組織における人事制度のゲーム理論による分析

山本，博一

(Degree)
博士（経済学）
(Date of Degree)
2020-09-25
(Date of Publication)
2022-09-25
(Resource Type)
doctoral thesis
(Report Number)
甲第7840号
(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1007840

博　士　論　文

令和 2 年 6 月

神戸大学大学院経済学研究科
経済学専攻
指導教員　　宮川　栄一
山本　博一

博　士　論　文

組織における人事制度のゲーム理論による分析

令和２年６月

神戸大学大学院経済学研究科
経済学専攻
指導教員　　宮川　栄一
山本　博一

組織における人事制度のゲーム理論による分析

学籍番号１５３Ｅ５０４Ｅ　　氏名　山本博一　　　指導教員　宮川栄一

目次

はじめに

企業等にとって人材は貴重な経営資源であり、いかに優秀な人材を獲得しその人材を効果的に活用するかは経営を左右する重要な課題である。ピータードラッカーいわく「マネジメントとは人のことである。」、「人こそが最大の資源である。」、ジャックウエルチいわく「会長としての仕事の７５％近くは人事だった。」、松下幸之助いわく「企業経営はいろいろな事柄が含まれている～そのいずれにしても、結局は人の問題になってくる。」など多くの識者が人事の重要性を述べている。この人事というものの対象は生身の人間であり、それぞれのバックグラウンド、考え方は異なっており、各人が持つ感情などを客観的に把握することは甚だ困難である。しかしながら、基本的に企業も従業員も効用の増に向けて行動するものであり、効用最大化をベースに理論を組み立て、より良い人事制度構築を進め試行錯誤していく中で実態に応じた仕組みが出来上がっていくものであると考える。

本論文では、人材を有効に活用するための人事評価制度および人材を新たに獲得するための採用戦略について、ゲーム理論の考え方を使って分析した。

人事評価制度は、各従業員の能力及び実績を的確に評価することにより、従業員の資質また組織力の向上を図るために実施されるものであり、その結果を給与に反映させるにあたり、絶対評価ではなく、相対評価を導入するといった民間企業も多くある。私が勤務する大阪市役所においても、平成 18 年度から人事評価制度を実施していたが、平成 25 年度からは、職員基本条例に基づき相対評価制度が導入された。絶対評価による評価点を基に、高得点者から順に相対評価区分を決定するものであり、上位評価者による調整、上司との面談を組み込むことにより、従業員にとって、より納得性が高く組織力アップにつながるような工夫が盛り込まれている。

この制度を念頭に第１章では基本的な相対人事評価制度を分析した。２人の従業員が業績を競う１回限りのゲームでは、２人はそれぞれ高能力か低能力であるとし、それぞれが持つ自分の能力に関するシグナルが高能力である確率に等しいとの認識のもと、ある能力を境に努力するか否かを決めるというものである。個別の能力差はあったとしても、顕在化する業績差はそれほど厳密ではないという考え方に基づくものであり、管理部門等の業務には当てはまりやすいと考える。また、高、中、低の能力差のある３人による相対評価の分析では純粋戦略での均衡はなかったが、混合戦略において能力上位者が常に努力するという均衡が存在した。能力を考慮し

ない無限繰り返しゲーム（前期の評価をもとに今回努力するか否かを判断する）を考えた場合は、利得の大きさにより、いくつかの均衡パタンが存在した。企業の行動として、従業員が努力しかつ利潤の最大化が図れる報酬レベルも存在した。従業員をn人とした場合でも、企業としては、利得の期待値が努力のコストを上回るように設定すれば、従業員全員が努力する均衡が存在することも1回逸脱原理を使うことにより判明した。

第2章ではバイアス・罰則がある場合の相対人事評価制度について、管理業務のように厳密に業績差が表れにくいケースと営業のように定量的に業績が把握できるケースに分けて分析した。前者では、報酬が小さい場合、2人の従業員を平等に扱う場合よりも上司が何らかのバイアスを持ちそれを従業員が認識している場合のほうが従業員の努力レベルは高く、報酬が大きい場合は平等に取り扱うほうが努力レベルは高いという結果になった。また、2期にわたる場合、同等の業績の者を連続で下位者にしたくないというバイアスを持つことは基本的に努力、企業利潤にマイナスの影響があった。さらにより一般的に1期目の成績に基づきバイアスを持つ場合を検証すると、1期目上位者へのバイアスはほとんどの場合2期通算の利潤を増やすこととなった。プリンシパル・エージェントモデルで評価におけるバイアスについて分析した既存研究として、Prendergast and Topel (1996) は上司が部下の評価にバイアスを持つ均衡があることを示しており、Che and Gale(2003)は弱者へのバイアスの効果について、また Ederer(2010)は2期間モデルにおいて中間的フィードバックの存否が努力レベルに与える影響を分析している。2期間のプリンシパル・エージェントモデルを用いて、Meyer(1992)は一定の努力レベルを満たす費用最小化契約において、プリンシパルの1期目のバイアスはゼロで、2期目には1期目勝者に厳密に正のバイアスを付与することを証しており、Ridlon and Shin(2013)も2人のプレイヤーの能力が同等であれば1期目勝者へのバイアスは通算の努力レベルを上げるとしている。Drugov and Ryvkin(2017)は1期勝者へのバイアスが1期2期ともの努力レベルを上げうるとしている。これらと比較すると、本論文では業績差を明確に表しにくいケースを念頭に、業績をグッドかバッドの2つとし、バイアスは業績に下駄をはかせるといった類のものではなく、同点の際にどちらをどれくらいの確率で上位とするかという上司の評価傾向を部下が想定して行動するということを前提としており、管理業務など定量的な比較が難しい

業務の評価におけるバイアスの分析に適っていると考える。1期目勝者へのバイアスが 2 期通算の利潤を増やすケースを確認することができたが、バイアスがない方が通算の利潤が大きくなるケースもあり、1期、2期それぞれの利潤をバイアスがあるなしで比較したところ、細部において既存研究との相違はあった。これらは、報酬の決定方法などモデルの構成の差異によるものと考える。また 2 期連続で下位となると職を失うという条件設定は努力レベル、企業利潤いずれに対してもプラスの影響があることがわかった。次に、厳密に業績差が表せる場合のバイアスの影響についてみた。モデルとしては、2人が業績を競うゲームであり、業績は努力値に係数をかけた値に不確定要素を加えたものとしている。2人の不確定要素の差の累積分布関数、密度関数を使いながら、努力とバイアスの関係等を分析した。従業員がバイアスを知っているケースでは、基本的にはバイアスは従業員の努力レベルを下げるが、下位になれば大きなデメリットがあるといった厳しい条件が片方に設定された場合、均衡努力レベルは上がり、厳しい条件が設定されていない方にバイアスを付与することで双方の努力は増えることがあることがわかった。また、厳しい条件が設定されている方の従業員へバイアスを付与する場合は、均衡努力レベルは下がり、バイアスの減少関数となった。バイアスは事前にわからず、上司は2人の業績を見て判断するケースでは、上司は厳しい条件が設定されている方にバイアスを付与する場合があるが、厳しい条件が大きくなるほど、均衡努力レベルは下がることとなった。温情的に出来の悪い従業員にバイアスを付与するのではなく優秀な従業員にバイアスを付与することで組織パフォーマンスが上がることを示唆しているといえる。バイアスと同じくプレイヤーへの業績等にかかるハンディキャップ設定を努力レベルへの影響等から分析しているものとして、Tsoulouhas T, Knoeber CR, Agrawal A (2007)や前述の Ridlon and Shin(2013)などがあるが、本論文では、いずれかのプレイヤーに負ければマイナスの報酬といえるハンディキャップが付与されている設定下で、双方へのバイアスがいかにプレイヤーの努力レベルに影響するかを分析した。

第3章においては、受験者の確保という命題に対し、まず選考時期という観点から確認した。方法としては、受験者を奪い合う寡占状態の2社の戦略について、具体的な数字を設定し解を得たうえで一般化を試みるという形で分析した。選考時期が同時である場合と意図的にずらした場合で優秀な受験生の確保という目的に照

らしどちらが有効であるかについては、基本的には早く実施した方が有利であるが、企業間で人気に差がある場合には、人気のない方の企業が実施時期を後回しにするということも合理的な戦略として成立しうるということが確認できた。これは現代社会において大企業が先に選考を行い、その後中小企業が選考を行う、また、国家公務員⇒都道府県政令市⇒市町村の順で実施される公務員試験の状況と合致するものである。また受験者の選別確度が高まると、選考を後回しにする傾向がありうることが分かったが、これも大学入試の状況と符合しているともいえる。また、理論上導き出される採用者の能力期待値をもとに大企業と小企業の選考時期の決定について考察を行った。さらに採用予定者数が受験者数に与える影響については、採用予定者数が異なる2社のうちどちらを能力レベルに差がある受験生が選ぶかを見た。結果は採用予定者数の多寡が受験者数と正の相関があるという公務員試験における統計結果また私自身の実感と合致するものであった。

第１章　相対人事評価制度の分析（基本的な制度）

第１節　概要

本章では、まず人事評価制度における相対評価制度のメリット・デメリット等を整理したうえで、ゲーム理論の考え方を使って、報酬（利得）の大きさを中心にどのような相対人事評価制度がより多くの従業員のモチベーションを上げ、また、企業の利潤増大に結びつくかを分析した。

分析結果の概要としては、能力を考慮した１回限りのゲームでは、従業員の業績に対する報酬（利得）の大きさにより、一定の能力値（閾値）を超えて努力する均衡、閾値未満で努力する均衡と２つの閾値の間若しくは外側で努力するといった均衡が存在した。能力差のある３人による相対評価の分析では、能力上位者が常に努力するという均衡が存在した。能力差を考慮しない無限繰り返しゲームを考えた場合は、利得の大きさにより、いくつかの均衡パタンがあり、企業の行動として、従業員が努力しかつ利潤の最大化が図れる報酬レベルも存在した。従業員をｎ人とした場合でも、企業としては、利得の期待値が努力のコストを上回るように設定すれば、従業員全員が努力する均衡が存在することも分かった。

第２節　人事評価制度における相対評価

一般的に、人は自分が属する会社（組織）内で高く評価され、多くの給与をもらうこと、または役職が上がることを仕事に対するモチベーションの源泉の一つとしている。しかし、業務の成果や努力をすべて点数化できるわけではなく、やるべきことをしっかりやり遂げて、絶対評価で高く評価されているようで、実は、能力がない、努力していないと思われる他者と同じ給料、役職では不公平感は強くなる。一方で、いくら努力しても他者も同じくらい努力しているので、ランク（順位）はずっと同じということではやる気を失う従業員も出てくるだろう（本来は、努力の仕方の工夫も含め、より一層の努力をすべきであるが・・・）。現実には、こういったいろいろな従業員の仕事に対する意識を踏まえて、モチベーション向上につながるよう、人事評価の制度設計に様々な工夫を加えていくことになる。

まず相対評価の定義、メリット、デメリットについて、「日米のビジネススクール事例で学ぶ人事評価の落とし穴」（大湾秀雄（平成 21 年）労政時報　第 3742 号 /09.1.23）から引用する。

・定義：（事前に評価点の分布を決めて）被評価者の属する母集団の中で他人の成績と比較して、序列を付け、その中での相対的な関係において評価を決定する。

[参考]絶対評価：何らかの客観的な評価基準に照らして、優れているか、劣っているかで評価を決定する。

・メリット：①絶対評価よりも評価は容易

②評価者に差をつけることを要求するので、中心化傾向を回避できる。

③好景気時に全員が良い評価を得、不景気時に全員が悪い評価を得ることを避けられる。

・デメリット：①優秀な人材でも、同じ職場に優秀な従業員が多ければ、評価が低くなる。

②従業員同士の足の引っ張り合いが起き、協力関係がマイナスになる。

③調整コストが上がり、人為的な割り当てが行われる。

相対評価の普及状況についてみると、平成 26 年 2 月 7 日に出された総務省の「人事評価に関する検討会報告書」によれば、昇給、賞与ともに、一次考課では約 7 割の企業が絶対評価を採用しているが、原資配分につながる最終考課（ランク）については、６～７割台が相対評価を採用しているとのことである。

この報告書では、人事評価について、次のように言及している。「人事評価は、国家公務員法上、任用、給与、分限その他の人事管理の基礎として位置付けられており、適材適所の人材配置・的確な昇進管理やメリハリある給与処遇等を実現するなど、能力・実績主義の人事管理を行うために用いられる。また、評価結果及びその根拠となる事実に基づく指導・助言を通じた人材育成の意義を有しており、さらには組織パフォーマンスの向上のためにも用いられている。そのため、他の職員との比較ではなく、評価項目や設定された目標に照らして、職員一人一人の職務遂行能力や勤務実績をできる限り客観的に把握し、適切に評価する仕組みとする必要があることから、「絶対評価」により行うものとしている。

一方、「相対評価」により上位から下位までの分布規制を設けた場合には、被評価者の属する母集団の規模・特性によっては、一定の水準に達していなくても

高評価になる職員や、逆にどんなに成果を挙げていたとしても十分に評価されない職員が出てくるおそれがあり、被評価者の業務意欲の低下が懸念されるなどの点が認められる。」（引用）

企業が評価体系に相対評価を取り入れる理由として、石田潤一郎（2016）「報酬格差と企業パフォーマンス」『日本労働研究雑誌』No.670 において、次の２点が挙げられている。

①成果の立証可能性

評価のタイミングにおいては、労働者の努力は既に投入されていることが通常であり、事後的には目標は達成されなかったと主張することが使用者にとって最適となる。誰か（評価上位者）にボーナスを与えるということを決めておけば、使用者が事後的に評価をゆがめることがないので、労働者の努力インセンティブを高めることができる。

②リスクの排除

労働者に共通のリスク要因を取り除くことができる＝景気動向などすべての労働者に影響を与えるリスクを除去することができる。

大阪市では相対評価制度導入にあたっての基本的な考え方として、「相対評価による人事考課制度は、公務能率の向上や執務意欲の向上に向けて、能力と実績に応じた適正でより厳格な評価、そして、それに伴う処遇の徹底を図ることで、これまで以上に頑張った職員に報いていきます。また、より市民の信頼を得られる制度としていくために導入するものです。」（「相対評価による人事考課制度」から引用）としており、絶対評価による従来制度について「現行人事評価制度を導入して以降、評価結果は、中心化・寛大化の傾向を強め、平成 23-24年度人事考課結果では、3.0点以上4.0点未満で86.1％を占めており、人材育成の効果が表われていると考えられる一方、下位区分について、２％にも満たない状況にあり、評価者が下位区分への評価を避け、適正な評価に繋がっていないとも考えられる状況にあります。

加えて、懲戒処分を受けた職員や勤怠不良となっている職員が高い評価を受けるなど、適切に評価されていない事例もあり、市民にとって分かりにくいものとなっています。

下位区分に該当する職員が著しく少ないということは、本来、指導育成の必要な職員が、標準相当として位置づけられている可能性があり、これら職員に対する指導育成が行き届かないといった点が問題です。また、こうした職員が、標準相当として同一に位置づけられていることは、公平性の観点からも問題があると考えています。」（「相対評価による人事考課制度」から引用）と述べている。大阪市の「平成２７年度人事評価制度に関するアンケート結果について」によれば、評価結果を受けて「頑張ろう」という気持ちになった職員が約４２％、「頑張っても同じ」という気持ちになった職員が約２２％であり、評価結果に納得している職員の１６％がよりメリハリが効き頑張りに報いる形になっていることを理由に挙げており、納得していない職員の１３％が相対区分の違いで給与に差がつきすぎていることを理由としている。

確かに、頑張っても頑張らなくても、成果をあげても挙げなくてももらえる給与に差がつかないということでは、従業員の仕事に対するモチベーションは下がると思われ、相対評価による人事評価制度の導入は、この課題への対応策の一つとして検討されるべきものであると考えるが、差をつけすぎることにも問題がある。以下においては、相対評価による人事評価が行われる状況での従業員の行動を検討したうえで、導入の効果は期待できるのか、また、どのような制度設計が望ましいかを基本的なゲーム理論の考え方を活用しながら、検討してみることとする。

第３節　ゲーム（相対評価）が１回限りの場合

企業等では、1 年間の業績を対象に人事評価を行い、その評価を給与に反映させるケースが一般的であると考えるが、本給に反映させると生涯賃金に大きな影響を与えることもあり、その期のボーナスのみに反映させるといったケースもある。このケースでは 1 回限りのゲームを考えることが妥当である。

相対評価のもとで各従業員はどのように行動するのかを二者の単純なモデルで分析する。

（１） 努力のコストを考えない場合

利得を上位：４（例えばボーナス４０万円)、下位：０とし、努力のコストを無視すると表 1-1 のとおりとなる。双方努力、双方努力しない場合は確率 1/2 で利得を得る。

（表１－１）

		B	
		努力する	努力しない
A	努力する	（$\underline{2}$, $\underline{2}$）	（$\underline{4}$, 0）
	努力しない	（0 , $\underline{4}$）	（2 , 2）

双方努力することがナッシュ均衡となる。

（２） 努力のコストを考慮に入れる場合

現実に従業員は評価を上げるために、業務関連知識の学習・資格取得や必要な人間関係構築のための付き合いなど多くのコストを費やしている。この努力のコストを１とすると、表 1-2 のとおりとなる。

（表１－２）

		B	
		努力する	努力しない
A	努力する	（$\underline{1}$, $\underline{1}$）	（$\underline{3}$, 0）
	努力しない	（0 , $\underline{3}$）	（2 , 2）

この場合も、双方努力することがナッシュ均衡となる。

ただし、囚人のジレンマ的な状況が生じている。

一般化して、上位となった場合の利得をα、努力のコストを d（＜α）とすると、表 1-3 のとおりとなる。

（表１－３）

		B	
		努力する	努力しない
A	努力する	($\underline{\frac{\alpha-2d}{2}}$, $\underline{\frac{\alpha-2d}{2}}$)	（α－d , 0）
	努力しない	（0 , α － d）	($\underline{\frac{\alpha}{2}}$, $\underline{\frac{\alpha}{2}}$)

この場合は、$\alpha > 2d$で双方努力することがナッシュ均衡であるが、$\alpha < 2d$であれば、双方努力しないという戦略がナッシュ均衡となる。

（３）自分の能力はわかるが、相手の能力が分からない場合

これまでは、お互いの能力差を考慮しない、もしくは、能力が同じと仮定するケースについて検討してきたが、能力を考慮した場合を考えてみる。

前提は以下のとおりとする。

・業績が上回った場合の利得をα、努力のコストをd（$d < \alpha$）とする。
・同じ戦略の場合能力上位者が利得（業績上位）を得る。
・２人はそれぞれ高能力か低能力どちらかである。
　能力は一様分布であり、高能力、低能力の割合は 1/2 ずつとする。
・お互いに相手の能力タイプはわからない。

（A さん）
・自分の能力タイプはわかっており、能力タイプを p（０≦p≦１）する。
・p の確率で高能力であると認識している。
・A さんが努力する閾値をp^{*}とする。

（B さん）
・自分の能力タイプを q（０≦q≦１）とわかっている。
・q の確率で高能力であると認識している。
・B さんが努力する閾値をq^{*}とする。

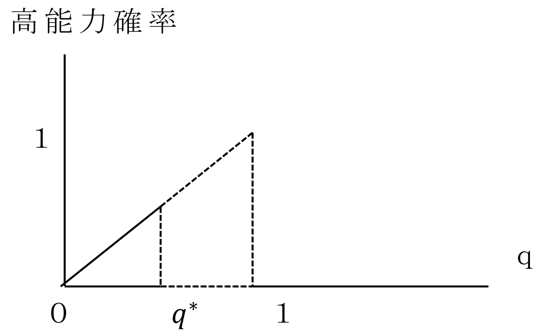
α,d の値により、p または q が閾値を超える場合努力する戦略と閾値未満で努力する戦略を考える。また閾値が２つあり、閾値の間で努力する戦略、閾値の外側で努力する戦略を考える。

(3-ア）　閾値を超える場合に努力する戦略

（高能力の場合）

高能力の分布を示したものが下の図である。

縦軸は高能力である確率、横軸は q の値である。q の値が 0 ならば高能力である確率は 0、q が q^{*}ならば高能力である確率も q^{*}、q が 1 ならば確実に高能力であることになる。

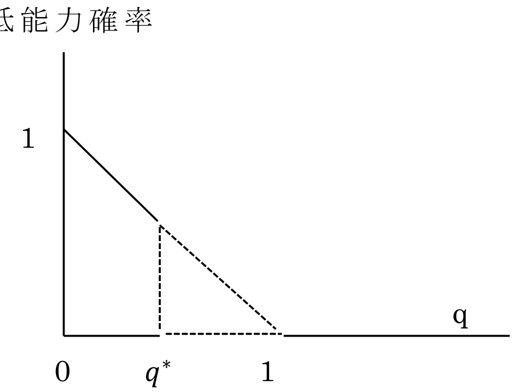


相手が高能力で努力する確率は、

破線で囲まれた台形の面積：$\frac{(1+q^*)(1-q^*)}{2}$

高能力が努力しない確率は、$\frac{q^*q^*}{2}$である。

（低能力の場合）



相手が低能力で努力する確率は、

q^*の時、低能力である確率は（１－q^*）

〔q^*の確率で高能力〕であり、能力q^*の人が努力する確率は（１－q^*）なので、

破線で囲まれた三角形の面積：$\frac{(1-q^*)(1-q^*)}{2}$

低能力が努力しない確率は、$\frac{(2-q^*)\,q^*}{2}$である。

《パタン別利得表》

各従業員の組み合わせとしては、それぞれが高能力若しくは低能力の４通りであり、利得を整理すると以下の通りとなる。

（表１－４）

高能力対高能力または低能力対低能力の場合

		高能力（低能力）	
		努力する	努力しない
高能力（低能力）	努力する	$(\frac{\alpha-2d}{2},\frac{\alpha-2d}{2})$	（α－d，0）
	しない	（0，α－d）	$(\frac{\alpha}{2},\frac{\alpha}{2})$

高能力対低能力の場合

		低能力	
		努力する	努力しない
高能力	努力する	（α－d，0－d）	（α－d，0）
	しない	（0，α－d）	（α，0）

低能力対高能力

		高能力	
		努力する	努力しない
低能力	努力する	（0－d，α－d）	（α－d，0）
	しない	（0，α－d）	（0，α）

Ａさんが努力した場合の利得

$$\mathrm{p}\{\frac{(\alpha-2d)}{2}\frac{(1+q^*)(1-q^*)}{2}+\frac{(\alpha-d)\,q^*q^*}{2}+\frac{(\alpha-d)}{2}\}$$

$$+(1-\mathrm{p})\{\frac{(0-\mathrm{d})(1+q^*)(1-q^*)}{2}+\frac{(\alpha-d)\,q^*q^*}{2}+\frac{(\alpha-2d)}{2}\frac{(1-q^*)(1-q^*)}{2}+(\alpha-d)\frac{(2-q^*)\,q^*}{2}\}$$

$$=(\frac{2\alpha(1-q^*)}{4})p+\frac{\alpha-4d+\alpha q^*(2+q^*)}{4}\quad\text{―①}$$

Ａさんが努力しない場合の利得

$$\mathrm{p}\left(\frac{\alpha}{2}*\frac{q^*q^*}{2}+\alpha\frac{(2-q^*)\,q^*}{2}\right)+(1-\mathrm{p})\frac{\alpha}{2}\frac{(2-q^*)\,q^*}{2}$$

$=\frac{2\alpha q^*}{4}p+\frac{\alpha q^*(2-q^*)}{4}$—②
Ａさんについて、①－②＝$(\frac{2\alpha(1-2q^*)}{4})$p+$\frac{\alpha-4d+2\alpha q^{*2}}{4}$=0—③
となる p の値がp^*である。これを解いて、

$p^*=\frac{-\alpha+4d-2\alpha q^{*2}}{2\alpha-4\alpha q^*}$—④

同様に$q^*=\frac{-\alpha+4d-2\alpha p^{*2}}{2\alpha-4\alpha p^*}$—⑤

Ａさんと B さんは、利得表は対象であるので$p^*=q^*$の対称均衡を考える。また、閾値以上で努力を前提としているので、③の p の係数が$q^*<1/2$ で正なので、$q^*<1/2$ で p=q が閾値を超える場合に努力することになる。
p^*は次の方程式の解である。
$-2\alpha p^{*2}+2\alpha p^*+(\alpha-4d)$=0—⑥
これを解いて、
$p^*=q^*=\frac{-2\alpha\pm\sqrt{4\alpha(3\alpha-8d)}}{-4\alpha}$となる。
$q^*<1/2$ が必要条件であるので、
$\frac{-2\alpha\pm\sqrt{4\alpha(3\alpha-8d)}}{-4\alpha}<\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha>\frac{8}{3}d$、よって、２つの解のうち$\frac{-2\alpha-\sqrt{4\alpha(3\alpha-8d)}}{-4\alpha}$は$q^*>1/2$ となりありえない。

すなわち、$p^*=q^*=\frac{-2\alpha+\sqrt{4\alpha(3\alpha-8d)}}{-4\alpha}=\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{4}-\frac{2d}{\alpha}}$となる。

$p,q>\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{3}{4}-\frac{2d}{\alpha}}$ならＡさんもＢさんも努力する。

$p^*,q^*\geq 0$だが、$\alpha=4d$のとき、$p^*,q^*=0$となる。$\alpha>4\mathrm{d}$の場合を考えると、$q^*=0$ならば、③より、①>②（④より$p^*<0$)となり、努力した場合の利得が正なので、常に努力することになる。$p^*=0$のときも、③より、①>②（⑤より$q^*<0$)となり、$\alpha\geq 4\mathrm{d}$の場合は、Ａさんも B さんも努力することになる。

(3-イ)　閾値未満で努力する戦略
　高能力が努力する確率：$\frac{q^*q^*}{2}$
　高能力が努力しない確率：$\frac{(1+q^*)(1-q^*)}{2}$
　低能力が努力する確率：$\frac{(2-q^*)\ q^*}{2}$

