



Excess-Path-Length Distribution of Fast Charged Particles and Its Relating Problems

中塚, 隆郎

(Degree)

博士 (理学)

(Date of Degree)

1988-03-18

(Date of Publication)

2008-07-17

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

乙1153

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2001153>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



氏名・(本籍)	なか 塚 隆 郎 (兵 庫 県)
学 位 の 種 類	理 学 博 士
学 位 記 番 号	理博ろ第8号
学位授与の要件	学位規則第5条第2項該当
学位授与の日付	昭和63年3月18日
学位論文題目	EXCESS-PATH-LENGTH DISTRIBUTION OF FAST CHARGED PARTICLES AND ITS RELATING PROBLEMS (荷電粒子の径路長の分布及び関連する諸問題)

審 査 委 員	主査 教授 豊 田 好 男
	教授 小早川 恵 三 教授 都 築 嘉 弘

論 文 内 容 の 要 旨

I. INTRODUCTION

1951年 C.N.Yang は多重クーロン散乱を受けた荷電粒子の径路長の分布を与える方程式を提案した、それは、それまでよく調べられていた散乱角と偏位の分布の上に径路長の分布を追加するものであった。しかしこの方程式の解については Yang 自身によって示された極めて特殊な条件での解しか知られていなかった。

多重散乱による径路長の分布は、単一粒子についてはエネルギー損失の分布や飛程など、シャワー粒子については到着時間分布など、荷電粒子の運動の基礎的問題に深く関わっている。これらのデータのより詳細な解析や、多重散乱の関わる現象についての種々の評価計算や応用シミュレーションのために、Yang 方程式のより深い知識が必要とされた。この観点からより一般の条件での解を検討し、最も一般的な条件の下での解まで得ることができた。

この論文では、Yang 方程式の一般解を求める手順が示され、解の定量的定性的な分析が行われ、Yang 方程式が基礎とするガウス近以より進んで単一散乱まで考慮したときの分布への影響が分析され、径路長分布のエネルギー損失分布への影響が議論される。

II. THE YANG EQUATION OF THE EXCESS-PATH-LENGTH DISTRIBUTION OF FAST CHARGED PARTICLES

Yang 方程式は、多重散乱による散乱角と偏位の同時分布を与える Fermi 方程式に、径路長の増加に対応する項を追加した拡散方程式である。この方程式は散乱角及び偏位にフーリエ変換、

増加径路長にラプラス変換を施し、直交関数展開することにより解くことができる。ただし級数展開のままでは逆ラプラス変換できず、和を求めることが問題の本質となる。Yang はこの級数の係数が単純で、二項級数になるときの分布を得た。それはあらゆる散乱角及び偏位の粒子をとった場合 (case I)、及び散乱角が 0 の粒子のみをとった場合 (case II)、の径路長分布であった。より一般の場合にはより複雑な級数となるが、偏位が 0 の粒子のみをとった場合 (case III)、散乱角が θ の粒子のみをとった場合 (case IV)、偏位が r の粒子のみをとった場合 (case V)、また最も一般の場合、つまり入射角が θ_0 、散乱角が θ 、偏位が r の粒子をとった場合 (case gen) までそれぞれの和が得られた。これらの和は、case III までは十分早く収束する級数で、それ以外は鞍部点法により逆ラプラス変換され、径路長の分布が求まり、Yang 方程式は完全に解決された。

分布の平均値及び分散はこの解析解から容易に求められるが、その結果は今までに部分的に Yang および H.Bichsel らによって示されていたものを、特殊な場合として全て含むものであった。

case I (全散乱角、全偏位) の増加径路長の分布は、同じ平均値と半値幅をもつガンマ分布にくらべて立ち上がりは遅れるがほぼ同じピーク位置で高いピーク値をもち、遅い指数型減衰を示す。case IV (散乱角固定) のとき増加径路長が 0 から分布が始まるのに比べ、case V (偏位固定) のときある有限増加径路長から分布が始まる。これは幾何学的な自明の増加長に対応する。case gen のときの分布では散乱角と偏位の絶対値のみでなく、方位角の差に依存する項が現れる。

III. THE EXCESS-PATH-LENGTH DISTRIBUTION OF FAST CHARGED PARTICLES CONSIDERING THE SINGLE SCATTERING

Yang 方程式は Fokker-Planck 近似を基にしている。多重散乱理論においては、この近似のもとで散乱角分布及び偏位分布がガウス分布になることから、これはガウス近似と呼ばれる。これは径路の長いときよく成り立つ近似であるが、しかし通常の径路のときには単一散乱や複数散乱の影響がでてくる。モリエールはこれらの効果まで含む多重散乱理論を作り上げた。

モリエール理論を取り入れた径路長分布を鎌田-西村の方法を利用して解くと巾級数の形になり、各項はグリーン関数を用いて逐次計算されることになる。この方法で case I 及び case II の場合について第 2 項まで求めることができた。初項は Yang 方程式の解そのまま、モリエール理論のもとでも Yang 方程式の解が主要項であることがわかった。大きな特徴は、case I のときに第 2 項目に巾関数で減衰する長い尻尾が現れることである。これはラザフォード単一散乱による幾何学的遅れで説明された。case II (散乱角 0) の場合には第 2 項は指数型減衰のままであることもこの解釈を裏づけた。

