



高分解能サブサーフェス磁気イメージングシステム に関する研究

美馬, 勇輝

(Degree)

博士 (理学)

(Date of Degree)

2017-03-25

(Date of Publication)

2019-03-25

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

甲第6852号

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1006852>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



博 士 論 文

高分解能サブサーフェス磁気イメージング
システムに関する研究

平成29年1月

神戸大学 大学院理学研究科

美 馬 勇 輝

1 章 序論	1
1.1 研究の背景	1
1.1.1 サブサーフェスイメージング	1
1.1.2 磁気イメージング	1
1.1.3 磁気イメージングと電流経路可視化	2
1.1.4 静磁場の基礎方程式と順方向問題	2
1.1.5 本研究の目的	6
1.1.6 本論文の構成	7
2 章 サブサーフェス磁気イメージングにおける計測理論	9
2.1 緒言	9
2.2 静磁場の基礎方程式の逆解析理論	9
2.2.1 静磁場の空間的な拡がり	9
2.2.2 静磁場の基礎方程式の逆解析理論	10
2.3 磁場計測に基づく単層薄膜内の電流経路決定に関する解析的理論	12
2.3.1 緒言	12
2.3.2 基礎理論	13
2.3.3 自由空間における逆解析との関係	16
2.3.4 解析解を用いた Example1 : 短絡点が1箇所の場合	17
2.3.4.1 1点で短絡している場合	17
2.3.4.2 短絡点における電流とポテンシャルとの関係	20
2.3.4.3 解析解を用いた Example2 : 複数の短絡箇所がある場合	21
2.3.4.4 逆解析 : Example 1 の場合	22
2.3.4.5 コンピュータによる数値的-導電率再構成	24
2.4 磁場計測に基づく多層薄膜内の電流経路決定に関する解析的理論	29
2.4.1 直列接続の場合	29
2.4.2 並列接続の場合	34
2.4.3 絶縁並列接続の場合	35
2.5 高分解能磁気可視化のための積分幾何学的再構成理論	38
2.6 本章のまとめ	46
3 章 サブサーフェス磁気イメージングにおける実験技術	48
3.1 緒言	48
3.2 磁気イメージングシステム(ハードウェア)	48
3.2.1 サブサーフェス磁気イメージングシステム	48
3.2.2 磁気センサ	50
3.2.2.1 トンネル磁気抵抗効果素子	50
3.2.2.2 磁気インピーダンス素子	53
3.2.2.3 電流検出限界	54
3.2.3 センサ-試料間距離制御システム	56

3.2.4	試料傾斜補正システムとその動作機構	57
3.2.5	磁気センサ - 測定サンプル間の距離の規定方法と二次元磁場分布測定動作	58
3.2.6	準定常電磁場を用いたイメージングシステム	59
3.2.7	測定条件の選定と律速次項	60
3.3	磁気イメージングシステム(ソフトウェア)	62
3.3.1	画像再構成ソフトウェア	62
3.3.2	端の不連続性から生じるギブス現象の低減方法について	65
3.4	本章のまとめ	67
4	物体内部の磁気分布, 電流密度分布の可視化実験	69
4.1	緒言	69
4.2	物体内部の自発磁化分布の可視化	69
4.3	金属配線-電流経路可視化	71
4.3.1	L/S=3/3 μ m 配線パターンの映像化実験	71
4.3.2	背景磁場の影響軽減効果に関する検証実験	73
4.3.3	磁場の透過性を利用した金属直下の電流分布映像化実験	76
4.3.4	実デバイスへの応用 - LED デバイス内部の電流経路映像化実験	77
4.4	蓄電池内-電流経路可視化	78
4.5	測定結果と考察	82
4.6	渦電流-電流経路の同時可視化実験	85
4.6.1	渦電流の発生と測定手法	85
4.6.2	基板上の簡易配線パターンへの適用 - 測定結果と考察	86
4.7	電子回路基板の映像化実験	88
4.8	積分幾何学的再構成理論 - 実験	89
4.9	本章のまとめ	91
5	総括	94
5.1	総括	94
5.2	今後の展開	95

1章 序論

1.1 研究の背景

1.1.1 サブサーフェスイメージング

物体の内部構造、表面下の構造を非破壊で可視化するサブサーフェスイメージング¹は、X線CT(Computed Tomography)^{2,3}、MRI(Magnetic Resonance Imaging)^{4,5}等、医療画像診断など特定の分野、用途に特化して、発見的に創出されてきたが、性能向上に伴い、各段にその応用範囲を広げ、物質科学と連動した計測科学における一大学問分野に成熟した。活用範囲を広げたサブサーフェスイメージングの多彩な計測対象は、“様々な要素が集積した個体としての機能と、それを構成する各要素との関連性”の解明に、いかに資する方法論となり得るかに集約される。例えば、生物科学分野にみられるように、生体を構成する要素となる個々の分子の構造が完全に決定されたとしても、それらの凝集体である生体高分子としての機能を、要素の分子構造から演繹的に考察し、“実際”と比較することは、機械学習のように無数にある組み合わせの可能性を一つ一つ検証する作業を招いてしまう。高性能サブサーフェスイメージングの目指すところは、複雑に要素が組み合わさった凝集体を、その機能が保持された状態で詳細な内部構造を解析し、各要素と全体との関連性を明らかにすることである。

分子量の小さな物体、アボガドロ数に匹敵する同一の物体を集め、固体や液体を構成し、高エネルギー線回折法や多次元NMR^{6,7}を用いて、平均的ではあるが、その物体の詳細な構造を決定することができる。これに対して、無数に用意できない、唯一性のある、機能をもった大型の物体、人工構造物でいえば、電子デバイスや蓄電デバイス、インフラ構造物、自然構造物でいえば生体のような、巨大な分子集合体が、いかにその内部を構成するそれぞれの要素が互いに協奏的に機能するか、詳細に調査することができるサブサーフェスイメージングの方法論の開拓が、本研究の目指すところである。

サブサーフェスイメージングは、アクティブ方式とパッシブ方式に分けられる。アクティブ方式は、物体に能動的に場を与え、その応答を計測するのに対して、パッシブ方式は、物体から放たれる場を受動的に計測する方式である。アクティブ方式が、場を与える“送信機”と場を受ける“受信機”にて構成され多次元のデータを取得するため、情報量の観点からパッシブ方式に比べ有効であるが、パッシブ方式では、そのもの固有の状態を抽出する手段として利用される。本研究では、アクティブ方式とパッシブ方式の磁場計測をベースにしたサブサーフェスイメージング双方の開発に取り組む。

さらに、アクティブ方式のサブサーフェスイメージングは、透過法と反射法に分類される。内部構造を可視化する方法として最も普及しているのは、ラドン変換を再構成計算の核とした、透過法である。主に高エネルギー線が用いられ、一般にCT²と呼ばれる場合にはこの方法を指す。この透過法をベースにしたCT法の課題は、物体を発信機と受信機で挟み込むため、物体全体のサイズに、コントラスト比と空間分解能の双方が強く制限される。興味ある対象が、表面近傍に存在した場合には、それ以外の大半の領域は、計測結果に大きな負の影響、信号検出限界、空間分解能の悪化を招く。これに対して、物体の表面から波動を照射し、その応答を、波動を照射した側の表面にて計測することで内部の構造を計測する反射法がある。反射法がよく知られた方式として、波動を物体内部で集光し、集光点を三次元走査することによって物体内部の断層映像を得る共焦点方式がある。超音波エコー⁸や共焦点光学顕微鏡⁹がこれに該当する。これらの技術では、物体の1つの表面から内部の情報を得るため、物体のサイズにコントラスト比と空間分解能の双方が制限されず、また様々な物体に適用可能であることから、透過法と比べ汎用性が高いと言える。

1.1.2 磁気イメージング

磁気イメージング法とは、空間に存在している磁界強度及びその分布を映像化する手法である。最も古い磁気イメージング法は1932年に発見されたBitter法と呼ばれる手法であり、現在でも簡便な手法として用いられている。Bitter法は強磁性コロイドを含んだ溶液を強磁性体表面に塗布して光学顕微鏡により観察を行うことで磁区構造を映像化する手法である。それ以降、ローレンツ力を応用した手法、電子のスピン偏極を応用した手法、磁気光学効果を応用した手法等の様々な磁気イメージング法が開発、実用化されている¹⁰。近年、地磁気よりも遥かに小さい磁場を検出可能な高感度磁気センサが実現されることで、磁気イメージング法の応用範囲が飛躍的に広がった影響もあり、生体にも適用可能な磁気イメージング法が開発され、脳内部の神経伝達の際に発生する微弱磁場を計測する脳磁場計測¹¹等、医療用途の計測技術として普及している例もある。磁気イメージング法を用いた非破壊計測は、磁性体を除くほと

多くの媒体物質の透磁率が一樣であることに由来する。本論文では静的もしくは準静的な磁場の計測を基にした磁気イメージング法を研究対象として設定する。

1.1.3 磁気イメージングと電流経路可視化

磁気イメージングの重要な適用対象として、荷電粒子デバイスの電流密度分布の可視化が挙げられる。ここでいう荷電粒子デバイスは、電子、イオンを主にその動作を担う粒子とするもの総称として定義し、半導体デバイスや発電、蓄電デバイスからそれらを集積したLSIや電子機器まで含む。荷電粒子デバイスの電流密度分布可視化においては、これまで、主に、熱的方法が用いられてきた。代表的な方法として、赤外線イメージング法¹²と光ビーム加熱抵抗変動イメージング法¹³が挙げられる。赤外線イメージング法は、赤外線検出器を二次元アレイ化したいわゆる赤外線カメラにて、電流密度分布に由来する発熱分布を可視化する方法であり、光ビーム加熱抵抗変動イメージング法は、主にレーザーを局所的に照射し、電流の入出力間の抵抗の変化を可視化する技術である。赤外線イメージング法では、赤外線の透過、光ビーム加熱抵抗変動イメージング法では、励起光の透過を前提としている。サブサーフェスイメージングの観点において、これらの熱的方法は、赤外線もしくは、内部に熱を発生させる励起光の透過を前提としており、現実的な応用としては、サブサーフェスというよりはむしろ物体の最表面の電流密度分布の可視化に適用されてきたと言える。近年、室温で動作する高感度磁気センサの急速な発展と共に、半導体デバイスに代表される荷電粒子デバイスの高密度集積化、三次元化に伴って、上述した従来の熱的方法の適用が困難になったことが起点となり、急速に磁気イメージング法による電流密度分布の可視化が注目されるようになった。このような工学的発展と併せて、磁場計測によりいかに電流密度分布を可視化するか、方法論を再考する重要性が高まったと考えることができる。

1.1.4 静磁場の基礎方程式と順方向問題

計測とは、結果を得てその原因を追究する科学であり、その性質上、必然的に物理学の因果関係を遡る作業が要求される。本論文における磁気イメージング法の研究は、磁場の空間分布を計測し、その原因となる磁場発生源の空間分布を探索する理論と実験技術の研究であり、確たる結果を得るためには、まず“遡る”理論においては、順方向の問題と解法のように数学的基盤が確かなものであるということ、計測の環境や条件が変わるために、実験技術に変更が必要とならない、すなわち、より具体的には計測システムの電氣的、機械的構成が変わらない汎用的なものでなければならない¹⁴。その上で、本項目では、静的な磁場の問題における順方向の解法と、本論文における研究に関係する従来の逆方向の解法について説明する。電磁場の基礎方程式から、静的な磁場の基礎方程式を導き、電流と磁場の関係を得る。

Maxwell方程式から変位電流項を省略すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j}_e = \sigma \mathbf{E} \quad \cdots(1-1) \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H} \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0 \end{aligned}$$

ここで σ は導電率である。式(1-1)の1,2式から \mathbf{E} を消去すると、

$$\operatorname{rot} \left(\frac{1}{\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{H} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \quad \cdots(1-2)$$

となる。 $\operatorname{rot} = \nabla \times$ という慣用記号を用いて書き換えると、

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \quad \cdots(1-3)$$

となる。左辺を展開する。

$$\begin{aligned}
\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} \right) &= \nabla \left(\frac{1}{\sigma} \right) \times (\nabla \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\sigma} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) \\
&= \nabla \left(\frac{1}{\sigma} \right) \times \mathbf{j}_e + \frac{1}{\sigma} \{ \nabla (\nabla \cdot \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} \} \quad \cdots(1-4) \\
&= -\frac{1}{\sigma^2} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e + \frac{1}{\sigma} \left\{ -\nabla \left(\frac{\nabla \mu}{\mu} \cdot \mathbf{H} \right) - \Delta \mathbf{H} \right\}
\end{aligned}$$

この式を式(1-3)へ代入すると次の式が得られる。

$$\sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} - \Delta \mathbf{H} = \frac{1}{\sigma} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e + \nabla \left(\frac{\nabla \mu}{\mu} \cdot \mathbf{H} \right) \quad \cdots(1-5)$$

電流の作る磁場の場合には式(1-5)から次の式が得られる。ここで自発磁化はないものとする。

$$\Delta \mathbf{H} + \nabla \left(\frac{\nabla \mu}{\mu} \cdot \mathbf{H} \right) = -\frac{1}{\sigma} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e \quad \cdots(1-6)$$

次に強磁性体のように自発磁化がある場合には、Maxwell 方程式を次のように書き換える。

$$\begin{aligned}
\text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \\
\text{rot } \mathbf{H} &= \mathbf{j}_e = \sigma \mathbf{E} \quad \cdots(1-7) \\
\mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} \\
\text{div } \mathbf{B} &= 0
\end{aligned}$$

ここで \mathbf{M} を磁化と呼ぶ。式(1-7)から \mathbf{E} を消去して次式を得る。

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} \right) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \quad \cdots(1-8)$$

$\nabla \mathbf{B} = \nabla (\mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M}) = 0$ を考慮しながら左辺を計算すると、

$$\begin{aligned}
\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \mathbf{H} \right) &= \nabla \left(\frac{1}{\sigma} \right) \times (\nabla \times \mathbf{H}) + \frac{1}{\sigma} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}) \\
&= \nabla \left(\frac{1}{\sigma} \right) \times \mathbf{j}_e + \frac{1}{\sigma} \{ \nabla (\nabla \cdot \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} \} \quad \cdots(1-9) \\
&= -\frac{1}{\sigma^2} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e + \frac{1}{\sigma} \{ -\nabla (\nabla \cdot \mathbf{M}) - \Delta \mathbf{H} \}
\end{aligned}$$

整理すると式(1-5)に対応して次式が得られる。

$$\sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} - \Delta \mathbf{H} = \frac{1}{\sigma} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{M}) \quad \cdots(1-10)$$

定常状態では次のようになる。

$$\Delta \mathbf{H} = -\frac{1}{\sigma} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{M}) \quad \cdots(1-11)$$

これが電流と自発磁化による定常磁場の方程式である。電流や自発磁化のない場所では上式の右辺が 0 となるので \mathbf{H} は次式を満たす。

$$\Delta \mathbf{H} = 0 \quad \cdots(1-12)$$

自発磁化がなく、導電率が一様であると仮定すると、(1-11)は以下のようなになる

$$\Delta \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{j}_e \quad \cdots(1-13)$$

本方程式のグリーン関数を用いて、磁場が算出される。

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{4\pi} \int \left\{ \nabla_r \times \mathbf{j}_e(\mathbf{r}') \right\} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 \mathbf{r}' \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \left\{ -\mathbf{j}_e(\mathbf{r}') \times \nabla_r \right\} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 \mathbf{r}' \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{j}_e(\mathbf{r}') \times \left(-\nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) d^3 \mathbf{r}' \quad \cdots(1-14) \\ &= \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{j}_e(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3 \mathbf{r}' \end{aligned}$$

本式のように、電流密度分布が事前に与えられれば、解析的に磁場を導くことができる。本式をビオサバールの法則と呼ばれる。前述したように、本研究の対象は、この順方向における解析ではなく、事前に電流密度分布 \mathbf{j}_e が未知である場合に、いかに磁場から電流密度分布 \mathbf{j}_e を映像化するかという課題となる。本論文では、この逆方向の問題に対して、情報量の不足のない、すなわち、得られる情報量が n 次元であった場合に、 n 次元の電流密度分布を得る理論と実験技術に限定して議論する。情報量の足りない問題では、無数に存在する解の妥当性を経験的に議論しなければならない。以下に、これまでこの観点から、磁場から電流を導く方法として活用されてきた方法、Rothの方法¹⁵を紹介する。Rothの方法では、磁場の空間分布の二次元データを取得し、それを基に、二次元平面内に流れる二次元電流ベクトルを算出する方法であり、当時二次元的な電子回路が一般的であった時代においては広く活用された。磁束密度ベクトルを \mathbf{B} とする。

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad \cdots(1-15)$$

二次元電流が流れる XY 平面上に広がる有限膜の厚さを d 、電流が流れる膜から Z 軸方向に z 離れた平面にて、磁場を計測する(図1-1)¹⁵。

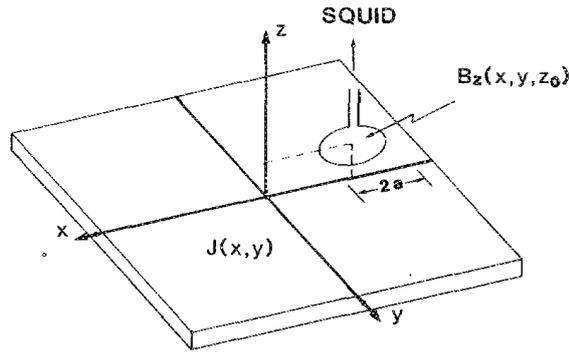


図 1-1： SQUID における実験の模式図¹⁵。

電流密度 $\mathbf{J}(x, y)$ は $x-y$ 平面に制限され、磁力計では磁場の Z 成分 $B(x, y, z_0)$ を測定する。測定面は、 $x-y$ 平面に平行な面であり、測定面の高さを z_0 とする。磁力計は、SQUID に取り付けられた半径 a の円形ピックアップコイルである。

二次元電流を

$$\mathbf{J}=(J_x, J_y) \quad \cdots(1-16)$$

とすると、計測によって得られる磁場は、

$$B_x(x, y, z)=\frac{\mu_0 d}{4\pi} z \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{J_y(x', y')}{[(x-x')^2+(y-y')^2+z^2]^{3/2}} dx' dy' \quad \cdots(1-17)$$

となる。二次元電流の前提から、

$$\nabla \cdot \mathbf{J}=\frac{\partial J_x}{\partial x}+\frac{\partial J_y}{\partial y} \quad \cdots(1-18)$$

より、(1-17)から J_y を導くことができれば、二次元電流ベクトルが算出される。この算出には以下のグリーン関数を用いる。

$$G(x-x', y-y', z)=\frac{\mu_0 d}{4\pi} z \frac{1}{[(x-x')^2+(y-y')^2+z^2]^{3/2}} \quad \cdots(1-19)$$

$B_x(x, y, z)$, $J_y(x, y)$, $G(x, y, z)$ の二次元フーリエ変換をそれぞれ、 $b_x(k_x, k_y, z)$, $j_y(k_x, k_y)$, $g(k_x, k_y, z)$ とすると、

$$b_x(k_x, k_y, z)=g(k_x, k_y, z)j_y(k_x, k_y) \quad \cdots(1-20)$$

とあらわされる。 $g(k_x, k_y, z)$ は、以下のように算出することができる。

$$g(k_x, k_y, z)=(\mu_0 d / 2) e^{-\sqrt{k_x^2+k_y^2} z} \quad \cdots(1-21)$$

ゆえに、(1-18),(1-19)より、 J_x, J_y が以下のように算出される。

$$j_x(k_x, k_y) = -(2/\mu_0 d)(k_x/k_y)e^{\sqrt{k_x^2+k_y^2}z} b_x(k_x, k_y, z)$$

$$j_y(k_x, k_y) = \frac{b_x(k_x, k_y, z)}{g(k_x, k_y, z)} \dots(1-22)$$

以上、計測対象が二次元電流に限定される場合は、以上のように計測によって得られた磁場から二次元電流を算出することが可能となる。

これまで、このRothの方法が、磁場計測を用いた電流の再構成法として用いられてきたが、再構成可能な電流が二次元電流に限定されることから、適用可能な事例が乏しく、磁場計測を用いた電流イメージングが、前述した熱的方法に比べて広く普及しなかった背景がある。また、前記のRothの解析的方法は、式(1-17)のビオサバルの法則を起点として解析を行い、いわば特殊解のみを用いた解析となっており、それが実際の計測において、想定している二次元電流以外のさまざまな磁気発生源の存在を全く考慮していないことが問題として挙げられる。本研究では、静的な磁場の基礎方程式を一般的に解くことを前提として、さまざまな荷電粒子デバイスに適用可能な再構成理論に基づいた、電流密度分布のイメージングシステムの開発を行っている。

1.1.5 本研究の目的

本研究の目的は、半導体デバイスや蓄電デバイスなど、異種物質が複合的に組み合わせられた物体の機能解明に資する、サブサーフェス磁気イメージング法を開発することである。従来のサブサーフェスイメージング法の代表格は、高エネルギー線CT(X線CT、中性子線CT、電子線CT等)、MRI、超音波エコーであるが、室温で動作し、半導体プロセスにより微細化が可能な高感度磁気センサに繋がる、巨大磁気抵抗効果素子の発明^{16,17}が、本研究における“磁場計測をベースとする物体内部の構造解析法の開発”の大きな動機となっている。高感度磁気センサとしては、以前から超伝導量子干渉計^{18,19}が広く知られているが、センサを極低温に冷却する必要があり、冷却用容器を含めて、センサモジュールの小型化が困難で、結果として医療用途や地質学用途にその活用が限られる。TMR素子の発明により、磁気イメージングの幅広い活用の可能性が拓け、今まさに、物体内部を可視化するサブサーフェス磁気イメージング法の研究が不可欠となっている。

本研究では、これまで解説した背景を踏まえ、物体のサイズにコントラスト比と空間分解能が支配されず、様々な物体に適用可能な、“パッシブ方式”および“反射型のアクティブ方式”のサブサーフェス磁気イメージングを開発する。ここでいう“反射型”は、透過型に対して用いられ、波動に限定されず静的、準静的な場の応答まで含み、場を与える送信機と受信機が、物体が分かつ2つの半空間のうち、片側の半空間に双方が存在している場合の意味まで拡張して用いる。一般に“反射型”のサブサーフェスイメージング法では、前述したように波動を集光するレンズが不可欠となるが、本研究では、場の基礎方程式を解くことで、物体を覆う大きなレンズで集光したかの如く、画像を物体内部にて得る計算プロセスにて、レンズの存在を計算上創り出す方法を、本研究におけるサブサーフェス磁気イメージングの画像取得の核とする。

サブサーフェス磁気イメージングの主要な計測対象として、物体内部の電流密度分布がある。従来の電流密度分布の可視化方法は、主に熱的方法で、近年、荷電粒子デバイスの多くが、高密度実装の進展により、多層化、三次元化が進められており、計測対象の領域が金属薄膜にて覆われ、適用が難しい。本研究では、サブサーフェス磁気イメージング法を用いて、従来の熱的方法では不可能な金属下の電流密度分布の可視化を実現することを目的とする。さらに、近年、高エネルギー密度化の重要性が益々高まる蓄電池に関しては、その内部の疑似三次元的な電流の再構成法と実験技術を開発し、実際の不良蓄電池に適用することを目的とする。

最終的には、本研究で開発する、静的、準静的な磁場計測を基にするサブサーフェス磁気イメージング法の空間分解能を制限する磁気センサの代表寸法を越える空間分解能を実現する積分幾何学的再構成理論の原理実証を行う。

本研究で開発されたサブサーフェス磁気イメージング法は、物体内部の構造解析を実現する様々なサブサーフェスイメージング法と関連し、本研究で得られる成果が、広く普遍性を持つ形で、物体内部の多種多様な物性を可視化する方法論の創発に繋がる有効な事例となることを、研究の最終的な目標に設定する。

1.1.6 本論文の構成

第1章では、本研究の背景と目的を示した。近年の超高感度磁気センサの進展が、新しいサブサーフェス磁気イメージングの開発の起点となることを示すと共に、静磁場の基礎方程式の順方向問題の解と“従来の逆方向問題の解析法”を明示しながら、従来の磁場イメージングによる物体内部の電流密度分布計測の課題と本研究の構想を述べた。

第2章では、本研究で開発したサブサーフェス磁気イメージングにおける再構成理論について述べる。自由空間における静磁場の基礎方程式の理論、蓄電池内の電流密度分布を可視化するための理論、高分解能化のための画像再構成理論、積分幾何学的再構成理論についてその詳細を述べる。本理論に基づく可視化ソフトウェアが、第3章で紹介するサブサーフェス磁気イメージングシステムのハードウェアに搭載され、第4章、第5章の結果に繋がる。

第3章では、本研究で開発したサブサーフェス磁気イメージングのハードウェアおよびソフトウェアについて述べる。高感度磁気センサの原理やその性能、対象との距離に依存する電流強度の検出能についても記載する。

第4章では、金属配線や蓄電池等、様々な電子デバイスに、サブサーフェス磁気イメージングを実際に適用した結果について紹介する。また、アクティブ方式のサブサーフェス磁気イメージングにて、配線の構造と電流密度分布を同時撮影した結果を報告する。さらに、磁気センサの代表寸法を越える空間分解能を達成するための、積分幾何学的再構成理論を用いた計測システムと原理検証実験の結果を説明する。

最後に第5章をもって、本論文を総括するとともに、次世代のサブサーフェスイメージングシステムとしての可能性について述べる。

参考文献

1. B. Saleh, Introduction to Subsurface Imaging, Cambridge University Press (2011).
2. G. N. Hounsfield, The British Institute of Radiology 46, 1016 (1973).
3. A. M. Cormack, Nobel Lecture 551 (1979).
4. P. C. Lauterbur, Nobel Lecture 245 (2003).
5. P. C. Lauterbur, Nature 242, 190 (1973).
6. K. Wüthrich, Nobel Lecture (2002).
7. K. Wüthrich, Angewandte Chemie International Edition 42, 3340 (2003).
8. J. C. Somer, Ultrasonics 6, 153 (1968).
9. J. Pawley, Handbook of Biological Confocal Microscopy, 3rd edition ed., Springer (2006).
10. 日本磁気学会, 磁気イメージングハンドブック, 共立出版 (2010).
11. W. Andrä, H. Nowak, Magnetism in medicine, a handbook, 2nd ed., Wiley-CH (2007).
12. P. Bremond, P. Potet, Proceedings of SPIE 4360, 560 (2001).
13. K. Nikawa, The 16th Annual Meeting of the IEEE Lasers and Electro-Optics Society 2, 742 (2003).
14. 木村建次郎, エレクトロニクス実装学会誌 18, 511 (2015).
15. B. J. Roth, N. G. Sepulveda, J. P. Wikswo, J. Appl. Phys. 65, 361 (1989).
16. P. A. Grünberg, Nobel Lecture 92 (2007).
17. T. Miyazaki, T. Yaoi, S. Ishio, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 98, L7 (1991).
18. R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver, J. E. Mercereau, Phys. Rev. Lett. 12, 159 (1964).
19. P. W. Anderson, J. M. Rowell, Phys. Rev. Lett. 10, 230 (1963).

2章 サブサーフェス磁気イメージングにおける計測理論

2.1 緒言

本章では、本研究にて開発した“サブサーフェス磁気イメージングシステムにおける画像再構成理論”、すなわち物体外部にて計測した磁場の空間分布から、物体内部の磁場の空間分布、電流密度分布を再構成によって可視化する数学的方法を説明する。以下に述べる、本研究にて開発した画像再構成理論の共通した特徴は、静磁場の基礎方程式の解析解を用いることになる。1章にて解説した特殊解を用いた方法にて、実際の計測において問題となる背景磁場を低減させながら、三次元電流領域の近界の磁場分布を再構成、可視化する方法について述べる¹⁻⁸。さらに、蓄電池等の平行平板型の電子デバイス内、すなわち薄膜内に流れる三次元電流を再構成する方法について述べる。⁸最後に、静的な磁場の計測に基づくサブサーフェス磁気イメージングでは、空間分解能は基本的に、磁気センサの代表寸法によって支配されるが、代表寸法を越える空間分解能を達成する積分幾何学的再構成理論について説明する⁸。

2.2 静磁場の基礎方程式の逆解析理論

2.2.1 静磁場の空間的な拡がり

静磁場の基礎方程式の逆解析を、まず直感的に説明する。1章における式(1-11)で述べたように、電流と自発磁化に由来する静磁場の基礎方程式は以下のようになる。

$$\Delta \mathbf{H} = -\frac{1}{\sigma} \nabla \sigma \times \mathbf{j}_e - \nabla (\nabla \cdot \mathbf{M}) \quad \cdots(2-1)$$

これは一般的にポアソン型の方程式と呼ばれる。ポアソン型の方程式はグリーン関数を導入することで解くことが可能であり、そのグリーン関数は $\frac{1}{4\pi r}$ となり、任意の座標の磁場が以下のように導かれる。

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{-\nabla' \times \mathbf{i}(\mathbf{r}') - \nabla' (\nabla' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}'))}{r - r'} d\mathbf{r}' \quad \cdots(2-2)$$

磁場が空間的にどのように拡がるか示すために、磁気発生源が空間上のある点に局在している場合において、順問題として上式に従って磁場分布を計算した結果を図2-1に示した。図2-1は、三次元XYZ空間上において磁気発生源ベクトルに以下の仮定を導入して、磁場ベクトルのz成分の分布を計算した結果である。

$$-\nabla' \times \mathbf{i}(\mathbf{r}') - \nabla' (\nabla' \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}')) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta(\mathbf{r}') \end{bmatrix} \quad \cdots(2-3)$$

z方向の距離が磁気発生源から離れるほど、磁場分布が空間的に拡がるのが分かる。サブサーフェス磁気イメージングでは、物体内部に局在する磁気発生源を、計測によって得られる“拡がりを持つ磁場の空間分布”から、計算によって導く。計測においては、磁気発生源の構造に関しては、未知であることが一般的であるから、様々なケースを含んだ形の、可能な限り一般的な場の基礎方程式を解析的に解くことで、物体内部の磁気発生源を可視化するのがよい。

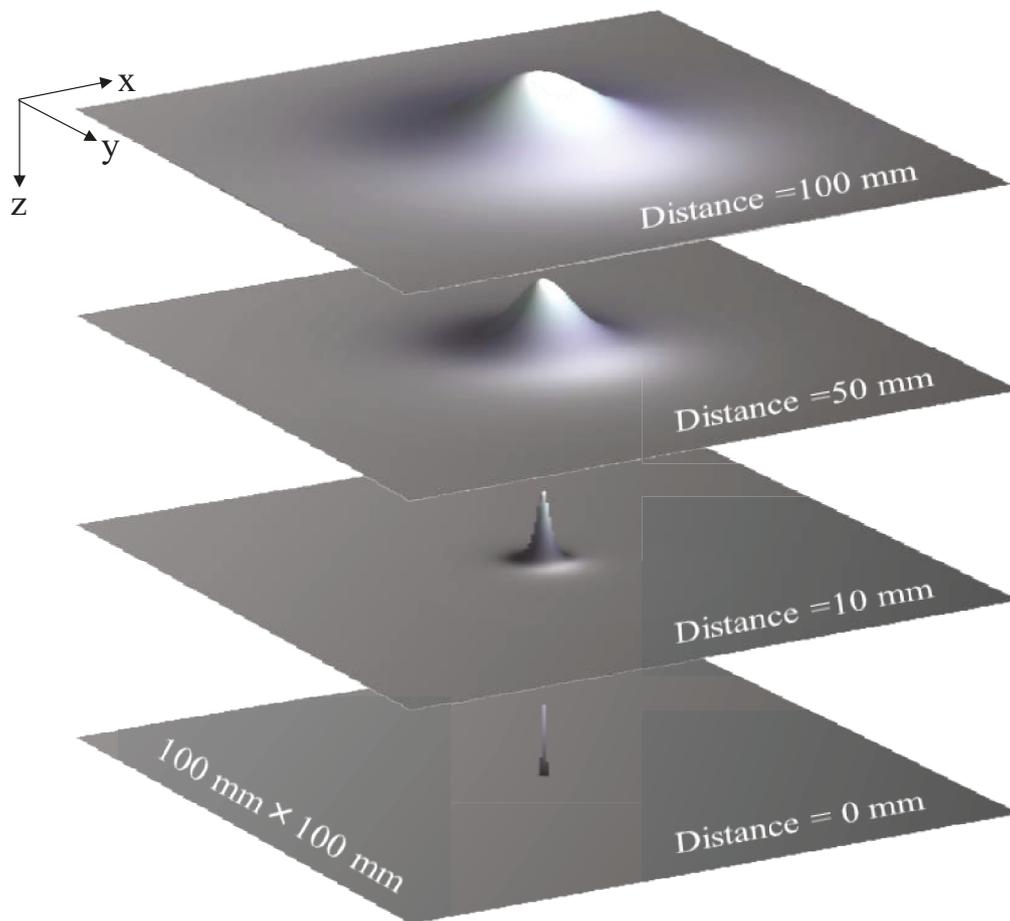


図 2-1: ポアソン型の方程式から導かれる点磁荷が存在する場合の磁場分布像。距離が離れるに従って磁場の空間的な広がりが見られる。

2.2.2 静磁場の基礎方程式の逆解析理論

本項にて説明する再構成理論では、測定面を含む、磁気発生源までの自由空間において、静磁場の基礎方程式を解析的に解き、測定面にて得られた磁場の空間分布を入力し、磁気発生源近界の磁場分布を再構成することによって、磁気発生源の存在領域表層の電流密度分布や自発磁化の分布を得る。自由空間における磁場の基礎方程式は以下のようなになる。

$$\Delta H = 0 \quad \dots(2-4)$$

この式はラプラス方程式と呼ばれる。ここから、XYZ 座標系にて磁場ベクトルの特定成分について考える。そのフーリエ変換 $h(k_x, k_y, z)$ とすると(2-5)式が成立する。

$$H_i(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(k_x, k_y, z) e^{(ik_x x + ik_y y)} dk_x dk_y \quad \dots(2-5)$$

(2-4)式, (2-5)式より、

$$\frac{\partial^2 h(k_x, k_y, z)}{\partial z^2} - (k_x^2 + k_y^2) h(k_x, k_y, z) = 0 \quad \dots(2-6)$$

(2-6)式の微分方程式の一般解は指数関数を用いて、以下のように表される。

$$h(k_x, k_y, z) = a(k_x, k_y) e^{+\sqrt{k_x^2 + k_y^2} z} + b(k_x, k_y) e^{-\sqrt{k_x^2 + k_y^2} z} \quad \dots(2-7)$$

ここで、(2-7)式より $a(k_x, k_y)$ 及び $b(k_x, k_y)$ を決定すれば、任意の z における磁場分布を再構成可能であることが分かる。(2-7)式の未知係数を測定によって得られる磁場の二次元データマトリックスから決定することが必要となる。測定面の z 座標を $z=0$ として、測定によって得られる二次元磁場分布 $H(x, y, 0)$ 及び二次元磁場勾配分布 $\partial H / \partial x(x, y, 0)$ の x, y に関するフーリエ変換 $h(k_x, k_y, z)$ 及び $\partial h / \partial x(k_x, k_y, 0)$ について以下の等式が成立する。

$$h(k_x, k_y, 0) = a(k_x, k_y) + b(k_x, k_y) \quad \dots(2-8)$$

$$\frac{\partial h}{\partial z}(k_x, k_y, 0) = \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) a(k_x, k_y) - \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) b(k_x, k_y) \quad \dots(2-9)$$

(2-8), (2-9)式を連立させることで、 $a(k_x, k_y)$ 及び $b(k_x, k_y)$ は測定によって得られた二次元磁場分布及び二次元磁場勾配分布のフーリエ変換を用いて以下のように決定される。

$$a(k_x, k_y) = \frac{\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) h(k_x, k_y, 0) + \frac{\partial h}{\partial z}(k_x, k_y, 0)}{2 \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right)} \quad \dots(2-10)$$

$$b(k_x, k_y) = \frac{\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) h(k_x, k_y, 0) - \frac{\partial h}{\partial z}(k_x, k_y, 0)}{2 \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right)} \quad \dots(2-11)$$

(2-10), (2-11)を(2-7)式に代入して両辺の逆フーリエ変換を行うと、最終的な結論として以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} H_i(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) h(k_x, k_y, 0) + \frac{\partial h}{\partial z}(k_x, k_y, 0)}{2 \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right)} e^{+\sqrt{k_x^2 + k_y^2} z} \\ &+ \frac{\left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right) h(k_x, k_y, 0) - \frac{\partial h}{\partial z}(k_x, k_y, 0)}{2 \left(\sqrt{k_x^2 + k_y^2} \right)} e^{-\sqrt{k_x^2 + k_y^2} z} dk_x dk_y \end{aligned} \quad \dots(2-12)$$

よって、測定によって得られた二次元磁場分布及び二次元磁場勾配分布のフーリエ変換を境界条件として用いることで、自由空間内での三次元的な磁場分布を再構成可能である¹。この方法では、自由空間での解析を基に、磁気発生源近界の情報を算出するために、測定面を含む自由空間からみて、どのような位置に磁気発生源を含む領域が存在しても適用することが可能である¹。実際の計測では、電子回路や機構部品など様々な背景磁場が存在する。磁気センサに加わる全ての磁気発生源からの寄与を考慮した再構成法であると言える。測定対象における電流密度分布や自発磁化の空間分布が三次元的であり、背景磁場が存在する場合でも適用できることから汎用性の高い画像再構成理論であると言える。

以下では、本再構成理論の数値シミュレーションを行った一例を紹介する。図 2-2 にその一連の結果を示した。漢字の“神”の文字がある平面上に存在する場合に、まず、その対象平面から(a) 250 μm 離れた位置の二次元磁場分布を数値シミュレーションした。(a)の結果を測定で得られた結果であると仮定し、上記の再構成理論に基づいて、(a)の結果を境界条件として用いることで、(b)125 μm 離れた位置、(c) 対象平面近傍の二か所において、それぞれ数値シミュレーションを行った。数値計算上で設定した測定範囲は 1.0 mm \times 1.0 mm、ピクセル数は 512 \times 512 である。(a)の結果では、再構成理論式内でも示されている“高い空間周波数成分”の大きな距離減衰により、画像に含まれる細かな構造情報は失われているが、(c)の再構成結果では、細かな構造情報を再構成計算により復元できており、“神”の文字が明瞭に示されている。

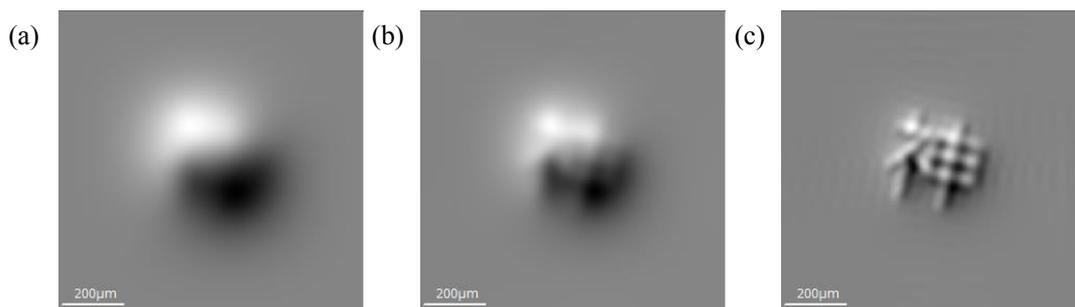


図 2-2 : (a) 検出対象平面から 250 μm 離れた位置における二次元磁場分布のシミュレーション結果(順方向問題における計算結果)、(b)対象平面から 125 μm 離れた位置における二次元磁場分布を(2-13)式に基づいて再構成した結果(逆方向問題における計算結果)、(c) 対象平面近傍における二次元磁場分布を(2-13)式に基づいて再構成した結果(逆方向問題における計算結果)。