低能力が努力しない確率：$\frac{(1-q^*)(1-q^*)}{2}$

となる。

Aさんが努力した場合の利得

$$\mathrm{p}\left\{\frac{(\alpha-2d)}{2}\frac{q^{*2}}{2}+\frac{(\alpha-d)(1+q^*)(1-q^*)}{2}+\frac{(\alpha-d)}{2}\right\}$$

$$+(1-\mathrm{p})\left\{\frac{(0-d)q^{*2}}{2}+\frac{(\alpha-d)(1+q^*)(1-q^*)}{2}+\frac{(\alpha-2d)}{2}\frac{(2-q^*)q^{**}}{2}+(\alpha-d)\frac{(1-q^*)(1-q^*)}{2}\right\}$$

$$=\left(\frac{2\alpha q^*}{4}\right)p+\frac{4\alpha-4d-\alpha q^*(2+q^*)}{4}\ \text{—⑦}$$

Aさんが努力しない場合の利得

$$\mathrm{p}\left(\frac{\alpha}{2}\frac{1-q^{*2}}{2}+\alpha\frac{(1-q^*)^2}{2}\right)+(1-\mathrm{p})\frac{\alpha}{2}\frac{(1-q^*)^2}{2}$$

$$=\frac{(2\alpha-2\alpha q^*)}{4}p+\frac{\alpha(1-q^*)^2}{4}\text{—⑧}$$

Aさんについて、⑦−⑧＝$\left(\frac{-2\alpha(1-2q^*)}{4}\right)\mathrm{p}+\frac{3\alpha-4d-2\alpha q^{*2}}{4}=0$—⑨

となるpの値がp^*である。

これを解いて

$$p^*=\frac{-3\alpha+4d+2\alpha q^{*2}}{-2\alpha+4\alpha q^*}\text{—⑩}$$

$$q^*=\frac{-3\alpha+4d+2\alpha p^{*2}}{-2\alpha+4\alpha p^*}\text{—⑪}$$

$p^*=q^*$の対称均衡を考える。

また、閾値未満で努力を前提としているので、⑨のpの係数が$q^*<1/2$で負なので、$q^*<1/2$でp=qが閾値未満で努力することになる。

p^*は次の方程式の解である。

$$2\alpha p^{*2}-2\alpha p^*+(3\alpha-4d)=0\text{—⑫}$$

$p^*=q^*=\frac{2\alpha\pm\sqrt{-4\alpha(5\alpha-8d)}}{4\alpha}$となる。

必要条件：$\frac{2\alpha\pm\sqrt{-4\alpha(5\alpha-8d)}}{4\alpha}<\frac{1}{2}\Rightarrow\alpha<\frac{8}{5}\mathrm{d}$、二つの解のうち$\frac{2\alpha+\sqrt{-4\alpha(5\alpha-8d)}}{4\alpha}$は、$q^*>1/2$となりありえない。また、$q^*>0$より、$\alpha>\frac{4}{3}d$。

$p^*,q^*<\frac{2\alpha-\sqrt{-4\alpha(5\alpha-8d)}}{4\alpha}=\frac{1}{2}-\sqrt{-\frac{5}{4}+\frac{2d}{\alpha}}$ならAさんもBさんも努力する。

閾値を超えれば努力するケースと同様に、$p^*,q^*\leq 0$から、$\alpha=\frac{4}{3}d$のとき、$p^*,q^*=0$

となり、$\alpha < \frac{4}{3}d$なら、A さんも B さんも努力しない。

これらをまとめると、

$4d > \alpha > \frac{8}{3}d$なら閾値を超えれば努力戦略、$\frac{4}{3}d < \alpha < \frac{8}{5}d$なら閾値未満で努力戦略となる。$\alpha = \frac{8}{3}d$ 又は $\frac{8}{5}d$なら、$p^* = q^* = 0.5$ となり、努力してもしなくても利得は変わらない。$\alpha \geq 4d$で双方努力、$\alpha \leq \frac{4}{3}d$で双方努力しないこととなる。

(3-ウ) 2 つの閾値の間で努力する戦略

2 つの閾値を $0 < q_2^* < q_1^* < 1$とし、p がq_2^* とq_1^*の間であれば努力する戦略を考える。

高能力が努力する確率は、$\frac{{q_1^*}^2 - {q_2^*}^2}{2}$。

高能力が努力しない確率は、$\frac{1 - {q_1^*}^2 + {q_2^*}^2}{2}$。

低能力が努力する確率は、$q_1{}^* - q_2{}^* - \frac{{q_1^*}^2 - {q_2^*}^2}{2}$。

低能力が努力しない確率は、$\frac{1 - 2(q_1{}^* - q_2{}^*) + ({q_1^*}^2 - {q_2^*}^2)}{2}$である。

・努力した場合の利得―努力しない場合の利得

$= (-\frac{\alpha}{2} + \alpha q_1{}^* - \alpha q_2{}^*)p + (\frac{3}{4}\alpha - d - \frac{\alpha}{2}q_1{}^{*2} + \frac{\alpha}{2}q_2{}^{*2})$

この式の p に$q_1{}^*$、$q_2{}^*$を代入し、イコール 0 とおいた時の解が閾値となるので、

$(-\frac{\alpha}{2} + \alpha q_1{}^* - \alpha q_2{}^*)q_1{}^* + (\frac{3}{4}\alpha - d - \frac{\alpha}{2}{q_1{}^*}^2 + \frac{\alpha}{2}q_2{}^{*2}) = 0$ ―⑬

$(-\frac{\alpha}{2} + \alpha q_1{}^* - \alpha q_2{}^*)q_2{}^* + (\frac{3}{4}\alpha - d - \frac{\alpha}{2}{q_1{}^*}^2 + \frac{\alpha}{2}q_2{}^{*2}) = 0$ ―⑭

⑭より、

$$q_2{}^* = q_1{}^* - \frac{1}{2} \pm \sqrt{-q_1{}^* + \frac{7}{4} - \frac{2d}{\alpha}}$$

これを⑬へ代入し、

$q_1{}^* = \frac{7}{4} - \frac{2d}{\alpha}$、$q_2{}^* = \frac{5}{4} - \frac{2d}{\alpha}$を得た。このとき、(努力した場合の利得―努力しない場合の利得) の値は、p の値にかかわりなくゼロである。

また、$q_1{}^* < 1$であることから、$\alpha \leq \frac{8}{3}d$、$q_2{}^* > 0$であることから、$\alpha \geq \frac{8}{5}d$が得られた。

(3-エ)２つの閾値の外側で努力する戦略

２つの閾値を０ $< q_2^* <\ q_1^* < 1$とし、p がq_2^* とq_1^*の間であれば努力する戦略を考える。

高能力が努力する確率は、$\frac{1-{q_1}^{*2}+{q_2}^{*2}}{2}$。

高能力が努力しない確率は、$\frac{{q_1}^{*2}-{q_2}^{*2}}{2}$。

低能力が努力する確率は、$\frac{1-2({q_1}^{*}-{q_2}^{*})+({q_1}^{*2}-{q_2}^{*2})}{2}$。

低能力が努力しない確率は、${q_1}^* - {q_2}^* - \frac{{q_1}^{*2}-{q_2}^{*2}}{2}$。

・努力した場合の利得―努力しない場合の利得

$=(\frac{\alpha}{2} - \alpha {q_1}^* + \alpha {q_2}^*)p + (\frac{1}{4}\alpha - \mathrm{d} + \frac{\alpha}{2}{q_1}^* - \frac{\alpha}{2}{q_2}^{*2})$

この式の p に${q_1}^*$、${q_2}^*$を代入し、イコール０とおいた時の解が閾値となるので、

$(\frac{\alpha}{2} - \alpha {q_1}^* + \alpha {q_2}^*){q_1}^* + (\frac{1}{4}\alpha - \mathrm{d} + \frac{\alpha}{2}{q_1}^{*2} - \frac{\alpha}{2}{q_2}^{*2}) = 0$ ・・・⑮

$(\frac{\alpha}{2} - \alpha {q_1}^* + \alpha {q_2}^*){q_2}^* + (\frac{1}{4}\alpha - \mathrm{d} + \frac{\alpha}{2}{q_1}^{*2} - \frac{\alpha}{2}{q_2}^{*2}) = 0$ ・・・⑯

⑮より、

${q_1}^* = {q_2}^* + \frac{1}{2} \pm \sqrt{{q_2}^* + \frac{3}{4} - \frac{2d}{\alpha}}$

これを⑯へ代入し、

${q_1}^* = -\frac{1}{4} + \frac{2d}{\alpha}$、${q_2}^* = -\frac{3}{4} + \frac{2d}{\alpha}$を得た。このとき、(努力した場合の利得―努力しない場合の利得）の値は、ｐの値にかかわりなくゼロである。

また、${q_1}^* < 1$であることから、$\alpha > \frac{8}{5}d$、${q_2}^* > 0$であることから、$\alpha < \frac{8}{3}d$が得られた。

これらのことをまとめると、

- ・$\frac{8}{3}d < \alpha < 4\mathrm{d}$なら、「閾値を超えれば努力」戦略
- ・$\frac{4}{3}\mathrm{d} < \alpha < \frac{8}{5}\mathrm{d}$なら「閾値未満で努力」戦略
- ・$\alpha = \frac{8}{3}\mathrm{d}$ 又は $\frac{8}{5}\mathrm{d}$なら、$p^* = q^* = 0.5$ となり努力してもしなくても利得は変わらない。
- ・$\alpha \geq 4\mathrm{d}$で双方努力、$\alpha \leq \frac{4}{3}\mathrm{d}$で双方努力しないこととなる。

これより、αが相当大きい場合（下位になれば解雇される場合など）は、能力に関わらず双方が努力することとなると推測される。ただし、αが相当大き

い場合には、評価上位者と下位者との業績も相応の大きな差があることが従業員の納得性を高めるうえで必要であることに留意はせねばならない。

・$\frac{8}{5}\mathrm{d} < \alpha < \frac{8}{3}\mathrm{d}$なら「2つの閾値の間で努力すること、また、2つの閾値の外側で努力することが均衡」となる。

基本的に報酬が大きければ努力誘因は強いが、報酬が高めの場合は、低能力の者はあきらめ（努力しない）、報酬が低めの場合は、高能力の者があえて努力しないというパタンが見て取れる。

（4）高能力者と低能力者とのパフォーマンスの違いを考慮した企業の利潤

《閾値を超えると努力する場合》

高能力者は低能力者のa倍の収益をもたらし、高能力者、低能力者にかかわらず努力しない場合は努力した場合の半分の収益となると仮定する。高能力者が努力した場合の収益をAとすると、期待収益は、それぞれの努力確率から、以下のとおりとなる。

$\frac{1-q^{*2}}{2}A$（高能力者が努力した場合）　，　$\frac{q^{*2}}{2}\times\frac{A}{2}$（高能力者が努力しない場合）

$\frac{(1-q^*)^2}{2a}A$（低能力者が努力した場合），$\frac{(2-q^*)q^*}{4a}A$（低能力者が努力しない場合）

これに、$q^* = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{2d}{\alpha}}$を代入すると期待収益が求められる。

利潤π＝期待収益―α（人件費）とおき、

$\frac{d\pi}{d\alpha}$＝0から、$48a^2\alpha^5 - 128a^2d\alpha^4 + 48adA(a-1)\alpha^3 - 128ad^2A(a-1)\alpha^2$
$+8d^2A^2((a-1)^2 - 2a)\alpha - 32d^3A^2(a-1)^2=0$

となるαが利潤を最大化するαの候補となる。

仮に、A＝5、a=1.2、d＝1とするとα＝2.92でその時の利潤は1.14となる。

《閾値未満で努力する場合》

同様に閾値未満で努力する場合は、期待収益は以下のとおりとなる。

$\frac{q^{*2}}{2}A$（高能力者が努力した場合），$\frac{1-q^{*2}}{2}\times\frac{A}{2}$（高能力者が努力しない場合）

$\frac{(2-q^*)q^*}{2a}A$(低能力者が努力した場合), $\frac{(1-q^*)^2}{4a}A$（低能力者が努力しない場合）

これに、$q^* = \frac{1}{2} - \sqrt{-\frac{5}{4} + \frac{2d}{\alpha}}$を代入すると期待収益が求められる。

$\frac{d\pi}{d\alpha}$＝0 から、$20a^2\alpha^5 - 32a^2d\alpha^4 + 20adA(a-1)\alpha^3 - 32ad^2A(a-1)\alpha^2$
$+2d^2A^2(3a^2-4a+3)\alpha - 8d^3A^2(a-1)^2=0$
となるαが利潤を最大化するαの候補となる。

仮に、A＝５、a=1.2、ｄ＝１とするとα＝0.06 でα＞ｄに反する。

《2 つの閾値の間で努力する場合》

２つの閾値の間で努力する場合の期待収益は、以下のとおりとなる。

高能力者が努力した場合は、$\frac{{q_1}^2-{q_2}^2}{2}A$、　高能力者が努力しない場合は、$\frac{1-{q_1}^2+{q_2}^2}{2} \times \frac{A}{2}$,低能力者が努力する場合は、$\left(q_1 - q_2 - \frac{{q_1}^2-{q_2}^2}{2}\right)\frac{A}{a}$ 、低能力者が努力しない場合は、$(\frac{1-2(q_1-q_2)+({q_1}^2-{q_2}^2)}{2})\frac{A}{2a}$ 。

これに、$q_1 = \frac{7}{4} - \frac{2d}{\alpha}$、$q_2 = \frac{5}{4} - \frac{2d}{\alpha}$を代入して期待収益を求め、微分すると、

$\frac{d\pi}{d\alpha} = \frac{dA}{2\alpha^2} - \frac{dA}{2a\alpha^2} - 1 = 0$・・・⑰、これを解くと、$\alpha = \sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a}}$となる。

⑰式に$\alpha = \sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a} + \frac{\varepsilon}{2}}$を代入すると負、$\alpha = \sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a} - \frac{\varepsilon}{2}}$を代入すると正となることから、$\alpha = \sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a}}$で極大となる（$\frac{8}{5}\mathrm{d} < \alpha < \frac{8}{3}\mathrm{d}$）。

仮に、A＝５、a=1.2、d＝１とするとα＝0.65 でα＞d に反する。

《2 つの閾値の外側で努力する場合》

2 つの閾値の外側で努力する場合の期待収益は、以下のとおりとなる。

高能力者が努力した場合は$\frac{1-{q_1}^2+{q_2}^2}{2} \times \frac{A}{2}$、高能力者が努力しない場合は、$\frac{{q_1}^2-{q_2}^2}{2}A$、低能力者が努力する場合は、$\left(\frac{1-2(q_1-q_2)+({q_1}^2-{q_2}^2)}{2}\right)\frac{A}{2a}$、、低能力者が努力しない場合は、$\left(q_1 - q_2 - \frac{{q_1}^2-{q_2}^2}{2}\right)\frac{A}{a}$　である。

これに、$q_1 = -\frac{1}{4} + \frac{2d}{\alpha}$、$q_2 = -\frac{3}{4} + \frac{2d}{\alpha}$を代入して期待収益を求め、微分すると、

$\frac{d\pi}{d\alpha}=\frac{dA}{2\alpha^2}-\frac{dA}{2a\alpha^2}-1=0$・・・⑱、これを解くと、$\alpha=\sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a}}$となる。⑱式に$\alpha=\sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a}}+\frac{\varepsilon}{2}$を代入すると負、$\alpha=\sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a}}-\frac{\varepsilon}{2}$を代入すると正となることから、$\alpha=\sqrt{\frac{dA(a-1)}{2a}}$で極大となる（$\frac{8}{5}\mathrm{d}<\alpha<\frac{8}{3}\mathrm{d}$）。

仮に、A＝５、a=1.2、d＝１とするとα＝0.65 でα＞d に反する。

第４節　仕事の出来栄えを競うゲーム（3 人の相対評価）

能力の異なる 3 人が仕事の出来栄えを競うゲームを考える。これは、3 人の相対評価について分析するとともに、中心化傾向についての考察を行うことを目的とするものである。

前提は次のとおりとする。

・能力は、高い方から A さん→B さん→C さんの順とする。

・仕事（資料作成）の出来具合によって、報酬が異なる。

・それぞれが「とおりいっぺん（ノーマル）の資料作成にとどめる」か「手の込んだ（ハイレベル）の資料を作る」かを判断する。

・能力上位者が「ノーマル」で、下位者が「ハイレベル」であれば順位が入れ替わる。

・戦略が同じなら、順位は変わらない。

［利得］

・上位：α

・中位：0

・下位：―β

・ハイレベルのコスト：s（0＜s＜α, β）とすると、利得表は以下のとおり。

（表１－５）

	Cさん	
	ハイ	ノーマル

		Bさん			
		ハイ	ノーマル	ハイ	ノーマル
Aさん	ハイ	$(\underline{\alpha-s},\ \underline{-s},\ -\beta-s)$	$(\underline{\alpha-s},\ -\beta,\ \underline{-s},)$	$(\underline{\alpha-s},\ -s,\ \underline{-\beta})$	$(\alpha-s,\ \underline{0},\ -\beta)$
	ノーマル	$(-\beta,\ \underline{\alpha-s,\ -s})$	$(0,\ -\beta,\ \underline{\alpha-s})$	$(0,\ \underline{\alpha-s},\ -\beta)$	$(\underline{\alpha},\ 0,\ -\beta)$

純粋戦略ではナッシュ均衡は存在しない。

そこで、A がハイを選ぶ確率を p、B がハイを選ぶ確率を q、C がハイを選ぶ確率を r として混合戦略を考える。

[A がハイを選んだ場合の期待利得]

$\alpha-s$

[A がノーマルを選んだ場合の期待利得]

$-\beta qr+\alpha(1-q)(1-r)$

よって、

$q>\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$のとき p＝1―❶、$q<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$のとき p＝0―❷、$q=\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$のとき$0\leq p\leq 1$―❸

[B がハイを選んだ場合の期待利得]

$-spr+(\alpha-s)(1-p)r+(-s)p(1-r)+(a-s)(1-p)(1-r)$

[B がノーマルを選んだ場合の期待利得]

$-\beta pr+(-\beta)(1-p)r$

よって、$p<1-\frac{s}{\alpha}+\frac{\beta r}{\alpha}(r>\frac{\alpha p-\alpha+s}{\beta})$のとき q＝1―❹、$p>1-\frac{s}{\alpha}+\frac{\beta r}{\alpha}(r<\frac{\alpha p-\alpha+s}{\beta})$のとき q＝0―❺、

$p=1-\frac{s}{\alpha}+\frac{\beta r}{\alpha}(r=\frac{\alpha p-\alpha+s}{\beta})$ のとき$0\leq q\leq 1$―❻

[C がハイを選んだ場合の期待利得]

$(-\beta-s)pq+(-s)(1-p)q+(-s)p(1-q)+(\alpha-s)(1-p)(1-q)$

[C がノーマルを選んだ場合の期待利得]

$-\beta$

よって、$\mathrm{q} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$のとき r＝1―❼、　$\mathrm{q} > \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$のとき r＝0―❽、
$\mathrm{q} = \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$のとき$0 \leq \mathrm{r} \leq 1$―❾

◎p＝1 と仮定すると①より$\mathrm{q} > \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$。

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \mathrm{q} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$なら、❼より r＝1 となり、❹より q＝1 となる。これは、$\mathrm{q} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$と矛盾する。

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \mathrm{q}$なら、❽より r＝0 となり、❺より q＝0 となるが、$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$は正であり、$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \mathrm{q}$に矛盾する。

・$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \mathrm{q}$でも同様に矛盾する。

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$＝qならば❾より$0 \leq r \leq 1$、$\mathrm{q} = \frac{\beta-s}{2\alpha+\beta}$となる。$0 < \mathrm{q} < 1$なので、❻より$0 < r = \frac{\alpha p-\alpha+s}{\beta} = \frac{s}{\beta} < 1$となる。

$\mathbf{p = 1, q = \frac{\beta-s}{2\alpha+\beta}}, \boldsymbol{r = \frac{s}{\beta}}$

これが成り立つのは、$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$の条件下であり、$\frac{\frac{2\alpha^2}{\beta}-3\alpha-\sqrt{\frac{4\alpha^4}{\beta}-\frac{12\alpha^3}{\beta}+5\alpha^2+4\alpha\beta}}{2(1-\frac{\beta}{\alpha})} <$

$\mathrm{s} < \frac{\frac{2\alpha^2}{\beta}-3\alpha+\sqrt{\frac{4\alpha^4}{\beta}-\frac{12\alpha^3}{\beta}+5\alpha^2+4\alpha\beta}}{2(1-\frac{\beta}{\alpha})}$のケースである。

仮に$\alpha = \beta$の場合は、$\alpha(\beta - s) > 0$が条件であり、報酬がハイレベル資料作成のコストを上回っていれば成り立つことになり、$\mathrm{p = 1, q} = \frac{1}{3} - \frac{s}{3\alpha}, r = \frac{s}{\alpha}(\alpha > 4s \Rightarrow q > r)$となる。報酬がコストを上回れば能力上位である A は自分がハイレベル資料を作りさえすれば上位が約束されており、中位の B と下位の C は報酬が一定以上であれば B のハイレベル資料作成確率が C を上回ることになる。

◎p＝0 と仮定すると❷より$\mathrm{q} < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$。

・$q < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$なら、❼より r＝1 となり、❹より q＝1 となる。これは、$\mathrm{q} < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$と矛盾する。

・$q < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$　も同様に矛盾する。

・$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < q < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$　なら、❽より r＝0、❹より q=1 となり。$q < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$に矛盾する。

・$q = \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$ なら、❾より$0 \leq r \leq 1$、$\mathrm{q} = \frac{\alpha+\beta-s}{\alpha}(> 1)$となり矛盾する。

◎$0<\mathrm{p}<1$なら、$\mathrm{q}=\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$。

・$\mathrm{q}=\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$なら、❼より r＝1 となり、$\mathrm{q}=\frac{s-\alpha}{\beta}$となる。$0<\mathrm{q}<1$なので、$\mathrm{p}=1+\frac{\alpha-s}{\beta}$ となるが、あり得ない。

・$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}=q$なら、❽より r＝0 となり、$\mathrm{q}=\frac{s}{\alpha}$となる。$0<\mathrm{q}<1$なので、$\mathrm{p}=1-\frac{s}{\alpha}$となり、$0<\mathrm{p}<1$である。

$\mathbf{p}=\mathbf{1}-\frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{\alpha}}$、 $\mathbf{q}=\frac{\boldsymbol{s}}{\boldsymbol{\alpha}}$ 、**r＝0**

これが成り立つのは、$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$の条件下であり、$\frac{2\alpha+\beta-\sqrt{4\alpha^2-3\beta^2}}{2(1+\frac{\beta}{\alpha})}<\mathrm{s}<\frac{2\alpha+\beta+\sqrt{4\alpha^2-3\beta^2}}{2(1+\frac{\beta}{\alpha})}$のケースである。

仮に$\alpha=\beta$の場合は、$\frac{\alpha}{2}<s<\alpha$ の条件下で、成り立つことになる。

この場合、p は $\frac{1}{2}$ を下回り、q は $\frac{1}{2}$ より大きいということになり、ハイレベル資料作成のコストが大きいと能力上位者はノーマルレベルの資料しか作らない傾向となる。能力中位者は逆転の確率が上がるので、努力確率も上がることになり、能力中位者が頑張るので能力下位者は諦めるという図式である。

◎r=1 と仮定すると❼より$\mathrm{q}<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}<\mathrm{q}<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$なら、❶より p=1、❹より q=1 となり。$q<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$に矛盾する。

・$q<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$なら、❷より p=0、❹より q=1 となり。$q<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$に矛盾する。

・$q<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$ も同様に矛盾する。

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}=\mathrm{q}<\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$ なら❸より$0\leq p\leq 1$、また、$\mathrm{q}=\frac{s}{\alpha}$。$0\leq q\leq 1$なので、❻より$\mathrm{p}=1-\frac{s}{\alpha}+\frac{\beta}{\alpha}(>1)$となり矛盾する。

◎r=0 と仮定すると❽より$\mathrm{q}>\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$。

・$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}<q<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$ なら、❷より p=0、この場合、$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$はあり得ない。

・$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}<\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}<\mathrm{q}$なら、❶より p=1、❺より q=0 となり、$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}<\mathrm{q}$に矛盾する。

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \mathrm{q}$　でも同様に矛盾する。

・$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < q = \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$　なら、❸より$0 \le p \le 1$、また、$\mathrm{q} = \frac{s}{\alpha}$。$0 < \mathrm{q} < 1$なので、❻及び r=0 より、$\mathrm{p} = 1 - \frac{s}{\alpha}$が得られる。

◎$0 < \mathrm{r} < 1$なら、$\mathrm{q} = \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p}$。

・$\frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r} < \frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} = q$なら、❶より p＝1 となり、また$\mathrm{q} = \frac{\beta-s}{2\alpha+\beta}$となる。
$0 < \mathrm{q} < 1$なので、$\mathrm{r} = \frac{\alpha p-\alpha+s}{\beta} = \frac{s}{\beta}$となり$0 < \mathrm{r} < 1$が成り立っている。

・q=$\frac{\alpha+\beta-\alpha p-s}{\alpha+\alpha p+\beta p} < \frac{s-\alpha r}{\alpha+\beta r-\alpha r}$なら、❷より p＝0 となり、また $\mathrm{q} = \frac{\alpha+\beta-s}{\alpha}(> 1)$となるがこれはあり得ない。

（中心化傾向）

ここで中心化傾向について考えるため、仮定として評価する側が部下の報酬になるべく差をつけたくないという意思をもつとする。上位でも下位でも m の割合（$1 \ge \mathrm{m} > 0$、ただし、$\alpha\mathrm{m}, \beta\mathrm{m} > \mathrm{s}$）だけその地位に位置付けられ残りは中位に回されるとすると、

