the final material to be defined, letter "E" indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT (I4)	: 6 Drucker-Prager material is specified by 6..
6~10	MM (I5)	: Material number
11~20	AA(1) (F10.0)	: $\tilde{\lambda}$
21~30	AA(2) (F10.0)	: $\tilde{\mu}$ Lamé's constant
31~40	AA(3) (F10.0)	: $\sigma'_{vi}$ Effective Overburden Pressure in-situ
41~50	AA(4) (F10.0)	: $K_i$ Coefficient of Earth Pressure at rest
51~60	AA(5) (F10.0)	: $k_{x(r)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in x(r) direction at the reference stress state
61~70	AA(6) (F10.0)	: $k_{x(z)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in y(z) direction at the reference stress state

col.	variables (format)	contents
[2nd Card]		
11~20	AA(7) (F10.0)	: $c$ Cohesion
21~30	AA(8) (F10.0)	: $\phi$ Internal Friction Angle
31~40	AA(9) (F10.0)	: $e_i$ Initial Void Ratio in-situ
41~50	AA(10) (F10.0)	: $\lambda_k$ Gradient of e plotted against ln(k)

remarks

$\lambda_k$  : If you input  $\lambda_k = 0$ , The permeability is kept to be constant.

Lamé's constants:

$$\tilde{\lambda} = \nu E / \{(1 + \nu)(1 - 2\nu)\}, \tilde{\mu} = G = E / \{2(1 + \nu)\}, \text{ where } E \text{ is young modulus}$$

$\nu$  is poisson ratio



- ⑧ Hyperbolic Material (MT=7)  
 2 cards required in specifying the material properties of a material.  
 (both in plane strain and axi-symmetric conditions)

col.	variables (format)	contents
[1st Card]		
1	L	(A1) : Typing 'E' (if this material is the final material to be defined, letter "E" indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT	(I4) : 7 Hyperbolic material is specified by 7.
6~10	MM	(I5) : Material number
11~20	AA(1)	(F10.0) : $1/a$ Initial Tangential Stiffness
21~30	AA(2)	(F10.0) : $(1/b)_c$ ( $p' \geq 0$ ) Ultimate Strength of Compression Side.
31~40	AA(3)	(F10.0) : $(1/b)_e$ ( $p' < 0$ ) Ultimate Strength of Extension Side.
41~50	AA(4)	(F10.0) : $\nu$ Poisson's Ratio
51~60	AA(5)	(F10.0) : $k_{x(r)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in $x(r)$ -direction.
61~70	AA(6)	(F10.0) : $k_{x(z)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in $y(z)$ -direction.

col.	variables (format)	contents
[2nd Card]		
11~20	AA(7)	(F10.0) : $\sigma'_{vi}$ Effective Overburden Pressure
21~30	AA(8)	(F10.0) : $K_i$ Coefficient of in-situ Earth Pressure
31~40	AA(9)	(F10.0) : $e_0$ Initial Void Ratio
41~50	AA(10)	(F10.0) : $\lambda_k$ Gradient of $e$ plotted against $\ln(k)$

remark

$\lambda_k$  : If you input  $\lambda_k = 0$ , The permeability is kept to be constant.

◎ Elasto-plastic material (MODIFIED CAM-CLAY MODEL) (MT=8) : (for plane element)  
col. variables (format) contents

col.	variables (format)	contents
[1st Card]		
1	L (A1)	: Typing'E' (if this material is the final material to be defined,letter "E" indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT (I4)	: 8 elast-plastic(MODIFIED CAM-CLAY MODEL) material is specified by 8.
6~10	MM (I5)	: material number
11~20	AA(1) (F10.0)	: $D$ Coefficient of Dilatancy proposed by Shibata (1963)
21~30	AA(2) (F10.0)	: $\Lambda$ Irreversibility Ratio expressed by $\Lambda = 1 - \frac{\kappa}{\lambda}$
31~40	AA(3) (F10.0)	: $M$ Critical State Parameter
41~50	AA(4) (F10.0)	: $\nu$ Poisson Ratio
51~60	AA(5) (F10.0)	: $k_{x(r)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in x(r)-direction.
61~70	AA(6) (F10.0)	: $k_{x(z)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in y(z)-direction.

col.	variables (format)	contents
[2nd Card]		
11~20	AA(7) (F10.0)	: $\sigma'_{v0}$ Preconsolidation Pressure
21~30	AA(8) (F10.0)	: $K_0$ Coefficient of Earth Pressure at rest immediately after $K_0$ -normal consolidation (reference state)
31~40	AA(9) (F10.0)	: $\sigma'_{vi}$ Effective Overburden Pressure in-situ
41~50	AA(10) (F10.0)	: $K_i$ Coefficient of In-situ Earth Pressure at rest.

col.	variables (format)	contents
[3rd Card]		
11~20	AA(11) (F10.0)	: $\lambda$ Compression Index in the e-ln(p'/po') relationship
21~30	AA(12) (F10.0)	: $e_0$ Void Ratio corresponding to $\sigma'_{vo}$ at reference state(if you don't know the value of $e_0$ , specify $e_0=0$ )
31~40	AA(13) (F10.0)	: $\lambda_k$ Gradient of e plotted against ln(k)
41~50	AA(14) (F10.0)	: $m$ Constant parameter to control expansion rate of subloading surface ( $\dot{R} = -(m \ \dot{\epsilon}^p\  \ln R) / D$ ), in which $D$ is coefficient of dilatancy and $R$ is similarity ratio)
51~55	NRD (I5)	: NRD control flag

⑩  $S_e$ -Hardening model(for unsaturated soil) (MT=9)

READ(SUB.INMAT) L,MT,MM, (AA(J), J=1,6)

(L:CHARACTER; MT,MM:defined at/C/; AA(J):used only in this subroutine)

col.	variable (format)	contents
[1st Card]		
1	L (A1)	: Type 'E'(if this material is the final material to be defined,letter'E' indicates that the material defined this set of cards is the last material and there is no more material to be defined.
2~5	MT (I4)	: 9 unsaturated elast-plastic( $S_e$ -Hardening model) material is specified by 9.
6~10	MM (I5)	: Material number
11~20	AA(1) (F10.0)	: $\lambda = 0.434Cc$
21~30	AA(2) (F10.0)	: $\kappa = 0.434Cs$
31~40	AA(3) (F10.0)	: $M$ Critical State Parameter = $6 \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$
41~50	AA(4) (F10.0)	: $\nu$ Poisson's Ratio
51~60	AA(5) (F10.0)	: $k_{x(r)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in x(r) direction at the reference stress state
61~70	AA(6) (F10.0)	: $k_{y(z)} / \gamma_w$ Coefficient of permeability in y(z) direction at the reference stress state

col.	variables (format)	contents
[2nd Card]		
11~20	AA(7) (F10.0)	: $m$ (Mualem modulus)
21~30	AA(8) (F10.0)	: $a$ (Coefficient of initial yield function))
31~40	AA(9) (F10.0)	: $n$
41~50	AA(10) (F10.0)	: $e_i$ Initial void ratio
51~60	AA(11) (F10.0)	: $\gamma_t$ (Wet density)
61~70	AA(12) (F10.0)	: blank

