アクティブ方式磁気イメージングに関する研究

鈴木，章吾

(Degree)
博士（理学）
(Date of Degree)
2021-09-25
(Date of Publication)
2022-09-01
(Resource Type)
doctoral thesis
(Report Number)
甲第8134号
(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/D1008134

博士論文

アクティブ方式磁気イメージングに関する研究

令和３年７月

神戸大学理学研究科

鈴木　章吾

目次

1　序論

1.1　サブサーフェスイメージング

サブサーフェスイメージング [1)]とは、物質内部の測定対象物を可視化する手法である。サブサーフェスイメージングは計測方式により、パッシブ方式とアクティブ方式に大別される。パッシブ方式は、測定対象物自身が発する場や波、粒子を計測する方式であり、例えば天体望遠鏡やシンチグラフィがある。シンチグラフィ [2) 3)]は、体内に投与した放射性同位体から放出される放射線を計測するものであり、医療分野に用いられる。一方、アクティブ方式は、測定対象物に送信機から場や波、粒子を与え、その応答を受信器により計測する方式であり、生物学分野でよく用いられている励起光を吸収して蛍光を放出する蛍光分子や工学分野に応用されている超音波計測 [4, 5)]がある。アクティブ方式は送信機と受信機で構成されることから多次元空間のデータが取得可能であり、情報量の点でパッシブ方式と比較して有利である。アクティブ方式により物体の内部構造を可視化する手法としては、得られた情報をもとに逆解析解を用いた再構成処理を行う CT (Computerized Tomography) がよく知られている。その中でも X 線 CT[6) 7)]や MRI (Magnetic Resonance Imaging) [8) 9)]は応用範囲が広く、医療や工業等の幅広い分野で活用されている。X 線 CT では、2 次元の X 線透過像を種々の角度方向から計測する。その計測データは、測定対象物の光源から受光器までの直線的な方向の積分値となる。この計測データからラドン変換を用いた積分値という情報をもとに画像再構成処理を行うことにより、物体内部の X 線吸収係数分布の映像化を行う。また MRI では、線形勾配磁場下で NMR (Nuclear Magnetic Resonance) [10)] の計測を種々の角度方向から行う。NMR における共鳴周波数は、印加する静磁場強度と磁気回転比に比例する。そのため、NMR で得られる信号は、静磁場が作用している空間内に存在する測定対象核種の原子核からの総和信号となる。線形勾配磁場に垂直な方向では等磁場強度であるため、X 線 CT と同様に得られる計測データは直線的な方向の積分値となり、画像再構成処理により物体内部の各位置での NMR 信号分布を得ることができる。

1.2　荷電粒子デバイス計測分析技術

近年の電子機器の高性能化や情報ネットワーク網の急速な発展に伴い、荷電粒子デバイスが果たす役割は非常に重要なものとなってきている。これには荷電粒子デバイスの“縮小と集積”による高性能化が必要不可欠であり、高い性能を有する荷電粒子デバイスの開発は日々進展し続けている。これらの発展に対し、製造プロセスの最適化に向けた試行錯誤の成果の蓄積が果たすところは大きく、設定された目標仕様に到達するために数多くの技術革新がなされている。荷電粒子デバイスの高性能化の達成には、製造プロセスの改良と共に、

作製した荷電粒子デバイスの動作を精密に解析し、異常箇所を高精度で特定する極めて高度な計測分析技術を上手く連携させる必要がある。荷電粒子デバイス表面の故障箇所の解析には電子顕微鏡 [11) 12)]や走査型プローブ顕微鏡 [13)] などといった様々な応用技術が活用されているが、荷電粒子デバイス内部の異常箇所の特定が可能な検査技術は非常に限定される。荷電粒子デバイス内の異常箇所の特定を行う上で、以前から主に用いられている技術として、X 線 CT やサーモグラフィ [14)]がある。X 線 CT は金属、非金属の電子密度の差から、サーモグラフィは電流印加による発熱から、荷電粒子デバイス内の異常箇所を特定する手法である。荷電粒子デバイスの中でもリチウムイオン電池は、高エネルギー密度、長寿命により、電気自動車やハイブリッド電気自動車、携帯電話等幅広く応用されているため、近年その分野の研究開発に注力されている。その一方で、リチウムイオン電池は充電時に負極にデンドライトと呼ばれる樹枝状リチウム結晶を析出し [15) 16) 17) 18)]、負極としての性能が劣化し、容量の低下が引き起こされることが知られている [19) 20) 21) 22)]。また、デンドライトが成長し、セパレータを貫通し、正極と負極が短絡し、その短絡箇所に大電流が流れ、発火や有機溶媒の炎上のような重大な事故が報告されている [23) 24) 25) 26)]。デンドライトの発生は、負極の反応不均一性が原因となることがシンクロトロン硬 X 線マイクロトモグラフィーを用いた負極断面観察 [27)]や特殊形状セルを用いた顕微鏡観察 [28) 29)]により報告されており、高品質なリチウムイオン電池を開発する上で、リチウムイオン電池内部で発生する現象を直接観測して、反応不均一性を可視化する手法の開発が必要不可欠となる [30) 31) 32) 33)]。反応不均一性を観測する手法として X 線トモグラフィを用いて 3 次元構造解析を行う手法 [34) 35)]、XAS (X-ray Absorption Spectroscopy) を用いてリチウムイオンの反応分布を映像化する手法 [36) 37) 38)]、EDX (Energy dispersive X-ray spectroscopy) を用いてリチウムイオン電池内の元素マッピングを行う手法 [39) 40)]、ラマン分光を用いてリチウムイオン電池内の活物質の結晶構造分布を映像化する手法 [41) 42)]がある。

1.3　磁気イメージング

磁場を用いた非破壊イメージングには、医療分野では古くから脳磁計 [43) 44)]や心磁計 [45) 46)]などが知られ、医療画像診断を中心に発展してきた。これは、人体が水や有機物などの非磁性体により構成されているため、磁気計測との親和性が極めて高いためである。脳磁計や心磁計は脳や心臓から生じる磁気を計測し映像化するためパッシブ方式磁気イメージングシステムとなる。また、他のパッシブ方式磁気イメージングシステムとしては、磁性探針と試料磁界との磁気的作用によるカンチレバー振動の位相変化により磁気力勾配の分布を測定する磁気力顕微鏡 [47) 48)]が知られている。アクティブ方式磁気イメージングシステムとしては荷電粒子デバイスの電流密度分布可視化が挙げられる。荷電粒子デバイスの検査に対して磁気を用いる利点として、荷電粒子デバイスの多くが非磁性体材料によって構成され、未知パラメータの推定なしに磁場から電流経路を一意的に決定することが可能である点が挙

げられる。また、アクティブ方式磁気計測として、金属探知機[49) 50)]や渦電流探傷計[51) 52)]が一般的によく知られている。このような磁気計測には、準定常磁場を用いる。準定常磁場とは、静磁場と電磁波との中間状態を意味する[53)]。電磁波は絶縁体の内部をよく伝搬するが、導体内部を伝搬することはできない。逆に静磁場は、物体内部に定常電流が流れているか、強磁性体等のように定常磁化が存在する場合においてのみ映像化が可能である。これに対し、準定常磁場は導体内部も伝搬することが可能であるため、導体内部の映像化には準定常磁場が用いられる。ここで、マクスウェル方程式から準定常磁場について考える。マクスウェル方程式を以下に示す。物体の導電率を σ、透磁率を μ、電荷密度を ρ、誘電率を ε、電界は $\mathbf{E}$、磁場は $\mathbf{H}$、磁束密度は $\mathbf{B}$、電流密度は $\mathbf{j}$ とする。

$$
\begin{aligned}
&\nabla\times\mathbf{E} = -\mu\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{H}\\
&\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}+\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E}\\
&\nabla\cdot\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}\\
&\nabla\cdot\mathbf{H} = 0
\end{aligned}
\tag{1-1}
$$

$\mathbf{E}\propto\exp(i\omega t)$ および $\mathbf{H}\propto\exp(i\omega t)$ と仮定し、$\mathbf{E}$ を消去するとマクスウェル方程式は以下のようになる。

$$
\nabla\times\left(\frac{1}{\sigma+i\omega\varepsilon}\nabla\times\mathbf{H}\right) = -i\omega\mu\mathbf{H} \tag{1-2}
$$

この式から左辺を展開すると式(1-3)が得られる。

$$
i\omega\mu(\sigma+i\omega\varepsilon)\mathbf{H}-\Delta\mathbf{H} = \frac{1}{\sigma+i\omega\varepsilon}\nabla(\sigma+i\omega\varepsilon)\times\nabla\times\mathbf{H}+\nabla\left(\frac{\nabla\mu}{\mu}\cdot\mathbf{H}\right) \tag{1-3}
$$

導電率、透磁率、誘電率が一定の空間では次式が成り立つ。

$$
i\omega\mu(\sigma+i\omega\varepsilon)\mathbf{H}-\Delta\mathbf{H} = 0 \tag{1-4}
$$

ここで、$\mathbf{H}$ が xy 平面に対しては一様な大きさの磁場と仮定すると、この方程式の解は以下のよう求めることができる。

$$\mathbf{H}(z,t) = \mathbf{a} e^{i\omega t} e^{-\sqrt{\omega\mu(i\sigma - \omega\varepsilon)}z} \tag{1-5}$$

準定常磁場となる条件は、$\omega\varepsilon \ll \sigma$ が成立することである。例として表 1-1 に生体の透過深さの周波数依存性と $\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$ の値を示す。この表から、生体試料では 1 GHz に近づくと準定常磁場が成り立たなくなることが分かる。

表 1-1 : 生体の透過深さの周波数依存性.

周波数 [MHz]	導電率 [S/m]	誘電率 [F/m]	$\frac{\omega\varepsilon}{\sigma}$	表皮深さ [mm]
10	1	8.854×10^{-11}	0.00556	160.0
100			0.0556	51.7
1000			0.556	20.8
10000			5.56	16.9

しかしながら、磁気イメージングの問題点として、マクスウェル方程式からも明らかであるように自発磁化を持つ磁性体や電流のような磁気発生源が存在する場合に磁場は空間的に広がるため、構造的な情報の取得が難しいことや CT のように 3 次元的な内部情報の映像化が不可能であることが挙げられる。これに対し、神戸大学の木村研究グループは、マクスウェル方程式を用いた逆問題の解析解を求め、その理論を用いたサブサーフェス磁気イメージングシステムの開発を推し進めてきた。そのシステムを用いて荷電粒子デバイス内部の電流密度分布の非破壊映像化を行った例をいくつか示す。

金属探知機や渦電流探傷計では、誘起コイルに数 kHz ~ 数 MHz の電流を流すと、そこから発生した磁場により測定対象物である導体に渦電流が誘起される。渦電流により発生する磁場を検出コイルや磁気センサにて計測する。そこで当研究グループでは、渦電流から生じる磁場分布を計測し、電子回路基板の配線パターン等の映像化を行った。美馬によって計測された電子回路基板の配線パターンを図 1-1 に示す。図 1-1 (a) に電子回路基板の光学写真を示し、図 1-1 (b) に渦電流映像化の結果を示す [54]。この渦電流の大きさは透磁率、導電率、誘起磁場の周波数に依存する。そこで、本研究では誘起磁場に渦電流の大きさが無視できる低周波の磁場を用いることで、導体のうち強磁性体のみを映像化可能な透磁率イメージングシステムの開発を行う。

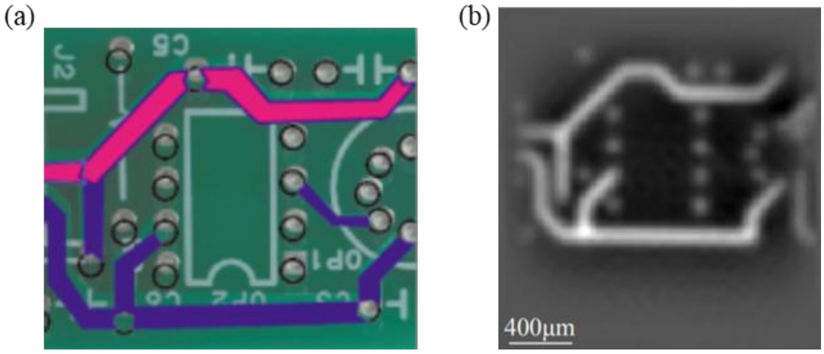


図 1-1：美馬によって計測された電子回路基板の配線パターンの結果, (a) 電子回路基板の光学写真, (b) 電子回路基板の渦電流映像化の結果.

また近年、荷電粒子デバイスの高密度実装技術の進展により、多層化、すなわち荷電粒子デバイスの 3 次元化が進められており、異常箇所の特定を 3 次元的に行うことのできる分析技術が必要とされる。現状のサブサーフェス磁気イメージングシステムで測定される電流分布は、多層構造の荷電粒子デバイスの場合すべての層の電流が平均化されたものとなり、荷電粒子デバイスの 3 次元的な構造情報を得ることができない。そこで、多層構造体の 3 次元電流密度を映像化する計測システムの開発のため、荷電粒子デバイス内の導体における磁場の遮蔽効果に着目した。導体中を時間依存性のある交番磁場が伝搬する場合、周波数、導電率、透磁率に依存して減衰することが知られている。そこでまず、導体中を準定常磁場が伝搬する場合について考察する。式(1-5)から準定常磁場の伝搬の式は以下のように表すことができる。この式から、交番磁場が導体中を伝搬する際は、振動しながら減衰していくことがわかる。また、位相のずれや減衰は高周波になるほど大きくなることがわかる。

$$\tilde{\mathbf{H}}(z,\omega)=\tilde{\mathbf{a}}(\omega)e^{-\sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}(1+i)z} \tag{1-6}$$

磁場の減衰の指標として、式(1-7)で表される表皮深さと呼ばれる指標が存在する。

$$z=\sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}} \tag{1-7}$$

アルミニウムの場合 [55]、表皮深さは式(1-8)のように求めることができる。ただし、f を周波数とする。

$$
\begin{aligned}
&\sigma = 3.77 \times 10^{7}\ \mathrm{A \cdot V^{-1} \cdot m^{-1}} \\
&\mu = 1.26 \times 10^{-6}\ \mathrm{V \cdot s \cdot A^{-1} \cdot m^{-1}} \\
&z = \sqrt{\frac{2}{2\pi f \cdot 3.77 \times 10^{7} \cdot 1.26 \times 10^{-6}}} = 0.082 \cdot \frac{1}{\sqrt{f\ \mathrm{Hz}}}\,\mathrm{m}
\end{aligned}
\tag{1-8}
$$

表 1-2 : アルミニウムの表皮深さ.

周波数 [Hz]	表皮深さ [mm]
100.00	8.2
1000.0	2.6
10000	0.82

この導体による交番磁場の遮蔽効果は、周波数および導体の厚みに依存する。したがって、周波数が大きくなると、測定面から z 方向に深い場所からの磁場は z 方向に浅い場所からの磁場よりも減衰が大きくなる。このことから、複数の周波数で磁場分布を測定することで、定性的に深さ方向の情報を得ることが可能である。

以下に当研究グループの野本が行った 3 次元的な構造の情報が取得可能となる実験の例を紹介する [56)]。この荷電粒子デバイスの構造は、図 1-2 のように正極集電体、負極集電体、セパレータを交互に重ね、70 mm 幅に捲回し、電極タブを取り付け、厚み 1.0 mm のセルに封入させたものである。この際、11 層目と 21 層目において、銅片を正負極およびセパレータを貫通させ、導電性銀ペーストで固定し、疑似的な短絡を生じさせている。表 1-3 に測定条件を示した。図 1-3 に複数の周波数における磁場分布像、導電率分布像を示した。この導電率分布から低周波数のときには 21 層目の短絡由来の信号が大きくなるが、高周波になると深い層ほど磁場の遮蔽の効果が大きくなるため、11 層目の短絡由来の信号が大きくなっていることがわかる。このことから、荷電粒子デバイスへの印加電流の変調する周波数を変えることにより、3 次元構造に関連する量を取得可能であることがわかる。本研究では、この周波数依存の磁場データを境界条件として、周期的多層構造荷電粒子デバイスモデル内の準定常磁場の拡散方程式を導き、その逆解析解を用いた再構成理論を適用することで周期的多層構造荷電粒子デバイス内の 3 次元磁場分布の映像化を行う。

表 1-3 : 周波数掃引磁気イメージングの測定条件.

測定範囲(x,y)	160 mm × 160 mm
解像度(x,y)	128 pixel × 128 pixel
印加電流	200 mA (21 層目) , 100 mA (11 層目)

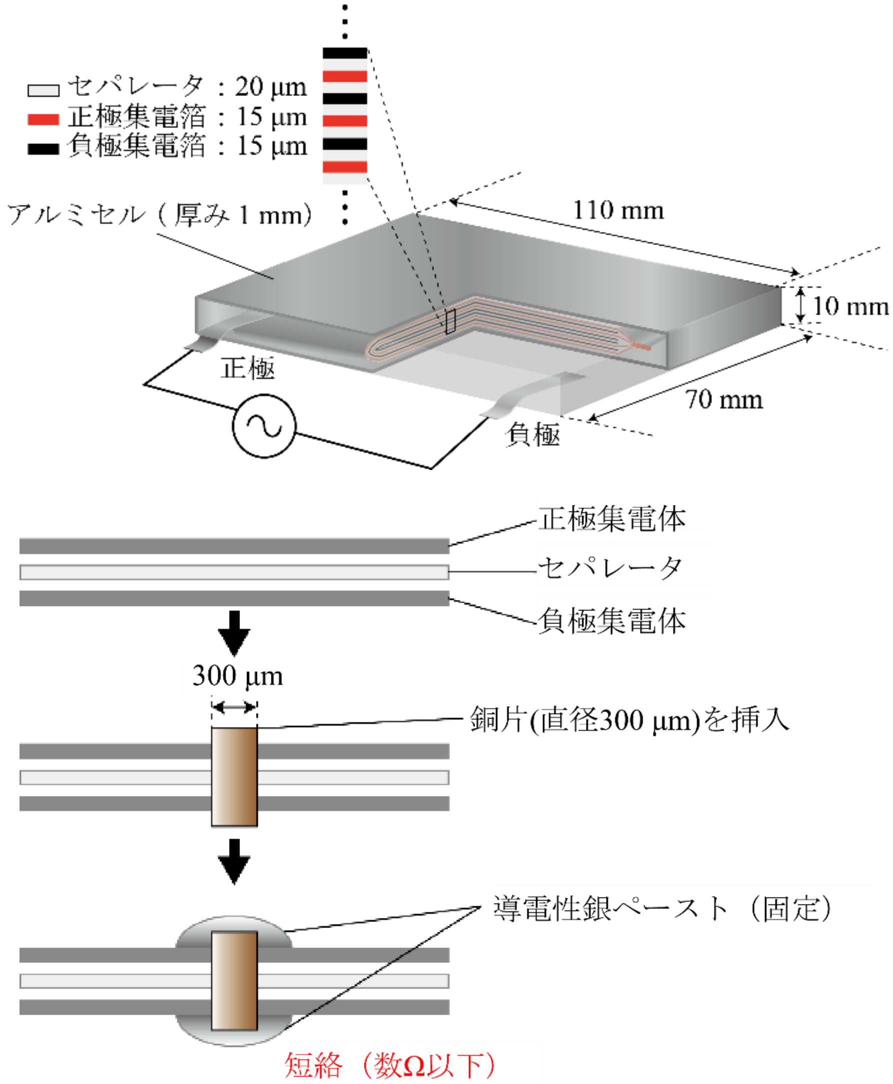


図 1-2 : 野本が行った 3 次元的な構造の情報が取得可能となる実験に用いた模擬多層荷電粒子デバイスの構造.

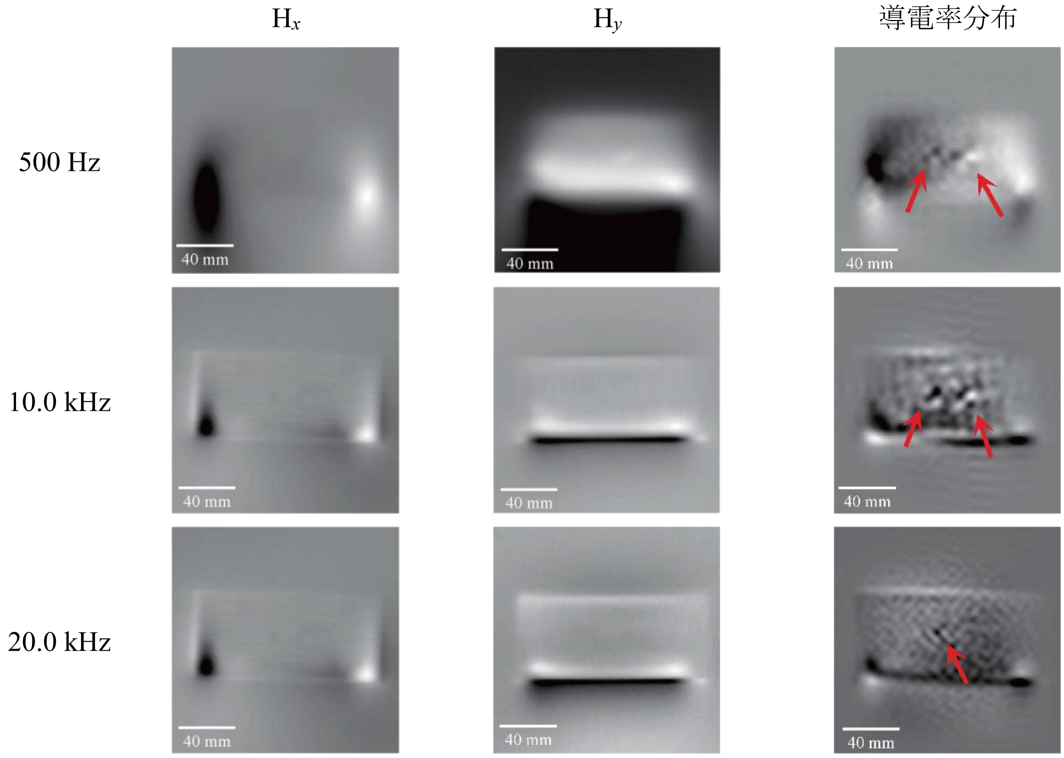


図 1-3 : 野本が行った 3 次元的な構造の情報が取得可能となる実験の測定結果である複数の周波数における磁場分布および導電率分布.

1.4　本研究の目的

本研究では、これまで解説した背景を踏まえ、マクスウェル方程式において磁場の時間変動が無視できる場合と磁場の時間変動を考慮した場合における磁場の逆解析理論の開発を行い、その再構成理論を用いたアクティブ方式磁気イメージングシステムの開発を行った。マクスウェル方程式において磁場の時間変動が無視できる場合においては、磁場はラプラス方程式を満たす。このラプラス方程式の解析解を用いた再構成理論 (静磁場の逆解析理論) を搭載した透磁率イメージングシステムの原理検証を行う。透磁率イメージングシステムでは送信機としてコイルにより静的な、または渦電流の大きさが無視できる低周波の磁場を与え、その応答を磁気センサにより計測し、得られる磁場のデータを境界条件として用いた逆解析理論により、磁気発生源近傍の磁場分布を映像化し、強磁性体の測定対象物の構造を映像化することを目的とする。一方、マクスウェル方程式において磁場の時間変動を考慮する場合においては、磁場は拡散方程式を満たす。再構成理論モデルとして周期的多層構造モデルを考える。モデル内の磁場の拡散方程式を導出し、その拡散方程式を解くことで、物体内部の 3 次元的な磁場分布の映像化を行うことを目的とする。この拡散方程式の解析解を用いた再構成理論 (準定常磁場の逆解析理論) を搭載したパルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムでは、送信機としてパルス電流を測定対象物に印加し、その応答を磁

気センサにより計測し、得られる磁場の周波数依存複素データを境界条件として用いた画像再構成により、蓄電池、コンデンサ等層状構造を有する荷電粒子デバイス内部の 3 次元的な磁場分布の映像化可能な計測システムの開発を行い、実際の不良荷電粒子デバイスにおける各層毎の磁場分布の断層映像化を行う。

1.5　本論文の構成

第 1 章では、本研究の背景と目的について述べた。その中で従来のアクティブ方式磁気イメージングシステムによる概要とその課題や本研究の構想について述べた。

第 2 章では、アクティブ方式磁気イメージングシステムの逆解析理論として静磁場の逆解析理論、準定常磁場の逆解析理論についてその詳細を述べる。本理論に基づく計算アルゴリズムが第 3 章および第 4 章のハードウェアに搭載され、その実験結果につながる。

第 3 章では、本研究で開発した透過型アクティブ方式透磁率イメージングシステムの装置構成及び、測定結果について述べる。また、磁気センサの原理やその性能、アクティブ式磁気シールドシステムについて述べる。強磁性体試料に本システムを適用し、映像化を行った結果について紹介する。考察として測定対象物との距離に依存する空間分解能について述べる。

第 4 章では、第 2 章で紹介した準定常磁場の逆解析理論の境界条件となる磁場の周波数依存複素データを測定するために本研究で開発したパルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムについてその詳細を説明する。模擬多層構造体や多層リチウムイオン電池に本システムを適用し、3 次元断層映像化を行った結果を報告する。考察として、電流の検出限界についても記載する。

第 5 章を本論文の総括とする。さらに、今後の展望について述べる。

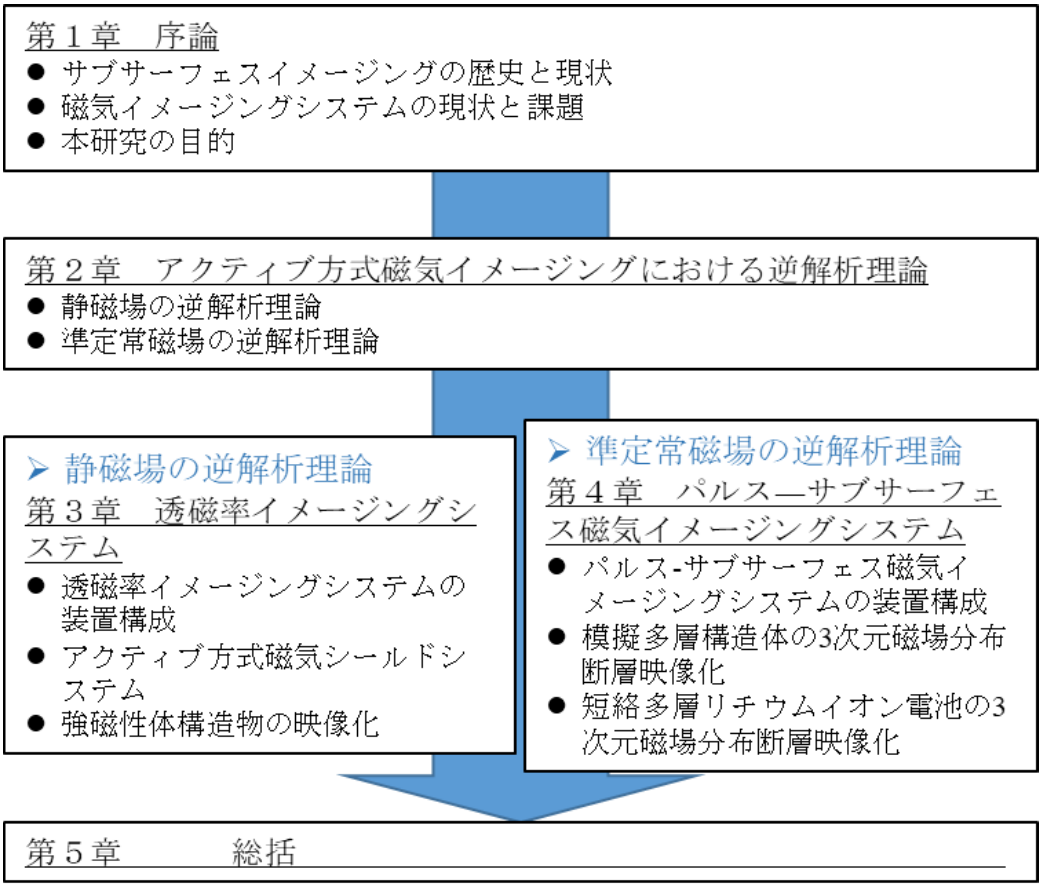

第１章　序論
● サブサーフェスイメージングの歴史と現状
● 磁気イメージングシステムの現状と課題
● 本研究の目的
第２章　アクティブ方式磁気イメージングにおける逆解析理論
● 静磁場の逆解析理論
● 準定常磁場の逆解析理論
➢ 静磁場の逆解析理論
第３章　透磁率イメージングシステム
● 透磁率イメージングシステムの装置構成
● アクティブ方式磁気シールドシステム
● 強磁性体構造物の映像化
➢ 準定常磁場の逆解析理論
第４章　パルス—サブサーフェス磁気イメージングシステム
● パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムの装置構成
● 模擬多層構造体の3次元磁場分布断層映像化
● 短絡多層リチウムイオン電池の3次元磁場分布断層映像化
第５章　総括

図 1-4 : 本論文の構成.

参考文献

1) B.Saleh: *Introduction to Subsurface Imaging* Cambridge University Press, 2011) p. 456.
2) S.Klutmann, K.H.Bohuslavizki, S.Kro¨ger, C.Bleckmann and J.M.a.M.C. W.Brenner: J Nucl Med Technol. **27** (1999)20.
3) Dorland: *Dorland's Illustrated Medical Dictionary* (Saunders, 2011).
4) P.Atkinson: Ultrasonics. **13** [6](1975)275.
5) P.N.T.Wells and M.Halliwell: Ultrasonics. **19** [5](1981)225.
6) G.N.Hounsfield: British Journal of Radiolog. **46** (1973)1016.
7) A.M.Cormack: Nobel Lecture. (1979)551.
8) P.C.LAUTERBUR: Nature. **242** (1973)190.
9) P.C.Lauterbur: Nobel Lecture. (2003)245.
10) K.Wüthrich: Nobel Lecture. (2002).
11) J.M.Gibson: Ultramicroscopy. **14** [1-2](1984)1.
12) W.Zhao, Z.Ghorannevis, L.Chu, M.Toh, C.Kloc, P.H.Tan and G.Eda: ACS Nano. **7** [1](2013)791.
13) K.Honda, S.Hashimoto and Y. Cho: Nanotechnology. **17** (2006)78.
14) O.Breitenstein and S.Steffen: Quantitative InfraRed Thermography Journal. **16** [3-4](2019)203.
15) K.J.Harry, D.T. Hallinan, D.Y. Parkinson, A.A. MacDowell and N.P. Balsara: Nat Mater. **13** [1](2014)69.
16) Z.Li, J. Huang, B. Yann Liaw, V. Metzler and J. Zhang: Journal of Power Sources. **254** (2014)168.
17) G.Bieker, M.Winter and P.Bieker: Phys Chem Chem Phys. **17** [14](2015)8670.
18) L.A.Selis and J.M.Seminario: RSC Advances. **8** [10](2018)5255.
19) M.Arakawa, S.Tobishima, Y.Nemoto, M.Ichimura and J.Yamaki: Journal of Power Sources. **43** [1](1993)9.
20) F.Orsini, A.D.Pasquiera, B.Beaudoina, J.M.Tarascon, M.Trentinb, N.Langenhuizenc, E.D.Beerc and P.Nottenc: Journal of Power Sources. **76** [1](1998)11.
21) C.fringant, A.tranchant and R.messina: Electrochimica Acta. **40** [4](1993)11.
22) P.Arora, M.Doyle and R.E.White: Journal of The Electrochemical Society. **146** [10](1999)3543.
23) F.Xuning, Y. Pan, X. He, L. Wang and M. Ouyang: Journal of Energy Storage. **18** (2018)26.
24) Y.Liu, P. Sun, H. Niu, X. Huang and G. Rein: Fire Safety Journal. (2020)103081.
25) L. Liu, X. Feng, M. Zhang, L. Lu, X. Han, X. He and M. Ouyang: Applied Energy. **259** (2020)114143.
26) P. Sun, R. Bisschop, H. Niu and X. Huang: Fire Technology. (2020).
27) C.Brissota, M.Rossoa, J.N.Chazalviela, P.Baudryb and S.Lascaudb: Electrochimica Acta. **43** [10-11](1998)6.

28) C.Brissota, M.Rossoa, J.N.Chazalviela and S.Lascaudb: Journal of Power Sources. **81-82** (1999)5.

29) K. Nishikawa, T. Mori, T. Nishida, Y. Fukunaka and M. Rosso: Journal of Electroanalytical Chemistry. **661** [1](2011)84.

30) S. Santhanagopalan, P. Ramadass and J. Zhang: Journal of Power Sources. **194** [1](2009)550.

31) J. Liu, M. Kunz, K. Chen, N. Tamura and T.J. Richardson: The Journal of Physical Chemistry Letters. **1** [14](2010)2120.

32) S. Imashuku, H. Taguchi, T. Kawamata, S. Fujieda, S. Kashiwakura, S. Suzuki and K. Wagatsuma: Journal of Power Sources. **399** (2018)186.

33) M. Katayama, K. Sumiwaka, R. Miyahara, H. Yamashige, H. Arai, Y. Uchimoto, T. Ohta, Y. Inada and Z. Ogumi: Journal of Power Sources. **269** (2014)994.

34) P.R. Shearing, L.E. Howard, P.S. Jørgensen, N.P. Brandon and S.J. Harris: Electrochemistry Communications. **12** [3](2010)374.

35) M. Ebner, F. Marone, M. Stampanoni and V. Wood: Science. **342** [6159](2013)5.

36) G. Ouvrard, M. Zerrouki, P. Soudan, B. Lestriez, C. Masquelier, M. Morcrette, S. Hamelet, S. Belin, A.M. Flank and F. Baudelet: Journal of Power Sources. **229** (2013)16.

37) T. Nakamura, T. Watanabe, Y. Kimura, K. Amezawa, K. Nitta, H. Tanida, K. Ohara, Y. Uchimoto and Z. Ogumi: The Journal of Physical Chemistry C. **121** [4](2017)2118.

38) T. Nakamura, T. Watanabe, K. Amezawa, H. Tanida, K. Ohara, Y. Uchimoto and Z. Ogumi: Solid State Ionics. **262** (2014)66.

39) P. Zhang, T. Yuan, Y. Pang, C. Peng, J. Yang, Z.-F. Ma and S. Zheng: Journal of the Electrochemical Society. **166** (2019)5.

40) D. Burow, K. Sergeeva, S. Calles, K. Schorb, A. Börger, C. Roth and P. Heitjans: Journal of Power Sources. **307** (2016)806.

41) M. Kerlau, M. Marcinek, V. Srinivasan and R.M. Kostecki: Electrochimica Acta. **52** [17](2007)5422.

42) J. Nanda, J. Remillard, A. O'Neill, D. Bernardi, T. Ro, K.E. Nietering, J.-Y. Go and T.J. Miller: Advanced Functional Materials. **21** [17](2011)3282.

43) W.Andrä and H.Nowak: *Magnetism in Medicine* (Wiley-CH, 2007).

44) S. Khan and D. Cohen: Sci Rep. **9** [1](2019)15624.

45) G.Baule and R.Mcfee: American Heart Journal. **66** [1](1963)95.

46) K.Fujino, M.Sumi, K.Saito and T.H. M.Murakami, Y.Nakaya, H.Mori: Journal of Electrocardiology. **17** [3](1984)219.

47) L.Gan, S.H.Chung, K.H.Aschenbach, M.Dreyer and R.D.Gomez: IEEE Transactions on Magnetics. **36** [5](2000)3047.

48) T.Yamaoka, H.Tsujikawa, S.Hasumura, K.Andou, M.Shigen, A.Ito and H.Kawamura: Microscopy Today. **22** [6](2014)12.

49) A. Wickenbrock, N. Leefer, J.W. Blanchard and D. Budker: Applied Physics Letters. **108** [18](2016)183507.

50) H. Heuer, M. Schulze, M. Pooch, S. Gabler, A. Nocke, G. Bardl, C. Cherif, M. Klein, R. Kupke, R. Vetter, F. Lenz, M. Kliem, C. Bülow, J. Goyvaerts, T. Mayer and S. Petrenz: Composites Part B. **77** (2015)494.

51) V. Gerginov, F.C.S. da Silva and D. Howe: Rev Sci Instrum. **88** [12](2017)125005.

52) C. Deans, L. Marmugi and F. Renzoni: Rev Sci Instrum. **89** [8](2018)083111.

53) M.Hamermesh and L.D.Landau: *The Classical Theory of Fields* Pergamon, 2013).

54) 美馬勇輝: Doctor, 高分解能サブサーフェス磁気イメージングシステムに関する研究, 神戸大学, 2017.

55) 小菅張弓: 軽金属. **1** (1988)238.

56) 野本和誠: 電磁場再構成理論-磁気イメージング法を用いた蓄電池内部の非破壊電流分布映像化に関する研究, 神戸大学, 2016.