本研究では、本再構成理論を、計測システムに実装し、第 3 章、第 4 章にて紹介する磁気発生源近界の画像を得た。

2.3 磁場計測に基づく単層薄膜内の電流経路決定に関する解析的理論

2.3.1 緒言

本解析理論は、蓄電池、コンデンサ等の二次元薄膜状内の電流密度分布を、薄膜外における磁気計測データから再構成し、可視化することを目的としている。特に蓄電池やコンデンサに注目し、その内部電流の可視化に特化した理論の開発を行うに至る動機は、地球環境保全の目指した自然エネルギーの有効活用に関する研究が、世界的にも勢力的に行われていることにある。

二酸化炭素削減のため、自動車の動力源を内燃機関から電気モータに変えることで、4 倍以上のエネルギー利用効率が期待される。さらに、そのエネルギーを太陽光や風力、地熱などの自然エネルギーで充電することを想定すれば、二酸化炭素排出量は、内燃機関の 10 分の 1 以下になることが見込まれている。しかしながら、電気自動車の普及のためには、現状のリチウム二次電池の性能では十分でなく、現状の容量約 140 Wh/kg, 出力密度約 1700 W/kg を、将来的には容量 500 Wh/kg 以上、出力密度 3000 W/kg に向上させる必要がある。この性能を早期に達成し、世界の電気自動車産業を席卷するため、これまで電池市場において先導的であった日本企業のみならず、世界の大企業を巻き込んだ競争が激化している。

上記の目標値を達成し得る次世代のリチウムイオン二次電池として注目されているのが、金属リチウム二次電池、リチウム硫黄二次電池、リチウム空気二次電池、リチウム銅二次電池である。どのタイプも研究開発段階ではあるが、リチウム硫黄二次電池は 1000 kWh/kg を超える容量、リチウム空気二次電池では現状の 300 倍を超える容量、リチウム銅二次電池は現状の 5 倍以上の容量、金属リチウム二次電池は現状の 10 倍以上の容量の実現が期待されている。実用上は、これらの性能だけでなく、リサイクル

ル性、安全性が考慮された上で開発が進められている。これらの実用化に向けた大きな共通課題として、“充電時における負極でのデンドライトの発生”がある。デンドライトとは、樹枝状の金属結晶であり、充電時に負極にリチウムが析出する際、リチウムが樹枝状に成長して生成するものである。このデンドライトは、電極から剥離しやすく、一度剥離すると、負極としての機能が低下し、結果として容量低下を引き起こす。加えて、デンドライトの成長が促進され、負極と正極を遮るセパレータを貫通すれば、電極間の短絡が生じ、発火、有機溶媒の炎上による大事故が懸念される。デンドライトの発生は、負極表面における充電電流の不均一性に由来すると考えられており、電流密度分布の偏りが原因と考えられている。次世代リチウムイオン二次電池の開発、保守管理、安全性確保のためにも、非破壊にてリチウムイオン二次電池内部の負極近傍の電流密度を映像化可能な手法の開発が急務である。この手法の開発が実現すれば、負極近傍の過電流箇所が早期に発見することができ、デンドライト成長を未然に防止し、大事故を防ぐことが可能になる。また、研究開発段階においても、電流密度に偏りの少ない負極材料の開発には不可欠な技術となる。

以上の背景を踏まえて、本研究では、サブサーフェス磁気イメージングの主要な応用として、蓄電池等の金属平板で挟まれた薄膜構造体内の三次元電流を、再構成する理論と計算アルゴリズムの開発を行った⁸。

2.3.2 基礎理論

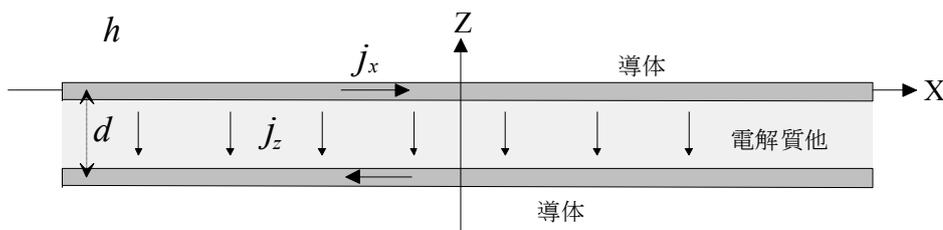


図 2-3：蓄電池内電流映像化のための計算モデル

1層のリチウムイオン電池のセルを対象とする。座標系は導体表面に沿って x, y 軸, 法線方向を z 軸とする。以下のような変数を定義する。

- σ_0 : 導体電極の導電率 (一定)
- $\sigma(x, y)$: 電解質の二次元導電率分布
- $j(x, y)$: 導体表面の二次元電位分布

定常状態のマクスウェルの方程式から、

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\partial_t \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \partial_t \mathbf{D} = \mathbf{j} \end{aligned} \quad \cdots(2-13)$$

第一の式から置にはポテンシャルが存在する。

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad \cdots(2-14)$$

電流は導体電極上で次のように表現することができる。

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E} = -\sigma_0 \nabla \phi(x, y) \quad \cdots(2-15)$$

マクスウェルの方程式の二番目の式から、

$$\begin{aligned}\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} \\ &= -\Delta \mathbf{H} \\ &= \nabla \times \mathbf{j} \\ &= \nabla \times (\sigma \mathbf{E})\end{aligned}\quad \cdots(2-16)$$

これを導体表面へ適用すると

$$\Delta H_z = \nabla \times (\sigma_0 \nabla \varphi) = 0 \quad \cdots(2-17)$$

このように導体電極を流れる電流は \mathbf{H}_z を生成しない。電解質の内部で電流が z 軸方向へ流れていると仮定すると \mathbf{H}_z は生成されないことになる。プリント基板のビアホールの場合と異なり電池の電極には穴などの導電率異常個所がないことに由来する。導体電極の厚さを h とするとき、導体基板上での電流の連続の式は次のようになる。

$$(\partial_x j_x + \partial_y j_y)h + j_z = 0 \quad \cdots(2-18)$$

電解質の二次元導電率分布を用いて上式を書き換えると、次のようになる。

$$-h \partial_x (\sigma_0 \nabla_x \varphi) - h \partial_y (\sigma_0 \nabla_y \varphi) + h_T^{-1} \sigma(x, y) \varphi = 0 \quad \cdots(2-19)$$

基板の導電率が一定であるとしてこの式を書き換えると次のようになる。

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2) \varphi = \frac{1}{hh_T \sigma_0} \sigma(x, y) \varphi \quad \cdots(2-20)$$

三次元空間では電流は次のように表される。

$$\mathbf{j} = \left\{ -\sigma_0 \nabla_x \varphi(x, y), -\sigma_0 \nabla_y \varphi(x, y), -h_T^{-1} \sigma(x, y) \varphi(x, y) \right\} h \delta(z - z_0) \quad \cdots(2-21)$$

ここで z_0 は導体基板の中心の z 座標である。磁場の式との関係は次のようになる

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{H} &= -\nabla \times \mathbf{j} \\ &= -\nabla \times \left\{ -\sigma_0 \nabla_x \varphi(x, y), -\sigma_0 \nabla_y \varphi(x, y), -h_T^{-1} \sigma(x, y) \varphi(x, y) \right\} h \delta(z - z_0) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ \sigma_0 h \nabla_x \varphi(x, y) \delta(z - z_0) & \sigma_0 h \nabla_y \varphi(x, y) \delta(z - z_0) & h_T^{-1} h \sigma(x, y) \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \partial_y \left\{ h_T^{-1} h \sigma(x, y) \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \right\} - \partial_z \left\{ \sigma_0 h \nabla_y \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \right\} \\ -\partial_x \left\{ h_T^{-1} h \sigma(x, y) \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \right\} + \partial_z \left\{ \sigma_0 h \nabla_x \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \right\} \\ \partial_x \left\{ \sigma_0 h \nabla_y \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \right\} - \partial_y \left\{ \sigma_0 h \nabla_x \varphi(x, y) \delta(z - z_0) \right\} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad \cdots(2-22)$$

この式で z 成分は 0 となるがその他は 0 とはならない。 x, y 成分に関して考察する。このとき次の連立方程式が考えられる

$$\begin{aligned}
\Delta H_x &= h_T^{-1} h \partial_y \{ \sigma(x, y) \varphi(x, y) \} \delta(z - z_0) - \sigma_0 h \{ \partial_y \varphi(x, y) \} \delta'(z - z_0) \\
\Delta H_y &= -h_T^{-1} h \partial_x \{ \sigma(x, y) \varphi(x, y) \} \delta(z - z_0) + \sigma_0 h \{ \partial_x \varphi(x, y) \} \delta'(z - z_0) \\
\partial_x^2 \varphi + \partial_y^2 \varphi &= (\sigma_0 h h_T)^{-1} \sigma(x, y) \varphi(x, y)
\end{aligned} \quad \cdots(2-23)$$

三番目の式から $\sigma(x, y) \varphi(x, y)$ を一、二番目の式の右辺第一項へ代入する。

$$\begin{aligned}
\Delta H_x &= h^2 \sigma_0 \partial_y \{ \partial_x^2 \varphi + \partial_y^2 \varphi \} \delta(z - z_0) - \sigma_0 h \{ \partial_y \varphi(x, y) \} \delta'(z - z_0) \\
\Delta H_y &= -h^2 \sigma_0 \partial_x \{ \partial_x^2 \varphi + \partial_y^2 \varphi \} \delta(z - z_0) + \sigma_0 h \{ \partial_x \varphi(x, y) \} \delta'(z - z_0)
\end{aligned} \quad \cdots(2-24)$$

次式のような記号を導入し、

$$\begin{aligned}
\tilde{\varphi}(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} \varphi(x, y) dx dy \\
Q_x(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \\
Q_y(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy
\end{aligned} \quad \cdots(2-25)$$

上式を x, y についてフーリエ変換すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{d^2}{dz^2} Q_x - (k_x^2 + k_y^2) Q_x &= -h^2 \sigma_0 (ik_y) (k_x^2 + k_y^2) \tilde{\varphi} \delta(z - z_0) - \sigma_0 h (ik_y) \tilde{\varphi} \delta'(z - z_0) \\
\frac{d^2}{dz^2} Q_y - (k_x^2 + k_y^2) Q_y &= h^2 \sigma_0 (ik_x) (k_x^2 + k_y^2) \tilde{\varphi} \delta(z - z_0) + \sigma_0 h (ik_x) \tilde{\varphi} \delta'(z - z_0)
\end{aligned} \quad \cdots(2-26)$$

ここで次のようなグリーン関数 $G_0(z, z_0, k)$ を導入する。

$$\begin{aligned}
G_0(z, z_0, k) &= \frac{1}{2k} e^{-k|z - z_0|} \\
k &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \\
\frac{\partial^2}{\partial z^2} G_0(z, z_0, k) - k^2 G_0(z, z_0, k) &= \delta(z - z_0)
\end{aligned} \quad \cdots(2-27)$$

上の方程式の特別解は次のようになる。

$$\begin{aligned}
Q_x(k_x, k_y, z) &= \left\{ -h^2 \sigma_0 (ik_y k^2) G_0(z, z_0, k) - \sigma_0 h (ik_y) \frac{d}{dz} G_0(z, z_0, k) \right\} \tilde{\varphi}(k_x, k_y) \\
Q_y(k_x, k_y, z) &= \left\{ h^2 \sigma_0 (ik_x k^2) G_0(z, z_0, k) + \sigma_0 h (ik_x) \frac{d}{dz} G_0(z, z_0, k) \right\} \tilde{\varphi}(k_x, k_y)
\end{aligned} \quad \cdots(2-28)$$

上の式で $z \rightarrow z_0$ とする。そのために次の式を用いる。

$$\lim_{z \rightarrow z_0+0} G_0(z, z_0, k) = \frac{1}{2k} \quad \dots(2-29)$$

$$\lim_{z \rightarrow z_0+0} \frac{d}{dz} G_0(z, z_0, k) = -\frac{1}{2}$$

上の式は次のようになる。

$$\begin{aligned} Q_x(k_x, k_y, z_0) &= \frac{1}{2} \left\{ -h^2 \sigma_0(ik_y k) + \sigma_0 h(ik_y) \right\} \tilde{\varphi}(k_x, k_y) \\ Q_y(k_x, k_y, z_0) &= \frac{1}{2} \left\{ h^2 \sigma_0(ik_x k) - \sigma_0 h(ik_x) \right\} \tilde{\varphi}(k_x, k_y) \end{aligned} \quad \dots(2-30)$$

この式から次式が導ける。

$$ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{1}{2} h k^2 \sigma_0 (hk - 1) \tilde{\varphi}(k_x, k_y) \quad \dots(2-31)$$

電位分布のフーリエ変換像は次のようになる。

$$\tilde{\varphi}(k_x, k_y) = \frac{2 \{ ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) \}}{h k^2 \sigma_0 (hk - 1)} \quad \dots(2-32)$$

フーリエ逆変換して $\varphi(x, y)$ を求めると、電池内部の導電率分布 $\sigma(x, y)$ が次のように求まる。

$$\sigma(x, y) = h h_T \sigma_0 \frac{(\partial_x^2 + \partial_y^2) \varphi}{\varphi} \quad \dots(2-33)$$

2.3.3 自由空間における逆解析との関係

式(2-27)から z が z_0 より大きい領域では従来のように以下の式が成立している

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} Q_x - (k_x^2 + k_y^2) Q_x &= 0 \\ \frac{d^2}{dz^2} Q_y - (k_x^2 + k_y^2) Q_y &= 0 \end{aligned} \quad \dots(2-34)$$

これらの方程式の一般解は次のように書ける。

$$\begin{aligned} Q_x(k_x, k_y, z) &= a_1(k_x, k_y) e^{-(z-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} + b_1(k_x, k_y) e^{(z-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= a_2(k_x, k_y) e^{-(z-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} + b_2(k_x, k_y) e^{(z-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \end{aligned} \quad \dots(2-35)$$

$z = z_1 (z_1 > z_0)$ での境界条件より次式が成立する。

$$\begin{aligned}
Q_x(k_x, k_y, z_1) &= a_1(k_x, k_y) e^{-(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} + b_1(k_x, k_y) e^{(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \\
\partial_z Q_x(k_x, k_y, z_1) &= \sqrt{k_x^2+k_y^2} \left\{ -a_1(k_x, k_y) e^{-(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} + b_1(k_x, k_y) e^{(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \right\} \\
Q_y(k_x, k_y, z_1) &= a_2(k_x, k_y) e^{-(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} + b_2(k_x, k_y) e^{(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \\
\partial_z Q_y(k_x, k_y, z_1) &= \sqrt{k_x^2+k_y^2} \left\{ -a_2(k_x, k_y) e^{-(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} + b_2(k_x, k_y) e^{(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \right\}
\end{aligned} \tag{2-36}$$

これらの代数方程式を解くと a_1, b_1, a_2, b_2 が求まる。

$$\begin{aligned}
a_1(k_x, k_y) &= \frac{1}{2} \left\{ Q_x(k_x, k_y, z_1) - \frac{1}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \partial_z Q_x(k_x, k_y, z_1) \right\} e^{(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \\
b_1(k_x, k_y) &= \frac{1}{2} \left\{ Q_x(k_x, k_y, z_1) + \frac{1}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \partial_z Q_x(k_x, k_y, z_1) \right\} e^{-(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \\
a_2(k_x, k_y) &= \frac{1}{2} \left\{ Q_y(k_x, k_y, z_1) - \frac{1}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \partial_z Q_y(k_x, k_y, z_1) \right\} e^{(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \\
b_2(k_x, k_y) &= \frac{1}{2} \left\{ Q_y(k_x, k_y, z_1) + \frac{1}{\sqrt{k_x^2+k_y^2}} \partial_z Q_y(k_x, k_y, z_1) \right\} e^{-(z_1-z_0)\sqrt{k_x^2+k_y^2}}
\end{aligned} \tag{2-37}$$

このように a_1, a_2 が求められた後で、式(2-27)、(2-28)との整合性から式(2-35)で b_1, b_2 を 0 と置くとノイズを除去した結果が得られる。

$$\begin{aligned}
a_1(k_x, k_y) &= Q_x(k_x, k_y, z_0) \\
a_2(k_x, k_y) &= Q_y(k_x, k_y, z_0)
\end{aligned} \tag{2-38}$$

2.3.4 解析解を用いた Example1 : 短絡点が 1 箇所の場合

2.3.4.1 1 点で短絡している場合

式(2-20)から

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2) \varphi = \frac{1}{hh_r \sigma_0} \sigma(x, y) \varphi \tag{2-39}$$

ここで、

h_r : 基板間の距離 = 電解質層の厚さ

σ_0 : 基板の導電率

$\sigma(x, y)$: 電解質層の膜平均導電率 = $\int_0^{h_r} \sigma_{\text{電解質}}(x, y, z) dz / h_r$

$\sigma(x, y)$ として次式を仮定する。

$$\sigma(x, y) = \sigma_s \delta(x-x_s, y-y_s) \tag{2-40}$$

式(2-39)から、

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\varphi = \frac{1}{hh_T\sigma_0}\sigma_s\delta(x-x_s, y-y_s)\varphi_s \quad \dots(2-41)$$

φ_s は点 (x_s, y_s) におけるポテンシャル値

次の公式を用いる。

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\ln|\mathbf{r}| = 2\pi\delta(\mathbf{r}) \quad \dots(2-42)$$

$$\mathbf{r} = (x, y)$$

ポテンシャル $\varphi(x, y)$ は次のようになる。

$$\varphi(x, y) = \frac{\sigma_s\varphi_s}{2\pi hh_T\sigma_0} \ln\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2} \quad \dots(2-43)$$

式(2-24)から次式が成立する。

$$\begin{aligned} \Delta H_x &= h^2\sigma_0\partial_y\{\partial_x^2\varphi + \partial_y^2\varphi\}\delta(z-z_0) - \sigma_0h\{\partial_y\varphi(x, y)\}\delta'(z-z_0) \\ \Delta H_y &= -h^2\sigma_0\partial_x\{\partial_x^2\varphi + \partial_y^2\varphi\}\delta(z-z_0) + \sigma_0h\{\partial_x\varphi(x, y)\}\delta'(z-z_0) \end{aligned} \quad \dots(2-44)$$

次式でフーリエ像を定義する。

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} \varphi(x, y) dx dy \\ Q_x(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy \end{aligned} \quad \dots(2-45)$$

式(2-41)を x, y に関してフーリエ変換する。

$$FT[\partial_x^2\varphi + \partial_y^2\varphi] = -(k_x^2 + k_y^2)\tilde{\varphi} = \frac{1}{hh_T\sigma_0}\sigma_s\varphi_s e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \quad \dots(2-46)$$

次式が得られる。

$$\tilde{\varphi} = \frac{-\sigma_s\varphi_s}{hh_T\sigma_0} \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \quad \dots(2-47)$$

式(2-44)を x, y に関してフーリエ変換する。

$$\begin{aligned} (d_z^2 - k_x^2 - k_y^2)Q_x &= h^2\sigma_0(ik_y)FT[\partial_x^2\varphi + \partial_y^2\varphi]\delta(z-z_0) - \sigma_0h(ik_y)\tilde{\varphi}\delta'(z-z_0) \\ (d_z^2 - k_x^2 - k_y^2)Q_y &= -h^2\sigma_0(ik_x)FT[\partial_x^2\varphi + \partial_y^2\varphi]\delta(z-z_0) + \sigma_0h(ik_x)\tilde{\varphi}\delta'(z-z_0) \end{aligned} \quad \dots(2-48)$$

式(2-46),(2-47)を用いると次式が得られる。

$$\begin{aligned}
(d_z^2 - k_x^2 - k_y^2)Q_x &= \frac{h\sigma_s\varphi_s}{h_T} ik_y e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \delta(z-z_0) + \frac{\sigma_s\varphi_s}{h_T} \frac{ik_y}{k_x^2 + k_y^2} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \delta'(z-z_0) \\
(d_z^2 - k_x^2 - k_y^2)Q_y &= -\frac{h\sigma_s\varphi_s}{h_T} ik_x e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \delta(z-z_0) - \frac{\sigma_s\varphi_s}{h_T} \frac{ik_x}{k_x^2 + k_y^2} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \delta'(z-z_0)
\end{aligned} \quad \dots(2-49)$$

ここで式(2-27)のグリーン関数 $G_0(z, z_0, k)$ を用いる。

$$\begin{aligned}
G_0(z, z_0, k) &= \frac{1}{2k} e^{-k|z-z_0|} \\
k &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \\
\frac{\partial^2}{\partial z^2} G_0(z, z_0, k) - k^2 G_0(z, z_0, k) &= \delta(z-z_0)
\end{aligned} \quad \dots(2-50)$$

式(2-49)の解は次のようになる。

$$\begin{aligned}
Q_x &= \frac{h\sigma_s\varphi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k|z-z_0|} + \frac{\sigma_s\varphi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k|z-z_0|} \\
Q_y &= -\frac{h\sigma_s\varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k|z-z_0|} - \frac{\sigma_s\varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k|z-z_0|}
\end{aligned} \quad \dots(2-51)$$

フーリエ逆変換により任意の z 座標における磁場が求まる。以下の計算では $z > z_0$ と仮定している。

$$\begin{aligned}
H_x &= \frac{h\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ik_y}{k} e^{ik_x(x-x_s) + ik_y(y-y_s) - k(z-z_0)} dk_x dk_y \\
&\quad - \frac{\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ik_y}{k^2} e^{ik_x(x-x_s) + ik_y(y-y_s) - k(z-z_0)} dk_x dk_y \\
H_y &= -\frac{h\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ik_x}{k} e^{ik_x(x-x_s) + ik_y(y-y_s) - k(z-z_0)} dk_x dk_y \\
&\quad + \frac{\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ik_x}{k^2} e^{ik_x(x-x_s) + ik_y(y-y_s) - k(z-z_0)} dk_x dk_y
\end{aligned} \quad \dots(2-52)$$

このフーリエ変換を行うために次のような変数変換を行う。

$$\begin{aligned}
k_x &= \kappa \cos \vartheta \\
k_y &= \kappa \sin \vartheta
\end{aligned} \quad \dots(2-53)$$

$$\begin{aligned}
H_x &= \frac{h\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} i \sin \vartheta e^{i(x-x_s)\kappa \cos \vartheta + i(y-y_s)\kappa \sin \vartheta - \kappa(z-z_0)} \kappa d\kappa d\vartheta \\
&\quad - \frac{\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} i \sin \vartheta e^{i(x-x_s)\kappa \cos \vartheta + i(y-y_s)\kappa \sin \vartheta - \kappa(z-z_0)} \kappa d\kappa d\vartheta \\
H_y &= -\frac{h\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} i \cos \vartheta e^{i(x-x_s)\kappa \cos \vartheta + i(y-y_s)\kappa \sin \vartheta - \kappa(z-z_0)} \kappa d\kappa d\vartheta \\
&\quad + \frac{\sigma_s\varphi_s}{2(2\pi)^2 h_T} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} i \cos \vartheta e^{i(x-x_s)\kappa \cos \vartheta + i(y-y_s)\kappa \sin \vartheta - \kappa(z-z_0)} \kappa d\kappa d\vartheta
\end{aligned} \quad \dots(2-54)$$

次式が基板から離れたところでの磁場である。

$$\begin{aligned}
H_x &= \frac{h\sigma_s\varphi_s}{4\pi h_T} \frac{-(y-y_s)}{\{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \\
&\quad + \frac{\sigma_s\varphi_s}{4\pi h_T} \frac{(y-y_s)}{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2} \left\{ \frac{-(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2}} + 1 \right\} \\
H_y &= \frac{h\sigma_s\varphi_s}{4\pi h_T} \frac{(x-x_s)}{\{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \\
&\quad + \frac{\sigma_s\varphi_s}{4\pi h_T} \frac{(x-x_s)}{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2} \left\{ \frac{(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2}} - 1 \right\}
\end{aligned} \quad \cdots(2-55)$$

2.3.4.2 短絡点における電流とポテンシャルとの関係

電流について考察する。

$$\mathbf{j} = \left\{ -\sigma_0 \nabla_x \varphi(x, y), -\sigma_0 \nabla_y \varphi(x, y), -h_T^{-1} \sigma(x, y) \varphi(x, y) \right\} h \delta(z - z_0) \quad \cdots(2-56)$$

式(2-43)より次式が得られる。

$$\begin{aligned}
j_x &= -\sigma_0 \partial_x \varphi(x, y) = \frac{-\sigma_s \varphi_s}{2\pi h h_T} \frac{x - x_s}{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2} \\
j_y &= -\sigma_0 \partial_y \varphi(x, y) = \frac{-\sigma_s \varphi_s}{2\pi h h_T} \frac{y - y_s}{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2}
\end{aligned} \quad \cdots(2-57)$$

基板上の微小面積 ΔS を横切って流れる z 方向の電流はその領域へ流込む表面電流の合計に等しい。式(2-18)にガウスの公式を用いると次式が成立する。

$$\begin{aligned}
J_{\Delta S_n} &= \iint_{\Delta S_n} j_z dS = -h \oint_{\partial \Delta S_n} (n_x j_x + n_y j_y) dC \\
&\quad (n_x, n_y) \text{は法線ベクトル}
\end{aligned} \quad \cdots(2-58)$$

上の式を代入すると次のようになる

$$J_{\Delta S} = \frac{\sigma_s \varphi_s}{h_T} \quad \cdots(2-59)$$

ここで面白いのは面 ΔS を横切る z 方向の全電流は面 ΔS のとり方に依存しないことである。つまり次のように書くこともできる。

$$j_z = \frac{\sigma_s \varphi_s}{h_T} \delta(x - x_s, y - y_s) \quad \cdots(2-60)$$

以上は今まで曖昧であった φ_s の定義にもなっている。 φ_s / h_T が電解強度の z 成分であるので通常の $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ という関係になっている。以上のように全てつじつまが合っている。

2.3.4.3 解析解を用いた Example2 : 複数の短絡箇所がある場合
導電率を次のように仮定する。

$$\sigma(x, y) = \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n} \delta(x - x_{s_n}) \delta(y - y_{s_n}) \quad \cdots(2-61)$$

式(2-20)は次のようになる。

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2) \varphi = \frac{1}{hh_T \sigma_0} \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n} \delta(x - x_{s_n}) \delta(y - y_{s_n}) \varphi_{s_n} \quad \cdots(2-62)$$

φ_{s_n} は点 (x_{s_n}, y_{s_n}) におけるポテンシャル値

線形性から解は次のように書ける。

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi hh_T \sigma_0} \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n} \varphi_{s_n} \ln \left| \sqrt{(x - x_{s_n})^2 + (y - y_{s_n})^2} \right| \quad \cdots(2-63)$$

式(2-44)は次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta H_x &= h^2 \sigma_0 \partial_y \{ \partial_x^2 \varphi + \partial_y^2 \varphi \} \delta(z - z_0) - \sigma_0 h \{ \partial_y \varphi(x, y) \} \delta'(z - z_0) \\ \Delta H_y &= -h^2 \sigma_0 \partial_x \{ \partial_x^2 \varphi + \partial_y^2 \varphi \} \delta(z - z_0) + \sigma_0 h \{ \partial_x \varphi(x, y) \} \delta'(z - z_0) \end{aligned} \quad \cdots(2-64)$$

次式でフーリエ像を定義する。

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} \varphi(x, y) dx dy \\ Q_x(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \quad \cdots(2-65) \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy \end{aligned}$$

電流は式(2-21)から次のようになる。

$$\mathbf{j} = \{ -\sigma_0 \nabla_x \varphi(x, y), -\sigma_0 \nabla_y \varphi(x, y), -h_T^{-1} \sigma(x, y) \varphi(x, y) \} h \delta(z - z_0) \quad \cdots(2-66)$$

ポテンシャル関数を代入すると、

$$\begin{aligned} j_x &= -\sigma_0 \partial_x \varphi(x, y) = \frac{-1}{2\pi hh_T} \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n} \varphi_{s_n} \frac{x - x_{s_n}}{(x - x_{s_n})^2 + (y - y_{s_n})^2} \\ j_y &= -\sigma_0 \partial_y \varphi(x, y) = \frac{-1}{2\pi hh_T} \sum_{n=1}^N \sigma_{s_n} \varphi_{s_n} \frac{y - y_{s_n}}{(x - x_{s_n})^2 + (y - y_{s_n})^2} \end{aligned} \quad \cdots(2-67)$$

基板上の微小面積 ΔS_n を横切って流れる z 方向の電流はその領域へ流込む表面電流の合計に等しい。式(2-18)にガウスの公式を用いると次式が成立する。

$$J_{\Delta S_n} = \iint_{\Delta S_n} j_z dS = -h \oint_{\partial \Delta S_n} (n_x j_x + n_y j_y) dC \quad \dots(2-68)$$

(n_x, n_y) は法線ベクトル

上の式を代入すると次のようになる。

$$J_{\Delta S_n} = \frac{\sigma_{s_n} \varphi_{s_n}}{h_T} \quad \dots(2-69)$$

電流は微小面 ΔS_n のとり方に依存しない。 z 方向の電流分布は次式のように表すことができる。

$$j_z = \sum_{n=1}^N \frac{\sigma_{s_n} \varphi_{s_n}}{h_T} \delta(x-x_{s_n}, y-y_{s_n}) \quad \dots(2-70)$$

$z > z_0$ の領域を考える。基板から離れた点での磁場は線形性から次のようになる。

$$H_x = \sum_{n=1}^N \left[\frac{h\sigma_{s_n} \varphi_{s_n}}{4\pi h_T} \frac{-(y-y_{s_n})}{\{(x-x_{s_n})^2 + (y-y_{s_n})^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \right. \\ \left. + \frac{\sigma_{s_n} \varphi_{s_n}}{4\pi h_T} \frac{(y-y_{s_n})}{(x-x_{s_n})^2 + (y-y_{s_n})^2} \left\{ \frac{-(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_{s_n})^2 + (y-y_{s_n})^2 + (z-z_0)^2}} + 1 \right\} \right] \quad \dots(2-71)$$

$$H_y = \sum_{n=1}^N \left[\frac{h\sigma_{s_n} \varphi_{s_n}}{4\pi h_T} \frac{(x-x_{s_n})}{\{(x-x_{s_n})^2 + (y-y_{s_n})^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \right. \\ \left. + \frac{\sigma_{s_n} \varphi_{s_n}}{4\pi h_T} \frac{(x-x_{s_n})}{(x-x_{s_n})^2 + (y-y_{s_n})^2} \left\{ \frac{(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_{s_n})^2 + (y-y_{s_n})^2 + (z-z_0)^2}} - 1 \right\} \right]$$

2.3.4.4 逆解析：Example 1 の場合

出発点は磁場が基板から離れた所で与えられること。式(2-55)から磁場は次のようになっている。

$$H_x = \frac{h\sigma_s \varphi_s}{4\pi h_T} \frac{-(y-y_s)}{\{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \\ + \frac{\sigma_s \varphi_s}{4\pi h_T} \frac{(y-y_s)}{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2} \left\{ \frac{-(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2}} + 1 \right\} \quad \dots(2-72)$$

$$H_y = \frac{h\sigma_s \varphi_s}{4\pi h_T} \frac{(x-x_s)}{\{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2\}^{3/2}} \\ + \frac{\sigma_s \varphi_s}{4\pi h_T} \frac{(x-x_s)}{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2} \left\{ \frac{(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_0)^2}} - 1 \right\}$$

この式で z 座標を固定して (x, y) に関してフーリエ変換する。

$$Q_x(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \quad \dots(2-73)$$

$$Q_y(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy$$

結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 Q_x(k_x, k_y, z) &= \frac{h\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k(z-z_0)} + \frac{\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k(z-z_0)} \\
 Q_y(k_x, k_y, z) &= -\frac{h\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k(z-z_0)} - \frac{\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k(z-z_0)}
 \end{aligned} \quad \dots(2-74)$$

z 座標を基板表面へ近づける $z \rightarrow z_0$ 。

$$\begin{aligned}
 Q_x(k_x, k_y, z_0) &= \frac{h\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} - \frac{\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k^2} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \\
 &= \frac{\varphi_s \sigma_s}{2h_T k^2} (hk - 1)(ik_y) e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \\
 Q_y(k_x, k_y, z_0) &= -\frac{h\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} + \frac{\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k^2} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \\
 &= \frac{\varphi_s \sigma_s}{2h_T k^2} (hk - 1)(-ik_x) e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k(z-z_0)} - \frac{\sigma_s \varphi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k(z-z_0)}
 \end{aligned} \quad \dots(2-75)$$

式(2-32)から、

$$\begin{aligned}
 \tilde{\varphi}(k_x, k_y) &= \frac{2\{ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0)\}}{hk^2 \sigma_0 (hk - 1)} \\
 &= \frac{-\varphi_s \sigma_s}{\sigma_0 h h_T} \frac{1}{k_x^2 + k_y^2} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s}
 \end{aligned} \quad \dots(2-76)$$

次の関係式を用いる。

$$-(k_x^2 + k_y^2) FT[\ln|r|] = 2\pi \quad \dots(2-77)$$

$\varphi(x, y), \Delta\varphi(x, y)$ が次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \varphi(x, y) &= \frac{\sigma_s \varphi_s}{2\pi h h_T \sigma_0} \ln\left(\sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2}\right) \\
 (\partial_x^2 + \partial_y^2)\varphi(x, y) &= \frac{\sigma_s \varphi_s}{h h_T \sigma_0} \delta(x-x_s, y-y_s)
 \end{aligned} \quad \dots(2-78)$$

次式を満たすように $\sigma(x, y)$ を決める。

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2)\varphi = \frac{1}{h h_T \sigma_0} \sigma(x, y)\varphi \quad \dots(2-79)$$

次式が求まる。

$$\sigma(x, y) = \sigma_s \delta(x-x_s) \delta(y-y_s) \quad \dots(2-80)$$

2.3.4.5 コンピュータによる数値的-導電率再構成

上記の解析的方法では現実存在する諸条件を組み込むことが難しい。例えば、センサで計測した面の座標（電池の基板位置を $z=0$ と仮定）の値によりスペクトラム空間で高周波が減衰することや厳密な意味では DC 成分は計測できないことなど。これらのことはコンピュータによる数値的方法では容易に実行可能となる。任意の導電率分布を与えて、基板上的ポテンシャルを計算し、ある (x, y, z) 座標での磁場を計算して、再構成用のデータを作ることは有限要素法などが必要となり、有益ではないので、前述した点状短絡による磁場の解析解を用いて再構成を行い理論の正当性を実証する。

計測される磁場は式(2-72)である。

$$H_x = \frac{h\sigma_s\phi_s}{4\pi h_T} \frac{-(y-y_s)}{\{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2+(z-z_0)^2\}^{3/2}} + \frac{\sigma_s\phi_s}{4\pi h_T} \frac{(y-y_s)}{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2} \left\{ \frac{-(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2+(z-z_0)^2}} + 1 \right\}$$

$$H_y = \frac{h\sigma_s\phi_s}{4\pi h_T} \frac{(x-x_s)}{\{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2+(z-z_0)^2\}^{3/2}} + \frac{\sigma_s\phi_s}{4\pi h_T} \frac{(x-x_s)}{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2} \left\{ \frac{(z-z_0)}{\sqrt{(x-x_s)^2+(y-y_s)^2+(z-z_0)^2}} - 1 \right\}$$

フーリエ変換する。

$$Q_x(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \quad \dots(2-81)$$

$$Q_y(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy$$

結果は次のようになる。

$$Q_x(k_x, k_y, z) = \frac{h\sigma_s\phi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k(z-z_0)} + \frac{\sigma_s\phi_s}{2h_T} \frac{ik_y}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k(z-z_0)} \quad \dots(2-82)$$

$$Q_y(k_x, k_y, z) = -\frac{h\sigma_s\phi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} e^{-k(z-z_0)} - \frac{\sigma_s\phi_s}{2h_T} \frac{ik_x}{k^3} e^{-ik_x x_s - ik_y y_s} \frac{d}{dz} e^{-k(z-z_0)}$$

下図のように $z = mesdz$ で計測し $z = dz$ へ再構成することにする。

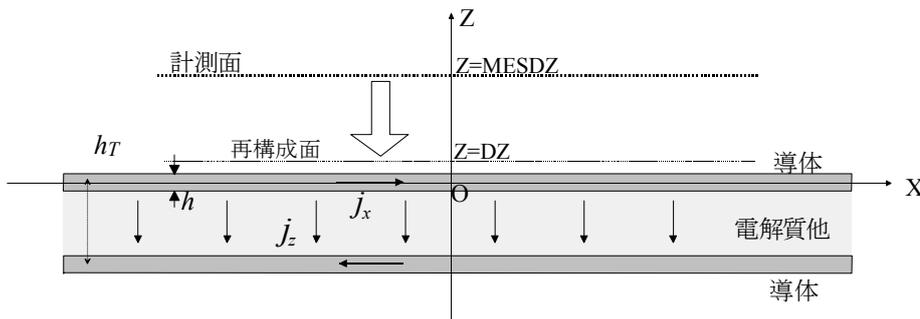


図 2-4：単位 cm、基板の大きさ $x_{max} \times y_{max}$ 、電極厚さ $h = 0.1$ cm、測定した z 座標 $mesdz = 0.02$ cm、再構成 基板からの距離 $dz = 0.1$ cm、短絡位置 $x_s = 6$ cm, $y_s = 4$ cm
その他のパラメータ ポテンシャル： ϕ_s 、基板導電率： $\text{sig}0$ 、短絡部導電率： $\text{sig}S$ 、電解質厚さ： h_T などは 1 とおいておけばよい。

現実の計測は非可逆的であるので、測定位置の z 座標により高周波が減衰する効果や DC 成分が測定できないことを反映した窓関数を厳密解 Q_x, Q_y に乗ずる。

$$wndf(kx, ky) = (kx^2 + ky^2)^{0.1} e^{-mesdz\sqrt{kx^2 + ky^2}} \quad \dots(2-83)$$

以上の通りに、数値シミュレーションを行った結果を図 2.5、図 2.6、図 2.7 に示す。各図の(a)において仮定する短絡箇所を示す。各短絡箇所を想定した場合に、再構成面にて得られる二次元磁場分布 $H_x(x, y, dz)$ を各図の(b)に示す。各図の(b)および式(2-72)により別途求められる $H_y(x, y, dz)$ を境界条件として再構成により導かれる、二次元電位分布 $\varphi(x, y)$ および $j_z(x, y)$ に相当する $\sigma(x, y)\varphi(x, y)/hh_T\sigma_0$ を各図(c),(d)に示す。空間波数が有限の散布値であり、高波数領域の欠如があることの影響が出現しているが、各図(a)に示した短絡箇所を中心として、大きな短絡電流を求めることに成功している。

