マクロ経済動学研究

三野，和雄

(Degree)
博士（経済学）
(Date of Degree)
1989-12-20
(Date of Publication)
2008-04-17
(Resource Type)
doctoral thesis
(Report Number)
乙1365
(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2001365

マクロ経済動学研究

三 野 和 雄 著

ま　え　が　き

本書は，マクロ経済動学に関する著者のこれまでの研究をまとめたものである．本書の各章は，著者の既発表および未発表の論文に基づいているが，書物にまとめるにあたって，各論文に修正を加えた．また一部の章には，新しく書き下した部分も含まれている．

マクロ経済動学は広範なテーマを対象としており，対立するいくつかの学派間の論争をはらみつつ，現在も活発な研究が行われている．本書はもとよりマクロ動学の全分野をカバーする研究ではない．本書のテーマは，(1)実物経済の恒常成長と循環的成長のメカニズム，(2)貨幣供給政策と経済成長の安定性の関係，そして(3)安定化政策の効果をめぐる問題，の 3 つである．本書は，これらのテーマに応じて 3 部に分けられているが，各部の内容やねらいについては序章で論じている．

理論的な研究をひとつの書物にまとめるときの理想的な姿は，全体を通じて同一の形式のモデルを設定し，それを利用して分析対象となる問題を順次論じることであろう．本書は残念ながらそのような形式上の統一性は必ずしも保っていない．論じる主題に応じて適宜モデルや議論のフレームワークが選ばれている．これは，何よりも著者の力量不足に帰因するが，マクロ経済動学——より広くはマクロ経済理論——の現状もある程度反映している．

本書のもとになった研究は過去 12 年間にわたって行なってきたものであり，研究の各段階において多くの方々の御支援をいただいた．神戸大学の経済学研究科に入学して以来御指導いただいている置塩信雄先生は，経済問題を理論的に研究することの重要さと面白さを教えて下さるとともに，本書をまとめることを強く勧めて下さった．また同研究科では，(故)林治一先生と足立英之先生からも温い御指導を受けた．関西学院大学における恩師である安井修二先生は，著者が研究の道へ進むきっかけを与えて

下さり，常に著者を見守ってきて下さった．1980 年から 83 年にかけてのブラウン大学大学院留学中には，佐藤隆三先生とジェローム・スタイン（Jerome Stein）先生の御指導を受けた．佐藤先生は初めての海外生活にとまどいがちな著者を公私にわたってお世話下さるとともに，専門論文の出版が何よりも大切であるというアメリカ流の研究態度をたたき込んで下さった．スタイン先生は，著者の Ph. D. 論文の指導教官として，独特の魅力ある人柄で常に著者を励まして下さった．

広島大学経済学部の先生方からも日頃御指導をいただいている．とりわけ森田成美教授と三辺誠夫教授は著者の自由な研究活動のために何かと御配慮下さっている．また砂川良和学部長と木村滋教授は本書を本双書に加えるために御尽力下さった．菅寿一教授からは本書の第 II 部のもとになった研究に対して多くの有益なコメントをいただいた．北岡孝義助教授には日頃から著者の良き相談相手になっていただいている．本書のいくつかの章は同氏のコメントに多くを負っている．

ジョージア大学の筒井俊一助教授には，本書の第 10 章のもとになった同氏との共同研究を通じて，ゲーム理論の最近の動向について多くのことを教えていただいた．またジョージ・ボーツ（George Borts），早川弘晃，ハール・ライダー（Harl Ryder），ハーシェル・グロスマン（Herschel Grossman），安原明夫の諸教授からも研究の各段階で御指導いただいた．

以上の方々の御援助がなければ，本書を完成させることは不可能であった．心から感謝する次第である．

1988 年 12 月 22 日

三　野　和　雄

目　　次

序　　章

本書の内容

いかに抽象的な経済理論でも，現実の経済の動向から全く影響を受けないような理論はありえない．特にマクロ経済学は，その学問の性質上，現実の経済の変化にともなって中心的な研究主題を変えてきた．マクロ経済動学ももちろん例外ではない．周知のように，現代的なマクロ動学はケインズ的な景気循環論の研究からスタートした．やがてハロッド・ドーマの成長理論を経て，研究の中心は，高度成長を背景にした調和論的な新古典派成長論へ移っていった．しかし 70 年代になり先進諸国が低成長期に突入すると，成長理論への研究者の関心は低下し，かわって，インフレーションや失業，景気循環といったより短期的な問題に興味が集まるようになった．

70 年代は論争の時代でもあった．長期的な経済成長のみならず，景気循環を含むあらゆる経済変動を均衡論的に説明しようとするケインズ以前の考え方(New Classicals)が新しい装いをまとって復活し，ケインズ派を押しのけて理論的な研究の主流を占めるようになったのである．