2　アクティブ方式磁気イメージングにおける逆解析理論

2.1　静磁場の基礎方程式の逆解析理論

2.1.1 序言

本章では、物体外部にて計測した磁場分布から、物体内部の磁場分布を再構成する逆解析理論について説明する。物体外部の磁場分布から電流画像を生成する逆解析理論についてはB. J. Rothらの手法[1]が知られており、磁場の計測結果から2次元電流密度分布を解析的に算出することが可能である。その詳細について以下で紹介する。2次元電流が流れる xy 平面上に広がる有限膜の厚さを d、電流が流れる膜から z 軸方向に z 離れた平面にて、磁場を計測する。式(2-1)のように電流 $\mathbf{J}$ がある xy 平面にのみ流れていると仮定する。

$$\mathbf{J} = (J_x, J_y) \tag{2-1}$$

計測により x 方向の磁場成分 B_x を測定したとすると、得られる磁場は式(2-2)のように表すことができる。ここで、透磁率は μ とする。

$$B_x(x, y, z) = \frac{\mu d}{4\pi} z \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{J_y(x', y')}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2\right]^{3/2}} dx' dy' \tag{2-2}$$

2次元電流という仮定から、電流連続の条件より式(2-3)を得る。

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} \tag{2-3}$$

ここで、式(2-4)のようなグリーン関数を導入する。

$$G(x-x', y-y', z) = \frac{\mu d}{4\pi} z \frac{1}{\left[(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2\right]^{3/2}} \tag{2-4}$$

$B_x(x, y, z)$, $J_y(x, y)$, $G(x, y, z)$ の x, y に関するフーリエ変換をそれぞれ $b_x(k_x, k_y, z)$, $j_y(k_x, k_y)$, $g(k_x, k_y, z)$ とすると式(2-5)が得られる。ここで、x, y 方向の空間周波数を k_x, k_y とする。

$$b_x(k_x,k_y,z) = g(k_x,k_y,z)\, j_y(k_x,k_y) \tag{2-5}$$

$g(k_x, k_y, z)$を式(2-6)のように求めることができる。

$$g(k_x, k_y, z) = (\mu d / 2) e^{-\sqrt{k_x^2 + k_y^2} z} \tag{2-6}$$

よって、式(2-3)と式(2-5)から j_x、j_y は式(2-7)のように算出される。

$$\begin{aligned} j_x(k_x, k_y) &= -(2/\mu d)(k_x / k_y) e^{\sqrt{k_x^2 + k_y^2} z} b_x(k_x, k_y, z) \\ j_y(k_x, k_y) &= \frac{b_x(k_x, k_y, z)}{g(k_x, k_y, z)} \end{aligned} \tag{2-7}$$

これより 2 次元電流の場合、計測によって得られる 2 次元磁場分布より電流分布を算出することが可能となる。しかしながら本手法は、3 次元的に流れる電流を想定していないのと、測定面から 2 つに分かつ空間のうち、片側の空間にのみ磁気発生源が存在するというモデルにより電流分布を算出しているため、磁場発生源が両方の空間に存在する場合は、電流経路画像に影響が現れるという問題がある。

2.1.2 静磁場の基礎方程式の逆解析理論

B. J. Roth らの手法に対し、神戸大学の木村らの研究グループでは、両空間に磁気発生源が存在する場合において、計測結果を用いて磁場発生源近傍の磁場分布を解析的に導く方法を開発した [2)]。この計算処理による画像再構成は、光学レンズのピントを合わせる操作に似ており、ぼやけた磁場分布画像からピントの合った細かい画像が生成される。この磁場分布の測定データを用いて解析的に場の基礎方程式を解き、物体表面下の磁場分布や電流分布を導く画像生成処理を核とした磁場の計測システムである“サブサーフェス磁気イメージングシステム”は、インフラ検査 [2) 3) 4)]、エネルギーデバイス検査 [5)]、医療診断 [6) 7)]、電子回路基板検査 [8) 9) 10)] 等様々な分野に活用されてきた。以下にサブサーフェス磁気イメージングシステムの再構成原理について示す。透磁率が一様な空間では、マクスウェルの方程式から変位電流の項を無視すると以下の式が得られる。ここで、導体の導電率を σ、透磁率を μ、電界は **E**、磁場は **H**、磁束密度は **B**、電流密度は **j** とする。

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H}$$
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \tag{2-8}$$

この式から **H** のみの式にすると式(2-9)が得られる。

$$\Delta \mathbf{H} = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \tag{2-9}$$

時間変動が小さく右辺の項を無視できるとすると、**H** に関してラプラスの方程式が成り立つ。

$$\Delta \mathbf{H} = 0 \tag{2-10}$$

磁気センサで測定する成分を磁場ベクトル **H** の i 成分($i = x, y, z$)とすると、i 成分に関する式(2-10)の方程式の解は式(2-11)のような式になる。

$$H_i(x, y, z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint e^{ik_x x + ik_y y} \{a(k_x, k_y) e^{z\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}} + b(k_x, k_y) e^{-z\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}}\} dk_x dk_y \tag{2-11}$$

ただし、k_x, k_y は x, y 方向の空間周波数である。この式(2-11)の $a(k_x, k_y)$, $b(k_x, k_y)$を、測定によって得られた xy 平面の 2 次元磁場データマトリックスから決定する。測定によって、$z=0$ 平面における磁場ベクトルの i 成分 $H_i\,(x, y, 0)$ および磁場ベクトルの i 成分の z 方向の勾配 $\partial/\partial z\, H_i(x, y, z)|_{z=0}$ を用いて、式(2-10)の $a(k_x, k_y)$, $b(k_x, k_y)$ が求められ、式(2-12)が得られる。

$$\begin{aligned} H_i(x, y, z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint e^{ik_x x + ik_y y} \{ & \frac{1}{2}\left(f(k_x, k_y) + \frac{g(k_x, k_y)}{\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}} \right) e^{z\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}} \\ & + \frac{1}{2}\left(f(k_x, k_y) - \frac{g(k_x, k_y)}{\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}} \right) e^{-z\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}} \} dk_x dk_y \end{aligned} \tag{2-12}$$

$H_z(x, y, 0)$, $\partial/\partial z\, H_z(x, y, z)|_{z=0}$ はそれぞれディリクレ境界条件、ノイマン境界条件と呼ばれる。また、$f(k_x, k_y)$, $g(k_x, k_y)$ は $H_z(x, y, 0)$, $\partial/\partial z\, H_z(x, y, z)|_{z=0}$ を x, y に関してフーリ

エ変換したものである。磁場は測定対象物である磁場発生源の高い空間周波数成分ほど、測定面に向かって、すなわち z 方向に減衰が大きくなる。この電磁場再構成理論は、式(2-12)からもわかるように測定面において減衰した高い空間周波数成分に対してより大きなゲインをかけて、磁場発生源近接の磁場分布を再構成するプロセスとなる。このため、荷電粒子デバイスのパッケージ内における磁気発生源に相当する電流経路を映像化することが可能となる。同時に測定面背後に存在する磁気発生源の影響も考慮された結果となる。

図 2-1 にシミュレーションによる再構成結果を示す。図 2-1 (a) 漢字の”神”と”戸”の文字が磁気発生源として、測定面の分かつ空間の片側の測定面から 650 μm 離れた距離の平面上に”神”が存在し、もう一方の空間の測定面から 650 μm 離れた距離の平面上に”戸”が存在する。境界条件として図 2-1 (b), (c) の測定面での磁場分布、また磁場勾配分布を用いて、磁場発生源近傍の磁場分布を再構成するシミュレーションを行った。その結果を図 2-1 (e) ~ (h) に示す。図 2-1 (e) は 325 μm の磁場分布画像、図 2-1 (f) は 650 μm の磁場分布画像、図 2-1 (g) は-325 μm の磁場分布画像、図 2-1 (h) は-650 μm の磁場分布画像である。この結果から高い空間周波数成分にゲインをかけ細かい構造情報を含んだ磁場分布となっており、測定面を分かつ両空間に磁気発生源が存在する場合においても神、戸という文字が復元されたことがわかる。このとき計算上で設定した測定範囲は 1000 μm × 1000 μm、画素数は 400 pixel × 400 pixel である。また、この電磁場再構成理論は静磁場の基礎方程式の解析解を用いているため高速かつ一意性がある。初期モデルを設定し、解を探索、収束させていく方法は、多大な計算コストを要するだけでなく、一意性がない場合が多く実用性に乏しい。

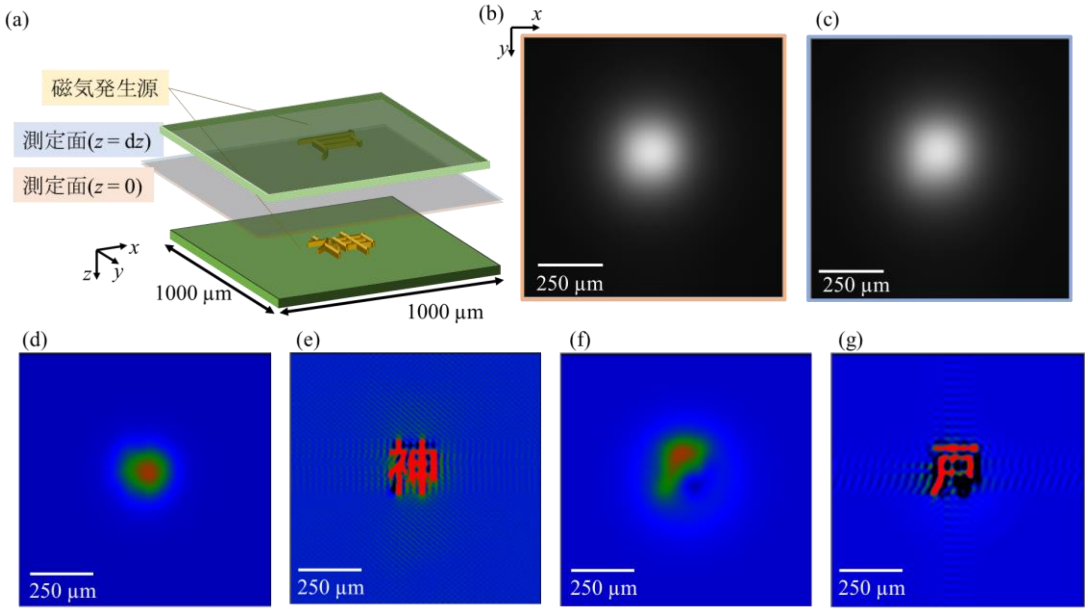


図 2-1：磁場発生源近傍の磁場分布を再構成するシミュレーションの概要, (a) 電磁場再構成理論の概要, (b) 計測により得られる 2 次元磁場分布像 ($z = 0$) , (c) 計測により得られる 2 次元磁場分布像 ($z = dz$) , (d) 再構成後の 2 次元磁場分布像 (z = 325 μm) , (e) 再構成後の 2 次元磁場分布像 (z = 650 μm) , (f) 再構成後の 2 次元磁場分布像 (z = -325 μm) , (g) 再構成後の 2 次元磁場分布像 (z = -650 μm).

2.2 準定常磁場の逆解析理論

2.2.1 序言

高感度磁気計測と静磁場の逆解析理論を組み合わせたサブサーフェス磁気イメージングシステムは、蓄電池、半導体デバイス等、様々な荷電粒子デバイスの電流密度分布の解析に活用されている。しかし、前節で説明した逆解析理論で再構成するのは、2 次元的な薄膜内に閉じ込められた電流密度分布であり、3 次元的な電流に本技術を適用すると、測定面から深さ方向にスペクトラム空間で重みを付けて、合成されたものとなる。現状の静的な磁場または単一周波数の磁場を用いた方法では、3 次元的な深さ情報を得ることが難しい。荷電粒子デバイス内部の 3 次元的な構造の情報を得るために新たな物理量を計測する必要がある。この新たな物理量として考えられるのが周波数特性である。荷電粒子デバイス内部の導体による磁場の遮蔽効果を利用することで、内部の 3 次元的な構造の情報が取得可能となる。荷電粒子デバイスに交流電流を印加すると、そこから交番磁場が発生する。その交番磁場により、荷電粒子デバイスの導電体内に誘導電流（渦電流）が生じ、それによって発生する磁場により、外部に漏洩する磁場が遮蔽される。低周波領域の磁場では導体による遮蔽効果は小さくなるが、高周波領域の導体では深さによる遮蔽効果が大きくなる。このため、周波数

情報は導体において 3 次元的な構造の情報を含むこととなる。そこでこの磁場の周波数依存複素データを用いた逆解析を行う。

例えば多層構造の蓄電池では、電極と電解質の導電率が異なる 2 層が交互に周期的に重なった構造体と考えることができる。そこで、このような周期的層状荷電粒子デバイスを異なる導電率の 2 層を 1 ユニットとして、それが周期的に重なったモデルと考え、この荷電粒子デバイス内部にある 1 ユニットの磁場と電場の接続境界条件から求めた微分方程式を平均化操作し、連続化することにより準定常磁場に関する拡散型方程式を導いた。また、この拡散型方程式の解析解を用いた逆解析理論の構築に成功した。本理論では、計測によって得られる荷電粒子デバイス表面での磁場の周波数依存複素データを境界条件として用いて、準定常磁場に関する拡散型方程式を解く。この解析は、これまで神戸大学の木村研究グループが取り組んできた静的な磁場に関するラプラス方程式を用いた逆解析 [11]の自然な時間依存系への拡張となっており、3 次元電流密度の映像化が実現可能であると言える。この逆解析理論を基に、計算アルゴリズムの開発を行い、短絡点を複数有する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルにおいて、荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層映像化を行った。

2.2.2 準定常磁場に関する拡散型方程式

まず、準定常磁場に関する拡散型方程式を導く。図 2-2 に示すような導電率の異なる 2 層が周期的に重なった周期的多層構造荷電粒子デバイスの磁場の基礎方程式を導く。

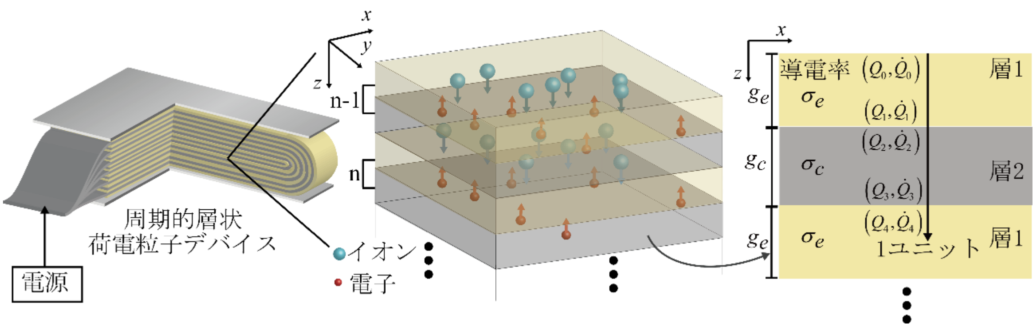


図 2-2 : 周期的層状荷電粒子デバイスモデル.

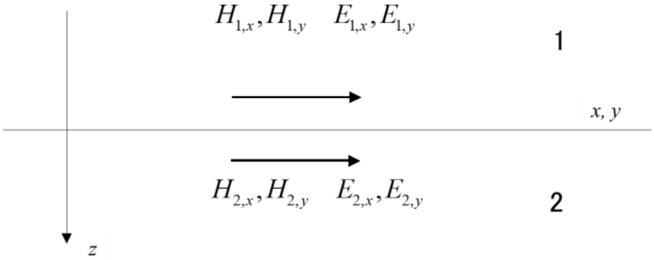
周期的層状荷電粒子デバイスの各層内部では導電率が一定であるとする。また、層 1 と層 2 の導電率をそれぞれ σ_e, σ_c、層 1 と層 2 の 1 層の厚さをそれぞれ g_e, g_c とする。マクスウェルの方程式から変位電流の項を無視すると次式が得られる。ここで、導体の導電率を σ、透磁率を μ、電界は $\mathbf{E}$、磁場は $\mathbf{H}$、磁束密度は $\mathbf{B}$、電流密度は $\mathbf{j}$ とする。

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B} \qquad (2\text{-}13)$$
$$\nabla\times\mathbf{H} = \mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$$

荷電粒子デバイス内部の層間の境界条件について考える。そのためにマクスウェルの方程式の積分型を用いる。

$$\begin{aligned}\iint_D \nabla\times\mathbf{E}\,dxdy &= \oint_{\partial D}\mathbf{E}\cdot ds \\ &= -\frac{\partial}{\partial t}\iint_D \mathbf{B}\,dxdy \\ \iint_D \nabla\times\mathbf{H}\,dxdy &= \oint_{\partial D}\mathbf{H}\cdot ds \\ &= \iint_D \sigma\mathbf{E}\,dxdy\end{aligned} \qquad (2\text{-}14)$$

領域 D として z 方向に薄い長方形領域を境界面を挟んで定義し、2 重積分が先に 0 に近づくようにすると、境界面では図 2-3 のような接線成分 E_t と H_t が連続であるという条件が得られる。



1 境界面で$\mathbf{H}_t$が連続
2 境界面で$\mathbf{E}_t$が連続

図 2-3 : 2 層間の磁場と電場の接続境界条件.

これに加えて、$\nabla\cdot\mathbf{H}=0$を考慮すると以下の式が成り立つ。

$$
\begin{aligned}
&H_{1,x} = H_{2,x} \\
&H_{1,y} = H_{2,y} \\
&H_{1,z} = H_{2,z} \\
&(\frac{\partial}{\partial y} H_{1,z} - \frac{\partial}{\partial z} H_{1,y}) \Big/ \sigma_1 = (\frac{\partial}{\partial y} H_{2,z} - \frac{\partial}{\partial z} H_{2,y}) \Big/ \sigma_2 \\
&(\frac{\partial}{\partial z} H_{1,x} - \frac{\partial}{\partial x} H_{1,z}) \Big/ \sigma_1 = (\frac{\partial}{\partial z} H_{2,x} - \frac{\partial}{\partial x} H_{2,z}) \Big/ \sigma_2 \\
&\frac{\partial}{\partial z} H_{1,z} = \frac{\partial}{\partial z} H_{2,z}
\end{aligned}
\tag{2-15}
$$

式(2-13)から各層内部で $\mathbf{H}$ だけの方程式を導くと、

$$
\Delta \mathbf{H} = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{H} \tag{2-16}
$$

式(2-17)のように $\mathbf{H}$ について x, y, t に関してフーリエ変換し、それを式(2-16)に代入すると式(2-18)が得られる。ここで、x, y 方向の空間周波数を k_x, k_y とする。

$$
\mathbf{Q}(k_x, k_y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t + ik_x x + ik_y y} \mathbf{H}(x, y, z, t) dxdydt \tag{2-17}
$$

$$
\left(\frac{d^2}{dz^2} - k_x{}^2 - k_y{}^2 + i\omega\mu\sigma \right) \mathbf{Q}\left(k_x, k_y, z, \omega\right) = 0 \tag{2-18}
$$

この方程式の一般解は、以下のようになる。ここで $\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2$ はベクトルである。

$$
\mathbf{Q}\left(k_x, k_y, z, \omega\right) = \mathbf{c}_1\left(k_x, k_y, \omega\right) e^{sz} + \mathbf{c}_2\left(k_x, k_y, \omega\right) e^{-sz} \tag{2-19}
$$

$$
\begin{aligned}
&s^2 = k_x{}^2 + k_y{}^2 - i\omega\mu\sigma \\
&s = \frac{\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2 + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \omega^2\mu^2\sigma^2}}}{\sqrt{2}} - i\frac{\sqrt{-k_x{}^2 - k_y{}^2 + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \omega^2\mu^2\sigma^2}}}{\sqrt{2}}
\end{aligned}
\tag{2-20}
$$

ここで、次のようなベクトルを定義する。ドット記号 $\dot{\mathbf{Q}}$ は $\mathbf{Q}$ の z に関する微分である。

$$
\begin{pmatrix} \mathbf{Q} \\ \dot{\mathbf{Q}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \\ \dot{Q}_x \\ \dot{Q}_y \\ \dot{Q}_z \end{pmatrix} \tag{2-21}
$$

1 つの層の中で $z = 0$ と $z = z_1$ で次式が成立する。

$$
\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}(0) \\ \dot{\mathbf{Q}}(0) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ s & -s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}(z_1) \\ \dot{\mathbf{Q}}(z_1) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} e^{sz_1} & e^{-sz_1} \\ se^{sz_1} & -se^{-sz_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c}_1 \\ \mathbf{c}_2 \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2-22}
$$

上式から $\mathbf{c}_1$, $\mathbf{c}_2$ を消去すると、次の式が得られる。

$$
\begin{aligned}
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}(z_1) \\ \dot{\mathbf{Q}}(z_1) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} e^{sz_1} & e^{-sz_1} \\ se^{sz_1} & -se^{-sz_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & 1/(2s) \\ 1/2 & -1/(2s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}(0) \\ \dot{\mathbf{Q}}(0) \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cosh(sz_1) & \sinh(sz_1)/s \\ s \cdot \sinh(sz_1) & \cosh(sz_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}(0) \\ \dot{\mathbf{Q}}(0) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{2-23}
$$

この式を図 2-2 のように層 1 と層 2 の各層で磁場を接続させると以下のような式が得られる。

$$
\begin{pmatrix} Q_{4x} \\ Q_{4y} \\ Q_{4z} \\ \dot{Q}_{4x} \\ \dot{Q}_{4y} \\ \dot{Q}_{4z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_x\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) & \sigma_c/\sigma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_y\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) & 0 & \sigma_c/\sigma_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{3x} \\ Q_{3y} \\ Q_{3z} \\ \dot{Q}_{3x} \\ \dot{Q}_{3y} \\ \dot{Q}_{3z} \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_3 \\ \dot{\mathbf{Q}}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh\left(\mathrm{s_e} g_e\right) & \sinh\left(\mathrm{s_e} g_e\right)/\mathrm{s_e} \\ \mathrm{s_e} \cdot \sinh\left(\mathrm{s_e} g_e\right) & \cosh\left(\mathrm{s_e} g_e\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \dot{\mathbf{Q}}_2 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} Q_{2x} \\ Q_{2y} \\ Q_{2z} \\ \dot{Q}_{2x} \\ \dot{Q}_{2y} \\ \dot{Q}_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_x\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) & \sigma_c/\sigma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_y\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) & 0 & \sigma_c/\sigma_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{1x} \\ Q_{1y} \\ Q_{1z} \\ \dot{Q}_{1x} \\ \dot{Q}_{1y} \\ \dot{Q}_{1z} \end{pmatrix} \tag{2-24}
$$

$$
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \dot{\mathbf{Q}}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh\left(\mathrm{s}_c g_c\right) & \sinh\left(\mathrm{s}_c g_c\right)/\mathrm{s}_c \\ \mathrm{s}_c \cdot \sinh\left(\mathrm{s}_c g_c\right) & \cosh\left(\mathrm{s}_c g_c\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_0 \\ \dot{\mathbf{Q}}_0 \end{pmatrix}
$$

ここで以下の式を用いている。

$$
\begin{aligned} s_e{}^2 &= k_x{}^2 + k_y{}^2 - i\omega\mu\sigma_e \\ s_c{}^2 &= k_x{}^2 + k_y{}^2 - i\omega\mu\sigma_c \end{aligned} \tag{2-25}
$$

ここで、各層が薄く、次式が成立すると仮定する。また $k_x = k_y$ とする。

$$
s_e g_e \approx \frac{k_x g_e}{\sqrt{2}} \ll 1, \quad s_c g_c \approx \frac{k_x g_c}{\sqrt{2}} \ll 1 \tag{2-26}
$$

g_e や g_c の 2 次以上の項を無視すると以下の行列式が得られる。

$$
\begin{pmatrix} Q_{4x} \\ Q_{4y} \\ Q_{4z} \\ \dot{Q}_{4x} \\ \dot{Q}_{4y} \\ \dot{Q}_{4z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_x\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) & \sigma_c/\sigma_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_y\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) & 0 & \sigma_c/\sigma_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{3x} \\ Q_{3y} \\ Q_{3z} \\ \dot{Q}_{3x} \\ \dot{Q}_{3y} \\ \dot{Q}_{3z} \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} Q_{3x} \\ Q_{3y} \\ Q_{3z} \\ \dot{Q}_{3x} \\ \dot{Q}_{3y} \\ \dot{Q}_{3z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & g_e & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & g_e & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & g_e \\ {s_e}^2 g_e & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & {s_e}^2 g_e & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & {s_e}^2 g_e & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{2x} \\ Q_{2y} \\ Q_{2z} \\ \dot{Q}_{2x} \\ \dot{Q}_{2y} \\ \dot{Q}_{2z} \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} Q_{2x} \\ Q_{2y} \\ Q_{2z} \\ \dot{Q}_{2x} \\ \dot{Q}_{2y} \\ \dot{Q}_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_x\left(\sigma_e/\sigma_c - 1\right) & \sigma_e/\sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ik_y\left(\sigma_e/\sigma_c - 1\right) & 0 & \sigma_e/\sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{1x} \\ Q_{1y} \\ Q_{1z} \\ \dot{Q}_{1x} \\ \dot{Q}_{1y} \\ \dot{Q}_{1z} \end{pmatrix} \tag{2-27}
$$

$$
\begin{pmatrix} Q_{1x} \\ Q_{1y} \\ Q_{1z} \\ \dot{Q}_{1x} \\ \dot{Q}_{1y} \\ \dot{Q}_{1z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & g_c & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & g_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & g_c \\ {s_c}^2 g_c & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & {s_c}^2 g_c & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & {s_c}^2 g_c & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{0x} \\ Q_{0y} \\ Q_{0z} \\ \dot{Q}_{0x} \\ \dot{Q}_{0y} \\ \dot{Q}_{0z} \end{pmatrix}
$$

次のような記号を用いる。

$$
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_4 \\ \dot{\mathbf{Q}}_4 \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{4,2} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \dot{\mathbf{Q}}_2 \end{pmatrix}
$$

$$
\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_2 \\ \dot{\mathbf{Q}}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{A}_{2,0} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_0 \\ \dot{\mathbf{Q}}_0 \end{pmatrix} \tag{2-28}
$$

$$
\mathbf{A}_{4,2}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&ik_x(\sigma_c/\sigma_e-1)&\sigma_c/\sigma_e&0&0\\0&0&ik_y(\sigma_c/\sigma_e-1)&0&\sigma_c/\sigma_e&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&g_e&0&0\\0&1&0&0&g_e&0\\0&0&1&0&0&g_e\\{s_e}^2g_e&0&0&1&0&0\\0&{s_e}^2g_e&0&0&1&0\\0&0&{s_e}^2g_e&0&0&1\end{pmatrix}
$$

$$
=\begin{pmatrix}1&0&0&g_e&0&0\\0&1&0&0&g_e&0\\0&0&1&0&0&g_e\\{s_e}^2g_e\sigma_c/\sigma_e&0&ik_x(\sigma_c/\sigma_e-1)&\sigma_c/\sigma_e&0&ik_xg_e(\sigma_c/\sigma_e-1)\\0&{s_e}^2g_e\sigma_c/\sigma_e&ik_y(\sigma_c/\sigma_e-1)&0&\sigma_c/\sigma_e&ik_yg_e(\sigma_c/\sigma_e-1)\\0&0&{s_e}^2g_e&0&0&1\end{pmatrix}
$$

(2-29)

$$
\mathbf{A}_{2,0}=\begin{pmatrix}1&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&1&0&0&0\\0&0&ik_x(\sigma_e/\sigma_c-1)&\sigma_e/\sigma_c&0&0\\0&0&ik_y(\sigma_e/\sigma_c-1)&0&\sigma_e/\sigma_c&0\\0&0&0&0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0&0&g_c&0&0\\0&1&0&0&g_c&0\\0&0&1&0&0&g_c\\{s_c}^2g_c&0&0&1&0&0\\0&{s_c}^2g_c&0&0&1&0\\0&0&{s_c}^2g_c&0&0&1\end{pmatrix}
$$

$$
=\begin{pmatrix}1&0&0&g_c&0&0\\0&1&0&0&g_c&0\\0&0&1&0&0&g_c\\{s_c}^2g_c\sigma_e/\sigma_c&0&ik_x(\sigma_e/\sigma_c-1)&\sigma_e/\sigma_c&0&ik_xg_c(\sigma_e/\sigma_c-1)\\0&{s_c}^2g_c\sigma_e/\sigma_c&ik_y(\sigma_e/\sigma_c-1)&0&\sigma_e/\sigma_c&ik_yg_c(\sigma_e/\sigma_c-1)\\0&0&{s_c}^2g_c&0&0&1\end{pmatrix}
$$

(2-30)

上式からさらに変形し、以下の式が得る。

$$
\begin{pmatrix}\mathbf{Q}_4\\\dot{\mathbf{Q}}_4\end{pmatrix}=\mathbf{A}_{4,0}\begin{pmatrix}\mathbf{Q}_0\\\dot{\mathbf{Q}}_0\end{pmatrix}\tag{2-31}
$$

$$\mathbf{A}_{4,0}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & g_e & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & g_e & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & g_e \\ {s_e}^2 g_e \sigma_c/\sigma_e & 0 & ik_x\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) & \sigma_c/\sigma_e & 0 & ik_x g_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) \\ 0 & {s_e}^2 g_e \sigma_c/\sigma_e & ik_y\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) & 0 & \sigma_c/\sigma_e & ik_y g_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) \\ 0 & 0 & {s_e}^2 g_e & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\cdot\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & g_c & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & g_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & g_c \\ {s_c}^2 g_c \sigma_c/\sigma_e & 0 & ik_x\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) & \sigma_e/\sigma_c & 0 & ik_x g_c\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) \\ 0 & {s_c}^2 g_c \sigma_c/\sigma_e & ik_y\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) & 0 & \sigma_e/\sigma_c & ik_y g_c\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) \\ 0 & 0 & {s_c}^2 g_c & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 1+{s_c}^2 g_c g_e \sigma_c/\sigma_e & 0 & ik_x g_e\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) & g_c+g_e\sigma_e/\sigma_c & 0 & ik_x g_c g_e\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) \\ 0 & 1+{s_c}^2 g_c g_e \sigma_c/\sigma_e & ik_y g_e\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) & 0 & g_c+g_e\sigma_e/\sigma_c & ik_y g_c g_e\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right) \\ 0 & 0 & 1+{s_c}^2 g_c g_e & 0 & 0 & g_c+g_e \\ {s_e}^2 g_e \sigma_c/\sigma_e+{s_c}^2 g_c & 0 & ik_x {s_c}^2 g_c g_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) & {s_e}^2 g_c g_e \sigma_c/\sigma_e+1 & 0 & ik_x g_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) \\ 0 & {s_e}^2 g_e \sigma_c/\sigma_e+{s_c}^2 g_c & ik_y {s_c}^2 g_c g_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) & 0 & {s_e}^2 g_c g_e \sigma_c/\sigma_e+1 & ik_y g_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right) \\ 0 & 0 & {s_e}^2 g_e+{s_c}^2 g_c & 0 & 0 & {s_e}^2 g_c g_e+1 \end{pmatrix}$$

(2-32)

g_e や g_c の 2 次以上の項を無視すると以下の行列式が得られる。

$$
\mathbf{A}_{4,0} = \begin{pmatrix}
1 & 0 & ik_x g_e\left(\sigma_e/\sigma_c - 1\right) & g_c + g_e\,\sigma_e/\sigma_c & 0 & 0 \\
0 & 1 & ik_y g_e\left(\sigma_e/\sigma_c - 1\right) & 0 & g_c + g_e\,\sigma_e/\sigma_c & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & g_c + g_e \\
s_e{}^2 g_e\,\sigma_c/\sigma_e + s_c{}^2 g_c & 0 & 0 & 1 & 0 & ik_x g_e\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) \\
0 & s_e{}^2 g_e\,\sigma_c/\sigma_e + s_c{}^2 g_c & 0 & 0 & 1 & ik_y g_e\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right) \\
0 & 0 & s_e{}^2 g_e + s_c{}^2 g_c & 0 & 0 & 1
\end{pmatrix} \tag{2-33}
$$

1 ユニットの長さ Δz は次式のようになる。

$$
\Delta z = g_c + g_e \tag{2-34}
$$

Δz が小さい極限で次式が成立する。これが磁場の平均化された方程式となる。

$$
\frac{\partial}{\partial z}\begin{pmatrix} \mathrm{Q}_4 \\ \dot{\mathrm{Q}}_4 \end{pmatrix} = \lim_{\Delta z \to 0} \frac{1}{\Delta z}\left[\begin{pmatrix} \mathrm{Q}_4 \\ \dot{\mathrm{Q}}_4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathrm{Q}_0 \\ \dot{\mathrm{Q}}_0 \end{pmatrix}\right] \tag{2-35}
$$

$\mathbf{Q}_4 = \mathbf{Q}_0 = \varphi$、$\dot{\mathbf{Q}}_4 = \dot{\mathbf{Q}}_0 = \phi$ とおくと、各成分に関してそれぞれ以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
\left(g_c + g_e\right)\frac{\partial}{\partial z}\varphi_1 &= ik_x g_e\left(\sigma_e/\sigma_c - 1\right)\varphi_3 + \left(g_c + g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)\phi_1 \\
\left(g_c + g_e\right)\frac{\partial}{\partial z}\varphi_2 &= ik_y g_e\left(\sigma_e/\sigma_c - 1\right)\varphi_3 + \left(g_c + g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)\phi_2 \\
\left(g_c + g_e\right)\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3 &= \left(g_c + g_e\right)\phi_3 \\
\left(g_c + g_e\right)\frac{\partial}{\partial z}\phi_1 &= \left(s_e{}^2 g_e\,\sigma_c/\sigma_e + s_c{}^2 g_c\right)\varphi_1 + ik_x g_e\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right)\phi_3 \\
\left(g_c + g_e\right)\frac{\partial}{\partial z}\phi_2 &= \left(s_e{}^2 g_e\,\sigma_c/\sigma_e + s_c{}^2 g_c\right)\varphi_2 + ik_y g_e\left(\sigma_c/\sigma_e - 1\right)\phi_3 \\
\left(g_c + g_e\right)\frac{\partial}{\partial z}\phi_3 &= \left(s_e{}^2 g_e + s_c{}^2 g_c\right)\varphi_3
\end{aligned} \tag{2-36}
$$

第 1 式、第 2 式、第 3 式を微分し、第 4 式、第 5 式、第 6 式にそれぞれ代入すると次式が得られる。

$$
\begin{aligned}
&\left(g_c+g_e\right)^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_1=\left[\left(g_c+g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)\left\{g_e\sigma_c\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}+i\omega\mu\sigma_e\right)\Big/\sigma_c+g_c\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}+i\omega\mu\sigma_c\right)\right\}\right]\varphi_1\\
&+\left\{ik_xg_e\left(g_c+g_e\right)\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right)+\left(g_c+g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)ik_xg_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right)\right\}\left(g_c+g_e\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\\
&\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_2=\left[\left(g_c+g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)\left\{g_e\sigma_c\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}+i\omega\mu\sigma_e\right)\Big/\sigma_c+g_c\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}+i\omega\mu\sigma_c\right)\right\}\right]\varphi_2\\
&+\left\{ik_yg_e\left(g_c+g_e\right)\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right)+\left(g_c+g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)ik_yg_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right)\right\}\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\\
&\left(g_c+g_e\right)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_3=\left\{g_e\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}+i\omega\mu\sigma_e\right)+g_c\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}+i\omega\mu\sigma_c\right)\right\}\varphi_3
\end{aligned}
\tag{2-37}
$$

これを整理すると、

$$
\begin{aligned}
&\left(g_c+g_e\right)^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_1=\left\{\frac{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)\left(g_e\sigma_c+g_c\sigma_e\right)}{\sigma_c\sigma_e}\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}\right)+\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)\left(g_c+g_e\right)i\omega\mu\right\}\varphi_1\\
&+\left\{ik_xg_e\left(g_c+g_e\right)\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right)+\left(g_c+g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)ik_xg_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right)\right\}\left(g_c+g_e\right)^2\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\\
&\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_2=\left\{\frac{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)\left(g_e\sigma_c+g_c\sigma_e\right)}{\sigma_c\sigma_e}\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}\right)+\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)\left(g_c+g_e\right)i\omega\mu\right\}\varphi_2\\
&+\left\{ik_yg_e\left(g_c+g_e\right)\left(\sigma_e/\sigma_c-1\right)+\left(g_c+g_e\,\sigma_e/\sigma_c\right)ik_yg_e\left(\sigma_c/\sigma_e-1\right)\right\}\frac{\partial}{\partial z}\varphi_3\\
&\left(g_c+g_e\right)\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varphi_3=\left\{\left(g_c+g_e\right)\left(k_x^{\,2}+k_y^{\,2}\right)+\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)i\omega\mu\right\}\varphi_3
\end{aligned}
\tag{2-38}
$$

これを k_x, k_y, ω に関して逆フーリエ変換することにより、準定常磁場に関する拡散型方程式が得られる。

$$
\mu\frac{\partial}{\partial t}H_x=\left\{\frac{\left(g_e\sigma_c+g_c\sigma_e\right)}{\left(g_c+g_e\right)\sigma_c\sigma_e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\frac{\left(g_c+g_e\right)}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}H_x
$$

$$
+\frac{g_e g_c\left(\sigma_c-\sigma_e\right)^2}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)\left(g_c+g_e\right)\sigma_c\sigma_e}\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}H_z
$$

$$
\mu\frac{\partial}{\partial t}H_y=\left\{\frac{\left(g_e\sigma_c+g_c\sigma_e\right)}{\left(g_c+g_e\right)\sigma_c\sigma_e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\frac{\left(g_c+g_e\right)}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}H_y \tag{2-39}
$$

$$
+\frac{g_e g_c\left(\sigma_c-\sigma_e\right)^2}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)\left(g_c+g_e\right)\sigma_c\sigma_e}\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}H_z
$$

$$
\mu\frac{\partial}{\partial t}H_z=\frac{\left(g_c+g_e\right)}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)H_z
$$

2.2.3　空気中と荷電粒子デバイス間の境界条件

空気と荷電粒子デバイスの電極との境界条件について考える。境界面で磁場と電場の接線成分 H_t, E_t が連続であるという条件を用いる。ここで、空気中の導電率が 0 ではなく有限の導電率を持つ物質と考え、その導電率を σ_a とする。すると、E_t が連続という境界条件は以下のような式になる。

$$
\left.\frac{\nabla\times\mathbf{H}}{\sigma_a}\right|_{\text{空気}}=\left.\frac{\nabla\times\mathbf{H}}{\sigma_c}\right|_{\text{荷電粒子デバイス電極}} \tag{2-40}
$$

この式の x, y 成分は次のようになる。

$$
\begin{aligned}
\left.\sigma_a^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\right|_{\text{空気}}&=\left.\sigma_c^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\right|_{\text{荷電粒子デバイス電極}}\\
\left.\sigma_a^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\right|_{\text{空気}}&=\left.\sigma_c^{-1}\left(\frac{\partial H_z}{\partial x}-\frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\right|_{\text{荷電粒子デバイス電極}}
\end{aligned} \tag{2-41}
$$

磁場を以下のように x, y, t に関してフーリエ変換する。

$$
\tilde{\mathbf{H}}(k_x, k_y, z, \omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-i\omega t+ik_x x+ik_y y}\mathbf{H}(x, y, z, t)dxdydt \tag{2-42}
$$