col.	variables (format)	contents
[3rd Card]		
11~20	AA(13) (F10.0)	: $A^D$ (Sr~s logistic curve parameter in case of DRY)
21~30	AA(14) (F10.0)	: $B^D$ (Sr~s logistic curve parameter in case of DRY)
31~40	AA(15) (F10.0)	: $A^W$ (Sr~s logistic curve parameter in case of WET)
41~50	AA(16) (F10.0)	: $B^W$ (Sr~s logistic curve parameter in case of WET)
51~60	AA(17) (F10.0)	: $S_{r0}$ (Sr~s logistic curve parameter)
61~70	AA(18) (F10.0)	: $\lambda_k$ Gradient of e plotted against $\ln(k)$

col.	variables (format)	contents
[4rd Card]		
11~20	AA(19)	(F10.0) : $n_E$ (EC Model parameter)
21~30	AA(20)	(F10.0) : $m$ (Sub loading parameter)
31~40	AA(21)	(F10.0) : $k_{ax(ar)}$ :Air permeability in $x$
41~50	AA(22)	(F10.0) : $k_{ay(az)}$ :Air permeability in $y$
51~60	AA(23)	(F10.0) : blank
61~70	AA(24)	(F10.0) : blank

col.	variables (format)	contents
[5rd Card]		
11~20	AA(25)	(F10.0) : $\gamma$ Solution solubility( $g/lg H_2O$ )
21~30	AA(26)	(F10.0) : $D_{x(r)}$ Dispersion coefficient in $x$
31~40	AA(27)	(F10.0) : $D_{y(z)}$ Dispersion coefficient in $y$

## (6) Step Control Card

READ(MAIN) LE,ISTEP,INOD,IELM,ICOND,ILOAD,IHEAD,IFLUX,IZATA,IEVAP,IOUT,DTIME,LISTEP,NUMC			
col.	variables (format)		contents
1	LE	(A1)	: Typing 'E' (if this is the final set of step control cards)
6~10	ISTEP	(I5)	: Step number
11~15	INOD	(I5)	: There are some additional input data of nodal points
16~20	IELM	(I5)	: There are some additional input data of element
21~25	ICOND	(I5)	: There are some additional input data of geometry boundary condition
26~30	ILOAD	(I5)	: There are some additional input data of load
31~35	IHEAD	(I5)	: There are some additional input data of hydraulic boundary condition
36~40	IFLUX	(I5)	: There are some additional input data of rainfall
41~45	IAIRP	(I5)	: There are some additional input data of aerodynamic boundary condition
46~50	IFUXA	(I5)	: There are some additional input data of air content
51~55	IZATA	(I5)	: There are some additional input data of transpiration
56~60	IEVAP	(I5)	: There are some additional input data of evaporation
61~65	ICONC	(I5)	: There are some additional input data of concentration ratio
66~70	IFUXC	(I5)	: There are some additional input data of concentration flux
71~75	IOUT	(I5)	: Require to print out the output of this step
76~85	DTIME	(F10.0)	: Incremental time interval for this step
86~90	IISTEP	(I5)	: Specify the number of sub-steps by dividing this step
91~95	NUMC	(I5)	: If you specify a certain number N,(N-1)steps following this step will be automatically run being controlled by this step control card (therefore N steps which are identically controlled will successively be run)
96~100	ICLEAR	(I5)	: The switch changing the volume of displacement '0' and not changing the volume of stress(fix) 0 = not change '0' 1 = change '0'
101~105	ICNG	(I5)	: Change material properties

## remark

(1) INOD,IELM,ICOND,ILOAD,IFLUX,IZATA,IEVAP, = 1 means Yes  
= 0 means No

If you are restarting, your computation specify the step number which is the next to the final step number computed in the previous run.

(2) INHEAD, INAIR, INCONC = 1 or 10 or 11 means Yes  
= 0 means No

(1) It is boundary condition if you choose 1.

(2) It is an initial condition if you choose 10.

(3) It is an initial condition and boundary condition if you choose 11.

(6)-a Coordinates of Nodal Points

if you specify in Step Control Card, INOD = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB.INNOD) L,N1,X1,Y1,N2,X2,Y2		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type 'E',if this card is the final card to define the coordinates of nodal points.
6~10	N1 (I5)	: Nodal point number(if you want to form the mesh by automatically dividing as a certain distance(from N1 to N2) by a constant interval $\Delta x = \frac{x_2 - x_1}{N_2 - N_1}, \quad \Delta y = \frac{y_2 - y_1}{N_2 - N_1}$ specify here the final number(N2) of nodal point up to which automatic mesh should be made if you don't use automatic mesh formation,no need of specifying the number N2.
11~20	X1 (F10.0)	: $x_1(r_1)$ Coordinates of the nodal point N1
21~30	Y1 (F10.0)	: $y_1(z_1)$ Coordinates of the nodal point N1
31~35	N2 (I5)	: The number of nodal point
36~45	X2 (F100)	: $x_2(r_2)$ Coordinates of the nodal point N2
46~55	Y2 (F0.0)	: $y_2(z_2)$ Coordinates of the nodal point N2

remarks

## (6)-b Description of element

If you specify in step control card IELM = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

<u>READ(SUB.INELM) L,M1,(ND(I),I=1,9)MM,M2</u>			
(1st Card)			
col.	variables	(format)	contents
1	L	(A1)	: Type'E',if this card is the final card to define elements
6~10	M1	(I5)	: Element number
11~15	ND(1)	(I5)	: Nodal point N1
16~20	ND(2)	(I5)	: Nodal point N2
21~25	ND(3)	(I5)	: Nodal point N3
26~30	ND(4)	(I5)	: Nodal point N4
31~35	ND(5)	(I5)	: Nodal point N5
36~40	ND(6)	(I5)	: Nodal point N6
41~45	ND(7)	(I5)	: Nodal point N7
46~50	ND(8)	(I5)	: Nodal point N8
51~55	ND(9)	(I5)	: Nodal point N9
56~60	MM	(I5)	: Material number
61~65	M2	(I5)	: Element number
66~70	MTY	(I5)	: Element type

col.	variables	(format)	contents
[2nd Card]			
10~20	EMT(1)	(F10.0) : $\sigma_{v0}$	<b>Total</b> Preconsolidation Pressure
21~30	EMT(2)	(F10.0) : $\sigma_{vi}$	<b>Total</b> Overburden Pressure
31~40	EMT(3)	(F10.0) : $K_i$	Coefficient of In-situ Earth Pressure at rest.
41~50	EMT(4)	(F10.0) : $S_r$	Initial saturation

付録

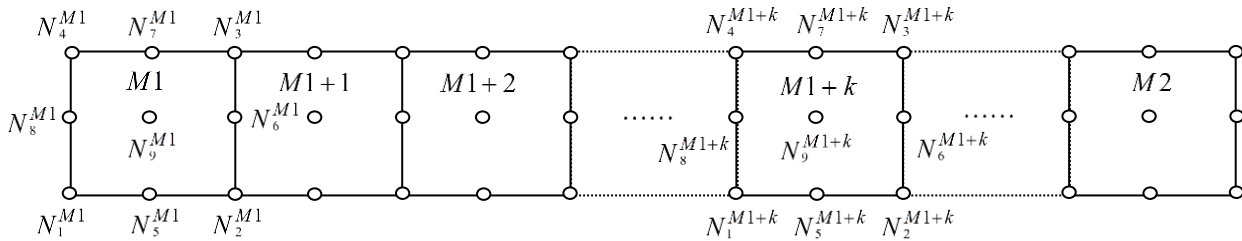
remarks

1. When you would like to remove some elements in this step to express excavation work, you only have to add the minus sign at the head of the first and the last element number, such as -M1 and -M2. Then you need not specify the other variables, ND(1)~ND(9), MM, NGP and MTY. However, you must have already defined all the elements in previous steps to remove in this step. Elements defined newly in this step can't be removed in this step.