IV. EFFECT OF THE EXCESS-PATH-LENGTH DISTRIBUTION ON THE STRAGGLING PROBLEM

荷電粒子は物質を通過するとき電離作用によりほぼ通過量に比例したエネルギーを損失する。エネルギー損失の揺動を示す代表的理論は L.Landau の提案したもので、Landau 分布としてよく知られている。これは物質内電子への衝突によるエネルギー損失の統計的変動を基礎とするものである。

一方荷電粒子の通過距離の揺動は、エネルギー損失がほぼ通過距離に比例することを考慮するならば、エネルギー損失分布に翻訳される。Landau 分布の幅が通過距離に比例するのに対し、増加径路長の分布の幅は通過距離の 2 乗に比例する。増加径路長分布によるエネルギー損失分布の幅と Landau 分布の幅の比をとるとほぼ $t / (p^2 c^2 / E_s^2)$ となるので、輻射単位での通過距離 t が $p^2 c^2 / E_s^2$ ほどになると増加径路長の分布の影響が無視できなくなる。また、最頻エネルギー損失量への補正比がほぼ径路長への補正比 $t / (p^2 c^2 / E_s^2) / 4$ となることを考慮すると、増加径路長分布による補正比は Landau 分布に対する方が最頻エネルギー損失量に対するより 4 倍ほど大きいことがわかる。

種々の実験データを見ると、通過物質量の大きいデータでは多重散乱の効果を考えない理論では説明されないものがあったが、これらのデータでは $t / (p^2 c^2 / E_s^2)$ の値が実際ほぼ 1 ほどの大きい値を示した。一方通過物質量の小さいとき、ガス状の薄い物質のとき、高エネルギー粒子のとき、質量の大きい通過粒子のときは多重散乱の効果を考えない理論でよく説明されていたが、これらのデータでは $t / (p^2 c^2 / E_s^2)$ の値が実際 1 に比べて小さかった。

V. CONCLUSIONS AND REMARKS

多重散乱を受けた荷電粒子の径路長の分布に関する Yang 方程式が最も一般の条件のもとで解析的に解かれ、増加径路長の分布が示され、その定性的定量的性質が調べられた。また分布の平均値及び分散がその解析解から計算された。

Yang 方程式はガウス近似によるものであったが、単一散乱を考慮したモリエール理論を取り入れたときの解が、ある特殊な条件のもとで得られた。この解の分析から、Yang 分布への補正が推定された。

Yang 分布のエネルギー損失問題への影響が議論された。エネルギー損失分布の幅への補正比が、最頻エネルギー損失値に対する補正值よりも 4 倍ほど大きかった。エネルギー損失分布の代表理論である Landau 分布と比較したとき、通過物質量が輻射長で測って $p^2 c^2 / E_s^2$ ほどになると多重散乱の影響を無視し得ないことが示された。またこのことが種々の実験データで確かめられた。

Yang 方程式を基にする径路長分布は、ガウス近似であるための欠点もあるが、数学的に完全であること及び取扱いの容易さからいって、その限界に注意して使う限り重要な分布であることがわかった。

論文審査の結果の要旨

荷電粒子が物質層を通過する際に、物質中の原子核より多数回のクーロン散乱を受け、その軌道が曲げられることはよく知られている。その際の散乱角の分布及び入射方向から垂直方向への横変位の分布については、原子核・宇宙線実験等の基礎資料としての必要上、古くより多くの理論及び実験的研究が行われてきた。しかし、散乱によるジグザク運動のため通過径路の伸び及び、さらにそれによる散乱角分布等への二次的影響については、1951年に Yang がこの複雑な問題の比較的容易に解ける場合に対してのみ理論的計算を行った後、そのまま現在に至っている。

当研究は荷電粒子の飛程及び電離エネルギー損失の精度の良い推定、または宇宙線空気シャワー粒子の飛行時間の分布の推定の基礎資料としての必要性より、上記の径路の伸びに関する広く一般的な場合に対して、解析的な解を与えると共に数値計算を行い、さらに関連する諸問題に対する検討を試みたものである。

Yang は径路長の伸びを含めた多重散乱分布に関する 4 変数 2 階偏微分方程式を作った。さらに初期条件として荷電粒子が物質層へ垂直入射する場合を取り扱い、一定の厚さの物質層を通過した後の荷電粒子の散乱角及び横変位を考えないときの径路上の伸びの分布を求めた。

本論文は Yang の上記の方程式をラプラス及びフーリエ変換することによって、物質層への一般的な入射に対し、物質層通過後の散乱角及び横変位が与えられた場合の径路長の分布のラプラス変換された正確な式を求めた。これから Yang の求めた分布が簡単に出せるだけでなく、広く種々の実験条件に即した一般的な場合について径路長の分布が求められるようになった。

この径路長の分布は荷電粒子の電離エネルギー損失の分布に影響する。このエネルギー損失が確率的に起きることによるランダウ分布に対し、径路長の伸びの影響はその最確値をエネルギー損失の高い方に移し、また径路長分布の幅もランダウ分布の幅と同程度になることを数式的に明かにした。このことは過去の荷電粒子の多重散乱の実験を良く説明している。

さらに Yang の方程式には含まれない単一散乱の影響についても深く吟味し、径路長の大きいところでは冪関数的に落ちる長い尾が現れることを示した。

このように当研究は荷電粒子の多重散乱、電離エネルギー損失、到着時間等に深く係わる径路長の伸びという基本的事柄を明らかにしたもので、今後これらに関する実験の解析に多くの指針を与えることと思われる。

当委員会は論文内容を詳細に検討した結果、学位申請者中塚隆郎は理学博士の学位を得る資格があると認める。