これを式(2-41)に代入すると以下の式が得られる。

$$\left.\sigma_a^{-1}\left(-ik_y H_z - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\right|_{\text{空気}} = \left.\sigma_c^{-1}\left(-ik_y H_z - \frac{\partial H_y}{\partial z}\right)\right|_{\text{荷電粒子デバイス電極電極}}$$
$$\left.\sigma_a^{-1}\left(-ik_x H_z - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\right|_{\text{空気}} = \left.\sigma_c^{-1}\left(-ik_x H_z - \frac{\partial H_x}{\partial z}\right)\right|_{\text{荷電粒子デバイス電極電極}} \tag{2-43}$$

次に磁場の垂直成分に関して考察する。透磁率を一定と仮定すると磁場は以下の式が成り立つ。

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \tag{2-44}$$

式(2-44)と H_t が連続であるという境界条件から、磁場の垂直成分も境界面で連続であるということがわかる。次に H_z の z 微分に関する境界条件について考える。式(2-44)を x, y に関してフーリエ変換すると以下の式が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial z}\tilde{H}_z = ik_x\tilde{H}_x + ik_y\tilde{H}_y \tag{2-45}$$

H_t が連続であるという条件から上式の右辺は境界面で連続となる。そのため、H_z の z 微分も境界面で連続となる。

$$\left.\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z}\right|_{\text{空気}} = \left.\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z}\right|_{\text{荷電粒子デバイス電極}} \tag{2-46}$$

こうして境界条件が得られた。これらをもう一度まとめると次のようになる。

$$\tilde{H}_x\Big|_{空気} = \tilde{H}_x\Big|_{荷電粒子デバイス電極}$$
$$\tilde{H}_y\Big|_{空気} = \tilde{H}_y\Big|_{荷電粒子デバイス電極}$$
$$\tilde{H}_z\Big|_{空気} = \tilde{H}_z\Big|_{荷電粒子デバイス電極}$$

$$\sigma_a^{-1}\left(-ik_y\tilde{H}_z - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z}\right)\Bigg|_{空気} = \sigma_c^{-1}\left(-ik_y\tilde{H}_z - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z}\right)\Bigg|_{荷電粒子デバイス電極} \tag{2-47}$$
$$\sigma_a^{-1}\left(-ik_x\tilde{H}_z - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z}\right)\Bigg|_{空気} = \sigma_c^{-1}\left(-ik_x\tilde{H}_z - \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z}\right)\Bigg|_{荷電粒子デバイス電極}$$
$$\frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z}\Bigg|_{空気} = \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z}\Bigg|_{荷電粒子デバイス電極}$$

次に空気中の磁場の方程式を求める。空気中を仮想的に 0 でない導電率を持つ物質と仮定したのでマクスウェルの方程式から次式が成立する。

$$\Delta \mathbf{H} = \mu\sigma_a \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{H} \tag{2-48}$$

これを x, y, t に関してフーリエ変換すると以下のようになる。

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - k_x^2 - k_y^2 + i\omega\mu\sigma_a\right)\tilde{\mathbf{H}}\left(k_x, k_y, z, \omega\right) = 0 \tag{2-49}$$

この微分方程式の一般解は次のようになる。

$$\tilde{\mathbf{H}}\left(k_x, k_y, z, \omega\right) = \mathbf{a}\left(k_x, k_y, \omega\right)e^{sz} + \mathbf{b}\left(k_x, k_y, \omega\right)e^{-sz} \tag{2-50}$$

ここで s は以下のような式になる。

$$s^2 = k_x^2 + k_y^2 - i\omega\mu\sigma_a$$
$$s = \frac{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + \sqrt{\left(k_x^2 + k_y^2\right)^2 + \omega^2\mu^2\sigma_a^2}}}{\sqrt{2}} - i\frac{\sqrt{-k_x^2 - k_y^2 + \sqrt{\left(k_x^2 + k_y^2\right)^2 + \omega^2\mu^2\sigma_a^2}}}{\sqrt{2}} \tag{2-51}$$

空気中のある 2 平面で磁場分布を測定することで、a, b を求めることができる。式(2-50)を用いると荷電粒子デバイス表面での磁場とその微分が計算できる。また、式(2-39)から H_z は他の成分とは独立に求めることができることがわかる。

2.2.4　　準定常磁場の 3 次元逆解析

式(2-39)において、H_z だけが独立な方程式となっている。したがって、まず H_z に関して考察する。

$$\mu\frac{\partial}{\partial t}H_z = \frac{\left(g_c+g_e\right)}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)H_z \tag{2-52}$$

係数を以下のように置く。σ は 2 層の厚みを考慮した平均的な導電率である。

$$\lambda = \frac{\left(g_c+g_e\right)}{\mu\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)} = \frac{1}{\mu\sigma} \tag{2-53}$$

このとき、式(2-52)は次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t}H_z = \lambda\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)H_z \tag{2-54}$$

この方程式は周期的層状荷電粒子デバイス内部に磁気発生源が存在しない状態を表している。そこで逆解析を行う際、周期的層状荷電粒子デバイス内部に磁気発生源があるときのモデルを空間時間 $(t = 0, x = x_0, y = y_0, z = z_0)$ に大きさが H_L に比例する磁気発生源が存在すると仮定する。具体的には、式(2-54)の準定常磁場に関する拡散型方程式に磁場発生源を式(2-55)の右辺第二項のようにデルタ関数を加えた形で表す。

$$\frac{\partial}{\partial t}H_z = \lambda\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)H_z + H_L\delta\left(t\right)\delta\left(x-x_0\right)\delta\left(y-y_0\right)\delta\left(z-z_0\right) \tag{2-55}$$

上の方程式を解くために、まず次のように x, y, t に関してフーリエ変換する。

$$\tilde{H}_z(k_x, k_y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t+ik_x x+ik_y y} H_z(x, y, z, t)\,dxdydt \tag{2-56}$$

すると式(2-55)から次式が得られる。

$$i\omega\tilde{H}_z = \lambda\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - k_x{}^2 - k_y{}^2\right)\tilde{H}_z + H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}\delta\left(z - z_0\right) \tag{2-57}$$

以下のように変形する。

$$\lambda\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{H}_z - \lambda\left\{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) - i\omega\right\}\tilde{H}_z = -H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}\delta\left(z - z_0\right) \tag{2-58}$$

ここで、次のようなグリーン関数 $G_0(z, z_0, s)$を考える。

$$G_0\left(z, z_0, s\right) = \frac{1}{2s}e^{-s|z - z_0|} \tag{2-59}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}G_0\left(z, z_0, s\right) - s^2 G_0\left(z, z_0, s\right) = \delta\left(z - z_0\right) \tag{2-60}$$

このグリーン関数を用いると、式(2-58)の解は以下のようになる。

$$\tilde{H}_z = -H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}G_0\left(z, z_0, s\right) + c_1 e^{sz} + c_2 e^{-sz} \tag{2-61}$$

$$\begin{aligned} s &= \sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2 - \frac{i\omega}{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}} \\ &+ \frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{-\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}} \end{aligned} \tag{2-62}$$

荷電粒子デバイス表面で磁場 H_0 とその z に関する微分 $\dot{H}_0$ が与えられているとする。すると境界 $z = 0$ で次式が成立する。

$$\begin{aligned} &-H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}G_0\left(0, z_0, s\right) + c_1 + c_2 = \tilde{H}_0 \\ &-H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}G_0\left(0, z_0, s\right) + c_1 - c_2 = \frac{\dot{\tilde{H}}_0}{s} \\ &G_0\left(z, z_0, s\right) = \frac{1}{2s}e^{-sz_0}\ \left(\because 0 < z_0\right) \end{aligned} \tag{2-63}$$

この式から c_1, c_2 を求めると、以下のような式になる。

$$
\begin{aligned}
c_1 &= \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0 + \frac{\dot{\tilde{H}}_0}{s}\right) + H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2s} e^{-sz_0} \\
c_2 &= \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0 - \frac{\dot{\tilde{H}}_0}{s}\right)
\end{aligned}
\tag{2-64}
$$

これより、式(2-58)の一般解は次式で与えられる。

$$
\tilde{H}_z = \left\{\frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0 + \frac{\dot{\tilde{H}}_0}{s}\right) + H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2s} e^{-sz_0}\right\} e^{sz} + \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0 - \frac{\dot{\tilde{H}}_0}{s}\right) e^{-sz}
\tag{2-65}
$$

$z = 0$ において式(2-55)の準定常磁場に関する拡散型方程式から求められた境界条件は以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\tilde{H}_0 = -H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2s} e^{-sz_0} \\
&\dot{\tilde{H}}_0 = -sH_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2s} e^{-sz_0} \\
&\left(0 < z_0\right)
\end{aligned}
\tag{2-66}
$$

逆解析として、この境界条件が与えられた場合に式(2-55)で仮定した磁場発生源(式(2-67))を求める問題を考える。

$$
H_L \delta(t) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0)
\tag{2-67}
$$

逆解析には時間逆行方程式を用いる。

$$
-\frac{\partial}{\partial t} H_z = \lambda \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) H_z
\tag{2-68}
$$

$t > 0$ の測定結果から $t = 0$ での磁場発生源を推定する。

$$\rho(x,y,z)=\lim_{t\to+0}H_z(x,y,z,t) \tag{2-69}$$

境界条件を与えられた式(2-68)の解は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
&\tilde{H}_z=c_3e^{kz}+c_4e^{-kz}\\
&c_3=\frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0+\frac{\dot{\tilde{H}}_0}{k}\right)\\
&c_4=\frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0-\frac{\dot{\tilde{H}}_0}{k}\right)
\end{aligned} \tag{2-70}$$

ここで k は s の複素共役となり、以下の式となる。

$$\begin{aligned}
&k=\sqrt{{k_x}^2+{k_y}^2+i\mu\sigma\omega}=\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)+\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)^2+\mu^2\sigma^2\omega^2}}\\
&-\frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{-\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)+\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)^2+\mu^2\sigma^2\omega^2}}
\end{aligned} \tag{2-71}$$

得られた解に式(2-66)の境界条件を代入すると c_3, c_4 は以下のようになる。

$$\begin{aligned}
&c_3=-\frac{\sqrt{2}}{4}H_Le^{ik_xx_0+ik_yy_0}e^{-sz_0}\frac{\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)+\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}}{\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}\\
&c_4=i\frac{\sqrt{2}}{4}H_Le^{ik_xx_0+ik_yy_0}e^{-sz_0}\frac{\sqrt{-\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)+\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}}{\sqrt{\left({k_x}^2+{k_y}^2\right)^2+\left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}
\end{aligned} \tag{2-72}$$

すると、逆解析の結果は以下の式で与えられる。

$$
\begin{aligned}
\tilde{H}_z =& -\frac{\sqrt{2}}{4} H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} e^{kz - sz_0} \frac{\sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right) + \sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}}{\sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}} \\
&+ i\frac{\sqrt{2}}{4} H_L e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} e^{-kz - sz_0} \frac{\sqrt{-\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right) + \sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}}{\sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}
\end{aligned}
\tag{2-73}
$$

これを k_x, k_y, ω に関して逆フーリエ変換することで、$H_z(x, y, z, t)$ が得られる。

$$
\begin{aligned}
H_z\left(x, y, z, t\right) &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 H_L \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y} \tilde{H}_z\left(k_x, k_y, z, \omega\right) dk_x dk_y d\omega \\
&= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 H_L \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x\left(x - x_0\right) - ik_y\left(y - y_0\right)}
\left\{
\begin{aligned}
& -\frac{\sqrt{2}}{4} e^{kz - sz_0} \frac{\sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right) + \sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}}{\sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}} \\
& + i\frac{\sqrt{2}}{4} e^{-kz - sz_0} \frac{\sqrt{-\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right) + \sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}}{\sqrt{\left(k_x^{\,2} + k_y^{\,2}\right)^2 + \left(\frac{\omega}{\lambda}\right)^2}}
\end{aligned}
\right\} dk_x dk_y d\omega
\end{aligned}
\tag{2-74}
$$

また、準定常磁場の逆解析理論により 3 次元的な H_z を求め求めることができれば、式(2-75)から H_z を含む項を特別解として、H_x, H_y における準定常磁場の逆解析解を求めることが可能となる。その逆解析法を H_x についてその詳細を以下で説明する。

$$
\begin{aligned}
&-\mu\frac{\partial H_x}{\partial t}=\left\{\frac{g_e\sigma_c+g_c\sigma_e}{\left(g_e+g_c\right)\sigma_c\sigma_e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\frac{\left(g_e+g_c\right)}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}H_x\\
&+\frac{g_eg_c(\sigma_c-\sigma_e)^2}{(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e)\left(g_e+g_c\right)\sigma_c\sigma_e}\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}H_z\\
&-\mu\frac{\partial H_y}{\partial t}=\left\{\frac{g_e\sigma_c+g_c\sigma_e}{\left(g_e+g_c\right)\sigma_c\sigma_e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\frac{\left(g_e+g_c\right)}{\left(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e\right)}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}H_y\\
&+\frac{g_eg_c(\sigma_c-\sigma_e)^2}{(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e)\left(g_e+g_c\right)\sigma_c\sigma_e}\frac{\partial^2}{\partial y\partial z}H_z
\end{aligned}
\tag{2-75}
$$

まず、x 成分について考える。式(2-75)を以下の式のように変形する。

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial^2}{\partial z^2}H_x+\left\{\frac{\left(g_e\sigma_c+g_c\sigma_e\right)(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e)}{\left(g_e+g_c\right)^2\sigma_c\sigma_e}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\mu\frac{(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e)}{\left(g_e+g_c\right)}\frac{\partial}{\partial t}\right\}H_x\\
&=-\frac{g_eg_c(\sigma_c-\sigma_e)^2}{\left(g_e+g_c\right)^2\sigma_c\sigma_e}\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}H_z
\end{aligned}
\tag{2-76}
$$

$$
\begin{aligned}
\alpha_1&=\frac{\left(g_e\sigma_c+g_c\sigma_e\right)(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e)}{\left(g_e+g_c\right)^2\sigma_c\sigma_e}\\
\alpha_2&=\mu\frac{(g_c\sigma_c+g_e\sigma_e)}{\left(g_e+g_c\right)}\\
\alpha_3&=\frac{g_eg_c(\sigma_c-\sigma_e)^2}{\left(g_e+g_c\right)^2\sigma_c\sigma_e}
\end{aligned}
\tag{2-77}
$$

式(2-77)により、以下の式が得られる。

$$
\frac{\partial^2}{\partial z^2}H_x+\left\{\alpha_1\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)+\alpha_2\frac{\partial}{\partial t}\right\}H_x=-\alpha_3\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}H_z
\tag{2-78}
$$

H_x , H_z を x, y, t に関してフーリエ変換すると以下の式を得ることができる。

$$
\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{H}_x-\left\{\alpha_1\left(k_x{}^2+k_y{}^2\right)-i\alpha_2\omega\right\}\tilde{H}_x=-i\alpha_3k_x\frac{\partial}{\partial z}\tilde{H}_z
\tag{2-79}
$$

この方程式の解は特殊解を $a\ (k_x, k_y, z, \omega)$ とすると以下のように求めることができる。

$$\tilde{H}_x = a + c_5 e^{\varepsilon z} + c_6 e^{-\varepsilon z}$$

$$\varepsilon = \sqrt{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) - i\alpha_2\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\alpha_1{}^2\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \alpha_2{}^2\omega^2}} \tag{2-80}$$
$$-\frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{-\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\alpha_1{}^2\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \alpha_2{}^2\omega^2}}$$

次にこの特殊解 $a\,(k_x, k_y, z, \omega)$ を求める。式(2-79)と式(2-80)から以下の関係式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} a - \varepsilon^2 a = -i\alpha_3 k_x \frac{\partial}{\partial z}\tilde{H}_z \tag{2-81}$$

以下のように z に関してフーリエ変換する。

$$\tilde{a}(k_x, k_y, k_z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_z z} a(k_x, k_y, z, \omega) dz$$
$$Q(k_x, k_y, k_z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_z z} \tilde{H}_z(k_x, k_y, z, \omega) dz \tag{2-82}$$

これにより、式(2-81)から以下のような関係式を得ることができる。

$$\tilde{a} = \frac{\alpha_3 k_x k_z}{k_z{}^2 + \varepsilon^2} Q \tag{2-83}$$

これを k_z に関して逆フーリエ変換することにより特殊解を求めることができる。

$$a(k_x, k_y, z, \omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_z z}\tilde{a}(k_x, k_y, k_z, \omega) dk_z$$
$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_z z}\frac{\alpha_3 k_x k_z}{k_z{}^2 + \varepsilon^2} Q dk_z \tag{2-84}$$

次に境界条件である試料表面での磁場とその z に関する微分が与えられた場合の c_5, c_6 について考察する。

$$\tilde{H}_x(k_x, k_y, 0, \omega) = a(k_x, k_y, 0, \omega) + c_5 + c_6$$
$$\dot{\tilde{H}}_x(k_x, k_y, 0, \omega) = \dot{a}(k_x, k_y, 0, \omega) + c_5\varepsilon - c_6\varepsilon \tag{2-85}$$

これを c_5, c_6 について解くと以下のようになる。

$$c_5 = \frac{1}{2}\left\{\tilde{H}_x(k_x, k_y, 0, \omega) - a(k_x, k_y, 0, \omega) + \frac{1}{\varepsilon}\left(\dot{\tilde{H}}_x(k_x, k_y, 0, \omega) - \dot{a}(k_x, k_y, 0, \omega)\right)\right\}$$
$$c_6 = \frac{1}{2}\left\{\tilde{H}_x(k_x, k_y, 0, \omega) - a(k_x, k_y, 0, \omega) - \frac{1}{\varepsilon}\left(\dot{\tilde{H}}_x(k_x, k_y, 0, \omega) - \dot{a}(k_x, k_y, 0, \omega)\right)\right\} \tag{2-86}$$

この式(2-84)、式(2-86)を式(2-80)に代入して k_x, k_y, ω について逆フーリエ変換することにより H_x が与えられる。

$$H_x(x, y, z, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y}\tilde{H}_x(k_x, k_y, z, \omega)dk_x dk_y d\omega \tag{2-87}$$

このように荷電粒子デバイス表面での磁場とその z に関する微分を境界条件として H_z の項を特殊解として用いることで、H_x についても一般解が得られた。すなわち、準定常磁場の逆解析が可能であることが示された。H_y についても同様に求めることができる。

次に、周期的層状荷電粒子デバイス内部に磁気発生源があるときのモデルを空間時間 ($t = 0, x = x_0, y = y_0, z = z_0$) に大きさが x 成分に関しては H_{Lx}、z 成分に関しては H_{Lz} に比例する磁気発生源が存在すると仮定し、H_x について逆解析を行う。具体的には、式(2-78)の準定常磁場に関する拡散型方程式に磁場発生源を式(2-88)の右辺第二項のようにデルタ関数を加えた形で表す。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}H_x + \left\{\alpha_1\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) - \alpha_2\frac{\partial}{\partial t}\right\}H_x = -\alpha_3\frac{\partial^2}{\partial x\partial z}H_{Lz}\delta(t)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0)$$
$$-H_{Lx}\delta(t)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0) \tag{2-88}$$

上の方程式を解くために、まず次のように x, y, t に関してフーリエ変換する。

$$\tilde{H}_x(k_x, k_y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t + ik_x x + ik_y y} H_x(x, y, z, t)dxdydt$$
$$\tilde{H}_z(k_x, k_y, z, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t + ik_x x + ik_y y} H_{Lz}\delta(t)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0)dxdydt \tag{2-89}$$

すると式(2-88)から次式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{H}_x - \left\{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) - i\alpha_2\omega\right\}\tilde{H}_x = -\left(i\alpha_3 k_x H_{Lz}\frac{\partial}{\partial z} + H_{Lx}\right)e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}\delta\left(z - z_0\right) \tag{2-90}$$

ここで、次のようなグリーン関数 $G_0(z, z_0, n)$ を考える。

$$G_0\left(z, z_0, n\right) = \frac{1}{2n}e^{-n|z - z_0|} \tag{2-91}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}G_0\left(z, z_0, n\right) - n^2 G_0\left(z, z_0, n\right) = \delta\left(z - z_0\right) \tag{2-92}$$

このグリーン関数を用いると、式(2-90)の解は以下のようになる。

$$\tilde{H}_x = -\left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right)e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}G_0\left(z, z_0, n\right) + c_7 e^{nz} + c_8 e^{-nz} \tag{2-93}$$

$$n = \sqrt{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \alpha_2 i\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\alpha_1{}^2\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \left(\alpha_2\omega\right)^2}}$$
$$+\frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{-\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\alpha_1{}^2\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \left(\alpha_2\omega\right)^2}} \tag{2-94}$$

荷電粒子デバイス表面で磁場 H_{x0} とその z に関する微分 $\dot{H}_{x0}$ が与えられているとする。すると境界 $z = 0$ で次式が成立する。

$$-\left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right)e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}G_0\left(0, z_0, n\right) + c_7 + c_8 = \tilde{H}_{x0}$$
$$-\left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right)e^{ik_x x_0 + ik_y y_0}G_0\left(0, z_0, n\right) + c_7 - c_8 = \frac{\dot{\tilde{H}}_{x0}}{n}$$
$$G_0\left(z, z_0, n\right) = \frac{1}{2n}e^{-nz_0}\ \left(\because 0 < z_0\right) \tag{2-95}$$

この式から c_7, c_8 を求めると、以下のような式になる。

$$c_7 = \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_{x0} + \frac{\dot{\tilde{H}}_{x0}}{n}\right) - \left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right) e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2n} e^{-nz_0}$$
$$c_8 = \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_0 - \frac{\dot{\tilde{H}}_0}{n}\right) \tag{2-96}$$

これより、式(2-90)の一般解は次式で与えられる。

$$\tilde{H}_x = \left\{ \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_{x0} + \frac{\dot{\tilde{H}}_{x0}}{n}\right) - \left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right) e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2n} e^{-nz_0} \right\} e^{nz} + \frac{1}{2}\left(\tilde{H}_{x0} - \frac{\dot{\tilde{H}}_{x0}}{n}\right) e^{-nz} \tag{2-97}$$

$z = 0$ において式(2-88)の準定常磁場に関する拡散型方程式から求められた境界条件は以下のようになる。

$$\tilde{H}_0 = -\left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right) e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2n} e^{-nz_0}$$
$$\dot{\tilde{H}}_0 = -n\left(i\alpha_3 k_x n H_{Lz} + H_{Lx}\right) e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} \frac{1}{2n} e^{-nz_0} \tag{2-98}$$
$$\left(0 < z_0\right)$$

逆解析として、この境界条件が与えられた場合に以下のような式(2-88)で仮定した磁場発生源を求める問題を考える。

$$H_{Lx}\delta(t)\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0) \tag{2-99}$$

逆解析には時間逆行方程式を用いる。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x + \left\{ \alpha_1 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \alpha_2 \frac{\partial}{\partial t} \right\} H_x = -\alpha_3 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} H_z \tag{2-100}$$

$t > 0$ の測定結果から $t = 0$ での磁場発生源を推定する。

$$\rho_x\left(x, y, z\right) = \lim_{t \to +0} H_x\left(x, y, z, t\right) \tag{2-101}$$

式(2-100)を x, y, t に関してフーリエ変換して、z 成分に関して H_{Lz} に比例するデルタ関数の磁気発生源を仮定した解析解である式(2-74)を代入すると以下の式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\tilde{H}_x - \left\{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + i\alpha_2\omega\right\}\tilde{H}_x = -i\alpha_3 k_x\left(c_3 k e^{kz} - c_4 k e^{-kz}\right) \tag{2-102}$$

境界条件を与えられた式の解は特殊解を χ とすると以下のようになる。ここで ε は n の複素共役となる。

$$\begin{aligned}
&\tilde{H}_x = \chi + c_9 e^{\varepsilon z} + c_{10} e^{-\varepsilon z} \\
&\varepsilon = \sqrt{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) - i\alpha_2\omega} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\alpha_1{}^2\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \alpha_2{}^2\omega^2}} \\
&-\frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{-\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\alpha_1{}^2\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \alpha_2{}^2\omega^2}}
\end{aligned} \tag{2-103}$$

次にこの特殊解 χ を求める。式(2-103)から以下のように表すことができる

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}\chi - \left\{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + i\alpha_2\omega\right\}\chi = -i\alpha_3 k_x\left(c_3 k e^{kz} - c_4 k e^{-kz}\right) \tag{2-104}$$

この方程式の解は以下のように求まる。

$$\begin{aligned}
&\chi = c_{11} e^{kz} + c_{12} e^{-kz} \\
&c_{11} = \frac{-i\alpha_3 k_x k c_3}{k^2 - \left\{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + i\alpha_2\omega\right\}} \\
&c_{12} = \frac{i\alpha_3 k_x k c_4}{k^2 - \left\{\alpha_1\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + i\alpha_2\omega\right\}}
\end{aligned} \tag{2-105}$$

これより得られた境界条件式(2-98)から c_9, c_{10} が以下のように求まる。

$$\begin{aligned}
&c_9 = \frac{-1}{2\varepsilon}\left\{c_{11}\left(\varepsilon + k\right) + c_{12}\left(\varepsilon - k\right) + \frac{1}{2}\left(-i\alpha_3 k_x H_{Lz} + H_{Lx}\right)\left(\frac{\varepsilon}{n} + 1\right) e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} e^{-nz_0}\right\} \\
&c_{10} = \frac{-1}{2\varepsilon}\left\{c_{11}\left(\varepsilon - k\right) + c_{12}\left(\varepsilon + k\right) + \frac{1}{2}\left(-i\alpha_3 k_x H_{Lz} + H_{Lx}\right)\left(\frac{\varepsilon}{n} - 1\right) e^{ik_x x_0 + ik_y y_0} e^{-nz_0}\right\}
\end{aligned} \tag{2-106}$$

すると、逆解析の結果は以下の式で与えられる。

$$\tilde{H}_x = c_9 e^{\varepsilon z} + c_{10} e^{-\varepsilon z} + c_{11} e^{kz} + c_{12} e^{-kz} \tag{2-107}$$

これを k_x, k_y, ω に関して逆フーリエ変換することで、$H_x(x, y, z, t)$が得られる。

$$H_x(x, y, z, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y} \tilde{H}_x(k_x, k_y, z, \omega) dk_x dk_y d\omega \tag{2-108}$$

2.2.5 準定常磁場の逆解析解を用いた 3 次元磁場分布の断層映像化

この H_z についての逆解析理論を基に、計算アルゴリズムの開発を行い、短絡点を 2 か所有する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルにおいて、内部の 3 次元磁場分布の断層映像化を行った。また、短絡点の座標を変えて数値計算を複数回行った。この数値計算では、z の増加による発散を防ぐために式(2-109)のように α を導入した。数値計算上で設定した計算範囲は 100 mm × 100 mm、画素数は 64 pixel × 64 pixel、境界条件である磁場分布の周波数は 10 Hz から 10 kHz とし、変化幅 10 Hz、導電率 $\sigma = 3.0\times10^{7}$、透磁率 $\mu = 1.0\times10^{-6}$ である。

$$\begin{aligned}
H_z(x, y, z, t) &= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 H_L \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y} \tilde{H}_z(k_x, k_y, z, \omega) dk_x dk_y d\omega \\
&= \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 H_L \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x(x-x_0) - ik_y(y-y_0)} \left\{ \begin{aligned} &-\frac{\sqrt{2}}{4} e^{kz - sz_0} \frac{\sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}}}{\sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}} \\ &+ i\frac{\sqrt{2}}{4} e^{-kz - sz_0} \frac{\sqrt{-\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}}}{\sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}} \end{aligned} \right\} dk_x dk_y d\omega \\
s &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + \omega\sigma\mu^2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} \sqrt{-\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}} \\
k &= \frac{\alpha}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \sqrt{-\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right) + \sqrt{\left(k_x{}^2 + k_y{}^2\right)^2 + (\omega\sigma\mu)^2}} \\
\alpha &= -0.15
\end{aligned} \tag{2-109}$$

そして、最終的に映像化関数として以下の式を用いた。

$$\rho(x, y, z) = \lim_{t \to +0} H_z(x, y, z, t) \tag{2-110}$$

図 2-4 (a) に、周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルを示す。短絡点は周期的層状荷電粒子デバイス表面から z 方向に 10 mm と 15 mm の異なる平面方向に同強度で 2 か所存在する。図 2-4 (b) に周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層磁場分布像を示す。同様に短絡点が周期的層状荷電粒子デバイス表面から z 方向に 5.0 mm と 15 mm の異なる平面方向に同強度で 2 か所存在する図 2-5 (a) のような周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルの数値計算により求めた周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層磁場分布像を図 2-5 (b) に示す。同様に短絡点が周期的層状荷電粒子デバイス表面から z 方向に 10 mm と 20 mm の異なる平面方向に同強度で 2 か所存在する図 2-6 (a) のような周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルの数値計算により求めた周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層磁場分布像を図 2-6 (b) に示す。汎用計算機 (Intel Core i7-6700 at 3.4 GHz、メモリ：8 GB) を用いてある z 座標の 1 枚の 2 次元磁場分布を再構成する計算時間は 1 秒である。これは準定常磁場に関する拡散型方程式の解析解を用いているため、初期モデルを設定し、解を探索、収束させていく方法に比べて計算は高速となる。本逆解析理論を用いることで、周期的層状荷電粒子デバイス表面での磁場の周波数依存複素データから荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布映像化が可能であることが示された。

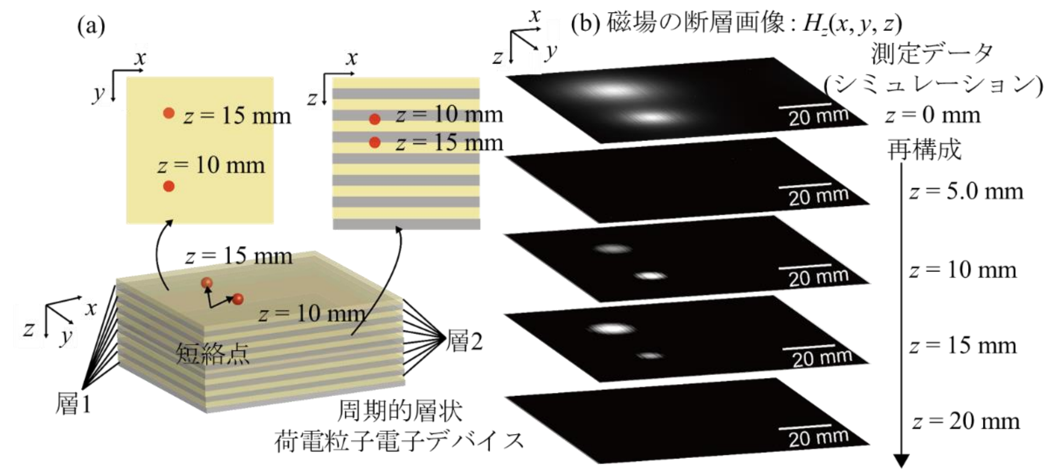


図 2-4 : z = 10 mm, z = 15 mm の異なる平面方向に同強度で 2 か所に短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの断層映像化概要図, (a) z = 10 mm, z = 15 mm の 2 か所に短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデル, (b) 3 次元磁場分布の断層映像.

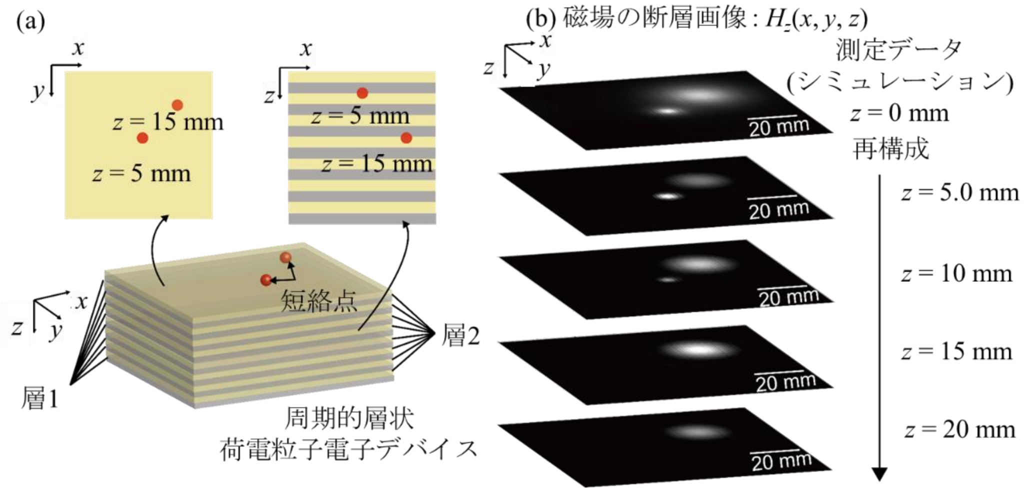


図 2-5 : z = 5.0 mm, z = 15 mm の異なる平面方向に同強度で 2 か所に短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの断層映像化概要図, (a) z = 5.0 mm, z = 15 mm の 2 か所に短絡点が存在する周期的荷電粒子デバイスの計算モデル, (b) 3 次元磁場分布の断層映像.

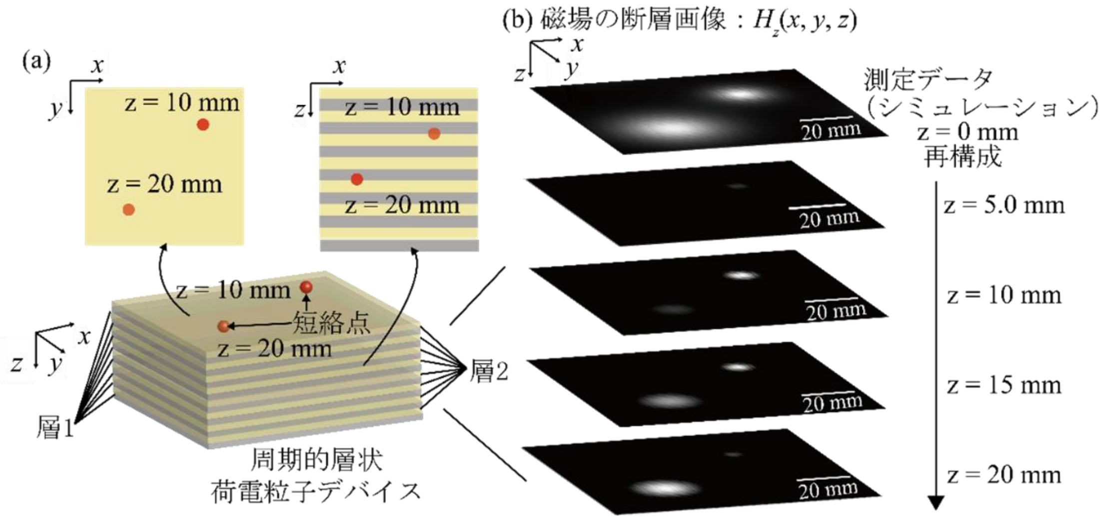


図 2-6 : z = 10 mm, z = 20 mm の異なる平面方向に同強度で 2 か所に短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの断層映像化概要図, (a) z = 10 mm, z = 20 mm の 2 か所に短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデル, (b) 3 次元磁場分布の断層映像.

次にこの H_x についての逆解析理論を基に、計算アルゴリズムの開発を行い、x 成分に関しては H_{Lx}、z 成分に関しては H_{Lz} に比例する短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルにおいて、内部の 3 次元磁場分布の断層映像化を行った。また、短絡点の座標や短絡強度を変えて数値計算を複数回行った。この数値計算では、z の増加による発散を防ぐために H_z と同様に α を導入した。数値計算上で設定した計算範囲は 100 mm × 100 mm、画素数は 64 pixel × 64 pixel、境界条件である磁場分布の周波数は 10 Hz から 10 kHz、変化幅

10 Hz、層 1 の厚さ $g_e = 100$ µm、層 2 の厚さ $g_c = 10$ µm、層 1 の導電率 $\sigma_e = 3.0\times10^6$、層 2 の導電率 $\sigma_c = 5.0\times10^6$、透磁率 $\mu = 1.0\times10^{-6}$ とした。

図 2-7 (a) に、周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルを示す。短絡点は周期的層状荷電粒子デバイス表面から z 方向に 10 mm の場所に $H_{Lx} = 1.0$, $H_{Lz} = 1.0$ の強度の短絡点が存在する。図 2-7 (b) に周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層磁場分布像を示す。同様に短絡点が周期的層状荷電粒子デバイス表面から z 方向に 10 mm の場所に $H_{Lx} = 1.0$, $H_{Lz} = 0$ と $H_{Lx} = 0$, $H_{Lz} = 0.5$ の強度の短絡点が存在する図 2-8 (a) のような周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルの数値計算により求めた周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層磁場分布像を図 2-8 (b) に示す。同様に短絡点が周期的層状荷電粒子デバイス表面から z 方向に 5 mm と 15 mm の異なる平面方向に $H_{Lx} = 1.0$, $H_{Lz} = 0.5$ と $H_{Lx} = 1.0$, $H_{Lz} = 0.5$ の強度の短絡点が存在する図 2-9 (a) のような周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデルの数値計算により求めた周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層磁場分布像を図 2-9 (b) に示す。本逆解析理論を用いることで、z 成分と x 成分の短絡が存在する場合においても磁場の周期的層状荷電粒子デバイス表面での磁場の周波数依存複素データから荷電粒子デバイス内部の x 成分のみの 3 次元磁場分布映像化が可能であることが示された。

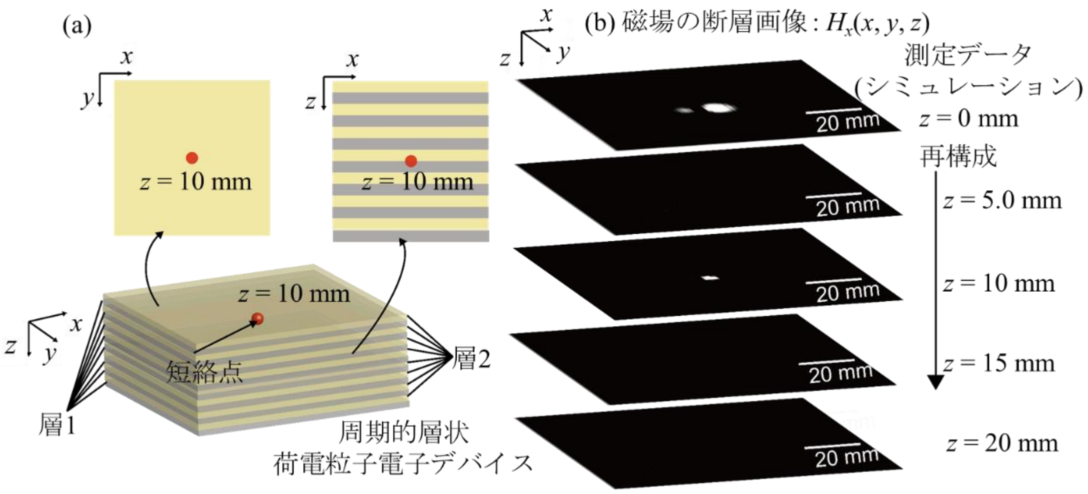


図 2-7 : z = 10 mm に $H_{Lx} = 1.0$, $H_{Lz} = 1.0$ の強度の短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの断層映像化概要図, (a) z 方向に 10 mm の場所に $H_{Lx} = 1.0$, $H_{Lz} = 1.0$ の強度の短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデル, (b) 3 次元磁場分布の断層映像.