2. When you specify the element number M2, nodal points which surround elements, such as  $N_1^{M1}, \dots, N_9^{M1} \dots N_1^{M2}, \dots, N_9^{M2} \dots$  between elements M1 and M2 in the figure below, are automatically defined, provided that the relation between nodal points and elements are satisfied the following equation(see, the figure below). Moreover, this option isn't available for a triangular element.

$$N_i^{M1+k} - N_i^{M1} = (M1+k) - M1 = k, \quad i = 1, 2, \dots, 9, \quad M1 \leq M1+k \leq M2,$$

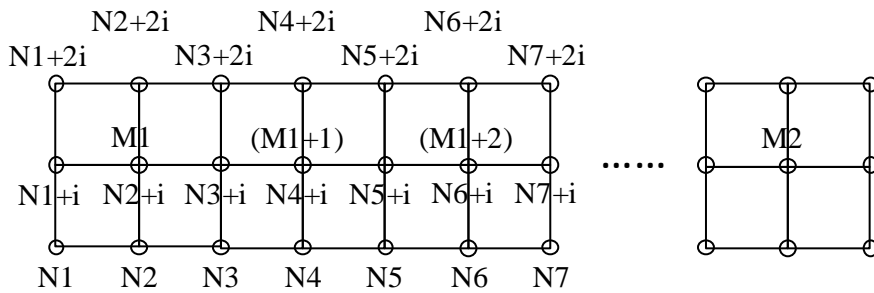
where, the superscripts and the subscripts indicate element number and local nodal point numbers in the element respectively.



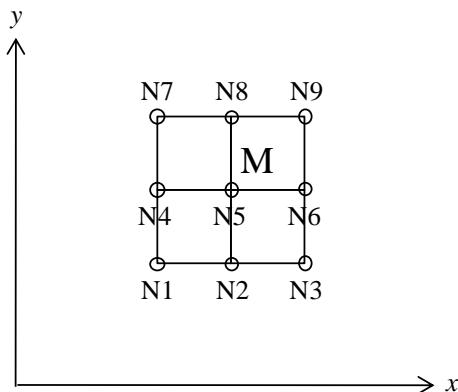
3. The local nodal point numbers are specified anti-clockwise, such as the right figure.
4. You can input 9, 4 or 1 to NGP as the number of gauss points. If you specify the number of gauss points which are less than the number of the nodal points, the reduced numerical integration is carried out. The reduced numerical integration is not recommended due to avoiding bringing about zero energy mode and hourglass mode.

—input—

\*1) Nodal points  $N1, N2, N3, N4 \dots N1+i, N2+i, N3+i, N4+i \dots$  between elements M1 and M2 are automatically defined if you specify the element number M2. This option cannot be used for triangular element. In case that you do not want to define the nodal points automatically do not specify M2.



\*2)  $N1 \dots N9$  should be specified anti-clockwise.





## (6)-c Geometric Boundary Conditions

If you specify in this Step Control Card, ICOND = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INCOND) L,NB,NL,(NBB(I),I=1,3), (BB(I),I=1,3)

col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type 'E', then the card is defined as the last one.
6~10	NB (I5)	: The beginning number of nodal point which is on the displacement boundary
11~15	NL (I5)	: The last number of nodal point which is on the displacement boundary
16~20	ND (I5)	: When you input the some value, the nodal points, which is from NB to NL, are specified as the displacement boundary every ND-the nodal point.
21~25	NBB(1) (I5)	: Displacement in x(r) direction is specified or not
26~30	NBB(2) (I5)	: Displacement in y(r) direction is specified or not
31~35	NBB(3) (I5)	: Rotation is specified or not
36~45	BB(1) (F10.0)	: Amount of given increment of nodal displacement in x(r) direction in this step
46~55	BB(2) (F10.0)	: Amount of given increment of nodal displacement in y(z) direction in this step
56~65	BB(3) (F10.0)	: Amount of given increment of rotation in this step (anti-clockwise is positive)

## remarks

- \*1) If you do not specify NL, only the nodal point NB is subjected to the geometric boundary conditions defined by NBB(1~3) and BB(1~3).

You can specify the geometric boundary conditions on nodal points which are not yet existing but which will be generated.

The geometric boundary conditions already defined can be altered to the new ones by inputting here again.

- \*2) NBB(1~3) 0 = not specified  
 1 = specified
- \*3) Amount of displacement to be specified is defined by BB(1~3). The "fixed" condition which is the given displacement and rotation is defined by inputting 0.0. The amount of given displacement of a nodal point should be given as an increment. Specified given displacement is the displacement increment to be observed during this step.

if you specify in Step Control Card, ILOAD = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

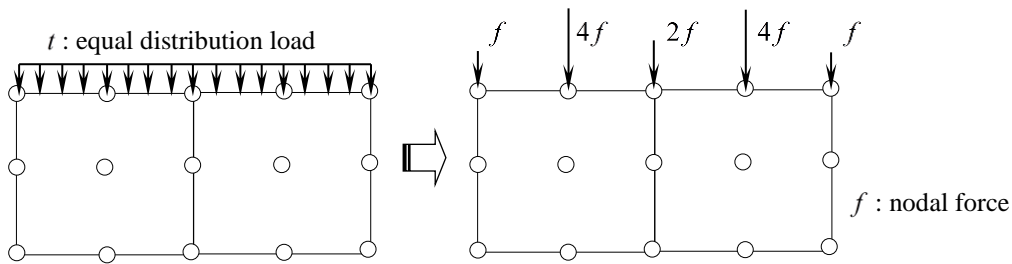
READ(SUB.INLOAD) L,KIND,N1,N2,ND,FX,FY,FM		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this is the final card to define the load condition data
6~10	KIND (I5)	: Kind of load *1)
11~15	N1(M1*3) (I5)	: Number of nodal point or element loaded (the beginning)
16~20	N2(M2*3) (I5)	: Number of nodal point or element loaded (the end)
21~25	ND(ID*3) (I5)	:When you input the some value, the nodal points, which is from N1 to N2, are specified as the load data every ND-th nodal point.
26~35	FX (F10.0)	: Amount of load increment in $x(r)$ direction in case of KIND=1 : $\gamma$ a unit weight of element in case of KIND=0
36~45	FY (F10.0)	: Amount of load increment in $y(z)$ direction in case of KIND=1
46~55	FM (F10.0)	: Amount of moment increment in case of KIND=1 (anti-clockwise is positive)
55~60	(NS*3) (I5)	: Indication of the kind of load condition and its position , which perimeter(①~④) of the element is subjected to which substantial boundary condition.