$\mathbf{p = 1, q = \frac{\beta-s}{2\alpha+\beta}, r = \frac{s}{\beta}}$のケースでは、$\mathbf{p = 1, q = \frac{\beta m-s}{2\alpha m+\beta m}, r = \frac{s}{\beta m}}$ となり、m が 1 より小さくなるに（中心化傾向が増す）に連れて、q は減り（$q' = \frac{s}{(2\alpha+\beta)m^2} > 0$より）、r は増えることになる。元 GE のジャックウエルチは従業員を成果に応じて上位 20%、中位７０%、下位 10%に分類すべしとしているが、中位が多い組織での中心化傾向は組織全体の業績を減らすことになる。

$\mathbf{p = 1 - \frac{s}{\alpha}, q = \frac{s}{\alpha}}$, r＝0 のケースでは、$\mathbf{p = 1 - \frac{s}{\alpha m}, q = \frac{s}{\alpha m}}$, **r＝0** となり、m が 1 より小さくなるに（中心化傾向が増す）に連れて、q は増え、p は減ることになる。

第５節　無限繰り返しゲームの場合

（１）利得の整理

日本型雇用慣行である終身雇用が崩れてきていると言われているが平成 30 年雇用動向調査および同賃金構造基本統計調査によると、労働者の転職入職率や平

均勤続年数はこの10年で大きな変化はなく、いまだに我が国では長期雇用慣行は残っているとも言える。長期的視点で従業員の合理的な行動を考えた場合、単年度の場合と答えが変わってくる可能性がある。評価結果が本給に反映される場合など将来に渡って影響が出てくるケースは、無限繰り返しゲームの考え方がより実態に近いと思われる。

分析にあたっては、以下のようなモデルを想定する。

・従業員は２人と仮定する。

・業績が上位となった場合の利得をα、努力のコストをd（＜α）とする。

・それぞれの従業員は前期の結果を判断材料として、今期の行動を決めるとする。

・割引因子をr（0＜r＜1）とする。

このモデルにおいて、各期の利得は前述の表１－３と同じであり、無限繰り返しゲームの利得表は表１－６のとおりとなる。

この表から、次のことが言える。

- $\alpha > 2d$ならば、２人とも常に努力する戦略が均衡する。
- $\alpha < 2d$ならば、２人とも常に努力しない戦略が均衡する。
- $\alpha = 2d$ならば、２人とも常に努力する戦略と常に努力しない戦略が均衡する。また、常に努力する戦略と前回上位なら努力、下位なら努力しない戦略、常に努力しない戦略と前回上位なら努力しない、下位なら努力する戦略が均衡する。
- $\alpha = 2d - dr$ならば、利得はゼロであるが、前回上位なら努力、下位なら努力しない戦略同士が均衡する。
- $\alpha = 2d + dr$ならば、前回上位なら努力しない、下位なら努力する戦略同士が均衡する。

（表１－６）

		Bさん					
		前回上位：努力 前回下位：努力	前回上位： 努力しない 前回下位： 努力しない	前回上位：努力 前回下位： 努力しない １回目：努力	前回上位：努力 前回下位： 努力しない １回目:しない	前回上位： 努力しない 前回下位：努力 １回目：しない	前回上位： 努力しない 前回下位：努力 １回目:努力
Aさん	上位： 努力 下位： 努力	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-2d}{2(1-r)},\frac{\alpha-2d}{2(1-r)}\right)$ α ≥ 2d で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-d}{1-r},0\right)$ α = 2d で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-2d+dr}{(1-r)(2-r)},\frac{\alpha-2d}{2-r}\right)$ α = 2d で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-d}{1-r},0\right)$ α = 2d で均衡	$\left(\frac{2\alpha-2d-dr}{(1-r)(2+r)},\frac{(\alpha-2d)r}{(1-r)(2+r)}\right)$	$\left(\frac{\alpha-2d+(\alpha-d)r}{(1-r)(2+r)},\frac{\alpha-2d}{(1-r)(2+r)}\right)$
	上位： しない 下位： しない	部分G完全均衡 $\left(0,\frac{\alpha-d}{1-r}\right)$ α = 2d で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha}{2(1-r)},\frac{\alpha}{2(1-r)}\right)$ α ≤ 2d で均衡	$\left(0,\frac{\alpha-d}{1-r}\right)$	$\left(\frac{\alpha}{2-r},\frac{\alpha-dr}{(1-r)(2-r)}\right)$	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha}{(1-r)(2+r)},\frac{\alpha+\alpha r-dr}{(1-r)(2+r)}\right)$ α = 2d で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha r}{(1-r)(2+r)},\frac{2\alpha-2d+dr}{(1-r)(2+r)}\right)$ α = 2d で均衡
	上位:努力 下位： しない １回目：努力	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-2d}{2-r},\frac{\alpha-(2-r)d}{(2-r)(1-r)}\right)$ α = 2d で均衡	$\left(\frac{\alpha-d}{1-r},0\right)$	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)}\right)$ α = 2d − dr で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-d}{1-r},0\right)$ α = 2d − dr で均衡	$\left(\frac{2(\alpha-d)+dr^2-\alpha r}{2(1-r)},\frac{(\alpha-2d+dr)r}{2(1-r)}\right)$	$\left(\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)}\right)$
	上位：努力 下位:しない １回目： しない	部分G完全均衡 $\left(0,\frac{\alpha-d}{1-r}\right)$ α = 2d で均衡	$\left(\frac{\alpha-dr}{(1-r)(2-r)},\frac{\alpha}{2-r}\right)$	部分G完全均衡 $\left(0,\frac{\alpha-d}{1-r}\right)$ α = 2d − dr で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-dr}{2(1-r)}\right)$ α = 2d − dr で均衡	$\left(\frac{\alpha-dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-dr}{2(1-r)}\right)$	$\left(\frac{(\alpha-dr)r}{2(1-r)},\frac{2(\alpha-d)-(\alpha-2d+dr)r}{2(1-r)}\right)$
	上位:しない 下位：努力 １回目： しない	$\left(\frac{(\alpha-2d)r}{(1-r)(2+r)},\frac{2\alpha-2d-dr}{(1-r)(2+r)}\right)$	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-dr+\alpha r}{(1-r)(2+r)},\frac{\alpha}{(1-r)(2-r)}\right)$ α = 2d で均衡	$\left(\frac{\alpha r-2dr+dr^2}{2(1-r)},\frac{2(\alpha-d)+dr^2-\alpha r}{2(1-r)}\right)$	$\left(\frac{\alpha-dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-dr}{2(1-r)}\right)$	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-dr}{2(1-r)}\right)$ α = 2d + dr で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{(\alpha-d)r}{1-r^2},\frac{\alpha-d}{1-r^2}\right)$ α = 2d + dr で均衡
	上位:しない 下位：努力 １回目:努力	$\left(\frac{\alpha-2d}{(1-r)(2+r)},\frac{\alpha+\alpha r-dr-2d}{(1-r)(2-r)}\right)$	部分G完全均衡 $\left(\frac{2\alpha-2d+dr}{(1-r)(2+r)},\frac{\alpha r}{(1-r)(2+r)}\right)$ α = 2d で均衡	$\left(\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)}\right)$	$\left(\frac{2(\alpha-d)-(\alpha-2d+dr)r}{2(1-r)},\frac{(\alpha-dr)r}{2(1-r)}\right)$	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-d}{1-r^2},\frac{(\alpha-d)r}{1-r^2}\right)$ α = 2d + dr で均衡	部分G完全均衡 $\left(\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)},\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)}\right)$ α = 2d + dr で均衡

※青字は利得がゼロで均衡となるもの。

計算方法等は付録に記す

（２）各均衡戦略における企業の利潤

利潤最大化を目的とする企業として、望ましいαの設定の仕方を以下で考えてみる。収益は、基本利潤（Z）に１人努力で C（＞d)、2 人努力で 2C が加わることとし、費用は人件費：αのみとする。

(ア)　（常に努力）対（常に努力）（α＞2d）

利潤（Π）＝Z＋2C－（２d＋X）　　----- ⅰ　αが２d を上回る分を X とした。

(イ)　（常に努力しない）対（常に努力しない）（α＜２d）

Π＝Z－（2d―Y）　----- ⅱ　αが２d を下回る分を Y とした。

(ウ)　（前回上位：努力、下位：しない）対（前回上位：努力、下位：しない）（α＝2d－dr）

Π＝Z＋C（１期当たり一人分の努力）－２d＋dr　　----- ⅲ

(エ)　（前回上位：しない、下位：努力）対（前回上位：しない、下位：努力）（α＝2d＋dr）

Π＝Z＋C－2d―dr　　-----ⅳ

［（常に努力）対（上位努力、下位しない)、(常にしない）対(上位しない、下位努力) は、ⅲを又はⅰを下回る。］

・企業としては X をできるだけゼロに近づけ、Y を大きくする。その場合、ⅰ－ⅱ≒2C+Y＞０となる。ⅲとⅳの比較では、ⅲの方が大きい。ⅰとⅲの比較では、ⅰ―ⅲ＝C－X－dr となり、X はゼロに近く、C＞d＞dr なので、ⅰ＞ⅲとなる。

よって、企業としては、α＝2d＋X（X をなるべく小さく設定）とすることが最適な行動である。この場合各従業員は努力し利潤も確保でき、経営側としては理想的な形となる。従業員の努力は各人の資質向上にもつながると考えられ、組織の力もレベルアップが見込める。

（３）従業員が３人の場合

これまでは従業員が 2 人の場合を検討してきたが、従業員が 3 人の場合の利得表は表１－７のとおりとなる。なお、紙面の都合などの関係から、3 人が常に努力する場合以外は、3 人の戦略が同じ場合のみを記載している。α:1 位の報酬、β:2 位の報酬とする。

（表１－７）

		Bさん、Cさん	
		常努力	Aさんと同じ戦略
	常努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{3(1-r)},\frac{\alpha+\beta-3d}{3(1-r)},\frac{\alpha+\beta-3d}{3(1-r)})$	同左
	常しない	$(0,\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)})$	$(\frac{\alpha+\beta}{3(1-r)},\frac{\alpha+\beta}{3(1-r)},\frac{\alpha+\beta}{3(1-r)})$
	上努力、中努力、下しない①努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{3-2r}$,省略,省略)	$(\frac{2\alpha+2\beta-5d-(\alpha+\beta-3d)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上努力、中しない、下しない①努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{3-r}$,省略,省略)	$(\frac{2\alpha+2\beta-4d-(\alpha+\beta-3d)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上努力、中しない、下努力①努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{(3+r)(1-r)}$,省略,省略)	$(\frac{2\alpha+2\beta-5d-(\alpha+\beta-3d)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上しない、中努力、下努力①努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{(3+r)(1-r)}$,省略,省略)	$(\frac{2\alpha+2\beta-5d-(\alpha+\beta-3d)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上しない、中努力、下しない①努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{3-r}$,省略,省略)	$(\frac{2\alpha+2\beta-4d-(\alpha+\beta-3d)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
A さん	上しない、中しない、下努力①努力	$(\frac{\alpha+\beta-3d}{(3+2r)(1-r)}$,省略,省略)	$(\frac{2\alpha+2\beta-4d-(\alpha+\beta-3d)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上努力、中努力、下しない①しない	$(0,\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)})$	$(\frac{2(\alpha+\beta-d)-(\alpha+\beta)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上努力、中しない、下しない①しない	$(0,\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)})$	$(\frac{2\alpha+2\beta-d-(\alpha+\beta)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上努力、中しない、下努力①しない	$(\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2}+\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)}+\frac{(\alpha+\beta-2d)r^2}{2(3+r)(1-r)},$ $\frac{\alpha+\beta-2d}{2}+\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)}+\frac{(\alpha+\beta-2d)r^2}{2(3+r)(1-r)})$	$(\frac{2(\alpha+\beta-d)-(\alpha+\beta)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上しない、中努力、下努力①しない	$(\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2}+\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)}+\frac{(\alpha+\beta-2d)r^2}{2(3+r)(1-r)},$ $\frac{\alpha+\beta-2d}{2}+\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)}+\frac{(\alpha+\beta-2d)r^2}{2(3+r)(1-r)})$	$(\frac{2(\alpha+\beta-d)-(\alpha+\beta)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上しない、中努力、下しない①しない	$(0,\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2(1-r)})$	$(\frac{2\alpha+2\beta-d-(\alpha+\beta)r}{3(1-r)}$,同左,同左)
	上しない、中しない、下努力①しない	$(\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+2r)(1-r)},\frac{\alpha+\beta-2d}{2}+\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)}+\frac{(\alpha+\beta-2d)r^2}{(3+r)(1-r)},$ $\frac{\alpha+\beta-2d}{2}+\frac{(\alpha+\beta-3d)r}{(3+r)(1-r)}+\frac{(\alpha+\beta-2d)r^2}{(3+r)(1-r)})$	$(\frac{2\alpha+2\beta-d-(\alpha+\beta)r}{3(1-r)}$,同左,同左)

$\alpha+\beta \geq 3d$ならば、３人とも常に努力する戦略が均衡する。

（４）従業員がｎ人の場合

２人のゲームで、$\alpha \geq 2d$ならば、２人とも常に努力し、３人のゲームでは$\alpha + \beta \geq 3d$で３人とも常に努力するという結果は、ｎ人の場合、$\alpha + \beta + \gamma + \cdots \geq nd$ならば、全員が常に努力するという結果を推測させるものである。$\frac{\alpha + \beta + \gamma + \cdots}{n}$は利得の期待値と考えることができる。

１回逸脱原理を使い部分ゲーム均衡を確認する。

利得の合計（$\alpha + \beta + \gamma + \cdots$）をＸとすると、他の従業員すべてが常に努力する前提で、自分が常に努力した場合の各期の利得は、$\frac{X-nd}{n}$である。いずれかの期に１回逸脱するとその期の利得は０となり、元の戦略（常に努力）に戻るとそれ以降の利得は、$\frac{X-nd}{n}$となる。よって、逸脱した期の利得０が$\frac{X-nd}{n}$より小さければ、すなわち、$X \geq nd$ならば、常に努力する戦略は部分ゲーム完全均衡であると言える。

企業としては、利得の期待値が努力のコストを上回るように設定すれば、従業員全員を努力させることができると考えられる。

第６節　概括

今回の分析の結果、能力を考慮した１回限りのゲームでは、

$\frac{8}{3}d$(努力のコスト) $< \alpha$（従業員の業績に対する報酬(利得)) $< 4d$、

であれば、「閾値$\left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{3}{4} - \frac{2d}{\alpha}}\right)$を超えれば努力」戦略、$\frac{4}{3}d < \alpha < \frac{8}{5}d$であれば、

「閾値$\left(\frac{1}{2} - \sqrt{-\frac{5}{4} + \frac{2d}{\alpha}}\right)$未満で努力」戦略を選び、$\alpha > 4d$であれば双方努力、$\alpha < \frac{4}{3}d$であれば双方努力しないこととなった。$\frac{8}{5}d < \alpha < \frac{8}{3}d$であれば「２つの閾値$\left(\frac{7}{4} - \frac{2d}{\alpha}\right.$、$\left.\frac{5}{4} - \frac{2d}{\alpha}\right)$の間、または、２つの閾値$\left(-\frac{1}{4} + \frac{2d}{\alpha}\right.$、$\left.-\frac{3}{4} + \frac{2d}{\alpha}\right)$の外側で努力すること」が均衡となった。なお、$\alpha = 2d$なら閾値の間戦略と外側戦略の閾値は同じとある。

基本的に報酬が大きければ努力誘因は強いが、報酬が大きめの場合は、低能力の者はあきらめ（努力しない）、報酬が小さめの場合は、高能力の者があえて努力しないというパタンが見て取れる。

能力を考慮しない無限繰り返しゲームを考えた場合は、$\alpha \geq 2d$ならば、２人とも常に努力する戦略、$\alpha \leq 2d$ならば、２人とも常に努力しない戦略、$\alpha = 2d$ならば、常に努力する戦略と常に努力しない戦略等が均衡し、$\alpha = 2d - dr$ならば、利得はゼロであ

るが、前回上位なら努力、下位なら努力しない戦略同士、$\alpha = 2d + dr$ならば、前回上位なら努力しない、下位なら努力する戦略同士が均衡することが分かった。また、従業員を雇用する企業としてはαを２ｄよりわずかに大きくすることで、最大の利潤を得ることが分かった。

3 人のゲームでは$\alpha + \beta \geq 3d$で 3 人とも常に努力することが、ｎ人の場合、利得の期待値が努力のコスト以上であれば、全員が常に努力することが部分ゲーム完全均衡であった。

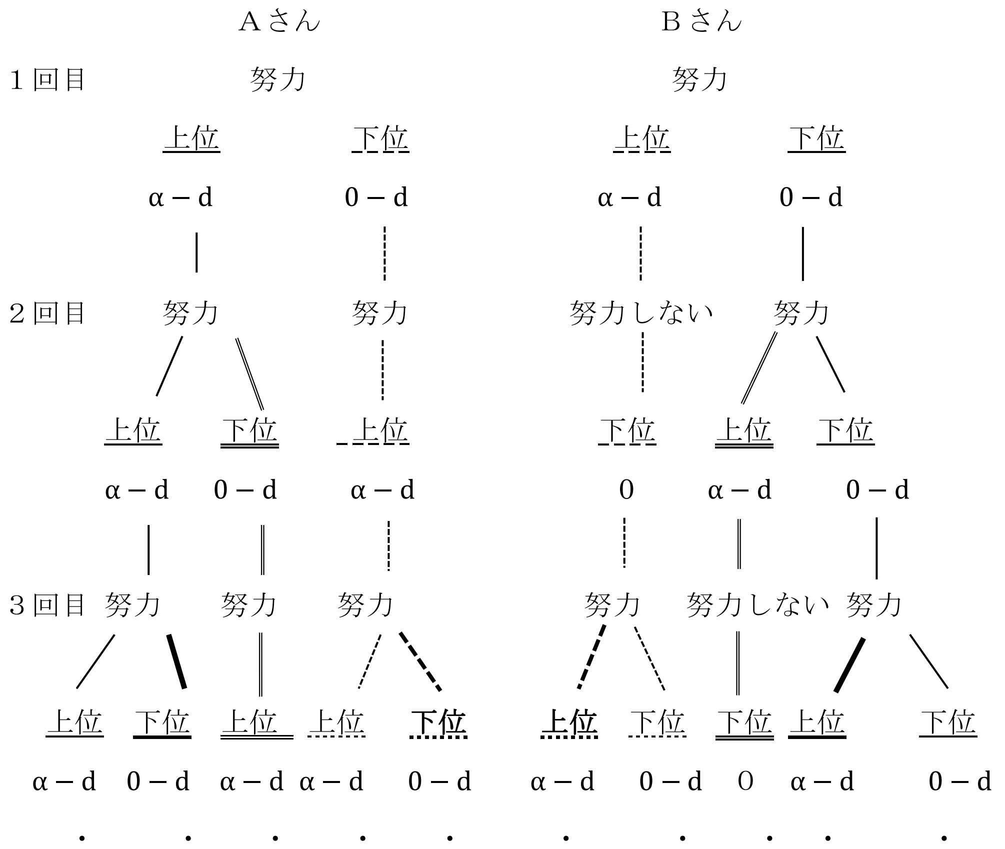
（付録）

1　利得の計算例

利得の計算について一例を以下に示す。

Ａさん（前回上位でも下位でも努力）対

Ｂさん（前回上位：努力しない、前回下位：努力、１回目：努力）の場合



Ａさんの期待利得をＶとすると、

Ｖ＝$\frac{\alpha-2d}{2}+\frac{(\alpha-d)r}{2}+\frac{1}{2}rV+\frac{1}{2}r^2V$なので、

$(1-\frac{1}{2}r-\frac{1}{2}r^2)V=\frac{\alpha-2d}{2}+\frac{(\alpha-d)r}{2}$

V=$\frac{\alpha+\alpha r-2d-dr}{(1-r)(2+r)}$となる。

Ｂさんの期待利得は同様に、

Ｖ＝$\frac{\alpha-2d}{2}+0+\frac{1}{2}rV+\frac{1}{2}r^2V$なので、

V=$\frac{\alpha-2d}{(1-r)(2+r)}$となる。

２　部分ゲーム完全均衡であることの確認

無限繰り返しゲームにおいて、均衡する戦略を見つけるためには、全ての部分ゲームの均衡の確認が前提となるが、現実にすべての部分ゲームについて確認することは不可能である。そこで、1 回逸脱原理を使って確認をする。1 回逸脱原理とは、相手の戦略及び自分の以後の戦略は所与として、いかなる部分ゲームの始点においても、自らの均衡戦略から逸脱しても利得を増やすことはできないというものであり、割引因子が 1 未満であれば無限繰り返しゲームでも成り立つ原理である。（An　Introduction to Game Theory,　Martin J. Osborne P438,439）

部分ゲーム完全均衡を 1 回逸脱原理により確認する場合の一例を以下に示す。

Ａさん（前回上位：努力しない、下位：努力、1 回目：努力）

対Ｂさん（前回上位：努力しない、下位：努力、１回目：努力）の場合

	Ａさん		Ｂさん	
１回目	努力		努力	
	上位	下位	上位	下位
	$\alpha-d$	$0-d$	$\alpha-d$	$0-d$
２回目	努力しない	努力	努力しない	努力
	下位	上位	下位	上位
	0	$\alpha-d$	0	$\alpha-d$
３回目	努力	努力しない	努力	努力しない
	上位	下位	上位	下位
	$\alpha-d$	0	$\alpha-d$	0
	・	・	・	・
	・	・	・	・

このときの A さんの利得は、$\frac{\alpha-2d+dr}{2(1-r)}$ ―(1)

である。

(3-ア)1 回目のみ逸脱した場合

A さんが 1 回目のみ逸脱した場合は以下のとおりとなる。

	Aさん	Bさん
1回目	努力しない	努力
	下位	上位
	0	$\alpha - d$
2回目	努力	努力しない
	上位	下位
	$\alpha - d$	0
3回目	努力しない	努力
	下位	上位
	0	$\alpha - d$
	・	・
	・	・
	・	・
	・	・

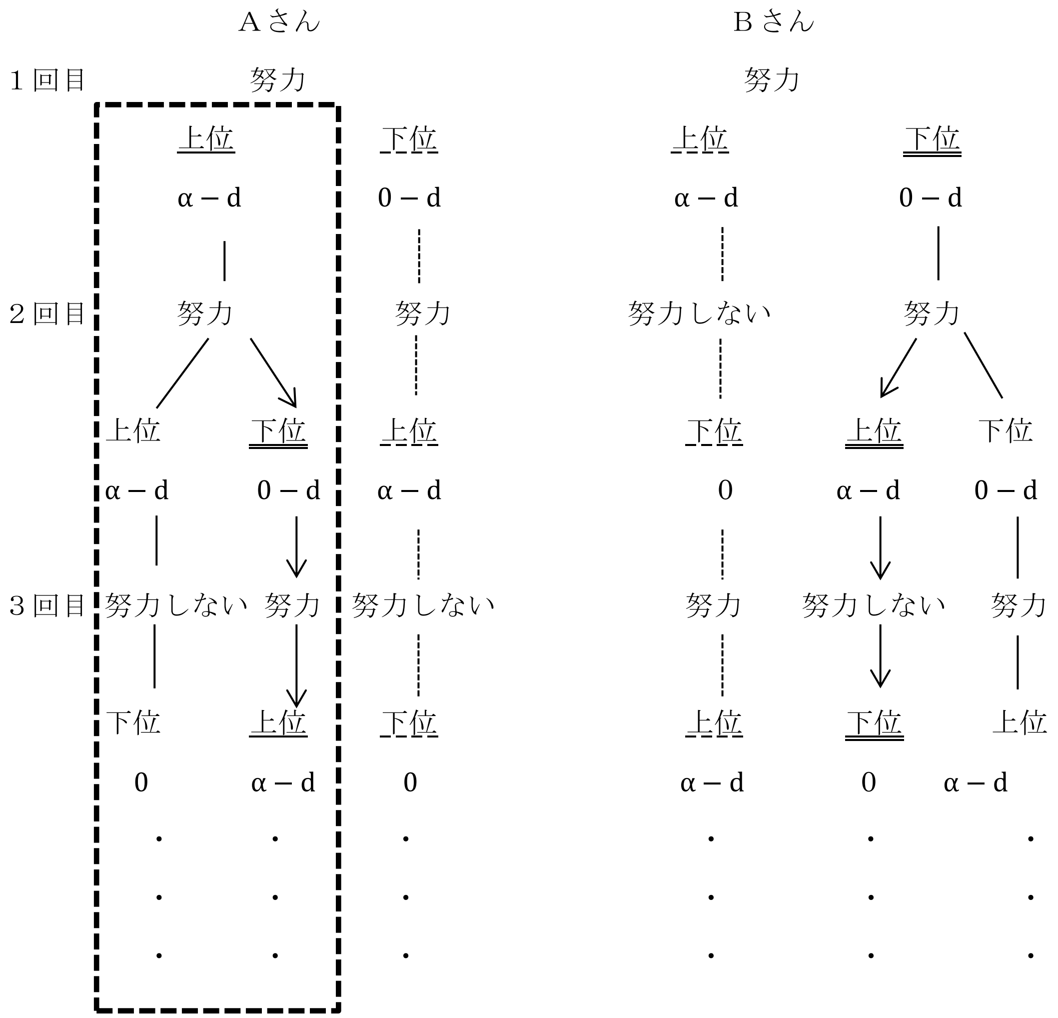
このときの A さんの利得は、$\frac{(\alpha-d)r}{(1-r^2)}$―(2)