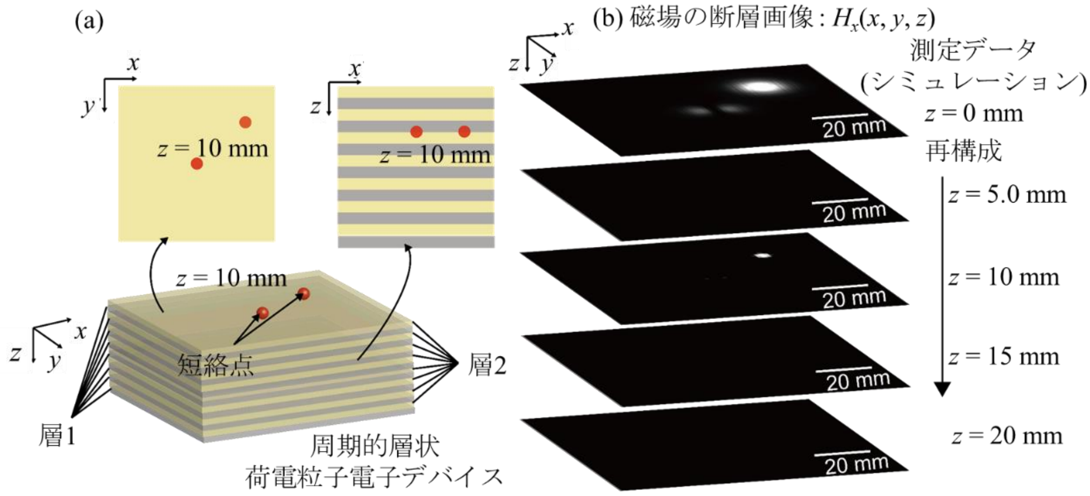


図 2-8 : z = 10 mm に H_{Lx} = 1.0, H_{Lz} = 1.0 と H_{Lx} = 0, H_{Lz} = 0.5 の強度の短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの断層映像化概要図, (a) z 方向に 10 mm の場所に H_{Lx} = 1.0, H_{Lz} = 0 と H_{Lx} = 0, H_{Lz} = 0.5 の強度の短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデル, (b) 3 次元磁場分布の断層映像.

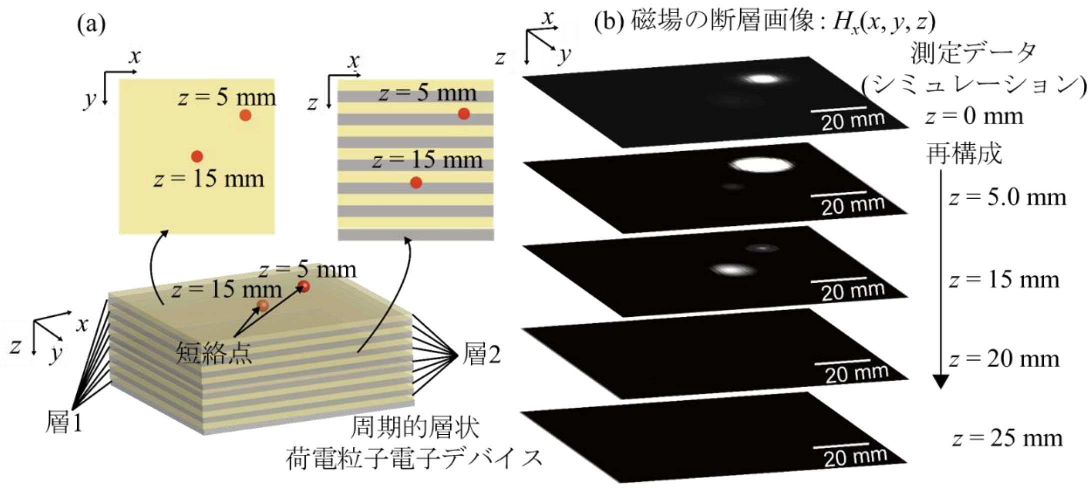


図 2-9 : z 方向に 5 mm と 15 mm の異なる平面方向に H_{Lx} = 1.0, H_{Lz} = 0.5 と H_{Lx} = 1.0, H_{Lz} = 0.5 の強度の短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの断層映像化概要図, (a) z 方向に 5 mm と 15 mm の異なる平面方向に H_{Lx} = 1.0, H_{Lz} = 0.5 と H_{Lx} = 1.0, H_{Lz} = 0.5 の強度の短絡点が存在する周期的層状荷電粒子デバイスの計算モデル, (b) 3 次元磁場分布の断層映像.

2.3 本章のまとめ

本章では、静磁場の基礎方程式の再構成理論と準定常磁場の 3 次元再構成理論の詳細を

述べた。従来の Roth の方法では基礎方程式の特殊解を用いて、ある平面内の 2 次元電流を可視化する限定された範囲でのみ適用可能であり、3 次元的に磁気発生源が存在する場合再構成画像に虚像が生じる問題があった。それに対し、静磁場の基礎方程式の解析解を用いた再構成理論は磁場の基礎方程式の一般解を用いているため、測定面の分かつ両空間に磁気発生源が存在する場合でも、磁気発生源近傍の磁場分布を再構成可能となる。また、磁場の基礎方程式から周期的層状荷電粒子デバイス内の準定常磁場の拡散方程式を導き、その拡散方程式の解析解を導出した。静磁場の再構成理論で再構成されるのは 2 次元的な薄膜内に閉じ込められた磁場分布であり、3 次元的な磁場発生源の存在する対象物に本技術を適用すると、測定面から深さ方向にスペクトラム空間で指数関数の重みを付けて、合成されたものとなる。そのため静磁場の再構成理論では、3 次元的な深さ情報を定量的に得ることが難しかった。これに対し、準定常磁場の再構成理論では、導体において深さ情報を含む周波数依存複素データを用いることで、周期的層状荷電粒子デバイス内の 3 次元的な磁場が映像可能なことが大きな特徴となる。本理論は周期的層状荷電粒子デバイス内部にある導電率の異なる 2 層を平均化して連続化した拡散方程式を導き、この方程式の周期的層状荷電粒子デバイス表面における境界条件を導く。その境界条件は表面から離れた場所での磁場の周波数依存複素データを計測することで得られる。逆問題は連続化した拡散方程式を上記境界条件を用いて解析できる。最終的な逆問題の解が時間 $t=0$ と置くことで得られる。これらのプロセスは従来の静磁場の再構成理論の場合のラプラスの方程式を用いた逆解析と類似のもので自然な時間依存系への拡張となっている。そして結果として 3 次元映像が得られる。この準定常磁場の逆解析理論は、周期的層状荷電粒子デバイス内リチウムイオン蓄電池や積層セラミックコンデンサ等の層ごとの電流密度分布の断層映像化への応用が可能であり、荷電粒子デバイスにおいて各層ごとに故障解析が可能となる非破壊検査手法として用いることができると期待される。

参考文献

1) B.J. Roth, N.G. Sepulveda and J.P. Wikswo: Journal of Applied Physics. **65** [1](1989)361.

2) K. Kimura, Y. Mima, N. Oyabu, T. Inao and N. Kimura: Journal of the japanese society for non-destructive inspection. **2** (2013).

3) 木村建次郎, 美馬勇輝, 木村憲明, 弓井孝佳, 森康成, 星島一輝, 中田成幸 and 土井恭二: *非破壊モニタリングのための 3 次元データ解析技術および装置技術* (NTS, 2015).

4) H. Kazuteru, N. Shigeyuki, M. Yuki and K. Kenjiro: コンクリート構造物の非破壊検査シンポジウム論文集. (2015).

5) K. Kimura, Y. Mima and N. Kimura: Journal of the institute of electrical engineers of japan. **4** (2015).

6) 木村建次郎, 野本和誠, 小畑恵子, 鈴木智子, 美馬勇輝, 大藪範昭, 稲男健 and 木村憲明: presented at 第 28 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, 2014.

7) 木村建次郎, 田村沙綾, 木村憲明, 山下祐司, 河野誠之, 田中優子, 三木万由子, 広利浩一, 橋本知久, 佐久間俶子 and 高尾信太郎: presented at 第 24 回日本乳癌学会学術総会, 2016.

8) Y. Mima, N. Oyabu, T. Inao, N. Kimura and K. Kimura: presented at IEEE CPMT Symposium Japan, 2013.

9) 美馬勇輝, 木村憲明 and 木村建次郎: ケミカルエンジニアリング. **7** (2015).

10) 木村建次郎, 美馬勇輝, 木村憲明, 大藪範昭 and 稲男健: エレクトロニクス実装技術. **28** (2012).

11) 木村建次郎, 稲垣明里, 鈴木章吾, 松田聖樹, 美馬勇輝 and 木村憲明: presented at 第 30 回最先端実装技術・パッケージング展アカデミックプラザ, 2016.

3　透磁率イメージングシステム

3.1　序言

交通施設、イベント会場、学校等、多くの人が集まる場所での凶悪事件が世界各地で多発しており、有効な安全対策技術の開発と早期普及が不可欠である。米国では一日に約 105 人が拳銃による事件で命を落としており [1)]、銃社会においては拳銃所持に対する社会的な防犯インフラの充実は急務である。現在、空港や駅、娯楽施設のセキュリティでは後方散乱 X 線検査装置 [2)]やミリ波パッシブ検査装置 [3)]が用いられている。銃や刃物のような危険物は鉄等高透磁率の物質で構成されていることから、近年磁気イメージングによる検出手法が着目されている [4)]。静的、準静的な磁界が生体、非磁性体の金属を透過することから様々な環境下で計測可能である。しかし、様々な環境で磁気による計測を行う上で環境磁場によるノイズが問題となり、一般的に超高感度磁気計測を行うことは困難である。そのため、例えばてんかんの予防検査として知られる脳磁場の計測には磁気シールドが用いられている。また、磁気センサと測定対象物の距離が大きくなると構造の特徴を持つ磁場分布像を得ることが不可能で、“ぼやけた“磁場分布像となる。このような問題を解決するために、我々はこれまで画像再構成理論の開発を進めてきた。本理論はこの環境磁場の影響を含めた静磁場の基礎方程式の解析解を用いて、遠方の磁場分布を再構成する。これにより、磁気シールドを用いることなく、様々な環境での磁気計測を行うことが可能となる。また、解析解を用いるため高速かつ一意性がある。本理論は、測定対象の形状や構造に依らないため様々な応用分野に活用可能となる。そこで本研究では超高感度磁気計測と“磁界の計測結果を境界条件として磁場発生源近傍の磁場分布を逆解析する画像再構成理論”に基づくアクティブ式透磁率イメージングシステムの開発を行った。透磁率な物質である強磁性体が存在すると周囲の磁束が集束する。この効果は主に磁気シールドなどで用いられており、超電導量子干渉素子 (SQUID : Superconducting Quantum Interference Devise) 磁束計等による生体磁場の計測 [5)]など微弱な磁場の計測を行う際に実験系を高透磁率物質で囲うことで、磁束が高透磁率物質に集束し、外部磁場を遮蔽することが可能となる。本システムでは外部から均一な磁場を与え、その磁場の空間分布を計測することにより透磁率分布を計測する。この計測概念を図 3-1 に示す。計測領域に高透磁率物質である強磁性体が存在すると周囲の磁束が強磁性体に集束する。これにより、強磁性体付近の磁気センサ検知部分に流れる磁束が増加し、磁気センサの信号強度が増加することで強磁性体を検知している。

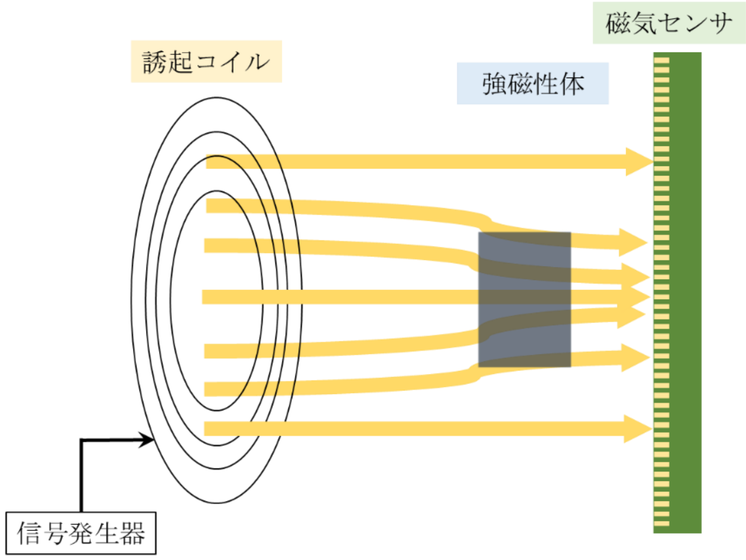


図 3-1 : 透磁率イメージングシステムの概念図.

3.2 磁気センサ

磁気センサは磁界を検出し電気信号として出力する素子である。磁気センサは磁気記録用磁気ヘッドや電流センサ、磁気方位センサ、生体磁気計測等に用いられている。ピコテスラスケールの微小磁界が検出可能な磁気センサとしては、磁気センサは SQUID や磁気インピーダンス効果 (MI : Magneto-Impedance) センサ [6) 7)] 、フラックスゲートセンサ、トンネル磁気抵抗効果素子 (TMR : Tunneling Magnetoresistance) センサが知られている。本節では、本研究で使用した TMR センサ、MI センサの磁気検出原理について紹介する。また、このような高感度で、磁気変動検出範囲の狭く、測定試料、モータ等測定システムの残留磁化や地磁気や電気配線のような磁気雑音により磁気変動検出範囲を超えてしまうという問題がある。その問題を解決するために開発したフィードバック回路によるキャンセルコイルを用いたアクティブ式磁気シールドシステムについて紹介する。また、ニッケル箔を用いた短絡模擬電池を作製し、そのシステムの有用性の評価を行った。

3.2.1 トンネル磁気抵抗効果磁気センサ

強磁性薄膜層の電気抵抗が外部磁場によって数十% (磁気抵抗効果比) 以上変化する巨大磁気抵抗効果 [8)]を活用した磁気センサが、主にハードディスクの磁気記録の読出し用途に発展してきた。その発展型である TMR は、磁気抵抗効果比が数百%に到達し、 室温にてピコテスラスケールの磁場を検出可能である。この TMR 素子は、冷却不要であるため、測定対象に接近させることが可能で、“高い空間分解能での磁場計測”に適している。また、半導体の微細化プロセスが適用可能であることから、小型、軽量化できる。磁気抵抗効果とは、試

料に磁場を印加したとき、試料の電気抵抗が変化する現象である。電子には、電荷とスピンという 2 つの性質を持つ。荷電粒子が角運動量をもつと磁気モーメントが発生するので、個々の電子が微小な磁石として、スピンの向きを自由に変えることができる。スピンは磁場ゼロの状態ではエネルギー的に縮退しているが、磁場をかけるとゼーマン分裂により、磁場に平行な磁気モーメントをもつアップスピン電子と磁場に反平行な磁気モーメントをもつダウンスピン電子の 2 つの状態にエネルギーが分裂する。アップスピン電子がダウンスピン電子より抵抗率が低いため、磁化状態の変化による電気抵抗の変化が観測される。トンネル磁気抵抗効果 (TMR 効果) は、磁気抵抗効果の 1 つである。2 つの金属薄膜もしくは半導体薄膜の間に数 nm オーダーの非常に薄い絶縁体の薄膜 (トンネル障壁層) を挟んだ積層構造膜をトンネル接合と呼ぶ。このような絶縁層を挟んだ多層膜の上下に電圧を印加した場合、片側の電極の電子は量子力学的な波動関数のしみだしにより絶縁層を通過し、もう一方の電極にトンネルすることができる。この量子力学的効果をトンネル効果と呼ばれる [8)]。トンネル接合の中でも、絶縁層の両側が強磁性薄膜であるものを強磁性トンネル接合という (図 3-2) 。2 つの強磁性層は通常、膜厚や物質を変えるなどして保磁力が異なるように作製する。2 つの強磁性体のうち、外部磁場によって磁化の向きが変化しない層をピン層、外部磁場によって磁化の向きが変化する層をフリー層と呼ぶ。アップスピンとダウンスピンで電子が絶縁体を透過する確率が異なるため、電子がトンネルする過程で受けるトンネル抵抗の大きさは 2 枚の強磁性体薄膜の磁化の向きが平行のときに小さく、反平行のときに大きくなる性質が現れる。この現象が TMR 効果である。電気抵抗の変化率は MR 比といい式(3-1)のように定義され、強磁性トンネル接合素子の最も重要な性能指数となる。ここで ρ_{AP} は 2 つの磁性層の磁化の向きが反平行のときの抵抗であり、ρ_P は 2 つの磁性層の磁化の向きが平行のときの抵抗である。

$$\mathrm{MR} = \frac{\rho_{AP} - \rho_P}{\rho_{AP}} \tag{3-1}$$

強磁性体には、主に Fe や Co あるいはそれらの合金が用いられる。絶縁体には Al_2O_3 が用いられることが多い。TMR の特徴として、2 つの磁性層が絶縁層で隔てられており、磁性層間の磁化の結合が弱いため、磁化反転に要する磁場が弱いことがある。磁化の平行・反平行は保磁力の差によって実現されている。TMR において電流は層面に対して垂直に流れる。絶縁層を通してトンネル効果で流れるため非常に抵抗が高いため、特に微細加工を施さなくても抵抗の測定が可能である。

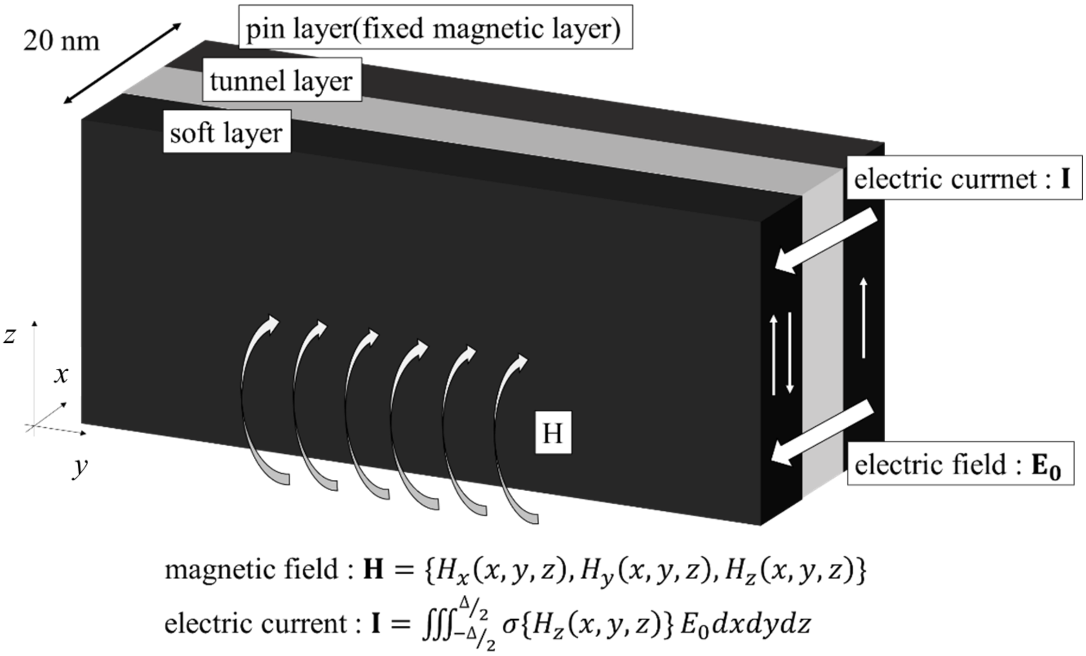


図 3-2 : TMR の概要.

トンネル伝導の古典論を用いると、トンネル磁気抵抗効果の原理は次のように理解される。電子はトンネルする過程でそのスピンの情報を失わず、アップスピン電子はアップスピンの電子状態へ、ダウンスピン電子はダウンスピンの電子状態へトンネルする。このときトンネルする電子のコンダクタンス は上向きスピンの状態数の積と下向きスピンの状態数の積の足し合わせで与えられる。すなわち 2 つの強磁性層の磁化が平行と反平行のときではコンダクタンスに差異が生じることになる。トンネル接合の左右のリード線をおのおの L、R と記す。電子のトンネル過程が電子の波数に依存しないとすると、トンネルコンダクタンスは左右のリード線のフェルミ準位での状態密度の積に比例して式(3-2)のように表される。

$$\Gamma \propto \sum_{S} D_{L_S}(\varepsilon_F) D_{R_S}(\varepsilon_F) \tag{3-2}$$

ここで、 $D(\varepsilon) = \sum_k \delta(\varepsilon - \varepsilon_k) / N$ となり、一原子あたりの状態密度を表す。またトンネル伝導に寄与する電子は金属層内のフェルミ面上の電子であることを考慮している。S はスピン (+, ー) を表す。比例係数には電子が障壁を透過する際の透過係数を含む。この比例係数にはスピン依存性がないとする。この近似式を用いると、左右のリード線の磁化が平行 (P) 、反平行 (AP) の場合のコンダクタンスは式(3-3)のようになる。

$$\Gamma_P \propto D_{L+}D_{R+} + D_{L-}D_{R-}$$
$$\Gamma_{AP} \propto D_{L+}D_{R-} + D_{L-}D_{R+} \tag{3-3}$$

ここでは、 $\rho_{P(AP)} \leftrightarrow \Gamma^{-1}{}_{P(AP)}$ という対応関係があるので、MR 比は

$$\mathrm{MR} = \frac{\Gamma^{-1}{}_{AP} - \Gamma^{-1}{}_{P}}{\Gamma^{-1}{}_{AP}} = \frac{\Gamma_P - \Gamma_{AP}}{\Gamma_P} = \frac{2P_L P_R}{1 + P_L P_R} \tag{3-4}$$

とスピン分極を用いても表現できる。ここで状態密度を用いて、スピン分極は次のように定義されている。

$$P_\xi = \frac{D_{\xi+} - D_{\xi-}}{D_{\xi+} + D_{\xi-}} \tag{3-5}$$

ここで、$\xi = L, R$ である。トンネル抵抗そのものには透過率に支配的であるが、これは MR 比の式には出てこず、MR 比はスピン分極率により決まることがわかる。左右の強磁性体の磁化方向が平行な場合、フリー層ではフェルミ準位において上向きスピン電子の状態密度が大きい、またピン層も上向きの電子の状態密度が大きいので、式(3-3)よりコンダクタンスが大きくなりトンネル電流は大きくなる。一方、左右の強磁性体の磁化方向が 反平行な場合、上向きスピンに関しては、フリー層の電子の状態密度は大きいがピン層では状態密度は小さく、下向きスピンに関しては、フリー層の電子の状態密度が小さいがピン層では状態密度は大きくなるので、式(3-3)よりコンダクタンスが小さくなりトンネル電流は小さくなる。すなわち、外部磁界に応じて、磁化平行状態と磁化反平行状態では、それぞれの抵抗が異なり、トンネル電流の大きさが変化する。

以下の表 3-1 に本研究で用いた TMR センサの性能を示す。

表 3-1 : TMR センサの性能.

最大動作周波数	5 MHz
磁気感度	1.0 %/G
ノイズレベル	200 pT/Hz$^{0.5}$ at 10 kHz
検出範囲	±3 mT
センササイズ	0.89 mm×0.89 mm×約 1 nm

3.2.2 磁気インピーダンス磁気センサ

本節では磁気インピーダンス効果を用いた磁気センサについて述べる。1993 年に毛利らは、アモルファス磁性ワイヤの磁気インピーダンス効果が外部磁界に敏感に応答にすることを見出し、常温で微弱磁場が計測可能な高感度磁気センサを実現した [9]。高透磁率磁性体に高周波電流やパルス電流を流すと、電流は表面だけに流れる。これは表皮効果であり、電流が流れる表面層の深さは、以下のように求まる。ここで、ρ は導体の電気抵抗率、μ は電流と直交方向の透磁率、ω は通電電流の角周波数である。

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu\omega}} \tag{3-6}$$

外部磁界の大きさにより μ が変化することによって、インピーダンスが変化する。これは磁気インピーダンス効果と呼ばれる。この磁気インピーダンス効果は零磁歪アモルファス磁気ワイヤで顕著なインピーダンス変化が現れ、そのインピーダンスは式**(3-7)**(**3-7**)のように表される。ここで、a は磁性アモルファスワイヤの半径、l は磁性アモルファスワイヤの長さ、 R_ω は磁性アモルファスワイヤのオーミック抵抗, ρ は磁性アモルファスワイヤの電気抵抗率、μ_θ は円周方向の透磁率である。1 MHz 以上の高周波電流をワイヤに通電したときワイヤのインピーダンスは、数 Oe という磁界に対して数 10 %以上の変化が生ずる。

$$Z_\omega = \sqrt{\frac{a^2 R_\omega{}^2}{8\rho} + \frac{l^2\rho}{2\pi^2 a^2}}\sqrt{\omega\mu_\theta} \tag{3-7}$$

ワイヤの長手方向に外部磁場が印加された場合、図 3-3 のようにワイヤ内部の円周方向の磁化ベクトルが、ワイヤ方向に回転することで、円周方向磁化が変化する。これにより、式(3-7)の μ_θ が変化し、これによる Z_ω の変化をワイヤに巻かれたピックアップコイルのワイヤへの印加高周波電流により誘起された磁場の誘導電流により検出する。表 3-2 に今回使用した MI センサの諸仕様を掲載する。

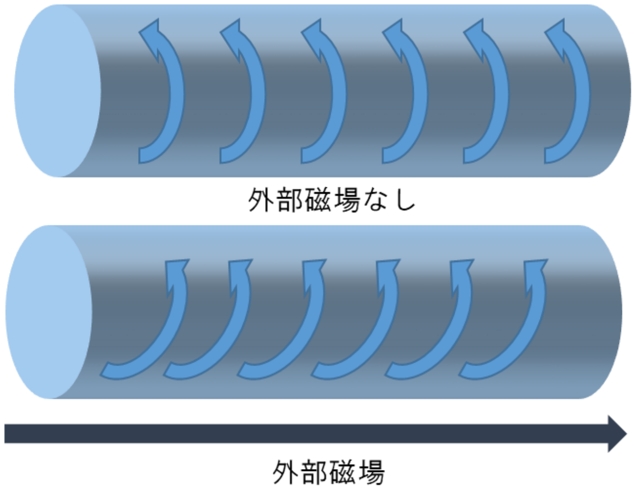


図 3-3 : アモルファス磁気ワイヤの磁気インピーダンス効果の概要.

表 3-2 : MI センサの諸仕様.

磁気変動検出範囲	4.0 μTp-p
感度	4.0 V/μT
ノイズレベル at 0.1 Hz	200 pT/Hz$^{0.5}$
空間分解能	5.0 mm
リニアリティ	2 %FS

3.2.2.1 マルチ MI センサモジュール

磁気分布の計測を高速に行うために、図 3-4 のような MI センサを 1 cm 間隔に 24 個集積したマルチ MI センサモジュールを用いた。このセンサモジュールはピックアップコイルのワイヤへの印加高周波電流を共通化しており、センサ同士の相互干渉を防いでいる。

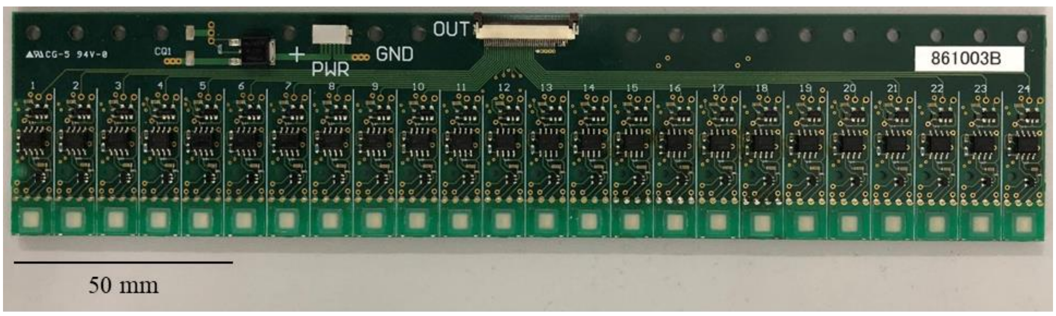


図 3-4 : マルチ MI センサモジュールの光学写真.

マルチ MI センサモジュールは各センサでは個体差により感度が異なる。そのため、感度

差検出システムの開発を行い、そのシステムを用いて感度の補正を行った。図 3-5 に感度差検出システムのブロックダイアグラムを示す。信号発生器により感度差検出用コイル (図 3-6 (a)) に交流電流を印加し、そこから発生する磁場を磁気センサにより検出する。図 3-6 (b) のように感度差検出用コイルは 7.6 cm 間に 20 周の配線を配置している。この時、信号発生器を制御 PC により制御し、初期電流値 0 mA_{p-p} から終了電流値 16 mA_{p-p} までの電流間隔 3.25 mA_{p-p} で測定を行うことにより磁気センサの感度係数を計測した。また、x モータを制御 PC により制御し、センサ間隔である 1 cm ずつセンサを移動させ、同一位置での各磁気センサの感度係数を計測する。この時、磁気センサと感度差検出用コイルの距離は 10 cm で行った。測定により得られたマルチ MI センサモジュールの各センサの感度係数を図 3-7 (a) に示す。また、そこから求められる感度差を規格化した値を図 3-7 (b) に示す。この結果から各センサの感度差には 10 %程度のばらつきがみられるため、感度補正の必要性が示された。感度補正はセンサの出力値を AD 変換後感度差により除算することにより行う。

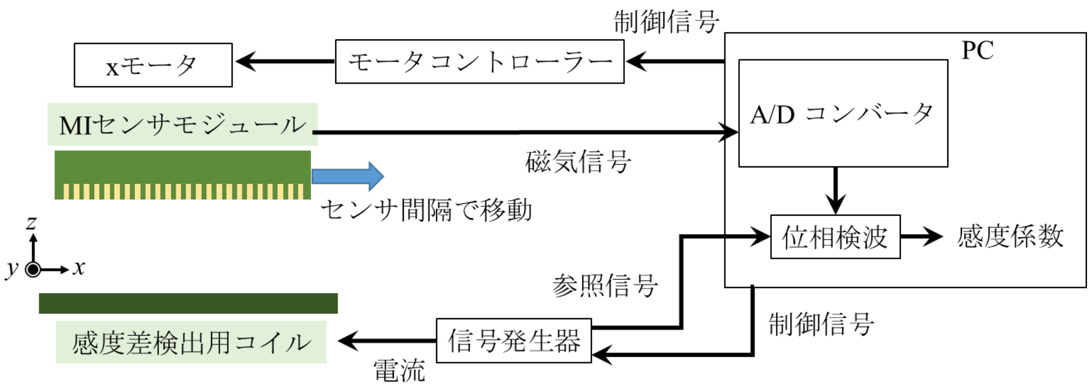


図 3-5 : 感度差検出システムのブロックダイアグラム.

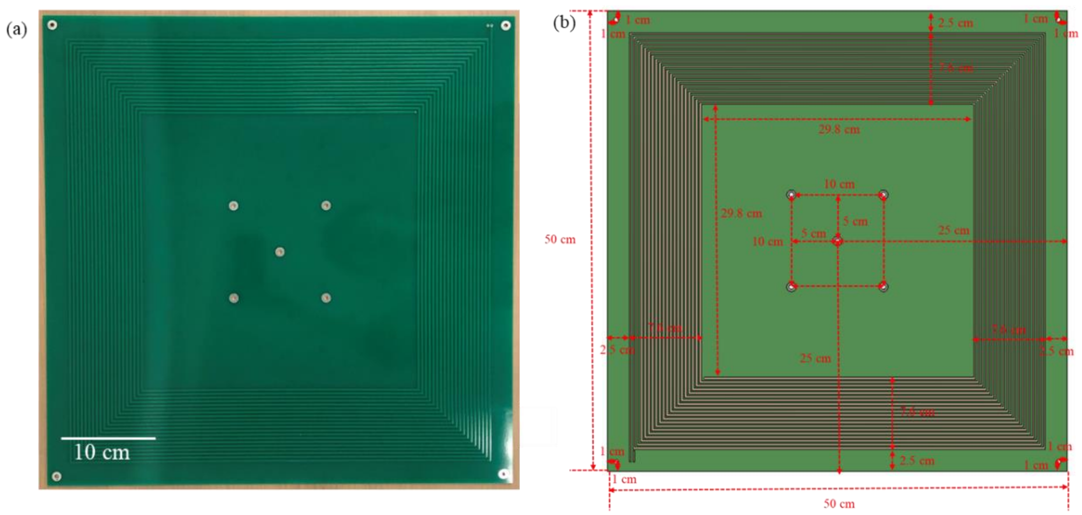


図 3-6 : (a) 感度差検出用コイルの光学写真, (b) 感度差検出用コイルの設計概要.

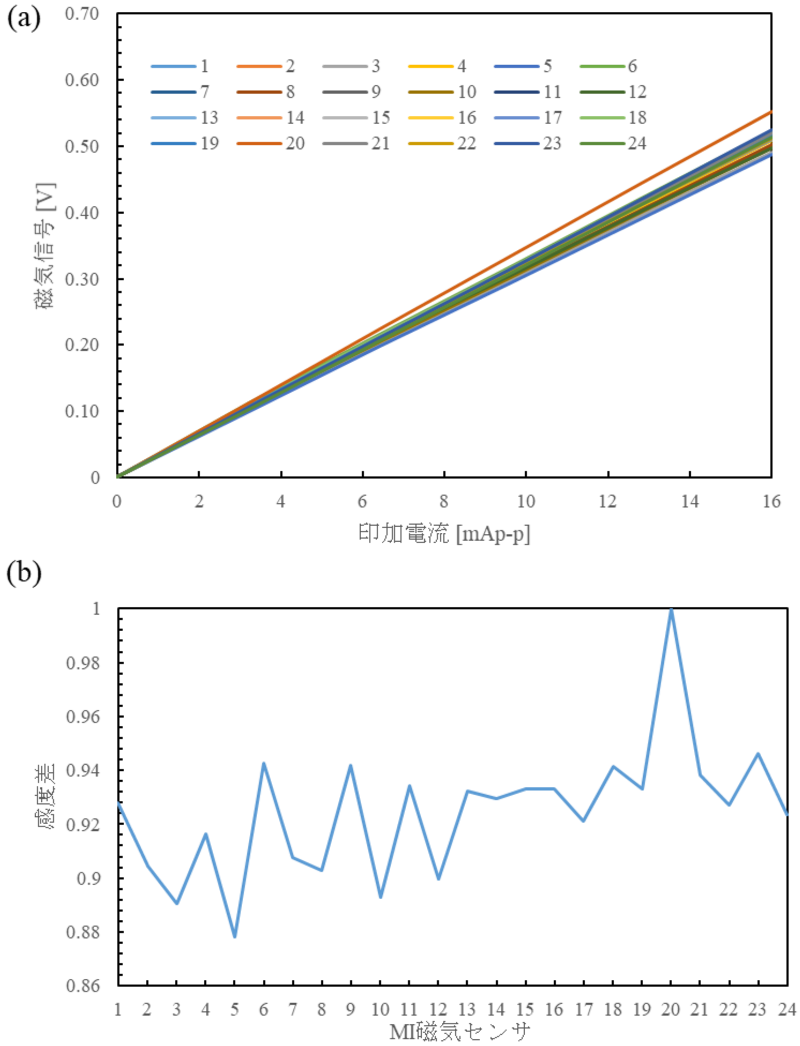


図 3-7 : マルチ MI センサモジュールの各センサの感度補正概要図, (a) マルチ MI センサモジュールの各センサの感度係数, (b) マルチ MI センサモジュールの各センサの感度差.