remarks

- \*1) KIND = 0 : element with its own weight  
 = 1 : nodal force  
 = 2 : traction force

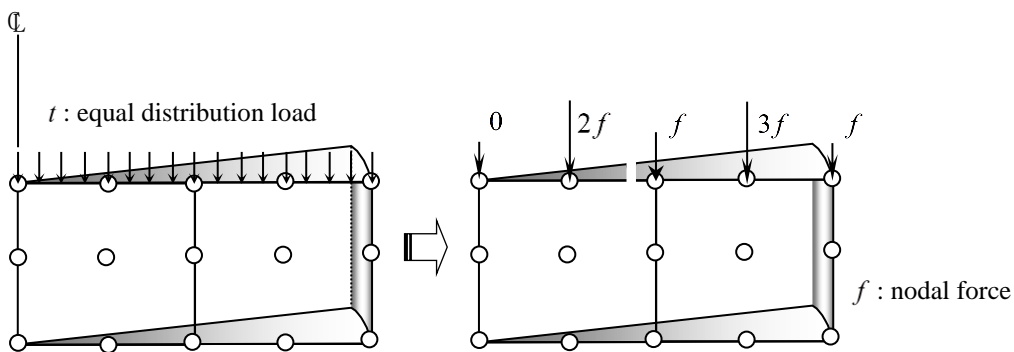
- \*2) Load ratio
- \*3) In case of KIND=2

(1) In case of plane strain condition with 9 nodes iso-parametric element



In case of plane strain condition with 9 nodes iso-parametric element

(2) In case of axi-symmetric condition with 9 nodes iso-parametric element



In case of axi-symmetric condition with 9 nodes isoparametric element

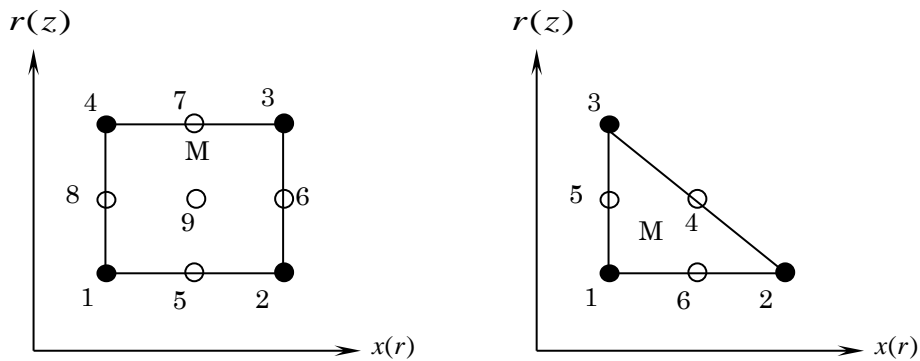
(6)-e Hydraulic Boundary Conditions

If you specify in this Step Control Card, IHEAD = 1,10,11 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INHEAD) L,NB,NL,ID,WHB,NHC		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the hydraulic boundary conditions.
6~10	NB (I5)	: The beginning number of nodal point which is on the water head boundary
11~15	NL (I5)	: The last number of nodal point which is on the water head boundary
16~20	ID (I5)	:When you input the some value, the nodal points, which is from NB to NL, are specified as the head boundary every ID-th nodal point.
21~30	WHB (F10.0)	: The known value of total water head
31~35	NHC (I5)	:Cancel & unknown flag of the head boundary

Remarks

1. The nodal point which you specified as the head boundary are neglected except the nodal points located at the four corners of an element.
2. The typical value of ID is 2. Because the nodal points which can express pore water behavior are put at the corners of the element (see the figure below).



- : The nodal points which can express soil skeleton and pore water behaviors
- : The nodal points which can express soil skeleton behavior only

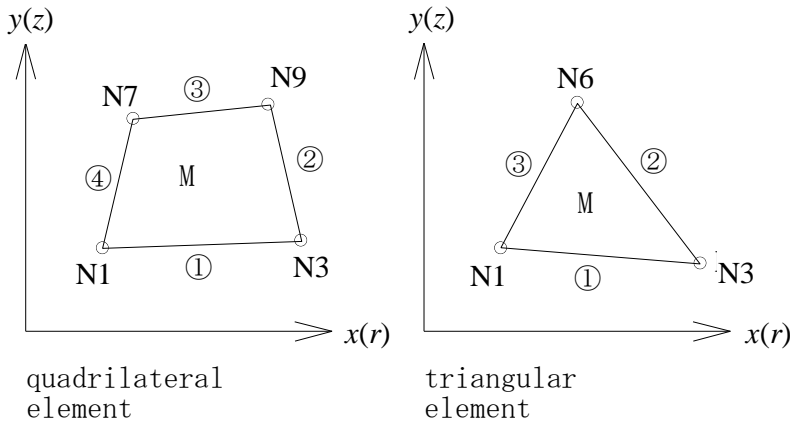
3. When you would like to cancel the water head boundary which you specified in the previous step, you must specify NHC=1. You don't have to input anything except for this purpose.

If you specify in this Step Control Card, IFLUX = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INFLUX) L,M1,M2,NS,FX		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the hydraulic boundary conditions.
6~10	M1 (I5)	: The number of element (the beginning) *1)
11~15	M2 (I5)	: The number of element (the end) *1)
16~20	NS (I5)	: Indication of the kind of flux condition and its position, which perimeter(①~④) of the element is subjected to which substantial boundary condition. *2)
26~35	FX (F10.0)	: Rainfall value on the boundary

remarks

- \*1) The boundary of elements from M1 with a certain interval INT to M2 is automatically subjected to the hydraulic boundary conditions specified by NS. If you do not specify M2, only the element M1 is subjected to the hydraulic boundary conditions defined by NS.
- \*2) The ordering of perimeters is shown in figures. (N1...N9 are defined in the element data)



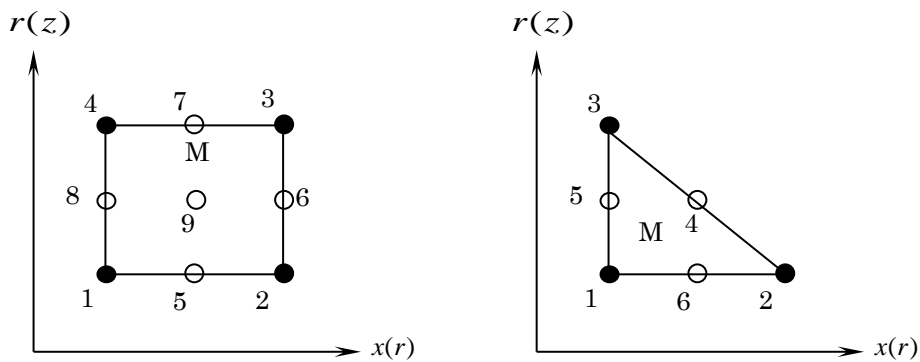
(6)-g Aerodynamic Boundary Conditions

If you specify in this Step Control Card,IAIRP = 1,10,11 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INHEAD) L,NB,NL,ID,WHB,NHC		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the Aerodynamic boundary conditions.
6~10	NB (I5)	: The beginning number of nodal point which is on the air pressure boundary
11~15	NL (I5)	: The last number of nodal point which is on the air pressure boundary
16~20	ID (I5)	:When you input the some value, the nodal points, which is from NB to NL, are specified as the air pressure boundary every ID-th nodal point.
21~30	WHB (F10.0)	: The known value of total air pressure
31~35	NHC (I5)	:Cancel & unknown flag of the air pressure boundary

Remarks

1. The nodal point which you specified as the head boundary are neglected except the nodal points located at the four corners of an element.
2. The typical value of ID is 2. Because the nodal points which can express air pressure behavior are put at the corners of the element (see the figure below).