となる。

均衡の条件は、$\alpha = 2d + dr$ であるので、これを代入すると(1)－(2)＝０であり、逸脱しても得をしない。

(3-イ)2 回目に「努力しない」から逸脱し、「努力する」場合

A さんが 2 回目の左側の「努力しない」から逸脱し、「努力する」場合は以下のとおりとなる。



上の図の で囲まれた部分の A さんの利得は、

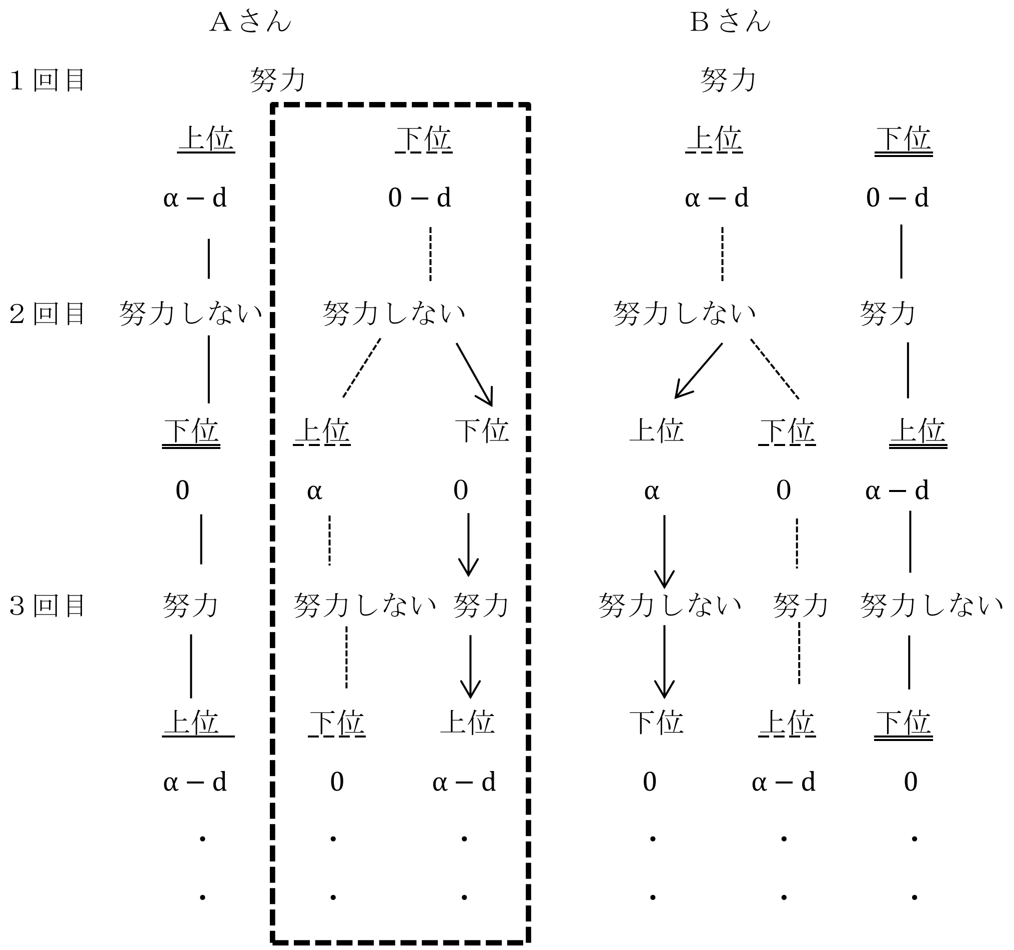
$\alpha - \mathrm{d} + \frac{(\alpha-2d)r}{2} + \frac{(\alpha-d)r^2}{2(1-r)}$—(3)

逸脱前の同じ部分の A さんの利得は、$\frac{(\alpha-d)r}{(1-r^2)}$−(4)

均衡の条件は、α＝2d＋dr であるので、これを代入すると(4)−(3)＝０であり、逸脱しても得をしない。

(3-ウ)2 回目に「努力する」から逸脱し、「努力しない」場合

A さんが 2 回目右側の「努力する」から逸脱し、「努力しない」場合は以下のとおりとなる。



上の図の　　　で囲まれた部分のAさんの利得は、

$\frac{\alpha r}{2}+\frac{(\alpha-d)r^2}{2(1-r)}-\mathrm{d}$—(5)

逸脱前の同じ部分のAさんの利得は、$\frac{(\alpha-d)r}{(1-r^2)}-d$−(5)

均衡の条件であるα＝2d + dr のとき、(5)−(4)＝0であり、逸脱しても得をしない。

その他の逸脱も基本的に同じパタンなので、Aさん（前回上位：努力しない、下位：努力、1回目：努力）、Bさん（前回上位：努力しない、下位：努力、1回目：努力）の戦略はα＝2d + drのとき、部分ゲーム完全均衡であると言える。

第 2 章　相対人事評価制度の分析（バイアス・罰則がある場合）

第 1 節　概要

バイアス・罰則がある場合の 2 人の従業員の相対人事評価について分析を行った。

第 2 節では基本モデルを提示した。

第 3 節では上司のバイアスが従業員の努力にどう影響するかをみた。結果としては、報酬が小さい場合、2 人の従業員を平等に扱う場合よりも上司が何らかのバイアスを持ちそれを従業員が認識している場合のほうが従業員の努力レベルは高く、報酬が大きい場合は平等に取り扱うほうが努力レベルは高いという結果になった。

第 4 節では、2 期にわたるモデルを分析し、同等の業績の者を連続で下位者にしたくないというバイアスが従業員の努力、企業利潤にどう影響するかをみた。結果としてはバイアスを持つことは基本的に努力、企業利潤にマイナスの影響があった。さらにより一般的に 1 期目の成績に基づきバイアスを持つ場合を検証すると、1 期目下位者へのバイアスは 2 期通算の利潤を減らすこととなり、逆に 1 期目上位者へのバイアスはほとんどの場合 2 期通算の利潤を増やすこととなった。また 2 期連続で下位となると職を失うという条件設定は努力レベル、企業利潤いずれに対してもプラスの影響があることがわかった。

第 5 節では、同点で報酬なしとなった場合の士気の低下を考慮に入れた場合を検討した。一定の成果を上げているのに同点で報酬がゼロとなった方の効用減を上司が考慮する場合も均衡は存するが均衡努力レベルは下がることとなった。

第 6 節では、厳密に業績差が表せる場合のバイアスの影響についてみた。従業員がバイアスを知っているケースでは、基本的にはバイアスは従業員の努力レベルを下げるが、下位になれば大きなデメリットがあるといった厳しい条件が片方に設定された場合、均衡努力レベルは上がり、厳しい条件が設定されていない方にバイアスを付与することで双方の努力は増えることがあることがわかった。バイアスは事前にわからず、上司は 2 人の業績を見て判断するケースでは、上司は不利な条件が設定されている方にバイアスを付与する場合があるが、不利な条件が大きくなるほど、均衡努力レベルは下がることとなった。

第２節　基本設定(努力の程度を選ぶ想定)

企業などの組織において、従業員は自らの能力、業績についての評価に基づき報酬が増減するという仕組みの中で、より高い評価を得るために努力をし、また、評価を受け自身の長所短所を客観的に認識することにより成長へと結びつけていく。これらの前提として能力、実績が適正に評価されないと、従業員としてはなかなか業務に集中することができない。従業員が貴重な経営資源である組織体において、組織目標の達成に向けて人事評価は重要なツールであり、人件費として割り当てることができる原資が限られているため、評価は相対評価とする場合が多い。評価基準が明確な場合でもそれぞれの事情が業績差として現れる場合もありその事情を的確に評価に反映するのは難しい問題である。また、個人ごとに異なった条件下で実施した異なった業務の実績を上司が相対的に評価することは容易ではない。各従業員は自分の実績が優れている若しくは劣っていてもこんな事情があったからであり事情を斟酌してもらいたいと考えるのは普通のことである。そういった従業員を評価する上司も人間であり、実績が同じくらいならより好ましい部下を高く評価したいという情が出るなど、評価に恣意が入る可能性は否定できない。

そこで、本章では、この恣意（バイアス）がどのように従業員のパフォーマンス（努力レベル）に影響するかを中心に、2 人の相対人事評価ゲームを用いて検証する。

○モデルは以下のとおりである。

・２人（A さん、B さん）の従業員によるゲームを考える。

・相対評価で上位になればΛの報酬を得る。下位の報酬はゼロとする。

相対評価なので同点は無く、2 人とも好業績でも片方は報酬ゼロ、2 人とも不出来でも片方はΛの報酬を得る。

・２人はそれぞれ努力の程度を選ぶ。

A さんの努力の程度を$d_a(0 \leq d_a \leq 1)$、また B さんの努力の程度を$d_b(0 \leq d_b \leq 1)$とする。

・努力のコストをkd^2とする。

・与えられた業務に対し、会社が満足するレベルの業績を出せる社員をグッドパフォーマー、出せない社員をバッドパフォーマーとする。ただし、グッドパフォーマー同士又はバッドパフォーマー同士の業績差は認識できないと仮定する。

・業務に対する適性、能力によりグッドパフォーマーとなる努力の程度を A さんの場合$d_a{}^*$、B さん$d_b{}^*$とするが、A さんも B さんもその値を知らない。

・A さんも B さんも自分の努力の程度の値dが、グッドパフォーマーである確率であると認識することとする。

・評価者は従業員がグッドパフォーマーかバッドパフォーマーかについてのみ知ることができるものとする。

利得表は以下のとおりとなる。

（表２－１）

		Bさん	
		グッドパフォーマー	バッドパフォーマー
Aさん	グッドパフォーマー	生じる確率【d_a ・d_b】 $(\frac{\Lambda}{2}-kd_a{}^2,\frac{\Lambda}{2}-kd_b{}^2)$	【d_a ・$(1-d_b)$】 $(\Lambda-kd_a{}^2, 0-kd_b{}^2)$
	バッドパフォーマー	【$(1-d_a)$ ・d_b】 $(0-kd_a{}^2, \Lambda-kd_b{}^2)$	【$(1-d_a)(1-d_b)$】 $(\frac{\Lambda}{2}-kd_a{}^2,\frac{\Lambda}{2}-kd_b{}^2)$

〔A さんの期待利得〕

$E_a = (d_a ・d_b)\left(\frac{\Lambda}{2}-kd_a{}^2\right)$+$(d_a$ ・$(1-d_b))$ $(\Lambda-kd_a{}^2)$+ $((1-d_a)$ ・$d_b)$

$(0-d_a{}^2)$+ $(1-d_a)(1-d_b)$ $(\frac{\Lambda}{2}-kd_a{}^2)$

$=-\ d_a{}^2+\frac{\Lambda}{2k}\ d_a+\frac{\Lambda}{2k}(1-d_b)$

$\frac{\partial E_a}{\partial d_a}=-2d_a+\frac{\Lambda}{2k}=0$

この式の解であるところの$d_a=\frac{\Lambda}{4k}$で最大値をとる。

〔B さんの期待利得〕

$E_b=-\ d_b{}^2+\frac{\Lambda}{2k}\ d_b+\frac{\Lambda}{2k}(1-d_a)$

利得表が対象なので、B さんの利得も$d_b=\frac{\Lambda}{4k}$で最大となり、

双方、努力の値は、**d=$\boldsymbol{\frac{\Lambda}{4k}}$**となる。

（２）絶対評価との比較

上記の考え方を使って絶対人事評価制度を考えてみる。

絶対評価ではグッドパフォーマーになれば上司の満足レベルに達し報酬(θ)を得ることができ、バッドパフォーマーなら報酬なしとすると、

〔A さんの期待利得〕$\theta d_a - k{d_a}^2$, 〔B さんの期待利得〕$\theta d_b - k{d_b}^2$　より、

$d_a = d_b = \frac{\theta}{2k}$を得る。利潤(π)は$S(d_a + d_b)$で得られるとすると、

$$\pi = S\left(\frac{\theta}{k}\right) - \left\{\frac{\theta^2}{4k^2}\ \cdot 2\theta + \frac{\theta}{2k}\left(1-\frac{\theta}{2k}\right)\ \cdot\theta + \left(1-\frac{\theta}{2k}\right)\frac{\theta}{2k}\ \cdot\theta + \left(1-\frac{\theta}{2k}\right)\left(1-\frac{\theta}{2k}\right)\ \cdot 0\right\}$$

$$= S\left(\frac{\theta}{k}\right) - \frac{\theta^2}{k}$$

$\frac{\partial\pi}{\partial\theta} = \frac{S}{k} - \frac{2\theta}{k}$=0 すなわちθ$= \frac{S}{2}$のとき利潤は最大となり、

絶対評価時の利潤：$\pi_a = \frac{S^2}{4k}$　となる。

同じ人件費$\frac{\theta^2}{k}$を原資として相対人事評価を実施した場合は、$d_a = d_b = \frac{\theta^2}{4k^2}$となり、

相対評価での利潤：$\pi_r = \frac{S^2(S-2k)}{8k^2}$　である。

$\pi_a - \pi_r = \frac{S^2(4k-S)}{8k^2}$　となり、$S < 4k$であれば、絶対評価の方が利潤は大きくなる。努力の費用に比し努力が収益に結び付く程度が小さい場合、絶対評価の方が有効であり、従業員の努力が収益に直結するような業種は相対評価の方がふさわしいということになる。

第 3 節　バイアスのある相対人事評価（業績を定量化しづらい場合）

人事評価において、営業成績等業績が明確な場合は評価しやすいが、定量化しづらい業務も多くある。こういった業務の業績評価については、評価者の部下に対する主観的な評価や感情が入り込む可能性がある。Prendergast and Topel (1996) は上司が部下の評価にバイアスを持つ均衡があることを示し、2 期間のモデルで、Meyer(1992)、Ridlon and Shin(2013)、Drugov and Ryvkin(2017)は、1 期目勝者へのバイアスが 1 期 2 期通算の努力を増やすことがあることを示している。

明らかに業績の差がある場合は、業績の低い方の従業員を上位にすることは組織運営上大きな問題だが、目に見える形で差がない場合バイアスを働かす心理的障がいが小さくなる。

先ほどと同様のモデルで上司がバイアスを持つ場合の影響を分析する。

なお、業績がほぼ同じときAさんを上位と評価する確率を$p(0 \leq p \leq 1)$と部下が想定するとする。

利得表は以下のとおりとなる。

（表２－２）

		Bさん	
		グッドパフォーマー	バッドパフォーマー
Aさん	グッドパフォーマー	生じる確率【d_a・d_b】 $(\alpha p - {d_a}^2, \alpha(1-p) - {d_b}^2)$	【d_a・$(1-d_b)$】 $(\alpha - {d_a}^2, 0 - {d_b}^2)$
	バッドパフォーマー	【$(1-d_a)$・d_b】 $(0-{d_a}^2, \alpha - {d_b}^2)$	【$(1-d_a)(1-d_b)$】 $(\alpha p - {d_a}^2, \alpha(1-p) - {d_b}^2)$

努力のコストに対する報酬の比Λ/kをαとする。

〔Aさんの期待利得〕

$E_a = (d_a \cdot d_b)(\alpha p - {d_a}^2) + (d_a \cdot (1-d_b))\ (\alpha - {d_a}^2) + ((1-d_a) \cdot d_b)$

$(0-{d_a}^2) + (1-d_a)(1-d_b)\ (\alpha p - {d_a}^2)$

$= -{d_a}^2 + (\alpha - \alpha p - \alpha d_b + 2\alpha p d_b)\, d_a + \alpha p - \alpha p d_b$

$\frac{dE_a}{dd_a} = -2d_a + (\alpha - \alpha p - \alpha d_b + 2\alpha p d_b) = 0$

$d_a = \frac{\alpha - \alpha p - \alpha d_b + 2\alpha p d_b}{2}$ —①

で最大値をとる。

〔Bさんの期待利得〕

$E_b = -{d_b}^2 + (\alpha p + \alpha d_a - 2\alpha p d_a) d_b + \alpha - \alpha p - \alpha d_a + \alpha p d_a$

$\frac{dE_b}{dd_b} = -2d_b + (\alpha p + \alpha d_a - 2\alpha p d_a) = 0$

$d_b = \frac{\alpha p + \alpha d_a - 2\alpha p d_a}{2}$—②

で最大値をとる。

①　②の連立方程式を解いて、

$d_a = \frac{2\alpha - 2\alpha p - \alpha^2 p + 2\alpha^2 p^2}{4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 p + 4\alpha^2 p^2}$—③

$d_b = \frac{\alpha(1-2p)(2\alpha - 2\alpha p - \alpha^2 p + 2\alpha^2 p^2) + \alpha p(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 p + 4\alpha^2 p^2)}{2(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 p + 4\alpha^2 p^2)} = \frac{\alpha^2 + 2\alpha p - 3\alpha^2 p + 2\alpha^2 p^2}{4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 p + 4\alpha^2 p^2}$—④

を得た。

$d_a+d_b=\frac{2\alpha+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2}{4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2}$であり、

$\alpha=2$のとき、pの値にかかわらず、$d_a=0$、$d_b=1$で、$d_a+d_b=1$となる。

d_aとd_bはpについて対称であるので、d_aをもとに努力レベルとpとの関係、またバイアスがある場合とない場合（$p=\frac{1}{2}$）との努力レベルの相違について分析する。

(1)努力レベルとpの関係

$\frac{\partial d_a}{\partial p}=\frac{4\alpha^3(2-\alpha)p^2+4\alpha^2(\alpha-2)^2p-\alpha(\alpha-2)(\alpha^2-4\alpha-4)}{(4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2)^2}=0$を解くと、

$p=\frac{-(2-\alpha)\pm2\sqrt{2}}{2\alpha}$となる。

■$\alpha<2$の場合、

d_aは、$p=\frac{-(2-\alpha)-2\sqrt{2}}{2\alpha}$で極大値をとり、$p=\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}$で極小値をとる。

極大値をとるpは常に負、極小値をとるpは$\alpha<2(\sqrt{2}-1)$のときは$p>1$、$\alpha>2(\sqrt{2}-1)$のときは$p<1$となるので、

・$\alpha<2(\sqrt{2}-1)$のケースは、d_aは常にpの減少関数である。

$p=0$のとき努力は最大となる。

・$2(\sqrt{2}-1)<\alpha<2$のケースは、

$0\le p<\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}$ならば$d_a$は$p$の減少関数である。

$\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}<p\le1$ならば$d_a$は$p$の増加関数である。

$p=0$のとき努力は最大となる。

■$\alpha>2$の場合、d_aは、$p=\frac{-(2-\alpha)-2\sqrt{2}}{2\alpha}$で極小値をとり、$p=\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}$で極大値をとる。

・$2<\alpha<2(1+\sqrt{2})$のケースでは極小値は負で、

$0\le p<\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}$ならば$d_a$ は p の増加関数である。

$\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}<p\le1$ならば$d_a$ は p の減少関数である。

$p=\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}=\frac{1}{2}+\frac{(\sqrt{2}-1)}{\alpha}$のとき努力は最大となる。

・$2(1+\sqrt{2})<\alpha$のケースでは、

$0\le p<\frac{-(2-\alpha)-2\sqrt{2}}{2\alpha}$ならば$d_a$ は pの減少関数である。

$\frac{-(2-\alpha)-2\sqrt{2}}{2\alpha}<p\le\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}$ならば$d_a$ は pの増加関数である。

$\frac{-(2-\alpha)+2\sqrt{2}}{2\alpha}<p\le1$ならば$d_a$ は pの減少関数である。

$p=\frac{1}{2}+\frac{(\sqrt{2}-1)}{\alpha}$のとき努力は最大となる。

■まとめ

・αが努力の限界費用の係数より小さい（$\alpha < 2$）場合は、相手に偏ったバイアスが働くと想定されるときに努力レベルは最大となる。

・αが努力の限界費用の係数より大きい（$\alpha > 2$）場合は、自分に若干のバイアスが存在するときに努力レベルは最大となる。αが大きくなるほど、p は 1/2 に近づきバイアスの影響は小さくなる。

・なお、αが 2 を超えると、2 人の努力の和（$\frac{2\alpha+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2}{4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2}$）が 1 を超えることになる。

(2)組織としての利潤の比較

1 人がハイパフォーマーとなることで売上げ S が生じるとする。

売上げの期待値は、

$$S(d_a+d_b)$$

$$=\frac{S\{2(2\alpha-2\alpha p-\alpha^2p+2\alpha^2p^2)+\alpha(1-2p)(2\alpha-2\alpha p-\alpha^2p+2\alpha^2p^2)+\alpha p(4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2)\}}{2(4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2)}$$

$$=\frac{S\alpha(2-4\alpha p+4\alpha p^2+\alpha)}{(4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2)}\text{—⑤}$$

となる。このときの利潤は⑤－αk（人件費）と考えることができる。

利潤をpで微分すると、$\frac{8\alpha^2S(2p-1)(2-\alpha)}{(4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2)^2}$となり、p＝$\frac{1}{2}$のときα < 2なら最小値、α > 2なら最大値をとる。

なお、α > 2の場合、p＝$\frac{1}{2}$のケースと先ほどみた片方の努力が最大となる$p=\frac{1}{2}+\frac{(\sqrt{2}-1)}{\alpha}$のケースを比較すると、前者と後者の差は、$\frac{(3-2\sqrt{2})(\alpha-2)}{4(2-\sqrt{2})}>0$となり、2 人の努力の和はバイアスが無いと想定される場合のほうが大きいことが確認できた。従業員個人で見れば自らに少しバイアスがあるとき努力レベルが最大となるが、その場合相手の努力レベルは下がるので、組織総体としてはバイアスがないことが望ましい。

次に、バイアスが想定される場合とされない場合で利潤を比較する。

バイアスが想定されない場合の売上げは$Sd_a + Sd_b = \frac{S\alpha}{2}$ —⑥

費用はともにαkで同じなので、利潤の差は売上げの差となり

⑤－⑥＝$\frac{4(2-\alpha)\alpha^2 Sp^2 - 4(2-\alpha)\alpha^2 Sp + (2-\alpha)\alpha^2 S}{2(4+\alpha^2-4\alpha^2 p+4\alpha^2 p^2)}$となり、分母は微分すると$p = \frac{1}{2}$でゼロとなり、

最小値は 8 で常に正である。

$\alpha < 2$ならp＝$\frac{1}{2}$のとき、最小値ゼロをとりそれ以外は正となる。すなわち、バイアスがあるほうが利潤は大きい。

逆に$\alpha > 2$ならp＝$\frac{1}{2}$のとき、最大値ゼロをとりそれ以外は負となり、バイアスがないほうが利潤は大きい。

$\alpha = 2$なら、バイアスの影響は無い。

上司が経営的視点で利潤を最大にしようとするならば、報酬が小さいときはいずれかに偏ったスタンスを見せ、報酬が大きいときはニュートラルな姿勢をとることが合理的であるといえる。

■まとめ

・組織としての利潤を考えると、$\alpha < 2$ならバイアスがあるほうが利潤は大きく、
　$\alpha > 2$ならバイアスがないほうが利潤は大きい。

第 4 節　２期にわたる相対人事評価

（前提の追加）

・２人の従業員による２期のゲームを考える（t=1,2）。

・２人はそれぞれ努力の程度を選ぶ。A さんの努力の程度を$d_{at} (0 \leq d_{at} \leq 1)$、B さんの努力の程度を$d_{bt} (0 \leq d_{bt} \leq 1)$とする。

利得表は以下のとおりとなる。

（表２－３）【１期目、２期目とも】

	B さん	
	ハイパフォーマー	ローパフォーマー

Aさん	ハイパフォーマー	生じる確率【d_{at} ・d_{bt}】 $(\frac{\alpha}{2}-{d_{at}}^2,\frac{\alpha}{2}-{d_{bt}}^2)$	【d_{at} ・$(1-d_{bt})$】 $(\alpha-{d_{at}}^2,0-{d_{bt}}^2)$
	ローパフォーマー	【$(1-d_{at})$ ・d_{bt}】 $(0-{d_{at}}^2,\alpha-{d_{bt}}^2)$	【$(1-d_{at})(1-d_{bt})$】 $(\frac{\alpha}{2}-{d_{at}}^2,\frac{\alpha}{2}-{d_{bt}}^2)$

基本モデルと同様、双方の努力の値は$d_{at}=\frac{\alpha}{4}$で最大値をとる$(0<\alpha\leq 4)$。

（１）１期目下位者へのバイアス

従業員が頑張っている限りにおいて処遇に差をつけないという考え方は、年功序列制をベースとする我が国においてかつては違和感の少ないものであった。なるべく差をつけない、特別昇給も順番で該当させるといった話題が取りざたされたこともあった。以下でこのような場合について考察する。

（前提の追加）

・1 期目下位者が 2 期目も下位となることをなるべく避けたいという心情（同情心）を持っている上司を想定する。

・両者が、ともにグッドパフォーマー若しくはバッドパフォーマーである場合、1 期目下位の人の評価が上位となるとする。

・A さんが 1 期目上位、B さんが 1 期目下位とすると、２期目の利得は以下のとおりである。

（表２－４）

		B　１期目下位	
		グッドパフォーマー	バッドパフォーマー
A 1 期目上位	グッドパフォーマー	生じる確率【d_{a2} ・d_{b2}】 $(0-{d_{a2}}^2,\alpha-{d_{b2}}^2)$	【d_{a2} ・$(1-d_{b2})$】 $(\alpha-{d_{a2}}^2,0-{d_{b2}}^2)$
	バッドパフォーマー	【$(1-d_{a2})$ ・d_{b2}】 $(0-{d_{a2}}^2,\alpha-{d_{b2}}^2)$	【$(1-d_{a2})(1-d_{b2})$】 $(0-{d_{a2}}^2,\alpha-{d_{b2}}^2)$

A（１期上位）の期待利得：E_{a2} $=\alpha d_{a2}-\alpha d_{a2}d_{b2}-{d_{a2}}^2$

B（１期下位）の期待利得：E_{b2} $=\alpha-\alpha d_{a2}+\alpha d_{a2}d_{b2}-{d_{b2}}^2$

$\frac{dE_{a2}}{dd_{a2}}=-2d_{a2}+\alpha-\alpha d_{b2}=0$—⑦

$\frac{dE_{b2}}{dd_{b2}}=-2d_{b2}+\alpha d_{a2}=0$—⑧

連立方程式⑦、⑧を解いて、$\boldsymbol{d_{a2}=\frac{2\alpha}{4+\alpha^2}}$ **，** $\boldsymbol{d_{b2}=\frac{\alpha^2}{4+\alpha^2}}$ を得た。