3.2.3 アクティブ式磁気シールドシステムの概要

本研究に用いる MI センサや TMR センサは高感度であるため、磁気変動検出範囲が狭く、地磁気や測定試料、モータ等測定システムの残留磁化により磁気変動検出範囲を超えてしまうという問題がある。M. Noda が測定した外部磁場とアモルファスワイヤ間の電位差の関係 [10]は図 3-8 のようになることから磁場に対する出力信号が直線性を示す範囲は狭くなることが分かる。このような場合ニッケルを主成分とした高透磁率合金パーマロイを用いた磁気シールドルーム内で測定を行うのが一般的である。しかし、磁気シールドルームを用いると大規模な設備となり、磁気計測を様々なシステムに適用する上で障壁となる可能性が

ある。そこで本研究ではフィードバック回路によるキャンセルコイルを用いたアクティブ式磁気シールドシステムを開発したのでその概要を以下に示す。図 3-9 に概要図を示す。磁気センサの出力と設定値 (ゼロ磁場状態のセンサの出力) との差に比例した信号にローパスフィルタ (LPF : Low-Pass Filter) を通しキャンセルコイルに出力し、地磁気や測定試料等の残留磁化により生じる磁場を打ち消す。ここで LPF のカット周波数を測定試料に流す交流電流の周波数より小さくすることにより交流電流を流すことにより生じる測定試料から誘起された交番磁場は打ち消されず、地磁気や測定試料等の残留磁化により生じる変動のない磁場のみを打ち消すことが可能となる。

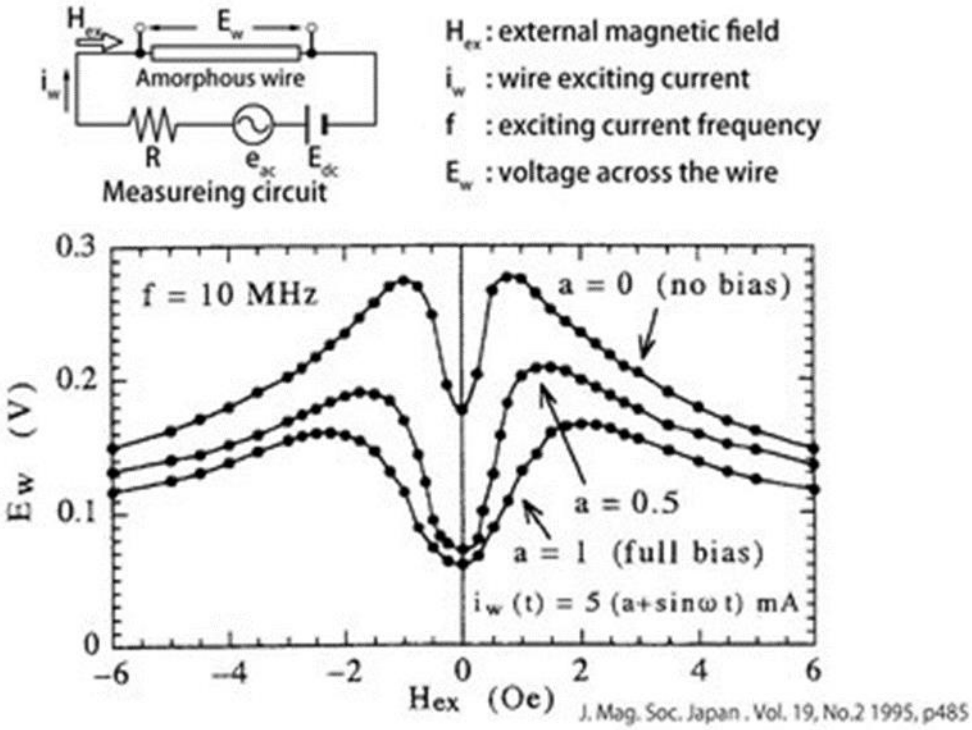


図 3-8 : M. Noda が測定した外部磁場とアモルファスワイヤ間の電位差の関係.

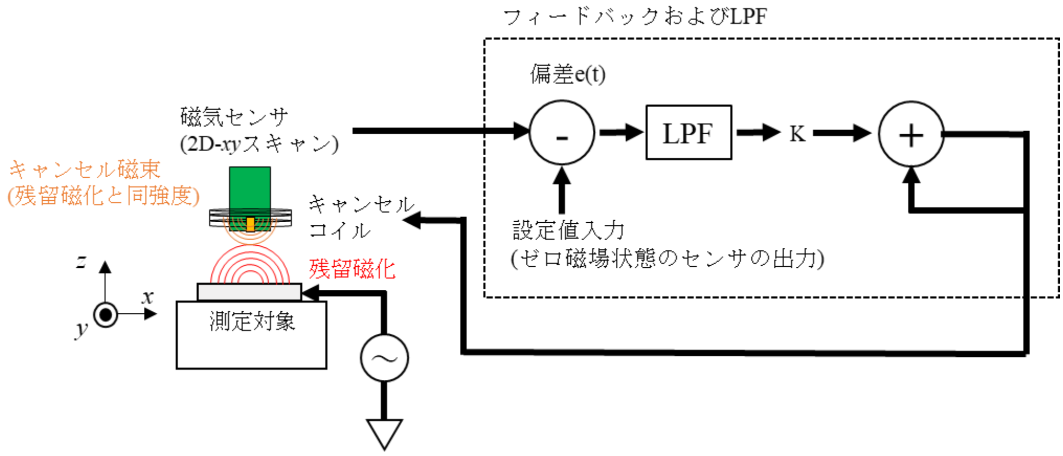


図 3-9：フィードバック回路によるキャンセルコイルを用いたアクティブ式磁気シールドシステムの概要.

図 3-10 (a), (b) に設計した回路図および回路の光学写真を示す。このフィードバック回路の 1 ループでの電圧の変化は図 3-10 (a) の抵抗 $R_{1\sim6}$、$C_{1,2}$ を用いると式(3-8)のようになる。ここで、V_{CAN1} を 1 ループ前の出力電圧、V_{CAN2} を 1 ループ後の出力電圧とする。

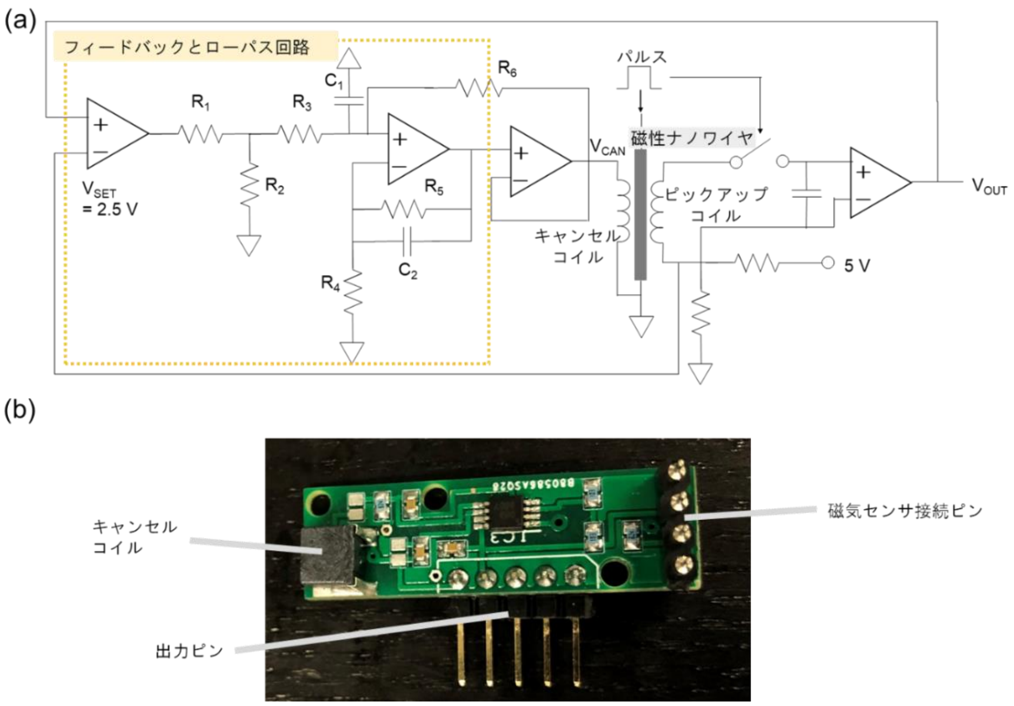


図 3-10：アクティブ式磁気シールドの概要図, (a) アクティブ式磁気シールドの回路図, (b) アクティブ式磁気シールドの光学写真.

$$V_{CAN2} = \frac{R_3\left(R_4 + R_5 + i\omega C_2 R_4 R_5\right)\left\{R_3 V_{CAN1} + \dfrac{R_2 R_6}{R_1 + R_2}\left(V_{OUT} - V_{SET}\right)\right\}}{\left(R_3 + R_6 + i\omega C_1 R_3 R_6\right)\left(R_4 + i\omega C_2 R_4 R_5\right)} \tag{3-8}$$

式(3-8)からフィードバック回路が成り立つためには $R_3 = R_4$、$R_5 = R_6$ という条件が必要となる。また、$R_3 = R_4 = R_5 = R_6$、$C_1 = C_2$ とした場合にこのフィードバック回路の 1 ループのカットオフ周波数 f_c は式(3-9)のように決定される。

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} \tag{3-9}$$

MI センサの場合磁気検出回路内にピックアップコイルを用いている。そこで、上述したフィードバック回路の出力をピックアップコイルに印加することにより、ピックアップコイルとキャンセルコイルを同一として小型化した内部コイル式アクティブ式磁気シールドシステムとすることが可能である。図 3-11 に設計した回路図を示す。このシステムを用いた MI センサの磁気変動検出範囲は約 450 $\mu T_{p\text{-}p}$ となる。また、内部コイル式アクティブ式磁気シールドシステムの有無による感度、ノイズ密度をそれぞれの場合に計測し比較した。このとき、磁気シールドシステム無の場合電流増幅器の前に AC カップリングを入れ、その遮断周波数は 0.1 Hz としている。磁気シールドシステム有の場合のローパスフィルタの遮断周波数は 0.0072 Hz としている。感度は直線電流の磁場の計測結果と計算により求めた磁場の強度から算出を行った。磁場と電流の関係を表したビオサバールの法則から無限遠直線電流の磁場は式(3-10)で表すことができる。ここで、磁場は B、電流は I、センサと試料間の距離は r、透磁率は μ とする。各パラメータを代入することにより以下のように磁場強度を算出することができる。この値から磁気シールドシステムの有無のそれぞれの感度を求めた。感度は 1 Hz にて磁気シールドシステムの無の場合 4.6 V/μT、磁気シールドシステムの有の場合 1.2 V/μT となる。ノイズ密度の計測結果は図 3-12 に示した。この結果からアクティブ式磁気シールドシステムを用いてもノイズ密度は変わらず、磁気変動検出範囲が広い状態で測定が可能となることが分かる。

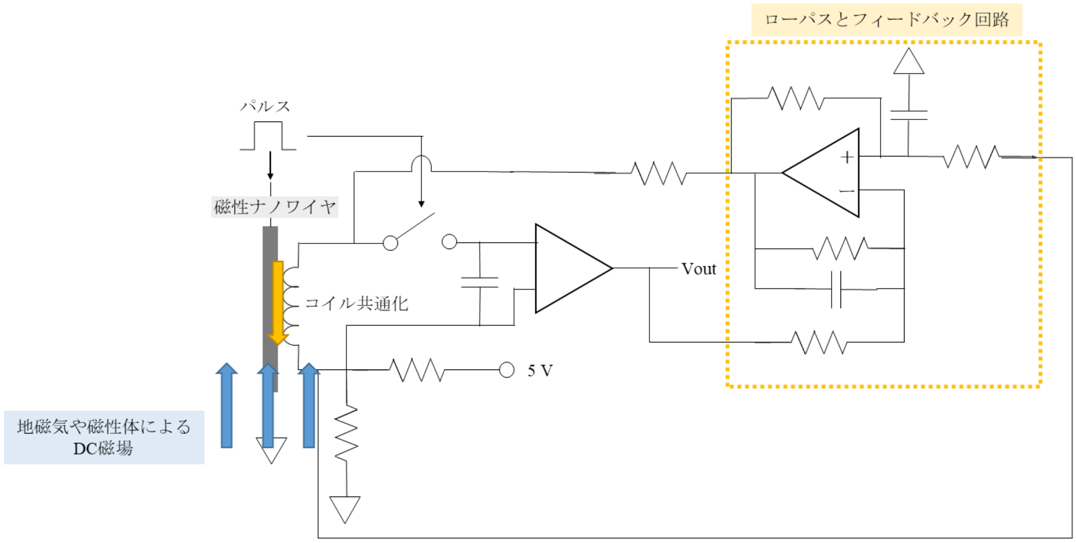


図 3-11 : 内部コイル式アクティブ式磁気シールドの回路図.

$$
\begin{aligned}
&B=\frac{\mu I}{2\pi r}=\left(4\pi\cdot 10^{-7}/2\pi\right)\frac{I}{r}\\
&r=20\ \mathrm{mm}, I=20\ \mathrm{mA}\\
&B=20\,\mu\mathrm{T}
\end{aligned}
\qquad (3\text{-}10)
$$

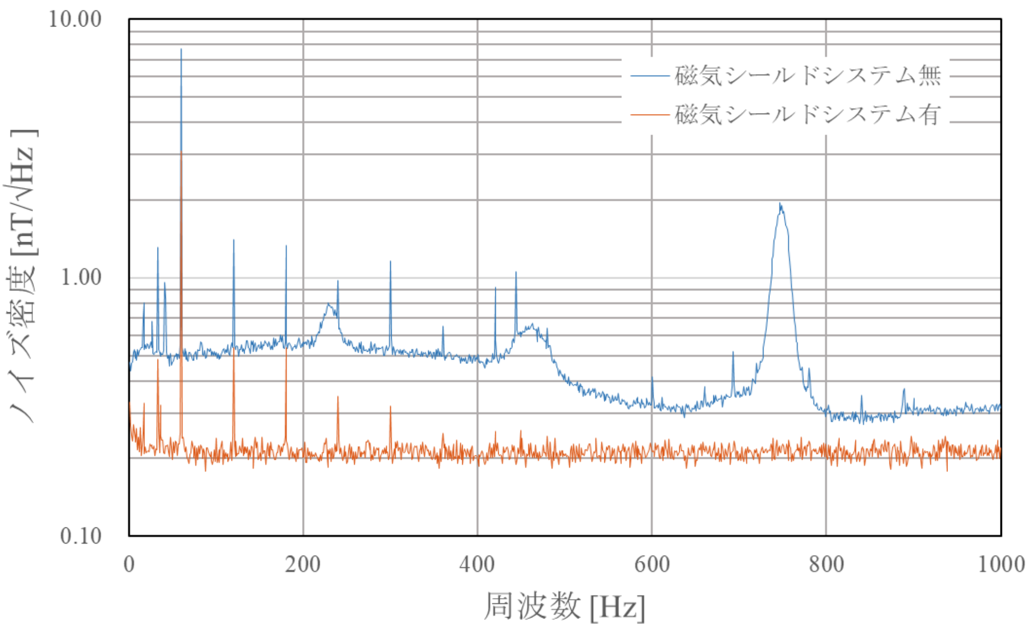


図 3-12 : アクティブ式磁気シールドシステムの有無によるノイズ密度の比較.

3.2.4 アクティブ式磁気シールドシステムの検証実験

図 3-13 に示すニッケル箔を用いた短絡模擬電池を作製し、アクティブ式磁気シールドシステムの有無において短絡模擬電池の磁気分布結果を比較することにより本システムの有用性の評価を行った。図 3-13 に磁気分布測定範囲を示す。使用した磁気映像化システムのブロックダイアグラム、光学写真を図 3-14 (a), (b) に示す。磁気映像化システムは制御 PC や AD コンバータ、信号発生器で構成されている。制御 PC により測定装置の動作部分を制御しており、短絡模擬電池に信号発生器により交流電流を流し、そこから発生する磁場を磁気センサにより計測し、その信号を AD コンバータにより AD 変換後制御 PC に取り込む。制御 PC により *xy* モータを制御し、磁気センサを 2 次元走査することにより磁気分布を得る。ここで、磁気センサには MI センサを用いた。この時の測定条件を表 3-3 に示す。アクティブ式磁気シールドシステム無の場合に磁気計測を行った結果を図 3-15 に示す。ここで図 3-15 (a) の位相検波像は磁気センサの信号と信号発生器のリファレンス信号を用いて位相検波した結果を表し、短絡模擬電池に印加した電流から発生する磁場分布に対応する。また、図 3-15 (b) の積算像は磁気センサの信号を時間的に平均化した結果を表し、ニッケル箔による残留磁化のような DC 磁場の影響に対応する。この結果からアクティブ式磁気シールドシステム無の場合には、ニッケル箔の残留磁化により MI センサの出力信号が直線性を示す範囲を超え、積算像、位相検波像に影響が見られていることが分かる。次にアクティブ式磁気シールドシステム有の場合に磁気計測を行った結果を図 3-16 に示す。ここで図 3-16 (a) の位相検波像は磁気センサの信号と信号発生器のリファレンス信号を用いて位相検波した結果を表し、短絡模擬電池に印加した電流から発生する磁場分布に対応する。また、図 3-16 (b) の積算像は磁気センサの信号を時間的に平均化した結果を表し、ニッケル箔による残留磁化のような DC 磁場の影響に対応する。図 3-16 (c) のフィードバック電流像はキャンセルコイルに印加した電流像を表し、ニッケル箔による残留磁化分布に対応する。この結果からアクティブ式磁気シールドシステム有の場合には、積算像にニッケル箔の影響は見られず、位相検波像においても短絡模擬電池の短絡箇所の映像化ができていることが分かる。また、フィードバック電流像計測することにより、ニッケル箔のような強磁性体の残留磁化分布が映像化可能となることが分かる。図 3-15 と図 3-16 の比較からアクティブ式磁気シールドシステムは磁気計測において有用な手法となることが示された。

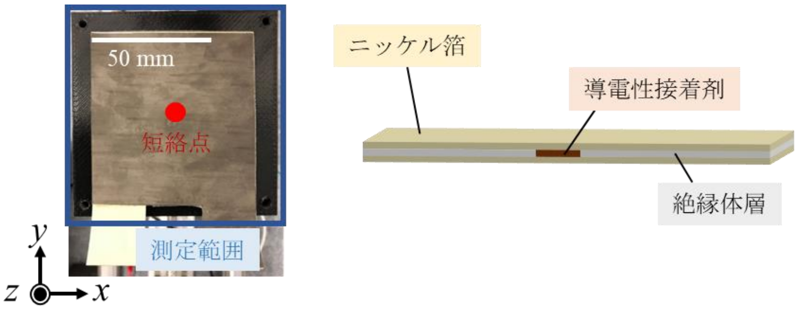


図 3-13 : ニッケル箔短絡模擬電池と測定範囲.

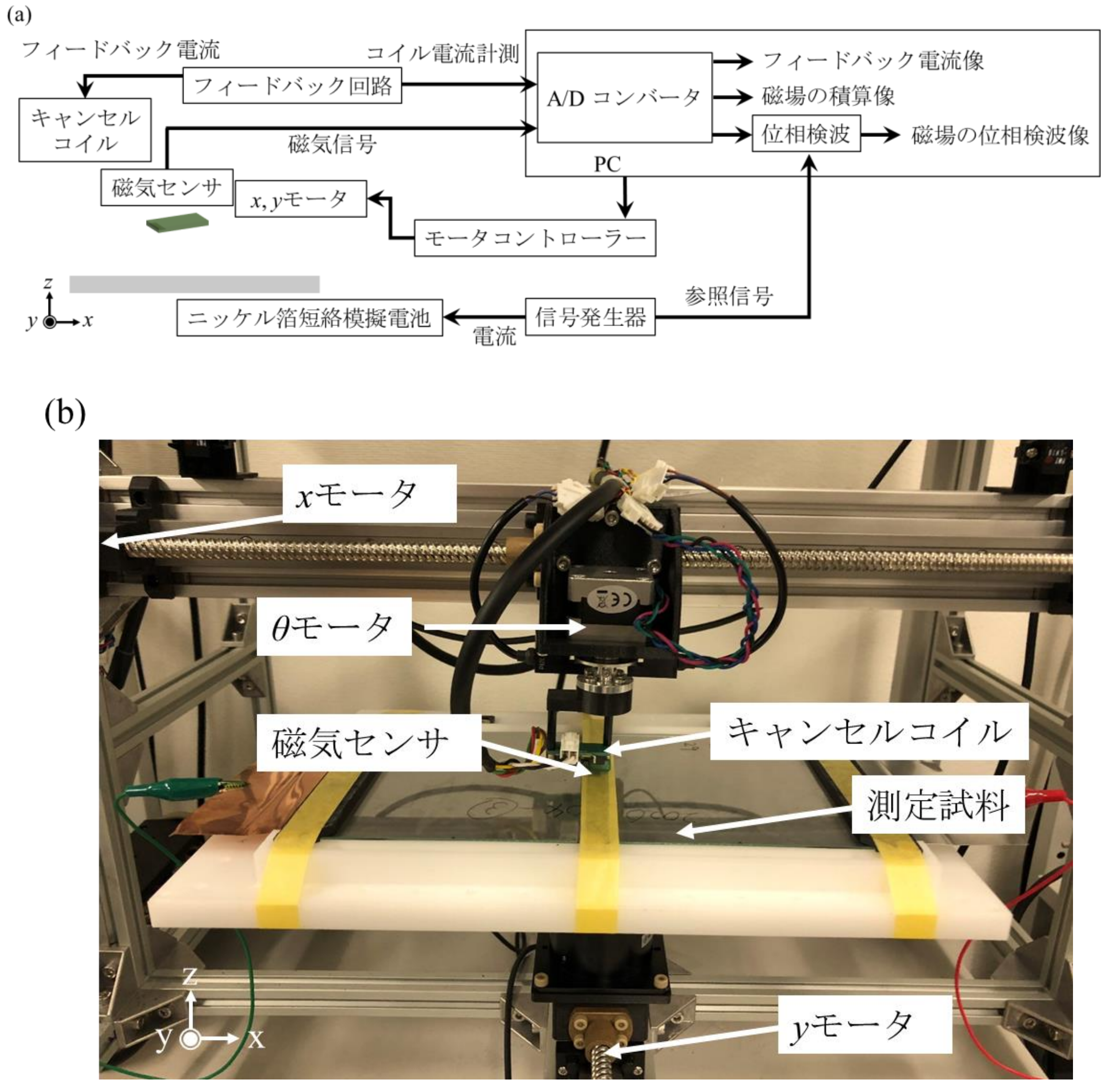


図 3-14 : 磁気映像化システム概要, (a) 磁気映像化システムのブロックダイアグラム, (b) 磁気映像化システムの光学写真.

表 3-3 : 測定条件.

印加電流値	400 $mA_{p\text{-}p}$
印加電流周波数	2 Hz
測定範囲	90 mm × 90 mm
画素数	32 pixel × 32 pixel
積算時間	1 s/point
磁場の検出成分	x 方向
サンプリング周波数	600 kHz
磁気センサ	MI センサ

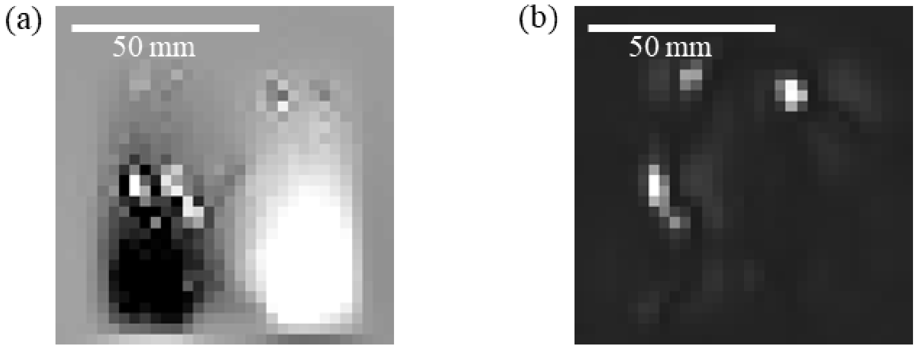


図 3-15 : アクティブ式磁気シールドシステム無のニッケル箔の残留磁化の影響, (a) アクティブ式磁気シールドシステム無の場合の位相検波像, (b) アクティブ式磁気シールドシステム無の場合の積算像.

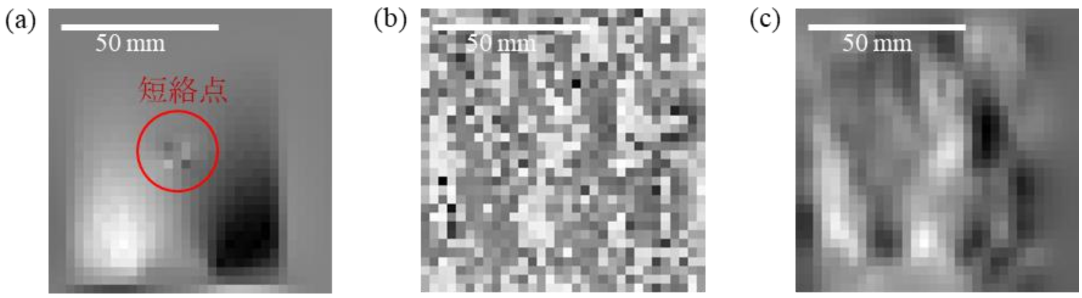


図 3-16 : アクティブ式磁気シールドシステム有におけるニッケル箔を用いた短絡模擬電池の磁気イメージング結果, (a) アクティブ式磁気シールドシステム有の場合の位相検波像, (b) アクティブ式磁気シールドシステム有の場合の積算像, (c) アクティブ式磁気シールドシステム有の場合のフィードバック電流像.

3.3　透磁率イメージングシステム装置構成

単一磁気センサ透磁率イメージングシステムとして図 3-17 に示すようにシステムの開発を行った。磁気センサは感受方向 z 方向の MI センサを使用した。単一磁気センサ透磁率イメージングシステムは制御 PC、AD コンバータ、信号発生器で構成されている。制御 PC により測定装置の動作部分を制御しており、誘起コイルに信号発生器により交流電流を流し、そこから発生する磁場を磁気センサにより計測し、その信号を AD コンバータにより AD 変換後制御 PC に取り込む。その後誘起コイルに印加する電流に同期した参照信号を用いて位相検波し、磁気センサにより得られた交流信号の振幅の大きさを得られる磁気信号としている。制御 PC により xy モータを制御し、磁気センサを 2 次元走査することにより磁気分布を得る。誘起コイルから z 方向に均一な交番磁場を与え、その磁場を磁気センサにより検出する。誘起コイルと磁気センサの間に高透磁率の試料が存在する場合、そこで磁場が変化し、その変化を検出することで透磁率分布に相当する磁場分布の映像化が可能となる。

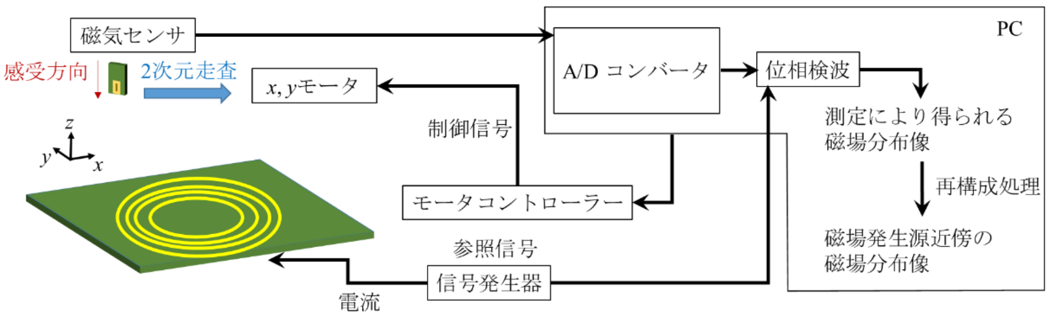


図 3-17 : 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムの構造.

また、図 3-18 のようにマルチ MI センサモジュールを 4 個使用し 1 次元に 1 cm ピッチに 96 チャンネル並べた MI センサモジュール透磁率イメージングシステムの開発を行った。単一磁気センサと同様に励起コイルと磁気センサが対になった構造となる。開発した透磁率イメージングシステム装置の光学写真を図 3-19 に示す。図 3-19 のように磁気センサ側にも小型コイルを取り付け、対の外部コイルの磁場を打ち消すような構造となっており、高透磁率の試料による磁場の変化のみを検出するような構造となる。

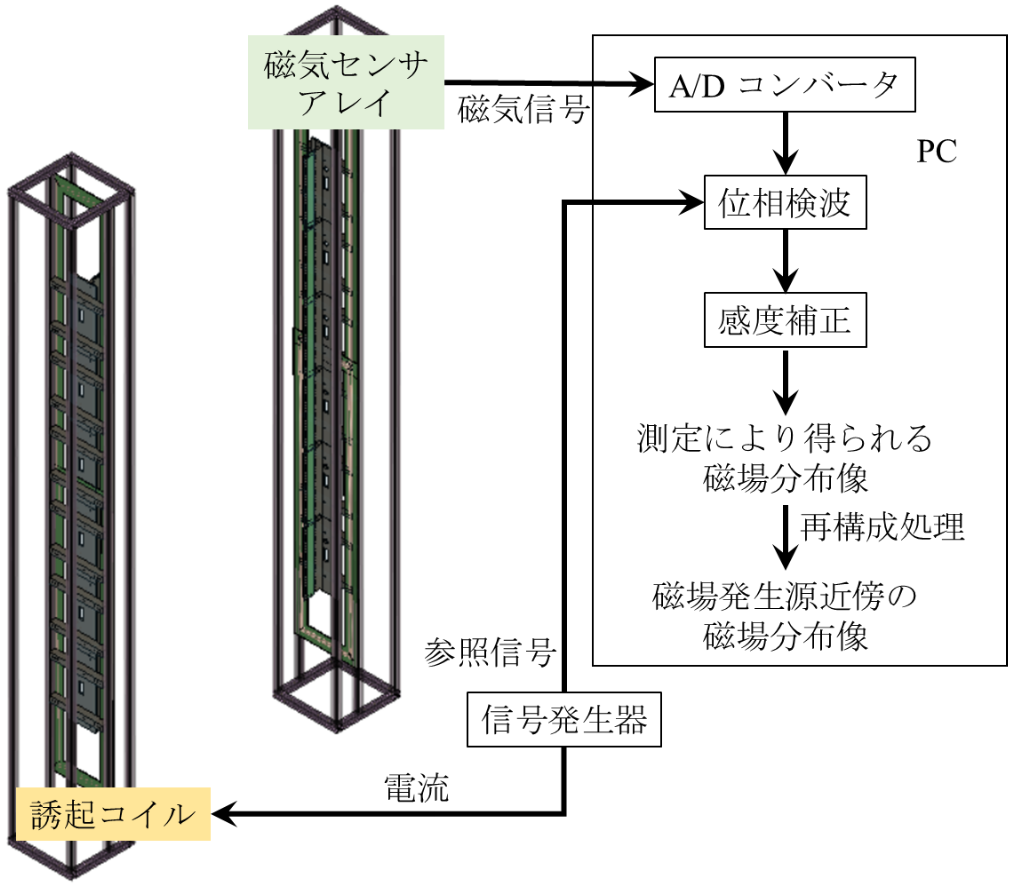


図 3-18 : MI センサモジュール透磁率イメージングシステムの構造.

図 3-19 : MI センサモジュール透磁率イメージングシステムの光学写真.

上記システムにより得られた磁場分布に静磁場の基礎方程式の逆解析を適用することにより、磁気発生源近傍の磁場分布を再構成することが可能となる。図 3-20 に測定により得られる磁場分布から磁気発生源近傍の磁場分布を得る計算フローチャートを示す。3 章においてはこの計算フローチャートに基づいて再構成処理を行う。

静磁場の再構成理論

測定結果

$$Q_i(k_x, k_y, 0) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x + ik_y y} H_i(x, y, 0)dxdy$$

$$\Downarrow$$

$$a(k_x, k_y) = Q_i(k_x, k_y, 0)$$

$$\Downarrow$$

$$H_i(x, y, z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} a(k_x, k_y)\, e^{\sqrt{k_x^2 + k_y^2}\, z} dk_x dk_y$$

図 3-20 : 静磁場の再構成理論の計算フローチャート.

3.4　測定方法と測定結果

3.4.1 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いた測定方法と測定結果

単一磁気センサによる透磁率イメージングシステムを用いて鉄微粒子、直径の異なる複数の鉄丸板の映像化を行った。各節にて、それぞれ測定条件や再構成条件、測定結果等の詳細について紹介する。

3.4.1.1 鉄微粒子映像化

単一磁気センサによる透磁率イメージングシステムを用いて鉄微粒子の映像化を行った。鉄微粒子の測定を行った概要図を図 3-21 に示す。計測を行った粒径 50 μm の鉄微粒子の光学写真を図 3-22 (a) に示す。鉄微粒子と磁気センサの距離は 1 mm で測定を行った。このときの測定条件、再構成条件を表 3-4 に示す。単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて鉄微粒子を映像化した結果を図 3-22 (b) に示す。この結果から単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて粒径 50 μm の鉄微粒子のような微小構造物の映像化が可能であることが分かる。

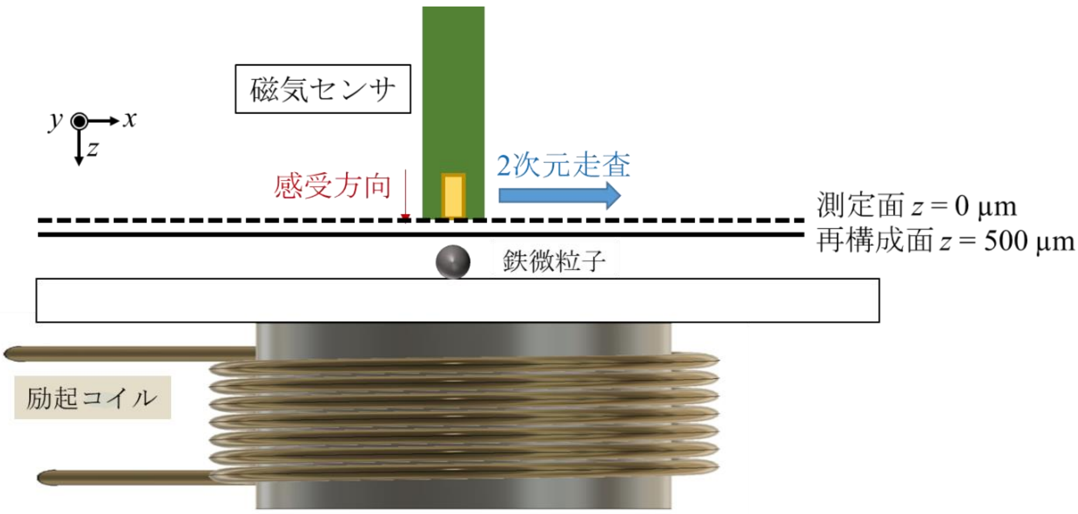
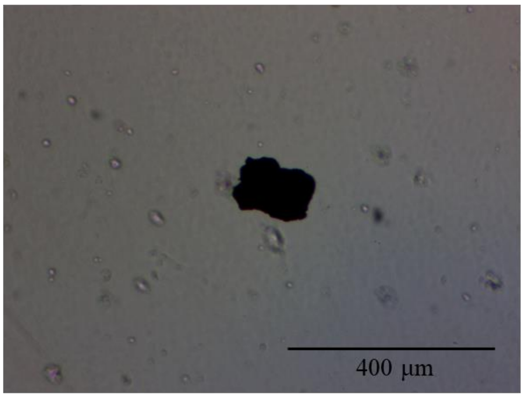


図 3-21 : 鉄微粒子計測概要図.

表 3-4 : 測定条件および再構成条件.

誘起コイル印加周波数	200 Hz
誘起コイル印加電流	20 $mA_{p\text{-}p}$
測定範囲	20 mm × 20 mm

画素数	128 pixel × 128 pixel
積算時間	0.2 s/point
磁場の検出成分	*z* 方向
サンプリング周波数	1.25 MHz
磁気センサ	MI センサ
再構成距離	500 μm
kcut (x, y)	4.50, 4.90

(a)


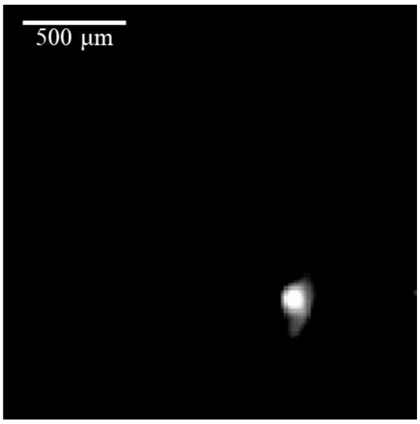
(b)


図 3-22：単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いた鉄微粒子映像化結果, (a) 鉄微粒子の光学写真, (b) 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて鉄微粒子を映像化した結果.

3.4.1.2 鉄丸板映像化

単一磁気センサによる透磁率イメージングシステムを用いて鉄丸板の映像化を行った。鉄丸板の測定を行った概要図を図 3-23 に示す。計測を行った鉄丸板の光学写真を図 3-22 (a), (b), (c) に示す。鉄丸板の直径はそれぞれ図 3-22 (a) は直径 3 cm、図 3-22 (b) は直径 2 cm、図 3-22 (c) は直径 1 cm となる。鉄丸板表面と磁気センサの距離は 20 mm で測定を行った。このときの測定条件、再構成条件を表 3-5 に示す。単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて鉄丸板を映像化した結果を図 3-22 (d), (e), (f) に示す。再構成条件として測定面から 20 mm 離れた位置の磁場分布を再構成している。この結果から鉄丸板の直径に対応した形状が映像化可能であることが示された。

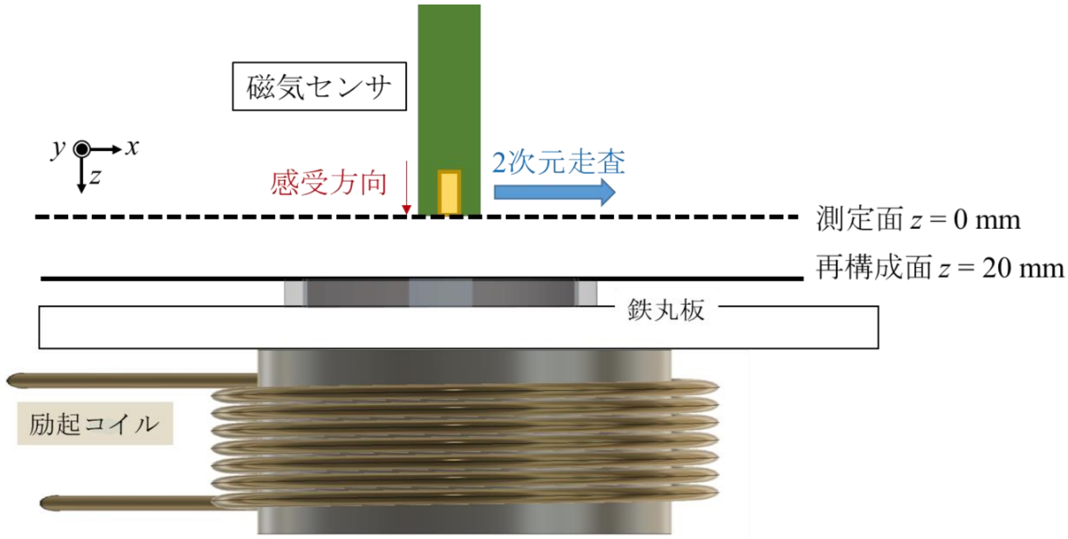


図 3-23 : 鉄丸板計測概要図.