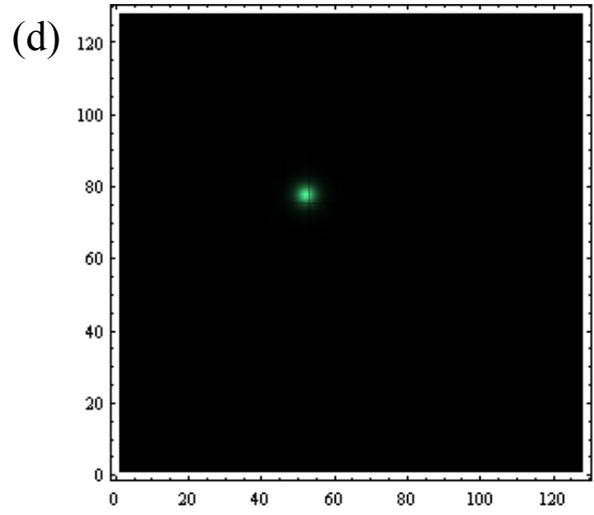
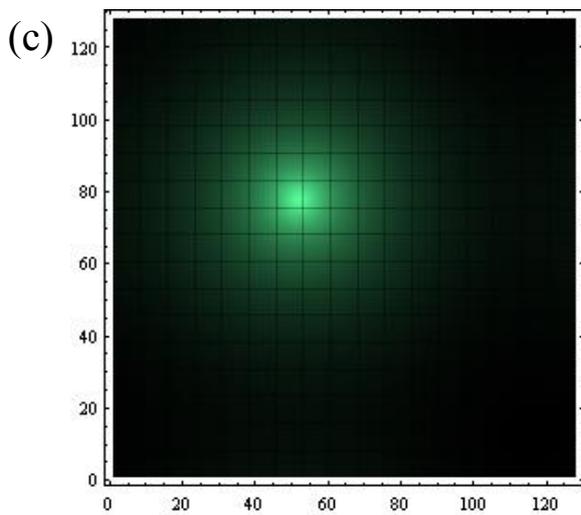
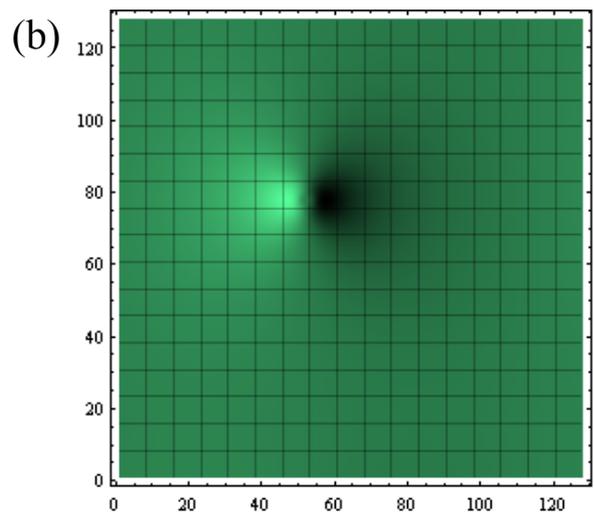
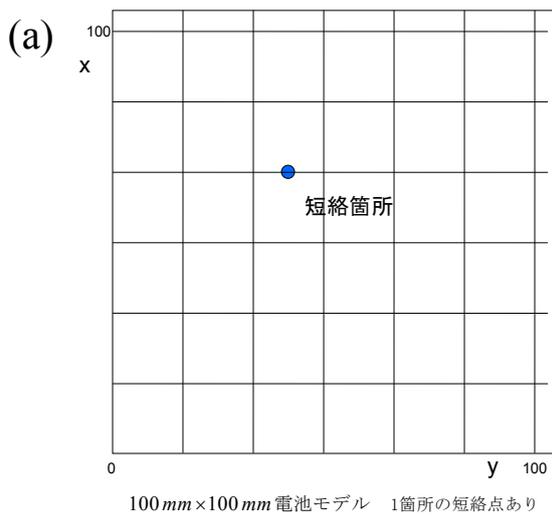


図 2-5 : (a) 計算モデル 1 $\varphi_s = 1$; $\text{sig}_s = 1$; $\text{sig}_0 = 1$; $h = 0.1$; $h_t = 1$; $x_s = 6$; $y_s = 4$; $\text{eps} = 0.001$;
 $x_{\text{max}} = 10$; $y_{\text{max}} = 10$; $dz = 0.021$; $\text{mesdz} = 0.2$;
 (b) $H_x(x, y, dz)$ (c) $\varphi(x, y)$ (d) $\sigma(x, y)\varphi(x, y)/hh_t\sigma_0$

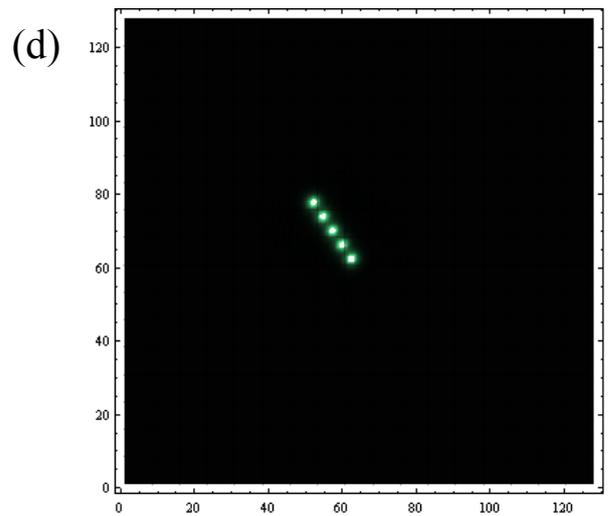
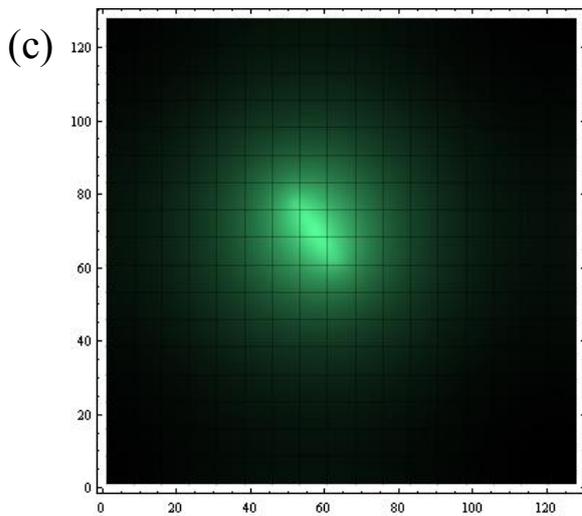
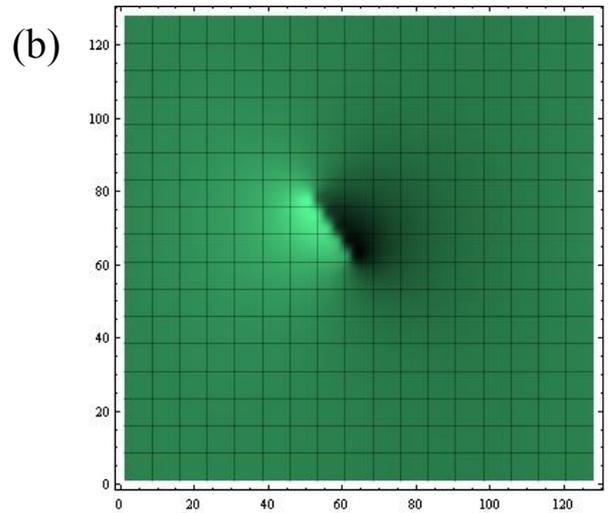
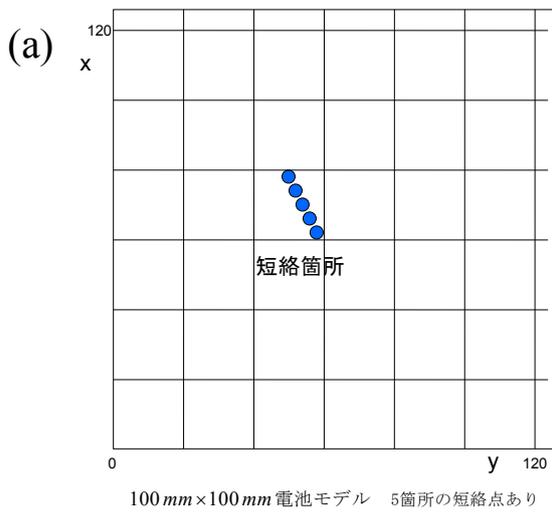


図 2-6 : (a) 計算モデル 2 $\varphi_s = 1$; $\text{sigs} = 1$; $\text{sig0} = 1$; $h = 0.01$; $h_t = 1$; $\text{eps} = 0.001$; $\text{alp} = 0.05$; $x_{\text{max}} = 10$; $y_{\text{max}} = 10$; $dz = 0.1$; $\text{mesdz} = 0.012$; $x_{s1} = 6$; $x_{s2} = 5.7$; $x_{s3} = 5.4$; $x_{s4} = 5.1$; $x_{s5} = 4.8$; $y_{s1} = 4$; $y_{s2} = 4.2$; $y_{s3} = 4.4$; $y_{s4} = 4.6$; $y_{s5} = 4.8$; (b) $H_x(x, y, dz)$ (c) $\varphi(x, y)$ (d) $\sigma(x, y)\varphi(x, y)/hh_t\sigma_0$

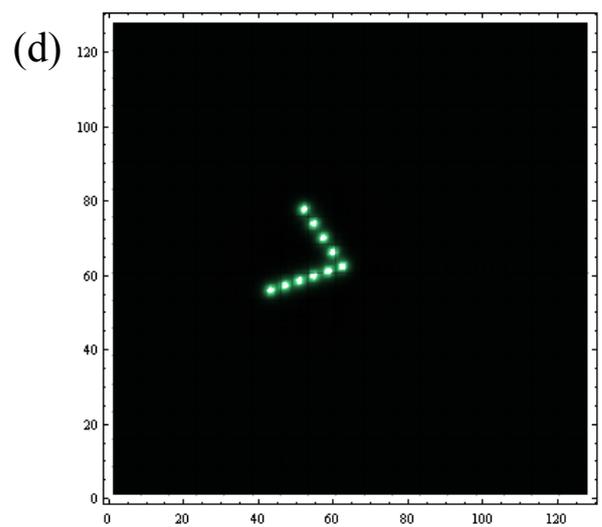
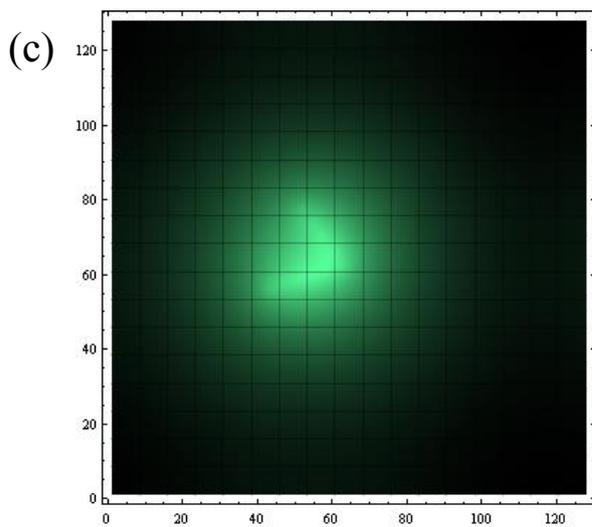
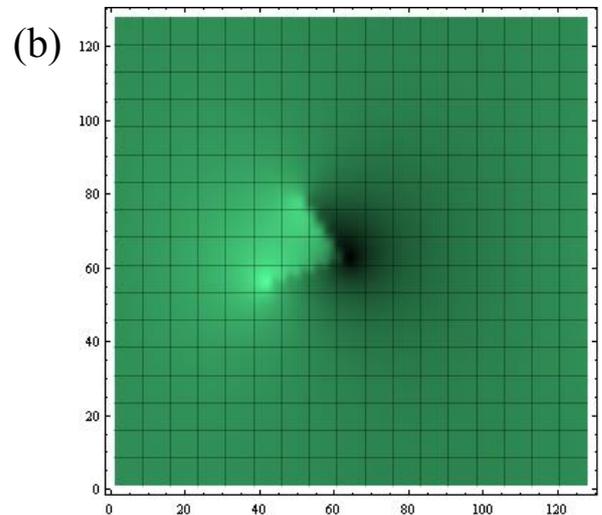
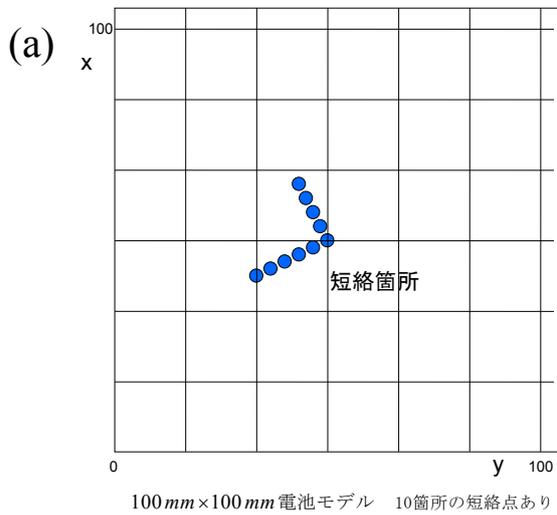


図 2-7 : (a)計算モデル 3 $h = 1$; sigs = 1; sig0 = 1; $h_t = 0.01$; $h_T = 1$; eps = 0.001; alp = 0.05; $x_{\max} = 10$; $dz = 10$; $dz = 0.1$; $x_{s1} = 0.1$; $x_{s1} = 6$; $x_{s3} = 5.7$; $x_{s4} = 5.4$; $x_{s4} = 5.1$; $x_{s5} = 4.8$; $x_{s6} = 4.7$; $x_{s7} = 4.6$; $x_{s8} = 4.5$; $x_{s9} = 4.4$; $x_{s10} = 4.3$; $y_{s2} = 4$; $y_{s3} = 4.2$; $y_{s3} = 4.4$; $y_{s5} = 4.6$; $y_{s5} = 4.8$; $y_{s6} = 4.5$; $y_{s7} = 4.2$; $y_{s8} = 3.9$; $y_{s9} = 3.6$; $y_{s10} = 3.3$; (b) $H_x(x, y, dz)$ (c) $\varphi(x, y)$ (d) $\sigma(x, y)\varphi(x, y)/hh_T\sigma_0$

2.4 磁場計測に基づく多層薄膜内の電流経路決定に関する解析的理論

2.4.1 直列接続の場合

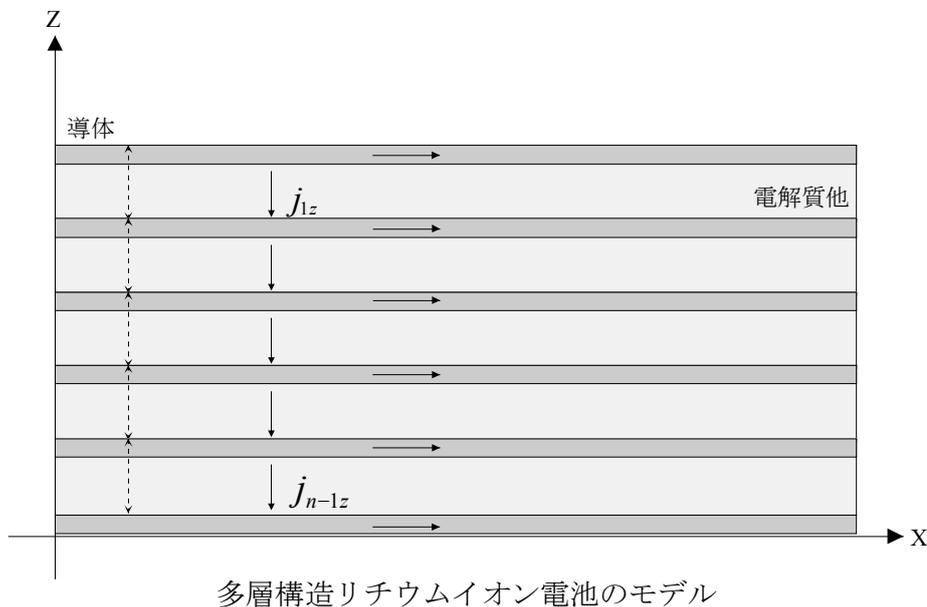


図 2-8 : 多層構造リチウムイオン蓄電池の解析モデル

n 層のリチウムイオン電池のセルを対象とする。座標系は導体表面に沿って x, y 軸, 法線方向を z 軸とする。以下のような変数を定義する。

σ_0 : 導体電極の導電率 (一定)

$\sigma_i(x, y)$: i 層の電解質の二次元導電率分布

$\varphi_i(x, y)$: i 番目の導体表面の二次元電位分布

定常状態のマクスウェルの方程式から、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B} = 0 \quad \cdots(2-84)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \partial_t \mathbf{D} = \mathbf{j}$$

第一の式から \mathbf{E} にはポテンシャルが存在する

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi \quad \cdots(2-85)$$

電流は導体電極上で次のように書ける

$$\mathbf{j} = \sigma_0 \mathbf{E} = -\sigma_0 \nabla \varphi(x, y) \quad \cdots(2-86)$$

マクスウェルの方程式の二番目の式から、

$$\begin{aligned}
\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} &= \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \Delta \mathbf{H} \\
&= -\Delta \mathbf{H} \\
&= \nabla \times \mathbf{j} \\
&= \nabla \times (\sigma \mathbf{E})
\end{aligned}
\quad \cdots(2-87)$$

これを導体表面へ適用すると

$$\Delta H_z = \nabla \times (\sigma_0 \nabla \varphi) = 0 \quad \cdots(2-88)$$

このように導体電極を流れる電流は H_z を生成しない導体電極の厚さを h とするとき、導体基板上での電流の連続の式は次のようになる。

$$(\partial_x j_x + \partial_y j_y)h + j_z = 0 \quad \cdots(2-89)$$

各電極上で上式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
(\partial_x j_{1x} + \partial_y j_{1y})h + j_{1z} - 0 &= 0 \\
(\partial_x j_{2x} + \partial_y j_{2y})h + j_{2z} - j_{1z} &= 0 \\
(\partial_x j_{3x} + \partial_y j_{3y})h + j_{3z} - j_{2z} &= 0 \\
\vdots & \\
(\partial_x j_{nx} + \partial_y j_{ny})h + 0 - j_{n-1,z} &= 0
\end{aligned}
\quad \cdots(2-90)$$

電極上で電流をポテンシャルで表すと次のようになる

$$\begin{aligned}
j_{1x} &= -\sigma_0 \partial_x \varphi_1 & j_{1y} &= -\sigma_0 \partial_y \varphi_1 \\
j_{2x} &= -\sigma_0 \partial_x \varphi_2 & j_{2y} &= -\sigma_0 \partial_y \varphi_2 \\
j_{3x} &= -\sigma_0 \partial_x \varphi_3 & j_{3y} &= -\sigma_0 \partial_y \varphi_3 \\
\vdots & & & \\
j_{nx} &= -\sigma_0 \partial_x \varphi_n & j_{ny} &= -\sigma_0 \partial_y \varphi_n
\end{aligned}
\quad \cdots(2-91)$$

これらを上式へ代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
-h\sigma_0 \Delta_2 \varphi_1 + h_T^{-1} \sigma_1 (\varphi_1 - \varphi_2) - 0 &= 0 \\
-h\sigma_0 \Delta_2 \varphi_2 + h_T^{-1} \sigma_2 (\varphi_2 - \varphi_3) - h_T^{-1} \sigma_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= 0 \\
-h\sigma_0 \Delta_2 \varphi_3 + h_T^{-1} \sigma_3 (\varphi_3 - \varphi_4) - h_T^{-1} \sigma_2 (\varphi_2 - \varphi_3) &= 0 \\
\vdots & \\
-h\sigma_0 \Delta_2 \varphi_n + 0 - h_T^{-1} \sigma_{n-1} (\varphi_{n-1} - \varphi_n) &= 0
\end{aligned}
\quad \cdots(2-92)$$

三次元空間では、 z 座標 z_0 の薄い導体上における電流は次のように表される。

$$\mathbf{j} = \left\{ -\sigma_0 \nabla_x \varphi(x, y), -\sigma_0 \nabla_y \varphi(x, y), -h_T^{-1} \sigma(x, y) \varphi(x, y) \right\} h \delta(z - z_0) \quad \cdots(2-93)$$

この式を多層の電池モデルへ適用する。

$$\mathbf{j} = -\sigma_0 h \sum_{i=1}^n (\partial_x \varphi_i, \partial_y \varphi_i, 0) \delta(z - z_i) + h h_T^{-1} \sum_{i=1}^n \{0, 0, \sigma_i (\varphi_i - \varphi_{i+1})\} \delta(z - z'_i) \quad \cdots(2-94)$$

ここで \mathbf{z}_i は i 番目の導体の中心の z 座標である。磁場の式との関係は次のようになる

$$\Delta \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{j}$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta(z-z_i) & \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta(z-z_i) & hh_T^{-1} \sum_{i=1}^n \sigma_i (\varphi_i - \varphi_{i+1}) \delta(z-z'_i) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \partial_y \left\{ hh_T^{-1} \sum_{i=1}^n \sigma_i (\varphi_i - \varphi_{i+1}) \delta(z-z'_i) \right\} - \partial_z \left\{ \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta(z-z_i) \right\} \\ -\partial_x \left\{ hh_T^{-1} \sum_{i=1}^n \sigma_i (\varphi_i - \varphi_{i+1}) \delta(z-z'_i) \right\} + \partial_z \left\{ \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta(z-z_i) \right\} \\ \partial_x \left\{ \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta(z-z_i) \right\} - \partial_y \left\{ \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta(z-z_i) \right\} \end{bmatrix}$$

⋯(2-95)

この式で z 成分は 0 となるがその他は 0 とはならない。 x, y 成分に関して考察する。このとき次の方程式が得られる

$$\Delta H_x = hh_T^{-1} \sum_{i=1}^n \partial_y \{ \sigma_i (\varphi_i - \varphi_{i+1}) \} \delta(z-z'_i) - \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta'(z-z_i) \quad \cdots(2-96)$$

$$\Delta H_y = -hh_T^{-1} \sum_{i=1}^n \partial_x \{ \sigma_i (\varphi_i - \varphi_{i+1}) \} \delta(z-z'_i) + \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta'(z-z_i)$$

前に導いた式から以下の式が容易に得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_1 (\varphi_1 - \varphi_2) &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_1 \\ \sigma_2 (\varphi_2 - \varphi_3) &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2) \\ \sigma_3 (\varphi_3 - \varphi_4) &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \\ &\vdots \\ \sigma_{n-1} (\varphi_{n-1} - \varphi_n) &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots + \varphi_{n-1}) \end{aligned} \quad \cdots(2-97)$$

これらを上式へ代入すると次式が得られる

$$\Delta H_x = \sigma_0 h^2 \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \partial_y \{ \Delta_2 \varphi_i \} \delta(z-z'_p) - \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta'(z-z_i) \quad \cdots(2-98)$$

$$\Delta H_y = -\sigma_0 h^2 \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \partial_x \{ \Delta_2 \varphi_i \} \delta(z-z'_p) + \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta'(z-z_i)$$

次式のような記号を導入し、

$$\tilde{\varphi}_i(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} \varphi_i(x, y) dx dy$$

$$Q_x(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \quad \cdots(2-99)$$

$$Q_y(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy$$

上式を x, y についてフーリエ変換すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} Q_x - (k_x^2 + k_y^2) Q_x &= -\sigma_0 h^2 (ik_y) (k_x^2 + k_y^2) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i \delta(z - z_p') - \sigma_0 h (ik_y) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta'(z - z_i) \\ \frac{d^2}{dz^2} Q_y - (k_x^2 + k_y^2) Q_y &= \sigma_0 h^2 (ik_x) (k_x^2 + k_y^2) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i \delta(z - z_p') + \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta'(z - z_i) \\ \cdots (2-100) \end{aligned}$$

ここで次のようなグリーン関数 $G_0(z, z_0, k)$ を導入する。

$$\begin{aligned} G_0(z, z_0, k) &= \frac{1}{2k} e^{-k|z-z_0|} \\ k &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad \cdots (2-101) \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} G_0(z, z_0, k) - k^2 G_0(z, z_0, k) &= \delta(z - z_0) \end{aligned}$$

上の方程式の特別解は次のようになる。

$$\begin{aligned} Q_x(k_x, k_y, z) &= -\sigma_0 h^2 (ik_y k^2) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i G_0(z, z_p, k) - \sigma_0 h (ik_y) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \frac{d}{dz} G_0(z, z_i, k) \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \sigma_0 h^2 (ik_x k^2) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i G_0(z, z_p, k) + \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \frac{d}{dz} G_0(z, z_i, k) \end{aligned} \quad \cdots (2-102)$$

上の式で $z \rightarrow z_0$ とする。そのために次の式を用いる。

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow z_i} G_0(z, z_i, k) &= \frac{e^{-k(i-1)d}}{2k} \\ \lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d}{dz} G_0(z, z_i, k) &= -\frac{e^{-k(i-1)d}}{2} \end{aligned} \quad \cdots (2-103)$$

$$\begin{aligned} Q_x(k_x, k_y, z) &= -\frac{1}{2} \sigma_0 h^2 (ik_y k) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i e^{-k(p-1)d} + \frac{1}{2} \sigma_0 h (ik_y) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \frac{1}{2} \sigma_0 h^2 (ik_x k) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i e^{-k(p-1)d} - \frac{1}{2} \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} \end{aligned} \quad \cdots (2-104)$$

この式から次式が導ける。

$$ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{1}{2} \sigma_0 h^2 k^3 \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i e^{-k(p-1)d} - \frac{1}{2} \sigma_0 h k^2 \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} \quad \cdots (2-105)$$

ここで左辺は磁場の計測結果から求まる量である。ここで隣合う電極間のポテンシャルの差をほぼ一定の V と仮定すると次式のような近似式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_1 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_1 \\ \sigma_2 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2) \\ \sigma_3 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \\ &\vdots \\ \sigma_{n-1} V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \cdots + \varphi_{n-1}) \end{aligned} \quad \cdots (2-106)$$

これを上の式へ代入すると次式が得られる。

$$\frac{d^2}{dz^2} Q_y - (k_x^2 + k_y^2) Q_y = \sigma_0 h^2 (ik_x) (k_x^2 + k_y^2) \sum_{p=1}^n \sum_{i=1}^p \tilde{\varphi}_i \delta(z - z_p') + \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta'(z - z_i)$$

$$ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{V(hk - 1)}{2h_T} \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i e^{-k(i-1)d} \quad \dots(2-107)$$

ここで $\tilde{\sigma}_i(k_x, k_y)$ は導電率の二次元フーリエ変換像であり
 d は電極間の距離である

結論として、各電解質の導電率に指数関数重みをスペクトル空間で付けた和が求まることになる。従って、次式で定義される有効導電率検査関数が磁場計測から得られる。

$$\sigma_{eff}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x + ik_y y} \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i(k_x, k_y) e^{-k(i-1)d} dk_x dk_y \quad \dots(2-108)$$

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

2.4.2 並列接続の場合

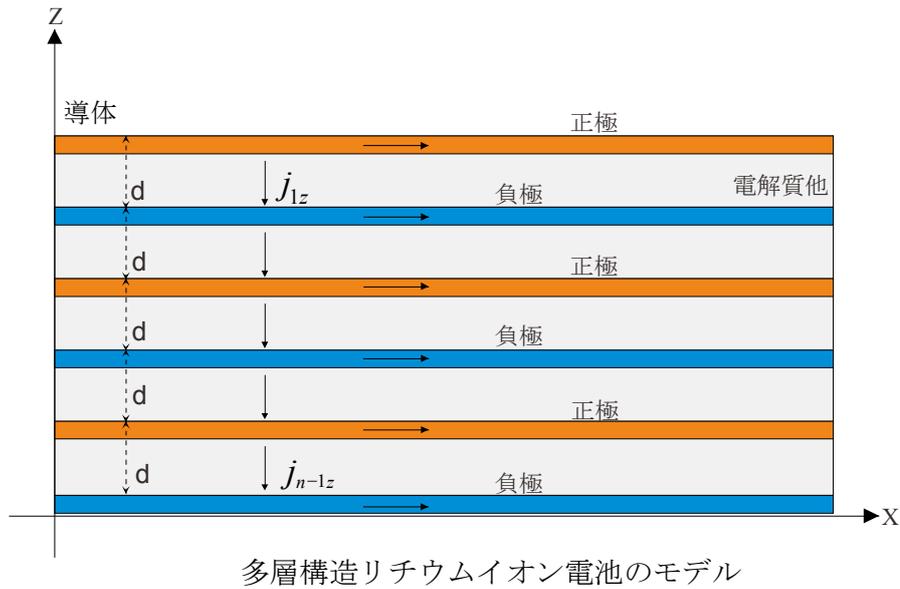


図 2-9：多層構造リチウムイオン蓄電池のモデル

ここで隣合う電極間のポテンシャルの差をほぼ一定の V と仮定すると次式のような近似式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_1 \\
 -\sigma_2 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2) \\
 \sigma_3 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) \\
 -\sigma_4 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4) \\
 &\vdots \\
 (-1)^n \sigma_{n-1} V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots + \varphi_{n-1})
 \end{aligned} \quad \dots(2-109)$$

このとき次式が得られる。

$$ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{V(hk-1)}{2h_T} \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \tilde{\sigma}_i e^{-k(i-1)d}$$

ここで $\tilde{\sigma}_i(k_x, k_y)$ は導電率の二次元フーリエ変換像であり $\dots(2-110)$
 d は電極間の距離である

結論として、各電解質の導電率に指数関数重みをスペクトル空間で付けた和が求まることになる。従って、次式で定義される有効導電率検査関数が磁場計測から得られる。

$$\sigma_{eff}(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x + ik_y y} \sum_{i=1}^n (-1)^{i+1} \tilde{\sigma}_i(k_x, k_y) e^{-k(i-1)d} dk_x dk_y \quad \dots(2-111)$$

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$$

2.4.3 絶縁並列接続の場合

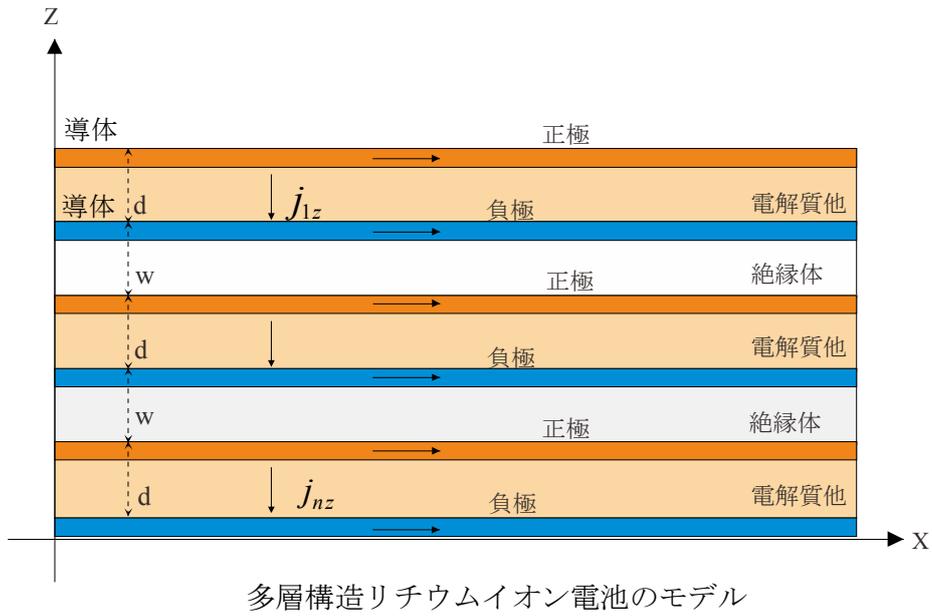


図 2-10 : 多層構造リチウムイオン電池のモデル

各基板上での電流の連続の式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 (\partial_x j_{1x} + \partial_y j_{1y})h + j_{1z} &= 0 \\
 (\partial_x j_{2x} + \partial_y j_{2y})h + j_{2z} &= 0 \\
 (\partial_x j_{3x} + \partial_y j_{3y})h + j_{3z} &= 0 \quad \dots(2-112) \\
 \vdots & \\
 (\partial_x j_{nx} + \partial_y j_{ny})h + j_{nz} &= 0
 \end{aligned}$$

電極上で電流をポテンシャルで表すと次のようになる

$$\begin{aligned}
 j_{1x} &= -\sigma_0 \partial_x \phi_1 & j_{1y} &= -\sigma_0 \partial_y \phi_1 \\
 j_{2x} &= -\sigma_0 \partial_x \phi_2 & j_{2y} &= -\sigma_0 \partial_y \phi_2 \\
 j_{3x} &= -\sigma_0 \partial_x \phi_3 & j_{3y} &= -\sigma_0 \partial_y \phi_3 \quad \dots(2-113) \\
 \vdots & & & \\
 j_{nx} &= -\sigma_0 \partial_x \phi_n & j_{ny} &= -\sigma_0 \partial_y \phi_n
 \end{aligned}$$

これらを上式へ代入すると次のようになる。

$$\begin{aligned}
 -h\sigma_0 \Delta_2 \phi_1 + h_T^{-1} \sigma_1 \phi_1 &= 0 \\
 -h\sigma_0 \Delta_2 \phi_2 + h_T^{-1} \sigma_2 \phi_2 &= 0 \\
 -h\sigma_0 \Delta_2 \phi_3 + h_T^{-1} \sigma_3 \phi_3 &= 0 \quad \dots(2-114) \\
 \vdots & \\
 -h\sigma_0 \Delta_2 \phi_n + h_T^{-1} \sigma_n \phi_n &= 0
 \end{aligned}$$

三次元空間では、薄い導体上における電流は次のように表される。

$$j = -\sigma_0 h \sum_{i=1}^n (\partial_x \varphi_i, \partial_y \varphi_i, 0) \delta(z - z_i) + h h_T^{-1} \sum_{i=1}^n \{0, 0, \sigma_i \varphi_i\} \delta(z - z_i') \quad \cdots(2-115)$$

磁場の式との関係は次のようになる

$$\begin{aligned} \Delta H_x &= h h_T^{-1} \sum_{i=1}^n \partial_y \{ \sigma_i \varphi_i \} \delta(z - z_i') - \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta'(z - z_i) \\ \Delta H_y &= -h h_T^{-1} \sum_{i=1}^n \partial_x \{ \sigma_i \varphi_i \} \delta(z - z_i') + \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta'(z - z_i) \end{aligned} \quad \cdots(2-116)$$

導電率の項をポテンシャルで表すと、

$$\begin{aligned} \Delta H_x &= \sigma_0 h^2 \sum_{i=1}^n \partial_y \{ \Delta_2 \varphi_i \} \delta(z - z_p') - \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_y \varphi_i \delta'(z - z_i) \\ \Delta H_y &= -\sigma_0 h^2 \sum_{i=1}^n \partial_x \{ \Delta_2 \varphi_i \} \delta(z - z_p') + \sigma_0 h \sum_{i=1}^n \partial_x \varphi_i \delta'(z - z_i) \end{aligned} \quad \cdots(2-117)$$

フーリエ変換の記号を導入する

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_i(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} \varphi_i(x, y) dx dy \\ Q_x(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_x(x, y, z) dx dy \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_y(x, y, z) dx dy \end{aligned} \quad \cdots(2-118)$$

このとき上の方程式は次のようになる

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} Q_x - (k_x^2 + k_y^2) Q_x &= -\sigma_0 h^2 (ik_y) (k_x^2 + k_y^2) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta(z - z_p') - \sigma_0 h (ik_y) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta'(z - z_i) \\ \frac{d^2}{dz^2} Q_y - (k_x^2 + k_y^2) Q_y &= \sigma_0 h^2 (ik_x) (k_x^2 + k_y^2) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta(z - z_p') + \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \delta'(z - z_i) \end{aligned} \quad \cdots(2-119)$$

ここで一次元のグリーン関数を導入する

$$\begin{aligned} G_0(z, z_0, k) &= \frac{1}{2k} e^{-k|z-z_0|} \\ k &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} G_0(z, z_0, k) - k^2 G_0(z, z_0, k) &= \delta(z - z_0) \end{aligned} \quad \cdots(2-120)$$

常識の特別解は次のようになる

$$\begin{aligned} Q_x(k_x, k_y, z) &= -\sigma_0 h^2 (ik_y k^2) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i G_0(z, z_p, k) - \sigma_0 h (ik_y) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \frac{d}{dz} G_0(z, z_i, k) \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \sigma_0 h^2 (ik_x k^2) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i G_0(z, z_p, k) + \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i \frac{d}{dz} G_0(z, z_i, k) \end{aligned} \quad \cdots(2-121)$$

グリーン関数の定義より次式が成り立つ

$$\lim_{z \rightarrow z_i} G_0(z, z_1, k) = \frac{e^{-k(i-1)d}}{2k} \quad \dots(2-122)$$

$$\lim_{z \rightarrow z_i} \frac{d}{dz} G_0(z, z_1, k) = -\frac{e^{-k(i-1)d}}{2}$$

このとき上の式は次のようになる

$$\begin{aligned} Q_x(k_x, k_y, z) &= -\frac{1}{2} \sigma_0 h^2 (ik_y k) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} + \frac{1}{2} \sigma_0 h (ik_y) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} \\ Q_y(k_x, k_y, z) &= \frac{1}{2} \sigma_0 h^2 (ik_x k) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} - \frac{1}{2} \sigma_0 h (ik_x) \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} \end{aligned} \quad \dots(2-123)$$

二つの式から次式が得られる

$$ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{1}{2} \sigma_0 h^2 k^3 \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} - \frac{1}{2} \sigma_0 h k^2 \sum_{i=1}^n \tilde{\varphi}_i e^{-k(i-1)d} \quad \dots(2-124)$$

ここで隣合う電極間のポテンシャルの差をほぼ一定の V と仮定すると次式のような近似式が得られる。

$$\begin{aligned} \sigma_1 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_1 \\ \sigma_2 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_2 \\ \sigma_3 V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_3 \\ &\vdots \\ \sigma_n V &= hh_T \sigma_0 \Delta_2 \varphi_{n-1} \end{aligned} \quad \dots(2-125)$$

この関係式から最終的に次式が得られる

$$ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{V(hk-1)}{2h_T} \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i e^{-k(i-1)d} \quad \dots(2-126)$$

ここで $\tilde{\sigma}_i(k_x, k_y)$ は導電率の二次元フーリエ変換像であり

d は電極間の距離である

ここで左辺は磁場の計測で得られる量である。絶縁並列接続では直列接続と同じ式となった。結論として次式で定義される有効導電率検査関数が磁場計測から得られる

$$\begin{aligned} \sigma_{eff}(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x + ik_y y} \sum_{i=1}^n \tilde{\sigma}_i(k_x, k_y) e^{-k(i-1)d} dk_x dk_y \\ k &= \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \end{aligned} \quad \dots(2-127)$$