それぞれをバイアスが無い場合の努力である$\frac{\alpha}{4}$と比較すると、

d_{a2} は、$\alpha<2$なら、バイアスがあるほうが努力レベルは大きく、$\alpha>2$ならば、バイアスがないほうの努力レベルが大きい。

d_{b2}は、常にバイアスがないほうの努力レベルが大きい。

次に、A にとって１期目上位と下位とのトータル利得の相違を考えてみると、

（１期上位）のトータル期待利得　（r は割引因子）：

$(\alpha-{d_{a1}}^2)+(\alpha d_{a2}-\alpha d_{a2}d_{b2}-{d_{a2}}^2)r$－⑨

（１期下位）のトータル期待利得 ：

$(0-{d_{a1}}^2)+(\alpha-\alpha d_{b2}+\alpha d_{a2}d_{b2}-{d_{a2}}^2)r$—⑩

r =1 とすると、（⑨－⑩）＝$\alpha(d_{a2}+d_{b2}-2d_{a2}d_{b2})\geq 0$—⑪

$d_{a2}+d_{b2}-2d_{a2}d_{b2}=\left(\sqrt{d_{a2}}-\sqrt{d_{b2}}\right)^2+2(\sqrt{d_{a2}}\sqrt{d_{b2}}-d_{a2}d_{b2})\geq 0$なので、⑪式は正である。よって、１期目上位の方が有利となる。

この場合、1 期目の勝者の利得は、$\alpha(d_{a2}+d_{b2}-2d_{a2}d_{b2})$と考えて 1 期目の戦略を練る。

すなわち、１期目の均衡努力の値は$\frac{\alpha}{4}$ではなく、$\frac{\alpha(d_{a2}+d_{b2}-2d_{a2}d_{b2})}{4}$　となる。

この式に、$d_{a2}=\frac{2\alpha}{4+\alpha^2}$ ，$d_{b2}=\frac{\alpha^2}{4+\alpha^2}$を代入すると、

$\boldsymbol{\frac{8\alpha^3-2\alpha^4+4\alpha^3+\alpha^5}{4(4+\alpha^2)^2}}$ となる。この値と$\frac{\alpha}{4}$を比較すると、$2\alpha(-\alpha^3-2\alpha^2-8)<0$で、

常に負となりバイアスが無い場合のほうが 1 期目の均衡努力は大きくなる。

バイアスがある場合の 2 期通算の利潤は、$\boldsymbol{\frac{S(8\alpha^3+16\alpha+8\alpha^2+\alpha^5)}{2(4+\alpha^2)^2}}-2\alpha k$となる。

この値と、バイアスが無い場合の利潤である$S\alpha-2\alpha k$の差をとると、

$S\alpha(-\alpha^4-16\alpha^2+8\alpha-8)<0$で、常に負となりバイアスが無い場合のほうが利潤は大きくなる。1回目下位者へのバイアスは従業員の努力レベル、企業の利潤いずれに対してもマイナスの影響があることになる。

（２）1期目の結果に基づくバイアスの影響

1期目上位を仮にAさんとし、2人の2期目の業績がほぼ同じ場合にAさんを上位と評価する確率をq$(0\leq q\leq 1)$と部下が想定するとする。

2期目の期待利得と均衡努力を導き出すと次のとおりとなる。

（表２－５）

		B(１期目下位)	
		グッドパフォーマー	バッドパフォーマー
A（1期目上位）	グッドパフォーマー	生じる確率【d_{a2}・d_{b2}】 $(\alpha q-{d_{a2}}^2,\alpha(1-q)-{d_{b2}}^2)$	【d_{a2}・$(1-d_{b2})$】 $(\alpha-{d_{a2}}^2,0-{d_{b2}}^2)$
	バッドパフォーマー	【$(1-d_{a2})$・d_{b2}】 $(0-{d_{a2}}^2,\alpha-{d_{b2}}^2)$	【$(1-d_{a2})(1-d_{b2})$】 $(\alpha q-{d_{a2}}^2,\alpha(1-q)-{d_{b2}}^2)$

〔Aさんの期待利得〕

$E_{a2}=-{d_{a2}}^2+(\alpha-\alpha q-\alpha d_{b2}+2\alpha q d_{b2})\,d_{a2}+\alpha q-\alpha q d_{b2}$

$\frac{dE_{a2}}{dd_{a2}}=-2d_{a2}+(\alpha-\alpha q-\alpha d_{b2}+2\alpha q d_{b2})=0$

$d_{a2}=\frac{\alpha-\alpha q-\alpha d_{b2}+2\alpha q d_{b2}}{2}$ で最大値をとる。

〔Bさんの期待利得〕

$E_{b2}=-{d_{b2}}^2+(\alpha q+\alpha d_{a2}-2\alpha q d_{a2})d_{b2}+\alpha-\alpha q-\alpha d_{a2}+\alpha q d_{a2}$

$\frac{dE_{b2}}{dd_{b2}}=-2d_{b2}+(\alpha q+\alpha d_{a2}-2\alpha q d_{a2})=0$

$d_{b2}=\frac{\alpha q+\alpha d_{a2}-2\alpha q d_{a2}}{2}$で最大値をとる。

これらから、

$d_{a2}=\frac{2\alpha-2\alpha q-\alpha^2 q+2\alpha^2 q^2}{4+\alpha^2-4\alpha^2 q+4\alpha^2 q^2}$,

$d_{b2}=\frac{\alpha(1-2q)(2\alpha-2\alpha q-\alpha^2 q+2\alpha^2 q^2)+\alpha q(4+\alpha^2-4\alpha^2 q+4\alpha^2 q^2)}{2(4+\alpha^2-4\alpha^2 q+4\alpha^2 q^2)}=\frac{\alpha(2q-3\alpha q+2\alpha q^2+\alpha)}{4+\alpha^2-4\alpha^2 q+4\alpha^2 q^2}$を得る。

ちなみに、

$$d_{a2} + d_{b2}$$

$$= \frac{2(2\alpha - 2\alpha q - \alpha^2 q + 2\alpha^2 q^2) + \alpha(1-2q)(2\alpha - 2\alpha q - \alpha^2 q + 2\alpha^2 q^2) + \alpha q(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 q + 4\alpha^2 q^2)}{2(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 q + 4\alpha^2 q^2)}$$

$$= \frac{\alpha(2 - 4\alpha q + 4\alpha q^2 + \alpha)}{(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 q + 4\alpha^2 q^2)} — ⑫$$

となる。

前述と同様の方法で、割引因子を 1 として 1 期目上位と 1 期目下位のトータル利得から 1 期目均衡努力レベルを求めると、

$$\frac{1}{4}\left[2\alpha q + \alpha(1-2q)\frac{\alpha(2-4\alpha q+4\alpha q^2+\alpha)(4+\alpha^2-4\alpha^2 q+4\alpha^2 q^2) - 2\alpha(2\alpha-2\alpha q-\alpha^2 q+2\alpha^2 q^2)(2q-3\alpha q+2\alpha q^2+\alpha)}{(4+\alpha^2-4\alpha^2 q+4\alpha^2 q^2)^2}\right] - ⑬$$

となる。

1 人が努力することで売り上げ S が生じるとすると、2 期トータルでの利潤の期待値は、$[S(2 \times ⑬ + ⑫) - 2\alpha k]$ であり、バイアスが無い場合の 2 期トータルの利潤の期待値$[S\alpha - 2\alpha k]$との差をとると、

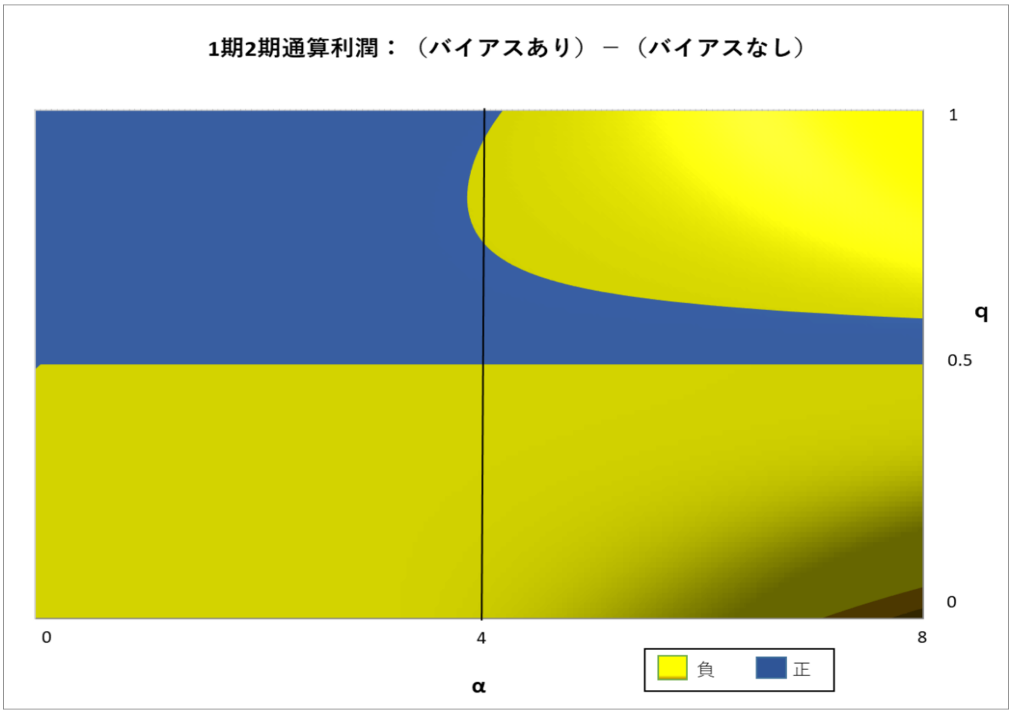
$$\{16\alpha^5 q^5 - (56\alpha^5 - 32\alpha^4)q^4 + (68\alpha^5 - 48\alpha^4 + 16\alpha^3)q^3(38\alpha^5 - 24\alpha^4 + 40\alpha^3 - 32\alpha^2)q^2 + (10\alpha^5 - 4\alpha^4 + 32\alpha^3 - 48\alpha^2 + 32\alpha)q - \alpha^5 - 8\alpha^3 + 16\alpha^2 - 16\alpha\}S \;/\; 4(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 q + 4\alpha^2 q^2)^2$$

$$= (2q-1)\{8\alpha^5 q^4 - (24\alpha^5 - 16\alpha^4)q^3 + (22\alpha^5 - 16\alpha^4 + 8\alpha^3)q^2 - (8\alpha^5 - 4\alpha^4 + 16\alpha^3 - 16\alpha^2)q + \alpha^5 + 8\alpha^3 - 16\alpha^2 + 16\alpha\}S/2(4 + \alpha^2 - 4\alpha^2 q + 4\alpha^2 q^2)^2$$

となる。

　この式の符号を確かめるため、qを 0 から 1 の 間で 0.01 刻み、αを 0 から 8 までの間で 0.05 刻みによりグラフ化したものが図 1 である。

（図 1）



$\alpha \leq 4$の範囲では、$\mathrm{q} > 1/2$であれば、次の場合を除き、バイアスありの方が通算利潤は大きくなっている。$3.9 \leq \alpha \leq 4$ かつ $0.75 \leq q \leq 0.94$の場合のみバイアスなしの通算利潤が上回っている。　つまり、α が 4 付近で、q が 1/2 と 1 の中間的な値であるときを除いて、1 期目上位者へのバイアスがある方が、バイアスがない場合より 1 期、2 期通算の利潤は大きくなると考えられる。

次に、1 期と 2 期に分けそれぞれでバイアスがない場合との比較を考える。

2 期目についての差は、⑤－⑥＝$\frac{4(2-\alpha)\alpha^2Sp^2-4(2-\alpha)\alpha^2Sp+(2-\alpha)\alpha^2S}{2(4+\alpha^2-4\alpha^2p+4\alpha^2p^2)}$の p と qを入れ替えたものとなり、α<2 なら q＝1/2 のとき、最小値ゼロをとりそれ以外は正となる。すなわち、バイアスがあるほうが 2 期目の利潤は大きい。

逆に α>2 なら q＝1/2 のとき、最大値ゼロをとりそれ以外は負となり、バイアスがないほうが 2 期目の利潤は大きい。

1 期目の差は、

$\frac{2[\{\alpha-2\alpha q+(4\alpha q-2\alpha)d_{b2}\}d_{a2}+2\alpha q-2\alpha q d_{b2}+\alpha d_{b2}]}{4}-\frac{\alpha}{2}=\frac{\alpha}{2}(2q-1)\{1+2d_{a2}d_{b2}-(d_{a2}+d_{b2})\}$であり、$d_{a2}$と$d_{b2}$の値を代入すると、

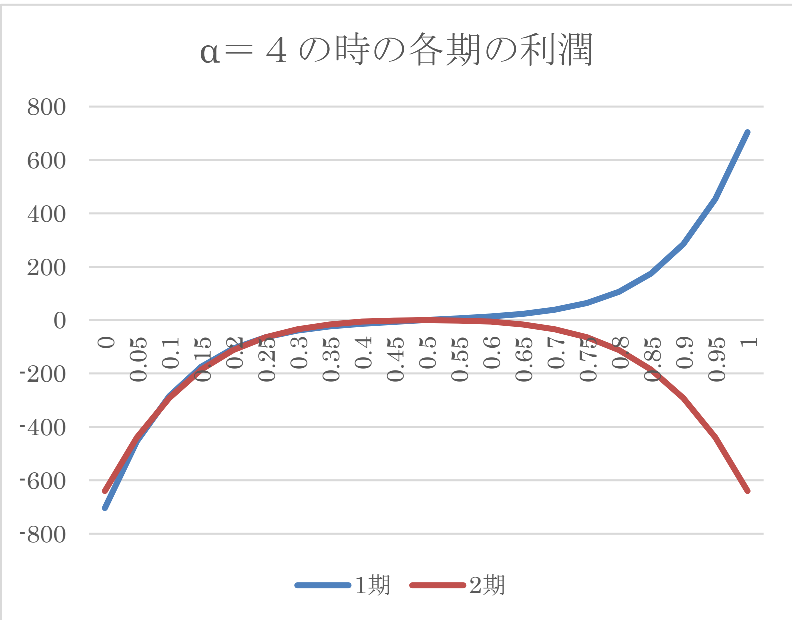
$$\alpha(2q-1)\{8\alpha^4q^4-16\alpha^4q^3+(10\alpha^4+8\alpha^3+8\alpha^2)q^2-(2\alpha^4+8\alpha^3+8\alpha^2)q+2\alpha^3+4\alpha^2-8\alpha+16\}S/2(4+\alpha^2-4\alpha^2q+4\alpha^2q^2)^2 \text{—⑭}$$

となる。⑭式の｛　｝内は$\alpha \leq 7.65$なら常に正となり、 $\alpha \leq 4$ なので、1 期目上位者への正のバイアスにより 1 期目の均衡努力は増えることになる。

1 期目上位者への上司のバイアスがある場合とない場合の差である⑭式は

$\alpha \leq 2+2\sqrt{2}$ の場合、q =1/2 のとき極小値 0 をとりその後は増加する、αが 4 に近いところでは、1 期の差のグラフに比べて 2 期の差のグラフが緩やかで変曲点が早く表れる（図 2 参照）ので、図 1 で、$q > 1/2$において、一部の区間のみバイアスなしの方の通算利潤が上回ることにつながっていると考える。

（図 2）



本論文と同じく 2 期間のプリンシパル・エージェントモデルである Meyer(1992)

においては、プリンシパルの１期目のバイアスはゼロで、２期目には１期目勝者に厳密に正のバイアスを付与することを示している。

Meyer のモデルではバイアスレベルをプレイヤーは知っており業績が定量的に表される状況であったが、本論文では業績差を明確に表しにくい状況下で部下が上司の評価傾向を想定して行動するという前提に立ったうえで、１期目勝者への正のバイアスが２期通算の利潤を増やすケースを確認した。

ただし、バイアスがない方が通算の利潤が大きくなるケースもあり、また２期目の努力を見ると、Meyer のモデルでは努力はバイアスの減少関数となっているが、本論文のモデルでは、報酬が少ない場合はバイアス付与により努力が増えることとなっている。これらは、Meyer のモデルでは１期目、２期目の報酬の額をプリンシパルとして費用最小化をかなえられるよう設定できるものとしていることに対し、本モデルでは、報酬を外生としていることにもよると考える。

（２） ２期続けての下位評価は大きなデメリットにつながるケース

２期続けて下位となった場合、マイナスの利得として「X」が加わる場合について検討する。利得表は表 2-6 のとおりとなる。

例えば、２期続けて下位となると処分される、解雇されるなどを想定する。

（表２－６）

		B　１期目下位	
		グッドパフォーマー	バッドパフォーマー
A １期目上位	グッドパフォーマー	生じる確率【d_{a2} ・d_{b2}】 $(\frac{\alpha}{2} - {d_{a2}}^2, \frac{\alpha - X}{2} - {d_{b2}}^2)$	【d_{a2} ・$(1 - d_{b2})$】 $(\alpha - {d_{a2}}^2, 0 - {d_{b2}}^2 - X)$
	バッドパフォーマー	【$(1 - d_{a2})$ ・d_{b2}】 $(0 - {d_{a2}}^2, \alpha - {d_{b2}}^2)$	【$(1 - d_{a2})(1 - d_{b2})$】 $(\frac{\alpha}{2} - {d_{a2}}^2, \frac{\alpha - X}{2} - {d_{b2}}^2)$

A(１期上位)の期待利得: $E_{a2} = -{d_{a2}}^2 + \frac{\alpha}{2} d_{a2} + \frac{\alpha}{2}(1 - d_{b2})$

B(１期下位)の期待利得: $E_{b2} = -{d_{b2}}^2 + (\frac{\alpha + X}{2}) d_{b2} + \frac{\alpha}{2}(1 - d_{a2}) - \frac{X}{2}(1 + d_{a2})$

$\frac{dE_{a2}}{dd_{a2}} = -2d_{a2} + \frac{\alpha}{2} = 0$

$\frac{dE_{b2}}{dd_{b2}} = -2d_{b2} + \frac{\alpha+X}{2} = 0$

連立方程式を解いて、$d_{a2} = \frac{\alpha}{4}$, $d_{b2} = \frac{\alpha+X}{4}$ を得た。

―Xが加わることにより、d_{b2}が$\frac{X}{4}$ だけ増えた。

次に、A さんにとって１期目上位と下位とのトータル利得の相違を考えてみると、

(１期上位)のトータル期待利得　(r は割引因子)：

$(\alpha - {d_{a1}}^2)$＋$(-{d_{a2}}^2 + \frac{\alpha}{2}\, d_{a2} + \frac{\alpha}{2}(1-d_{b2}))r$－⑮

(１期下位)のトータル期待利得 ：

$(0 - {d_{a1}}^2)$＋$(-{d_{a2}}^2 + (\frac{\alpha+X}{2})d_{a2} + \frac{\alpha}{2}(1-d_{b2}) - \frac{X}{2}(1+d_{b2}))r$―⑯

（⑮－⑯）＝$\alpha + \left\{\frac{X}{2}\left(1+d_{b2}\right) - \frac{X}{2}d_{a2}\right\}r \geq 0$―⑰

⑰式は正なので、１期目上位の方が有利となる。

この場合、１期目の勝者の利得はαのみではなく、

$\alpha + \left\{\frac{X}{2}\left(1+d_{b2}\right) - \frac{X}{2}d_{a2}\right\}r$と考えて１期目の戦略を練る。ここでは r ＝１とする。

すなわち、１期目の均衡努力の値は$\frac{\alpha}{4}$ではなく、$\frac{\alpha+\left\{\frac{X}{2}\left(1+d_{b2}\right)-\frac{X}{2}d_{a2}\right\}}{4}$　となる。

この式に、$d_{a2} = \frac{\alpha}{4}$, $d_{b2} = \frac{\alpha+X}{4}$を代入すると、

１期目の均衡努力の値は、

$\frac{\alpha}{4} + \frac{\mathrm{X}^2+4\mathrm{X}}{32}$となる。

２期通算の利潤を比較してみると、

Xもバイアスもない状況での２期通算利潤は、$\mathrm{S}\alpha - 2\alpha k$である。

―Xが加わることにより$d_{a2} = \frac{\alpha}{4}$, $d_{b2} = \frac{\alpha+X}{4}$, $d_{a1} = d_{b2} = \frac{\alpha}{4} + \frac{X^2+4X}{32}$

であり、この場合の２期通算の利潤は、$\frac{\mathrm{S}(16\alpha+\mathrm{X}^2+8\mathrm{X})}{16} - 2\alpha k$となる。―$X$が加わることにより利潤も増加した。

【まとめ】

・２期目同点の場合、上司が１期目下位者を上位とすると想定される場合、
　１期・２期通算の利潤はバイアスが無い場合のほうが大きい。

・１期目の結果により、上司がいずれかに偏った評価をすると想定される場合、1 期目上位者へのバイアスが想定される状況ではほとんどのケースで２期通算の利潤が増えることになる。

・１期と２期を分けて考えると、２期目は、報酬が少ないとき$(\alpha < 2)$バイアスがあるほうが利潤は大きく、報酬が大きくなると$(\alpha > 2)$バイアスがないほうが利潤は大きい。1 期目は、1 期目上位者へのバイアスが想定される場合はバイアスがない場合よりも利潤が大きくなる。

・２期続けての下位評価が大きなデメリットにつながる場合は、デメリットおよびバイアスがない場合に比べて、均衡努力レベルは上がり、2 期通算の利潤も増える。

第 5 節　同点で報酬なしとなった場合の士気の問題

これまで見てきたモデルにおいては、いずれもグッドパフォーマーの場合基本的に業績差はないにもかかわらず片方は報酬なしとなってしまう。バッドパフォーマー同士なら、実際相手がグッドだったかバッドだったかも分からないし、自分の業績や努力からして報酬ゼロでもある程度納得がいくと考えられるが、一定の努力をしてグッドパフォーマーになっているにもかかわらず報酬なしではダメージが大きいと思われる。この点についてこれまでの延長上で簡単に見てみる。グッドパフォーマーだが同点で負けた時の効用減をyとする。利得表は以下のとおりとなる。

（表２－７）

		B さん	
		グッドパフォーマー	バッドパフォーマー
A さん	グッドパフォーマー	生じる確率【$d_a \cdot d_b$】 $(\frac{\Lambda-y}{2} - kd_a{}^2, \frac{\Lambda-y}{2} - kd_b{}^2)$	【$d_a \cdot (1-d_b)$】 $(\Lambda - kd_a{}^2, 0 - kd_b{}^2)$
	バッドパフォーマー	【$(1-d_a) \cdot d_b$】 $(0 - kd_a{}^2, \Lambda - kd_b{}^2)$	【$(1-d_a)(1-d_b)$】 $(\frac{\Lambda}{2} - kd_a{}^2, \frac{\Lambda}{2} - kd_b{}^2)$

［A さんの期待利得］

$E_a = (d_a \cdot d_b)\left(\frac{\Lambda-y}{2} - kd_a{}^2\right) + (d_a \cdot (1-d_b))\ (\Lambda - kd_a{}^2) + ((1-d_a) \cdot d_b)$

$(0 - d_a{}^2) + (1-d_a)(1-d_b)\ (\frac{\Lambda}{2} - kd_a{}^2)$

$= -kd_a{}^2 + (\frac{\Lambda}{2} - \frac{y}{2} d_b) d_a + \frac{\Lambda}{2}(1-d_b)$

$\frac{\partial E_a}{\partial d_a}=-2kd_a+\frac{\Lambda}{2}-\frac{y}{2}d_b=0$

この式の解であるところの$d_a=\frac{\Lambda-yd_b}{4k}$ で最大値をとる。

〔B さんの期待利得〕

同様に、B さんの利得は$d_b=\frac{\Lambda-yd_a}{4k}$で最大となり、

双方、努力の値は、$\mathbf{d}=\frac{(4k-y)\Lambda}{16k^2-y^2}=\frac{\Lambda}{4k+y}$となる。

yを考えない場合の均衡努力$\frac{\Lambda}{4k}$と比べると努力の値は小さくなる。自分が頑張ってグッドパフォーマーであるのに報酬ゼロということはモチベーション低下につながりやすいので、グッドパフォーマーであった場合には一定の報酬を与えるなどの救済措置は検討に値すると考える。

【まとめ】

・グッドパフォーマー同士で報酬がゼロとなった方の効用減を上司が考慮する場合も均衡は存するが均衡努力レベルは下がる。

第 6 節　バイアスのある相対人事評価（厳密に業績差を表せる場合）

これまでは、上司の満足レベルに達する業績をあげる従業員をハイパフォーマー、上司の満足レベルに達しない従業員をローパフォーマーとし、厳密な業績（努力）差を評価に反映する形にはなっていなかった。これは総務、人事、経理などの内部事務のように定量的な業績把握が困難なケースには適合しやすいと考える。 一方で、営業担当を評価する場合には、例えば上司の満足レベルが売上げ 100 万円のところ、110 万円の従業員と 150 万円の従業員の評価が同じとした場合不満が出る可能性がある。本章では、このように厳密に業績差を表せるケースにおけるバイアスの影響等について考える。

(1)一般的なケース

分析にあたっての基本的な設定は Meyer(1992)のモデルを準用し以下のとおりとする。

・従業員iの業績：$z_i=hd_i+\varepsilon_i$　　i＝A， B

ε_i: iの業績を左右する不確定要素

$\Delta\varepsilon = \varepsilon_i - \varepsilon_j$とし、$G(x)$は$\Delta\varepsilon$の累積分布関数で、その密度関数を
$g(x) > 0$　とする。
$g'(0) = 0,\ g''(0) < 0,\ g'(x) < 0\ if\ x > 0, g'(x) > 0\ if\ x < 0$

努力のコストを$\mathrm{V}(\ d) = kd^2$とする。

A にバイアスcが付与されるときのナッシュ均衡を考える。具体的なバイアスとしては、有益な研修を受けさせたり、好評価につながる仕事を割り当てることなどが考えられる。B の推測努力レベルをd_bとしたとき、A は次式を最大化する d_a を選ぶ。

$$[\mathrm{p}(\ z_a + c >\ z_b)\Lambda + \left(1 - \mathrm{p}(z_a + c >\ z_b)\right)0 - \mathrm{V}(\ d_a)]$$

$$\frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{p}(\ z_a + c >\ z_b) = \frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{p}[hd_a + \varepsilon_a + c - \{hd_b + \varepsilon_b\} > 0]$$

$$=\frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{p}[\Delta\varepsilon > hd_b - hd_a - c]\ =\frac{\partial}{\partial\ d_a}(1 - \mathrm{G}(hd_b - hd_a - c))=\mathrm{g}(hd_b - hd_a - c)h$$