表 3-5 : 測定条件および再構成条件.

誘起コイル印加周波数	200 Hz
誘起コイル印加電流	100 $mA_{p\text{-}p}$
測定範囲	100 mm × 100 mm
画素数	32 pixel × 32 pixel
積算時間	2 s/point
磁場の検出成分	z 方向
サンプリング周波数	800 kHz
磁気センサ	MI センサ
再構成距離	20 mm
kcut (x, y)	3.00, 3.00

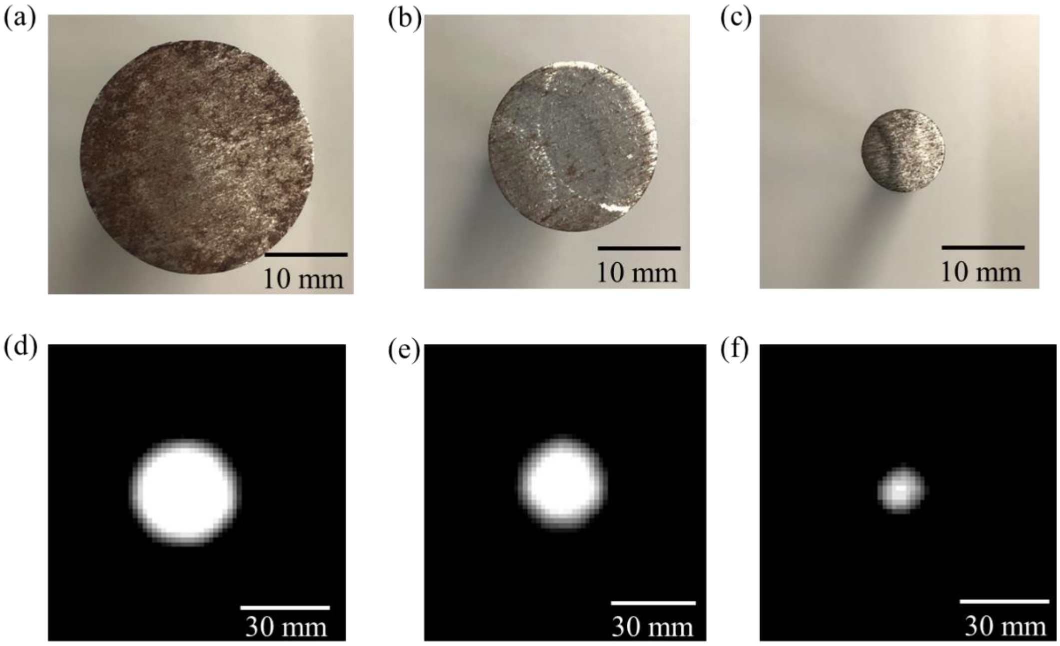


図 3-24 : 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いた鉄丸板映像化結果, (a) 直径 3 cm の鉄丸板の光学写真, (b) 直径 2 cm の鉄丸板の光学写真, (c) 直径 1 cm の鉄丸板の光学写真, (d) 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて直径 3 cm の鉄丸板を映像化した結果, (e) 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて直径 2 cm の鉄丸板を映像化した結果, (f) 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いて直径 1 cm の鉄丸板を映像化した結果.

次に、鉄丸板と磁気センサの間に厚さ 2 mm のアルミニウム板を挿入し、単一磁気センサによる透磁率イメージングシステムを用いて鉄丸板の映像化を行った。透磁率イメージングシステムの誘起コイルの印加電流の周波数を 200 Hz と 20 kHz の条件で測定を行い、非磁性体金属の影響の検討を行った。この時の測定概要図を図 3-25 に示す。アルミニウム板表面と磁気センサの距離は 20 mm で測定を行った。このときの測定条件、再構成条件を表 3-6 に示す。単一磁気センサ透磁率イメージングシステムを用いてアルミニウム板を挿入した鉄丸板を映像化した結果を図 3-22 (a), (b) に示す。再構成条件として測定面から 20 mm 離れた位置の磁場分布を再構成している。この結果から周波数を高くすると、渦電流の影響が大きくなり非磁性体金属下の磁性体金属の映像化が難しいことが分かる。そのため、透磁率イメージングシステムでは誘起コイルの印加電流の周波数を 200 Hz として行う。

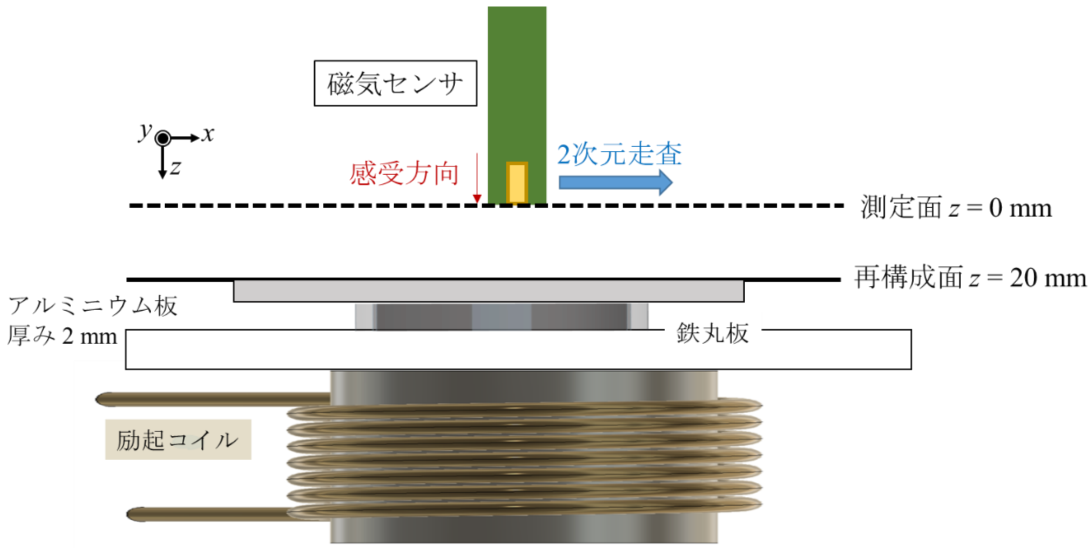


図 3-25 : アルミニウム板挿入鉄丸板計測概要図.

表 3-6 : 測定条件および再構成条件.

印加周波数	200, 20000 Hz
印加電流	100 $mA_{p\text{-}p}$
測定範囲	100 mm × 100 mm
画素数	32 pixel × 32 pixel
積算時間	2 s/point
磁場の検出成分	z 方向
サンプリング周波数	800 kHz
磁気センサ	MI センサ
再構成距離	20 mm
kcut (x, y)	3.00, 3.00

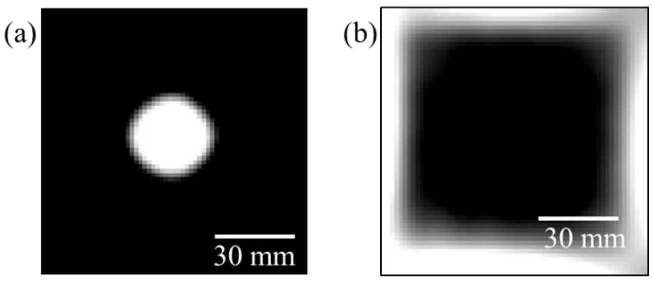


図 3-26 : 単一磁気センサ透磁率イメージングシステムの種々の周波数による非磁性金属の影響の検討, (a) 200 Hz でのアルミニウム板下の鉄丸板の映像化の結果, (b) 20 kHz でのアルミニウム板下の鉄丸板の映像化の結果.

3.4.2 MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いた測定方法と測定結果

MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いて実際の刃物や銃の映像化をした結果について紹介する。誘起コイルには 200 Hz かつ 600 $mA_{p\text{-}p}$ の電流を印加し、キャンセルコイルには 200 Hz かつ 200 $mA_{p\text{-}p}$ の逆位相の電流を印加し測定を行った。図 3-27 (a) に測定対象物の刃物の光学写真を示す。測定面と測定対象物間の距離は 10 cm で測定を行った。図 3-27 (b) に測定により得られた磁場分布を示す。この磁場分布像に再構成理論を適用した結果を図 3-27 (c) に示す。再構成条件として測定面から 10 cm 離れた位置の磁場分布を再構成している。この結果から、再構成処理を行うことにより刃物の形状に特徴的な磁場分布が映像化されていることが分かる。

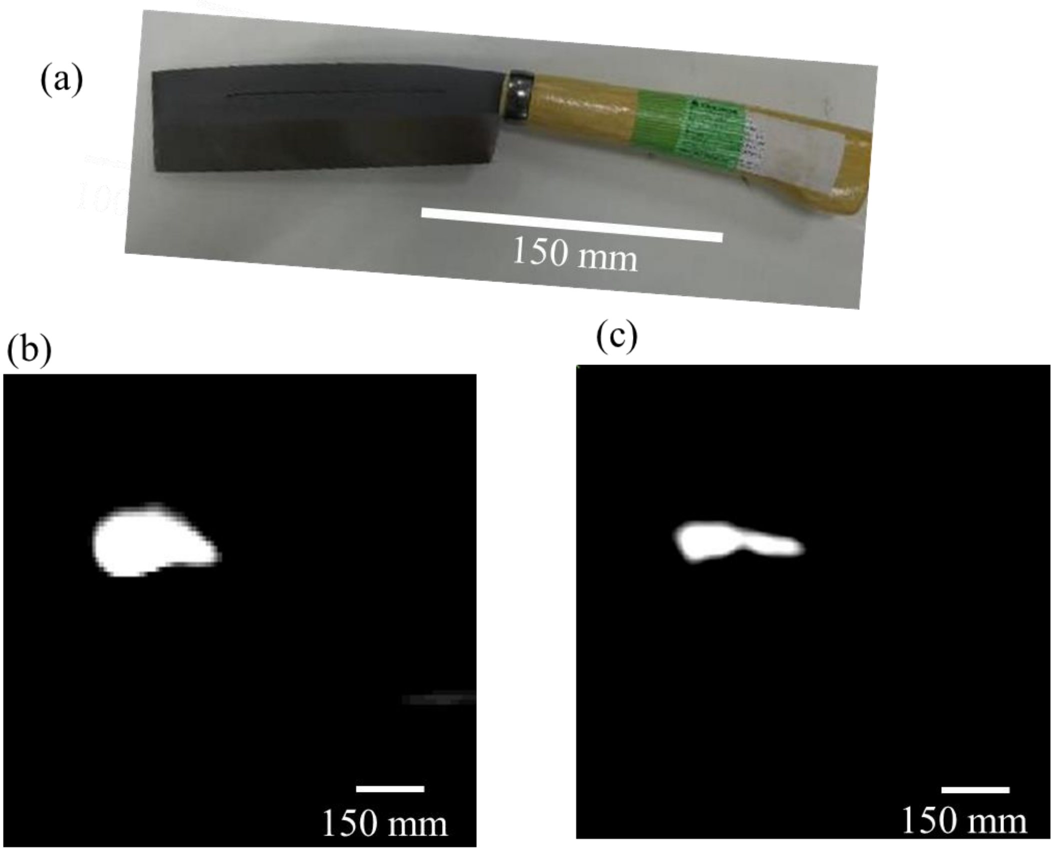


図 3-27 : MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いた刃物映像化結果, (a) 刃物の光学写真, (b) 測定により得られる磁場分布像, (c) 再構成処理後の磁場分布像.

次に MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いて銃の映像化を行った。測定対象物の銃の光学写真を図 3-28 (a) に示す。また、図 3-28 (b) に銃の磁性体部分の構造を示す。測定面と測定対象物間の距離は 1.2 cm で測定を行った。測定により得られた磁場分布に再構成理論を適用した結果を図 3-28 (c) に示す。再構成条件として測定面から 1.2 cm 離れた位置の磁場分布を再構成している。この結果から、再構成処理を行うことにより銃の形状に特徴的な磁場分布が映像化されていることが分かる。

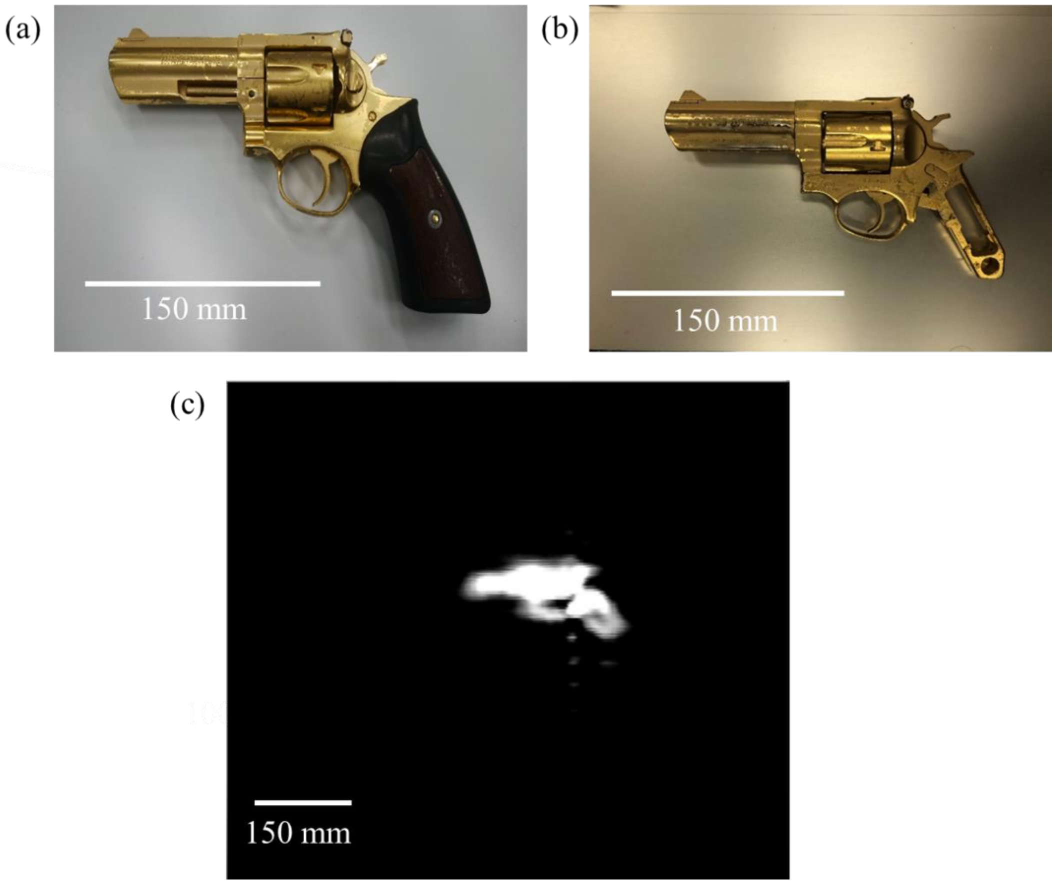


図 3-28：MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いた銃映像化結果, (a) 銃の光学写真, (b) 銃の磁性体部分の構造, (c) 再構成処理後の磁場分布像.

次に MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いて銃をアルミニウム製のケースの中に入れ、測定を行った。図 3-29 (a) にアルミニウム製のケースの光学写真を示す。アルミニウムの厚さはおおよそ 2 mm である。また、図 3-29 (b) に銃の光学写真を示す。測定面と測定対象物間の距離は 3 cm で測定を行った。測定により得られた磁場分布に再構成理論を適用した結果を図 3-29 (c) に示す。再構成条件として測定面から 2 cm 離れた位置の磁場分布を再構成している。再構成処理を行うことにより銃の形状に特徴的な磁場分布が映像化されていることが分かる。この結果から、非磁性体の金属下に存在する強磁性体金属の映像化が可能であることが示された。

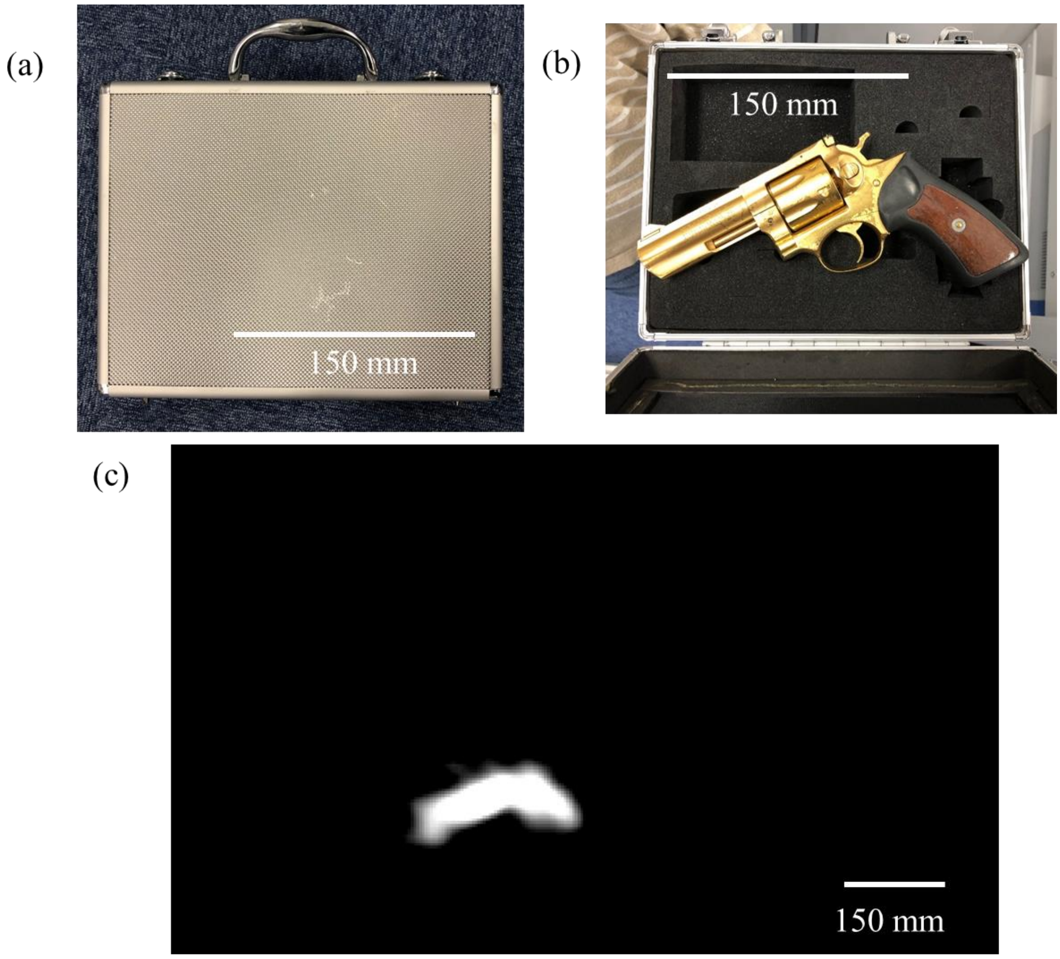


図 3-29：MI センサモジュール透磁率イメージングシステムを用いたアルミニウム製ケース内の銃映像化結果, (a) アルミニウム製のケースの光学写真, (b) 銃の光学写真, (c) 再構成処理後の磁場分布像.

3.5　考察

得られた測定結果から磁性体構造物の映像化をする上では再構成により得られる空間分

解能が重要となることが分かる。そのため、再構成により得られる磁場分布像の空間分解能について考察する。磁場の基礎方程式の解によれば、図 3-30 に示すように、測定対象物と磁気計測面の距離が大きくなるにつれ画像に含まれる高い空間周波数成分は指数関数的に減衰する。画像再構成理論では、解析解に基づき、スペクトラム空間において高い空間周波数成分に高いゲインをかけ、実空間に画像を復元するが、計測精度を越えた極度に減衰した信号の復元は不可能である。計算精度は AD 変換器の bit 分解能で律速されるため、取り込み信号に対する高空間周波数成分の割合により空間分解能が決定される。そのため、測定面での高波数成分を低波数成分で除して得られるその割合が bit 分解能以上になる必要があり、計測可能な最大高空間周波数は bit 分解能と距離で決定される。検出信号は各空間周波数の総和であるため以下の関係が得られる。

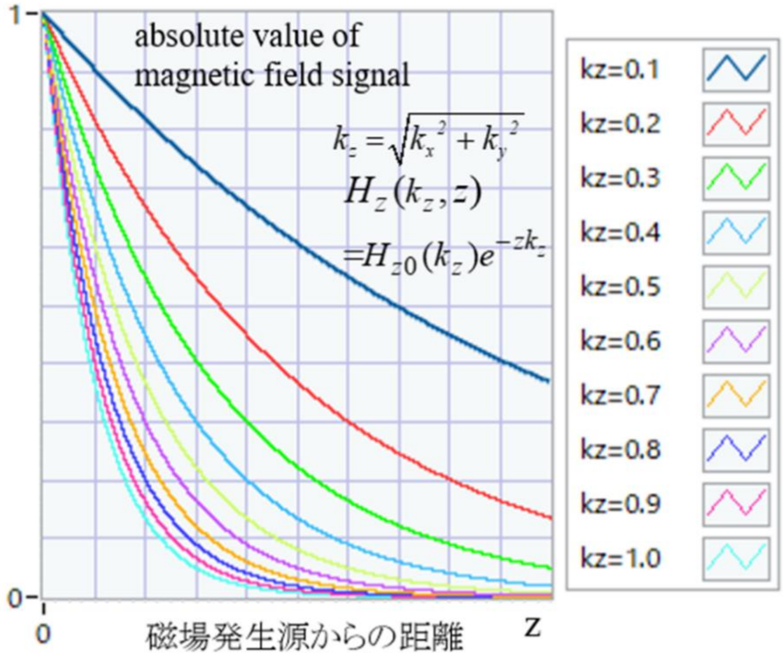


図 3-30 : 各空間周波の磁気発生源からの距離に対する磁気信号の減衰.

$$\frac{A_{k_{\max}}\exp(-k_{\max}z)}{\sum A_{k_i}\exp(-k_i z)}=2^{-bit数} \tag{3-11}$$

bit 数 ＝16、また測定面と測定対象の距離が離れている場合、高波数成分に比べて距離減衰の小さい低波数成分が支配的になる。そのため、近似的に最小空間周波数成分が支配的であるとすると以下のように近似できる。

$$\frac{A_{k_{\max}} \exp(-k_{\max} z)}{A_{k_{\min}} \exp(-k_{\min} z)} = 2^{-16} \tag{3-12}$$

式(3-12)から表 3-7 のように測定距離に対する空間分解能が決定される。

表 3-7 : センサと磁気発生源の距離と空間分解能の関係.

センサと磁気発生源の距離	最大空間周波数	空間分解能
2 cm	5.55 cm^{-1}	0.18 cm
20 cm	0.55 cm^{-1}	1.8 cm

3.6　本章まとめ

本章では、本研究にて開発した透磁率イメージングシステムについての詳細を述べた。本研究で使用した TMR センサ、MI センサの磁気検出原理について紹介した。また、このような高感度で、磁気変動検出範囲の狭く、測定試料、モータ等測定システムの残留磁化や地磁気や電気配線のような磁気雑音により磁気変動検出範囲を超えてしまうという問題や測定対象物が鉄やニッケルのような強磁性体の場合に磁気変動検出範囲を超え正確な磁場分布を測定できないという問題があった。その問題を解決するために開発したフィードバック回路によるキャンセルコイルを用いたアクティブ式磁気シールドシステムについてその原理と回路について紹介した。また、磁気シールドシステム有無において、感度やノイズ密度、磁性体サンプルにおける計測により得られる磁場分布の比較を行うことにより、そのシステムの有用性の評価を示した。また、透磁率イメージングシステムを用いて鉄微粒子、円柱状の鉄、また銃や刃物等の強磁性体で構成された物体の映像化を行った。第 2 章で述べた磁場の時間変動が無視できる場合の磁場の基礎方程式の解析解を用いることにより、物体内部の強磁性体の構造の可視化が可能となった。これまで磁気イメージングを用いたシステムで問題となっていた磁気シールドを用いないときの環境ノイズの点や、磁気センサと測定対象物間の距離が大きくなった時に測定対象物の構造的特徴を失ったぼやけた磁場分布像しか得ることができないという点が改善された。また本理論は測定対象物に任意性がなく、測定に対する自由度が高いという点も重要な点の一つとなる。

参考文献

1) D.E. Stark and N.H. Shah: JAMA. **317** [1](2017)84.

2) J. Yinon: *Counterterrorist Detection Techniques of Explosives* (Elsevier Science, 2007). 3rd ed.

3) W. Tan, P. Huang, Z. Huang, Y. Qi and W. Wang: International Journal of Antennas and Propagation. **2017** (2017)1.

4) G.Y. Tian, A. Al-Qubaa and J. Wilson: Sensors and Actuators A: Physical. **174** (2012)75.

5) R. Körber, J.-H. Storm, H. Seton, J.P. Mäkelä, R. Paetau, L. Parkkonen, C. Pfeiffer, B. Riaz, J.F. Schneiderman, H. Dong, S.-m. Hwang, L. You, B. Inglis, J. Clarke, M.A. Espy, R.J. Ilmoniemi, P.E. Magnelind, A.N. Matlashov, J.O. Nieminen, P.L. Volegov, K.C.J. Zevenhoven, N. Höfner, M. Burghoff, K. Enpuku, S.Y. Yang, J.-J. Chieh, J. Knuutila, P. Laine and J. Nenonen: Superconductor Science and Technology. **29** [11](2016)113001.

6) T. Uchiyama, K. Mohri, Y. Honkura and L.V. Panina: IEEE Transactions on Magnetics. **48** [11](2012)3833.

7) S. Nakayama and T. Uchiyama: Sci Rep. **5** (2015)8837.

8) 井上順一郎 and 伊藤博介: *スピントロニクス* (共立出版, 2010).

9) K.Mohri: Materials Science and Engineering: A. **185** [1-2](1994)141.

10) M.Noda: J. Magn. Soc. Japan. **19** [2](1995)485.

4　パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステム

4.1　序言

周期的層状荷電粒子デバイス内部の 3 次元磁場分布の断層映像化を行うためには、再構成理論の境界条件として荷電粒子デバイス表面における磁場の周波数依存複素データを測定する必要がある。そのためには、荷電粒子デバイスへの印加電流の周波数を掃引し多数の周波数での磁場データを測定するか、磁場のインパルス応答を測定する方法がある。信号発生器の信号生成の方法の 1 つに、PLL (Phase-Locked Loop) 方式と呼ばれるものがある。基準発振器（高安定水晶発振器）の固定周波数を参照信号として制御電圧により周波数が変化する発振器とで位相比較を行い、任意の周波数を得ることができる。この方式は、位相比較の分周率に応じて任意のステップで周波数を変えることができるが、ループフィルタとフィードバックを含むため、周波数をスイッチングするときに信号が安定するまでに時間がかかる。そのため、周波数掃引方式は測定に時間がかかることになる。

そこで本研究では、磁場の周波数依存複素データを高速に測定する測定手法の開発を目的 (図 4-1) として、広帯域のパルス電流をサンプルに加え、磁場の時間応答を対象物周辺の各点にて計測するパルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムの開発を行った。

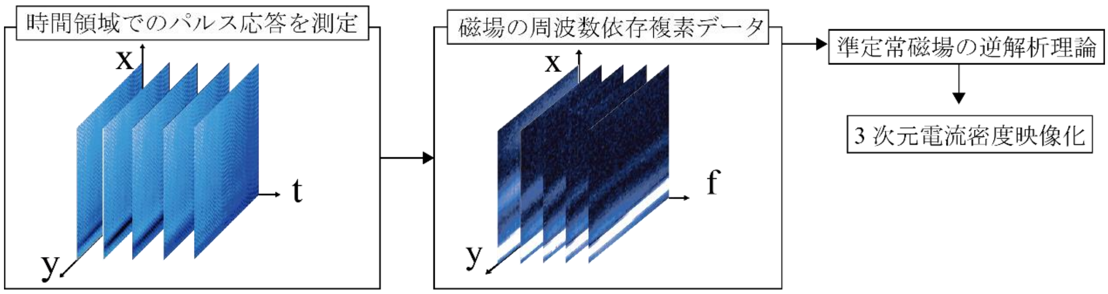


図 4-1 : パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムの開発目的.

4.2　パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステム装置構成

パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステム装置の構成を図 4-2 に示した。“周波数領域で特定の周波数帯”を抽出し逆フーリエ変換することで構築した時間領域におけるパルス状電流“を荷電粒子デバイスに印加し、そこから漏洩する磁場を磁気センサにより測定する。磁気センサの信号は AD 変換後汎用計算機へ信号が取り込まれる。このとき、パルス電流の同期信号により信号の取り込むタイミングを制御している。*xy* のステッピングモーターを汎用計算機で制御し磁気センサを *xy* 平面で走査することにより、走査エリアの磁場分布が得られる。この測定により、時間領域の磁場分布が得られる。そのデータをフーリエ

変換することにより磁場の周波数依存複素データを得ることができる。

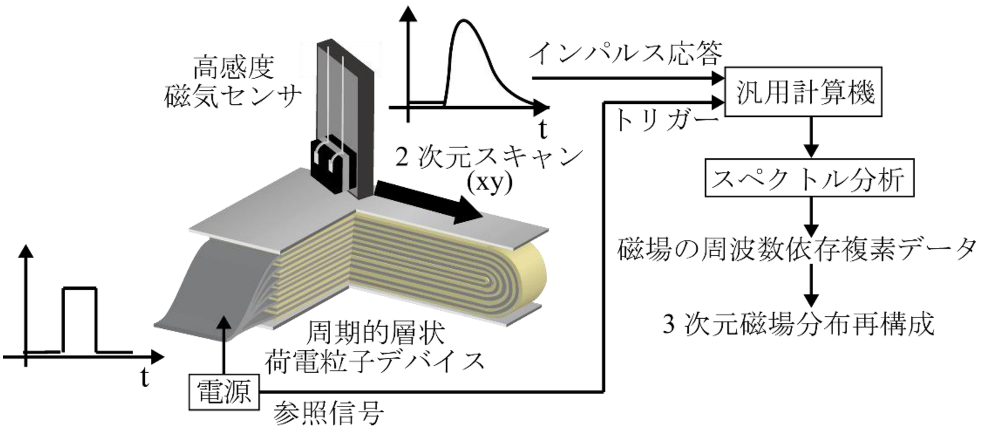


図 4-2 : パルス-サブサーフェス磁気装置の概要.

この磁場の周波数依存複素データに準定常磁場の逆解析理論を適用することにより 3 次元磁場分布の断層映像化が可能となる。図 4-3 に測定により得られる磁場の周波数依存複素データから 3 次元磁場分布を得る計算フローチャートを示す。4 章においてはこの計算フローチャートに基づいて再構成処理を行う。

H_zにおける準定常磁場の再構成理論

測定結果

$$Q_z(k_x, k_y, 0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t + ik_x x + ik_y y} H_z(x, y, 0, t)dxdydt$$

$$\dot{Q}_z(k_x, k_y, dz, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t + ik_x x + ik_y y} H_z(x, y, dz, t)dxdydt$$

$$a(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{2}\left(Q_z(k_x, k_y, 0, \omega) + \frac{\dot{Q}_z(k_x, k_y, dz, \omega) - Q_z(k_x, k_y, 0, \omega)}{kdz} \right)$$

$$b(k_x, k_y, \omega) = \frac{1}{2}\left(Q_z(k_x, k_y, 0, \omega) - \frac{\dot{Q}_z(k_x, k_y, dz, \omega) - Q_z(k_x, k_y, 0, \omega)}{kdz} \right)$$

$$k = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(k_x^2 + k_y^2\right) + \sqrt{\left(k_x^2 + k_y^2\right)^2 + \mu^2\sigma^2\omega^2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\sqrt{-\left(k_x^2 + k_y^2\right) + \sqrt{\left(k_x^2 + k_y^2\right)^2 + \mu^2\sigma^2\omega^2}}$$

$$H_z(x, y, z, t) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t - ik_x x - ik_y y} a(k_x, k_y, \omega)\, e^{kz} + b(k_x, k_y, \omega)\, e^{-kz} dk_x dk_y d\omega$$

$$\rho_z\left(x, y, z\right) = \lim_{t \to +0} H_z\left(x, y, z, t\right)$$

図 4-3 : 準定常磁場の逆解析理論の計算フローチャート.

4.3　特定の周波数帯を抽出した電流

パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムには試料に印加する電流として“周波数領域で特定の周波数帯を抽出し逆フーリエ変換することで構築した電流”を用いた。構築する際に各周波数の位相をそろえ構築すると時間領域ではパルス状電流となる。その例として、図 4-4 (a) に 0.10 kHz から 10 kHz まで 0.10 kHz ごとを抽出し再構築したパルス状電流を示した。また、この信号の周波数スペクトルを図 4-4 (b) に示した。

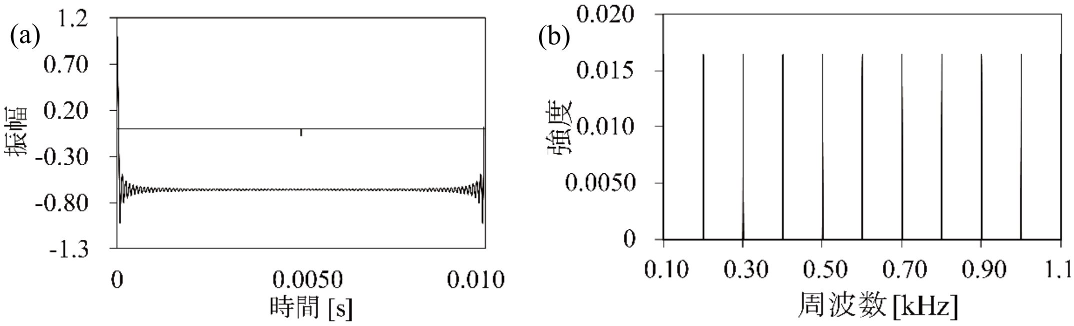


図 4-4 : パルス状電流概要, (a) パルス状電流 1 周期分, (b) パルス状電流の周波数スペクトル.

この電流のエネルギーは抽出した周波数の個数で分散されるため、エネルギーが小さくなり SNR(信号雑音比)が悪くなる。そのため、本システムではパルス状電流を時間的に引き延ばし、エネルギーをより大きくした信号を用いる。具体的には式(4-1)のように周波数の 2 乗に依存した分だけ位相をずらした信号となる。図 4-4 と同様の条件で再構築した時間引き延ばしパルス状電流を図 4-5 (a) に示した。また、この信号の周波数スペクトルを 図 4-5 (b) に示した。これよりパルス状電流より各周波数において 3.9 倍大きい電流を用いることが可能となることが分かる。本システムにて時間引き延ばしパルス状電流を用いて磁場の周波数複素データを得るためには、測定した磁場分布に式のようなフィルタを用いる必要がある。

$$H(\omega)=\exp\left(i\omega^2 N\right) \quad N=524288 \tag{4-1}$$

$$H^{-1}(\omega)=\exp\left(-i\omega^2 N\right) \tag{4-2}$$

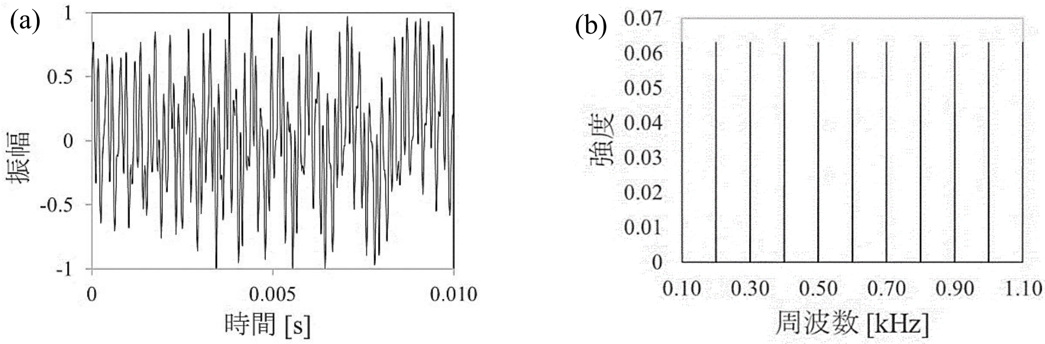


図 4-5 : 時間引き延ばしパルス状電流概要, (a) 時間引き延ばしパルス状電流 1 周期分, (b) 時間引き延ばしパルス状電流の周波数スペクトル.