以上、磁場の計測データから、蓄電池内の集電体における電位分布、蓄電池内の電流密度分布が明瞭に再構成されていることが分かる。本研究では、この理論に基づく再構成ソフトウェアを開発し、実際の単層蓄電池内の電流密度分布の可視化を実施した。本理論を実際の蓄電池に応用した結果は第4章にて述べる。

2.5 高分解能磁気可視化のための積分幾何学的再構成理論

サブサーフェス磁気イメージングにおける空間分解能は、磁気センサの代表寸法で決まると考えられている。これは、各画素の測定データが、磁気センサの感受領域における磁場の積分値に対応しているからである。本研究では、磁気センサの感受領域で積算された見かけ上の磁場の空間分布から、真の磁場の空間分布を導く積分幾何学的再構成理論⁸とこれに基づく再構成ソフトウェアの開発を行った。以下に本方法における基礎理論を述べる。

積分幾何学的再構成法で用いるラドン変換の概念を説明する。ラドン変換は約 80 年前に Radon らによって提唱された理論であり、現在、X 線 CT⁹の計算処理にも用いられている。その概念は以下のように表現される。“二次元の関数の任意の点の値は、その点を通る直線に沿った積分値をあらゆる方向から取得することで、一意的に求まる。例えば、X 線 CT の場合、図 2-11 のように、X 線の吸収体を X 線の光源と受光器で挟んだ状態で、様々な角度からデータを取得する。ここで、各角度で取得されるデータは光源から受光器までの X 線の直線的な光路で積算された値の分布となる。X 線 CT では、これらの一連のデータを用いてラドン変換の計算処理を行うことで、X 線の吸収率分布を求めている。

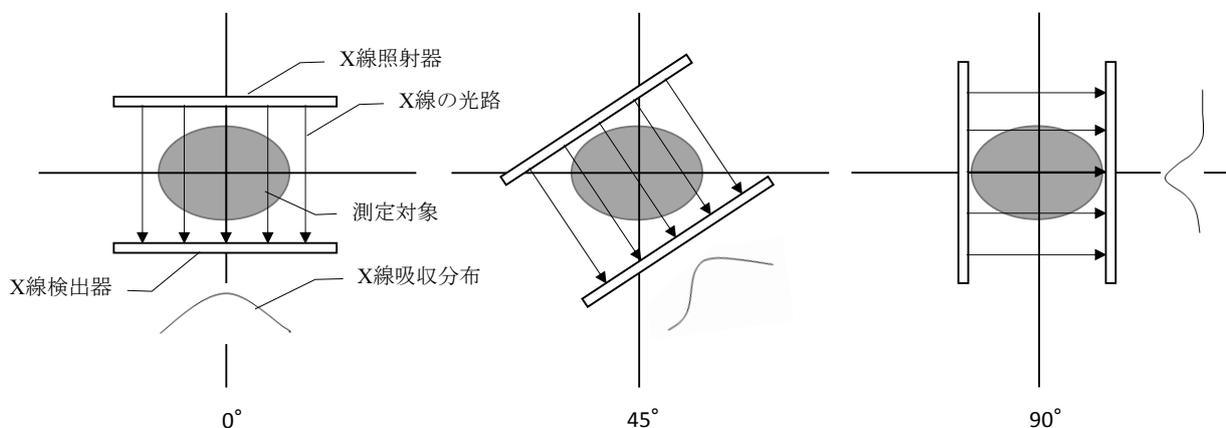


図 2-11：一般的な X 線 CT の測定概略図

磁気顕微鏡において、その磁気センサが扁平である、つまり、磁気センサが直線形状であると仮定した場合、先の X 線の光路と磁気センサの感受領域は測定物理量の違いを除けば等価であり、磁気センサを回転させながら一次元スキャンを繰り返すことで、ラドン変換に必要な一連のデータを取得可能である。積分幾何学的再構成法は、以上のラドン変換と前述の電磁場再構成理論を組み合わせた新規的理論である。以下にその原理の詳細を記述する。まず、前述のように磁気センサの感受領域が図 2-12 のような直線であるという仮定すると、図中のように座標系を定義することで磁気センサは直線 l の方程式で表される。

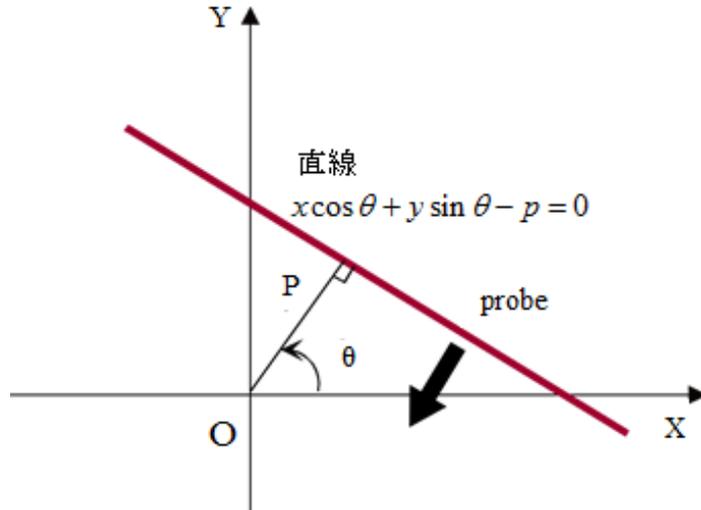


図 2-12 : 扁平な磁気センサ(直線形状)の概略図
(図中の赤線領域での物理量分布の積算値が測定値となる。)

ここで、検出信号の分布 $g(p, \theta, z)$ は、“真の磁場分布” $f(x, y, z)$ と磁気センサの形状関数 $\delta(x \cos \theta + y \sin \theta - p)$ の積で表されるので、以下のように定式化される。

$$g(p, \theta, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - p) dx dy \quad \cdots(2-128)$$

(2-128)式の両辺を p に関してフーリエ変換すると、

$$G(k, \theta, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - p) \exp(-ikp) dp \right\} dx dy \quad \cdots(2-129)$$

δ 関数の定義より、

$$G(k, \theta, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \exp(-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)) dx dy \quad \cdots(2-130)$$

(2-130)式の右辺は $f(x, y, z) \rightarrow F(k \cos \theta, k \sin \theta, z)$ へのフーリエ変換であるから、

$$G(k, \theta, z) = F(k \cos \theta, k \sin \theta, z) \quad \cdots(2-131)$$

ここで、第 1 章の電磁場再構成法の結論より、

$$F(k \cos \theta, k \sin \theta, z) = a(k \cos \theta, k \sin \theta) \exp(+kz) + b(k \cos \theta, k \sin \theta) \exp(-kz) \quad \cdots(2-132)$$

検出信号分布 $g(p, \theta)$ が測定によって得られるので、その測定面での z 座標を $z=0$ とすると、検出信号分布及びその z 方向の勾配分布の p に関するフーリエ変換は、以下ようになる。

$$G(k, \theta, 0) = a(k \cos \theta, k \sin \theta) + b(k \cos \theta, k \sin \theta) \quad \cdots(2-133)$$

$$\frac{\partial G(k, \theta, 0)}{\partial z} = ka(k \cos \theta, k \sin \theta) - kb(k \cos \theta, k \sin \theta) \quad \cdots(2-134)$$

(2-133),(2-134)式より $a(k \cos \theta, k \sin \theta)$ 及び $b(k \cos \theta, k \sin \theta)$ は以下のように決定できる。

$$a(k \cos \theta, k \sin \theta) = \frac{kG(k, \theta, 0) + \frac{\partial G(k, \theta, 0)}{\partial z}}{2k} \quad \cdots(2-135)$$

$$b(k \cos \theta, k \sin \theta) = \frac{kG(k, \theta, 0) - \frac{\partial G(k, \theta, 0)}{\partial z}}{2k} \quad \cdots(2-136)$$

よって、(2-132)式に $a(k \cos \theta, k \sin \theta)$ 及び $b(k \cos \theta, k \sin \theta)$ を代入して逆フーリエ変換することで、結論として次式が得られる。

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{kG(k, \theta, 0) + \frac{\partial G(k, \theta, 0)}{\partial z}}{2k} \exp(+kz) \right. \\ &\quad \left. + \frac{kG(k, \theta, 0) - \frac{\partial G(k, \theta, 0)}{\partial z}}{2k} \exp(-kz) \right\} \exp\{+i(k \cos \theta + k \sin \theta)\} dk \cos \theta dk \sin \theta \end{aligned} \quad \cdots(2-137)$$

測定面 ($z=0$) から、 z に関して正の方向にのみ発生源を仮定すると、 z 方向に関する微分項は境界条件として必要ないので、次式が結論となる。

$$f(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \{G(k, \theta, 0) \exp(+kz) \exp\{+i(k \cos \theta + k \sin \theta)\}\} dk \cos \theta dk \sin \theta \quad \cdots(2-137)$$

最終式から、測定信号の分布のフーリエ変換 $G(k, \theta, 0)$ 及びその z 方向の勾配分布のフーリエ変換 $\partial G(k, \theta, 0)/\partial z$ を用いて、“真の場の分布” $f(x, y, z)$ が再構成可能であることが示されている。以上の数値シミュレーションの結果を図 2-13 に示した。図 2-13(a) が数値シミュレーションの概略図です。図 2-13(b) に示す二次元磁場分布を測定されるべき“真の場”と設定した。長さ 0.5 mm の正方形の中心とその各頂点に磁気発生源を定義した。測定想定面において取得される (p, θ) 二次元磁場分布を順方向問題として(2-129)式に従って計算した結果を図 2-13(c) に示す。図 2-13(c) において、走査方向に関して走査距離は 1.0 mm、ピクセル数は 64 であり、角度方向に関して、全変位角度は 180° 、ピクセル数は 180 に設定した。図 2-13(c) を(2-138)式の境界条件として用いることで再構成した結果を図 2-13(d) に示す。図 2-13(d) において、空間波数が有限の散布値であり、高波数領域の欠如があることの影響が出現しているが、図 2-13(b) に示した“真の場”と同様の分布の再構成に成功している。

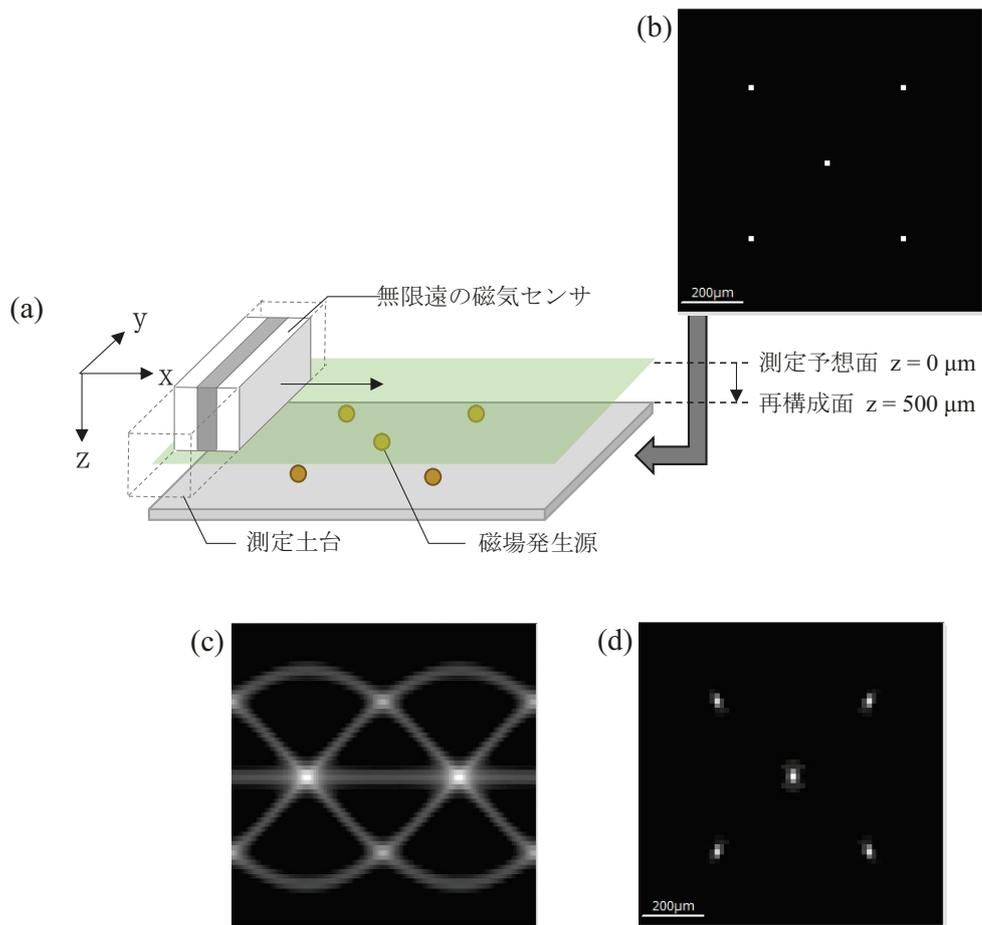


図 2-13: センサが直線形状の場合の積分幾何学的再構成理論の数値シミュレーション
 (a) 数値シミュレーションの概略図、(b) 想定サンプルの二次元磁気分布、(c) 測定想定面における再構成前の (p, θ) 二次元分布、(d) 再構成面における再構成後の XY 二次元磁場分布。

次いで、より一般的に、磁気センサを実形状に則った線分形状であった場合を仮定する。この場合、線分方向にも走査する次元を設ける必要があり、その再構成法について以下に述べる。検出信号は線分範囲の積算値となるが、計算の便宜上、ガウス関数を形状関数とする。検出信号は、次式で表現される。

$$g(p, q, \theta, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - p) \exp\{-a(y \cos \theta - x \sin \theta - q)^2\} dx dy \quad \cdots(2-139)$$

(2-138)式の両辺を p, q に関してフーリエ変換すると、

$$G(k_p, k_q, \theta, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \exp\{-ik_p(x \cos \theta + y \sin \theta)\} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-a(y \cos \theta - x \sin \theta - q)^2\} \exp(-ik_q q) dq \right\} dx dy \quad \cdots(2-140)$$

ガウス関数のフーリエ変換は容易に計算できるため、

$$G(k_p, k_q, \theta, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z) \exp\{-ik_p(x \cos \theta + y \sin \theta)\} \exp\{-ik_q(y \cos \theta - x \sin \theta)\} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(-\frac{k_q^2}{4a}\right) dx dy \quad \cdots(2-141)$$

右辺は、 (x, y) に関するフーリエ変換であるので、

$$G(k_p, k_q, \theta, z) = F(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta, z) \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(-\frac{k_q^2}{4a}\right) \quad \cdots(2-142)$$

ここで第1章の電磁場再構成法の結論より、

$$F(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta, z) = a(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \exp\left(+z\sqrt{k_p^2 + k_q^2}\right) + b(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \exp\left(-z\sqrt{k_p^2 + k_q^2}\right) \quad \cdots(2-143)$$

測定面での z 座標を $z = 0$ とすると、検出信号分布及びその z 方向の勾配分布の p, q に関するフーリエ変換は、以下のようなになる。

$$G(k_p, k_q, \theta, 0) = \left\{ a(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) + b(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \right\} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(-\frac{k_q^2}{4a}\right) \quad \cdots(2-144)$$

$$\frac{\partial G(k_p, k_q, \theta, 0)}{\partial z} = \left\{ \sqrt{k_p^2 + k_q^2} a(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) - \sqrt{k_p^2 + k_q^2} b(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \right\} \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(-\frac{k_q^2}{4a}\right) \quad \cdots(2-145)$$

(2-143), (2-144)式より $a(k \cos \theta, k \sin \theta)$ 及び $b(k \cos \theta, k \sin \theta)$ は以下のように決定できる。

$$\begin{aligned}
& a(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \\
&= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(+\frac{k_q^2}{4a}\right) \left\{ \frac{\sqrt{k_p^2 + k_q^2} G(k_p, k_q, \theta, 0) + \frac{\partial G(k_p, k_q, \theta, 0)}{\partial z}}{2\sqrt{k_p^2 + k_q^2}} \right\} \cdots(2-146)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& b(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta, k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \\
&= \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(+\frac{k_q^2}{4a}\right) \left\{ \frac{\sqrt{k_p^2 + k_q^2} G(k_p, k_q, \theta, 0) - \frac{\partial G(k_p, k_q, \theta, 0)}{\partial z}}{2\sqrt{k_p^2 + k_q^2}} \right\} \cdots(2-147)
\end{aligned}$$

よって、(2-143)式に $a(k \cos \theta, k \sin \theta)$ 及び $b(k \cos \theta, k \sin \theta)$ を代入して逆フーリエ変換することで、結論として次式が得られる。

$$\begin{aligned}
& f(x, y, z) \\
&= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{a}{\pi}} \exp\left(+\frac{k_q^2}{4a}\right) \left\{ \frac{\sqrt{k_p^2 + k_q^2} G(k_p, k_q, \theta, 0) + \frac{\partial G(k_p, k_q, \theta, 0)}{\partial z}}{2\sqrt{k_p^2 + k_q^2}} \right\} \exp\left(+z\sqrt{k_p^2 + k_q^2}\right) \\
&+ \left\{ \frac{\sqrt{k_p^2 + k_q^2} G(k_p, k_q, \theta, 0) - \frac{\partial G(k_p, k_q, \theta, 0)}{\partial z}}{2\sqrt{k_p^2 + k_q^2}} \right\} \exp\left(-z\sqrt{k_p^2 + k_q^2}\right) \exp\{+ix(k_p \cos \theta \\
&+ k_q \sin \theta) + iy(k_q \cos \theta - k_p \sin \theta)\} d(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta) d(k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \\
&\cdots(2-148)
\end{aligned}$$

測定面 ($z=0$) から、 z に関して正の方向にのみ発生源を仮定すると、 z 方向に関する微分項は境界条件として必要ないので、次式が結論となる。

$$\begin{aligned}
& f(x, y, z) \\
&= \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \sqrt{\frac{a}{\pi}} \exp\left(+\frac{k_q^2}{4a}\right) G(k_p, k_q, \theta, 0) \exp\left(+z\sqrt{k_p^2 + k_q^2}\right) \exp\{+ix(k_p \cos \theta \\
&+ k_q \sin \theta) + iy(k_q \cos \theta - k_p \sin \theta)\} d(k_p \cos \theta + k_q \sin \theta) d(k_q \cos \theta - k_p \sin \theta) \cdots(2-149)
\end{aligned}$$

以下に、以上原理の数値シミュレーションを示した。図 2-15(a)に数値シミュレーションの概略図、図 2-15(b)に想定二次元磁場分布、つまりは、真の場を定義した。測定で得られるべき、各角度毎の二次元分布を順問題として計算した結果の一部を図 2-16 に示した。X 方向に積分値である影響が顕著に表れていることが分かる。図 2-16 は、センサの線分領域、つまりは、(2-141)式にてガウス関数の半値幅が $2.0\mu\text{m}$ となるように設定し、測定範囲 $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ 、ピクセル数 64×64 、角度変化幅は 5° として計算を行った。図 2-16 に示した一連の測定結果を境界条件として、(2-149)式に基づいて再構成した結果を図 2-15(b)に示す。図 2-15(b)にて、空間波数が有限の散布値であり、高波数領域の欠如があり、計算上生じるギブスノイズの影響が出現しているが、図 2-14(b)の真の場と同様の場を再現することに成功している。

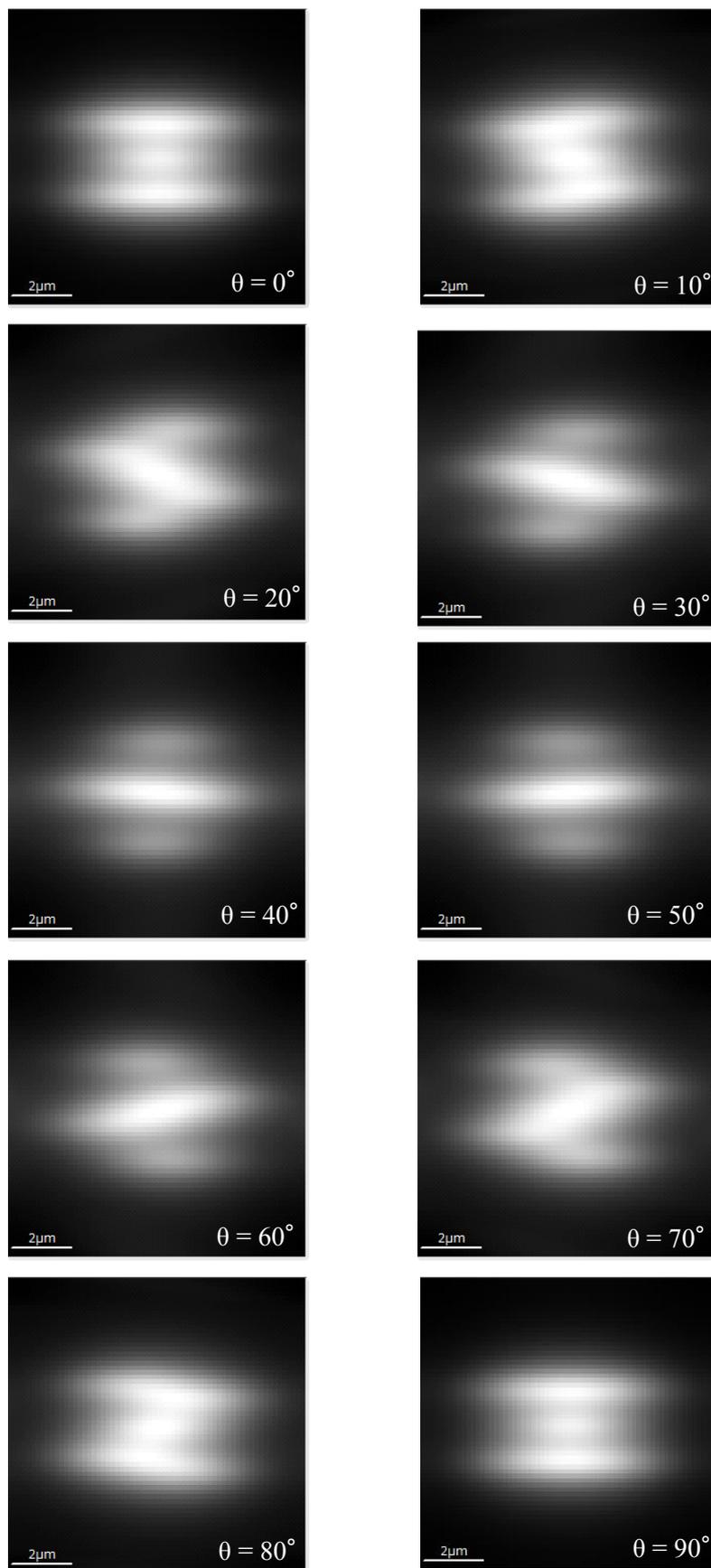


図 2-14: センサが線分形状の場合の積分幾何学的再構成理論の数値シミュレーション測定想定面における各角度における二次元磁場分布。

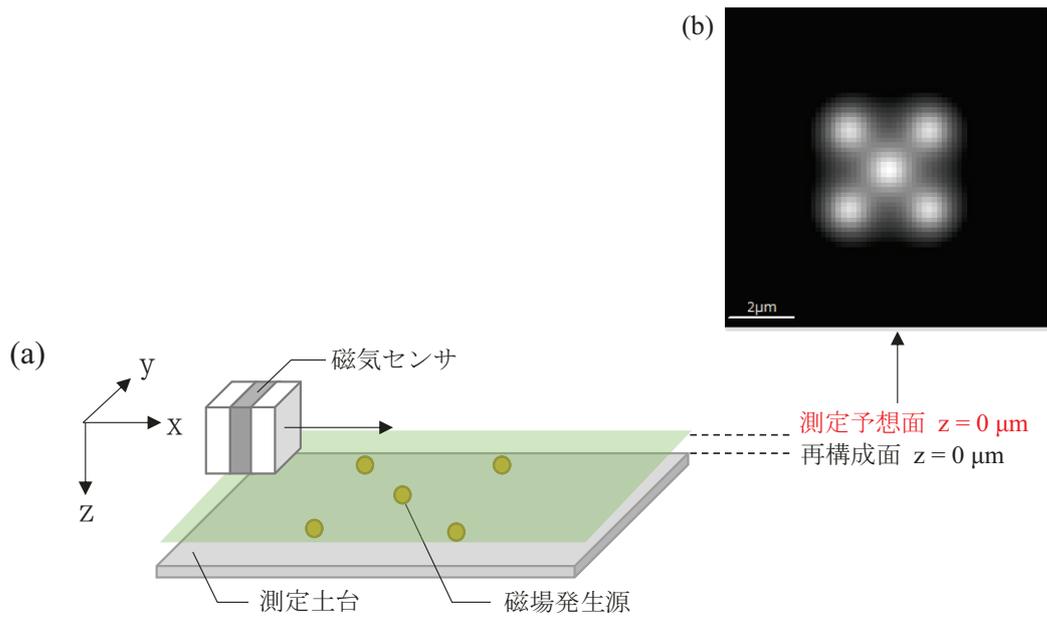


図 2-15: センサが線分形状の場合の積分幾何学的再構成理論の数値シミュレーション
 (a) 数シミュレーションの概略図、(b) 想定サンプルの二次元磁気分布。

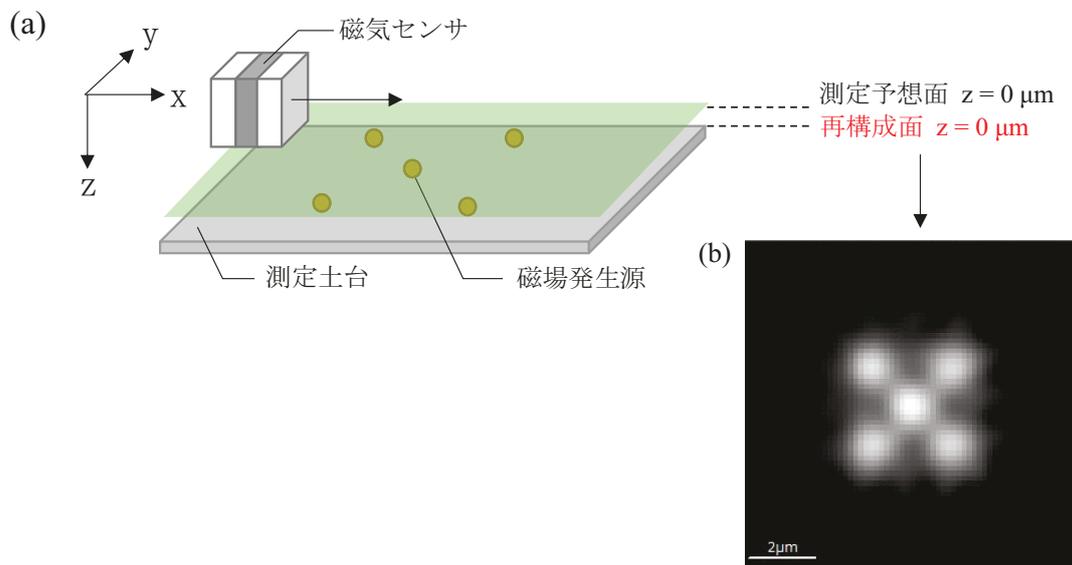


図 2-16: センサが線分形状の場合の積分幾何学的再構成理論の数値シミュレーション
 (a) 数値シミュレーションの概略図、(b) 再構成面における再構成後の XY 二次元磁場分布。

2.6 本章のまとめ

本章では、本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージング法における画像再構成理論の詳細を述べ、特徴とする静磁場の基礎方程式の解析解を示した。従来の方法に対して優れた重要な点は、従来の手法は基礎方程式の特殊解を用いて、特定平面内に存在する二次元電流の可視化するといった、限定された用途のみ適用可能なものであるとともに、想定する平面以外の磁気発生源が存在した場合、再構成画像に虚像が生じる可能性があった。本研究にて開発した再構成法では、静磁場の基礎方程式の一般解も考慮にいれているため、測定面が分かっ二つの片半空間の双方に磁気発生源が存在している場合でも、興味ある対象の磁場分布画像、電流密度分布画像を再構成可能である点が大きな特徴である。さらに、サブサーフェス磁気イメージングの重要な応用分野である、蓄電池等、金属平行平板内の電流密度分布の可視化に関して、測定対象物の外部にて得た磁場の空間分布から、金属平行平板内の電流密度分布を、解析的に再構成、可視化する方法を示した。また、蓄電池やコンデンサ等、金属平行平板が多層に積層された問題に関して、再構成処理によって得られた情報に、各層の電流密度分布の情報に加わるか理論的に示した。また、サブサーフェス磁気イメージング法の空間分解能を著しく向上させる再構成理論に関して、本研究にて開発した積分幾何学的再構成理論について詳説した。本理論を用いることで、磁気センサの代表寸法ではなく、最小寸法で決定される極限空間分解能を達成することができることを示した。

参考文献

1. Y. Mima, N. Oyabu, T. Inao, N. Kimura, K. Kimura, IEEE CPMT Symposium Japan p. 257 (2013).
2. 美馬 勇輝, 木村 憲明, 木村 建次郎, ケミカルエンジニアリング 60, 40 (2015).
3. 木村 建次郎, 野本 和誠, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 第 29 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, AP-18(2015).
4. 木村 建次郎, 稲垣 明里, 鈴木 章吾, 松田 聖樹, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 第 30 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, AP-05, 6 (2016).
5. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 弓井 孝佳, 森 康成, 星島 一輝, 中田 成幸, 土井 恭二, 巨大構造物ヘルスマonitoring—劣化のメカニズムから監視技術とその実際まで, p. 129 (2015).
6. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 大藪範昭, 稲男健, エレクトロニクス実装技術 28, 16 (2012).
7. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 非破壊検査 62, 527 (2013).
8. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 電気学会誌 135, 437 (2015).
9. A. M. CORMACK, Nobel Lecture, p.551 (1979).

3章 サブサーフェス磁気イメージングにおける実験技術

3.1 緒言

本章では、2章において解説した再構成理論を基に開発した、サブサーフェス磁気イメージングにおける装置およびソフトウェア技術に関して述べる。物体内部の磁場分布、電流密度分布を精密に映像化するためには、様々な要素技術が有機的に結び付き機能することが不可欠である。本章では、第一に、サブサーフェス磁気イメージングシステムのハードウェアの核である高感度磁気センサについて、原理、信号処理回路について述べる。サブサーフェス磁気イメージングシステムでは、物体表面から一定距離離れた領域での磁場の空間分布に関するデータを取得するが、“静電容量型の力センサを用いた”磁気センサと物体表面間の距離制御方法、物体表面の傾き補正機構について述べる。さらに、物体内部の導電率分布を、電流密度分布と同時に可視化し、荷電粒子デバイスの構造と動作状態を正確に把握するための、装置技術について述べる。最後に、開発した上記ハードウェアによって得られた磁場分布を基に、物体内部の磁場分布、電流密度分布を再構成映像化するソフトウェア技術について述べ、サブサーフェス磁気イメージングシステムにおける測定条件の選定と空間分解能を制限する要因について議論する。

3.2 磁気イメージングシステム(ハードウェア)

3.2.1 サブサーフェス磁気イメージングシステム

図 3-1(a)に制御 PC 等も含めた測定系全体の概略図を示した。制御 PC、測定装置、AD コンバータ、信号発生器、位相検波器、信号増幅器で構成されている。制御 PC によって、測定装置の動作機構部が自動制御されており、磁気センサおよび力センサなど各種信号は信号増幅器および AD コンバータを介して、制御 PC に取り込まれる。信号発生器は、測定時に、測定サンプルおよび後述の励磁コイルに対して電圧を印加するために用いる。位相検波器は、検出信号および信号発生器のリファレンスを AD 変換した後、デジタル信号上で位相検波の演算を行うプログラムを作製した。信号増幅器のゲイン調整および信号発生器のパラメータは、制御 PC から外部制御できるように設計、開発した。図 3-1(b)にシステム構成図を示す。粗動機構を担う XYZ ステッピングモータステージおよび位置精度 10 nm で微動機構を担う XYZ ピエゾステージ、傾斜補正用の θ_x, θ_y ゴニオステージおよび磁気センサ角度調整用の θ_z 回転ステージが動作機構部である。磁気センサおよび検出増幅回路、接触検知用の静電容量型微小力センサが動作機構部に固定されている。

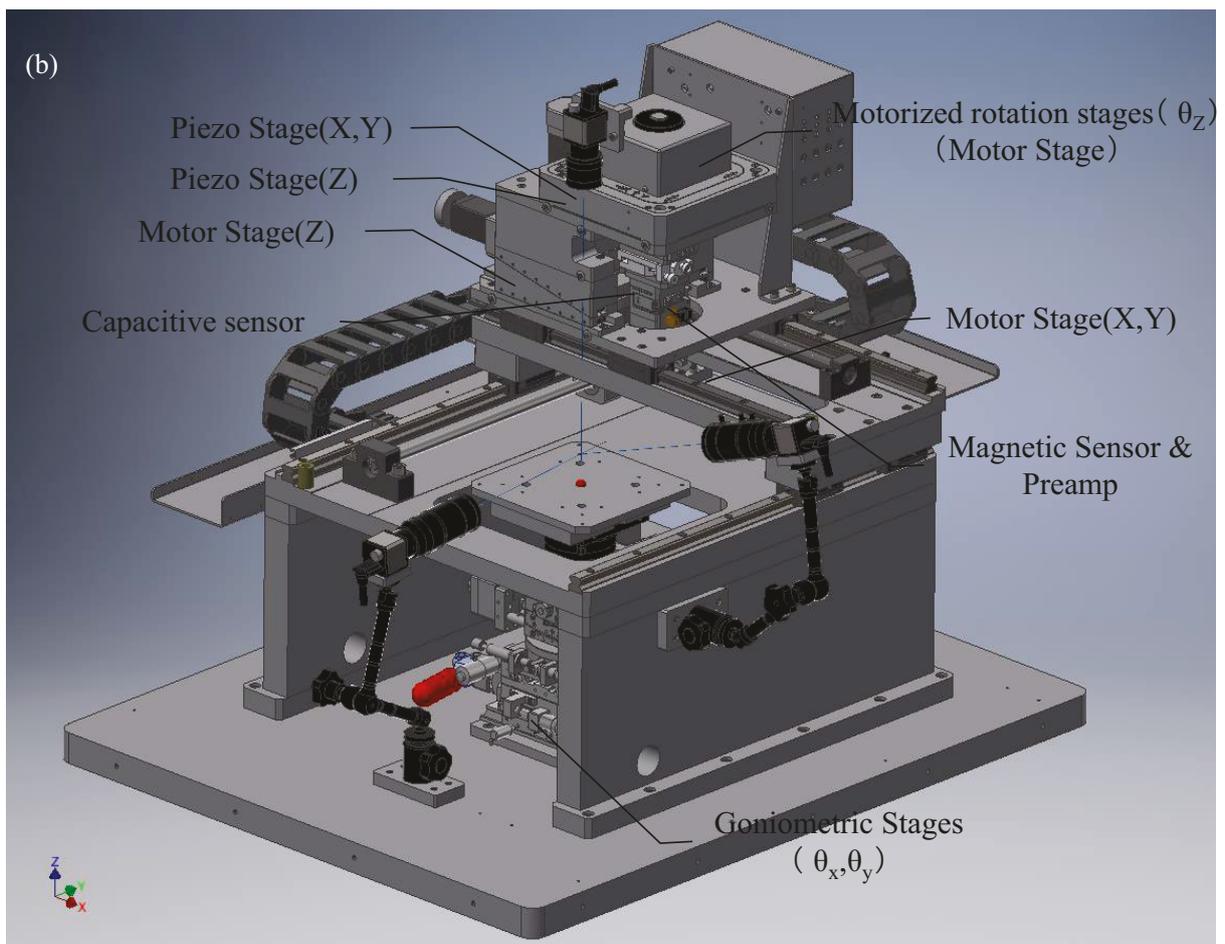
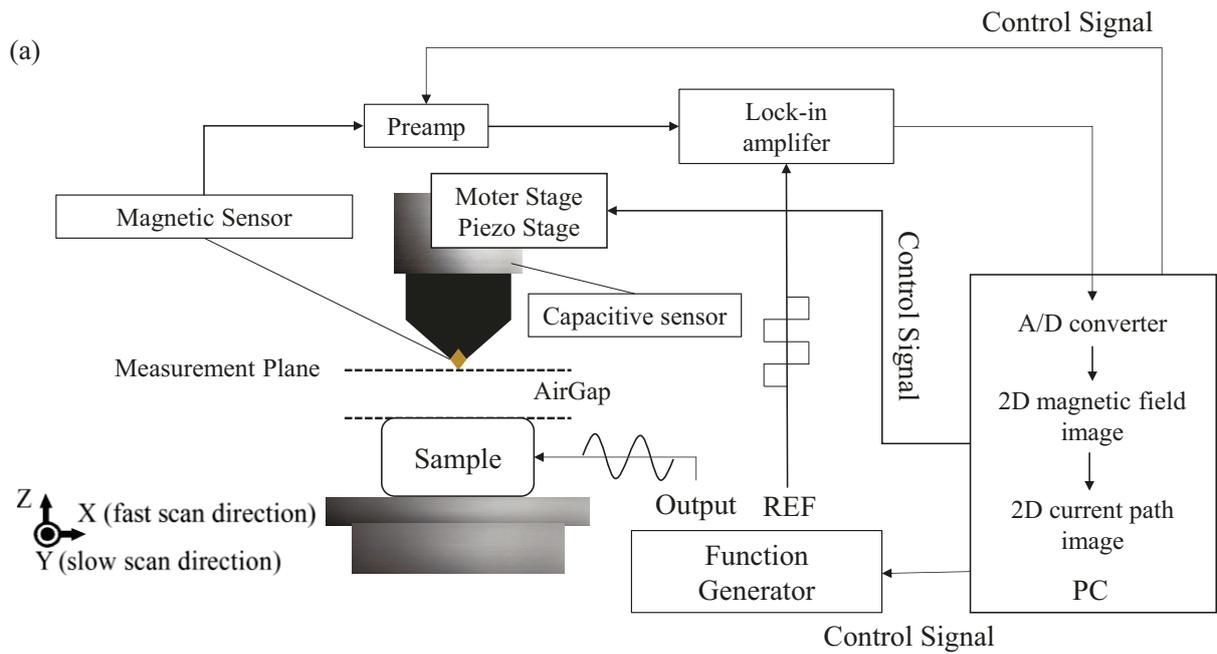


図 3-1 : (a) サブサーフェス磁気イメージングシステムにおけるブロックダイアグラム, (b) 本研究に開発したサブサーフェス磁気イメージングシステムにおける装置図

粗動 XY 軸ステージ (Motor Stage (X,Y))	ストローク	200 mm 程度
	繰返し精度	±2 μm
粗動 Z 軸ステージ (Motor Stage (Z))	ストローク	±4 mm
	繰返し精度	±0.5 μm
精密 XY 軸ステージ (Piezo Stage (Z))	ストローク	300 μm
	繰返し精度	±10 nm
回転 (θ _z 軸) ステージ (Motorized Rotation Stage (θ _z))	ストローク	180°
	繰返し精度	±360°/40000
精密 Z 軸ステージ (Piezo Stage (Z))	ストローク	300 μm
	繰返し精度	±10 nm
静電容量型微小力センサ (Capacitive sensor)	レンジ	0~0.5 N
	分解能	0.5mN (剛性 = 10 μm/N)
自動ゴニオステージ (θ _x ,θ _y 軸) (Goniometric Stage)	ストローク	±10°/θ _x , ±8°/θ _y
	分解能	0.0012°/θ _x , 0.0096°/θ _y フルステップ