● : The nodal points which can express soil skeleton and air pressure behaviors  
 ○ : The nodal points which can express soil skeleton behavior only

3. When you would like to cancel the air pressure boundary which you specified in the previous step, you must specify NHC=1. You don't have to input anything except for this purpose.

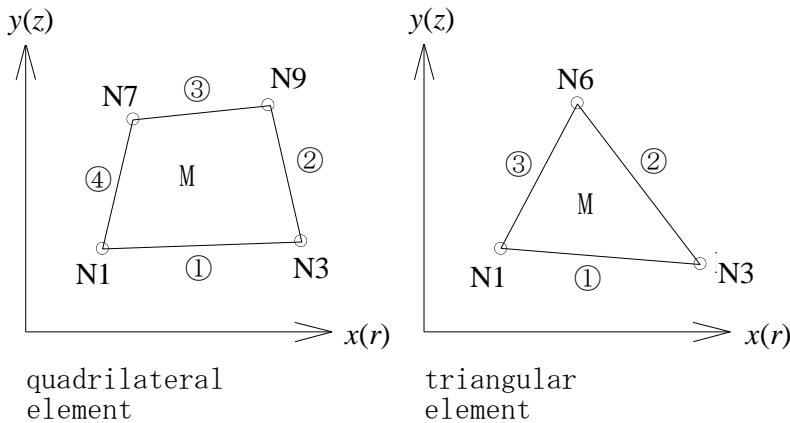
(6)-h Influxa data(air content Data)

If you specify in this Step Control Card, IFUXA = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INFLUXA) L,M1,M2,NS,FX		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the Aerodynamic boundary conditions.
6~10	M1 (I5)	: The number of element (the beginning)
11~15	M2 (I5)	: The number of element (the end)
16~20	NS (I5)	: Indication of the kind of flux condition and its position, which perimeter(①~④) of the element is subjected to which substantial boundary condition.
26~35	FX (F10.0)	: Air content value on the boundary

remarks

- \*1) The boundary of elements from M1 with a certain interval INT to M2 are automatically subjected to the Aerodynamic Boundary conditions specified by NS. If you do not specify M2, only the element M1 is subjected to the hydraulic boundary conditions defined by NS.
- \*2) The ordering of perimeters is shown in figures. (N1...N9 are defined in the element data)



## (6)-i Transpiration Data

If you specify in Step Control Card, IZATA = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. IZATA) L,M1,M2,ZT,DN

col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the hydraulic boundary conditions.
6~10	M1 (I5)	: The number of root element (the beginning) *1)
11~15	M2 (I5)	: The number of root element (the end) *1)
16~25	ZT (I5)	: The transpiration of a root element
26~35	DN (F10.3)	: Transpiration exponentially parameter

## (6)-j Evaporation Data

If you specify in Step Control Card, IEVAP = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INEVAP) L,M1,M2,NS,EV,DN

col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the hydraulic boundary conditions.
6~10	M1 (I5)	: The number of evaporation element (the beginning) *1)
11~15	M2 (I5)	: The number of evaporation element (the end) *1).
16~20	NS (I5)	: Indication of the edge that evaporation boundary of the element and its position, which perimeter(①~④) of the element is subjected to which evaporation boundary condition
21~30	EV (F10.3)	: The evaporation of a evaporated element at flux(evaporation) boundary
31~40	DN (F10.3)	: Evaporation exponentially parameter

If you specify in this Step Control Card, ICONC

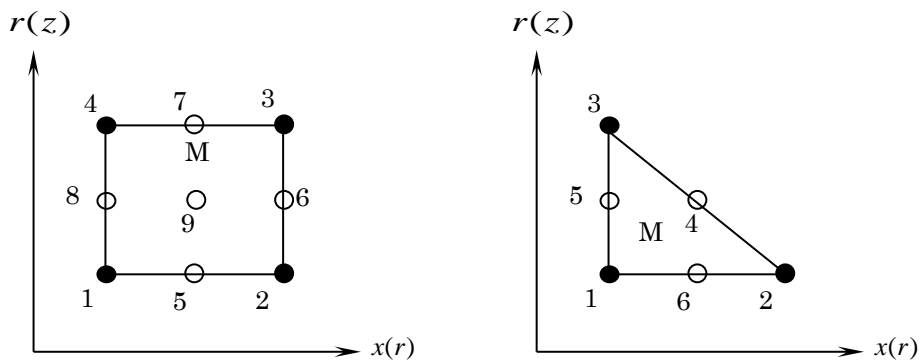
= 1,10,11 : you fill this card

= 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INCONC) L,NB,NL,ID,WHB,NHC		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the Aerodynamic boundary conditions.
6~10	NB (I5)	: The beginning number of nodal point which is on the concentration ratio boundary
11~15	NL (I5)	: The last number of nodal point which is on the concentration ratio boundary
16~20	ID (I5)	:When you input the some value, the nodal points, which is from NB to NL, are specified as the air pressure boundary every ID-th nodal point.
21~30	WHB (F10.0)	: The known value of total concentration ratio
31~35	NHC (I5)	:Cancel & unknown flag of the concentration ratio boundary

Remarks

1. The nodal point which you specified as the head boundary are neglected except the nodal points located at the four corners of an element.
2. The typical value of ID is 2. Because the nodal points which can express solved material behavior are put at the corners of the element (see the figure below).



- : The nodal points which can express soil skeleton and air pressure behaviors
- : The nodal points which can express soil skeleton behavior only

3. When you would like to cancel the air pressure boundary which you specified in the previous step, you must specify NHC=1. You don't have to input anything except for this purpose.



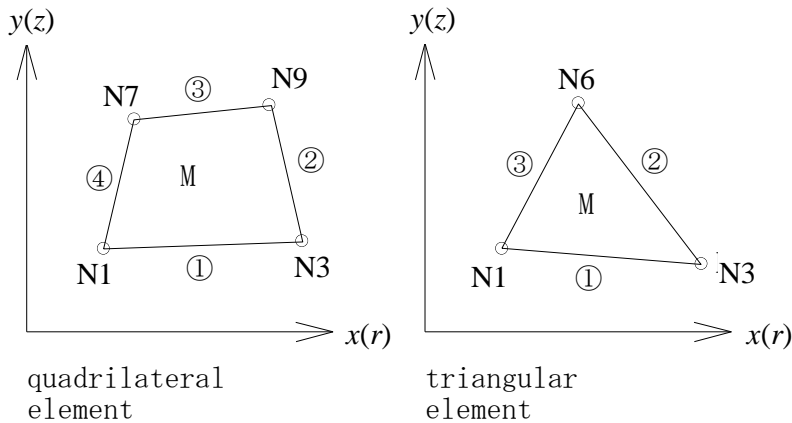
## (6)-1 Influx data(concentration flux Data)