最大値をとるのは、$\Lambda g(hd_b - hd_a - c)h = 2k\ d_a$のときである。
また、B は次式を最大化する d_b を選ぶ。

$$[\mathrm{p}(\ z_a + c <\ z_b)\Lambda + \left(1 - \mathrm{p}(z_a + c <\ z_b)\right)0 - \mathrm{V}(\ d_b)]$$

$$\frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{p}(\ z_a + c <\ z_b) = \frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{p}[hd_b + \varepsilon_b - \{hd_a + \varepsilon_a + c\} > 0]$$

$$=\frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{p}[\Delta\varepsilon < hd_b - hd_a - c] = \frac{\partial}{\partial\ d_a}\mathrm{G}(hd_b - hd_a - c)\ =\mathrm{g}(hd_b - hd_a - c)h$$

最大値をとるのは、$\Lambda g(hd_b - hd_a - c)h = 2k\ d_b$のときである。

均衡解は $d_a =\ d_b = d$である。

$\Lambda g(-c)h = 2kd\ \Rightarrow$　$\alpha = \frac{\Lambda}{k}$とすると、$d = \frac{\alpha h}{2}g(-c)\cdots$⑱

$$\frac{\partial d}{\partial c} = -\frac{\alpha h}{2}g'(-c) < 0\ ,$$

dは cの減少関数であり、αの増加関数である。

(2) 片方に特別な条件が設定されるケース

（ア）厳しい条件が設定されていない方へのバイアス

Ｂさんのみに下位になれば大きなデメリットが設定されているケースを考える。例えばＢさんはこれまでの業績や素行が悪いなどの理由で、下位になると処分されるなどのケースを想定する。

処分等の不利益をX（ $\frac{X}{k}=x$ ）とすると、

Ｂさんは次式を最大化する d_b を選ぶ。

$[\mathrm{p}(z_a+c< z_b)\Lambda-\left(1-\mathrm{p}(z_a+c< z_b)\right)X-\mathrm{V}(d_b)]$

$(\alpha+x)g(hd_b-hd_a-c)h=2\,d_b$のとき最大値をとる。

A さんは、$\alpha g(hd_b-hd_a-c)h=2\,d_a$のとき最大値をとる。

$d_b=\frac{(\alpha+x)}{\alpha}d_a$　を得る。

$\alpha g\left(h\frac{(\alpha+x)}{\alpha}d_a-hd_a-c\right)=\frac{2}{h}d_a$　なので、

$\frac{\alpha h}{2}g\left(\frac{hx}{\alpha}d_a-c\right)=d_a$…⑲

⑱と⑲を比較すると、$\frac{hx}{\alpha}d_a<2c$ の間は確実に⑱＜⑲すなわちX の付与により均衡努力は増えることになる。　$d_b=\frac{(\alpha+x)}{\alpha}d_a$ なので、$\frac{hx}{\alpha}d_a>2c$ でもXの大きさによっては努力総量が増えることがある。

次に努力とバイアスの関係を考える。

$f\left(c,d_a(c)\right)=\frac{\alpha h}{2}g\left(\frac{hx}{\alpha}d_a-c\right)-d_a=0$とすると、

$\frac{\partial f}{\partial c}+\frac{\partial f}{\partial d_a}d_a'(c)=0$　なので、

$$\frac{\partial f}{\partial c} = -\frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)$$

$\frac{\partial f}{\partial d_a} = \frac{h^2 x}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right) - 1$から、

$$d_a'(c) = \frac{\frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)}{\frac{h^2 x}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right) - 1}$$

次のことが言える。$\frac{hx}{\alpha} d_a = c$ のとき極値をもつ。

$$d_a''(c) = \frac{\frac{\alpha h}{2} g''\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)\left(\frac{hx}{\alpha} d_a' - c\right)\{\frac{h^2 x}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right) - 1\} - \frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)\frac{h^2 x}{2} g''\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)\left(\frac{hx}{\alpha} d_a' - c\right)}{\{\frac{h^2 x}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right) - 1\}^2} < 0$$

よって、$\frac{hx}{\alpha} d_a = c$ のとき極大値をもつ。

① $d_a > \frac{\alpha c}{hx}$ ：cが小さいとき、

d_aはc の 増加関数となる。

② $d_a < \frac{\alpha c}{hx}$ ：cが大きいとき、

分母が正なら、 d_aはc の 増加関数となるが極大と成り得ない。

分母が負であれば、 d_aはc の 減少関数となる。

上司の効用関数（部下の効用を上司の効用に入れたもの）を考える。

$$U_s = l(d_a^* + d_b^*)$$

$$+ m\{\mathrm{p}(z_a + c > z_b)\alpha - {d_a^*}^2 + \mathrm{p}(z_a + c < z_b)\alpha - \left(1 - \mathrm{p}(z_a + c < z_b)\right)x - {d_b^*}^2\} - nc^2$$

（第 1 項）上司の業績評価＝２人の部下の業績が良いほど効用は増す。

（第 2 項）部下の利得関数の和＝部下がうれしいとその上司もうれしい。

（第 3 項）バイアス付与のコスト＝えこひいきをする上司という悪い評判が立つ。

上司の効用をバイアスで微分する。包絡線定理を使い、

$$\frac{\partial U_s}{\partial c} = \frac{l(2\alpha + x)}{2} d_a'(c) - mg(\frac{hx}{\alpha} d_a - c) h(2\alpha + x)\, d_a'(c) - mx(1 + hd_a'(c)) g\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)$$
$$- 2nc = 0$$

$d_a > \frac{\alpha c}{hx}$：$c$が小さいとき、

第 1 項は正、第 2 項は負、第 3 項は負、第 4 項は負である。

すなわち、業績向上への影響がバイアスによる相手の努力増に伴う部下の効用減（勝つ確率の減）、バイアスによるX が付与されてしまう確率の増による効用減とバイアス付与のコスト増に伴う効用減の和に等しいところで極値をもつ。

$$\frac{l(2\alpha + x)}{2} d_a''(c) < m\alpha g'(\frac{hx}{\alpha} d_a - c)(\frac{hx}{\alpha} d_a' - 1) h \frac{2\alpha + x}{\alpha} d_a''(c) + mxg'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)(\frac{hx}{\alpha} d_a' - 1) + 2n$$

ならば極大値となる。

仮に上司が業績にしか関心がない、効用関数が第 1 項のみということであれば、

$c = \frac{hx}{\alpha} d_a$ の正のバイアスを厳しい条件が設定されていない方へ付与することになる。

$d_a < \frac{\alpha c}{hx}$ ：cが大きいとき、$d_a'(c)$の分母が負であれば、

第 1 項は負、第 2 項は正、第 3 項は負、第 4 項は負となる

バイアスによる相手の努力減に伴う部下の効用増（勝つ確率の増）が業績向上への影響とバイアスによりX が付与されてしまう確率の増による効用減とバイアス付与のコストへの影響の和に等しいところで極値をもつ。

（イ）厳しい条件が設定される方へのバイアス

Ｂさんに下位になれば処分等されるという条件下で、Ｂさんにバイアスが付与される場合を考える。

Bさんは次式を最大化する d_b を選ぶ。

$$[\mathrm{p}(z_a < z_b + c)\Lambda - \left(1 - \mathrm{p}(z_a < z_b + c)\right)X - \mathrm{V}(d_b)]$$

$$\frac{\partial}{\partial d_b}\mathrm{p}(z_a < z_b + c) = \mathrm{g}(hd_b - hd_a + c)h$$

$$\frac{\partial}{\partial d_b}(1 - p(z_a < z_b + c)) = \frac{\partial}{\partial d_b}\left(1 - \mathrm{G}(hd_b - hd_a + c)\right)$$

$$= -\mathrm{g}(hd_b - hd_a + c)h$$

これらより、$(\alpha + x)g(hd_b - hd_a + c)h = 2\,d_b$のとき最大値をとる。

Aさんについては、$\alpha g(hd_b - hd_a + c)h = 2\,d_a$のとき最大値をとる。
よって、$d_b = \frac{(\alpha+x)}{\alpha}d_a$　を得る。

$\alpha g\left(h\frac{(\alpha+x)}{\alpha}d_a - hd_a + c\right) = \frac{2}{h}d_a$　なので、

$$\frac{\alpha h}{2}g\left(\frac{hx}{\alpha}d_a + c\right) = d_a \cdots ⑳$$

Xがない場合の均衡努力：$d = \frac{\alpha h}{2}g(c)$と比較すると、$d_a$の値は小さくなる。
d_bは、$\frac{(\alpha+x)h}{2}g\left(\frac{hx}{\alpha}d_a + c\right)$となるので、Xの大きさによる。

XがありAさんにバイアスが付与される場合の均衡努力：$d_a = \frac{\alpha h}{2}g\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right)$と比較すると、努力の値は小さくなる。

努力とバイアスの関係を考える。

$f\left(c, d_a(c)\right) = \frac{\alpha h}{2}g\left(\frac{hx}{\alpha}d_a + c\right) - d_a = 0$とすると、

$\frac{\partial f}{\partial c} + \frac{\partial f}{\partial d_a}d_a'(c) = 0$　なので、

$$\frac{\partial f}{\partial c} = \frac{\alpha h}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a + c\right)$$

$\frac{\partial f}{\partial d_a} = \frac{h^2x}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a + c\right) - 1$から、

$$d_a'(c) = \frac{-\frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a + c\right)}{\frac{h^2 x}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a + c\right) - 1}$$

cが正（厳しい条件が設定されている方にバイアス）のとき、d_a は極値をもたず、分子が正で分母は負なので、d_aはc の減少関数である。厳しい条件が設定されている方へのバイアスは双方の努力を減らすこととなる。

先ほどと同様に、上司の効用関数（部下の効用を上司の効用に入れたもの）を考える。

$$\begin{aligned} U_s = l(d_a^* + d_b^*) \\ &+ m\{\mathrm{p}(z_a > z_b + c)\alpha - {d_a^*}^2 + \mathrm{p}(z_a < z_b + c)\alpha \\ &- \left(1 - \mathrm{p}(z_a < z_b + c)\right)x - {d_b^*}^2\} - nc^2 \end{aligned}$$

上司の効用をバイアスで微分する。包絡線定理を使い、

$$\frac{\partial U_s}{\partial c} = \frac{l(2\alpha + x)}{2} d_a'(c) - (2\alpha + x)hmg\left(\frac{hx}{\alpha} d_a + c\right) d_a'(c) + mx(1 - hd_a'(c))g\left(\frac{hx}{\alpha} d_a + c\right)$$

$$- 2nc = 0$$

第 1 項は負、第 2 項は正、第 3 項は正、第 4 項は負であり、業績減とバイアス付与によるコスト増による効用減の和が努力の費用減による効用増並びにバイアスによるX が付与される確率の減による効用増の和に等しいとき極値をとる

次に努力と片方への不利益（X）の関係を考える。

$f\left(x, d_a(x)\right) = \frac{\alpha h}{2} g\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right) - d_a = 0$とすると、

$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial d_a} d_a'(x) = 0$　なので、

$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right)\left(\frac{h}{\alpha} d_a\right)$

$\frac{\partial f}{\partial d_a} = \frac{h^2 x}{2} g'\left(\frac{hx}{\alpha} d_a - c\right) - 1$から、

$$d_a'(x) = \frac{\frac{h^2}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right)}{\frac{h^2x}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right) - 1}$$

$\frac{hx}{\alpha}d_a = c$ のとき極値をもつ。

$d_a''(x) =$

$$\frac{\frac{h^2}{2}g''\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right)\left(\frac{h}{\alpha}d_a + \frac{hx}{\alpha}d_a'\right)\{\frac{h^2x}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right) - 1\} - \frac{h^2}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right)\frac{h^2x}{2}g''\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right)\left(\frac{h}{\alpha}d_a + \frac{hx}{\alpha}d_a'\right)}{\{\frac{h^2x}{2}g'\left(\frac{hx}{\alpha}d_a - c\right) - 1\}^2} > 0$$

よって、$\frac{hx}{\alpha}d_a = c$ のとき極小値をもつ。

次のことが言える。

cが正（厳しい条件が設定されていない方にバイアス）のとき、

① $d_a > \frac{\alpha c}{hx}(x > \frac{\alpha c}{hd_a})$のとき、

d_aは xの 増加関数。

② $d_a < \frac{\alpha c}{hx}$ のとき、

分母が正なら、 d_aはxの 増加関数だが極小値をとり得ない。

分母が負であれば、 d_aはxの 減少関数。

（３）上司が２人の業績をみてバイアスを決める場合

Ｂさんは下位になれば処分等されるという条件下で、バイアスは事前にわからず、上司は２人の業績を見て評価するとする。

上司の効用関数を

$U_s = l$・(従業員の業績の和)$+m$・(部下の効用の和) – n・(恣意的操作＝業績差)^2

とする。上司は２人の業績を見て以下のプロセスで判断する。

◆$z_a < z_b$の場合

・A を勝たせる場合の上司の効用

$$l\cdot(z_a+z_b)+m\cdot\left(\alpha-{d_a^*}^2-X-{d_b^*}^2\right)-n\cdot(z_a-z_b)^2$$

・B を勝たせる場合の上司の効用

$$l\cdot（z_a+z_b）+m\cdot\left(-{d_a^*}^2+\alpha-{d_b^*}^2\right)$$

⇒業績通り B を勝たせる。

◆$z_a > z_b$の場合

・A を勝たせる場合の上司の効用

$$l\cdot（z_a+z_b）+m\cdot(\alpha-{d_a^*}^2-X-{d_b^*}^2)$$

・B を勝たせる場合の上司の効用

$$l\cdot（z_a+z_b）+m\cdot\left(-{d_a^*}^2+\alpha-{d_b^*}^2\right)-n\cdot(z_a-z_b)^2$$

・A を勝たせる場合と B を勝たせる場合上司の効用の差

$-mX+n\cdot(z_a-z_b)^2$となる

$z_a-z_b=\sqrt{\frac{mX}{n}}$で、A が勝った場合と B が勝った場合の効用が無差別となる。

2 人の従業員の業績差をγとすると、部下は$\gamma=\sqrt{\frac{mX}{n}}$ を B に対するバイアスと想定して努力の程度を選ぶことになる。

B さんは次式を最大化する d_b を選ぶ。

$$［p\left(z_a< z_b+\sqrt{\frac{mX}{n}}\right)\Lambda-\left(1-p\left(z_a< z_b+\sqrt{\frac{mX}{n}}\right)\right)X-kd_b^2)］$$

$$\frac{\partial}{\partial d_b}p\left(z_a< z_b+\sqrt{\frac{mX}{n}}\right)=g(hd_b-hd_a+\sqrt{\frac{mX}{n}})h$$

$$\frac{\partial}{\partial\, d_b}(1-p\left(z_a < z_b + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right)) = \frac{\partial}{\partial\, d_b}\left(1-\mathrm{G}\left(hd_b - hd_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right)\right)$$

$$= -\mathrm{g}(hd_b - hd_a + \sqrt{\frac{mX}{n}})h$$

1 階条件は、$(\alpha + x)g\left(hd_b - hd_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right)h = 2\, d_b$である。

A さんについては、$\alpha g\left(hd_b - hd_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right)h = 2\, d_a$である。

よって、$d_b = \frac{(\alpha+x)}{\alpha} d_a$　を得る。

先ほど見たように B へのバイアスは均衡努力を減じることになる。

努力と不利益の関係を考える。

$f\big(X, d_a(X)\big) = \frac{\alpha h}{2} g\left(\frac{hX}{\alpha k} d_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right) - d_a = 0$とすると、

$\frac{\partial f}{\partial X} + \frac{\partial f}{\partial d_a} d_a'(X) = 0$　なので、

$$\frac{\partial f}{\partial X} = \frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hX}{\alpha k} d_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right)(\frac{h}{\alpha k} d_a + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{n}} X^{-\frac{1}{2}})$$

$\frac{\partial f}{\partial d_a} = \frac{h^2 X}{2k} g'\left(\frac{hX}{\alpha k} d_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right) - 1$から、

$$d_a'(X) = \frac{-\frac{\alpha h}{2} g'\left(\frac{hX}{\alpha k} d_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right)(\frac{h}{\alpha k} d_a + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{n}} X^{-\frac{1}{2}})}{\frac{h^2 X}{2k} g'\left(\frac{hX}{\alpha k} d_a + \sqrt{\frac{mX}{n}}\right) - 1} < 0$$

Xが大きくなるほど、d_aは小さくなる。

上司は 2 人の業績を見て、$z_a < z_b$なら B に勝たせるが、

$-mX + n \cdot (z_a - z_b)^2 < 0$なら$z_a > z_b$でもBを勝たせる。

先にみたように、厳しい条件が設定されている方へのバイアス想定は双方の努力を減らすこととなる。しかし、上司の効用が部下の効用減に伴い減少するようであれば、組織として望ましい業績向上と相反する方向の評価をすることとなる。

共に仕事をすることで情が移る、部下に恨まれたくないという心情が生まれるようなことのない職場風土づくりをめざすことが組織の業績向上に必要であると考えられる。

(4)能力差を考慮に入れた場合

次に2人の従業員に能力差がある場合を分析する。

能力をh^iとすると、$h^i > h^j$ならば少ない努力で同じ成果が出せるのでiさんの能力の方がj さんの能力よりも高いということになる。それぞれの能力は上司、部下間の共通認識とする。

AさんとBさんとの競争で、Bさんのみに下位になれば大きなデメリットが設定されているケースを考える。

Bさんの1階条件は $(\alpha + x)g\left(h^b d_b - h^a d_a - c\right)h^b - 2\,d_b = 0$

Aさんの1階条件は、$\alpha g\left(h^b d_b - h^a d_a - c\right)h^a - 2\,d_a = 0$ であり、

$d_b = \frac{(\alpha+x)}{\alpha}\frac{h^b}{h^a}d_a$　を得る。

同様に、 $d_a'(c) = \frac{\alpha h^a g\prime\left((\frac{(\alpha+x)}{\alpha}\frac{h^{b^2}}{h^a} - h^a)d_a - c\right)}{((\alpha+x)h^{b^2} - \alpha h^{a^2}\}g\prime\left((\frac{(\alpha+x)}{\alpha}\frac{h^{b^2}}{h^a} - h^a)d_a - c\right) - 2}$を得る。

$\frac{(\alpha+x)h^{b^2} - \alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a = c$ のとき極値をもつ。

$(\alpha + x)h^{b^2} - \alpha h^{a^2} = \alpha\left(h^b + h^a\right)\left(h^b - h^a\right) + xh^{b^2}$なので、$h^b > h^a$(Bさんの能力の方が高い）の場合または$h^b < h^a$（Aの方の能力の方が高い）でも差が小さい場合はA

にバイアスを付与しても均衡が成立する。なお、B にバイアスを付与する場合は $h^b < h^a$（A さんの能力の方が高い）なら均衡が成立するが、B さんの能力の方が高ければ、A の勝ち目はない。

$$d_a''(c) =$$

$$\frac{\alpha h^a\{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}\}g''\left(\left(\frac{(\alpha+x)h^{b^2}}{\alpha\quad h^a}-h^a\right)d_a-c\right)\left((\frac{(\alpha+x)h^{b^2}}{\alpha\quad h^a}-h^a)d_a'-1\right)[\{g'\left(\left(\frac{(\alpha+x)h^{b^2}}{\alpha\quad h^a}-h^a\right)d_a-c\right)-2\}-g'\left(\left(\frac{(\alpha+x)h^{b^2}}{\alpha\quad h^a}-h^a\right)d_a-c\right)]}{\{((\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2})g'\left((\frac{(\alpha+x)h^{b^2}}{\alpha\quad h^a}-h^a)d_a-c\right)-2\}^2} < 0$$

よって、$\frac{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a = c$ のとき極大値をもつ。

上司の効用関数（部下の効用を上司の効用に入れたもの）を考える。

$$U_s = l(d_a^* + d_b^*) + m\left\{\mathrm{p}(\, z_a + c > \, z_b)\alpha - {d_a^*}^2 + \mathrm{p}(\, z_a + c < \, z_b)\alpha - \left(1 - \mathrm{p}(z_a + c < z_b)\right)\frac{h^b}{h^a}x - {d_b^*}^2\right\} - nc^2$$

（第 1 項）部下の業績＝２人の部下の業績が良いほど効用は増す。

（第 2 項）部下の利得関数の和＝部下がうれしいとその上司もうれしい。（B の能力が A より高いほど不利益付与による上司の効用が下がる。）

(第 3 項) バイアス付与のコスト＝えこひいきをする上司という悪い評判が立つ。

上司の効用をバイアスで微分する。

$$\frac{\partial U_s}{\partial c} =$$

$$\frac{l\{(\alpha + x)h^b + \alpha h^a\}}{\alpha h^a}d_a'(c) - m\{(\alpha + x)h^a + \frac{(\alpha + x)h^b}{h^a}\}g(\frac{(\alpha + x)h^{b^2} - \alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a - c)d_a'(c)$$
$$- mx\frac{h^b}{h^a}g\left(\frac{(\alpha + x)h^{b^2} - \alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a - c\right) - 2nc = 0$$

$\frac{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a > c$：$c$が小さいとき、

第 1 項は正、第 2 項は負、第 3 項は負、第 4 項は負

すなわち、業績向上への影響がバイアスによる相手の努力増に伴う部下の効用減（勝つ確率の減）、バイアスによるX が付与されてしまう確率の増による効用減とバイアス付与のコスト増に伴う効用減の和に等しいところで極値をもつ。

$$\frac{l\{(\alpha+x)h^b+\alpha h^a\}}{\alpha h^a}d_a''(c^*)$$

$$< m\left\{(\alpha+x)h^a+\frac{(\alpha+x)h^b}{h^a}\right\}[g'\left(\frac{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a - c^*\right)\left(\left(\frac{(\alpha+x)}{\alpha}\frac{h^{b^2}}{h^a}-h^a\right)d_a'-1\right)d_a'+g(\frac{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a-c)d_a'']$$
$$+mx\frac{h^b}{h^a}g'\left(\frac{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a-c^*\right)\left(\left(\frac{(\alpha+x)}{\alpha}\frac{h^{b^2}}{h^a}-h^a\right)d_a'-1\right)$$
$$+2n$$

ならば極大値となる。

$\frac{h^b}{h^a}$が大きいほど第 2 項、第 3 項の負が大きくなり、cが小さくなる方向に働く。

$\frac{(\alpha+x)h^{b^2}-\alpha h^{a^2}}{\alpha h^a}d_a < c$ ：cが大きいとき、$d_a'(c)$の分母が負であれば、

第 1 項は負、第 2 項は正、第 3 項は負、第 4 項は負

バイアスによる相手の努力減に伴う部下の効用増（勝つ確率の増）が業績向上への影響とバイアスによりX が付与されてしまう確率の増による効用減とバイアス付与のコストへの影響の和に等しいところで極値をもつ。

すなわち、部下の努力のコストへの影響が業績向上による効用への影響と付加的な厳しい条件設定とバイアス付与のコストへの影響の和に等しいところで極値をもつ。

【まとめ】

（従業員がバイアスを知っている場合）

２人の努力レベルは等しく、バイアスの減少関数である。

片方に厳しい条件が設定されるケースでは、

①厳しい条件が設定されていない方の従業員へバイアスを付与する場合、

バイアスが小さい間は、均衡努力レベルは上がり、バイアスが大きくなると

下がるがX の大きさによっては努力総量が増えることがある。

②厳しい条件が設定されている方の従業員へバイアスを付与する場合、

①に比し均衡努力レベルは下がり、バイアスの減少関数となる。

（バイアスは事前にわからず、上司は２人の業績を見て判断する場合）

上司は厳しい条件が設定されている方にバイアスを付与する場合があるが、

厳しい条件が大きくなるほど、均衡努力レベルは下がる。

第 7 節　概括

企業にとって従業員の給与に充てる原資は限られている。原資を従業員に配分する場合、当該原資獲得にあたっての貢献度に応じて差をつけることに異を唱えるものは少ないと思われる。ただ、その貢献度を正確に把握することは大変困難である。困難であるからとして差をつけなければ、従業員のモチベーションは下がってしまうので、現実的には、あいまいな部分を残しながら、極力客観的な評価となるよう仕組みを工夫し人事評価制度の運用は行われている。絶対評価における中心化、寛大化といった短所を克服すべく導入が進められてきた相対評価においてはこのあいまいな部分に評価者のバイアスが入りこむ余地が大きくなる。

理想論は別にして、バイアスが生じうる状況の中においては、今回の分析によると、おおまかな業績差しか把握できないようなケースでは、1 期のみの場合は報酬が小さいときはいずれかへのバイアス、2 期間の場合は 1 期目上位者に対するバイアスが、企業の利潤に対して正の効果があることがわかった。片方に 2 期続けて下位になると大きなデメリットがあるという条件設定が従業員の努力レベル、企業の利潤を増やすこともわかった。また、厳密に業績差を表せる場合は、解雇をちらつかせるなど厳しい条件を設定することで均衡努力レベルは上がり、厳しい条件が設

定されていない方へのバイアスが企業の利潤に対して正の効果をもちうることがわかった。これは、無能な従業員は解雇するという設定で有能な従業員にバイアスを付与することを正当化するものであり、温情的に出来の悪い職員にバイアスを付与するのではなく優秀な職員にバイアスを付与することで組織パフォーマンスが上がることを示唆しているともいえる。

ただし上司が部下の気持ちを慮る性質を持つ場合上司の効用は下がってしまい、厳しい条件設定に直面する方の部下にバイアスを付与することで均衡する場合がある。ひたすら弱肉強食的な制度を続けていって良いのか、個人の業績差が勝利者報酬と解雇の差に相当するほどあるのかについては疑問の残るところであり、引き続き、従業員、上司の様々な効用を十分踏まえた形で分析を行っていきたい。