図 3-2 : 本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージングシステムにおける装置仕様

3.2.2 磁気センサ

3.2.2.1 トンネル磁気抵抗効果素子

磁気抵抗効果とは、素子に加わる磁気ベクトルと同方向に電界ベクトルが生じる現象を指す。電流磁気電界効果は Landau によって以下の式で表現されている。

$$E = \sigma i + a(i \times H) + bH(i \times H) \quad \dots(3-1)$$

上式の右辺第 3 項が磁気抵抗効果を表している。これは、一般的な定式であるが、以下でより現象論的な視点からトンネル磁気抵抗効果¹を説明する。

強磁性導電体で絶縁膜を挟んだ構造において、導電体間に電場を印加すると、量子力学においてポテンシャル障壁が存在する系の波動関数を計算することで導かれるように、絶縁膜を介してトンネル電流が発生する。そのトンネル電流強度は、導体間における電子の遷移確率によって決定される。固体内の電子伝導に関しては、半古典論的には、ボルツマン方程式よりフェルミ準位付近の電子のみが伝導に関与することから、この場合の電子の遷移確率は、フェルミ準位付近の状態密度の積で決定されることになる。トンネル磁気抵抗効果素子では、絶縁膜を介した二つの強磁性体層のうち、片方は保持力が強く磁化が固定されており、他方は保持力が弱く磁化が外部磁場により変化する。前者を PIN 層、後者を FREE 層と呼ぶ。強磁性導電体が磁化している場合、図 3-3 に示しているようにその磁化方向と電子のスピン状態に応じて状態密度図に差異が生じる。前述の通り、トンネル電流強度は FREE 層と PIN 層のフェルミ準位付近の状態密度の積に比例するので、FREE 層と PIN 層の磁化方向

が平行の時にトンネル電流が最大になり、磁化方向が反平行の時に最小になる。FREE 層は外部磁場によって、容易に磁化方向が変化するため、そのトンネル効果由来の抵抗を検出回路により測定することで、FREE 層領域の外部磁場強度を測定することが可能となる。

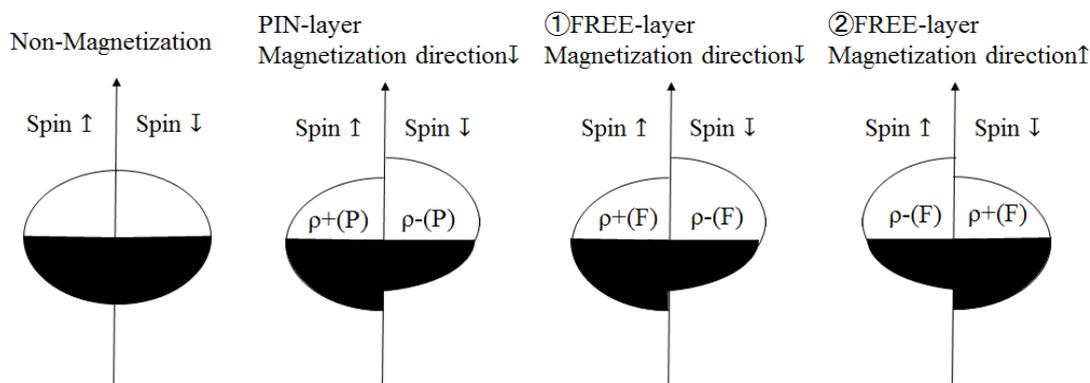


図 3-3 : トンネル磁気抵抗効果の各状態密度図

本研究で使用するトンネル磁気抵抗効果素子の性能を以下に記載する。

磁気変動検出範囲	±1mT
感度	0.8%/mT
周波数応答	5MHz
リニアリティ	0.5%/mT
ノイズレベル	90nT/√Hz at 100 Hz

上記のトンネル抵抗効果素子を用いた場合の検出増幅回路を開発したので、その概要を以下に示した。図 3-4 が設計した回路図および完成品の光学写真である。フルブリッジ回路の一部にトンネル磁気抵抗効果素子を配置することで、その抵抗変化の検出およびオフセット調整を行い、差動増幅回路により倍率の調整を行う。オフセット調整は、I2C 通信式のデジタル可変抵抗により外部制御を行うことで、自動調整が可能であるように設計した。また、それぞれの回路素子は使用するトンネル磁気抵抗効果素子の最小応答帯域 2 MHz 程度に応答できるように選定した。デジタル可変抵抗には AD5248、差動増幅器には AD8428 を用いた。I2C 通信型のデジタル可変抵抗には USB-I2C 変換器を用いて PC からコマンド列を送信することで制御する。デジタル可変抵抗器の抵抗値をそれぞれ R_{v0} 、 R_{v1} 、固定抵抗の抵抗値をそれぞれ R_0 、 R_1 、トンネル磁気抵抗効果素子の抵抗値を R_{tmr} 、ブリッジ回路のバイアス電圧を V_{bias} 、差動増幅回路の増幅率をと A した時、差動増幅後の出力電圧 V_{out} は以下のようになる。

$$V_{out} = A \times \left(\frac{R_{tmr}}{R_0 + R_{v0} + R_{tmr}} - \frac{R_{v1}}{R_1 + R_{v1}} \right) \times V_{bias} \quad \dots(3-2)$$

ここで、 $R_0 \gg R_{tmr}$ として、外部磁場が変化した時、

$$V_{out} = A \times \left(\frac{R_{tmr} + \Delta R_{tmr}}{R_0 + R_{v0}} - \frac{R_{v1}}{R_1 + R_{v1}} \right) \times V_{bias} \quad \dots(3-3)$$

オフセット調整は、 $\frac{R_{tmr}}{R_0 + R_{v0}} = \frac{R_{v1}}{R_1 + R_{v1}}$ となるように、 R_{v0} 、 R_{v1} を調整することで行う。オフセット調整後、出力は以下のようになる。

$$V_{out} = A \times \frac{\Delta R_{tmr}}{R_0 + R_{v0}} \times V_{bias} \quad \dots(3-4)$$

ここで、それぞれのパラメータを入力すると、出力電圧は次式になる。

$$V_{out} = 500 \times \frac{\Delta R_{tmr}}{51 \times 10^3 + R_{v0}} \cong \frac{\Delta R_{tmr}}{100} \quad \dots(3-5)$$

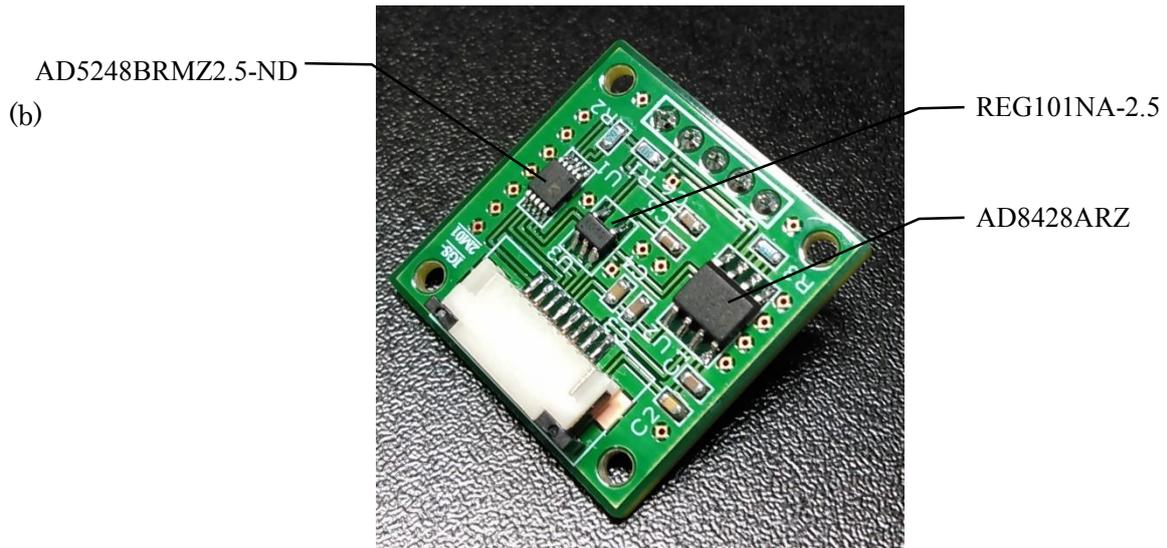
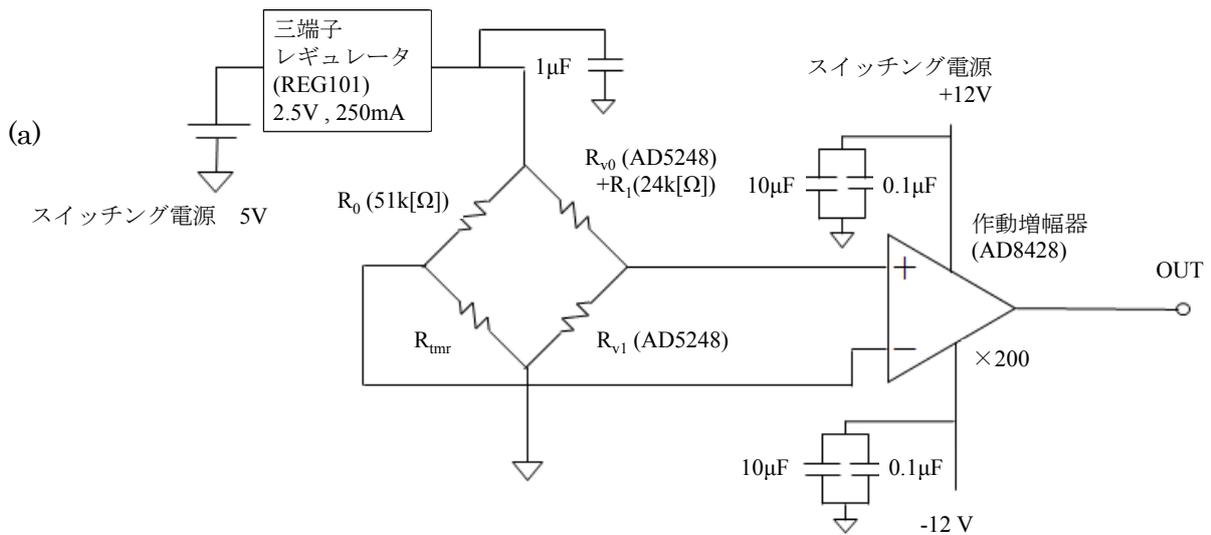


図 3-4 : (a)検出増幅回路図, (b)完成品の光学写真

3.2.2.2 磁気インピーダンス素子

1993年に毛利らは、アモルファス磁性ワイヤの磁気インピーダンス効果が外部磁界に敏感に応答することを見出し、常温で微弱磁場が計測可能な磁気センサを実現した。本研究では、蓄電池における磁場計測においては、本磁気センサを使用している。以下に、磁気インピーダンス効果について、その原理と検出方法について以下に記載する。磁性ワイヤ(長さ L ,直径 a)に交流電流(I_{ac})を通電すると、ワイヤ内の円周磁束 ϕ_θ が変化する。ワイヤ両端の電圧は、そのオーミック電圧(ワイヤの電気抵抗： R_w)と磁束の時間変化から生じるインダクタンス性の電圧の和で表現される。

$$\Delta V_w = R_w I_{ac} + \frac{\partial \phi_\theta}{\partial t} \quad \dots(3-6)$$

円周方向に生じる磁界 H_θ は、ワイヤ中心からの距離 r を用いて、

$$H_\theta = \frac{r}{2\pi a^2} I_{ac} = \frac{r}{2\pi a^2} I_m \sin \omega t = H_m \sin \omega t \quad \dots(3-7)$$

円周方向の磁束密度(B_θ)と H_θ の関係は、その非線形性および損失を考慮して、次式で表現する。 H_c は円周方向の保持力である。

$$\beta \frac{dB_\theta}{dt} + \alpha B_\theta + \gamma B_\theta^3 = (H_m - H_c) \sin \omega t \quad \dots(3-8)$$

上記の微分方程式の解は、

$$B_\theta = \frac{(H_m - H_c) \sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{(\alpha + \frac{3}{4} \gamma B_m^3)^2 + \omega^2 \beta^2}} = \mu_\theta (H_m - H_c) \sin(\omega t - \varphi) \quad \dots(3-9)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega \beta}{\alpha + \frac{3}{4} \gamma B_m^3} \right) \quad \dots(3-10)$$

よって円周方向の磁束は

$$\phi_\theta = \int_0^a B_\theta(r) l dr = \frac{1}{4\pi} \mu_\theta(\omega, B_m) l (l_m - 4\pi a H_c) \sin(\omega t - \varphi) \quad \dots(3-11)$$

結論として、ワイヤ両端の電圧は、次式で決定される。

$$\Delta V_w = R_w I_m \sin(\omega t - \varphi) + \frac{\omega}{4\pi} \mu_\theta(\omega, B_m) l (l_m - 4\pi a H_c) \cos(\omega t - \varphi) \quad \dots(3-12)$$

ここで、アモルファス磁性ワイヤにワイヤ方向の外部磁界が印加された場合、ワイヤ内部の円周方向磁化ベクトル(磁化容易方向)が、ワイヤ方向に回転することで、円周方向磁化が減少する。この回転磁化により、 $\mu_\theta(\omega, B_m)$ が減少し、インダクタンス由来の起電力が減少する。従って、トンネル磁気抵抗効果素子の場合と同様に、アモルファス磁性ワイヤをブリッジ回路の一部に配置することで、インダクタンス由来の起電力のみを検出することで、アモルファス磁性ワイヤのワイヤ方向の磁界変化を検出可能である。

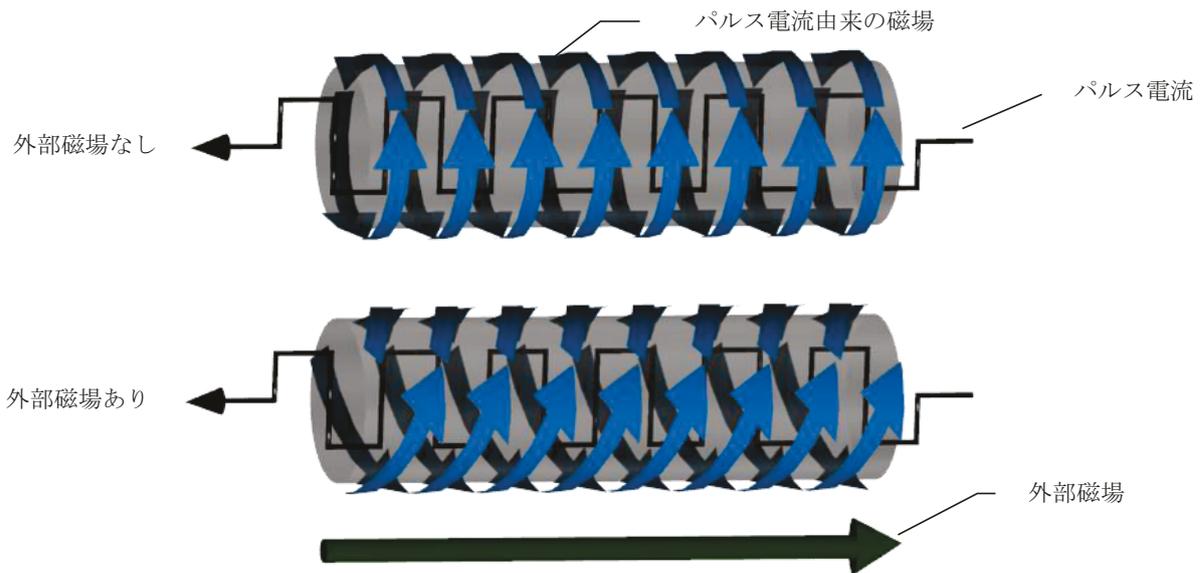


図 3-5：アモルファス磁性ワイヤの磁気インピーダンス効果の概念図

本研究用いた、高感度磁気インピーダンスセンサの性能を以下に記載する。

磁気変動検出範囲	$4.0\mu\text{T}_{\text{p-p}}$ at $40\mu\text{TDC Field}$
感度	$1\mu\text{T/V}$
周波数応答	0.1Hz to 1kHz
リニアリティ	2%FS
ノイズレベル	$200\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ at 0.1Hz

3.2.2.3 電流検出限界

本項では、上述した高感度磁気センサにおける電流強度検出能について述べる。マクスウェルの方程式より、静磁場と電流密度は、以下の式で関係づけられる。

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{i} \quad \dots(3-13)$$

クーロンゲージ条件を満たすようにベクトルポテンシャルを定義する。

$$\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{H} \quad \dots(3-14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad \dots(3-15)$$

以上の関係式より、

$$-\Delta \mathbf{A} = \mathbf{i} \quad \dots(3-16)$$

この微分方程式は一般的にポアソン型の方程式と呼ばれる。ポアソン型の方程式はグリーン関数を導入することで解くことが可能であり、そのグリーン関数は $\frac{1}{4\pi r}$ となるので、

$$\mathbf{A} = \frac{-1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{i}(\mathbf{r}')}{r-r'} d\mathbf{r}' \quad \dots(3-17)$$

結論として、磁界ベクトルは次式となる。

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{-1}{4\pi} \int \frac{\mathbf{e}_{r-r'} \times \mathbf{i}(r')}{(r-r')^2} dr' \quad \dots(3-18)$$

この磁界ベクトルと電流ベクトルの関係を積分形式で表した方程式は一般的にビオサバールの法則と呼ばれる。ここで、電流ベクトルに関して以下の仮定を導入する。

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} i_x(x)\delta(y)\delta(z) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(3-19)$$

$$i_x(x) = \begin{cases} I_x & -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \\ 0 & -\frac{a}{2} > x, \frac{a}{2} < x \end{cases} \quad \dots(3-20)$$

つまり、 X 方向に線分電流が存在する場合を仮定している。以上の仮定において、磁気強度の Z 座標および線分長さ依存性を計算して、磁気センサのノイズレベルから各 Z 座標および線分長さにおける検出可能な最小電流強度を求める。任意の Z 座標で、 H_x は常に零であり、 H_y は $(x,y)=(0,0)$ において最大値であり、 H_z は $(x,y)=(0,-z)$ において最大値となるため、磁場ベクトルの各成分について最大値となる XY 座標で議論する。

ビオサバールの法則に、以上の仮定を導入すると、

$$\mathbf{H}_{\max}(z) = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-1}{4\pi} \int_{\frac{a}{2}}^{-\frac{a}{2}} \frac{-zI_x}{(z^2+x'^2)^{\frac{3}{2}}} dx' \\ \frac{-1}{4\pi} \int_{\frac{a}{2}}^{-\frac{a}{2}} \frac{-zI_x}{(2z^2+x'^2)^{\frac{3}{2}}} dx' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{zaI_x}{4\pi z^2 \left(z^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{zaI_x}{8\pi z^2 \left(2z^2 + \frac{a^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}}} \end{bmatrix} \quad \dots(3-21)$$

$a \rightarrow 0$ の場合、 $H_{\max}(z) \propto \frac{1}{z^2}$ の関係である。

$a \rightarrow \infty$ の場合、 $H_{\max}(z) \propto \frac{1}{z}$ の関係である。一般的にアンペールの法則と呼ばれる。この関係で、線分長さや Z 座標に依存して電流検強度出能は決定される。一例として以下にその電流強度検出能について記載する。ここで、電流の線分長さ a を Z 座標に対する相対値として表現するため、 $a = mz$ と置く。

$$\begin{aligned} m \rightarrow 0 \quad H_y(0,0,z) &= \frac{I_x}{4\pi z^2} & I_x &= 5.0 \cdot 10^{-6} \cdot z^2 \\ m = 1 \quad H_y(0,0,z) &= \frac{I_x}{2\sqrt{5}\pi z} & I_x &= 5\sqrt{5} \cdot 10^{-6} \cdot z \\ m \rightarrow \infty \quad H_y(0,0,z) &= \frac{I_x}{2\pi z} & I_x &= 5.0 \cdot 10^{-6} \cdot z \end{aligned} \quad \dots(3-22)$$

例えば、本研究で用いる磁気インピーダンス素子の場合、静磁場でのノイズレベルの磁束密度換算値は $100 \text{ pT} / \sqrt{\text{Hz}}$ であるので、線分長さ a が点源、測定距離と同程度、無限遠線の場合について、それ

ぞれ H_y を検出した場合の電流検出能は以下の関係が導かれる。

$$\begin{aligned}
 m \rightarrow 0 \quad H_y(0,0,z) &= \frac{I_x}{4\pi z^2} & I_x &= 5.0 \cdot 10^{-6} \cdot z^2 \\
 m=1 \quad H_y(0,0,z) &= \frac{I_x}{2\sqrt{5}\pi z} & I_x &= 5\sqrt{5} \cdot 10^{-6} \cdot z & \cdots(3-23) \\
 m \rightarrow \infty \quad H_y(0,0,z) &= \frac{I_x}{2\pi z} & I_x &= 5.0 \cdot 10^{-6} \cdot z
 \end{aligned}$$

3.2.3 センサ-試料間距離制御システム

磁気センサと物体表面間の距離を制御する静電容量型力センサについて、その機構を説明する。図 3-6 に示すように板バネに連結された微小力検出部位と静電容量式変位センサとの間に 100 nm 程度の空隙(図中の赤で示した部位)を設けた内部構造となっている。微小力(ΔF [N])が生じた際、板バネのばね定数を k [N/m]として、その変位は ΔL [m]は、板バネがフックの法則を満足する変位領域において、

$$\Delta F = k \cdot \Delta L \quad \cdots(3-24)$$

ここで、静電容量式変位センサと検出部位間のキャパシタンス変化 ΔC [F] は、微小力が存在しない場合の空隙を L [m]、有効面積を S [m²]、誘電率を ϵ [F/m] として、

$$\Delta C = \epsilon \cdot S \cdot \left(\frac{1}{L - \Delta L} - \frac{1}{L} \right) \quad \cdots(3-25)$$

ここで、 $L \gg \Delta L$ とすると、

$$\Delta C = \frac{\epsilon \cdot S \cdot \Delta L}{L^2} \quad \cdots(3-26)$$

よって 2.13 式および 2.15 式より、次式が成立する。

$$\Delta C = \frac{\epsilon \cdot S \cdot \Delta F}{k \cdot L^2} \quad \cdots(3-27)$$

特定周波数の電圧を印加し、そのインピーダンス測定から、キャパシタンス変化(ΔC [F])を検出することで、微小力(ΔF [N])を測定することが可能となる。また、板バネの材質や剛性により、共振周波数や微小力検出時の変位距離が変化するので、測定走査時の測定系全体の振動と同期することで測定対象表面と接触することがないように、測定条件等を決定する必要がある。

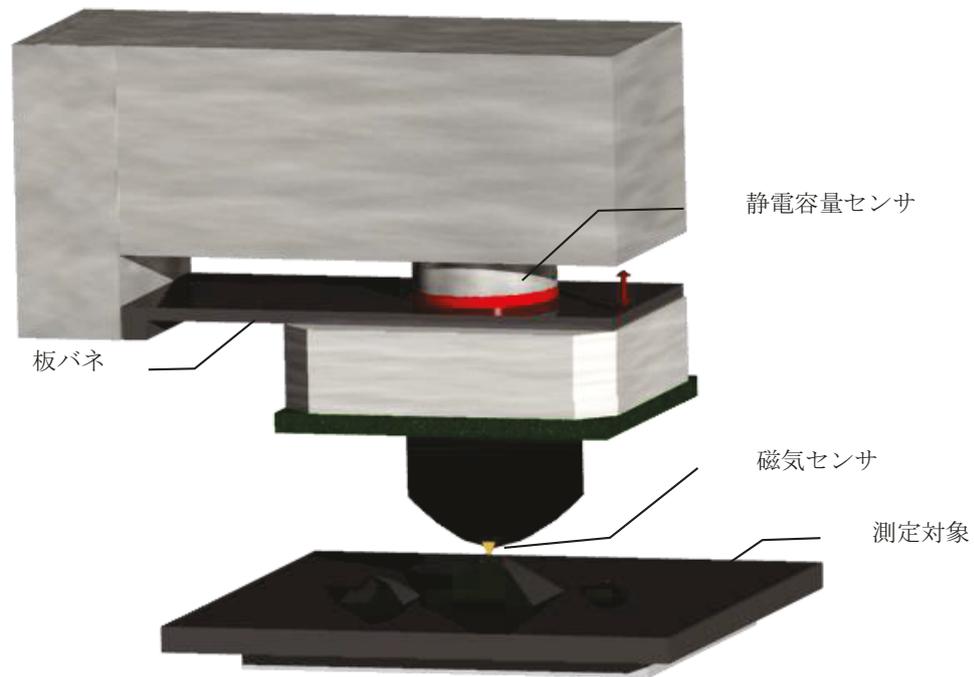


図 3-6： サブサーフェス磁気イメージングシステムにおける磁気センサと物体表面間距離を制御する静電容量力センサを備えた磁気センサモジュール

本研究において用いた静電容量型微小力センサの性能概要を以下に記載する。

測定レンジ	0-100 mN (≈ 10 gf)
検出分解能	20 μ N (≈ 2 mgf)
繰り返し精度	± 20 μ N
リニアリティ	± 1 %
剛性	343 μ m/N
共振周波数	156 Hz (0 mN 時)

3.2.4 試料傾斜補正システムとその動作機構

二次元磁場分布を取得する際、測定面とサンプル面の角度が異なる場合、測定中の接触が懸念されることから、測定前にその傾斜補正を行うことが望ましい。その補正動作の手順① - ③)を以下に示す。

- ① サンプル表面で平坦性の高い部分を選択し、 X および Y 方向にそれぞれ等間隔(ΔL)の任意の N 点を指定する(ただし、 $N \geq 2$)。サンプル表面の多少の凹凸を考慮し、平均化の意味合いで N は大きくする方が望ましい。
- ② 上記の N 点において、自動 Z ステージにて測定サンプルと磁気センサを微小距離ずつ接近させ、力センサが設定した任意の微小力を感知した際に接近動作を停止させる。停止した Z 座標を記録する。
- ③ X および Y 方向にそれぞれ ΔL だけ異なる N 点の座標において記録した Z 座標から、一次関数の最小二乗法(3-28)式に基づいて角度を算出し、サンプル設置場所直下に配置した自動ゴニオステージにて傾斜補正を行い、補正動作を完了する。

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{N \sum_{k=1}^N k \Delta L \cdot Z(k) - \sum_{k=1}^N k \Delta L \sum_{k=1}^N Z(k)}{N \sum_{k=1}^N k \Delta L - (\sum_{k=1}^N k \Delta L)^2} \right) \quad \dots(3-28)$$

傾斜補正の角度精度は、サンプル表面の凹凸が十分に平坦である場合、各 Z ステージの繰り返し精度 ΔZ および測定間隔 ΔL で決定される。

$$\Delta \theta = \tan^{-1} \frac{\Delta Z}{\Delta L} \quad \dots(3-29)$$

本装置構成では、Z ステージにステッピングモータステージを用いた場合、 $\Delta Z_s = 5.0 \times 10^{-4}$ [mm]、ピエゾステージを用いた場合、 $\Delta Z_p = 1.0 \times 10^{-5}$ [mm] である。 $\Delta L = 1.0$ [mm] と設定した場合、以下の角度精度となる。

$$\Delta \theta_s = 0.029^\circ, \Delta \theta_p = 5.7 \times 10^{-4} \quad \dots(3-30)$$

3.2.5 磁気センサ - 測定サンプル間の距離の規定方法と二次元磁場分布測定動作

サブサーフェス磁気イメージングシステムでは、磁気センサと物体表面の精密な距離制御が不可欠である。本システムでは、以下のフローチャートに示した手順を自動化し、再構成計算に必要なデータを高い再現性にて取得することができる。

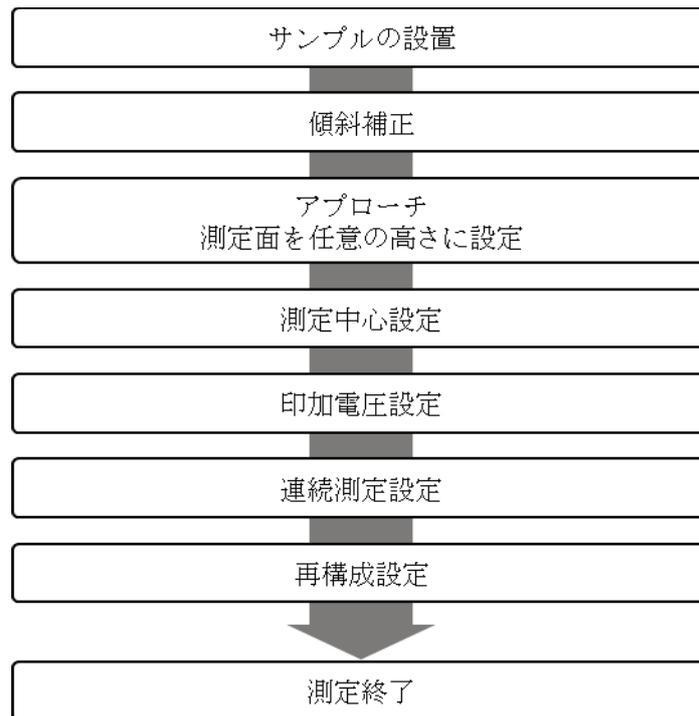


図 3-7 : 測定方法フローチャート

- ① 二次元分布測定の中心において、自動 Z ステージにて測定サンプルと磁気センサを微小距離ずつ接近させ、設定した任意の微小力 (ΔF_{stop}) を力センサが感知した際に接近動作を停止させる。
- ② 自動 Z ステージにて測定サンプル - 磁気センサ間のエアギャップを停止位置から任意の設定距離 (ΔZ_{air}) だけ設ける。

後述の特定 XY 平面において二次元磁場分布測定を行う際、磁気センサと測定サンプル表面の接触を避けるためには、測定サンプル表面の凹凸は ΔZ_{air} 以下であることが要求される。

次に、二次元磁場分布の測定動作は、一般的な走査型プローブ顕微鏡と同様であり、図 3-8 にその測

定概念図を示した。測定条件として、測定範囲と測定点数を任意に指定すると、測定範囲を測定点数で除した間隔で格子状に測定点が定義される。各測定点におけるデータ収録については、図中の赤矢印方向の一定速走査中に、AD コンバータにて連続的にデータ収録を行い、設定した各測定点に対して最近となる領域における複数の収録データの時間平均値をその測定点での収録値とする。各測定点当たりの平均化時間が測定条件として指定する積算時間となるように走査速度が調整される。磁気センサのヒステリシスおよび検出回路系の遅延から生じる二次元分布の不連続性を防止するために、逆行方向(図中の青矢印方向)では、データ収録は行わない。測定条件として指定した全測定点において、データ収録を完了した時点で測定完了となる。

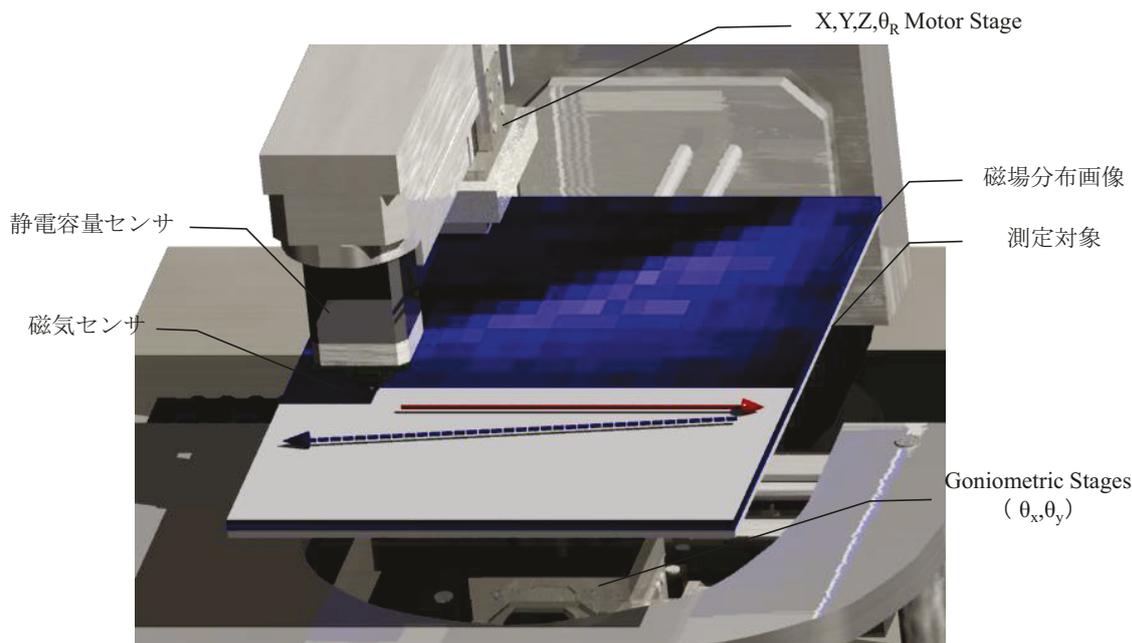


図 3-8 : サブサーフェス磁気イメージングシステムにおける二次元磁場分布データ取得時のセ

3.2.6 準定常電磁場を用いたイメージングシステム

測定サンプル内に電流や残留磁化の存在する場合を除き、磁気イメージング法が導電率部位の映像化を目的として用いられ、前章の準定常磁場を用いたイメージングの項にて詳説した。実験装置では、励磁用コイルで変調磁場を発生させ、高導電率部位に生じる渦電流由来の磁束を磁気センサにて検出する。蓄電池や半導体デバイスを対象とした場合、本研究においても、高導電率部位の映像化は有効な測定手法だと考えられるため、以上を目的とした測定系の開発を行った。その装置構成について以下に述べる。基本構成は、前述のサブサーフェス磁気イメージング装置と同様であり、相違点は磁気センサ近傍に励磁用コイルを配置する点である。励磁用コイルが、磁気センサとは独立に固定されている場合、二次元磁場分布を取得する際に、励磁用コイルの形成した磁場分布と渦電流由来の磁場分布の重ね合わせが検出されることになる。その場合、励磁用コイルの形成する磁場分布が空間的に均一で無いとすると、目的の渦電流由来の磁場分布を検出する上で AD コンバータの bit 分解能の損失を招く結果となる。そこで、励磁用コイルは磁気センサに対して従属的な挙動をするように固定した。また、コイルの設計に関しては、発生する渦電流強度が外部誘導磁場の周波数および強度に比例するため、磁気センサの飽和磁束密度および応答帯域の範囲内でそれぞれの値が大きい方が望ましい。本研究では、前述のトンネル磁気抵抗効果素子を磁気センサとして用いる。使用するトンネル磁気抵抗効果素子は、飽和磁束密度が 1.0 mT および応答帯域が 2.0 MHz である。例えば、励磁用コイルを単純な円形のソノレイドコイルとすると、そのインダクタンスは、長岡半太郎博士が実験的に求めた長岡係数(k)を用いて、以下の(3-31)式で求められる。

$$L = \frac{k \cdot \mu \cdot S \cdot N^2}{l} \quad \dots(3-31)$$

インダクタンスを応答帯域内で十分に小さくするためには、小径のコイルが望ましいことが分かる。また、磁束密度に関してコイルからの距離減衰を考慮すると、磁気センサの近傍に配置することが望ましい。磁束密度の計算は、ビオ・サバルの法則から、次式によって計算可能である。

$$B_z(r) = \int \frac{\mu((r-r') \times I)}{4\pi(r-r')^3} dr' = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\mu 2\pi r^2 I}{4\pi(r^2 + (z+kD)^2)^{3/2}} \quad \dots(3-32)$$

作製した励磁用コイルとその位置関係を示した模式図を図 3-9 に示す。本研究では、方形型の多層コイルのため、インダクタンスの理論的計算は複雑になることから、インダクタンスについて理論計算は行わず、実測のみである。また、磁気センサ付近の磁束密度についても実測値として、その性能を記載する。

5 mm × 10 mm の 8 層 40 巻きの方形コイルであり、実測値として、インダクタンスは、 $L=1.5 \cdot 10^{-5}$ [H] であり、磁気センサ部位での磁束強度の実測値は、 $B_z = 0.12$ [mT] である。

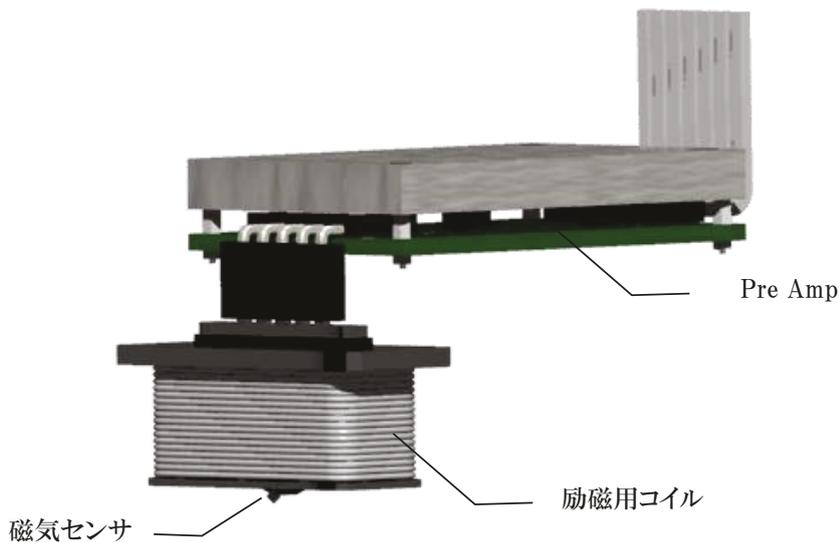


図 3-9：磁気センサと励磁用コイルの模式図

3.2.7 測定条件の選定と律速次項

測定条件を決定するために考慮すべき要因として以下の事項が挙げられる。

- 3.3 節第 2 項で議論するギブス現象の要因となる端の不連続性が小さくするため、測定対象の発生させる磁界が十分収束するように、測定範囲を十分大きくとる。
- フーリエ変換を用いた再構成過程では主に波数空間上での議論となることから、離散データの取得に関して、ナイキスト定理を常に満たすように測定条件を決定すべきである。ナイキスト定理とは離散フーリエ変換の際に問題となる定理であり、目的となる特定の波数成分を離散フーリエ変換する際に、最低でもその周期の半分の間隔でデータを取得しなければいけないという定理である。よって、測定条件は、対象の磁場分布構造が含む想定最大波数を k_{\max} とした際に、測定範囲を測定ピクセル数で除した測定格子点間隔が $1/2k_{\max}$ 以下となるようにする。