If you specify in this Step Control Card, IFUXC = 1 : you fill this card  
 = 0 : you need not fill this card

READ(SUB. INFLUXC) L,M1,M2,NS,FX		
col.	variables (format)	contents
1	L (A1)	: Type'E',if this card is the final card to define the Aerodynamic boundary conditions.
6~10	M1 (I5)	: The number of element (the beginning)
11~15	M2 (I5)	: The number of element (the end)
16~20	NS (I5)	: Indication of the kind of flux condition and its position, which perimeter(①~④) of the element is subjected to which substantial boundary condition.
26~35	FX (F10.0)	: Concentration flux value on the boundary

## remarks

- \*1) The boundary of elements from M1 with a certain interval INT to M2 are automatically subjected to the Concentration Boundary conditions specified by NS. If you do not specify M2, only the element M1 is subjected to the concentration boundary conditions defined by NS.
- \*2) The ordering of perimeters is shown in figures. (N1···N9 are defined in the element data)



The end of manual

## 謝辞

本論文を書くにあたり、多くの方々にご協力をいただき、多大な苦勞をかけました。

指導教官の飯塚敦教授には、私の進路のこと、将来のこと本当に深く考えていただきました。2009年の年末、進学したいと言い出した私の意思を受け入れ、博士後期課程の学生として受け入れてくださいました。私がこうして博士課程に進学し、博士論文をまとめるまで本専門分野に興味を持ち、研究に打ち込めたのは、先生の人間性にあると思っています。なかなか研究成果をもってこない私を決して急かすことなく、いつもじっくり待っていてくださいました。特に博士課程に進学してからは、将来のために基礎勉強をしっかり行う大切さを教えていただきました。研究が思うように進まないときでも、「成果にこだわらず、今やっていることにとことんこだわれ」という言葉をかけていただき、腰を据え、落ち着いて研究に取り組むことができました。繰り返し教えていただいたこの研究に対する姿勢は、今後も肝に銘じ、将来に生かしていこうと思います。

また、学会や研究会、講義の際はトップクラスの研究者としての姿を傍で見せていただきました。細かい枝葉にこだわらず、ぶれずに物事の本質を見抜いていく姿を間近で見せていただく度に、学部4年次に先生の研究室を選択して本当によかったと思い直しました。熱意ある姿勢、豊富な知識にいつも、カッコいいな、将来あんな研究者になりたいなんて思っていました。就職が決まってからちょくちょく、先生のような研究者になれるか考えますが、私にとって先生はまだまだ巨大で、捉えどころがなく、当たり前ですが、追いつけそうにありません。最近では、研究でキンキンになっているときに、「煮詰まっている時こそ遊べ」と言われ、研究を切り上げて遊びに行ったところ、次の日に思わぬアイデアが浮かんで、なんだこれだと驚かされたことがありました。

そして先生は、研究者として何者であるかさえ分からない私に多くのチャンス、挑戦機会を与えて下さいました。国内学会、国際学会、スリランカの高速道路盛土見学、東日本大震災の被害調査など、様々な現場、研究施設に連れて行っていただきました。多くの研究発表機会を経験し、現場に触れさせていただく中で、自身の浅学さを身をもって感じることができました。落ち込むこともありましたが、それらをモチベーションに転嫁して研究に取り組むことができました。どうもありがとうございました。

最後になりますが、最近仕事は忙しく、あちこち飛び回っておられるようで、健康状態が気になります。教え子としては、冗談交じりにおっしゃっていた「いい先生ほど急逝する」という言葉が非常に気になっております。恩師ですので、健康に気を付けて、どうか、長生きしてください。5年間本当にお世話になりました。本当にありがとうございました。

## 謝辞

河井克之准教授には、何度となく質問に行き、助けていただきました。頭の中を十分に整理しないまま先生のもとを訪ね、的を射ない質問をして、散々困らせたかと思えます。河井先生に質問に行くたびに、先生の知識の広さと自身の薄弱さを痛感させられました。簡単な申請書や、学会論文、国際学会の発表原稿に至るまで、先生に校正を依頼し、推敲に携わっていただいた仕事は数えきれません。ご自身のお仕事がありながら、いつも期限ぎりぎりに仕上げる私の論文を丁寧に推敲してくださいました。実験や解析結果のまとめ方、考察の方法など、先生の意見を参考にさせていただく中で、多くのことを学び取らせていただきました。研究者として右も左もわからない私にとって、先生は最高の先導者として、本当に頼りにさせていただきました。私の研究経歴は河井先生のおかげで積み上げることができたと思っています。

また、私の進路のこと、研究のこと、将来のことなどいつも親身になって考えて下さり、大事な局面で的確なアドバイスをしていただきました。博士課程に進学すると決め、報告に伺った際には「荊の道やぞ」とはっぱをかけていただきました。先生の気の利いた激励のおかげで、どうにか博士論文を仕上げることができました。私の研究の進捗状況を常に気にかけて下さり、私にとって少し上の目標を設定して頂くことで、研究がスムーズに進むよう気を払って下さいました。本論文の構成や内容に関しても懇切丁寧にアドバイスをしていただきました。ありがとうございました。

休憩時間や昼食時などは、非常に親しみやすく学生に近い先生として、いろいろな話を面白おかしく喋っていただきました。研究の話が終わって、少し話をしているといつの間にか話が脱線していて、先生の部屋で小一時間談笑していることが多々ありました。来年度からそういう機会がなくなるかと思うと、少しさびしいです。

私は先生がお住まいの JR 摂津本山駅方面には一生足を向けて眠れないと思っています。めったになかったですが、研究成果など、河井先生に褒めていただいたときは本当にうれしかったです。先生と一緒にいったバルセロナやタイでの学会は本当にいい思い出です。また一緒にパタヤの夜のように騒げたらうれしく思います。尊敬しています。5年間本当にお世話になりました。ありがとうございました。これからもよろしく願います。

芥川真一教授、大石哲教授、澁谷啓教授にはお忙しいにもかかわらず博士論文の審査員を受けていただきました。まことにありがとうございます。

研究室の秘書西野典子さんには、様々な事務作業や研究の補助をしていただきました。また、お茶とお菓子をいただきながら、たわいのない会話をしてさんざん楽しませていただきました。西野さんとの会話が楽しくて、そのあと研究に打ち込むのが非常に憂鬱でした。来年からも後輩たちに優しく、人気のある西野さんでいてください。

埼玉大学の橘伸也助教には、多くの迷惑をかけました。私が修士論文をまとめる際は、大変忙しい時期に埼玉大学に寄せていただき、ご自身の研究でもないのに、共に悩んでくださいました。隣で勉強させていただき、先生の知識の深さ、応用力の凄さを直に見せていただきました。ありがとうございました。また、お酒の席では、悪酔いして喰ってかかる私を諫め、物事の正しさを切々と説いていただきました。橘先生は常に正しい気がします。敵いません。指導者としての姿を見せていただく機会も何度かあり、その姿や立ち振る舞いが本当にかっこよく、憧れの存在です。埼玉大学で学んでいる学生も、さぞ楽しいだろうと思います。来年度からは研究室も近くなるので一緒に勉強する機会等があればうれしく思います。住居も近くなりそうなので遊びに行かせていただければ嬉しく思います。大変お世話になりました。これからもよろしくお願いします。