次に、抽出する周波数を検討する。準定常磁場の逆解析理論では準定常磁場の伝搬は拡散方程式を満たすことを示した。そのため、再構成される 3 次元磁場分布の深さ方向の分解能は測定した磁場の周波数複素データの時間分解能や周波数分解能により決定される。この時間分解能は抽出周波数の最大周波数により決まり、最大周波数は磁気センサの帯域、もしくは AD コンバータの最大サンプリング周波数により決定される。また、周波数分解能は抽出する周波数個数により決定され、SNR とトレードオフの関係となる。式(4-3)に示すような周期的層状荷電粒子デバイス内部に磁気発生源があるときのモデルでの 1 次元での準定常磁場での逆解析解を用いて、抽出周波数の個数や最大周波数を変えた時の再構成の結果の変化を図 4-6 に示した。数値計算上で設定した導電率 $\sigma = 3.0 \times 10^7$、透磁率 $\mu = 1.0 \times 10^{-6}$、磁場発生源座標 $z = 1$ mm である。また、信号強度は比較のため規格化している。この結果から、1 mm 程度の再構成なら 100 Hz から 100 kHz まで 100 Hz ごとを抽出するのが最適であることが分かる。

$$H_z(z,t) = \frac{1}{4\sqrt{2\mu\sigma\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{-e^{\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}\{-(1+i)z_0+(1-i)z\}} + ie^{\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}\{-(1+i)z_0-(1-i)z\}}}{\sqrt{\omega}} e^{i\omega t} d\omega \tag{4-3}$$

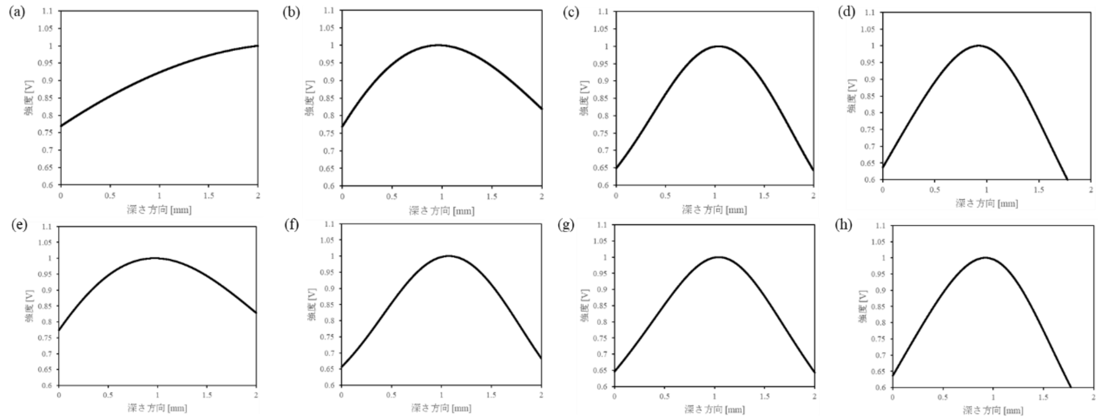


図 4-6 : 抽出周波数の個数や最大周波数を変えた時の再構成の結果の影響, (a) 1.0 Hz から 1.0 kHz まで 1.0 Hz ごとを抽出し再構成した結果, (b) 10 Hz から 10 kHz まで 10 Hz ごとを抽出し再構成した結果, (c) 100 Hz から 100 kHz まで 100 Hz ごとを抽出し再構成した結果, (d) 1.0 kHz から 1.0 MHz まで 1.0 kHz ごとを抽出し再構成した結果, (e) 1.0 Hz から 10 kHz まで 1.0 Hz ごとを抽出し再構成した結果, (f) 10 Hz から 100 kHz まで 10 Hz ごとを抽出し再構成した結果, (g) 100 Hz から 1.0 MHz まで 100 Hz ごとを抽出し再構成した結果, (h) 1.0 kHz から 10 MHz まで 1.0 kHz ごとを抽出し再構成した結果.

4.4 パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムを用いた実験

4.4.1 単一周波数における検証実験

パルス−サブサーフェス磁気イメージングシステムの検証実験として印加電流周波数として単一周波数を用いてリチウムイオン電池のサイクル劣化に伴う電池内導電率変化の可視化を行った。式(4-4)に定義するような計測して得られる磁場分布の x 成分、y 成分の 2 次元フーリエ変換 $f_i\ (k_x,\ k_y)$ を境界条件とすると磁気発生源の存在しない自由空間の静磁場の基礎方程式の解析解は式(4-5)のように導くことができる。この解を用いた磁界の再構成方法により測定面の磁場分布からリチウムイオン電池電極表面の磁場分布を得ることができる。ここで、i は磁場ベクトルの x 成分、y 成分とする。

$$f_i\left(k_x, k_y\right) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x x - ik_y y} H_i(x, y, 0)\,dxdy \qquad (i = x, y) \tag{4-4}$$

$$H_i(x, y, z_0) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint e^{ik_x x + ik_y y} f_i(k_x, k_y) e^{z\sqrt{k_x{}^2 + k_y{}^2}}\, dk_x dk_y \qquad (i = x, y) \tag{4-5}$$

さらに、リチウムイオン電池表面の磁場分布と電池内部の導電率との関係を以下のように

導くことができる。ここで、h_Tは集電体間の距離、h は集電体の厚み、$\sigma(x, y)$はリチウムイオン電池内部の正極集電体-負極集電体間の電位差分布、φ (x, y)は集電体表面の 2 次元電位分布、z_0 は電極座標、σ_0 は集電体の導電率とする。

$$\Delta H = \begin{bmatrix} h_T^{-1} h \dfrac{\partial}{\partial y}\left(\sigma(x,y)\varphi(x,y)\right)\delta(z-z_0) - \sigma_0 h \dfrac{\partial \varphi(x,y)}{\partial y}\delta'(z-z_0) \\ h_T^{-1} h \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\sigma(x,y)\varphi(x,y)\right)\delta(z-z_0) - \sigma_0 h \dfrac{\partial \varphi(x,y)}{\partial x}\delta'(z-z_0) \\ 0 \\ \end{bmatrix} \tag{4-6}$$

Q_x (k_x, k_y, z_0)、Q_y (k_x, k_y, z_0)を式(4-7)、式(4-8)のようにリチウムイオン電池表面の磁場分布の x 成分、y 成分の 2 次元フーリエ変換とする。

$$Q_x(k_x, k_y, z_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x - ik_y} H_x(x, y, z_0)dxdy \tag{4-7}$$

$$Q_y(k_x, k_y, z_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik_x - ik_y} H_y(x, y, z_0)dxdy \tag{4-8}$$

式(4-7)、式(4-8)を用いて式(4-6)から $\varphi(x, y)$を式(4-9)のように求めることができる。また、電池内部の 2 次元導電率分布の解析解 σ (x, y)を式(4-10)のように求めることができる [2)]。電池内部の 2 次元導電率分布は正極-負極間での電荷の流入出を表しており、活物質の反応速度や電解液中のイオン拡散速度に対応する。これにより計測された測定面の磁場分布からリチウムイオン電池内の導電率分布を再構成することが可能となる。

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x + ik_y} \frac{2\{ik_y Q_x(k_x, k_y, z_0) - ik_x Q_y(k_x, k_y, z_0)\}}{h\left(k_x{}^2 + k_x{}^2\right)\sigma_0(h\sqrt{k_x{}^2 + k_x{}^2} - 1)} dk_x dk_y \tag{4-9}$$

$$\sigma(x, y) = hh_T\sigma_0 \frac{\left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi\left(x, y\right)}{\varphi\left(x, y\right)} \tag{4-10}$$

4.4.1.1 試料構造

使用したリチウムイオン電池の構造は正極活物質は NMC622 (NMC : Nickel - Manganese-Cobalt cathode) : 導電助剤 アセチレンブラック (AB) : ポリフッ化ビニリデン (PVDF) = 94 : 3 : 3、負極活物質は黒鉛 : AB : 増粘剤 カルボキシメチルセルロース (CMC) : スチレン・ブタジエンゴム (SBR) = 98.5 : 0.5 : 1 : 1、電解液は 1.0 M ヘキサフルオロリン酸リチウム (LiPF6) in エチレンカーボネート (EC) / ジメチルカーボネート (DMC) / エチルメチルカーボネート (EMC) = 1 / 1 / 1 にビニレンカーボネート (VC) 1 %を添加したもの、電極サイズは 80 mm × 240 mm のラミネート型の単層リチウムイオン電池を用いた。

4.4.1.2 測定方法と測定結果

サイクル試験は試験温度 15℃で、充電は定電流定電圧充電で行い、放電は定電流放電で行った [1)]。充放電条件は定電流充電時の充電電流は 5 C、定電圧充電時制御電圧は 4.2 V、終止条件は 0.1 C、定電流放電は 1 C、終止電圧は 2.5 V である。パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムを用いた磁場分布計測はサイクル試験前、サイクル試験を 100 サイクル実施後、200 サイクル実施後にて行った。磁場の計測は蓄電池に 3.4 V の直流電圧に 1 Hz, 240 mAp-p の交流電流を重畳した電流を流し、行った。測定範囲 : 260 mm × 120 mm、ピクセル : 32 × 16、測定時間 : 25 sec / point の条件で行った。サイクル試験前の電池の容量は 469 mAh であり、100、200 サイクル実施後の電池の容量はそれぞれ 419 mAh、252 mAh となり、サイクル試験を重ねるにつれ、容量の低下が徐々に大きくなった。容量の測定は試験温度 25 ℃で、充電は定電流定電圧充電で行い、放電は定電流放電で行った。充放電条件は定電流充電時の充電電流は 0.1 C、定電圧充電時制御電圧は 4.2 V、終止条件は 0.02 C、定電流放電は 0.1 C、終止電圧は 2.5 V である。サイクル試験後の磁場分布からサイクル試験前の磁場分布を差分処理することにより、電池の初期状態の電流密度のムラを打ち消すことができ、サイクル劣化に伴う電池内導電率変化のみを可視化することが可能となる。図 4-7(a), (b)にサイクル試験前のリチウムイオン電池から漏洩する磁場ベクトル H の x 成分 H_x、 y 成分 H_y 空間分布計測結果、図 4-7 (c), (d)にサイクル試験 (100 回) 後の H_x、H_y の空間分布計測結果、図 4-7 (e), (f)にリチウムイオン電池表面の H_x、H_y の空間分布のサイクル (100 回) 前後の差分処理結果、式(4-5)、式(4-10)を用いて、図 4-7 (e), (f)のデータからリチウムイオン電池内部の導電率分布を可視化した結果を図 4-7 (g)に示す。また、図 4-7 (h), (i)にサイクル試験 (200 回) 後の H_x、H_y の空間分布計測結果、図 4-7 (j), (k)にリチウムイオン電池表面の H_x、H_y の空間分布のサイクル (200 回) 前後の差分処理結果を示す。また、図 4-7 (j), (k)のデータからリチウムイオン電池内部の導電率分布を可視化した結果を図 4-7 (l)に示す。図 4-7 (g)と図 4-7 (l)から、リチウムイオン電池ではサイクル試験に伴う内部状態の変化が大きい箇所が中心付近にあることが分かる。また、図 4-7 (g)と図 4-7 (l)の比較か

ら、サイクル試験を繰り返すことにより異常個所の空間的広がりがみられることが分かる。

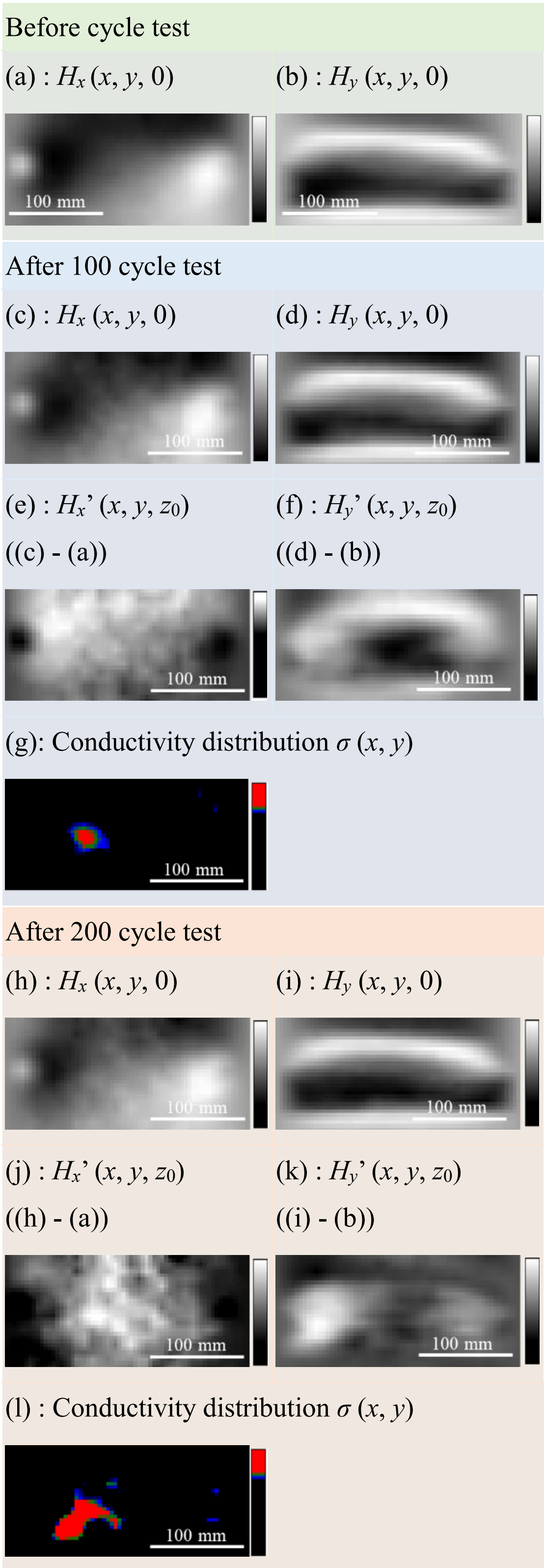


図 4-7 : リチウムイオン電池内部のサイクル試験に伴う導電率分布を可視化した結果, (a)

磁気イメージングシステムによって得られたサイクル試験前の磁場分布画像 (H_x $(x, y, 0)$) , (b)サイクル試験前の磁場分布画像 (H_y $(x, y, 0)$) , (c) サイクル試験 (100 回) 後の磁場分布画像 (H_x $(x, y, 0)$) , (d) サイクル試験 (100 回) 後の磁場分布画像 (H_y $(x, y, 0)$) , (e) 再構成を適用したサイクル試験 (100 回) 前後の差分磁場分布画像 (ΔH_x (x, y, z_0)) , (f) 再構成を適用したサイクル試験 (100 回) 前後の差分磁場分布画像 (ΔH_y (x, y, z_0)) , (g) (e), (f) の測定結果を用いて式(4-5)、式(4-10)を適用することにより得られた導電率分布 (σ (x, y)) , (h) サイクル (200 回) 試験後の磁場分布画像(H_x $(x, y, 0)$) , (i) サイクル試験 (200 回) 後の磁場分布画像 (Hy (x, y, 0)), (j) 再構成を適用したサイクル試験 (200 回) 前後の差分磁場分布画像(ΔH_x (x, y, z_0)), (k) 再構成を適用したサイクル試験 (200 回) 前後の差分磁場分布画像(ΔH_y (x, y, z_0)), (l) (j), (k) の測定結果を用いて式(4-5)、式(4-10)を適用することにより得られた導電率分布(σ (x, y)) .

4.4.2 模擬多層構造体を用いた検証実験

4.4.2.1 試料構造

図 4-8 のような導体 (アルミニウム箔) と絶縁体が交互に周期的に 30 層捲回された荷電粒子デバイスを作製した。30 層の荷電粒子デバイスのうち 1 層目、11 層目の導体間に銅片 (直径 300 μm) を入れ、物理的に接触させ短絡させた。

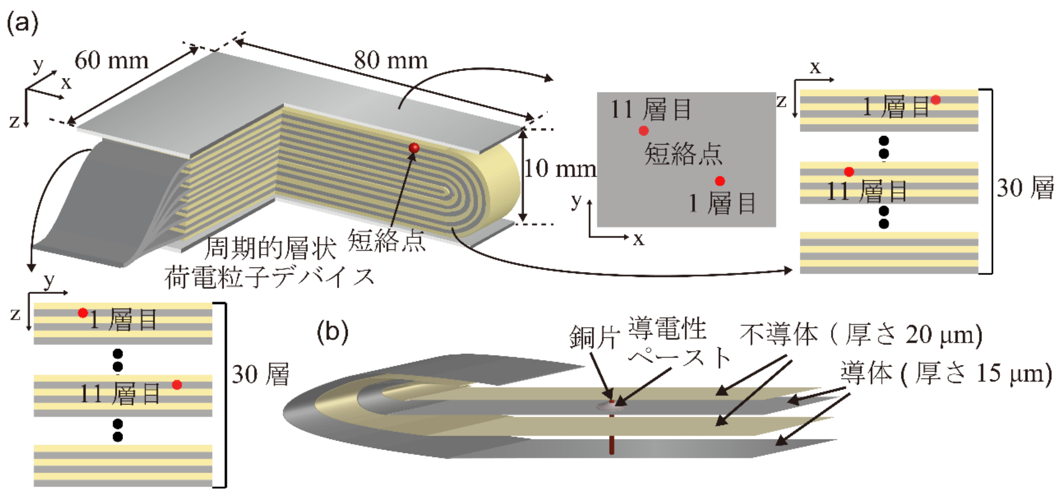


図 4-8 : 周期的多層状荷電粒子デバイスの概要, (a) 模擬的に作製した周期的多層状荷電粒子デバイスの構造, (b) 荷電粒子デバイス内の短絡の作製方法.

4.4.2.2 測定方法と測定結果

パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムを用いて模擬的に作製した周期的多層状荷電粒子デバイスの磁場の周波数依存複素データ取得の検証実験を行った。荷電粒子デバイスへの印加電流は 0.50 kHz から 10 kHz まで 0.50 kHz ごとを抽出したパルス状電流を用いた。1 層目の短絡には 40 $mA_{p\text{-}p}$ 印加し、11 層目の短絡には 200 $mA_{p\text{-}p}$ 印加した。測定面から短絡までの距離は 1 層目は約 1.0 mm、11 層目は約 4.5 mm である。試料の測定範囲を図 4-9 に示した。また測定条件を表 4-1 に示した。

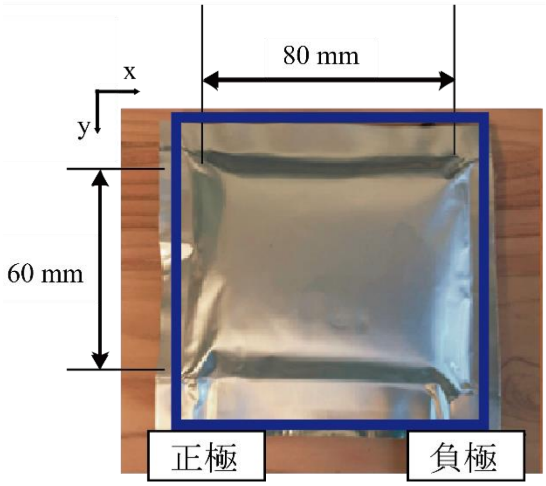


図 4-9 : 実際の荷電粒子デバイスの光学画像と測定範囲.

表 4-1 : 測定条件.

測定範囲	90 mm × 90 mm
画素数	64 pixel × 64 pixel
積算時間	215 s/point
磁場の検出成分	y 方向
サンプリング周波数	1.25 MHz
磁気センサ	TMR センサ

得られた磁場分布の周波数特性のうち 0.50 kHz, 2.5 kHz, 5.0 kHz, 7.5 kHz, 10 kHz の磁場分布を図 4-10 に示す。右が 1 層目の短絡箇所、左が 11 層目の短絡箇所である。また、図 4-10 のそれぞれの周波数の赤線を平均化した磁場プロファイルを正規化処理し図 4-11 (a) に示す、図 4-10 のそれぞれの周波数の青線を平均化した磁場プロファイルを正規化処理し図 4-11 (b) に示す。この結果からより深い層にある磁場は高周波になるに従い、荷電粒子デバイス内部の導体の遮蔽効果の影響により減衰が大きくなることがわかる。以上の結果から

パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムを用いて 3 次元的な構造の情報を含んだ磁場の周波数依存複素データが取得可能であることが示された。しかし、3 章で述べたように TMR センサは MI センサに比べ、検出面積が小さいため感度が低くなる。そのため、十分な SN 比で測定するためには 215 s/point の積算時間が必要となる。単一センサで表 4-1 のような測定条件で測定を行うと測定時間は 10 日程度となる。10 日間パルス状電流を印加し続けると、測定対象物である多層リチウムイオン電池や積層コンデンサは内部状態が変化する可能性がある。そこで、以降は空間分解能が 5 mm で測定可能なサンプルを対象として、MI センサを用いる。

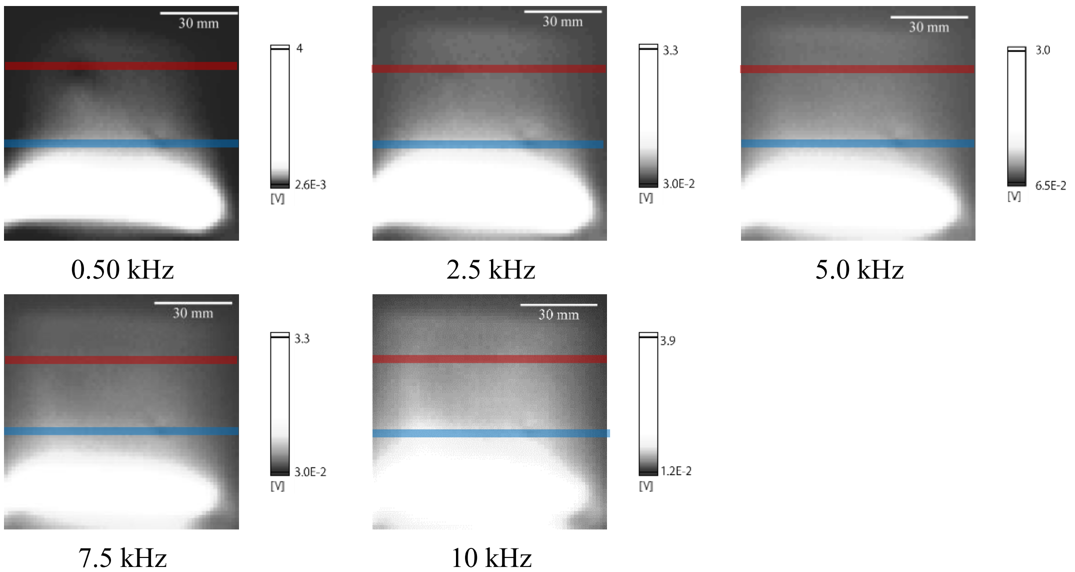


図 4-10 : 各周波数における 2 次元磁場分布 (振幅 : $(\cos\theta^2+\sin\theta^2)^{0.5}$) .

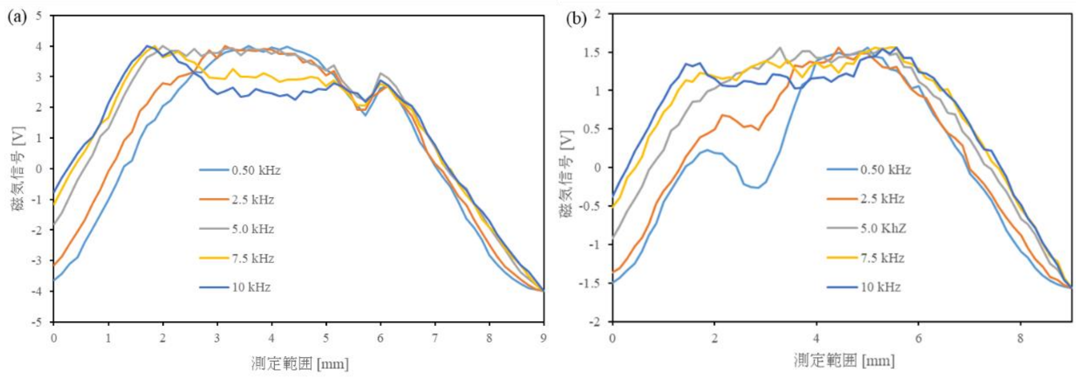


図 4-11 : 各周波数における平均化した磁場プロファイル, (a) 赤線の平均化した磁場プロファイル (短絡 11 層目の信号) , (b) 青線の平均化した磁場プロファイル (短絡 1 層目の信号) .

4.4.3 模擬多層構造体を用いた 3 次元断層映像化

4.4.3.1 試料構造

図 4-12 (a) のような導体 (銅箔) と絶縁体が交互に周期的に 30 層積層された荷電粒子デバイスを作製した。図 4-12(b)に示すように導体の厚みは 58 μm であり、絶縁体の厚みは 62 μm である。平均導電率は 30.7×10^{6} Sm^{-1} である。短絡は絶縁体層に欠損を作製し、絶縁体層欠損箇所に導電性接着剤を用いて導体層同士を接着させることにより作製した。短絡抵抗はおおよそ 0 Ω となる。

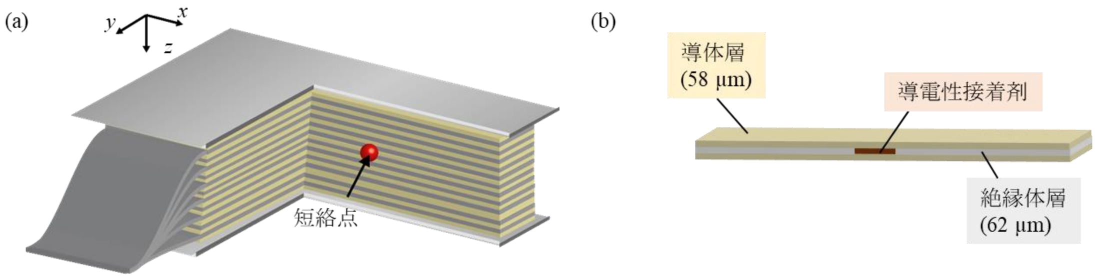


図 4-12 : 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の概要, (a) 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の構造, (b) 荷電粒子デバイス内の短絡の作製方法.

4.4.3.2 測定方法と測定結果

パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムを用いて 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の磁場周波数複素データを測定し、準定常磁場の逆解析理論を適用し 3 次元磁場分布の断層画像の映像化を行った。まず、図 4-13 (a) に示すように 18-19 層目に短絡を作製した。短絡は荷電粒子デバイス表面から z = 2.04 ~ 2.28 mm に存在する。測定条件を表 4-2 に示す。30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料には 1 $A_{p\text{-}p}$ 印加した。測定周波数は 0.1 ~ 100 kHz の範囲で 100 Hz 間隔で測定した。そのほかの測定条件は表 4-2 に示す。図 4-13 (b) に計測により得られる磁場周波数複素データのうち 100 Hz、50 kHz、100 kHz を示す。この図から印加電流の周波数が大きくなるほど短絡由来の磁場が減衰していることが分かる。図 4-13 (c) に図 4-13 (b) の計測結果から準定常磁場の逆解析理論を適用し得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (*xy* 平面) を示す。また、図 4-13 (d) に図 4-13 (c) の z = 2.28 mm の断層画像の青丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。この結果から、短絡点が存在する箇所に磁場強度のピークが見られており、準定常磁場の逆解析理論を用いた 3 次元磁場分布の映像化が可能であることが示された。図 4-13(c)の z = 2.28 mm の断層画像にて短絡点が 2 か所観測されているように見られるのは 5 mm × 5 mm で作製した短絡点のう

ち観測されている 2 か所の接触抵抗が小さいことが考えられる。深さ方向の分解能の評価として半値幅を考える。図 4-13 (d) における半値幅は 1.48 mm となる。

表 4-2 : 測定条件.

測定範囲	90 mm × 90 mm
画素数	16 pixel × 16 pixel
積算時間	2 s/point
磁場の検出成分	*z* 方向
サンプリング周波数	250 kHz
磁気センサ	MI センサ

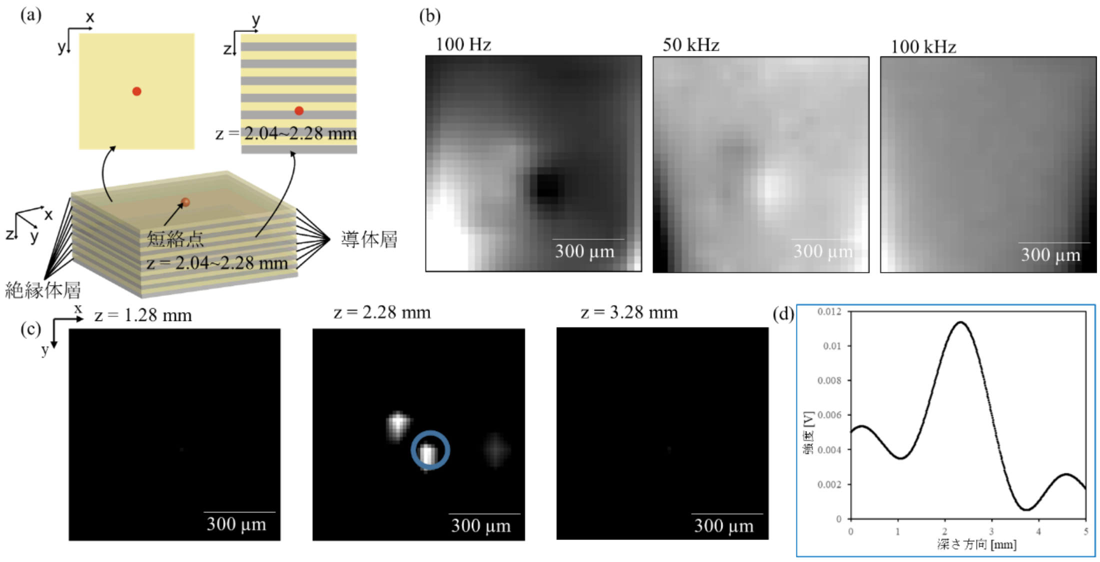


図 4-13 : 18-19 層目に短絡が存在する 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の断層映像化結果, (a) 18-19 層目に短絡が存在する 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の構造, (b) 計測により得られる磁場の周波数依存複素データ, (c) 準定常磁場の逆解析理論を適用して得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (*xy* 平面), (d) 短絡点の磁場の深さ依存性.

図 4-14 (a) に示すように 7-8 層目と 18-19 層目に短絡を作製した。短絡を荷電粒子デバイス表面から 7-8 層目の短絡は $z = 0.72 \sim 0.96$ mm、18-19 層目の短絡は $z = 2.04 \sim 2.28$ mm に存在する。測定条件を表 4-3 に示す。30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料には 1 $A_{p\text{-}p}$ 印加した。測定周波数は 0.1 ~ 100 kHz の範囲で 100 Hz 間隔で測定した。そのほかの測定条件は表 4-3 に示す。図 4-14 (b) に計測により得られる磁場周波数複素データのうち 100

Hz、10 kHz、100 kHz を示す。この図から荷電粒子デバイス表面から遠い位置にある短絡点の方が印加電流の周波数が大きくなったときの磁場の減衰が大きいことが分かる。図 4-14 (c)に図 4-14 (b) の計測結果から準定常磁場の逆解析理論を適用し得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (xy 平面) を示す。また、図 4-14 (d) に図 4-14 (c) の $z = 0.72$ mm の断層画像の赤丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。図 4-14 (e) に図 4-14 (c) の $z = 2.28$ mm の断層画像の青丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。この結果から、短絡点が 2 点場合においても各々短絡点の存在する箇所に磁場強度のピークが見られており、準定常磁場の逆解析理論を用いた 3 次元磁場分布の映像化が可能であることが示された。

表 4-3: 測定条件.

測定範囲	90 mm × 90 mm
画素数	16 pixel × 16 pixel
積算時間	2 s/point
磁場の検出成分	z 方向
サンプリング周波数	250 kHz
磁気センサ	MI センサ

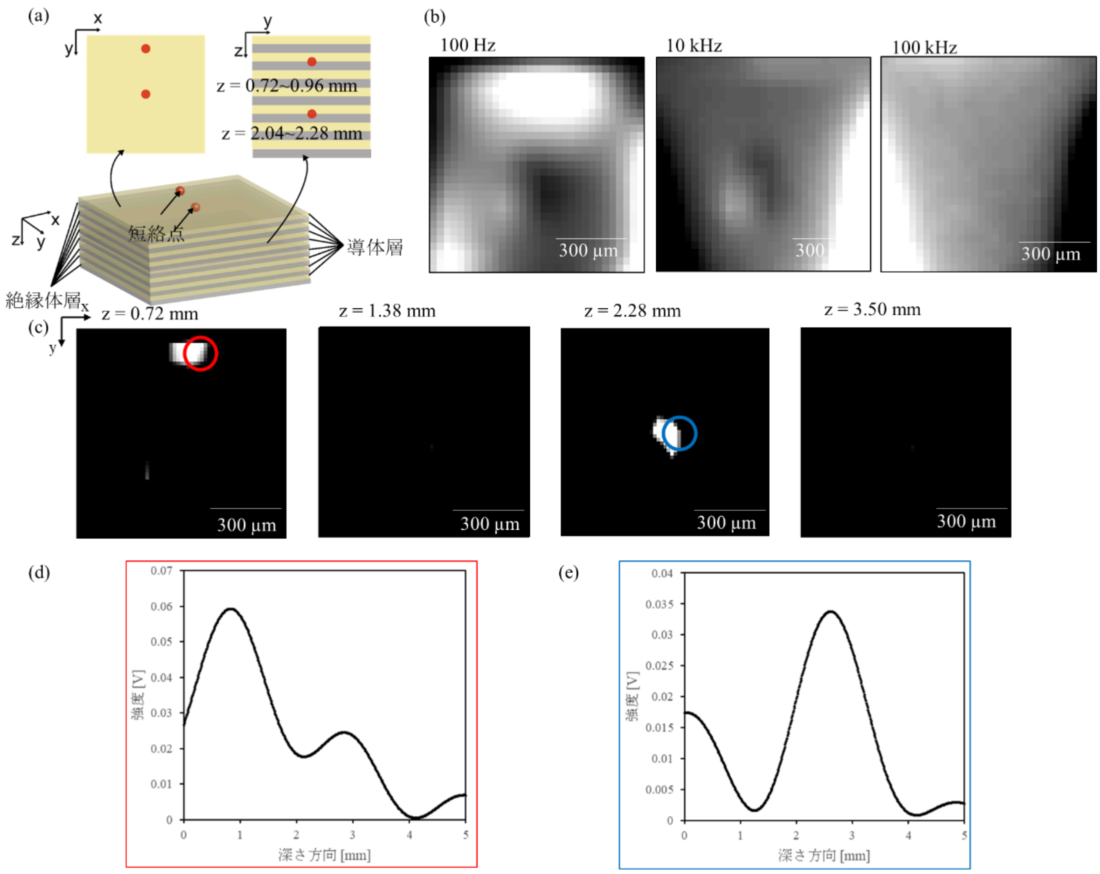


図 4-14 : 7-8 層目と 18-19 層目に短絡が存在する 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の断層映像化結果, (a) 7-8 層目と 18-19 層目に短絡が存在する 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の構造, (b) 計測により得られる磁場の周波数依存複素データ, (c) 準定常磁場の逆解析理論を適用して得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (xy 平面) , (d) 7-8 層目短絡点の磁場の深さ依存性, (e) 18-19 層目短絡点の磁場の深さ依存性.

図 4-15 (a) に示すように 7-8 層目と 13-14 層目に短絡を作製した。短絡を荷電粒子デバイス表面から 7-8 層目の短絡は z = 0.72 ~ 0.96 mm、13-14 層目の短絡は z =1.44 ~ 1.68 mm に存在する。30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料には 1 $A_{p\text{-}p}$ 印加した。測定周波数は 0.1 ~ 100 kHz の範囲で 100 Hz 間隔で測定した。そのほかの測定条件は表 4-4 に示す。図 4-15 (b) に計測により得られる磁場周波数複素データのうち 100 Hz、50 kHz、100 kHz を示す。この図から荷電粒子デバイス表面から遠い位置にある短絡点の方が印加電流の周波数が大きくなったときの磁場の減衰が大きいことが分かる。図 4-15 (c)に図 4-15 (b)の計測結果から準定常磁場の逆解析理論を適用し得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (xy 平面) を示す。また、図 4-15 (d) に図 4-15 (c) の z = 0.96 mm の断層画像の赤丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。図 4-15 (e) に図 4-15 (c) の z = 1.44 mm の断層画像の青丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。この結果から、短絡点が 2 点場合においても各々短絡点の存在す

る箇所に磁場強度のピークが見られており、準定常磁場の逆解析理論を用いた 3 次元磁場分布の映像化が可能であることが示された。

表 4-4 : 測定条件.

測定範囲	90 mm × 90 mm
画素数	16 pixel × 16 pixel
積算時間	2 s/point
磁場の検出成分	*z* 方向
サンプリング周波数	250 kHz
磁気センサ	MI センサ

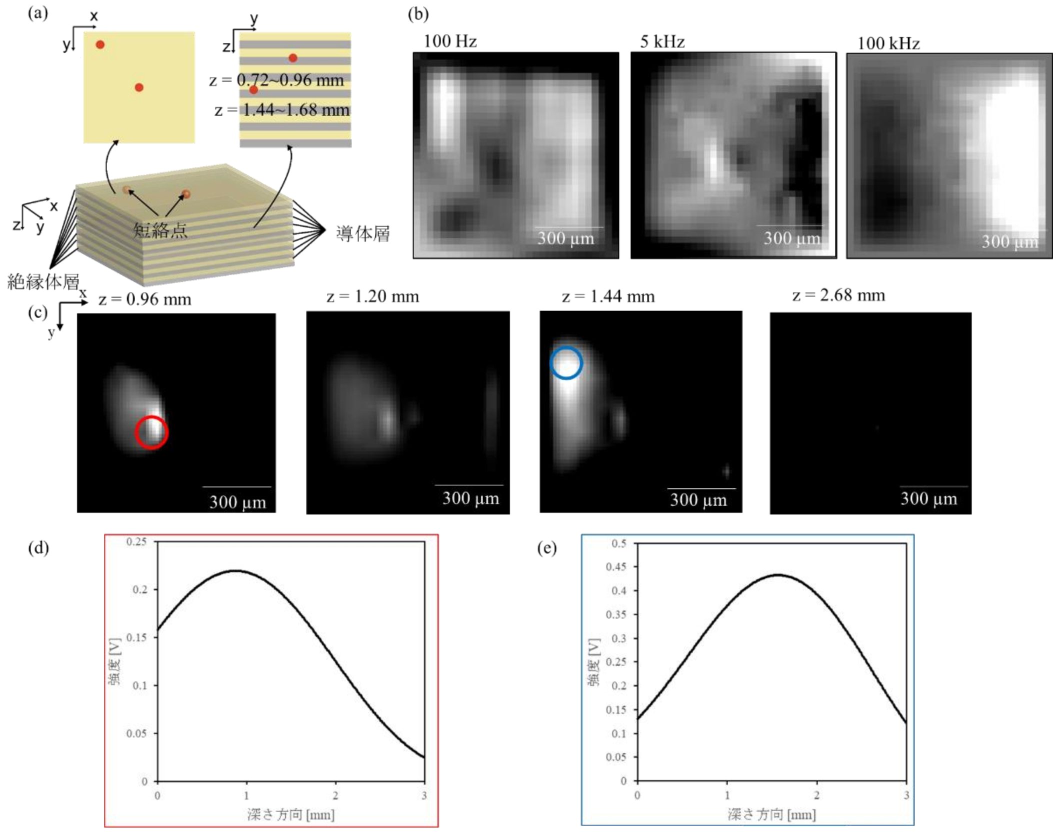


図 4-15 : 7-8 層目と 13-14 層目に短絡が存在する 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の断層映像化結果, (a) 7-8 層目と 13-14 層目に短絡が存在する 30 層周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料の構造, (b) 計測により得られる磁場の周波数依存複素データ, (c) 準定常磁場の逆解析理論を適用して得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (*xy* 平面) , (d) 7-8 層目短絡点の磁場の深さ依存性, (e) 13-14 層目短絡点の磁場の深さ依存性.