- 再構成過程を経た結果の空間分解能に関して、高波数成分を精密に計測することが求められる。実測において、計測精度は AD 変換の bit 分解能に最終的には律速されるため、検出信号分布中の高波数成分に割り当てられる bit 数は重要となる。磁場の空間伝搬は、2.2 節の議論より $\exp(-kz)$ であるため、空間波数が大きいほど距離減衰が大きいことが分かる。よって、測定面と測定対象の距離が離れている場合、高波数成分に比べて距離減衰の小さい低波数成分が多く残存することになる。よって、簡潔的な結論として、測定面での高波数成分を低波数成分で除して得られるその割合が bit 分解能以上になる必要があり、計測可能な高波数限界は bit 分解能と距離で決定されることになる。ただし、検出信号分布はフーリエ級数の全級数和であることから、以上の結論は近似的なものとして認識しておくべきである。

$$\frac{A(k_{\max})\exp(-zk_{\max})}{A(k_{\min})\exp(-zk_{\min})} \geq \frac{1}{2^{\text{bit}}} \quad \dots(3-33)$$

例えば、対象の磁場分布構造に含まれる最低波数成分と再構波数成分が同程度であり、 $z=1\text{mm}$, $\text{bit}=16$, $k_{\min} \rightarrow 0$ の条件下では、次式が検出可能な高波数限界である。

$$k_{\max} \leq 16 \ln 2 = 11.09 [\text{mm}^{-1}] \quad \dots(3-34)$$

つまり、 $z=1\text{mm}$ において $100 \mu\text{m}$ 程度の空間分解能で律速される。

3.3 磁気イメージングシステム(ソフトウェア)

3.3.1 画像再構成ソフトウェア

以下に2章にて紹介した、電磁場再構成法、蓄電池に対する導電率再構成法、積分幾何学手再構成法について、それぞれその計算フローチャートを示す。第4章の実験結果は、以下のフローチャートに沿って計算処理を行う。

電磁場再構成法

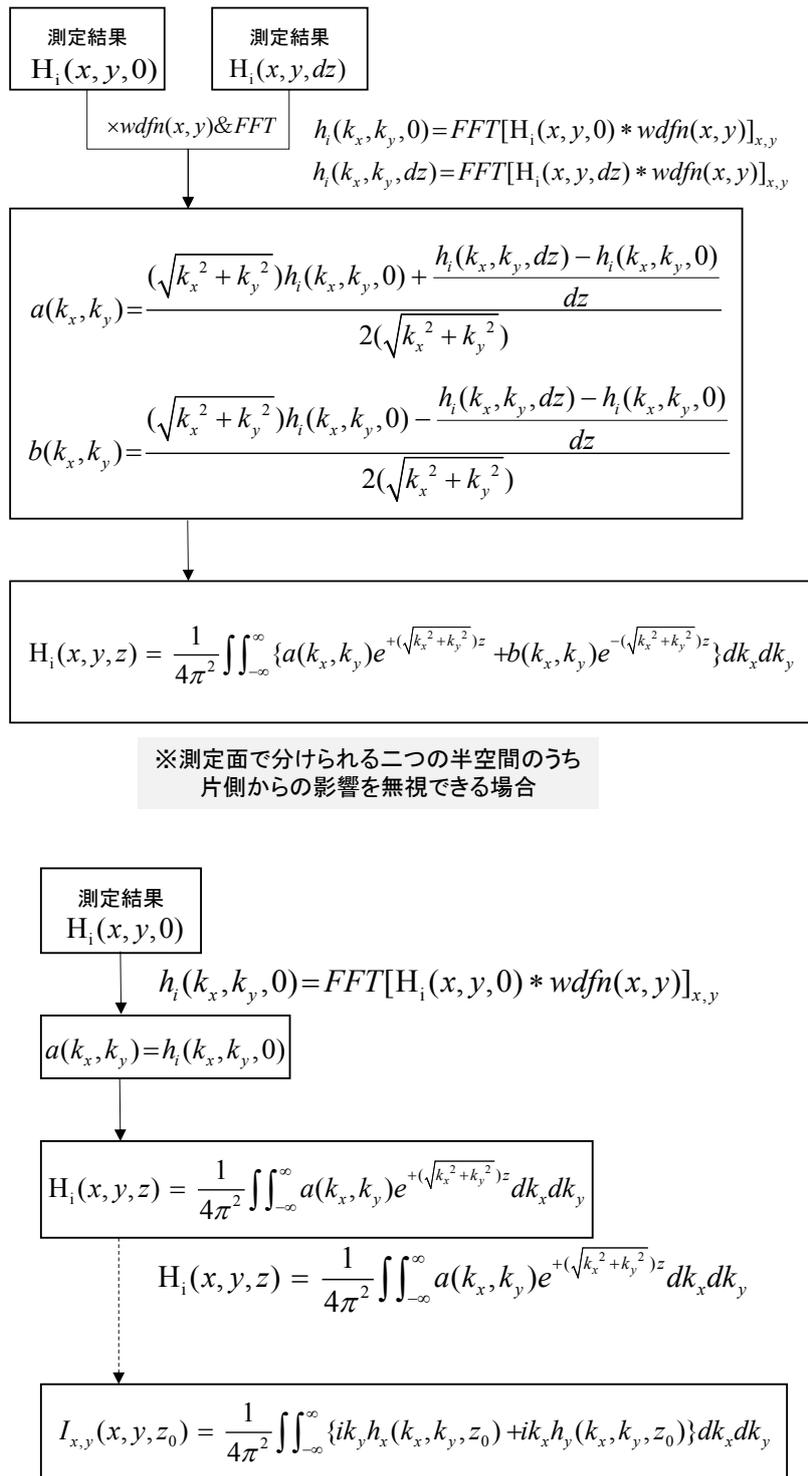


図 3-10 : 電磁場再構成法計算フローチャート

導電率再構成法

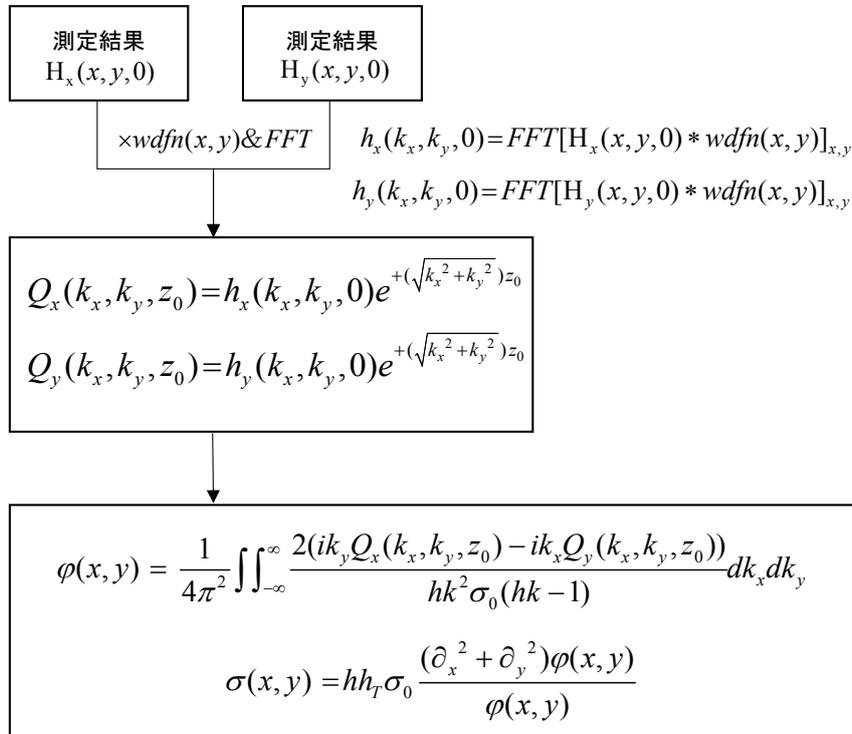


図 3-10 : 導電率再構成法計算フローチャート

積分幾何学的再構成法
センサ形状: 直線

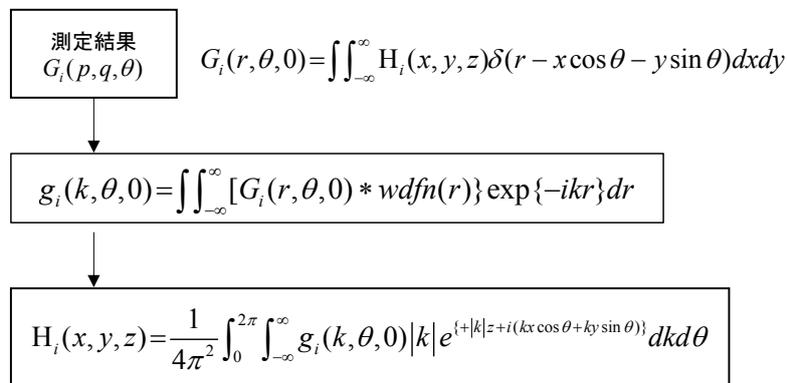


図 3-10 : 積分幾何学的再構成法計算フローチャート

積分幾何学的再構成法
センサ形状:線分(ガウス関数で近似)

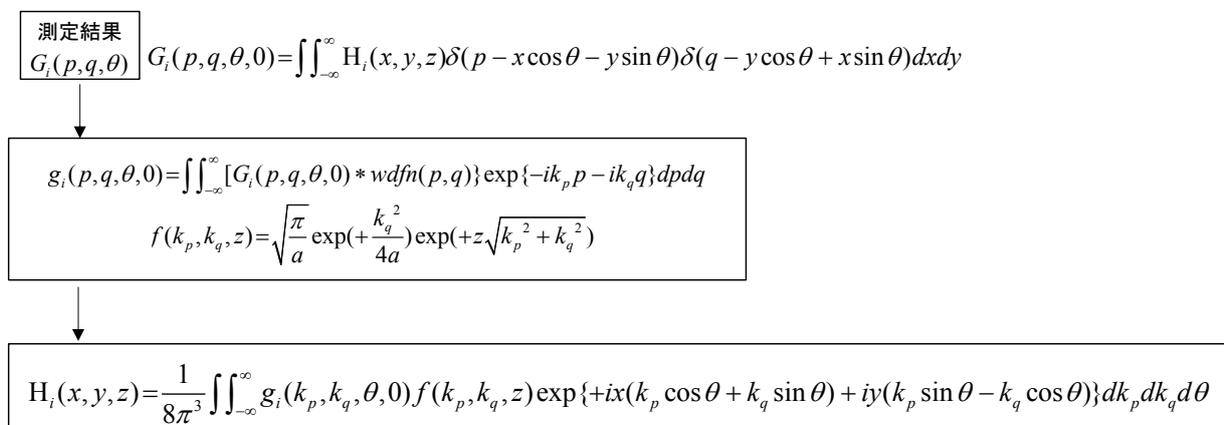


図 3-10 : 積分幾何学的再構成法計算フローチャート

3.3.2 端の不連続性から生じるギブス現象の低減方法について

本サブサーフェス磁気イメージングシステムによって取得した有限範囲の二次元磁場分布をフーリエ変換する際、端部の不連続性がギブス現象を発生させる。ギブス現象とは、連続関数を用いて不連続性を表現できない事に起因するフーリエ級数部分和の変換誤差である。電磁場再構成法では、取得した二次元磁場分布のフーリエ変換に、空間波数、および、対象と測定面の距離を含んだ形の指数関数を掛け算するため、上記のギブス現象による誤差が再構成の過程で増大されるという問題点がある。以上の理由から、不連続点を解消するための手段として、ミラーリング処理および窓関数を用いる。

まず、ミラーリング処理とは、図 3-11 に示すように、取得した二次元データ行列(N×M)に対して、行方向の反転行列、列方向の反転行列、行および列方向の反転行列を連結させた連結行列(2N×2M)を定義することで、フーリエ変換の際に問題となる端部での不連続性を解消させる方法である。しかし、ミラーリング処理を適用した場合、その連結行列は、本来取得されるべき真のデータ行列とは異なるため、再構成処理の過程を経て得られた結果にはミラーリング処理によって生じる誤差の発生にも注意しておかなければならない。

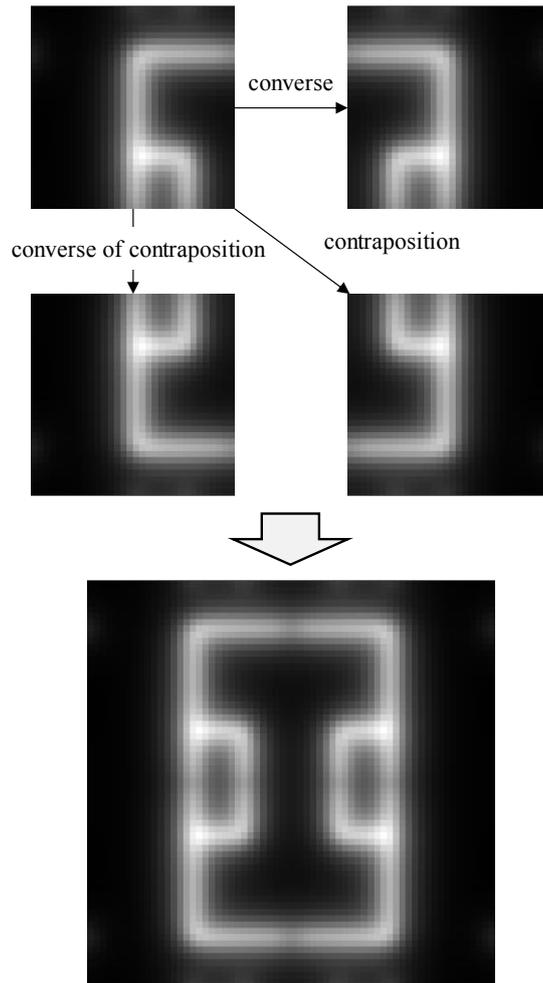


図 3-11 : ミラーリングの概念図

次に、窓関数とは、対象となるデータ配列に対して端部が零に収束するように設計された関数であり、取得した二次元データ配列に実空間上で掛けることで、ギブス現象の影響を抑制する方法である。これまでに様々な画像処理過程に適した窓関数が考案されており、一般的な窓関数としては、ハン窓、ハミング窓、ブラックマン窓等が挙げられる。窓関数は、一般的に、端部では零に収束するような山型の関数である。ここで、電磁場再構成の過程において、窓関数を測定データに掛けることで生じる影響について簡潔に考察する。簡単のために、ハン窓の場合のみについて考察を行う。ハン窓は実空間上で $0.5 - 0.5 \cos(2\pi)$ という形の関数であり、図 3-12(a)で示している。

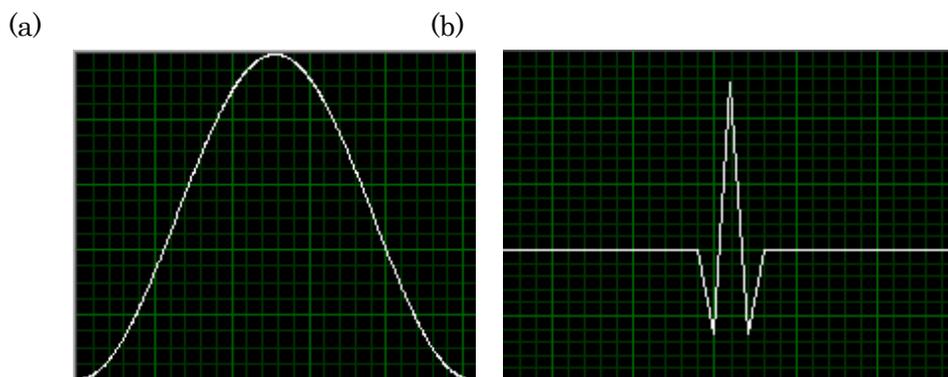


図 3-12 : (a) 実空間上におけるハン窓関数, (b) 波数空間上のハン窓関数

実空間上での掛け算は、フーリエ空間上では畳み込み積分に相当する。よって、波数空間上ではデータ配列のフーリエ変換と窓関数のフーリエ変換の畳み込み積分となり、以下の式で表される。

$$G(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} H_i(k_x - k'_x) w(k'_x) dk'_x \quad \cdots(3-35)$$

一次元のハン窓のフーリエ変換 $w(k_x)$ は図 3-12(b) で表される。ハン窓の場合、図 3-12(b) から分かるように、ハン窓関数のフーリエ変換は、基本周波数 k_0 及び DC 成分のみに値を持ち、それ以外は 0 である。上式の畳み込み積分の計算過程では、離散データの場合で考えると、磁場分布中に含まれる波数成分 k_x を基準として k'_x を基準周波数 (k_0) 間隔で変化させた総和であると解釈できる。ハン窓の場合は以下のようなになる。

$$G(k_x) = H_i(k_x) - 0.5H_i(k_x - k_0) - 0.5H_i(k_x + k_0) \quad \cdots(3-36)$$

$$G(k_x) = \left(\frac{0.5H_i(k_x) - 0.5H_i(k_x - k_0)}{k_0} \right) k_0 - \left(\frac{0.5H_i(k_x + k_0) - 0.5H_i(k_x)}{k_0} \right) k_0 \quad \cdots(3-36)$$

つまり、データ配列のフーリエ級数に対して空間波数の一次変化率の消去に相当すると結論できる。ハン窓の場合には、以上のように考察されるが、他の窓関数に関しては、一次変化率および低次変化率の消去もしくは減衰である。ギブス現象が存在する場合、実空間上の不連続性は波数空間上ではゆるやかな振動となるため、窓関数によりギブス現象を低減することが可能である。窓関数を用いる場合、この空間波数上での低次変化率の減衰を再構成処理の結果に対して考慮しておくべきである。

3.4 本章のまとめ

本章では、本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージングシステムの、ハードウェア、ソフトウェアについてその詳細を述べた。2章にて述べた磁場の基礎方程式の逆解析における入力値となるデータ取得に関するものであり、物体内部の磁場分布、電流密度分布を精密に再構成する上で不可欠となる、ハードウェアの各要素技術について述べた。再構成処理によって得られる画像において、必要とする空間分解能を考慮して、磁気センサと“物体内部における可視化領域”の間の距離を精密に制御する必要がある。また、磁気センサの感度と空間分解能はトレードオフの関係になるため、可視化するデータにおける目標とする空間分解能に合わせて適切なサイズの磁気センサを使用しなければならない。また再構成理論においては、無限に広い領域での磁場の空間分布のデータを、計算の入力値とすることを前提しているが、実際の計測では有限の領域のデータしかとれない。そういった場合に、いかにデータ端の影響を軽減し、精密な画像を再構成するか、その対策法としての窓関数について具体的な事例を述べた。

参考文献

1. T. Miyazaki, T. Yaoi, S. Ishio, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 98, 3 (1991).

4章 物体内部の磁気分布、電流密度分布の可視化実験

4.1 緒言

本章では、各種実験結果について述べる。まず、物体内部の磁性体が残存磁化を持つ場合において、その磁化状態を映像化した実験結果について述べる。これは、物質固有の磁化状態を計測しており、金属の腐食、つまりは、その酸化状態を非破壊で計測することを目的としている。実学的には、コンクリート建造物内部の鉄筋腐食状態の非破壊計測手法の確立への貢献が期待される。次に、プリント基板(PWB:Printed Wire Board)等の金属配線に電流が存在する場合にその二次元電流分布を映像化した実験について述べる¹⁻³。また、渦電流を用いた高導電率部位の映像化を行った実験についても報告する。実際の電子デバイスへ適用した事例についても後述する³。最後に、主要な適用事例であるリチウムイオン蓄電池内部の電流密度分布を映像化した結果について述べる⁴⁻¹⁰。これは、特に、モバイル端末や車載用のリチウムイオン二次電池の非破壊計測手法としての確立が期待される。

4.2 物体内部の自発磁化分布の可視化

強磁性体のような自発磁化が物体内部に存在する場合に、その磁化状態を物体外部から映像化することを目的とする。図 4-1(a)に測定時の配置概略図を示す。磁気検出方向は、図中の z 方向である。図 4-1(b)に示す表面全体が腐食した 2 本の鉄棒を磁石により磁化し、本研究によって開発した再構成理論を用いて、物体内部の鉄棒近傍の磁場分布を再構成する実験を行った。鉄棒の表面より 3 mm 離れた測定面における二次元磁場分布を図 4-1(c)に示す。図 4-1(d)に本再構成法によって再構成した鉄棒表面近傍の二次元磁場分布を示す。鉄棒表面近傍において複雑な磁場分布が形成されていることが分かる。強磁性体である鉄棒芯部に自発磁化が残存しており、その上に常磁性体の赤錆(酸化鉄)被膜が不均一に形成されていることを示している。次に、図 4-2 に、コンクリート構造物にて実際に用いられる鉄筋 D-13 を 2 本、長さ 40 mm に切断して、かぶり厚 13 mm にてコンクリート内部に埋没したテスト試料を測定した結果を示す。図 4-2(a)が測定時の配置概略図である。磁気検出方向は、図中の Z 方向である。図 4-2(b)が埋没した鉄筋であり、図 4-2(c)がコンクリート表面にて測定で得られた二次元磁場分布である。図 4-2(c)から鉄筋の表面状態を判定するのは困難であるが、再構成された二次元磁場分布画像である図 4-2(d)では、鉄筋の表面の形状を正確に特定することができる。本手法の空間分解能は原理的には、磁気センサのサイズに依存する。図 4-1, 図 4-2 においては、0.8 mm × 0.8 mm の磁場検出領域を持つ磁気センサを用いたため、空間分解能は 1 mm となる。以上、本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージングシステムにより物体内部に埋没された自発磁化の空間分布が非破壊映像化できることを示す¹¹⁻¹³。

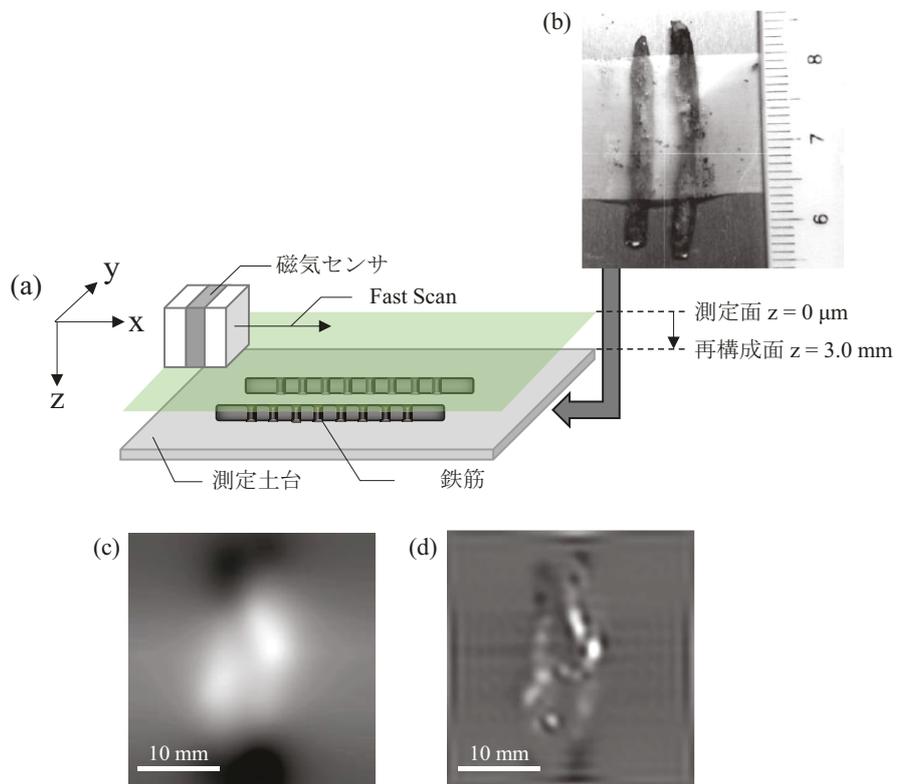


図 4-1 : (b) 腐食鉄筋の光学写真(c)、測定面にて取得した二次元磁場分布、(d) 測定面から 3 mm 離れた位置の再構成二次元磁場分布。

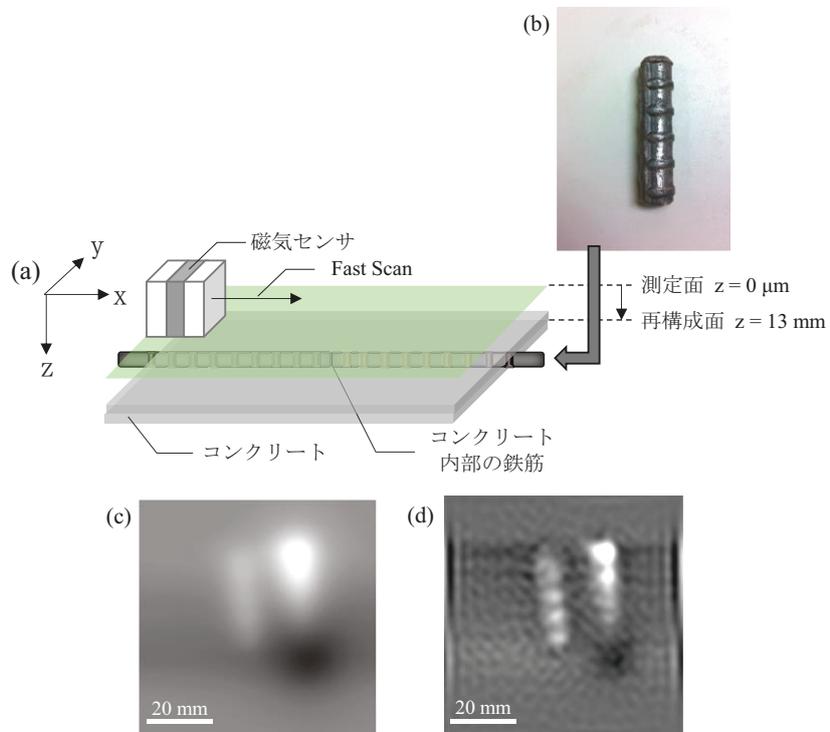


図 4-2 : (b)測定対象の鉄筋(直径 13 mm)の光学写真、(c)測定面で得られた二次元磁場分布、(d) 13 mm 離れた位置の再構成二次元磁場分布¹³。

4.3 金属配線-電流経路可視化

4.3.1 L/S=3/3 μm 配線パターンの映像化実験

磁気センサ素子のサイズと同程度の配線電流の映像化を行った結果を報告する。図 4-3(a)は測定サンプルの光学写真である。Si 基板上に金で、図中にある渦巻き状のパターンを形成した。渦巻き部分の配線幅(Line)と配線間の空隙(Space)はともに L,S= 3.0 μm である。測定時の配置概略図を図 4-3(b)に示す。サンプル上の配線に変調周波数 100 kHz, 10 mA の交流電流を通電した状態で、サンプル表面から 30 μm 程度離れた距離で二次元磁場分布を取得した。測定で得られた二次元磁場分布を図 4-3(c)に示す。得られた測定結果を境界条件として、再構成した電流強度分布を図 4-3(d)に示す。また、図 4-3(d)内の赤線部位のラインプロファイルを図 4-3(e)に示す。図 4-3(a)の配線パターンと図 4-3(d)得られた電流経路パターンが一致しており、また、図 4-3(e)でのピーク間隔は構造上の L,S と概ね同程度である。その微小誤差については、計算上用いる窓関数の影響やノイズカットのための波数領域でのフィルター処理の影響により表れているものと考えられる。本実験により、素子サイズ程度の構造を映像化する場合、検出領域での幾何学的積分の影響が小さいことが示されている。積分幾何学的再構成理論は幾何学的影響を考慮したものであるが、その必要性は素子サイズ以下の構造を持つ分布が対象である場合であり、本実験は素子サイズ程度の空間分布においてはその不要性を確認する実験でもある。積分幾何学的再構成理論の原理検証実験は、4.8 節にて報告する。

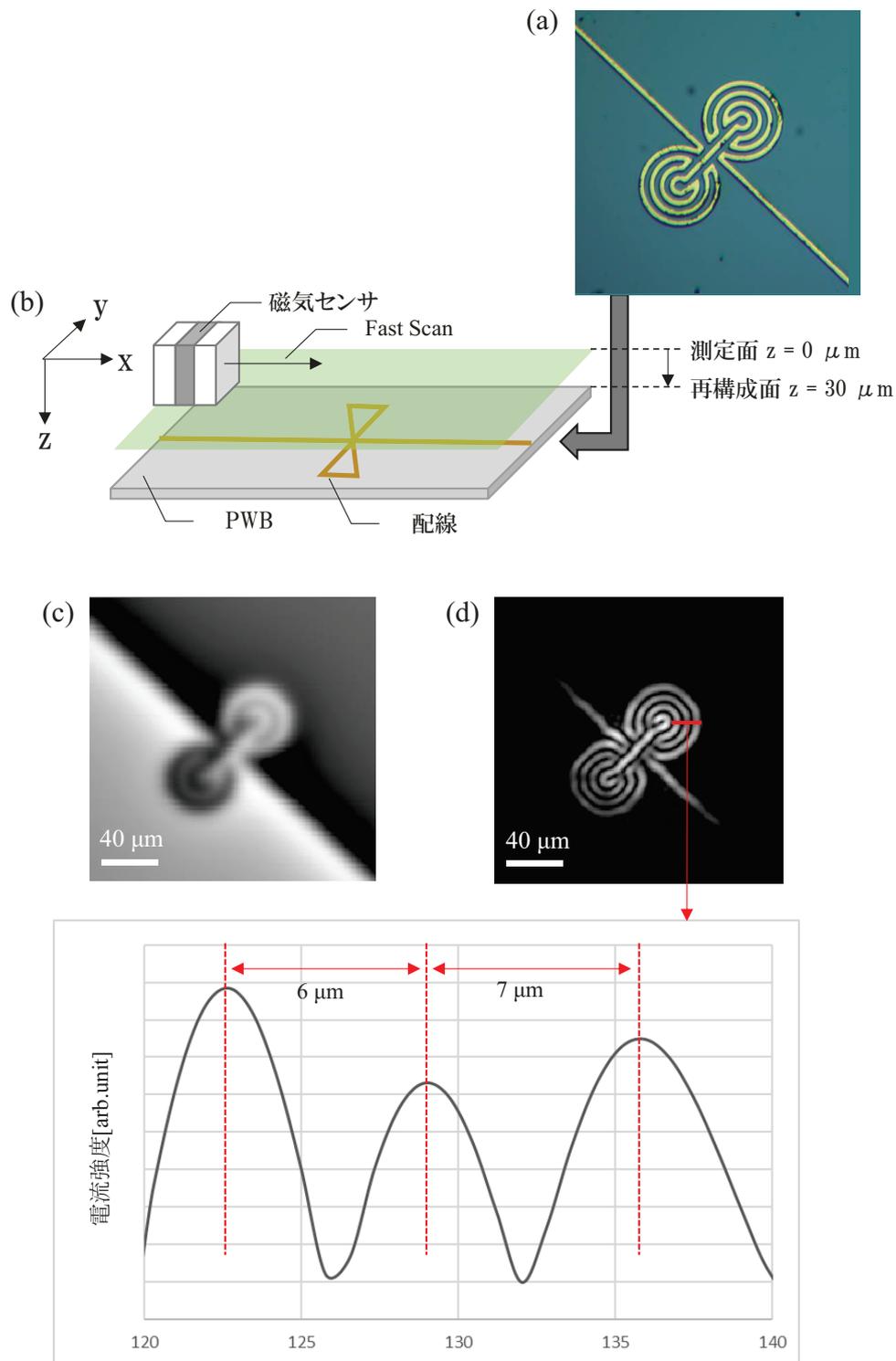


図 4-3 : (a) $L/S=3/3 \mu\text{m}$ の配線パターンの光学写真、(b) 測定時の位置関係概略図、(c) 磁気顕微鏡で取得した二次元磁場分布、(d) 測定面から $30 \mu\text{m}$ の位置で再構成した二次元電流分布³、(e) 図 4-3(d)内の赤線領域のラインプロファイル。

4.3.2 背景磁場の影響軽減効果に関する検証実験

これまでの背景磁場を考慮しない再構成理論と任意の自由空間上に発生源を想定している、つまりは、背景磁場も考慮する本研究の再構成理論(電磁場再構成理論)の差異を明確化するために以下の実験を行った。まず、考慮しない再構成理論についてその詳細を述べる。図 4-4(a)に測定時の配置概略図を示す。本実験では、それぞれ“S”と“L”の配線パターンが存在するプリント基板を測定面で分けられるそれぞれの半空間に配置し、二次元分布測定を行った。磁気センサの有効感受領域は $X:Y:Z=0.8\text{ mm} \times 0.8\text{ mm} \times 10\text{ nm}$ であり、磁気検出方向は図中の Z 方向である。測定面において得られた二次元磁場分布を図 4-4(b)に示す。前述の片方の半空間($+z$ 方向)にのみ発生源があることを前提とした再構成理論にて得られた、再構成面 $z=+5.0\text{ mm}$ における二次元磁場分布を図 4-4(c)に示す。本来、“S”の配線パターン由来の分布が得られるべき図 4-4(c)において、“S”と“L”の配線パターンが混在した状態であることから、再構成面方向とは逆側に存在する、背景側に当たる、“L”の配線パターンの影響が大きく、実際の場合を再構成できていない。また、再構成面 $z=-5.0\text{ mm}$ における二次元磁場分布である図 4-4(d)において、 $-z$ 方向の半空間には発生源は仮定されていないが、空間波数の大きい成分が減衰したゆるやかな場の分布が再構成されている。以上から、“S”と“L”の配線パターンが $+z$ 方向の同一方向に存在するという誤った結果に導かれていることが分かる。これは、再構成の計算プロセス上も予想される結果であり、背景側の影響が大きい場合において、片側の半空間にのみ発生源を仮定する再構成理論では不十分であることを実験的に示している。

次に、背景磁場を考慮する再構成理論について述べる。図 4-5(a)に測定時の配置概略図を示す。先の実験と同様の実験系において、それぞれの半空間に由来する二つの項を仮定した電磁場再構成理論を適用した結果を以下に示す。磁気センサの有効感受領域は $X:Y:Z=0.8\text{ mm} \times 0.8\text{ mm} \times 10\text{ nm}$ であり、磁気検出方向は図中の Z 方向である。図 4-5(b),(c)が $z=0\text{ mm}$ および $z=+1.0\text{ mm}$ の測定面にて取得した二次元磁場分布である。その差分を二次元磁場勾配分布として、電磁場再構成理論の境界条件に用いた。図 4-5(d),(e),(f),(g)が図中のそれぞれの座標における再構成二次元磁場分布である。図 4-5(e),(g)がそれぞれの半空間に存在する基板近傍の二次元磁場分布であり、“S”と“L”の配線パターンから発生する二次元磁場分布がそれぞれ映像化に成功していることが分かる。以上の結果より、電磁場再構成理論は、より一般性の高い再構成理論であることが示された。

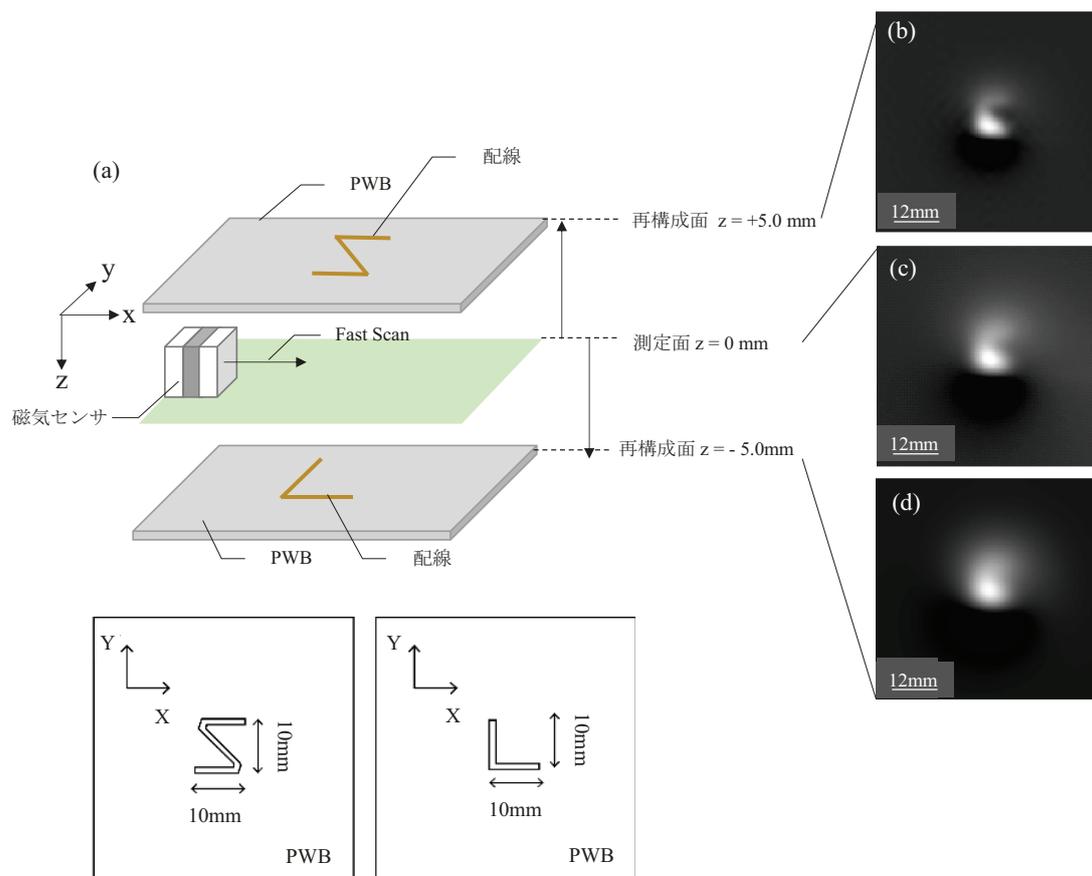


図 4-4 : (a) 測定時の配置概略図、(b) $z = +5.0 \text{ mm}$ における再構成二次元磁場分布、(c) 測定面で得られた二次元磁場分布像、(d) $z = -5.0 \text{ mm}$ における再構成二次元磁場分布。