第 3 章　採用戦略について（採用選考時期・募集人数を中心に）

第 1 節　概要

企業等の採用担当にとって、受験者数が応募者数に満たない場合は問題外だが、多くの受験者を獲得する、高い競争率を確保するということは、数少ない客観的評価指標のうちの一つとなる。本章ではこの受験者の確保という命題に対する、選考時期および募集人数の影響を分析した。選考時期の観点で言えば、基本的には早く実施した方が有利であるが、企業間で人気に差がある場合には、人気のない方の企業が実施時期を後回しにするということも合理的な戦略として成立しうるということが確認できた。これは現代社会における就職選考、公務員試験の状況と合致するものである。また受験者の選別確度が高まると、選考を後回しにする傾向がありうることが分かったが、これも大学入試や就職選考の状況と符合しているともいえる。また、募集人数については、その数が大きい方が受験者確保のために効果が見込めることが分かった。

第 2 節　採用にかかる動向

戦後の日本企業、官公庁は新卒を一括採用し、採用試験実施時期については、（一社）日本経済団体連合会による申し合わせなど一定のルール化が図られてきた。ただ、現実にはその完全なる遵守を徹底することは難しく、ルールも多くの変遷を重ねてきている。組織にとって重要な経営資源である優秀な人材を他社に先駆けて獲得したいと考えるのは自然なことであり、経団連に加盟しない企業は勿論、加盟していてもルールに従わない企業、ルールを守りつつも実を取るためにいろいろと戦略を練る企業などが競い合っているのが現状であると推測する。

公務員の世界でも、実施時期について、従前は、国家公務員試験、都道府県・政令指定都市、その他自治体の大きく３つに分かれていたが、現在は、国家公務員試験と都道府県等の試験の間に、東京都、大阪府・市の採用試験が実施されている。このことも優秀な人材獲得のための東京都などの採用戦略のあらわれであり、例えば大阪府においては他の自治体と同じ日に試験を実施していた平成 22 度試験の受験者は 292 名、別の日に試験を実施するようになった平成 23 年度は 2,383 名と大幅に増えている。これは同時に行った教養試験、専門試験の廃止といったことも影響していると考えるが、試験日程の変更も大きな要素であると推測する。ここで、平成 22 年

から平成 30 年までの大阪近隣の地方公務員試験（大阪市、堺市、大阪府、京都市、神戸市）の大学卒程度事務の受験者数に対して、ラスパイレス指数、募集人員、試験日程（別日程か否か)、専門試験なしの 4 つの要素の影響度合いを重回帰分析したところ、次のとおりとなった。

（表３－１）

	係数	t 値	P 値
切片	-441.856	-0.48591	0.629112
ラスパイレス指数	9.584021	1.039102	0.303659
募集人員	3.314631	2.509931	0.015291
試験別日程	632.9808	4.698792	0.000020
専門試験なし	-352.162	-2.61569	0.011684

決定係数	0.527201
自由度修正済み決定係数	0.490118
有意 F	7.31E-08

（※）データは以下の HP などから入手

大阪市:https://www.city.osaka.lg.jp/gyouseiiinkai/page/0000002761.html#H30joukyou

堺　市：https://www.city.sakai.lg.jp/shisei/jinji/shokuinsaiyo/saiyoannai/kakonoshikenjoho/saiyoshikenjyoukou_h30.html

大阪府：http://www.pref.osaka.lg.jp/jinji-i/saiyo/30ha_process.html

京都市：https://www.city.kyoto.lg.jp/jinji/cmsfiles/contents/0000237/237434/0831-jisshijyokyo.pdf

神戸市：https://www.city.kobe.lg.jp/documents/14257/300507ippanzissizyoukyou.pdf

総務省：https://www.soumu.go.jp/main_content/000524203.pdf

受験者数の増に対して、試験日程、募集人員の影響が見てとれ、優秀な人材確保のため試験日程を前後にずらすことや募集人員を変動させることも有効な戦略となり得ると推測される。専門試験なしで受験者が減っているのは典型的な公務員志望者は公務員試験用の勉強をしているのでそのメリットが活かせないという意識が働いているのではないかと思われる。そこで以下では、有効な採用戦略とそれが成立する条件等について考えてみる。

第３節　寡占企業の選考時期決定

企業にとって優秀な人材を採用することは重要な課題である。そのためには、勤務条件の整備、企業イメージのアップなどさまざまな取り組みが必要であるが、ある意味テクニカルなものとして選考時期の問題がある。大学等の受験の世界でも、早期の推薦入試に始まり、私立大学、国立大学の順で合格者が決まっていく。企業においてもいわゆる青田買い的に早期に選考するという行動も理には適っているが、一方早期に選考しても後に選考を行う人気企業に逃げられてしまう可能性はあり、同時実施では優秀な受験生を確保できないといった場合にあえて選考を後にずらすということも選択肢としてありうると考える。

これまで就職協定などの形で企業間の採用選考時期を合わせる動きがあったが、「日本における大学等新卒者の採用活動の変遷と現状」(2015 松尾）によれば、2015年の状況として「政府・経団連方針では８月１日以前は採用選考が開始されておらず、過去２年間の実績を考慮しても内定率は20%未満であるはずだが、調査結果は65.3%となり、多くの企業が採用選考開始日までに選考を行っていたことが分かる。」とされるなど、現実にはうまく機能してこなかった。同論文によれば、「1971年には金融・商社などが３年次の１月に内定を出し、これは先の「青田買い」よりも早いという意味で「早苗買い」「種もみ買い」と揶揄された。」など選考時期をめぐる企業間の駆け引きは継続的に続いている。

簡単なモデルで考えてみる。２社で受験者を奪い合う場合の利得表を考える。

（表３－２）

		B社	
		協定を守る	守らない
A社	協定を守る	(a , b)	(c , d)
	守らない	(e , f)	(g , h)

それぞれにとって協定を守るよりも守らずに選考時期をずらした方が得であればナッシュ均衡はともに守らないということになってしまう。守る方が利得が大きい、例えば守らなければ罰則がある又は企業イメージ大幅ダウンにつながるといった場合は、両社は協定を守ることになるが、厳密な監視等困難な課題が多く実現には至

っていない状況であると考える。

ここでは、寡占企業の選考時期の決定について、いくつかの設定のもと分析をしたうえで一般化を試みることとする。

【１】採用選考：同時（人気は同じ）

基本的なモデルとして以下のケースを考える。

受験者数100人、良い受験者50人、悪い受験者50人、寡占状態のA社、B社とも採用者数は25人とする。

A社もB社も選考において、７割の確率で受験者の良し悪しを見抜くとする。

ただし、選考はＡ社、Ｂ社が同時に行い重複受験はできないとする。

また、受験者の5割はA社、5割がB社を受験するとする。

この場合、両社の採用状況は次のとおりとなる。

（表３－３）

<table>
<tr><th></th><th>受験者</th><th>質</th><th>判定</th><th>合格者</th></tr>
<tr><td rowspan="4">A
社</td><td rowspan="4">50人</td><td rowspan="2">良
25人</td><td>良17.5人</td><td rowspan="2">25×17.5/(17.5+7.5)
＝17.5人</td></tr>
<tr><td>悪 7.5人</td></tr>
<tr><td rowspan="2">悪
25人</td><td>良 7.5人</td><td rowspan="2">25×7.5/(17.5+7.5)
=7.5人</td></tr>
<tr><td>悪17.5人</td></tr>
<tr><td rowspan="4">B
社</td><td rowspan="4">50人</td><td rowspan="2">良
25人</td><td>良17.5人</td><td rowspan="2">17.5人</td></tr>
<tr><td>悪 7.5人</td></tr>
<tr><td rowspan="2">悪
25人</td><td>良 7.5人</td><td rowspan="2">7.5人</td></tr>
<tr><td>悪17.5人</td></tr>
</table>

A社、B社とも合格者のうち良い受験者数の期待値は17.5人である。

【２】採用選考：同時（人気に差がある）

【１】と同様の設定で、選考はA社、B社が同時に行い重複受験はできないとする。

また、A社の方が人気があり７割はA社、３割がB社を受験するとした場合次のとおりとなる。

（表３－４）

	受験者	質	判定	合格者
A社	70 人	良 35 人	良 24.5 人	25×24.5/(24.5+10.5) ＝17.5 人
			悪 10.5 人	
		悪 35 人	良 10.5 人	25×10.5/35 =7.5 人
			悪 24.5 人	
B社	30 人	良 15 人	良 10.5 人	(10.5+4.5)×10.5/(10.5+4.5)+ (25−15)×4.5/(4.5+10.5) ＝13.5 人
			悪 4.5 人	
		悪 15 人	良 4.5 人	(10.5+4.5)×4.5/(10.5+4.5)+ (25−15)×10.5/(4.5+10.5) ＝11.5 人
			悪 10.5 人	

A 社の合格者のうち良い受験者は【１】と同じく 17.5 人、
B 社の合格者のうち良い受験者は 13.5 人となる。今回のケースでは、B 社は自社が良いと思った受験者数である 15 人を超える合格を出すと、合格者数を増やせば増やすほど良い受験者率は低下する。

【３】人気のないＢ社が後ずらし

同時実施では良い受験者を確保できない B 社が試験日程を後へずらす場合を考える。

（表３－５）

受験者	質	A 社判定	A 社の合格者	B 社受験者	B 社判定	B 社の合格者
100 人	良 50 人	良 35 人	25×35/50 ＝17.5 人	32.5 人	良 22.75 人	25× 22.75/(22.75+12.75) ＝16.02 人
		悪 15 人			悪 9.75 人	
	悪 50 人	良 15 人	25×15/50 =7.5 人	42.5 人	良 12.75 人	25× 12.75/(35.5)

		悪　35人			悪 29.75 人	＝8.98

B 社の合格者のうち良い受験者数は 16.02 人となり、【２】のケースの 13.5 人を上回ることになる。

ここで、同時実施の場合に、B 社の採用予定者数が、自社が良いと思った受験者数を上回るケースで、B 社の合格者のうち良い受験者数がこの後ずらしケースの 16.0 人を上回る A 社の選好率（β）を考える。

数式で表すと次の通りとなる。

$$(1-\beta)\times 100\times 0.5\times 0.7$$
$$+[25-\{(1-\beta)\times 100\times 0.5\times 0.7$$
$$+(1-\beta)\times 100\times 0.5\times 0.3\}]$$
$$\times\frac{\{(1-\beta)\times 100\times 0.5\times 0.3\}}{\{(1-\beta)\times 100\times 0.5\times 0.3+(1-\beta)\times 100\times 0.5\times 0.7\}}\geq 16.0$$

これを解くと$\beta\leq 0.57$（自社の人気度≧0.43）であれば、同時実施の方が後ずらしよりも有利になる。

【３】（２）人気のない B 社が後ずらし（A 合格者の一部が B 受験・B 不合格なら A に採用される）

人気のない B 社が後ずらしするケースで、【２】のケース同様 B の人気度に相当する３割が A に合格しても B を受験すると仮定し、B が不合格なら A 社に行く場合を考える。

（表３－６）

受験者	質	A 社判定	A 社の合格者	B 社受験者	B 社判定	B 社の合格者
100 人	良 50 人	良　35人	25×35/50 ＝17.5 人	32.5+5.25 (17.5 の 3 割) 人	良　26.425人	25 × 26.425/(26.425+13.425) ＝16.58 人
		悪　15人			悪　11.325人	
	悪	良　15	25×15/50	42.5+2.25	良　13.425	25 ×

	50 人	人 悪　35 人	=7.5 人	(7.5 の 3 割)人	人 悪　31.325 人	13.425/39.85) ＝8.42 人

A 社で合格しつつ B 社を受験した 7.5 人について

良 5.25 人：B の判定　良 3.675 悪 1.575

3.675×25/(26.425+13.425)＝2.31 人は B 社へ

悪 2.25 人：A 社の判定　良 0.675 悪 1.575

0.675×25/(39.85)＝0.42 人は B 社へ

A 社から 2.73 人（良 2.31 悪 0.42）抜ける

この場合、A 社は欠員ができるので、抜ける分を見込んで A 社が採用するとする。

A 社の合格者数を y とし、A 社の合格者のうち 3 割が B 社を受験するとする。ただし、B 社が不合格であれば、A 社に採用されるものとする。

良い B 社の受験者は、$\left\{\left(50-\frac{35}{50}y\right)+\frac{35}{50}y\cdot 0.3\right\}$=E

悪い B 社の受験者は、$\left\{\left(50-\frac{15}{50}y\right)+\frac{15}{50}y\cdot 0.3\right\}$=F

B 社の合格者のうち良い受験者は、$25\times\frac{E\times 0.7}{E\times 0.7+F\times 0.3}$

A 社の合格者のうち良い受験者で B 社に合格するのは、

$\frac{35}{50}y\cdot 0.3\cdot 0.7\cdot\frac{25}{E\times 0.7+F\times 0.3}$—①

A 社の合格者のうち悪い受験者で B 社に合格するのは、

$\frac{15}{50}y\cdot 0.3\cdot 0.3\cdot\frac{25}{E\times 0.7+F\times 0.3}$—②

y −①—②＝25 を解いて、y＝28.18 を得る。

改めて表を整理すると、

（表３－７）

受験者	質	A 社判定	A 社の合格者	B 社受験者	B 社判定	B 社の合格者
100 人	良 50 人	良 35 人	28.18 × 35/50 ＝ 19.73	30.27+5.92(19.73 の 3 割) =36.19 人	良 25.33 人	25× 25.33/(25.33+13.22) ＝16.43 人

		悪 15 人	人		悪 10.86 人	
	悪 50 人	良 15 人	28.18 × 15/50 =8.45 人	41.55+2.53(8.45 の 3 割) =44.08 人	良 13.22 人	25×13.22/38.55 ＝8.57 人
		悪 35 人			悪 30.86 人	

A 社の合格者のうち良い(再)受験者で B 社に合格するのは、

$\frac{35}{50}$ ・28.18 ・0.3 ・0.7 ・ $\frac{25}{E\times0.7+F\times0.3}$＝2.69 人

A 社の合格者のうち悪い(再)受験者で B 社に合格するのは、

$\frac{15}{50}$ ・28.18 ・0.3 ・0.3 ・ $\frac{25}{E\times0.7+F\times0.3} = 0.49$人

よって、A 社の採用者の内訳は、良い受験者 17.04 人（19.73—2.69)、悪い受験者 7.96 人 (8.45-0.49) となる。A 社の良い受験者は減り、B 社は増える結果となった。

【４】同時では不利な B 社が先行

次に B 社が先行する場合を考える。

（表３－８）

受験者	質	B 社判定	B 社の合格者	A 社受験者	A 社判定	A 社の合格者
100 人	良 50 人	良 35 人	25×35/50 ＝17.5 人	32.5 人	良 22.75 人	25 × 22.75/(22.75+12.75) ＝16.02 人
		悪 15 人			悪 9.75 人	
	悪 50 人	良 15 人	25×15/50 =7.5 人	42.5 人	良 12.75 人	25×12.75/35.5 ＝8.98 人
		悪 35 人			悪 29.75 人	

B 社の合格者の質は確保できるが、A 社の良い受験者は減ってしまい、人気のある A 社が B 社に先行を許すとは考え難い。
また仮に先行実施が可能となっても、B 社合格者のうちの多くは A 社を受験し A 社に合格すれば B 社に断りを入れて A 社に行く者が多いと推測される。

【４】（２）同時では不利な B 社が先行（B 合格者の一部が A 受験・A 不合格なら B に採用される）

　両社の受験状況を整理すると以下のとおりとなる。

（表３－９）

<table>
<tr><th>受験者</th><th>質</th><th>B 社判定</th><th>B 社の合格者</th><th>A 社受験者</th><th>A 社判定</th><th>A 社の合格者</th></tr>
<tr><td rowspan="4">100 人</td><td rowspan="2">良 50 人</td><td>良 35 人</td><td rowspan="2">25 × 35/50 ＝ 17.5 人</td><td rowspan="2">32.5+12.25(17 の 7 割)人</td><td>良 31.325 人</td><td rowspan="2">25 × 31.325/(31.325+14.325) ＝17.15 人</td></tr>
<tr><td>悪 15 人</td><td>悪 13.425 人</td></tr>
<tr><td rowspan="2">悪 50 人</td><td>良 15 人</td><td rowspan="2">25 × 15/50 =7.5 人</td><td rowspan="2">42.5+5.25(7.5 の 7 割)人</td><td>良 14.325 人</td><td rowspan="2">25×14.325/45.65 ＝7.85 人</td></tr>
<tr><td>悪 35 人</td><td>悪 33.425 人</td></tr>
</table>

B 社で合格しつつ A 社を受験した 17.5 人について
良 12.5 人：A の判定　良 8.75 悪 3.75
　　　　　　8.75×25/(31.325+14.325)＝4.79 人は A 社へ
悪 5.25 人：A 社の判定　良 1.575 悪 3.675
　　　　　　1.575×25/45.65＝0.86 は A 社へ
B 社から 5.65 人（良 4.79 悪 0.86）抜ける。このままでは、B 社の採用者数は 19.35 人（良 12.71、悪 6.64）となってしまう。
これでは B 社は欠員ができるので、抜ける分を見込んで B 社が採用するとする。
B 社の合格者数を x とし、B 社の合格者のうち 7 割が A 社を受験するとする。ただし、A 社が不合格であれば、B 社に採用されるものとする。

良いA社の受験者は、$\left\{\left(50-\frac{35}{50}x\right)+\frac{35}{50}x\ \cdot 0.7\right\}$=C

悪いA社の受験者は、$\left\{\left(50-\frac{15}{50}x\right)+\frac{15}{46}x\ \cdot 0.7\right\}$=D

A社の合格者のうち良い受験者は、$25\times\frac{C\times0.7}{C\times0.7+D\times0.3}$

B社の合格者のうち良い受験者でA社に合格するのは、

$\frac{35}{50}x\ \cdot 0.7\ \cdot 0.7\ \cdot \frac{25}{C\times0.7+D\times0.3}$―③

B社の合格者のうち悪い受験者でA社に合格するのは、

$\frac{15}{50}x\ \cdot 0.7\ \cdot 0.3\ \cdot \frac{25}{C\times0.7+D\times0.3}$―④

x－③―④＝23を解いて、x＝32.42を得る。

改めて表を整理すると以下のとおりとなる。

（表３－１０）

<table>
<tr><th>受験者</th><th>質</th><th>B社判定</th><th>B 社の合格者</th><th>A社受験者</th><th>A 社判定</th><th>A社の合格者</th></tr>
<tr><td rowspan="4">100人</td><td rowspan="2">良 50人</td><td>良 35人</td><td rowspan="2">32.42 × 35/50 ＝ 22.694人</td><td rowspan="2">27.306+15.886(22.694の7割)＝43.192人</td><td>良 30.234人</td><td rowspan="2">25× 30.234/(30.234+14.125)＝17.039人</td></tr>
<tr><td>悪 15人</td><td>悪 12.958人</td></tr>
<tr><td rowspan="2">悪 50人</td><td>良 15人</td><td rowspan="2">32.42 × 15/50 =9.726人</td><td rowspan="2">40.274+6.808(9.726の7割)＝47.082人</td><td>良 14.125人</td><td rowspan="2">25×14.125/44.359＝7.961人</td></tr>
<tr><td>悪 35人</td><td>悪 32.957人</td></tr>
</table>

B社の合格者のうち良い(再)受験者でA社に合格するのは、

$\frac{35}{50}\ \cdot 32.42\ \cdot 0.7\ \cdot 0.7\ \cdot \frac{25}{C\times0.7+D\times0.3}$＝6.27人

B社の合格者のうち悪い(再)受験者でA社に合格するのは、

$\frac{15}{50}$ ・32.42 ・0.7 ・0.3 ・$\frac{25}{C\times 0.7+D\times 0.3}=1.15$人

よって、B 社の採用者の内訳は、良い受験者 16.42 人（22.694―6.27)、悪い受験者 8.58 人(9.726－1.15)となる。後にずらした場合の良い受験者数をわずかに下回り、同時実施の際の良い受験者数 13.5 人は上回る結果となった。

【５】A 社、B 社の戦略

　これまでと同様に、受験者数 100 人　良い受験者 50 人　悪い受験者 50 人、A 社、B 社とも採用者数は 25 人、両社とも選考において、７割の確率で受験者の良し悪しを見抜くとする。A 社の方が人気があり７割は A 社、３割が B 社を受験するとした場合の A 社、B 社の戦略を考える。選考のタイミングを早い又は遅いの 2 パタンとし、利得＝良い受験者数×10＋悪い受験者数×0 とする。

採用予定者数は同じであるので、採用にかかるコストは同じとし、ここでは考慮しない。利得表は以下のとおりとなる。

(早い方の企業に合格すれば遅い方の企業を受験できない場合)

（表３－１１）

		B 社	
		早い	遅い
A 社	早い	(175， 135)	(175， 160)
	遅い	(160， 175)	(175， 135)

人気のある A 社が先行し B 社が後ずらしすることがナッシュ均衡となる。

（早い方の企業に合格しても遅い方の企業を受験できる場合)

（表３－１２）

		B 社	
		早い	遅い
A 社	早い	(175， 135)	(170， 164)
	遅い	(170， 164)	(175， 135)

ナッシュ均衡はない。

各社の採用者数に比し良い受験者が十分存在しているならば、同時実施で問題はなく、お互い連携を取り合うということも考えられなくはない。しかし良い受験者に限りがあり人気に差があると選考時期をずらすことが戦略として浮かび上がってくる。

A が早い確率をｐ、B が早い確率をｑとして混合戦略を考えると、

(A) 175q+170（１－ｑ）>170q＋175（１－ｑ）

　より、q>$\frac{1}{2}$なら p=1、q<$\frac{1}{2}$なら p=0

(B) 135p+164（１－ｐ）>164ｐ+135（１－ｐ）

　より、p<$\frac{1}{2}$なら q＝１、p>$\frac{1}{2}$なら q＝0

よって、A 社は$\frac{1}{2}$ 、B 社は$\frac{1}{2}$の確率で早い選考を行うこととなる。

【６】一般化

これまで見てきた内容をベースに以下で一般化を考えてみる。

(1)選考日が異なる場合（A 社先行）

受験者数：Y、良い受験者の率：α、A,B 社の受験者の良し悪しを見抜く力：ϵ、A,B 社の採用者数：$x<Y$とすると、

A 社の合格者のうち良い受験者率は、$\frac{\alpha\epsilon}{\alpha\epsilon+(1-\alpha)(1-\epsilon)}$ — θ

B 社の合格者のうち良い受験者率は、$\frac{(\alpha Y-x\theta)\epsilon}{(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\{(1-\alpha)Y-x(1-\theta)\}(1-\epsilon)}$ —φとなる。

A 社の合格者のうち良い受験者数と B 社の合格者のうち良い受験者数の差は、以下のとおりとなる。

$$\frac{\alpha\epsilon\left[(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\left\{(1-\alpha)\,Y-x(1-\theta)\right\}(1-\epsilon)\right]-(\alpha Y-x\theta)\epsilon[\alpha\epsilon+(1-\alpha)(1-\epsilon)]}{\{\alpha\epsilon+(1-\alpha)(1-\epsilon)\}\left[(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\left\{(1-\alpha)\,Y-x\delta\right)(1-\epsilon)\right]}x$$

$$=\frac{x\epsilon(\theta-\alpha)(1-\epsilon)}{\{\alpha\epsilon+(1-\alpha)(1-\epsilon)\}[(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\left\{(1-\alpha)\,Y-x\delta\right)(1-\epsilon)]}x となる。$$

$(\theta-\alpha)$は（A 社合格者のうち良い受験者率—受験者全体のうち良い受験者率）であり、一般的にϵ（A 社の受験者の良し悪しを見抜く力（率））は 1/2 より大きいので、θはαより大きくなる。

すなわち、先に選考を行う方が有利になる。

(2)選考日が同じ場合

① 良いと思う受験者数が採用予定者以上の場合

引き続き、A 社の選好率をβ とする。

Ｂ社の合格者のうち良い受験者は、次のとおりである。

$$\frac{(1-\beta)Y\alpha\epsilon}{(1-\beta)Y\alpha\epsilon+(1-\beta)Y(1-\alpha)(1-\epsilon)}x \quad — \ \sigma$$

これを先ほどの別日程でのＢ社の合格者のうち良い受験者 φ と比較する。

$$\frac{(\alpha Y-x\theta)\epsilon}{(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\{(1-\alpha)\,Y-(1-\theta)x\}(1-\epsilon)}x \quad — \quad \varphi$$

$$\sigma—\varphi=\frac{(1-\beta)Y\alpha\epsilon\left[(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\left\{(1-\alpha)\,Y-(1-\theta)x\right\}(1-\epsilon)\right]-(\alpha Y-x\theta)\epsilon[(1-\beta)Y\alpha\epsilon+(1-\beta)Y(1-\alpha)(1-\epsilon)]}{(1-\beta)Y\alpha\epsilon+(1-\beta)Y(1-\alpha)(1-\epsilon)(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\{(1-\alpha)\,Y-(1-\theta)x\}(1-\epsilon)}x$$

$$=\frac{(1-\beta)Y\epsilon(1-\epsilon)x(\theta-\alpha)}{(1-\beta)Y\alpha\epsilon+(1-\beta)Y(1-\alpha)(1-\epsilon)(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\{(1-\alpha)\,Y-(1-\theta)x\}(1-\epsilon)}x$$

先ほどと同じく、$\theta>\alpha$なので、同日実施の方が後に選考するより有利であると言える。

しかし、これは人気のない B 社にも一定数以上良い受験者が受験するという前提で成り立つものである。

② 同日のケースで良いと思う受験者数が採用予定者未満の場合

$$(1-\beta)Y\alpha\epsilon+[x-\{(1-\beta)Y\alpha\epsilon+(1-\beta)Y(1-\alpha)(1-\epsilon)\}]\frac{(1-\beta)Y\alpha(1-\epsilon)}{(1-\beta)Y\alpha(1-\epsilon)+(1-\beta)Y(1-\alpha)\epsilon} \quad — \quad \tau$$