中央大学の金澤伸一助教にはプログラムの基礎、理論の基礎、研究に関する本当に基本的なことを根気強く教えていただきました。私が学部4年時点でD1の大先輩であり、今に至るまで常に憧れの存在です。忙しい時間を割いてゼミをして頂いているにもかかわらず、基本的な理論さえわからず、「なんでなんで」と繰り返す私達の質問に根気強く答えて頂きました。本当に懐が大きい方でした。また、研究に行き詰った時、落ち込んだ時、心が折れそうな時、何度となく中央大学の研究室に電話をして助けてもらいました。研究面だけでなく、プライベートなことも多く相談に乗っていただきました。心の支えとして、研究室の先輩として本当に頼りになる方でした。東京に用事があるときも何度となく宿泊させていただきました。恩人です。お世話になりました。ありがとうございました。そして、この度は、ご結婚おめでとございます。

D2の高山裕介氏には、同期として非常にお世話をかけました。研究室に配属されてからは都合5年間、苦しいときも楽しいときも共に過ごさせていただきました。最近は一緒に居すぎて自身達でも友達なんだか、同期なんだか、ライバルなんだか、同志なんだか、形容しがたい、不思議な関係になっているのですが、どうでもいいことを話したり、時には真面目な話をしたり、本当にいろいろなことを心置きなく話すことができました。あなたが進学すると聞いたときの嬉しさは、今でもはっきり覚えています。一緒にいてくれてありがとうございました。おかげさまで私はいいい研究室生活を送れたと思っています。専門の話と共に議論する中で私の研究に対する多くのアイデアを生んでくれたように思います。最高で最強の同期だと思っています。お互いしばらくバタバタしそうですが、落ち着いたら、また博多の夜のように一緒にバカなことしましょう。お互いが成長して再会できる日を楽しみにしています。5年間で喋りつくしたような気がします。まだまだ喋れるような気がします。これからも、どうぞ、末永く、よろしくお願いします。とりあえず、一番信用しています。

## 謝辞

D2 の Phommachanh Viradeth 氏は、なかなか捉えどころがないですが、本当におもしろおかしくていいやつでした。ゼミや研究などで後輩に熱心に指導している姿は私も見習わなければならないなと思います。非常に勉強熱心で、研究にも真面目に取り組んでいて、お互い理解が不十分ながらも専門分野における議論をたくさん重ねました。今となってはとてもいい思い出です。また、研究が深夜に及んだ時など、机を囲んで飲み会をしたり、テレビゲームに興じたりしました。あの時間は非常に楽しかったです。明るくてノリがよく、遊びと研究のメリハリがしっかりと付いていて、すごく勉強になりました。来年から少し距離ができるかと思うと寂しいです。とりあえずお酒とおいしい食べ物を過剰に摂取しすぎないように、注意してください。

D1 の小谷稔氏は、結婚していて、子どももいて、一家の大黒柱でという状況で、勉強に打ち込む姿が印象的でした。普段の立ち振る舞いや言葉遣いなど、人生の先輩として見習いたいところがいっぱいでありました。研究内容が私の専門分野とは離れていたのでも、進行状況を聞いたり、研究成果を見せてもらったりするのがいつも楽しみでした。謙遜しながら見せてくれる研究成果はどれも興味深く、さすがだなと感心しきりでした。来年度からは少し距離ができてしまいますが、私は東京で頑張るので、小谷さんは神戸で頑張ってください。そして、話し足りないことがいっぱいあるので、一度二人で飲みに行きましょう！

M2 の佐藤武斗氏は、明るく元気で楽しいやつでした。研究に行き詰ったとき、二人で研究室を抜け出し、近くのスーパーで買い出しをして、「都賀川ビール」と称して河川敷で朝まで飲んだのは本当にいい思い出です。来年度からは就職先も近いですし、二人で「多摩川ビール」をやりましょう。近くの銭湯にもよく連れだって一緒に行ってもらいました。また夜遅くまで研究室に残り、研究に打ち込む姿はとても印象的でした。研究グループは違いましたが、研究に対する姿勢やプレゼンの様子を見ていて、3 年間で凄く成長したなと思います。来年度からも持ち前のその突き抜けるような元気、明るさ、パワーを武器に、社会で活躍してください。

M2 の檜達也氏は、私と一緒に研究を頑張ってくれた男前でした。9 章の解析を本論文執筆の終盤、本当に忙しいときにやってくれました。深夜に研究室に帰ってきてくれたときは本当に神様かと思いました。私にないものをいろいろ持って来て、自由な発想でいろいろな提案をしてくれて、本当に助かりました。あなたのおかげで博論を仕上げることができました。助かりました。本当に感謝しています。いざという時の集中力と根性には目を見張るものがありました。また、おしゃべりが大好きなようで、研究室のみんなを楽しませてくれていました。来年度からも、その類い稀なる話術の才能で、周囲の人々を楽しませてください。また会えるのを楽しみにしています。どうか、元気で。

M2の前田圭介氏は、楽しくて面白い男前でした。たとえ先輩が無茶な要求をしても、後輩が無謀な難題を突き付けてきても、最初はいいやいや言いながらも、最終的には笑顔で何でも受け付けてくれるあなたの優しい笑顔に、私は始終癒されていました。後輩にとっては非常に親しみやすい、本当にいい先輩だったと思います。高山氏やその周囲のみんなからも聞いていましたが、研究している様子を横目で見ながら作業能力はピカイチだと思っていました。画面を見つめるあなたの視線には鬼気迫るものがありました。いったい何をそんなに見つめていたのでしょうか。社会に出てもその愛されキャラを全開にして頑張ってください。また飲みましょう。

M2の宮本智仁氏は、マイペースで頑張る男前でした。M2の後半になって私も忙しくなり、なかなか絡める機会が減ってしまいましたが、深夜まで残って次の日の資料を作っている姿は印象的でした。また、下戸なのにお酒の席にもよく顔を出してくれました。昼間より夜中の方が多く会っていたように思います。麻雀をやっているときのあなたのマシンガントークが忘れられません。たくさん笑わせていただきました。また一緒に卓を囲みたいと思います。私のくだらない雑談にも一生懸命耳を傾けてくれました。来年度からも元気で楽しくやってください。

M2の安原昇平氏は、とにかく優しいやつでした。研究室に入ってきた当初は先輩に気を使っていたのか少々萎縮していたようですが、学年が上がるにつれ、研究室のリーダーとしていろいろなイベントを企画してくれました。そして常に周囲を見渡しなが、みんなに笑いを提供し、楽しい雰囲気づくりに努めてくれました。自分には特別な能力（SPEC）がないと時折嘆いていましたが、常に周りに人がいて、周囲を楽しませることが出来るあなたのSPECが、私は本当にうらやましかったです。また、後輩と一緒に遅くまで残って実験を繰り返していた姿が印象的でした。住居が近くなりそうなので、来年度からも一緒に遊んでください。よろしくお願いします。