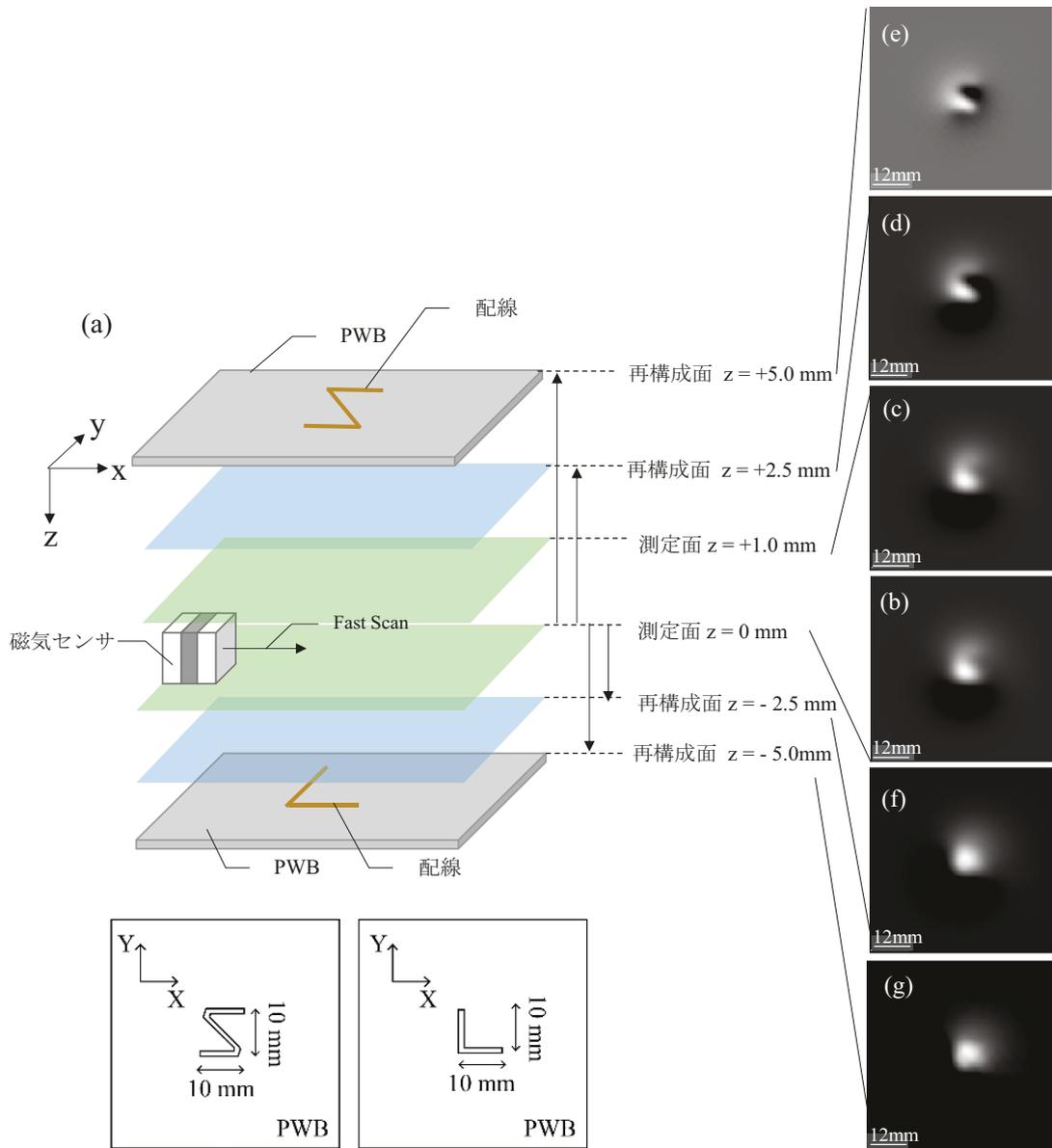


図 4-5 : (a) 測定時の配置概略図、(b) $z = 0$ mm の測定面で得られた二次元磁場分布、(c) $z = +1.0$ mm の測定面で得られた二次元磁場分布、(d) $z = +2.5$ mm における再構成二次元磁場分布、(e) $z = +5.0$ mm における再構成二次元磁場分布、(f) $z = -2.5$ mm における再構成二次元磁場分布、(g) $z = -5.0$ mm における再構成二次元磁場分布¹。

4.3.3 磁場の透過性を利用した金属直下の電流分布映像化実験

一般的に金属直下に存在する場合、様々な物理量の非破壊計測は困難となる。これは、光学的手法は遮蔽の影響が大きく、サーモグラフィ等の熱を用いた手法は金属部位での拡散速度が大きいためである。金属直下に電流経路が存在する場合に、その電流経路を映像化することを目的として以下の実験を行った。図 4-6(a)が実験時の光学写真である。プリント基板上に厚さ 20 μm 程度のアルミ箔が存在する状態で、アルミ箔直下に存在する電流由来の二次元磁場分布の取得を行った。図 4-6(b)に実験時の配置概略図を示す。測定面はサンプル面から 1.0 mm の距離に設定した。磁気センサの有効感受領域は X:Y:Z=0.8 mm \times 0.8 mm \times 10 nm であり、磁気検出方向は図中の Z 方向である。図 4-6(c)が金属直下の配線パターンの光学写真である。配線パターンには図 4-6(c)のように欠陥部位を導入した。基板上の配線に 100 mA - DC の電流を印加した状態で二次元磁場分布を取得した結果が図 4-6(d)である。再構成によって得られた基板上的二次元電流分布を図 4-6(e)に示す。欠陥部位で配線上を迂回していることが確認できる。¹以上の結論から、金属に対する磁場の透過性のために、金属直下にある二次元電流分布の映像化が可能であることが実験的に示された。交流電流の場合は、後述の渦電流の発生により周波数に依存した遮蔽の影響が表れるが、金属の透過距離と周波数の積で決定される渦電流強度が無視できる程度に小さい場合には、交流電流の映像化も可能である。渦電流強度に関する考察は 4.6 節において考察する。

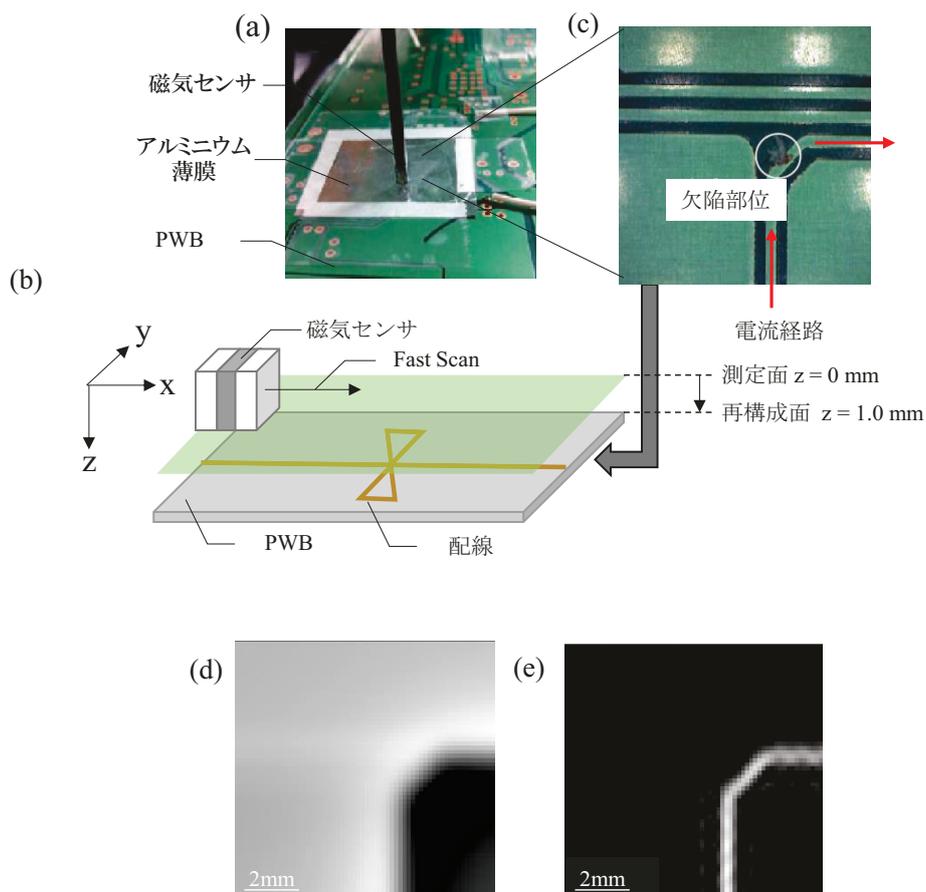


図 4-6 : (a) 測定時の外観光学写真、(b)測定時の配置概略図、(c) 金属下に存在する配線パターン写真、(d) 測定面で得られた二次元磁場分布、(e) 再構成で得られた二次元電流分布像¹。

4.3.4 実デバイスへの応用 - LED デバイス内部の電流経路映像化実験

次に青色 LED チップの測定を行った結果について報告する。本実験は、正常動作品とリーク電流有品について、その電流経路像の差異を映像化することを目的とした。測定を行った青色 LED チップの光学写真を図 4-7(a),(b)に示す。図 4-7(a)が正常動作品、図 4-7(b)がリーク電流有品の光学写真である。立ち上がりを中心に 70 mAp-p 程度、1 kHz で交流電流を加えて測定を行った。図 4-7(a), 図 4-7(b)にて青枠で示す箇所で、サンプル表面から 100 μm 程度離れた距離にて二次元磁場分布計測を行った。測定結果から求めた電流経路像を図 4-8(a), 図 4-8(b)に示す。正常動作品と比較して、リーク電流有品は図 4-8(b)中の白丸で示す箇所に電流密度の異常が見られ、リーク箇所の特定に成功している。

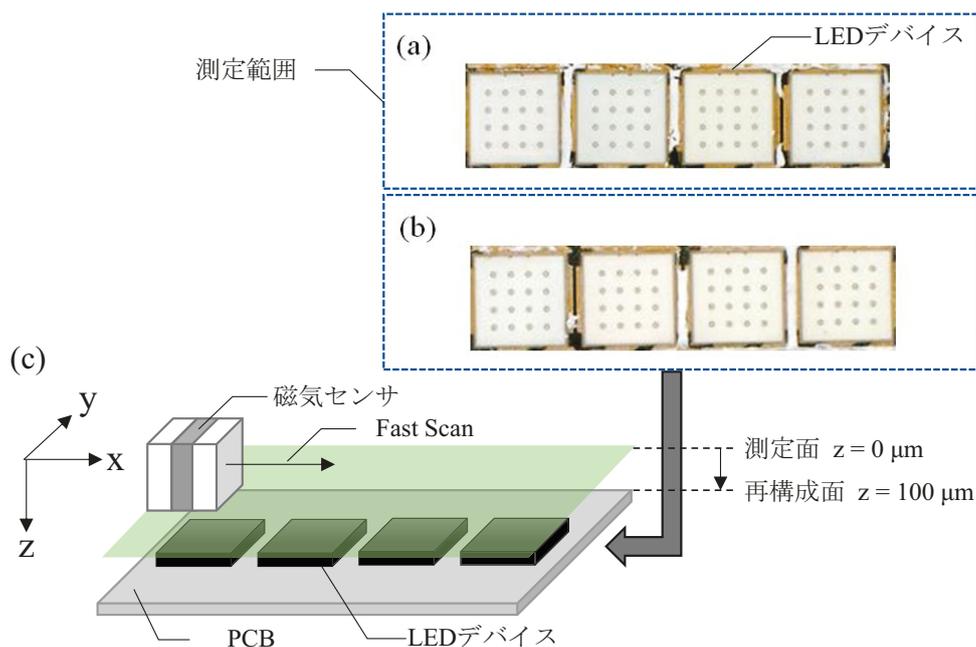


図 4-7 : (a) LED デバイス正常品の光学写真、(b) LED デバイス異常品の光学写真、(c) 測定時の配置概略図。

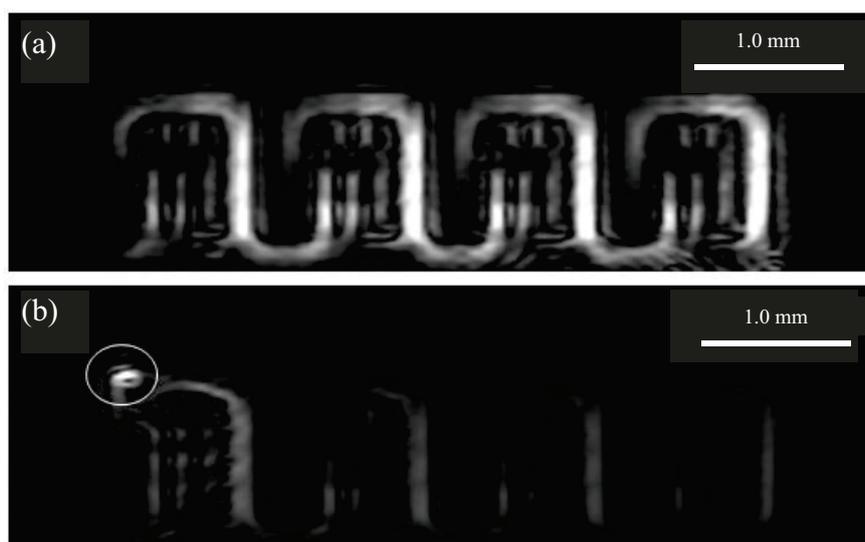


図 4-8 : 再構成によって得られた LED チップ内部の電流経路像³。

4.4 蓄電池内-電流経路可視化

リチウムイオン蓄電池は大容量のエネルギー貯蔵デバイスとして期待され、近年、各種モバイルバッテリーや車載用として実用化されている。一方で、その容量の増大は、危険性の増大という問題を内包しており、爆発事故による物的被害および人的被害が報告されている。爆発までに至る経緯については、針状結晶の内部成長や異物混入による副反応の発生などが示唆されているが、完全な解明には至っていないのが現状である。本研究で開発した磁気イメージング法をリチウムイオン蓄電池の電氣的挙動を考慮した形で適用し、内部の電流密度分布およびその異常箇所を映像化した事例をここで報告する。リチウムイオン蓄電池は、正極集電箔、正極活物質、セパレータ、負極活物質、負極集電箔という材質で構成される平行平板構造である。内部のキャリアであるリチウムイオンは満足すべき輸送方程式に基づいて各層で移動し、活物質層において活物質と結合(挿入)することで生じるギブスエネルギー変化を起電力とすることでその機能を担っている。蓄電池の電氣的挙動を調べる手段として、一般的にナイキストプロットと呼ばれる手法が用いられる。ナイキストプロットでは、蓄電池に対して交流電圧を印加した状態でその周波数を掃引し、その複素インピーダンスを周波数ごとに縦軸が虚数部分、横軸が実数部分となるようにプロットする。ナイキストプロットは、キャリアの拡散抵抗や各層間の接触抵抗、層内部の電気抵抗等、その他の膨大な内部情報を含めてその形状が決定されることになる。しかし、ナイキストプロットを含む各種計測結果から内部情報を一義的に逆解析することは、膨大な未知パラメータが存在するために困難である。そのため、簡易的な等価回路として蓄電池内部を表現することで、その内部情報の部分的な抽出が試行されている。本研究では、内部抵抗の増大や漏洩電流の増大を検出するという目的で、蓄電池に対して磁気イメージング法を適用する際に、試行的な等価回路に基づいた最適な検出手法の考案および実証を行ったのでその結果を報告する。

リチウムイオン蓄電池についてのナイキストプロットの一般的な結果では主に二種類の円弧が検出されるが、各構成要素に対する負荷試験を行うことで発生するプロットに現れる一連の形状変化から、それぞれの円弧は正極および負極由来であると考察されている。以上の先行研究を考慮し、正極および負極部分を単純な RC 並列回路を直列接続し、漏洩電流の原因となる漏洩抵抗を並列に接続することで、試行的な等価回路とする。本研究で比較的単純な等価回路で表現している理由としては、膨大なパラメータから生じる実験結果の煩雑性を表現することを目的として、等価回路のパラメータを増大もしくは複雑化させることが一定の成果を挙げる可能性もあるが、恣意的なパラメータの増大は発生する事象との乖離の原因とも成りうるためである。以上の等価回路を一つの空間要素として定義し、RC パラメータの異なる空間要素を並列接続することで空間分布を表現する。以上の定義を図 4-9 に示す。最終的には、空間分布を反映する内部抵抗および漏洩抵抗をそれぞれ求めることが目的となる。各空間要素の起電力は、ネルンスト式に従って標準反応ギブスエネルギーと反応に関与する物質の活量に依存する。活量は物質濃度と活量係数の積で表現されるため、充電深度、つまりは、反応進行度によって起電力が変化することになる。また、内部抵抗も充電深度によって変化すると考えられる。これは、活物質内部にリチウムイオンが挿入されることで電子伝導に寄与するためである。

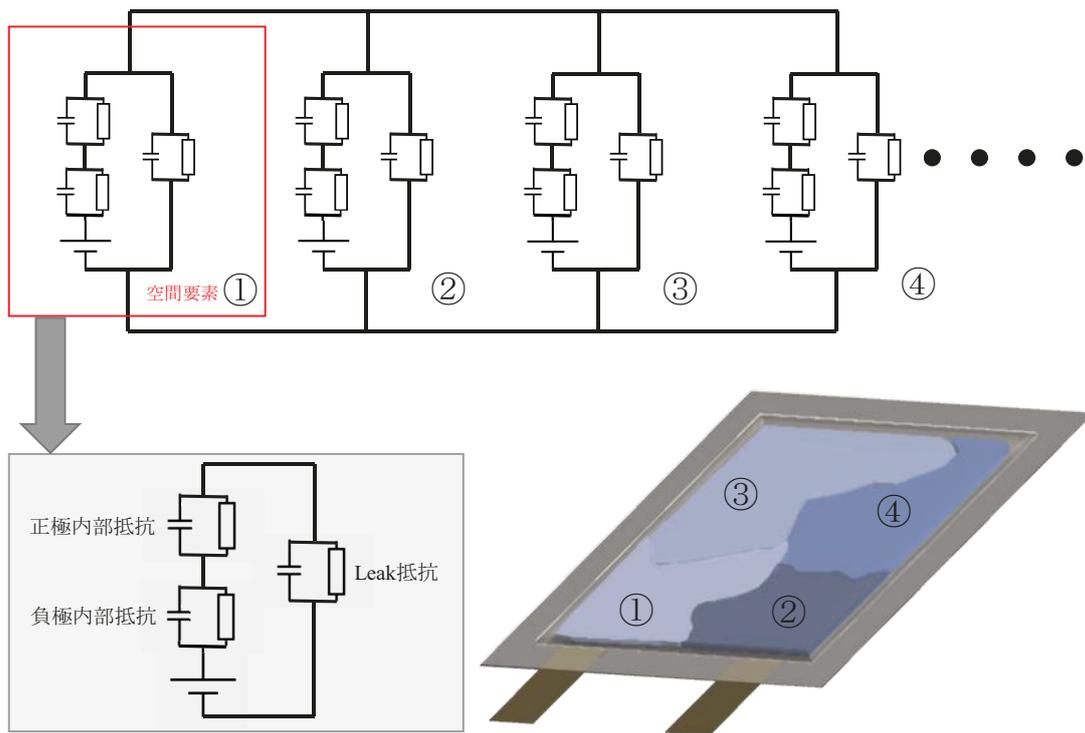
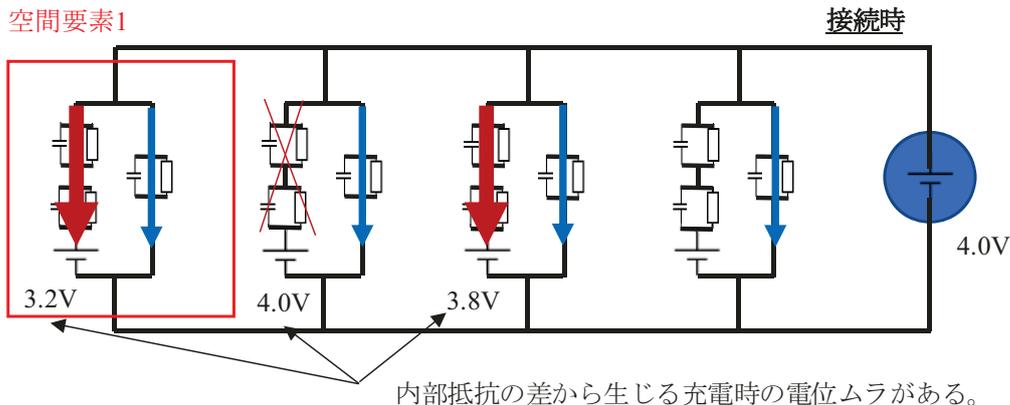


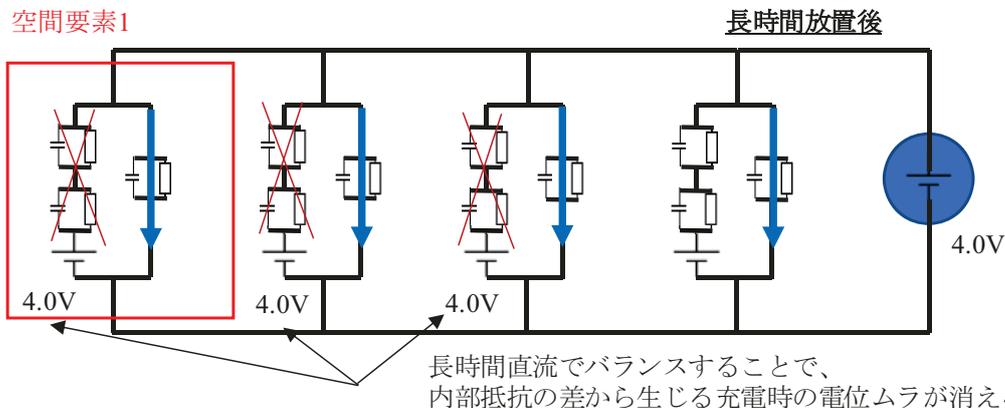
図 4-9：蓄電池内部の等価回路と空間要素の模式図

ここで、空間要素毎に内部抵抗および漏洩抵抗が異なる場合について、漏洩抵抗のみを検出する方法を述べる。空間的に内部抵抗が異なることが原因となり、充電もしくは放電時に内部抵抗とは反比例する形で充電深度にも差異が発生し、結果として起電力の空間的な分布が形成されることが予想される。起電力の空間分布が形成された状態で、図 4-10 のように直流電源を接続し、電圧一定(CV)モードにした場合、漏洩抵抗部分に発生する電流に加えて、充電深度の浅い部位を充電するための電流が発生する。起電力の空間分布が解消されるまで CV モードで放置したと仮定すると、最終的に残存して平衡状態にある電流強度が漏洩抵抗由来の電流強度であると推察される。また、その CV モード放置時間は、蓄電池の理論容量や内部抵抗に依存する。当手法によって、漏洩抵抗を評価することが可能であり、CV モード平衡状態にある蓄電池に対して磁気イメージング法を適用することで、漏洩抵抗の異常部位を映像化可能である。しかし、市販レベルのリチウムイオン二次電池において、何らかの不良因子の存在する蓄電池でも、漏洩電流密度が 1 nA/mm^2 以下になる場合も多い。そのような場合、 $\text{sub-pT}/\sqrt{\text{Hz atDC}}$ の検出精度を持つ磁気センサを約 1 mm 程度の距離にまで近接させることが要求される。本研究で開発した磁気イメージング装置では、磁気センサの感度が不十分であるため、上記の電流強度の場合、検出不可能である。次項の測定結果にも結論するが、漏洩抵抗変化と内部抵抗変化には一定の相関が見られる。これは、漏洩抵抗の変化部位では、金属などの導電体が正負極間に偏在していることを想定すると、キャリア輸送の阻害も同時に発生させることを意味しており、次項の内部抵抗変化部位の映像化手法で空間情報の抽出を行う。



内部抵抗の差から生じる充電時の電位ムラがある。

CC-CVモードで充電後、図のように直流電源を接続し、長時間放置する。



長時間直流でバランスすることで、内部抵抗の差から生じる充電時の電位ムラが消える。

内部の電位ムラがなくなるまで、長時間放置すれば、内部抵抗の影響が無視できる。

純粋なリーク電流を測定可能。

図 4-10：漏洩抵抗を抽出する説明図

次に、内部抵抗のみを検出する方法について言及する。ここでは、起電力相当の直流電圧に適切な交流電圧を重畳した波形の電圧を蓄電池に対して印加する。起電力相当の直流電圧は内部の充放電を進行させないことを目的としている。通常、充放電に関与する内部抵抗は漏洩抵抗よりも十分に小さいことから、蓄電池に対して交流電圧を印加した場合、内部抵抗由来の電流が支配的になる。また、内部抵抗と並列に挿入された、キャリア輸送の際の位相遅れを表すキャパシタンス項が存在することから、交流電圧を印加する場合、各空間要素のインピーダンスに注目することが重要となる。仮に、ある空間要素にキャリアの移動を阻害する要因が存在したとすると、内部抵抗およびキャパシタンスが変化することが想定され、その空間要素のインピーダンスは変化する。インピーダンス変化が発生した部位を効率的に検出するためには、位相に配慮して測定を行う必要がある。ここでの効率性とは、シグナル中に多数の寄与が存在しうる状態で、検出を行うべき対象に割り当てられる AD 変換の際の bit 分解能の事を指す。例えば、シグナルを取得する際に、位相を抵抗成分に合わせる、つまりは、電圧印加源と同位相にしたと仮定すると、各空間要素に存在するキャパシタンス項はシグナルに寄与しないことになる。つまりは、等価回路上のそれぞれの内部抵抗のみに由来したシグナルが検出され

る。先の仮定の通り、異常部位にインピーダンス変化がある場合には、正常部位の抵抗成分とインピーダンス変化部位の抵抗成分の両方がシグナルに含まれることになる。インピーダンス変化部位の空間的領域が小さい、且つ、変化量が小さい場合には、シグナル中に含まれるインピーダンス変化部位の寄与が小さいため、その検出は困難となる可能性が高い。以上のような結論を回避するために、インピーダンス変化部位を検出する上で最適となる検出位相は、正常部位に発生する電流の位相に対して 90° 遅れとなる位相である。この最適位相では、正常部位に発生する電流由来の信号は検出されず、インピーダンス変化部位に発生する電流由来の信号のみが検出されるはずである。実際の計測に際しては、蓄電池のインピーダンスの空間分布は不明であるが、蓄電池内の全電流が集中する導入端子付近で検出される信号が最小となる位相に設定することで上記に述べた最適位相付近に調整可能である。これは、蓄電池内部の全電流強度に対して正常部位に発生する電流強度が支配的であると仮定から、導入端子付近の電流由来の信号は正常部位と同位相付近で極大点、その 90° 遅れの位相付近で極小点を持つと考察できるためである。以上の考察に基づいて位相を調整することで、インピーダンスの変化が生じた異常部位の特定を行った結果について次項で報告する。

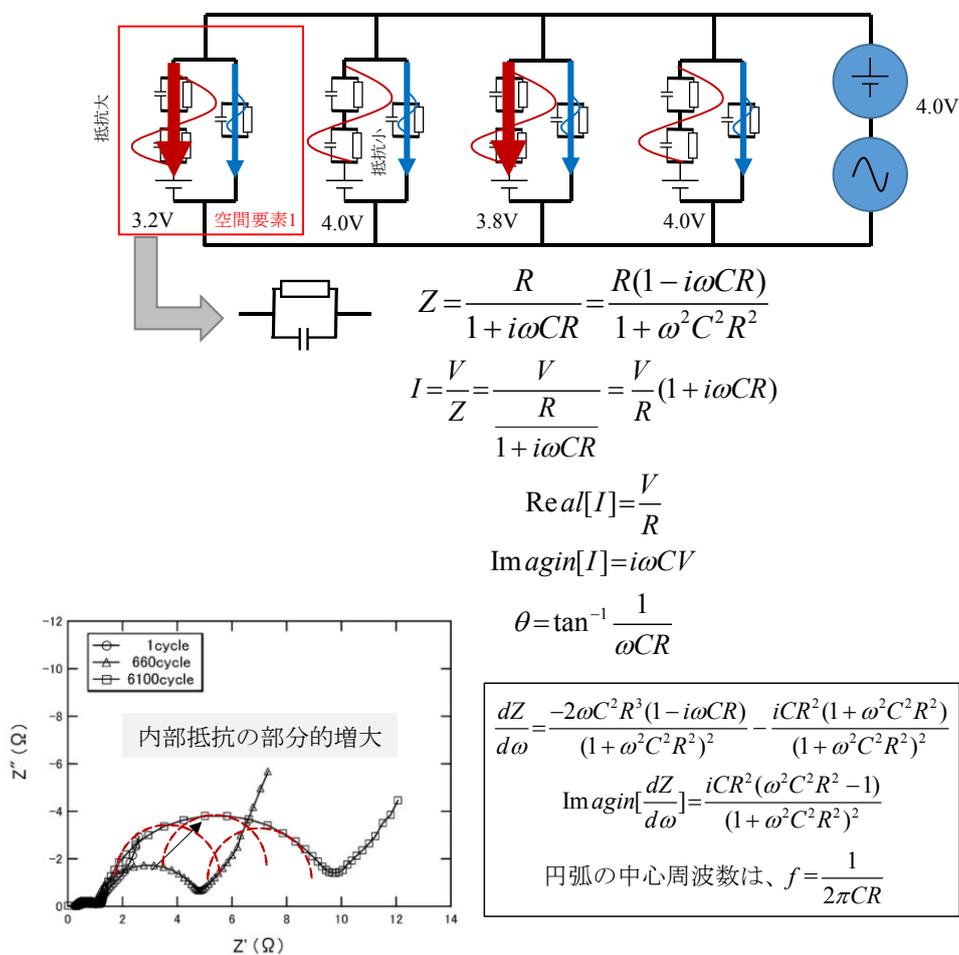


図5 解析用フルセルの内部抵抗 (ナイキスト線図)
Fig. 5 Nyquist plots of degraded full cell

Rが大きくなると、容量性の電流が支配的になる。つまり、位相が変化する。



内部抵抗増大部位は位相が変化する。位相に着目してイメージングを行うことで内部抵抗増大部位のみを。

図 4-11：内部抵抗変化を抽出する説明図

4.5 測定結果と考察

4-5 節で考察した漏洩抵抗評価と内部抵抗変化部位の映像化を行ったので、その実験結果を以下で報告する。対象のリチウムイオン蓄電池はラミネート型の単層電池であり、光学写真を図 4-12 に示す。その内部構造を以下に記載する。

構造(μm)	Al(100)—LiCoO ₂ (100)—EC+DEC—C(100)—Cu(100)
負極活物質比率	Graphite:CB:PVdF=85:15:3
正極活物質比率	LiCoO ₂ :CB:PVdF=87.2:10:2.8
電極サイズ	50 mm × 50 mm
理論容量	40 mAh

まず、長時間 CV モードによる漏洩抵抗評価の結果を図 4-13 に示す。測定系としては、直流安定化電源を用いて通電を行い、直列に 10Ω の基準抵抗を挿入して、その両端の電圧を AD 変換器によりモニタリングすることで電流値の測定を行った。横軸が時間、縦軸が漏洩電流である。条件として、3.6 V - CV 一定モードで通電時間は 4000 秒程度である。最終的に 100 μA 程度に収束しており、これが漏洩電流強度であると考えられる。面積で規格化すると、漏洩電流密度は 40 nA/mm² である。

次に、内部抵抗変化部位由来の磁場信号の映像化を行った。通電条件は、出力インピーダンスが 50 Ω で、5 Hz, 5 Vp-p の交流電圧に 3.6 V の直流電圧を重畳した波形を蓄電池に対して出力した。交流電圧のリファレンスの立ち上がりトリガーとして、ロックイン検波を行い、トリガーに対して位相が 0° と 90° の成分を検出するように測定系を構築した。検出した位相での二次元磁場分布を図 4-14 に示す。図 4-14(a),(c) は出力電圧と同位相であるから H_x および H_y の抵抗性由来の信号、図 4-14(b),(d) はその 90°ズレの成分であるから H_x および H_y の容量性由来の信号である。次に、4-5 節に考察したように、電流密度が集中する集電タブ付近の強度が最小になるように位相を調整するため、上記の検出位相において取得した二次元磁場分布を用いて、デジタル信号上で位相を自動調整するプログラムを作製し、位相調整後の二次元磁場分布を図 4-15(a),(b) に示す。図 4-15(a) は H_x の二次元磁場分布であり、図 4-15(b) は H_y の二次元磁場分布である。

4-5 節の考察通り、図 4-14(a),(b) に示される抵抗由来の分布では、全体の信号に対して変位部位の信号が小さいために、異常部位の検出が困難である。位相調整後の図 4-15(a),(b) では、内部抵抗変化が発生している部位由来のみが寄与するため、図中左下の集電タブ付近に電流密度の増大が観測されており、内部抵抗増大部位の特定に成功している。また、導電率再構成後の結果を図 4-15(c) に示す。これは、複素導電率上の特定位相の二次元分布に相当するが、異常部位において極大値を示している。実際の蓄電池を非破壊で計測可能な手法は非常に少なく、蓄電池の性能に直結する内部抵抗の異常部位を特定、映像化することに成功した世界初の事例であると考えられる。

[測定条件]

動作ステージ	ステッピングモータ
測定範囲	80mm × 80mm
ピクセル数	32 × 32
一点当たりの積算時間	10 sec / point
磁気センサ	磁気インピーダンス素子

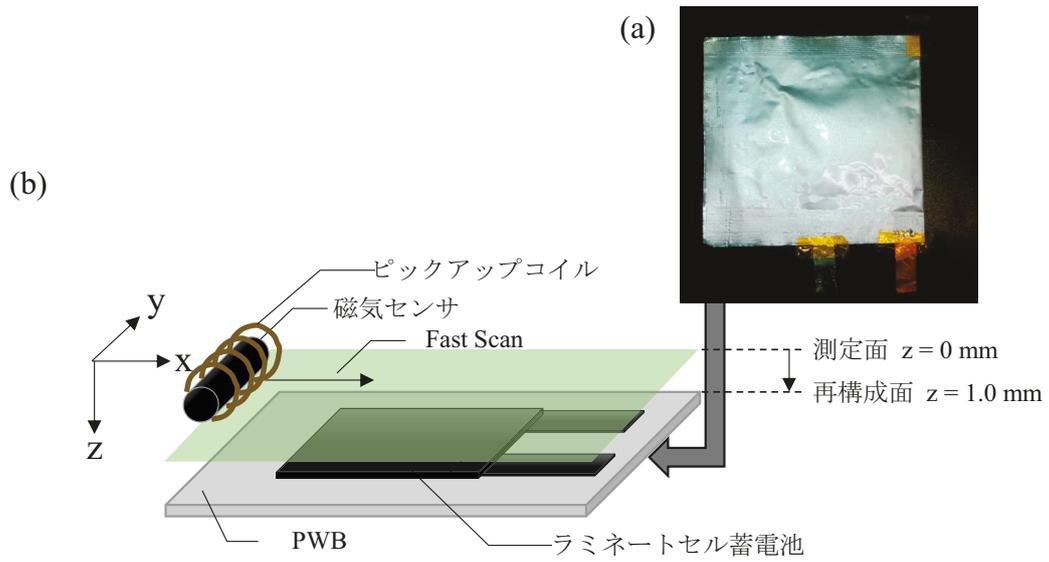


図 4-12 : (a) 測定対象である蓄電池の光学写真、(b) 測定時の配置概略図。

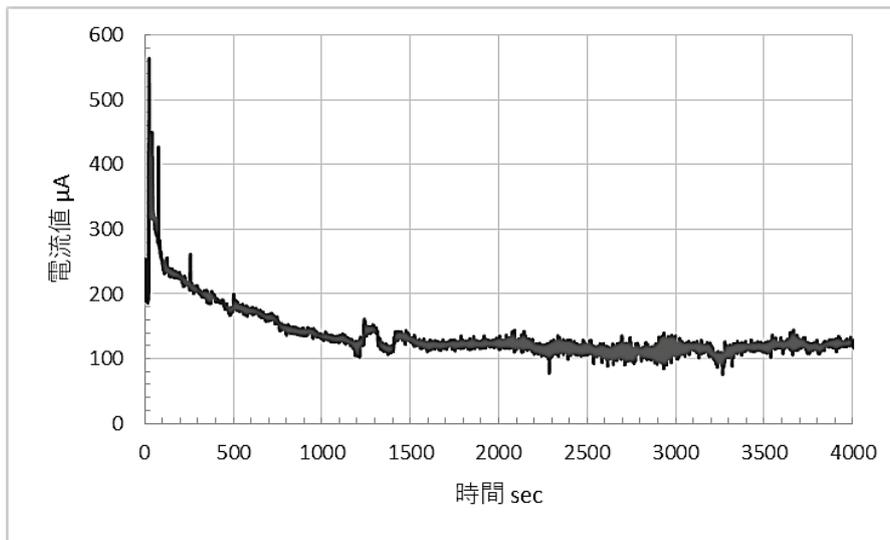


図 4-13 : 漏洩抵抗の評価 - 長時間 CV モード結果

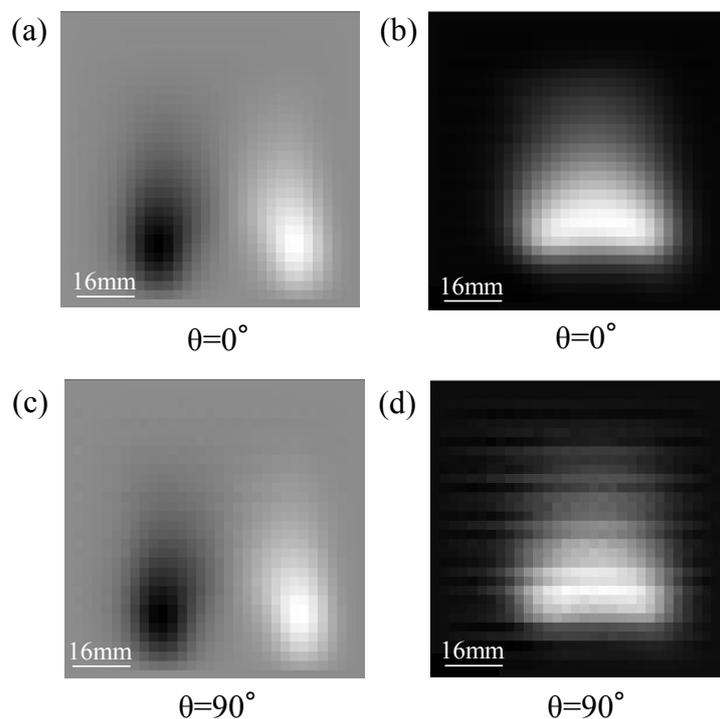


図 4-14：交流電源と同位相および 90° ズレの磁場信号を検出

(a) H_x の抵抗性由来の二次元磁場分布、(b) H_y の抵抗性由来の二次元磁場分布、(c) H_x の容量性由来の二次元磁場分布像、(d) H_y の容量性由来の二次元磁場分布。

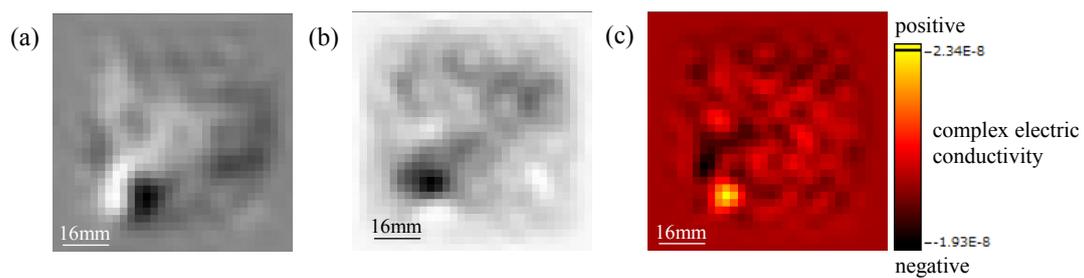


図 4-15：位相調整後、内部抵抗変化部位由来の磁場信号を検出

(a) H_x の二次元磁場分布像、(b) H_y の二次元磁場分布、(c) (a),(b)を境界条件として得られた導電率再構成後の二次元導電率分布

4.6 渦電流-電流経路の同時可視化実験

4.6.1 渦電流の発生と測定手法

金属中の磁場の伝搬に関して議論するため、 $z=0$ から Z に関して正の方向に、 XY 方向に関しては分布を持たない、導電率 σ の領域が存在すると仮定する。

$$-\Delta H_z = -\sigma\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad \cdots(4.1)$$