$\tau-\varphi=(1-\beta)Y\alpha\epsilon+[x-\{(1-\beta)Y\alpha\epsilon+(1-\beta)Y(1-\alpha)(1-\epsilon)\}]\frac{(1-\beta)Y\alpha(1-\epsilon)}{(1-\beta)Y\alpha(1-\epsilon)+(1-\beta)Y(1-\alpha)\epsilon}-\frac{(\alpha Y-x\theta)\epsilon}{(\alpha Y-x\theta)\epsilon+\{(1-\alpha)Y-(1-\theta)x\}(1-\epsilon)}x=0$ となる β の閾値として、

$$1-\frac{(\alpha Y-x\theta)\epsilon^2(1-\alpha)x-\alpha x\{(1-\alpha)Y-(1-\theta)x\}(1-\epsilon)^2}{(1-\alpha)Y[(\alpha Y-x\theta)\alpha\epsilon^3+\alpha(1-\epsilon)^2\{(1-\theta)x(1-\epsilon)-(\alpha Y-x\theta)\epsilon\}+\alpha\epsilon^2\left\{(1-\alpha)\,Y-(1-\theta)x\right\}(1-\epsilon)-\alpha(1-\alpha)Y(1-\epsilon)^3]}$$

を得た。

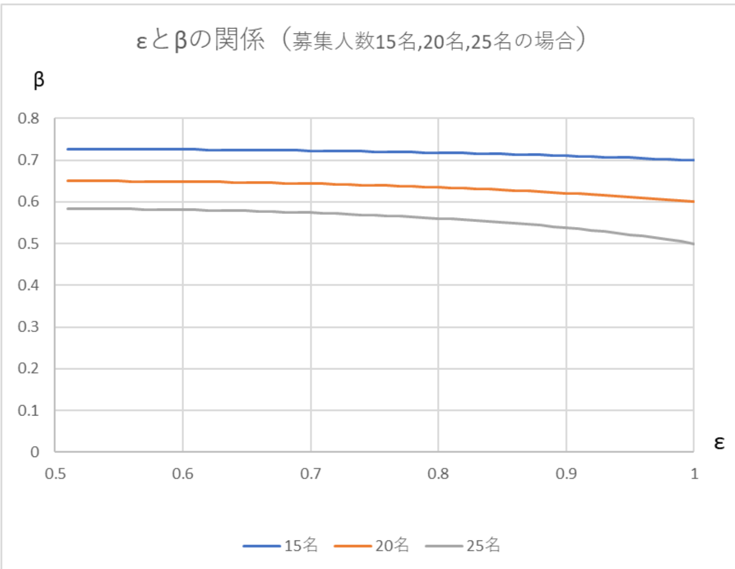
βの閾値をϵ で微分すると、分母は上式の分母の２乗であり正である。

分子は、以下のとおりとなる。

$$[-2(\alpha Y - x\theta)(1-\alpha)x\epsilon(1-\alpha)Y - 2\alpha x\{(1-\alpha)Y - (1-\theta)x\}(1-\epsilon)]\left[(\alpha Y - x\theta)\alpha\epsilon^3 + \alpha(1-\epsilon)^2\{(1-\theta)x(1-\epsilon) - (\alpha Y - x\theta)\epsilon\} + \alpha\epsilon^2\left\{(1-\alpha)\ Y - (1-\theta)x\right\}(1-\epsilon) - \alpha(1-\alpha)Y(1-\epsilon)^3\right] + [(\alpha Y - x\theta)\epsilon^2(1-\alpha)x - \alpha x\left\{(1-\alpha)\ Y - (1-\theta)x\right\}(1-\epsilon)^2](1-\alpha)Y[3(\alpha Y - x\theta)\alpha\epsilon^2 - 3\alpha(1-\theta)x(1-\epsilon)^2 + 2\alpha(1-\epsilon)(\alpha Y - x\theta)\epsilon - \alpha(1-\epsilon)^2(\alpha Y - x\theta) + 2\alpha\left\{(1-\alpha)\ Y - (1-\theta)x\right\}(1-\epsilon)\epsilon - \alpha\epsilon^2\{(1-\alpha)Y - (1-\theta)x\} + 3\alpha(1-\alpha)Y(1-\epsilon)^2]$$

この分子の符号はそれぞれの構成要素の値によるが、前記の具体数字を当てはめてみると負になる。受験者数 100 人、αを 0.5 として、募集人数を 1～50 人、ϵを 0.5 から 1 の 間 0.01 刻みで、βの値をみたところ、基本的にϵ の増加に伴って β は減少した（募集人数が 1 人又は 2 人の場合はβ の値は一定）。募集人数 15 名、20 名、25 名の時のϵ と β の関係をグラフ化したものが図 3 である。受験者の選別確度が高まると、 βの閾値が小さくなる＝選考を後回しにする方向に作用することとなる。大学入試において２段階で定量的試験を実施する国立大学が１回のみの科目数がより少ない私立大学のあとに合格発表を行っている事実と符合するともいえる。

（図 3）



(3)A 社、B 社の戦略

良い受験者数の割合を 0.5 とする。利得＝良い受験者数×1＋悪い受験者数×0 とする。B 社の方が、人気がない（$\beta > \frac{1}{2}$）とする。利得表は以下のとおりとなる。

（表３－１３）

		B 社	
		早い	遅い
A 社	早い	（G，H）	（Ｊ，K）
	遅い	（M，N）	（G，H）

（G）

$$\frac{\frac{1}{2}\epsilon\beta Y}{\frac{1}{2}\epsilon\beta Y+\frac{1}{2}(1-\epsilon)\beta Y}x = \epsilon x$$

（H）

$$\frac{1}{2}\epsilon(1-\beta)Y + \left[x - \left\{\frac{1}{2}\epsilon(1-\beta)Y + \frac{1}{2}(1-\epsilon)(1-\beta)Y\right\}\right]\frac{(1-\epsilon)}{(1-\epsilon)+\epsilon}$$

$$= \frac{1}{2}\epsilon(1-\beta)Y + [x - \frac{1}{2}(1-\beta)Y](1-\epsilon)$$

（ただし、$\frac{1}{2}(1-\beta)Y < x$ の場合 ，$\frac{1}{2}(1-\beta)Y > x$なら H: ϵx）

（Ｊ）

［早い方の企業に合格すれば遅い方の企業を受験できない場合］

$$\frac{\frac{1}{2}\epsilon\beta Y}{\frac{1}{2}\epsilon\beta Y+\frac{1}{2}(1-\epsilon)\beta Y}x = \epsilon x$$

［早い方の企業に合格しても遅い方の企業を受験できる場合］

$$(x+S)\epsilon\{1 - \frac{\epsilon(1-\beta)x}{\frac{1}{2}Y-\beta(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)(x+s)}\}$$

$$s\text{:}\frac{\frac{1}{2}Y-\left(2\epsilon^2-2\varepsilon+1\right)x-\sqrt{\frac{Y^2}{4}-(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)xY+(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)^2\{1-4\beta(1-\beta)\}}}{2\beta(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)}$$

（K）

［早い方の企業に合格すれば遅い方の企業を受験できない場合］

$$\frac{(\frac{1}{2}Y-\epsilon x)\epsilon x}{\frac{1}{2}Y-\epsilon^2 x-(1-\varepsilon)^2 x}$$

［早い方の企業に合格しても遅い方の企業を受験できる場合］

$$\frac{\{\frac{1}{2}Y-(x+s)\epsilon\beta\}\epsilon x}{\frac{1}{2}Y-\beta(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)(x+s)}$$

（M）

［早い方の企業に合格すれば遅い方の企業を受験できない場合］

$$\frac{(\frac{1}{2}Y-\epsilon x)\epsilon x}{\frac{1}{2}Y-\epsilon^2 x-(1-\varepsilon)^2 x}$$

［早い方の企業に合格しても遅い方の企業を受験できる場合］

$$(x+t)\epsilon\{1-\frac{\epsilon\beta x}{\frac{1}{2}Y-(1-\beta)(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)(x+t)}\}$$

$$\mathrm{t}:\frac{\frac{1}{2}Y-\left(2\epsilon^2-2\varepsilon+1\right)x-\sqrt{\frac{Y^2}{4}-(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)xY+(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)^2\{1-4\beta(1-\beta)\}}}{2(1-\beta)(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)}$$

（N）

［早い方の企業に合格すれば遅い方の企業を受験できない場合］

$$\frac{\frac{1}{2}\epsilon\beta Y}{\frac{1}{2}\epsilon\beta Y+\frac{1}{2}(1-\epsilon)\beta Y}x=\epsilon x$$

［早い方の企業に合格しても遅い方の企業を受験できる場合］

$$\frac{\left\{\frac{1}{2}Y-(x+t)\epsilon(1-\beta)\right\}\epsilon x}{\frac{1}{2}Y-(1-\beta)(2\epsilon^2-2\varepsilon+1)(x+t)}$$

A 社にとっては、G と M、J と G、B 社にとっては、H と K、N と H の大小関係により戦略を決めることになるが、早い方の企業に合格すれば遅い方の企業を受験できない場合に関して言えば、$K>H$ならば、$\beta>\frac{\frac{1}{2}Y^2\left(\epsilon-\frac{1}{2}\right)+x(Y-x)(1-3\epsilon+3\epsilon^2-2\varepsilon^3)}{\frac{1}{2}Y^2\left(\epsilon-\frac{1}{2}\right)+xY(\frac{1}{2}-2\epsilon+3\epsilon^2-2\varepsilon^3)}$であれば、人気がある方が先行し、人気のない方が後に選考することがナッシュ均衡となる。逆に$K<H$ならば両社とも早い選考（就職協定を守る）を選ぶことになる。一般的には各企業は内定者を囲い込み他社を受験させないようにすることが多く、大企業が

就職協定に基づき選考したのちに中小企業が採用選考を行う、また、地方公務員試験でも都道府県等の採用試験のあとに一般市町村の試験が行われるという現状に当てはまっているともいえる。

【７】大企業、小企業のいずれかを受験する場合

（獲得受験者の能力期待値からの選考実施時期の考察）

大企業と小企業が受験生を奪い合うケースを分析するため、2 企業、2 受験生のモデルで各企業が獲得できる受験生の優秀さ（能力レベル）を検討する。

① 同時実施の場合

大企業合格の利得をx、小企業合格の利得をyとする。２人の受験生の能力値をr, s、能力$r(s)$の受験生が大企業を受けた時の利得と小企業を受けた時の期待利得が等しくなる能力値を$r^*(s^*)$とすると利得表は以下のとおりとなる。 $r(s) > r^*(s^*)$なら大企業を受験する。

（表３－１４）

		B さん	
		大企業	小企業
A さん	大企業	$(\frac{(r-r^*)}{(1-r^*)}x(1-s^*), \frac{(s-s^*)}{(1-s^*)}x(1-r^*))$	$(xs^*, (1-r^*)y)$
	小企業	$(y(1-s^*), (1-s^*)x)$	$(\frac{r}{r^*}ys^*, s^*\frac{s}{s^*}y)$

利得表は対象となっており、$r^* = s^*$となる。

大企業を受けた時と小企業を受けた時の利得が同じになる能力値が$r^*(s^*)$となるので、A さんの観点では、

$\frac{(r-r^*)}{(1-r^*)}x(1-r^*) + xr^* = y(1-r^*) + \frac{r}{r^*}yr^*$ となり、閾値は$r = r^*$なので、

$xr^* = y(1-r^*) + yr^*$から$r^* = \frac{y}{x}$

すなわち、$r > \frac{y}{x}$ ならば大企業を受ける。

例えば、$x = 4, y = 2$ならば、$r > 0.5$ なら大企業を受けることになる。

能力が一様分布なら大企業としては 0.75 の確率で能力値> 0.5の受験生を確保でき、小企業も 0.75 の確率で能力値< 0.5の受験生を確保できるが、大企業も小企業も

0.25 の確率で受験生を確保できないことになる。

② 別日程の場合

受験生にとっての利得がより小さい小企業が採用選考時期を後にずらした場合、A、B のうち能力の高い方が大企業に合格し、低い方が小企業に採用されることになる。この場合両社とも確実に採用予定者数は確保できる。

そこでまず、2 人の受験者のうち能力が高い方と低い方の能力の期待値を考える。２人の能力を r, s とすると能力が高い方の期待値は、0 と 1 の間の２つの数を選んだ時の大きい方の数の期待値となる。

$$\mathrm{G(x)} \equiv \mathrm{P}(\mathrm{n} \leq x) = \mathrm{P}(\mathrm{r} \leq x) \cdot \mathrm{P}(\mathrm{s} \leq x) = x^2$$

$$\mathrm{g}(x) = \mathrm{G}'(x) = 2x$$

$$\int_0^1 g(x) \cdot x \ dx = \frac{2}{3}$$

小さい方の期待値は、

$$\mathrm{G}(y) \equiv \mathrm{P}(\mathrm{n} \leq y) = 1 - \{\mathrm{P}(\mathrm{r} \geq \mathrm{y}) \cdot \mathrm{P}(\mathrm{s} \geq y)\} = -y^2 + 2y$$

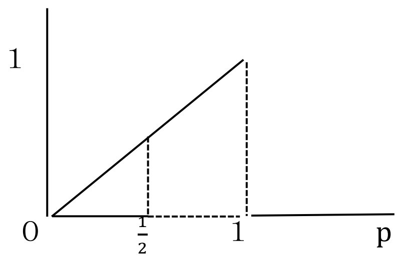
$$\mathrm{g}(y) = \mathrm{G}'(y) = -2\mathrm{y} + 2$$

$$\int_0^1 g(y) \cdot y \ dy = \frac{1}{3}$$

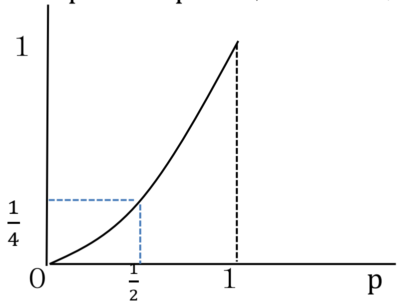
すなわち、能力の高い方の期待値が $\frac{2}{3}$,低い方が $\frac{1}{3}$ となる。

別の角度から考えると、

上位である確率

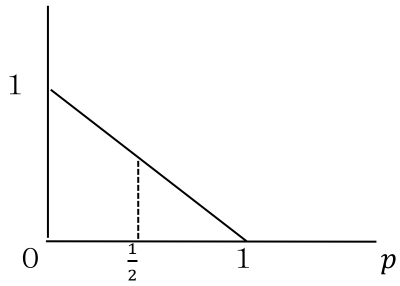


能力p×能力pで上位となる確率

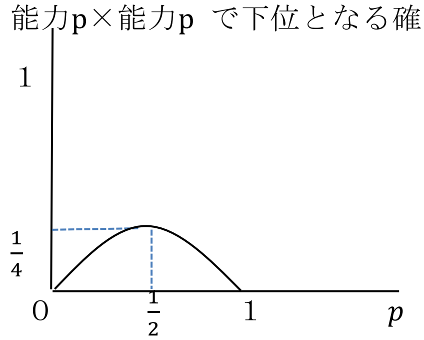


上位の場合の期待値＝$\int_0^1 pf(p) \div \frac{1}{2} = \int_0^1 p^2 \div \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

下位である確率



能力p×能力p で下位となる確率



同様に、下位の場合の期待値は$\int_0^1 (p - p^2) \div \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$　となる。

選考が別日程になることによって、大企業は 2 人のうち能力の高い方（能力期待値：0.67）を、小企業は能力の低い方（能力期待値 0.33）の受験者を確保できる。先ほど同様$x = 4, y = 2$であれば、同時日程なら、大企業採用者の能力期待値は 0.5625，小企業採用者は 0.1875 となり、別日程の方がお互いにとって有利である。いずれにしても同時日程により、採用予定者を確保できないことが企業にとって負の効用が大きいということであれば、大企業の選考が先行し、小企業が後にずらすということが起こる。これは、日本企業の選考時期に関する一般的図式が当てはまるものである。

第 4 節　採用予定者数が受験者数に与える影響

次に採用予定者数が受験者数に与える影響を考えてみる。自身が合格できる可能

性を判断する指標としては競争率が挙げられるが、これは申込み時点で分かるものではない。中間的な競争率の公表がなされるケースもあるが正しい値は申込み締め切り後でしかわからない。採用予定者数が１０名の企業と１００名の企業があった場合、それぞれ２０名と２００名の受験者が来れば競争率が同じだが、受験者の意識とすると１００名の企業の方が合格しやすいと感じるのではないだろうか。採用者数については、「労働者の雇用によってもたらされる利益の増分がプラスである限り、企業は労働者を雇用し続けるべきである。このことは限界生産力逓減の法則が働くことにより、採用されるべき労働者に特定の数が存在することを示唆している。」（「人事と組織の経済学」から引用）とされているが、採用予定者数のアナウンスメント効果が認められるならば、組織としても受験者に採用予定者が多いように見せる、もしくは少ないような見せ方はしない等の広報的な工夫はありうると思われる。

次のような具体的なケースで採用予定者数の影響を考えてみる。O 社と K 社の寡占状態の２社があり、採用予定数は、それぞれ、O 社：1 名、K 社：2 名とする。受験者は A、B、C、D、E の５名とし、能力は A>B>C>D>E であるとする。それぞれは、自身の能力レベルを知っていることとし、それぞれの O 社選好度を $\alpha_n\ (0 \le \alpha_n \le 1)$で表す。α は N$(\frac{1}{2},\frac{1}{16})$に従うとする。

この場合のそれぞれの受験者の行動は以下のとおりとなる。申込みは同時を仮定するが、それぞれ自分よりも能力上位の受験者の行動を推測したうえで判断すると考える。

A は$\alpha_a > \frac{1}{2}$ なら、O 社を受験する。

B は、A が O 社を受験すれば、O 社を受験しても不合格、K 社を受験すれば合格

A が K 社を受験すれば、O 社を受験しても、K 社を受験しても合格。

B には A の選好はわからないので、A は 1/2 の確率で K 社を選ぶと推測し、

$\frac{1}{2}\alpha_b > 1(1-\alpha_b) \quad \Rightarrow \quad \alpha_b > \frac{2}{3}$ なら O 社を受験する。

z=$(\frac{2}{3}-\frac{1}{2})/\frac{1}{4} = 0.67$ となり、O 社受験の確率は約 25%となる。

C は、A も B も K 社受験なら O 社を受験しても合格

A か B かどちらかが O 社を受験すれば K 社に合格

$\frac{1}{2}0.75\alpha_c > (1-\frac{1}{2}0.75)(1-\alpha_c) \quad \Rightarrow \quad \alpha_c > 0.625$ なら O 社を受験する。

z=$(0.625-0.5)/0.25=0.5$となり、O 社受験の確率は約 31%となる。

B に比べて、O 社も厳しいが K 社も厳しくなるから O 社の確率が上がる。

D は、A も B も C も K 社受験なら O 社を受験しても合格

ABC のうち 1 人のみが K 社受験又は 3 人とも O 社受験ならばK 社に合格

$\frac{1}{2}0.75\cdot0.69\alpha_d>0.28(1-\alpha_d)\quad\Rightarrow\quad\alpha_d>0.52$ なら O 社を受験する.

z=$(0.52-0.5)/0.25=0.076$となり、約 47%の確率となる。

E は、A も B も C も D も K 社受験なら O 社を受験しても合格

ABCD のうち 1 人のみが K 社受験又は 4 人とも O 社受験ならばK 社に合格

$\frac{1}{2}0.75\cdot0.69\cdot0.53\alpha_e>0.15(1-\alpha_e)\quad\Rightarrow\quad\alpha_e>0.53$ なら O 社を受験する

z=$(0.53-0.5)/0.25=0.12$となり、約 45%の確率となる。

これらをまとめると以下のとおりとなる

（表３－１５）

	O 社受験確率	K 社受験確率
A	0.5	0.5(0.25)
B	0.25	0.75(0.375)
C	0.31	0.69(0.345)
D	0.47	0.53(0.265)
E	0.45	0.55(0.275)
受験者	1.98	3.02
競争率	1.98 倍	1.51 倍

K 社の（　）内は構成割合、O 社は受験確率＝構成割合

採用予定者数が多い K 社の方が、受験者数は多くかつ能力 A,B の受験生を集める確率もある程度高いが、O 社は A を逃すと B の確保も難しいことになる。競争率的には O 社も一定程度確保できるが、質的には問題がある状況となる。第１節でみたような地方公務員試験の場合、多くの受験生は、「自宅から通えて規模の大きな自治体」であれば、「どこでもよいので合格しやすい自治体」を選ぶケースが多いのではない

かと考える。そういった状況では、実務者としては採用予定者数が受験先を決定するにあたっての大きな要素となっている実感しており、ある意味それを裏付ける結果となった。

第 5 節　概括

組織にとって重要な経営資源である人材の採用について、選考実施時期、採用予定者数に絞って寡占企業間の受験生の獲得合戦ゲームにより分析を行った。当然、本質的な取り組みとして企業業績の向上、従業員の勤務条件の整備、効果的な広報戦略などが重要であることは論を待たない。しかし、これらについて大きな差がない状況下においては、採用担当としての腕の見せ所である。受験者の能力を正確に把握する試験制度の構築、人を見る眼の涵養などとともに、戦略的な選考実施時期、採用予定者数の決定が求められるところである。

選考実施時期については、学生また大学等にとっては望ましいことであるとは思えないが先にみたように試行錯誤の連続である。かつては 10 月だった採用選考時期が近年は 4 月になりまた 2015 年からは 8 月と移り変わりは激しいが、ただその根幹的な部分すなわち大企業と中小企業との関係、また入学試験にける国立大学と私立大学の関係はこの数十年大きく変わることはなかった。今回の分析でも、基本的には早く実施した方が有利であるが、企業間で人気に差がある場合には、人気のない方の企業が実施時期を後回しにするということも合理的な戦略として成立しうるということが確認できた。これは現代社会において大企業が先に選考を行い、その後中小企業が選考を行う、また、国家公務員⇒都道府県政令市⇒市町村の順で実施される公務員試験の状況と合致するものである。また受験者の選別確度が高まると、選考を後回しにする傾向がありうることが分かったが、これも大学入試や就職選考の状況と符合しているともいえる。また、採用予定者数が受験者数に与える影響については、採用予定者数の多寡が受験者数と正の相関があるという前述の統計結果また私自身の経験からもつ実感と合致するものであった。

採用選考の実施時期でいえば、全体としては現代社会の実態が理論モデル的にも裏打ちできたともいえる結果である。しかしこれらは一定の前提条件下の結果であり、一般化という意味でもさらに深めていく余地は残っている。

採用予定者数は選考時期の決定に比べて意思決定者にとっての裁量の余地は小さく、企業であれば業績、社会情勢、退職予定者数などから制約を受ける。しかし、採

用予定者数が受験者に与える影響を念頭に置き、適切な対応を行うことで、ライバル企業に先んじることができるのである。

おわりに

組織における人事制度は、その組織を取り巻く情勢に影響を受けるためこれまでもPDCA サイクルをまわし継続的に改善が図られてきている。大阪市の人事評価制度も逐次改良が加えられており、採用選考実施時期についても就職協定のあり方の議論が進められている。人事制度に関する課題解決のためには、社会情勢等の動きを踏まえながら、関連するデータ把握とともに論理的な分析が必要であると考える。人事制度はその運用にあたり人の主観が入る余地が大きいものであり、客観的な分析は難しい分野かもしれないが、今回の分析では、一定の前提条件のもとでは、現実に行われている人事評価、採用選考がゲーム理論から導き出された結果と整合するケースが見て取れた。今後はこの前提条件をより現実に近づけることでさらに実態に即した研究を進めていきたい。

謝辞

本論文の執筆にあたり、宮川栄一先生には、ゼミの時間外も含め多くの時間を割いていただき、大変有益なご指導を賜りました。芦谷政浩先生、畳谷整克先生からも貴重なコメントをいただき、また、宮川ゼミの皆様からも数々の貴重な助言をいただきました。誠に有難うございました。とくに終盤ではコロナウイルス対策により様々なコミュニケーションが困難となりましたが、皆さまに支援いただきここまでたどり着くことができました。

参考文献

石田潤一郎(2016)「報酬格差と企業パフォーマンス」『日本労働研究雑誌』No.670

大湾秀雄（平成 21 年）「日米のビジネススクール事例で学ぶ人事評価の落とし穴」『労政時報』第 3742 号 66 頁―79 頁

松尾寛子（2015）「日本における大学等新卒者の採用活動の変遷と現状」『高知大学学術研究報告第 64 巻』

エドワード.P.ラジアー（1998)「人事と組織の経済学」樋口美雄訳　清家篤訳　日本経済新聞出版

『人事評価に関する検討会報告書』（平成 26 年）総務省

『相対評価による人事考課制度』（平成 25 年）大阪市

『平成２７年度人事評価制度に関するアンケート結果について』（平成 28 年）大阪市

『平成 30 年雇用動向調査』（令和元年）厚生労働省

『平成 30 年賃金構造基本統計調査』（平成 31 年）厚生労働省

Che Y, Gale I. 2003. "Optimal design of research contests." *The American Economic Review* 93(3):646–671.

Drugov, M.and Ryvkin, D. 2017, "Biased Contests for symmetric players." *Games and Economic Behavior,* 103: 116-144

Ederer, Florian. 2010. "Feedback and Motivation in Dynamic Tournaments." *Journal of Economics & Management Strategy*, 19(3): 733–769.

Meyer, Margaret A. 1992. "Biased Contests and Moral Hazard: Implications for Career Profiles." *Annales d'Economie et de Statistique*, 25/26: 165–187.

Osborne, Martin J. 2009. "An Introduction to Game Theory.", *OXFORD UNIVERSITY PRESS*

Prendergast, Canice and Topel, Robert H.1996. "Favoritism in Organizations." *Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 5

Ridlon, R. and J. Shin .2013. "Favoring the Winner or Loser in Repeated Contests." *Marketing Science* 32 (5), 768–785.

Tsoulouhas, Theofanis, Charles R. Knoeber, and Anup Agrawal. 2007. "Contests to become CEO: incentives, selection and handicaps." *Economic Theory*, 30(2): 195–221.