4.4.3.3 考察

得られた測定結果において短絡を作製した z 座標付近以外にもピークが検出されている理由について考察する。例えば図 4-13 (d)では $z = 2.28$ mm 付近のピーク以外に $z = 0.25$ mm や $z = 4.50$ mm にもピークが検出されている理由を再構成理論の数値計算の結果から考察する。周期的層状荷電粒子デバイス内部に磁気発生源があるときのモデルでの 1 次元での準定常磁場での逆解析解を用いて、抽出周波数の個数や最大周波数を変えた時の再構成の結果の変化を図 4-16 に示した。数値計算上で設定した導電率 $\sigma = 3.0 \times 10^7$、透磁率 $\mu = 1.0 \times 10^{-6}$、磁場発生源座標 $z = 100$ μm であるとした。また、信号強度は比較のため規格化している。抽出周波数を 10 Hz から 10 Hz 毎に 1250 Hz、6250 Hz、31250 Hz、156250 Hz まで抽出している。図 4-16 から抽出周波数の最大周波数を大きくすると磁場発生源座標以外のピークが小さくなることが分かる。そのため図 4-13 (d)から短絡を作製した $z = 2.28$ mm 付近のピーク以外の $z = 0.25$ mm や $z = 4.50$ mm のピークは高周波領域の欠如が原因であると考えられる。また図 4-16 から抽出周波数の最大周波数を大きくするとピーク幅が小さくなっていることが分かる。拡散系を考えた時、時間的に細かい情報は空間的に細かい情報につながる。すなわち、時間的な細かさを意味する高周波領域の欠如は、深さ方向の分解能につながると考えられる。現在使用している MI センサの帯域は最大 100 kHz となる。磁気インピーダンス効果は高周波電流を通電し、アモルファスワイヤに表皮効果を生じさせ、そのインピーダンスの値により外部磁場を測定している。表皮効果を利用しているため磁気インピーダンス効果は高周波の方が大きくなるが、アモルファスワイヤの磁化ベクトルの回転に必要なエネルギー量によりこの最大周波数は決定される。

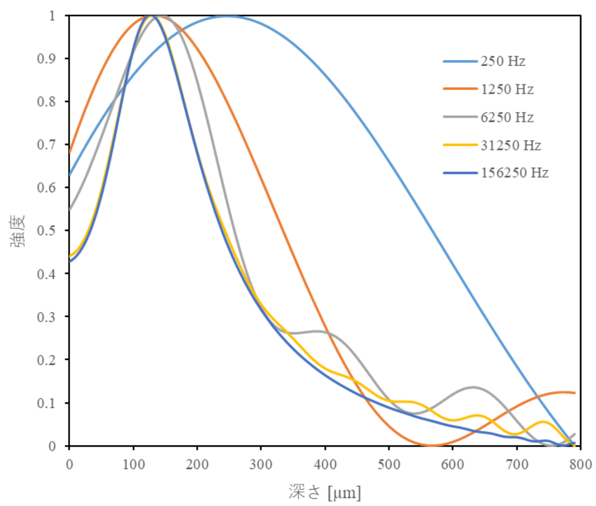
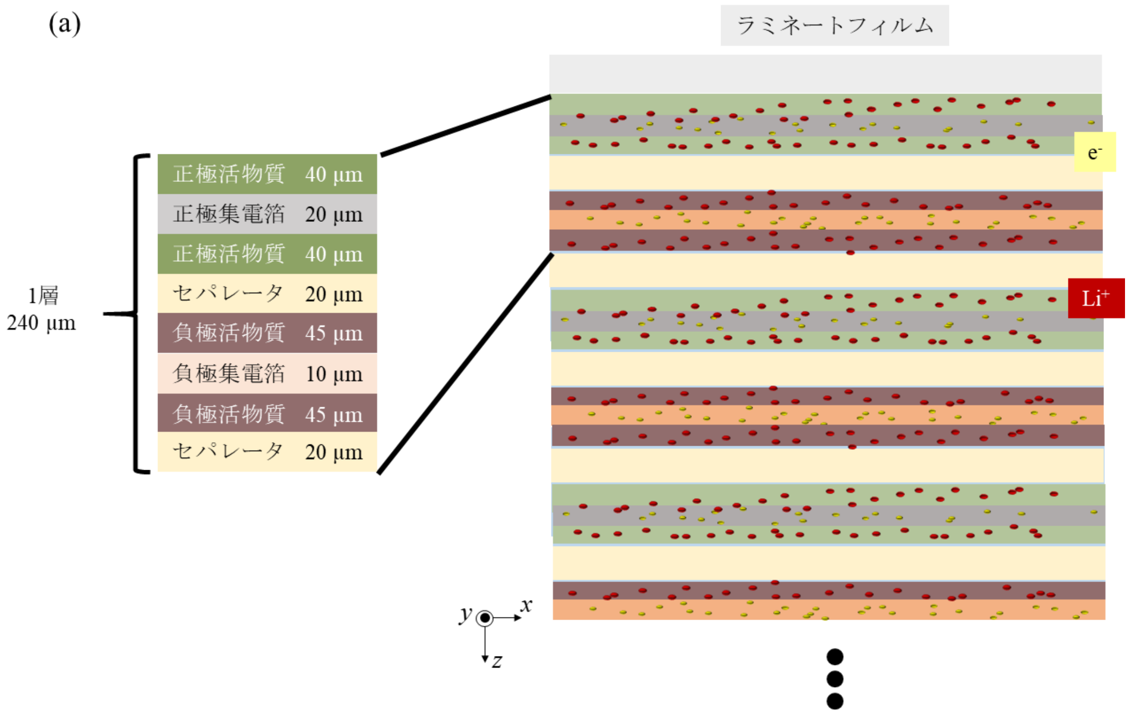


図 4-16 : 抽出する周波数を変化させたときの 1 次元での準定常磁場の逆解析解を用いた深さ方向の計算結果.

4.4.4 不良多層リチウムイオン電池を用いた 3 次元断層映像化

4.4.4.1 試料構造

正極、負極それぞれ 20 層積層させた多層リチウムイオン電池の 10 層目と 20 層目の一部のセパレータ、活物質を欠損させ正極、負極の集電箔同士が短絡している欠陥 20 層積層リチウムイオン電池を作製した。欠陥サイズは 15×15 mm で作製し、作製した欠陥 20 層積層リチウムイオン電池は短絡抵抗 0 Ω の完全短絡状態である。3 次元断層映像化を行うためにはリチウムイオン電池内の各材料の厚みや導電率が必要となる。そこで、今回作製した 20 層積層リチウムイオン電池の材料、それぞれの厚みを以下に示す。正極集電箔には厚さ 20 μm のアルミニウムを用いた。正極活物質材料は NMC622 (NMC : Nickel - Manganese-Cobalt cathode) : 導電助剤のアセチレンブラック (AB) : ポリフッ化ビニリデン (PVDF) = 94 : 3 : 3 wt% を用いて正極集電箔の両面に塗布して、プレス後の厚みは 99-103 μm となる。負極活物質材料は黒鉛 : AB : 増粘剤 カルボキシメチルセルロース (CMC) : スチレン・ブタジエンゴム (SBR) = 97 : 0.5 : 1.5 : 1 を用いて負極集電箔の両面に塗布して、プレス後の厚みは 102-103 μm となる。負極集電箔には厚さ 10 μm の銅を用いた。電解液は 1.0 M ヘキサフルオロリン酸リチウム ($LiPF_6$) in エチレンカーボネート (EC) / ジメチルカーボネート (DMC) / エチルメチルカーボネート (EMC) = 1 / 1 / 1 にビニレンカーボネート (VC) 1 % を添加したものを用いて、20 層積層リチウムイオン電池には 20 ml 注液した。セパレータには厚さ 20 μm のポリプロピレン (PP) を用いた。アルミラミネートフィルムは総厚 153 μm ± 10 %、アルミニウム層は 40 μm のものを用いた。セルサイズは 96 × 84 mm である。欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の内部構造概要図、光学写真を図 4-17 (a), (b) に示す。図 4-17 (b) に 10 層目と 20 層目の欠損箇所位置と測定範囲を示している。



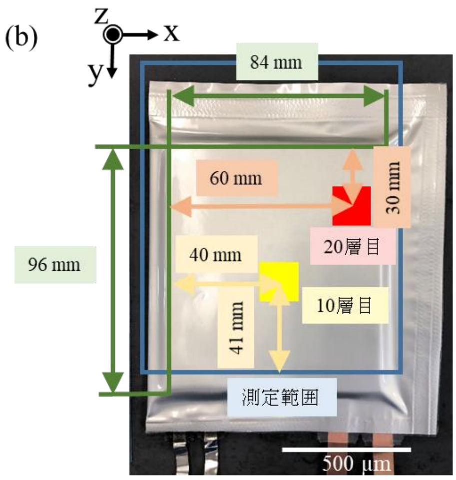


図 4-17 : 欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の概要図, (a) 欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の内部構造概要図, (b) 欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の光学写真.

4.4.4.2 測定方法と測定結果

パルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムを用いて不良 20 層積層リチウムイオン電池の磁場周波数複素データを測定し、準定常磁場の逆解析理論を適用し 3 次元磁場分布の断層画像の映像化を行った。図 4-18 (a) のように欠陥 20 層積層リチウムイオン電池表面から 10 層目の短絡は $z = 2.31 \sim 2.55$ mm、20 層目の短絡は $z = 4.71 \sim 4.95$ mm に存在する。欠陥 20 層積層リチウムイオン電池には 1 $A_{p\text{-}p}$ 印加した。測定周波数は 0.1 ~ 100 kHz の範囲

で 100 Hz 間隔で測定した。そのほかの測定条件は表 4-5 に示す。図 4-18 (b) に計測により得られる磁場周波数複素データのうち 100 Hz、5 kHz、100 kHz を示す。図 4-18 (c) に図 4-18 (b) の計測結果から準定常磁場の逆解析理論を適用し得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (xy 平面) を示す。平均導電率は 10×10^6 $\mathrm{Sm^{-1}}$ とする。また、図 4-18 (d) に図 4-18 (c) の z = 2.30 mm の断層画像の赤丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。図 4-18 (e) に図 4-18 (c) の z = 4.30 mm の断層画像の青丸で示した箇所の磁場の深さ依存性を示す。この結果から、短絡点が 2 点の場合においても各々短絡点の存在する箇所に磁場強度のピークが見られており、準定常磁場の逆解析理論を用いた 3 次元磁場分布の映像化がリチウムイオン電池においても可能であることが示された。図 4-18 (e) における半値幅は 3.05 mm となる。模擬多層構造体に比べ欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の半値幅が大きくなった原因について考察する。リチウムイオン電池は集電箔、活物質、セパレータ、電解質から構成されており、模擬多層構造体に比べ導体層の比率が小さくなるため平均導電率が小さくなる。これによりリチウムイオン電池内部の層毎の磁場の変化は差が小さくなり、半値幅が大きくなり深さ方向の分解能が低下したと考えられる。

表 4-5　測定条件.

測定範囲	100 mm × 120 mm
画素数	12 pixel × 16 pixel
積算時間	2 s/point
磁場の検出成分	z 方向
サンプリング周波数	250 kHz
磁気センサ	MI センサ

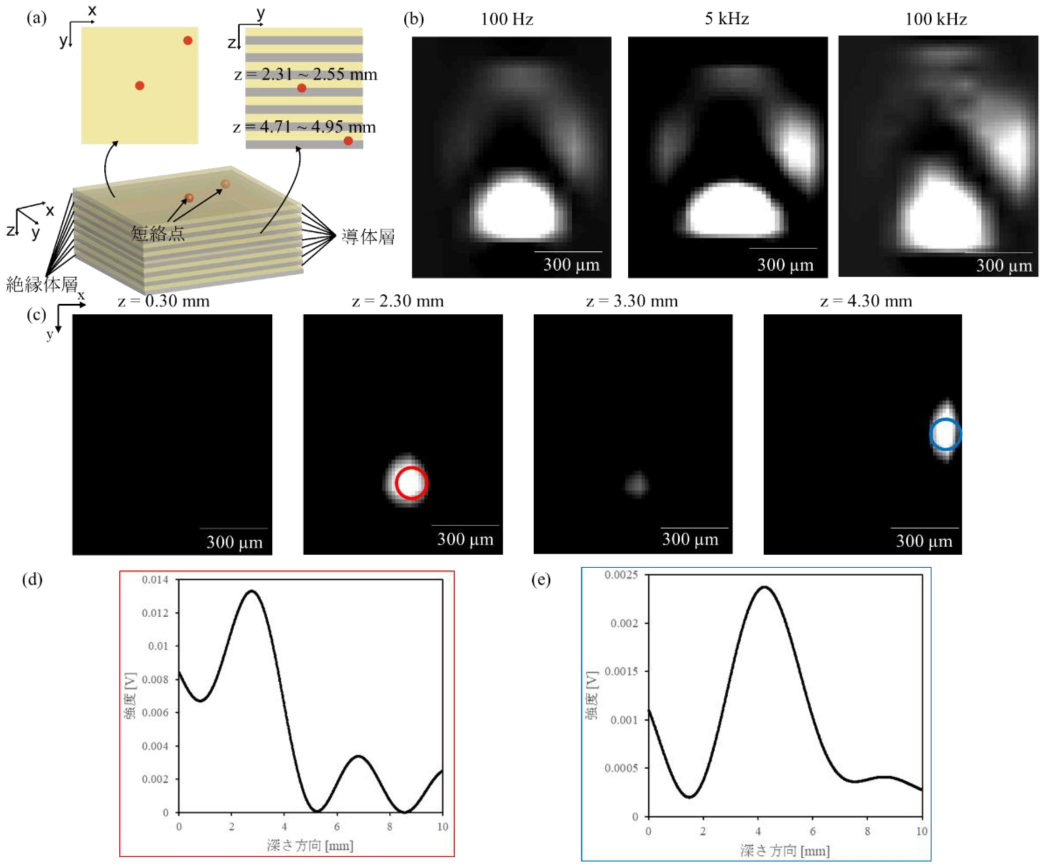


図 4-18 : 欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の断層映像化結果, (a) 欠陥 20 層積層リチウムイオン電池の欠損箇所, (b) 計測により得られる磁場の周波数依存複素データ, (c) 準定常磁場の逆解析理論を適用して得られた 3 次元磁場分布の断層画像 (*xy* 平面), (d) 10 層目短絡点の磁場の深さ依存性, (e) 20 層目短絡点の磁場の深さ依存性.

4.4.4.3 考察

リチウムイオン電池のように電流を流す引き出し電極がむき出しであり、遮蔽効果が起こらない磁場が 3 次元再構成に与える影響について考える。周波数に依存しない磁場の場合計測により得られる磁気信号は周波数軸上で一定となる。そのため、式に示すような周期的層状荷電粒子デバイス内部に磁気発生源があるときのモデルでの 1 次元での準定常磁場での逆解析解を周波数に依存しない磁場に適用すると、得られる結果は z = 0 μm から振動しながら減衰するような結果となり、z = 0 μm にピークが得られると考えられる。ここで、H_{leak} は計測により得られる磁場である。数値シミュレーションによりリーク磁場 H_{leak} と周波数に依存しない磁場 H_{tab} が重なり合った場合の計測結果を求め、その計測結果から準定常磁場の逆解析理論を適用した結果を図 4-19 に示す。数値計算上で設定した導電率は $\sigma = 3.0 \times 10^7$、透磁率は $\mu = 1.0 \times 10^{-6}$、抽出周波数は 10 Hz から 100 kHz まで 10 Hz ごとである。

この結果から H_{leak} が H_{tab} の 0.67 倍以上の場合は引き出し電極からの磁場の影響を受けずにリーク磁場の映像化が可能であることが分かる。

$$H_z(z,t)=\frac{1}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\left(\tilde{H}_{leak}+\frac{\dot{\tilde{H}}_{leak}}{k}\right)e^{kz}+\left(\tilde{H}_{leak}-\frac{\dot{\tilde{H}}_{leak}}{k}\right)e^{-kz}\right\}e^{i\omega t}d\omega$$
$$k=\frac{1-i}{\sqrt{2}}\sqrt{\mu\omega\sigma} \tag{4-11}$$

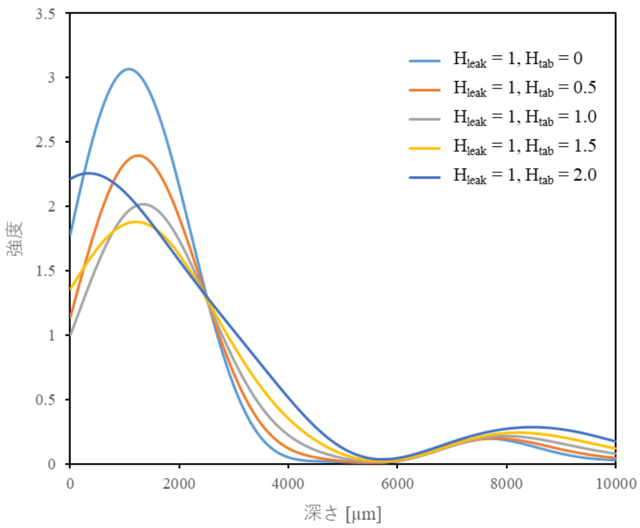


図 4-19 : リーク磁場と周波数に依存しない磁場の重なり合った計測結果に準定常磁場の再構成を適用した結果.

次に本研究で用いた磁気センサの電流の検出感度について考察する。磁気センサの感度から検出可能な最小電流を明らかにする。磁場と電流の関係を表したビオサバールの法則から無限遠直線電流の磁場は以下のような式(4-12)で表すことができる。ここで、磁場は B、電流は I、センサと試料間の距離は r、透磁率は μ とする。式(4-12)から I と $1/r$ に比例して磁場の強さは大きくなることが分かる。

$$B=\frac{\mu I}{2\pi r}=\left(4\pi\cdot10^{-7}/2\pi\right)\frac{I}{r} \tag{4-12}$$

本研究で用いた TMR センサの動的感度は 0.20 nT/Hz$^{0.5}$ である。このため、1.0 Hz で計測されたとすると、B の検出限界は 0.20 nT となるので、式(4-12)に代入すると以下の表 4-6 のようなの電流検出感度が得られる。

表 4-6 : TMR センサと試料間の距離と電流検出感度.

$\frac{I}{r} \geq 0.1\times10^{-2}$ A/ m	
センサと試料間の距離	電流検出感度
$r = 1\,\mathrm{cm}$	$I \geq 1.0\times10^{-5}$ A $= 10\ \mu$A
$r = 1\,\mathrm{mm}$	$I \geq 1.0\times10^{-6}$ A $= 1.0\ \mu$A
$r = 1\ \mu\mathrm{m}$	$I \geq 1.0\times10^{-9}$ A $= 1.0$ nA

本研究で用いた MI センサの動的感度は 30 pT/Hz$^{0.5}$ である。このため、1.0 Hz で計測されたとすると、B の検出限界は 30 pT となるので、式(4-12)に代入すると以下の表 4-7 のようなの電流検出感度が得られる。

表 4-7 : MI センサと試料間の距離と電流検出感度.

$\frac{I}{r} \geq 1.5\times10^{-4}$ A/ m	
センサと試料間の距離	電流検出感度
$r = 1\,\mathrm{cm}$	$I \geq 1.5\times10^{-6}$ A $= 1.5\ \mu$A
$r = 1\,\mathrm{mm}$	$I \geq 1.5\times10^{-7}$ A $= 0.15\ \mu$A
$r = 1\ \mu\mathrm{m}$	$I \geq 1.5\times10^{-10}$ A $= 0.15$ nA

また、平行平板中の層間を流れる空間的微小電流を考えると磁場と電流の関係を表したビオサバールの法則から式(4-13)で表すことができる。ここから同様に空間的微小電流の検出可能電流を考察する。ここで d は層間距離とする。式(4-13)から I と $1/r^2$ と d に比例して磁場の強さは大きくなることが分かる。

$$B = \frac{\mu I d}{4\pi r^2} = \left(4\pi\cdot10^{-7}/4\pi\right)\frac{Id}{r^2} \tag{4-13}$$

本研究で用いた TMR センサの動的感度は 0.20 nT/Hz$^{0.5}$ である。このため、1.0 Hz で計測されたとすると、B の検出限界は 0.20 nT となるので、式(4-13)に代入すると以下の表 4-8 のようなの電流検出感度が得られる。ここで層間距離は図 4-17 の層間距離 120 μm を用いた。

表 4-8 : TMR センサと試料間の距離と電流検出感度.

$\frac{I}{r^2} \geq 17\ \mathrm{A/m^2}$	
センサと試料間の距離	電流検出感度
$r = 1\,\mathrm{cm}$	$I \geq 17 \times 10^{-4}\ \mathrm{A} = 1.7\,\mathrm{mA}$
$r = 1\,\mathrm{mm}$	$I \geq 17 \times 10^{-6}\ \mathrm{A} = 17\,\mu\mathrm{A}$
$r = 1\,\mu\mathrm{m}$	$I \geq 17 \times 10^{-12}\ \mathrm{A} = 17\,\mathrm{pA}$

本研究で用いた MI センサの動的感度は 30 pT/Hz$^{0.5}$ である。このため、1.0 Hz で計測されたとすると、B の検出限界は 30 pT となるので、式(4-13)に代入すると以下の表 4-9 のようなの電流検出感度が得られる。

表 4-9 : MI センサと試料間の距離と電流検出感度.

$\frac{I}{r^2} \geq 2.5\ \mathrm{A/m^2}$	
センサと試料間の距離	電流検出感度
$r = 1\,\mathrm{cm}$	$I \geq 2.5 \times 10^{-4}\ \mathrm{A} = 0.25\,\mathrm{mA}$
$r = 1\,\mathrm{mm}$	$I \geq 2.5 \times 10^{-6}\ \mathrm{A} = 2.5\,\mu\mathrm{A}$
$r = 1\,\mu\mathrm{m}$	$I \geq 2.5 \times 10^{-12}\ \mathrm{A} = 2.5\,\mathrm{pA}$

4.5　本章のまとめ

本章では本研究にて開発したパルスサブサーフェスイメージングシステムの装置構成、また本システムを用いた測定結果についてその詳細を述べた。2 章にて述べた準定常磁場の逆解析理論における境界条件となる磁場の周波数複素データを測定可能なパルスサブサーフェスイメージングシステムのハードウェアの各要素技術について述べた。様々な周波数帯域を高い SNR で測定することが可能となる時間引き延ばしパルス状電流について述べた。さらに、周期的層状荷電粒子デバイス模擬試料、不良多層リチウムイオン電池において磁場の周波数複素データを境界条件とし、準定常磁場の準定常磁場の逆解析理論を用いることで 3 次元磁場分布の映像化に成功した。一般的に逆解析が困難とされている 3 次元的に磁場が存在する場合において測定試料を周期的多層構造荷電粒子デバイスとしてモデル化し、そのモデル内で得られる拡散方程式から求めた逆解析理論を用いることで、短絡のような均一モデルからのずれが映像化可能となった点が本システムの優れた点となる。

参考文献

1) S. Suzuki, H. Okada, K. Yabumoto, S. Matsuda, Y. Mima, N. Kimura and K. Kimura: Japanese Journal of Applied Physics. **60** [5](2021)056502.

2) K. KIMURA, Y. MIMA, N. KIMURA Subsurf. Img. Sci. & Technol. **1** [1] (2017) 16.

5　総括

5.1　総括

本研究では、磁場の時間変動を無視できる場合と磁場の時間変動を考慮する場合における再構成理論の開発を行い、それぞれの再構成理論を適用した測定システムの開発を行った。従来の Roth の方法は、2 次元電流を仮定し、ビオザバールの法則を用いた方法に基づいており、再構成可能な資料が制限され、背景磁場の存在下では再構成画像に虚像が生成される課題があった。本研究では、磁場の基礎方程式を用いた一般解となるため、背景磁場の影響が考慮され、実際の計測において有効であることが示された。磁場の時間変動が無視できる場合の再構成理論を適用した透磁率映像化システムの開発を行い、強磁性体試料の構造の映像化に成功した。また、磁場の時間変動を考慮した場合の再構成理論を適用したパルスサブサーフェスイメージングシステムの開発を行い、周期的多層構造荷電粒子デバイスの 3 次元磁場分布映像化に成功した。

第 1 章では､本研究の対象となるサブサーフェスイメージングシステムについて述べた。様々な物体内部構造の解析手法について説明した。また、その中で従来のアクティブ方式磁気イメージングシステムによる産業、工学分野への応用を述べた。

第 2 章では、本研究におけるアクティブ方式磁気イメージングシステムの逆解析理論についてその詳細を述べた。従来の再構成理論では特殊解を用いているため、3 次元的な電流が存在する場合に虚像が生成される問題について述べた。磁場の時間変動が無視できる場合のラプラス方程式の逆解析解を用いた再構成理論と磁場の時間変動を考慮した場合の拡散方程式の逆解析解の再構成理論の詳細について述べ、数値シミュレーションによりそれぞれの場合において計測で得られる結果から再構成が可能であることを示した。また本研究における再構成理論では、磁場の基礎方程式を用いた一般解を用いているため、虚像を除去することが可能であることを示した。

第 3 章では、第 2 章で紹介した静磁場の逆解析理論を搭載した透過型アクティブ方式透磁率イメージングシステムの装置構成及び、測定結果について述べた。また、再構成計算フロー、本研究で使用した磁気センサの動作原理、アクティブ式フィードバック回路を用いた磁気シールドシステム、さらに、強磁性体試料に本システムを適用し、映像化を行った結果について報告した。また、本システムにより得られる空間分解能について考察を述べた。

第 4 章では、第 2 章で紹介した準定常磁場の逆解析理論の境界条件となる磁場の周波数依

存複素データを測定するために本研究で開発したパルス-サブサーフェス磁気イメージングシステムについてその詳細を説明した。パルス-サブサーフェスイメージングシステムで用いた時間引き延ばしパルス状電流について説明した。また、模擬多層構造体に本システムを適用し、3 次元断層映像化を行った結果を報告した。各センサの電流の検出限界について無限遠直線電流と仮定できる場合と平行平板間に流れる微小方向電流の場合のそれぞれにおいて考察を述べた。

5.2　今後の展望

本研究では、透磁率イメージングシステムとして渦電流の影響を無視できるような単一の低い周波数を用いていた。また、渦電流は物質の導電率、透磁率に依存する。そのため、物質の周波数情報を取得することにより、透磁率、導電率を分離し、各金属の同定や各金属を分離映像化の可能性が考えられる。

本研究では、準定常磁場の逆解析理論として周期的多層構造荷電粒子デバイスを直交座標系の z 方向に 2 層の導電率の異なる層が周期的に積層したモデルと考え、モデル内の拡散方程式を導出し、その逆解析解を導出することにより 3 次元的な磁場分布像の映像化が可能であることを示した。そのため、モデル化を行い、そのモデル内の拡散方程式を導出し、逆解析解を求めることにより内部の 3 次元的な磁場分布の映像化が可能となる。例えば、円筒型コンデンサや電池を測定対象とし、円筒座標系の r 方向に周期的に積層したモデルを考えることにより円筒型周期的多層構造荷電粒子デバイスにおける準定常磁場の逆解析理論の開発が可能となる。

研究業績

原著学術論文（査読有）

[1] Shogo Suzuki, Hideaki Okada, Kai Yabumoto, Seiju Matsuda, Yuki Mima, Noriaki Kimura, and Kenjiro Kimura, “Non-destructive visualization of short circuits in lithium-ion batteries by amagnetic field imaging system”, Japanese Journal of Applied Physics, Vol 60, No 5, pp.056502-1-4, 2021.
DOI：https://doi.org/10.35848/1347-4065/abf4a1

公表論文　(査読無)

[1] 木村建次郎, 稲垣明里, 鈴木章吾, 松田聖樹, 美馬勇輝, 木村憲明
“磁場逆解析に基づくフォーカス処理を用いたサブサーフェス磁気イメージング”
第30回最先端実装技術・パッケージング展（2016マイクロエレクトロニクスショー）アカデミックプラザ,論文集 AP-05, 2016年.

[2] 鈴木章吾, 稲垣明里, 美馬勇輝, 木村憲明, 木村建次郎
“サブサーフェス磁気イメージング法を用いたインダクタの電流経路映像化”,
第 26 回マイクロエレクトロニクスシンポジウム論文集, 2D3-4, pp.367-370, 2016 年.

[3]　稲垣明里, 木村建次郎, 美馬勇輝, 松田聖樹, 鈴木章吾, 鈴木智子, 木村憲明
“サブサーフェス磁気イメージングシステムによる物体内磁気微粒子の非破壊映像化と医療応用に関する検討”, 第31回最先端実装技術・パッケージング展（2017マイクロエレクトロニクスショー）アカデミックプラザ, 論文集AP-24, 2017年6月 7 日

[4] 松田聖樹, 鈴木章吾, 美馬勇輝, 木村憲明, 木村 建次郎
“平行金属平板間の非破壊高速電流イメージング”
Nondestructive high-speed electric current imaging inside parallel metallic flat plates,
第32回最先端実装技術・パッケージング展 アカデミックプラザ, 講演論文集AP-18, 2018年6月7日.

[5] 松田聖樹, 鈴木章吾,田口龍一,坂倉涼太,美馬勇輝, 木村憲明, 木村 建次郎
“非破壊リアルタイム蓄電池内電流イメージング技術の開発”
Development of nondestructive real-time electric current density imaging inside rechargeable battery, JPCA Show 2019 アカデミックプラザ, 講演論文集　AP-17,2019,2019年6月6日

[6]　栃岡 慧, 渡辺 朋広, 伊東 和彦, 田中 弘毅, 宮口 浩一, 木村 建次郎, 鈴木 章吾, 松田 聖樹, 美馬 勇輝
“直流がいしピン部の健全性評価手法の検討”, 令和2年電気学会全国大会, 東京電機大学東京千住キャンパス, 2020年3月11日～13日【コロナウイルスの影響により中止】

解説

[1] 木村建次郎, 松田聖樹, 鈴木章吾, 美馬勇輝, 木村憲明.

“蓄電池内部-非破壊高分解能電流密度分布映像化技術”, 金属, 88 巻 5 号, pp.31-40, 2018 年 5 月 1 日

学会発表 (本人登壇)

[1] 〇鈴木章吾, 稲垣明里, 美馬勇輝, 木村憲明, 木村建次郎
“サブサーフェス磁気イメージング法を用いたインダクタの電流経路映像化”
MES2016　エレクトロニクス実装学会　秋季大会 第 26 回マイクロエレクトロニクスシンポジウム,（中京大学　名古屋キャンパス）, 2D3-4, 論文集,pp.367-370 (2016 年 9 月 9 日)

[2] 〇鈴木章吾, 美馬勇輝, 木村建次郎, 木村憲明
“準定常磁場の逆解析法の開発と物体内 3 次元構造可視化への応用”
神戸大学理学部ホームカミングデイ第 8 回サイエンスフロンティア, 神戸大学, 2017 年 10 月 28 日.

[3] 〇鈴木章吾, 松田聖樹, 木村建次郎, 美馬勇輝,木村憲明 【注目講演】
“多層蓄電池内における 3 次元磁場分布画像再 構成法に関する研究” , 第 65 回応用物理学会春季学術講演会, 早稲田大学西早稲田キャンパス, 2018 年 3 月 20 日.

[4] 〇鈴木章吾，松田聖樹，木村建次郎，美馬勇輝，木村憲明
高感度磁気計測と画像再構成理論に基づく防犯検査システムの開発, 第 79 回　応用物理学会　秋季学術講演会　名古屋国際会議場 2018 年 9 月 18 日.

[5] 〇鈴木章吾, 木村憲明, 木村建次郎
“超高感度磁気計測と画像再構成法を用いた世界初の次世代防犯検査システム”, テクノアイデアコンテスト”テクノ愛 2018”, 京都大学国際科学イノベーション棟, 2018 年 11 月 23 日, 【テクノ愛 2018 優秀賞】

[6] 〇鈴木章吾, 松田聖樹, 木村建次郎, 美馬勇輝, 木村憲明
“超高感度磁気計測および画像再構成理論に基づく埋め込み型防犯ゲートシステムの開発”, 第 66 回応用物理学会春季学術講演会, 東京工業大学大岡山キャンパス, [11p-M116-13], 2019 年 3 月 11 日.【第 46 回（2019 年春季）応用物理学会講演奨励賞】

[7] 〇鈴木章吾, 松田聖樹, 木村建次郎, 美馬勇輝, 木村憲明
“超高感度磁気計測と画像再構成理論に基づく埋め込み型防犯ゲートシステムの開発” 第 80 回応用物理学会秋季学術講演会, 北海道大学札幌キャンパス, 2019 年 9 月 20 日
応物受賞者講演

[8] 〇鈴木章吾, 松田聖樹, 美馬勇輝, 木村憲明, 木村建次郎.

“非破壊磁気イメージング手法を用いたサイクル試験に伴うリチウムイオン電池の内部状態の変化の可視化” 第 60 回電池討論会, 国立京都国際会館,2019 年 11 月 13 日~15 日

著書

[1] 木村建次郎, 鈴木章吾, 松田聖樹, 美馬勇輝, 木村憲明
“高分解能電流経路映像化システムの開発－磁場計測に基づく蓄電池内電流の非破壊可視化のための基礎理論－”ポストリチウムに向けた革新的二次電池の材料開発, NTS, pp.129-141, 2018 年 2 月 8 日.

[2] 木村建次郎, 松田聖樹, 薮本海, 鈴木章吾, 美馬勇輝,木村憲明. “蓄電池内部－非破壊電流密度分布映像化技術－逆問題の解析解発見と超高感度磁気計測－”, リチウムイオン電池の分析, 解析と評価技術 事例集, 技術情報協会, 第 5 章 第 2 節, pp.353-361, 2019 年 11 月 29 日

出願特許

[1] 木村憲明, 木村建次郎, 美馬勇輝, 鈴木章吾, 三津野隆宏, 川原敬治, 宮口浩一, 田中弘毅, 土井章裕, 楠藤正伯
特願 2019-144195
“検査装置および検査方法”

[2] 木村憲明, 木村建次郎, 美馬勇輝, 鈴木章吾
特願 2019-144620
“蓄電池検査装置及び蓄電池検査方法”

[3] 木村建次郎, 木村憲明, 美馬勇輝, 鈴木章吾
特願 2019-21547
“外場応答分布可視化装置及び外場応答分布可視化方法”

[4] 木村憲明, 木村建次郎, 美馬勇輝, 鈴木章吾
特願 2020-069616
“磁気応答分布可視化装置, セキュリティ検査システム及び磁気応答分布可視化方法”

[5] 鈴木章吾, 西村祐太朗, 美馬勇輝, 木村建次郎, 木村憲明
特願 2021-036846
“検査装置及び検査方法”

受賞

[1]　平成 30 年 3 月　第 65 回応用物理学会　注目講演
〇鈴木章吾, 松田聖樹, 木村建次郎, 美馬勇輝,木村憲明, “多層蓄電池内における 3 次元磁場分布画像再 構成法に関する研究”

[2]　2018 年 11 月 23 日　“テクノ愛 2018”コンテスト　優秀賞
〇鈴木章吾, “超高感度磁気計測と画像再構成法を用いた世界初の次世代防犯検査システム”

[3]　令和元年 5 月 12 日　第 46 回（2019 年春季）応用物理学会講演奨励賞
〇鈴木章吾, 松田聖樹, 木村建次郎, 美馬勇輝, 木村憲明, “超高感度磁気計測および画像再構成理論に基づく埋め込み型防犯ゲートシステムの開発”, 講演番号：11p-M116-13

謝辞

同専攻 教授 木村 建次郎 先生には、研究者としてまだまだ未熟な筆者に対し、 本論文の研究内容を超えた、視野の広いご指導をして頂きました。研究に対する先生の姿勢や、「抽象的でなく、常に具体的で在りたい。」というお言葉からは、研究者としてだけでなく、人としての在り方も考えさせられ、非常に感銘を受けました。多くの事を学ばせて頂けたこと、ここに深く感謝致します。 また、同専攻 教授 大西 洋 先生には、研究内容、研究生活全般に渡り、様々なご指導を頂きました。ここに厚く感謝の意を表しますとともに、重ねて貴家のますますのご発展をお祈り申し上げます。

Integral Geometry Science Inc. 取締役代表 木村 憲明 先生には、本研究を進めるにあたり貴重なご助言の数々を頂きました。必要かつ十分な研究手法を御提示いただきましたので、ここに厚く御礼申し上げます。また、研究全般に渡り様々な知識・技術を丁寧に教えて頂きました。研究分野に留まらない幅広い知識と、研究に対する姿勢からは、多くの事を学びました。ここに深く感謝致します。

Integral Geometry Science Inc. 上級科学研究員 美馬 勇輝 博士には、幅広い視点から貴重なご助言を頂きました。また、日常の議論を通じて多くの知識や示唆を頂きました。ここに心より感謝致します。

本学 博士後期課程 3 年 稲垣 明里 氏、並びに松田 聖樹 氏には、公私共に楽しく、励まし合いながら充実した時間を送れたこと、深く感謝致します。彼らには、心の支えとなり助けられた場面が数多くあり、共に過ごした時間は筆者にとってかけがえのないものとなりました。ここに心より感謝申し上げます。 ありがとうございました。

博士後期課程 3 年 薮本 海 氏、博士後期課程 2 年 岡田 英朗 氏、千葉工業大学 博士後期課程 2 年 土井 敦史 氏、博士前期課程 2 年 西村 祐太朗 氏、博士前期課程 1 年 平井 綾華 氏、並びに村上 環 氏には、研究室在籍時に大変お世話になりました。良き先輩、良き友人に囲まれ、充実した研究室生活を送ることができました。ここの心から感謝致します。

鮫島 美穂 氏、鶴崎 牧子 氏、橘 かほり 氏、小山賀南子 氏、山本 知邑 氏には、研究生活において様々な面でお世話になっただけでなく、常に親切なお心遣いをして頂いき、心の支えに練っていただいたことに感謝申し上げます。

最後に、私をここまで育ててくれ応援してくれた家族、友人、研究生活を支えて下さった全ての方に心より感謝申し上げます