M1の家永康平氏は、物静かですが内に秘める闘志がビシビシ伝わる男前です。いつも多くは語らないですが、試験や授業に向けて黙々と勉強する姿が印象的でした。今年度は席が隣で、私のくだらないおしゃべりにたくさん付き合ってくださいました。学会の集合場所に遅刻して、二人で東京まで新幹線で行ったのはいい思い出です。そのお返しに、下宿先には何度も泊めさせていただきました。ありがとう。来年度は就活に、研究に遊びに、いろいろ頑張ってください。そして、また遊びに来るので、その時はかまってください。

M1の坂本諭氏は、根性と筋肉の塊でした。研究に対する情熱と作業の速さには感心させられました。山登りをしたり、アウトドアに詳しかったり、多趣味で、パソコンにも詳しいので、本当に頼りになりました。後輩の余西さんを指導している姿も非常に熱

## 謝辞

心で、頼もしく見えました。来年度からは研究室を引っ張って行ってくださるたくましい先輩になって下さい。期待しています。お世話になりました。東京に来たら一声かけてください。何か奢ります。

M1 の杉山友理氏は、努力家で真面目な美少女でした。卒業研究に一生懸命取り組む姿が忘れられません。現象の本質を突いた鋭い質問には、先輩として本当に肝を冷やされました。本論文の8章をまとめる際にはお世話になりました。協力してくれてどうもありがとう。また、東北の現地調査の際は迷惑をおかけしました。誰に対しても明るく、天真爛漫に振舞う姿が見ていて微笑ましかったです。進学するそうなので、苦労も多いかと思いますが、たくさん勉強して、上級生と一緒に研究室を盛り上げて行ってください。応援しています。

M1 の田中琢氏は、明るくて快活な男前でした。会話のノリとテンポががとてもよく、いかにも大阪人という感じで、研究室のメンバーをよく笑わせていました。また、非常に礼儀正しくもあり、先輩や後輩に気を遣い、いつも気持ちのいい挨拶をしてくれます。真面目なんだろうなと思っていたら、お酒の席ではかなりのはっちゃぶりで、一緒に居て非常に楽しかったです。もっともっとバカ騒ぎしたかったです。また、後輩の卒論と一緒にあって取り組んでいる姿は非常に頼もしいものでした。来年度も就活に研究に、いろいろと頑張ってください。

M1 の鶴見修平氏は、おちゃめで好奇心旺盛で話の面白い男前です。人懐っこく、先生含め研究室全体に話題を振りまき、部屋の中を楽しい雰囲気にしてくれました。また、企画力も素晴らしく、スポーツ大会や鍋パーティー、月例飲み会など数々のイベントを主催してくれました。人当たりががとてもよく、疲れている時など、あなたとの会話でいろいろ辛いことを忘れることができました。いい部分をさらに伸ばして、これからも変わらずいてください。楽しかった！また飲もう！

M1 の吉井大貴氏は、明るくて天真爛漫な男前です。私はあなたの笑顔が大好きでした。明るく朗らかで、恐ろしく正直者です。バイトが終わってから深夜遅くに研究室に帰ってきて研究に取り組んでいる姿が印象的でした。隣の研究室から移ってきていろいろわからないことも多くで大変でしょうが、持ち前の明るさと元気で頑張ってください。就職活動もかなり早い時期から進めているので、きつとうまくいくと思います。東京から応援しています。そして、また研究室に帰ってきたらバカ騒ぎして遊びましょう。

B5 の吉富力氏は、ひたすら面白い男前です。席のそばまで遊びに行ったときに、忙しそうにしながらも、最終的にはかまってくれるあなたが私は大好きでした。面白いことを考える能力はピカイチだと思います。いつの頃からか、ソファでよく眠るあなたの寝顔をとるのが私の習慣になりました。来年度からは念願の大学院生活を存分に満喫して

ください。先輩としては大学にいる期間が長い方が面白いことも多いし、いろいろな経験も積めると思います。優勝したら教えてください。ビールを持って駆け付けます。

B4の生田勇輝氏は、真面目にコツコツと研究に打ち込む姿が印象的でした。冬に企画してくれたスノーボード旅行は本当に楽しく、学生時代のいい思い出になりました。くだらない悪ふざけに付き合ってくれてどうもありがとう。本当に楽しかった。夜遅くまで残って頑張っている卒業論文が楽しみです。完成したらぜひ見せてください。

B4の大谷悠馬氏は、努力家で運動部なのに非筋肉キャラです。本論文の9章の内容を檜氏と一緒に仕上げてくださいました。申し訳なさそうに質問に来る姿が忘れられません。ありがとう。研究室で深夜に少数精鋭飲み会をするときはいつもなぜか隣にいたような気がします。もうしばらく学生が続くそうで、本当に羨ましいです。存分に楽しんでください。

B4の西門優氏は、背はちっちゃいですがパワーは満点です。サークル活動に一生懸命に取り組んでいるようで、研究室のテニス大会で見せてくれたその腕前は一級品でした。実験室でピーカーを見つめながら一生懸命研究に取り組んでいた姿が印象的でした。大学院に行っても楽しんで、頑張ってください。

B4の松尾直人氏は、おとなしいですが話をじっくり聞いてくれる本当にいいやつです。ススーっと寄ってきて、だらだらといろいろな話をしたのを覚えています。発表の様子を見ていても堂々としていて来年、再来年が楽しみです。大学院へ行っても、同期と共に研究室を盛り上げていってください。よろしくお祈りします。

B4の余西佐知子氏は、美少女です。研究に真面目に打ち込んでいて、発表の準備にも余念がなく、本当によく頑張っていたと思います。お酒もよく飲んで、よく笑って、よく喋るので一緒に居て面白かったです。短い期間でしたが仲良くなれて嬉しかったです。来年からはお互い社会人になるので早く一人前になれるよう頑張りましょう。

B4の綿地規文氏は、筋肉マンです。フットサル部に所属しながら、時間を作って研究をコツコツ進める姿に感心していました。独特の雰囲気を持っていて、一緒に喋っていると話がどんどん変な方向に転がって行って、二人で何の話をしているか分からなくなることがよくありました。大物感満点の笑顔が大好きで、よく癒されに遊びに行きました。ありがとう。

その他、先輩、同級生、後輩などなど多くの方々の支えにより、博士論文をまとめることができました。本当に感謝に堪えません。いつか恩返しできたらいいなと思っています。どこかで逢ったら声をかけて下さい。

そして、26年間私を育ててくれた両親には感謝の気持ちでいっぱいです。3年前、私が博士後期課程に進学したいと言い出した時に、私は「あなたの好きにしたらいい」と



## 謝辞

という言葉ポジティブに受け取って、自分のわがままを通させていただきました。進路のこと、将来のこと、家計のこといろいろ心配があるだろうに、ずっと黙って、私の好きなように学生生活を送らせてくださいました。本当に感謝に耐えません。心配ばかりかけてすみません。素晴らしい環境と、丈夫で頑丈な体を与えて頂いて、本当にどうもありがとうございます。少々遅くなりましたが、これから少しずつ恩返ししていきたいと思えます。ありがとうございます。どうか、末永く、夫婦仲良く、長生きしてください。

最後にもう一度支えていただいた全ての方に厚く御礼を申し上げて本論文の締めとさせていただきます。本当にありがとうございました。

2013.1.16