$Z=0$ における境界条件として XY 方向のフーリエ変換を $\tilde{H}_z(k_x, k_y, 0) = \tilde{A}(k_x, k_y, 0)$ とすると、以上の微分方程式から得られる $+Z$ 方向に関する伝搬方程式は、次式となる。

$$\tilde{H}_z = \tilde{A}(k_x, k_y, 0) \exp(-z\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + i\omega\sigma\mu}) \quad \cdots(4.2)$$

XY 方向に関して一様な磁場の場合には、

$$\tilde{H}_z = \tilde{A}(0) \exp(-z\sqrt{i\omega\sigma\mu}) \quad \cdots(4.3)$$

結論として、次式が導かれる。

$$\tilde{H}_z = \tilde{A}(0) \exp(-z\sqrt{\frac{i\omega\sigma\mu}{2}}) \exp(-iz\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}) \quad \cdots(4.5)$$

Z 方向への伝搬に関して、高導電率部位で強度の減衰および位相変化が生じる事が分かる。また、 $z_s = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}$ なる Z 座標は遮蔽深さと定義される。例えば、銅の場合、以下の通りである。

$$\sigma = 5.76 \cdot 10^7 \text{ [A} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}] \quad \cdots(4.6)$$

$$\mu = 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ [V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}] \quad \cdots(4.7)$$

$$\begin{aligned} z_s &= \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \cdot 5.67 \cdot 10^7 \cdot 1.26 \cdot 10^{-6}}} = 0.066 \cdot \frac{1}{\sqrt{f}} \text{ [m]} \\ &= 66 \cdot \frac{1}{\sqrt{f \text{ [Hz]}}} \text{ [mm]} \end{aligned} \quad \cdots(4.8)$$

実際には、渦電流の励磁源となる印加磁場に XY 方向の分布がある場合、上記の指数関数内部に XY 方向の空間波数が存在するため、減衰率および位相変化率は大きくなる。

4.6.2 基板上の簡易配線パターンへの適用 - 測定結果と考察

測定サンプルの SIM(Secondary Ion Microscopy)像および測定時の配置概略図を図 4-16(a),(b)に示す。シリコン基板上の金配線(厚み= 10 μm程度)に対して、100 kHz,200 mAp-p の交流電流を通電中に、2 MHz の交流磁場を渦電流励起用コイルから発生させた状態で、測定サンプル表面から 50 μm程度の距離にて二次元磁場分布測定を行った。測定サンプルの金配線は渦巻き状のパターンを形成しており、L/S(Line/Space)は、30 μm/30 μm である。2.6 節より励起用コイルの磁束密度は、磁気センサ付近にて 0.12 mT 程度である。それぞれの周波数によってロックイン検波を行う検出系を組み、渦電流と通電電流を周波数帯域上で分離することで、同時に二次元磁場分布を取得した。測定によって得られたそれぞれの二次元磁場分布を図 4-16(c),(d)に示す。図 4-16(c)を境界条件として、再構成した電流密度分布を図 4-16(e)に示す。電流強度分布および渦電流像が、配線構造と一致しており、それぞれ目的の映像化に成功している。

ここで、本測定での渦電流強度について考察する。(4-8)式および励起用コイルの磁束密度から、サンプル表面付近での渦電流強度は次式のように考察される。

$$|\tilde{H}_{eddy}| = 0.12 \times \left(1 - \exp\left(-\frac{10}{46.7}\right) \right) = 23 [\mu\text{T}] \quad \dots(4-9)$$

また、同様の測定条件で、トンネル磁気抵抗効果素子(約 1 nT / $\sqrt{\text{Hz}}$ at 2 Mhz)を用いた場合の検出可能な金属厚みを算出すると、次式のように結論できる。

$$(\text{約 } 1 \text{ nT} / \sqrt{\text{Hz}} \text{ at } 2 \text{ MHz}) \quad \dots(4-10)$$

ただし、4-10 式は測定面からサンプル表面の距離が磁界の距離減衰が無視できる程度に小さい場合であることに注意する。距離減衰に関しては、サンプル構造由来の空間波数に依存するので議論しないものとする。サンプル面と測定面の距離に応じた減衰を考慮すると、検出可能な金属厚みは 4-10 式よりも大きくなる。

[測定条件]

動作ステージ	ステッピングモータ
測定範囲	600 μm × 600 μm
ピクセル数	64 × 64
一点当たりの積算時間	1 sec/point
磁気センサ	トンネル磁気抵抗効果素子

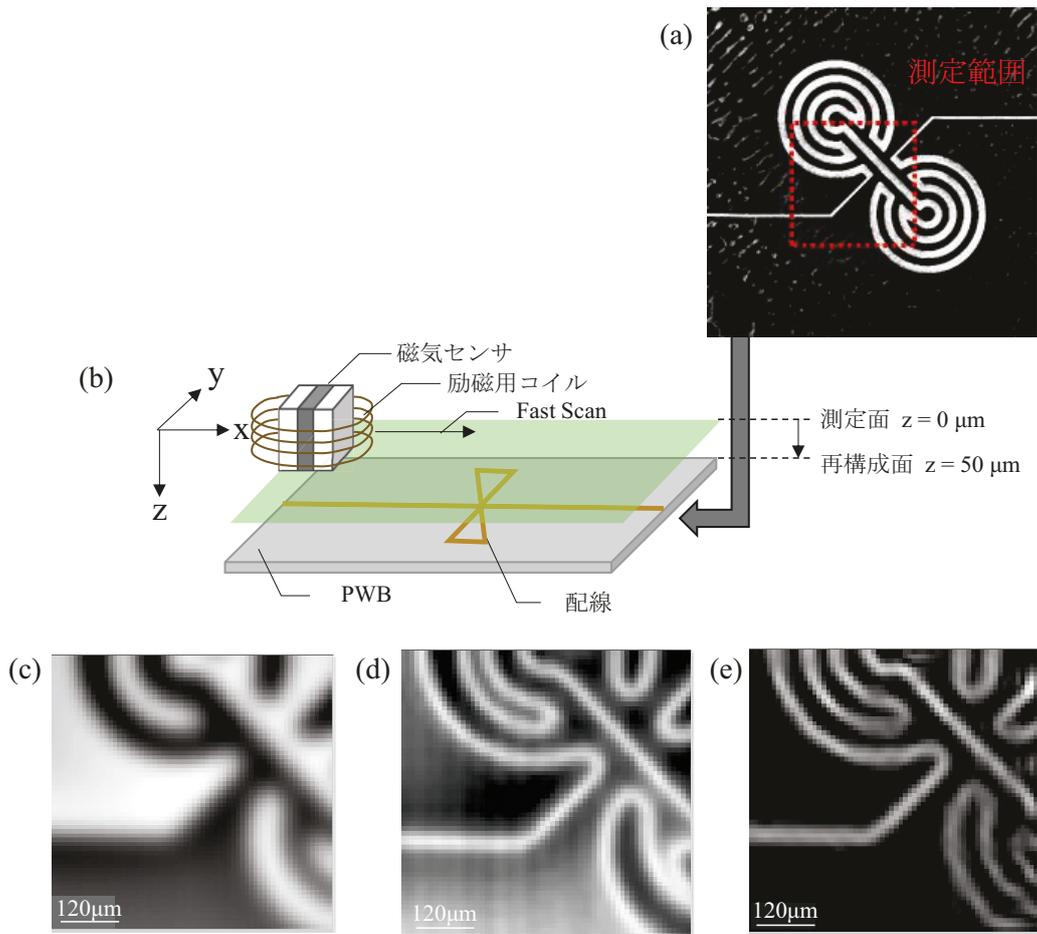


図 4-16 : (a) 測定サンプルの SIM 像、(b) 測定時の配置概略図、(c) 測定面での通電電流由来の二次元磁場分布、(d) 測定面における渦電流由来の二次元磁場分布、(e) 図 4-16(c) を境界条件として再構成で得られた二次元電流分布。

4.7 電子回路基板の映像化実験

図 4-17(a)に実験時の配置概略図を示す。トンネル磁気抵抗効果素子を中心に添えて設置したコイルにて 400 kHz の交流磁場を加えており、図 4-17(b)の光学写真中ピンク色の配線に 200mA-DC を通電した状態で、二次元磁場分布測定を行った。測定面はサンプル表面から 1.0 mm 離れており、図 4-17(a)の再構成面における渦電流由来の二次元磁場分布を図 4-17(b)、二次元電流分布を図 4-17(c)に示す。図 4-17(b)において、配線部位のみではなく、ビアホールなども含めた導電率の高い金属部位が映像化されている。また、図 4-17(c)では、電圧を印加した配線パターンに沿った電流経路が映像化されていることが分かる。

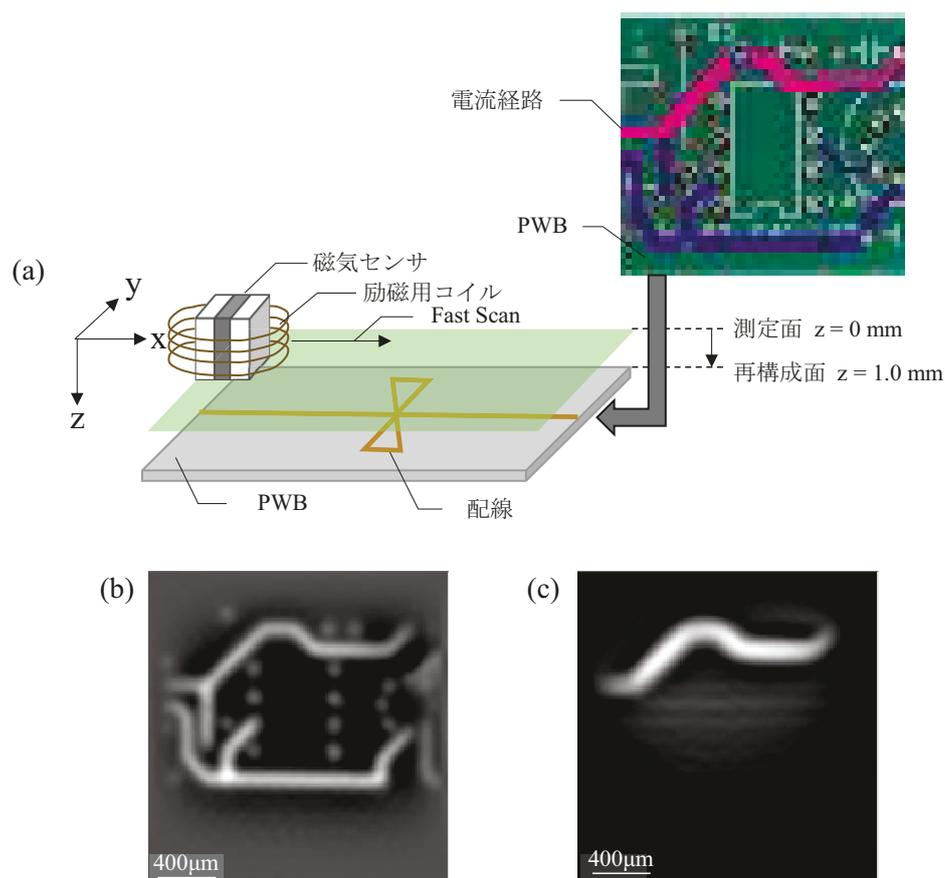


図 4-17 : (a) 渦電流由来の二次元磁場分布像(右上に測定基板の光学写真)、(b) 基板上の二次元電流分布像(光学写真中のピンク色のパターンに電流が存在している)⁴。

4.8 積分幾何学的再構成理論 - 実験

まずは、積分幾何学的再構成法⁴を用いない場合、つまり、通常の XY -scan で得られる一連の結果を図 4-18 に示す。測定試料には、各辺が 5.0 mm の“コの字型”電流経路を用い、試料に対して 400 mA-10 kHz の交流電流を加え、交流磁場を発生させた状態で磁場分布測定を行った。図 4-19(a)は磁気センサが測定対象に比べて小さい時に得られた実測の磁場分布像である。図 4-18(a)では、約 1 mm 程度のサイズのトンネル磁気抵抗効果素子を磁気センサとして用いた。図 4-18(b)は磁気センサが測定対象に比べて大きい時に得られた実測の磁場分布像である。図 4-18(b)では空芯一巻きコイル(0.5 mm × 30 mm)を磁気センサとして用いた。積算領域幅の大きい Y 方向に空間分解能の欠如が図 4-19(b)の像に表れており、目的の空間分解能に対して十分に小さいサイズの磁気センサで得られるような“真の場”を映像化するのに不十分であることは明確である。

次に積分幾何学的再構成法の検証実験¹⁴の結果を紹介する。測定時の配置概略図および測定概念図を図 4-19(a),(b)に示す。積分幾何学的再構成法の検証実験では、磁場を検出するセンサとして図 4-18(b)の実験で用いたものと同じ空芯一回巻きコイル(0.5 mm × 30 mm)を用い、測定試料として各辺が 5.0 mm の“コの字型”電流経路を用いた。“コの字型”電流経路平面に対して磁場検出面であるコイル面が並行になるように配置した。測定では、P 方向にセンサを距離 25 mm(ピクセル数 64)で走査し、1.0°毎にセンサを試料に対し回転を繰り返し、180°回転させた。図 4-19(a)が再構成前の $P\theta$ データマトリックスである。図 4-19(b)が積分幾何学再構成後の測定面での XY データマトリックス、二次元磁場分布画像である。図 4-19(c)が再構成後の再構成面での XY データマトリックス、二次元磁場分布画像である。図 4-18(b)において、通常の XY -scan では映像化することが不可能であったが、図 4-19(c)では、図 4-18(a)と同様の“真の場”に近い二次元磁場分布が再構成されていることが確認できる。

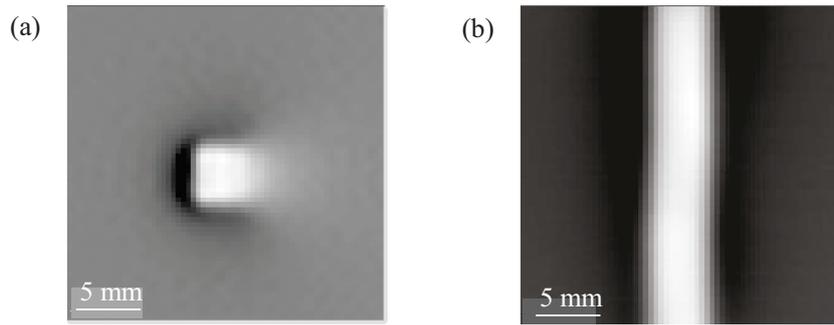


図 4-18 : (a) 測定面においてトンネル磁気抵抗効果素子(0.8×0.8 mm)を用いて得られた XY 二次元磁場分布、(b) 測定面において空芯コイル(0.5×30 mm)を用いて得られた XY 二次元磁場分布。

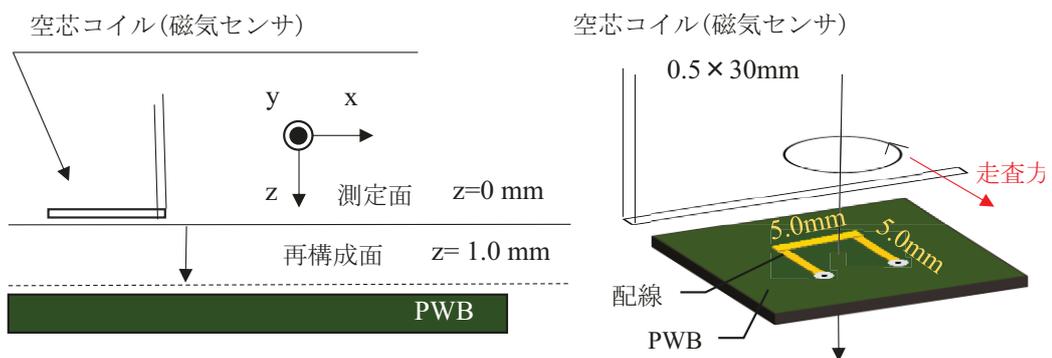


図 4-19 : (a) 測定時の配置概略図、(b) センサ形状が無遠近近似できる場合の積分幾何学的再構成理論に必要な (p, θ) 二次元分布を取得するための測定概念図

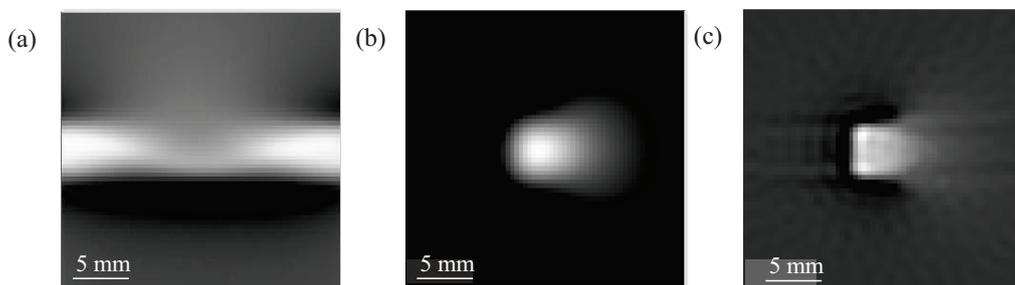


図 4-20 : (a) 測定面で取得した横軸: θ 、縦軸 P の二次元磁場分布。回転角度ピッチは 1.0° であり、走査方向ピッチは約 0.39 mm である。(b) 積分幾何学的再構成法により得られた測定面での XY 二次元磁場分布、(c) 積分幾何学的再構成法により得られた再構成面での XY 二次元磁場分布

4.9 本章のまとめ

本章では、本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージングを、電子回路、蓄電池、鉄筋腐食における、物体内部の自発磁化分布、電流密度分布の可視化に適用した結果について述べた。電子回路のような、磁気発生源が空間的に局在している問題では、またその局在の仕方に任意性がある場合は、一般にその三次元的な構造を、計測によって得られた二次元情報から再構成することは不可能ではあるが、本研究では、磁気発生源の含まれる領域の表層近界の磁場分布を、自由空間における磁場の基礎方程式から算出することで、計測対象物に任意性を許容したまま適用可能な有効な手法として確立することに成功した。より実際の計測の観点から述べると、再構成を磁場の基礎方程式の一般解を含めた形で行うため、微弱な磁場を計測する際に問題となる背景磁場の影響も考慮して、物体内部の磁氣的構造を可視化可能であることは、大変重要な点である。さらに、金属平行平板問題、すなわち蓄電池電流可視化の課題においては、測定対象物が、定型であるため、2章で述べた再構成理論に基づき、計測によってえられた磁場から、解析的に蓄電池内電流を導くことに成功している。本章の末尾では、積分幾何学的再構成理論を用いた電流可視化を実施した結果について述べた。本理論の実証は、高感度センサを用いた高分解能磁気イメージングにおいて大変重要な意味を持つ。固体センサ素子を用いた、静的な場の空間分布を観察するすべての方法は、固体センサ素子のサイズ、すなわち代表寸法で空間分解能が決定されるが、積分幾何学的再構成理論を用いると、センサの最小寸法で決定する空間分解能を達成することが可能となる。この理論自体は、積分幾何学的な計算方法を用いながら、電磁場の基礎方程式を解くことが重要な点で、そこには計測科学特有の”実体のあるセンサ素子を含めた実践的な再構成理論”として位置付けられる。一般に、高い空間分解能を実現するために、センサ素子を微細化すると、感度の低下により、磁気発生源に近接させることが不可欠となり、サブサーフェスイメージングとしては、その本来の目的とかけ離れたものとなる。感度と空間分解能の両立は一般に不可能とされているが、その既成概念を覆す重要な基礎実験であると言える。

参考文献

1. Y. Mima, N. Oyabu, T. Inao, N. Kimura, K. Kimura, IEEE CPMT Symposium Japan, p.257 (2013).
2. 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 27 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ AP-34 (2013).
3. 美馬 勇輝, 木村 憲明, 木村 建次郎, ケミカルエンジニアリング 60, 7 (2015).
4. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 電気学会誌 135, 4 (2015).
5. 美馬 勇輝, 野本 和誠, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 56 回電池討論会講演要旨集, 3E25 (2015).
6. 美馬 勇輝, 野本 和誠, 大藪 範昭, 木村 憲明, 木村 建次郎, 電気化学会第 82 回大会講演要旨集, 2J01 (2015).
7. 美馬 勇輝, 木村 建次郎, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 第 53 回電池討論会講演要旨集, p.54 (2012).
8. 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 54 回電池討論会講演要旨集, p.423 (2013).
9. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 特願 2014-049798.
10. 木村 建次郎, 野本 和誠, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 第 29 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, AP-18 (2015).
11. 星島 一輝, 中田 成幸, 美馬 勇輝, 木村 建次郎, コンクリート構造物の非破壊検査シンポジウム論文集 5, 4 (2015).
12. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 弓井 孝佳, 森 康成, 星島 一輝, 中田 成幸, 土井 恭二, 巨大構造物ヘルスマニタリングー劣化のメカニズムから監視技術とその実際まで, p.129 (2015).
13. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 非破壊検査 62, 2 (2013).

14. 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 73 回応用物理学会学術
講演会 講演要旨集, 01-117 (2012).

5章 総括

5.1 総括

本研究では、静的な電磁場の基礎方程式を解析的に解き物体内部の磁気発生源を高分解能映像化するサブサーフェス磁気イメージングシステムの開発^{1,2}に成功した結果について述べた。従来の方法は、ビオザパールの法則、すなわち特殊解を用いた方法に基づいており、特定平面内に拘束された存在する二次元電流にしか適用できず³、さらに実際の計測において問題となる背景磁場の影響が考慮されず、背景磁場の存在下では再構成画像に虚像が生成される課題があった。本研究では、静的な磁場の再構成において、特殊解とともに一般解を含み再構成しており、背景磁場の影響が考慮され、実際の計測において有効であることが、理論的、実験的に示された⁴。

また、サブサーフェス磁気イメージングの重要な応用分野である蓄電池の電流映像化の課題に関しては、蓄電池外部における磁場の空間分布の計測データから、蓄電池内部の電位分布、電流密度分布を解析的に導くことが可能であり、本研究ではこの再構成理論に基づいて計算アルゴリズム及び計測システムを開発し、実際のリチウムイオン蓄電池にて、電流密度分布を非破壊可視化することに世界で初めて成功した⁵⁻⁹。物体内部の自発磁化の空間分布の映像化に関して、鉄の腐食や、亀裂に関して、明瞭に映像化することに成功した。^{2,10,11}さらに、磁気センサのサイズ、代表寸法を越える空間分解能を達成することが可能な積分幾何学的再構成理論の原理実証^{9,12}に成功した。

第1章では、様々な物体の構造解析方法の中で、本研究の対象とするサブサーフェスイメージング法の果たすべき役割について述べ、さらに近年の磁気センサの急速な発展により、“物体内部の磁気発生源の精密な構造解析法”、サブサーフェス磁気イメージングが実現する可能性が拓けたことを示した。従来の手法では、特殊解のみを用いることで、再構成画像に背景磁場による虚像が生成される問題を指摘し、最先端の高感度磁気センサに適合した、再構成理論、計算アルゴリズム、計測システムの確立が不可欠であることを示した。

第2章では、本研究におけるサブサーフェス磁気イメージングの再構成理論について詳説した。本研究における再構成理論では、再構成の基礎式に一般解を含めた形で物体内部の磁場分布、電流密度分布を算出することで、従来法における背景磁場の影響を除去することが可能であることを示した。さらに、サブサーフェス磁気イメージングの重要な応用分野である蓄電池内電流の映像化の課題に対して、蓄電池外部の磁場の計測データから、蓄電池内部の電位分布、電流密度分布を解析的に算出する方法を示し、計算機シミュレーションにより実証した。さらに、実際の磁場計測では、使用する磁気センサのサイズ、代表寸法に空間分解能が支配されるが、積分幾何学的な計算方法により、静的な磁場の基礎方程式を逆解析することで、磁気センサの代表寸法を遥かに越える最小寸法での空間分解能が達成可能であることを理論的、計算機シミュレーションにより示した。

第3章では、本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージングシステムのハードウェア構成、ソフトウェア構成について述べた。そのなかで、高感度磁気センサ、トンネル磁気抵抗効果素子の動作原理について述べ、ハードウェアに関して、“磁気センサの出力信号の増幅回路”、“磁気センサの測定対象物との距離測定、制御システム”、“測定対象物の姿勢制御技術”などを述べ、ソフトウェアに関しては、“各種動作の制御フロー”、“再構成計算のフロー”、“再構成計算におけるデータ端によるギブス振動の抑制技術”などを述べた。以上はサブサーフェス磁気イメージングを実現する上で不可欠な要素技術である。本一連の要素技術の確立によって、サブサーフェス磁気イメージングが、広く活用されるに至ったと言える。

第4章では、本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージングシステムを用いて、様々な荷電粒子デバイスの電流密度分布に成功した結果について述べた。背景磁場存在下の金属配線の電流密度分布、金属薄膜下の金属配線の電流密度分布、蓄電池内の電流密度分布の可視化結果を述べた。また、外部から時間変動する磁場を試料に加え、準定常電流を導電体内に誘起し、それによって発生する磁場を計測する、いわゆるアクティブ方式のサブサーフェス磁気イメージングと、定常電流による磁場を計測するパッシブ方式のサブサーフェス磁気イメージングを同時に計測し、物体に導電率分布と、電流密度分布を同時に可視化した結果について述べた。本結果は、電子デバイスの物質学的構造と、動作原理を同時に理解する上で有用である。さらに、本章のなかで、磁気センサの代表寸法を越える空間分解能を

実現する積分幾何学的再構成理論の原理実証に成功した結果を紹介した。感度と空間分解を両立することができ、複雑な物体内部の電流を映像化するのに適した、サブサーフェスイメージングの開発意義に適合した次世代の技術であることを示した。

以上、本論文では、従来技術の課題を克服した新しいサブサーフェス磁気イメージングに関して、本研究にて開発した再構成計算アルゴリズム、計測システム、これを活用した実験結果についてその詳細を述べ、サブサーフェスイメージング分野の発展に貢献する一連の成果を纏めた。

5.2 今後の展開

本研究において、積分幾何学的再構成理論が磁気センサの有効感受領域を超える空間分解能を達成しうることを示したが、当理論は、任意の一次元方向に厚みを持たない薄膜磁気センサに対して特に有効であり、トンネル磁気抵抗効果素子はその例に当てはまる。今後、トンネル磁気抵抗効果素子に対して、当理論を適用するための測定系の研究、開発を行うことで、素子薄膜程度(約 10 nm)の空間分解能を達成することが可能であると考えられる。

また、本研究では、基本的に測定動作で得られる二次元情報の取り扱いが主であったが、空間的に導電率が有意な値である場合においては、二次元測定の情報に周波数情報を加えることで、空間的に三次元的な情報を取り扱える可能性を磁気イメージング法は持っている。これは、マクスウェルの方程式にも示されている通り、磁気ベクトルの時間変化が、電場ベクトルの回転に導電率を乗じた項を生むために、磁気ベクトルの空間伝搬に関して、その距離減衰率と伝搬時の距離位相変化率が導電率に応じて変化するためである。ここでの有意な値とは、導電率部位における磁場の空間的な減衰強度が、磁気センサの検出能以上であり、且つ、最大検出領域以下であることを指す。

強磁性体や常磁性体を対象とする場合、その磁化ベクトルの動的応答は LLG(Landau–Lifshitz–Gilbert)方程式によって記述される。本研究では、残存する静的な自発磁化のみを対象としたが、LLG 方程式に従って変化する各物質中の磁化ベクトルの動的挙動は、当然、物質毎に変化するべきであるので、その動的挙動から各物質を同定、分離映像化する可能性が考えられる。これが達成できれば、鉄などの磁性を持つ物質の酸化状態を、非破壊で空間的に計測することが可能であるため、その応用分野は幅広いと考えられる。

本研究にて開発したサブサーフェス磁気イメージング法を用いた蓄電池内部の非破壊分析への応用に関しては、充放電サイクルを重ねた際の時系列的な変化を非破壊状態で追跡することや、材料科学や電気化学的なアプローチ、または、一部の分光学的な計測手法で得られる知見と当顕微鏡法で得られる。非破壊状態での電流密度分布を情報的に統合することで、蓄電池内部の構造情報の抽出にまで当手法を活用することが期待される。

以上の事項を達成することで、荷電粒子移動や磁化状態を非破壊で遠方から映像化でき、幅広い応用分野を持つ、世界にも類を見ない非破壊分析手法として多分野に貢献することが可能であると考えられる。

参考文献

1. 美馬 勇輝, 木村 憲明, 木村 建次郎, ケミカルエンジニアリング 60, 40 (2015).
2. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 非破壊検査 62, 527 (2013).
3. B. J. Roth, N. G. Sepulveda, J. P. Wikswo, J. Appl. Phys. 65, 361 (1989).
4. Y. Mima, N. Oyabu, T. Inao, N. Kimura, K. Kimura, IEEE CPMT Symposium Japan, 257 (2013).
5. 美馬 勇輝, 野本 和誠, 大藪 範昭, 木村 憲明, 木村 建次郎, 電気化学会第 82 回大会 講演要旨集, 2J01 (2015).
6. 美馬 勇輝, 野本 和誠, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 56 回電池討論会 講演要旨集, 3E25 (2015).
7. 美馬 勇輝, 木村 建次郎, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 第 53 回電池討論会 講演要旨集, p. 54 (2012).
8. 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 27 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, AP-34 (2013).
9. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 電気学会誌 135, 437 (2015).
10. 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 弓井 孝佳, 森 康成, 星島 一輝, 中田 成幸, 土井 恭二, 巨大構造物ヘルスマニタリング—劣化のメカニズムから監視技術とその実際まで, p. 129 (2015).
11. 星嶋 一輝, 中田 成幸, 美馬 勇輝, 木村 建次郎, コンクリート構造物の非破壊検査シンポジウム論文集 5, 337 (2015).
12. 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎, 第 73 回応用物理学会学術講演会 講演要旨集, 11a-C10-7 (2012).

研究業績

公表論文

- [1] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“電流経路の非破壊映像化装置の実用化 - 電子部品, プリント基板, 電池の不良解析への応用 - ”
第 27 回最先端実装技術・パッケージング展 アカデミックプラザ 講演論文集, AP-34 (2013)
- [2] 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明
“高感度磁気抵抗効果素子による磁場の計測と電磁場再構成法を用いた高分解能コンクリート内部鉄筋検査技術に関する研究”
非破壊検査 62, 527-528 (2013)
- [3] Yuki Mima, Noriaki Oyabu, Takeshi Inao, Noriaki Kimura, Kenjiro Kimura
“Failure analysis of electric circuit board by high resolution magnetic field microscopy”
Proceedings of IEEE CPMT Symposium Japan, 257-260 (2013)
- [4] 木村 建次郎, 野本 和誠, 小畑 恵子, 鈴木 智子, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明
“物質界面の構造を映像化するサブサーフェスイメージング法の開発”
第 28 回最先端実装技術・パッケージング展 アカデミックプラザ 講演論文集, AP-17 (2014)
- [5] 木村 建次郎, 野本 和誠, 美馬 勇輝, 木村 憲明
“高分解能電流経路映像化システムによる蓄電池の非破壊検査”
第 29 回最先端実装技術・パッケージング展 アカデミックプラザ 講演論文集, AP-18 (2015)
- [6] 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明
“電流経路可視化技術—蓄電池非破壊検査への応用—”
電気学会誌 135, 437-440 (2015)
- [7] 星島 一輝, 中田 成幸, 美馬 勇輝, 木村 建次郎
“コンクリート中の鉄筋の磁気イメージング”
コンクリート構造物の非破壊検査シンポジウム論文集 5, 337-340 (2015)
- [8] 木村 建次郎, 稲垣 明里, 鈴木 章吾, 松田 聖樹, 美馬 勇輝, 木村 憲明
“磁場逆解析に基づくフォーカス処理を用いたサブサーフェス磁気イメージング”
第 30 回最先端実装技術・パッケージング展 アカデミックプラザ 講演論文集, AP-05 (2016)

解説

[1] 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 大藪 範昭, 稲男 健
“電磁場再構成法と走査型トンネル磁気抵抗効果顕微鏡の開発～電子部品内部の非破壊検査への応用～”
エレクトロニクス実装技術 28, 16-20 (2012)

[2] 美馬 勇輝, 木村 憲明, 木村 建次郎
“サブサーフェス磁気イメージングシステムの開発と半導体チップ内部の電流経路映像化への応用”
ケミカルエンジニアリング 60, 40-46 (2015)

学会発表(本人登壇分)

[1] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“ラドン変換による磁気イメージングの高分解能化”
第 73 回応用物理学会学術講演会, 11a-C10-7, 愛媛, 2012 年 9 月

[2] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“磁気イメージング装置の高分解能化に関する研究”
神戸大学理学部ホームカミングデイ第 3 回サイエンスフロンティア研究発表会, 神戸, 2012 年 10 月

[3] Y. Mima, N. Oyabu, K. Inao, N. Kimura, K. Kenjiro
“Development of tunneling magnetoresistance microscope with electromagnetic field reconstruction”
International Conference of the Asian Union of Magnetism Societies, 2pPS-114, Japan, 2012 年 10 月

[4] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“電磁場再構成トンネル磁気抵抗効果顕微鏡を用いた電池内部の電流密度分布計測”
第 53 回電池討論会, 3A16, 福岡, 2012 年 11 月

[5] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“電磁場再構成-磁気抵抗効果顕微鏡を用いた電荷移動の可視化”
神戸大学研究基盤センター若手フロンティア研究会 2012, P063, 神戸, 2012 年 12 月

[6] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“電池内部の電流分布の映像化 - 高分解能磁気イメージング装置の開発 -”
FC EXPO 2013 ～第 9 回 [国際] 水素・燃料電池展～, 東京, 2013 年 2 月

[7] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“電流経路の非破壊映像化装置の実用化□電子部品, プリント基板, 電池の不良解析への応用□”
第 27 回最先端実装技術・パッケージング展 カデミックプラザ, AP-34, 東京, 2013 年 6 月

[8] 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明, 木村 建次郎
“電磁場再構成トンネル磁気抵抗効果顕微鏡の開発と電池内部における電荷移動可視化への応用”
第 54 回電池討論, 3F17, 大阪, 2013 年 10 月

[9] Yuki Mima, Noriaki Oyabu, Takeshi Inao, Noriaki Kimura, Kenjiro Kimura
“Failure analysis of electric circuit board by high resolution magnetic field microscopy”
2013 3rd IEEE CPMT Symposium Japan, Kyoto, 2013 年 11 月

[10] 美馬 勇輝, 野本 和誠, 大藪 範昭, 木村 憲明, 木村 建次郎
“リアルタイム磁・EC イメージング装置の開発と蓄電池内電流の高速映像化への応用”
第 81 回電気化学会, 2J01, 横浜国立大学, 2015 年 3 月

[11] 木村 建次郎, 野本 和誠, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 木村 憲明
“高分解能電流経路映像化システムによる蓄電池の非破壊検査”
第 29 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, AP-18, 2015 年 6 月

著書

[1] 木村 建次郎, 美馬 勇輝, 木村 憲明, 弓井 孝佳, 森 康成, 星島 一輝, 中田 成幸, 土井 恭二
“非破壊モニタリングのための 3 次元データ解析技術および装置技術”,
巨大構造物ヘルスマニタリング, NTS, 129-141, 2015 年 3 月

出願特許

[1] 稲男 健, 木村 建次郎, 美馬 勇輝
特願 2011-267025
“磁場測定方法及び磁場測定装置”

[2] 木村 建次郎, 美馬 勇輝
特願 2014-049798
“電池検査装置および電池検査方法”

受賞

[1] 木村 建次郎, 野本 和誠, 小畑 恵子, 鈴木 智子, 美馬 勇輝, 大藪 範昭, 稲男 健, 木村 憲明,
2014 マイクロエレクトロニクスショー アカデミックプラザ賞
“物質界面の構造を映像化するサブサーフェスイメージング法の研究” 2014 年 6 月

[2] 美馬 勇輝
-日本化学会秋季事業-第五回 CSJ 化学フェスタ 2015 優秀ポスター賞
“電子やイオンの流れを可視化する装置の開発” 2015 年 11 月

[3] 美馬 勇輝
テクノ愛 2015 準グランプリ
“電流を可視化する磁気イメージングシステム” 2015 年 11 月

[4] 美馬 勇輝
学生表彰規程第 2 条第 1 号イによる表彰
“平成 27 年度神戸大学学生表彰” 2016 年 3 月

謝辞

本研究は、神戸大学 大学院理学研究科 化学専攻 物性物理化学分野 木村 建次郎 准教授のご指導のもと遂行されたものであり、ここに博士論文としてまとめることができました。猪突猛進と形容できるような研究姿勢に日々刺激を受け、また、私のこれまでの研究活動と今後の研究者としての指針に多大な良い影響を与えて頂きました。博士論文の研究に関する日頃の熱心なご指導及び的確なご助言も含めまして、ここに厚く御礼申し上げます。

株式会社村田製作所 稲男 健 氏には、装置の機械設計及びその自動制御部分のソフトウェア開発に関して様々なご助言賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

京都大学 大学院工学研究科 大藪 範昭 博士には、画像取得、信号検出及び再構成処理のプログラムに関して様々なご助言賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

大阪大学 大学院工学研究科 木村 憲明 招聘教授には、研究に関するディスカッションをさせて頂き、様々な良い刺激を受けました。また、現在まで研究活動に対して真摯に取り組んでいる姿を拝見し、研究者として目指すべきあり方を示して頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

株式会社ナノコントロール 代表取締役 飯田 克彦 氏、宍戸 善明 氏には本研究で開発したシステムの製作およびその設計指針に関して多大なご助言賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

トヨタ自動車株式会社 電池材料技術部電池評価グループ 岡山 忍 氏、岩瀬 康資 氏、山田 昇広 氏には、本手法を蓄電池に適用するに当たり、蓄電池評価の専門家として、その一般的な構造情報や特性、その他の評価手法に関して様々なご助言を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

三井造船株式会社 星島 一輝 氏には鉄筋コンクリート建造物に対して本研究成果を適用するに当たり、様々なご助言を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

東芝ナノアナリシス株式会社 照井 裕二 氏、鈴木 一博 博士には分析業務の専門家として、主に半導体デバイスやその周辺回路に本手法を適用するに当たり、その構造情報や特性等について様々なご助言を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

セイコーNPC 株式会社 糠信 英利 氏、森平 浩史 氏には、磁気センサとその周辺検出回路の作製および設計指針に関して様々なご助言を賜りました。ここに厚く御礼申し上げます。

本学修士課程に在籍し、同研究室であった野本 和誠 氏、稲垣 明里 氏、松田 聖樹 氏、鈴木 章吾 氏には、研究活動のみではなく、公私において、私の至らぬ点を温かい目で見守っていただき、気持ちの良い研究室生活を送ることが出来ました。ここに厚く御礼申し上げます。

本学博士課程に在籍した奥田 正樹 氏、平松 貴人 氏、水谷 天男 氏には、学部時代からの同期として研究および勉学に関するディスカッションをさせて頂き、また、私生活においても大変お世話になりました。ここに厚く御礼申し上げます。

今村 靖子 氏、鮫島 美穂 氏、前澤 志織 氏には、事務面のみならず様々なご支援頂きました。ここに厚く御礼申し上げます。

最後に、経済的に厳しい状況で、学業および研究活動を行うことに対してこれまで温かいご支援頂いた両親や祖父母、特に、母 洋子に心より感謝を申し上げます。