しかし 80 年代後半になり，このような状況は徐々に変わりつつある．まず，経済成長を中心とする長期的問題が再び関心を集め始めている．これは低成長期開始の原因であったエネルギー危機が一応去ったこと，新興工業諸国の高度成長が持続していること，そして先進諸国においても一定の経済成長の維持の必要性が再認識されるようになったことなどを反映している．復活しつつある成長理論においても，実物的景気循環論に代表される New Classicals の影響力は依然強い．しかし一方では，均衡学派からの批判を部分的に受け入れつつ，価格メカニズムの不完全性などのケインズ的要素を残したフレームワークを構築しようとする Neo Keynesian の動きも活発になってきている．

本書の主題はマクロ経済動学の理論的な研究であるが，以上のように流動的かつ論争的なこの分野のすべての領域を扱おうとするものではない．本書の研究対象は経済成長と安定化政策の問題に絞られている．しかも，これらのテーマに関しても，従来の研究や最近の動向のすべてをカバーしてはいない．著者の興味を引きかつ重要であると考えた問題に焦点をあてて論じているから，本書のトピックスは多分に著者の主観的選好を反映している．

第Ⅰ部

まず第Ⅰ部（1～3章）では，貨幣を捨象した実物経済の成長過程について，いくつかの異なるフレームワークを用いて分析をする．

成長理論をめぐるケインズ派と新古典派の論争は，資本の測定や総生産関数の存在可能性などの技術的な問題をめぐって闘わされた．しかしそれらの論争の成果は，投入されたエネルギーと比べると極めて小さなものにしか過ぎなかった．ケインズ派と新古典派を分ける最大の差は，上のような技術的な問題をどう考えるかではなく，市場経済についてのビジョンの違いに求められねばならない．このような観点から，第1章では共通の技術をもつ多部門成長モデルを設定し，このモデルの恒常成長（均斉成長）状態が，ビジョンの差に応じたモデルの“閉じ方”によってどのような影響を受けるかについて考える．完全競争システムに対してこのような検討を加える試みは既に何人かの研究者により行れている．本章では，寡占産業と競争的産業が混在するようなモデルを作り，非競争的な要素が存在する場合の恒常成長経路の性質について調べる．これにより，従来の研究結果を特殊ケースとして含む一般的な議論が可能になる．またこの章では，恒常経路上での比較静学や，消費者選択の導入などのモデルの拡張も行う．

第2章では，ハロッド的不安定性を軸にしたケインズ派の循環的成長モデルを検討する．第1章で論じた恒常成長均衡の分析は，景気変動を貫く“平均値”の分析には役立ちえるが，現実に見られる景気循環を説明することはできない．現実の成長経路を分析するためには，循環的成長を説明

できるモデルを作らねばならない．ハロッド的不安定性に基づく景気循環のメカニズムについては既によく知られているが，第2章は，このメカニズムをできるだけ明確にとらえるフレームワークの提示を目的としている．景気の上方あるいは下方での反転の要因や保証成長率の変化の検討，そして景気循環のプロセスの詳しい説明などが第2章の主要な内容である．

第2章の循環的成長モデルでは，伝統的なケインジアン・モデルと同様に価格の変化は考慮されていない．第3章では，価格と賃金の変化を明示した成長モデルを作り，成長経済における賃金・物価スパイラルの問題を考える．価格は寡占企業のマークアップ行動に従って決まり，貨幣賃金率は労・使の交渉により決定される．そして企業と労働者が共に要求を達成できないときに，賃金・物価スパイラルが発生する．本章のモデルは，恒常成長経路に収束するか，あるいは恒常経路の周囲で非線形振動をするという性質をもつ．われわれは，このようなスパイラル的なインフレーションを伴う経済の恒常経路の安定性，および循環的成長が生じる場合の条件やそのメカニズムなどについて調べる．

第II部

以上の第I部では貨幣要因は無視され，政府の行動も考慮されていない．第II部（4章～7章）では，貨幣的成長モデルを用いて，政府の貨幣供給政策が経済の安定性といかにかかわるのかを中心に論じる．貨幣供給ルールの特定化は，政府予算制約を通じて公債ストックの変化をも同時に決定する．第II部は，70年代に盛んに論じられた財政赤字のファイナンスの方式が経済の安定性に与える影響を，いくつかの代替的な成長モデルのフレームワークを利用して分析するという目的ももっている．

まず第4章では，ケインズ・ヴィクセル型の成長モデルを利用して上の問題を検討する．本章で用いるケインズ・ヴィクセル型モデルでは，短期においては失業の存在とインフレ期待の誤りが生じるが，恒常成長経路上では完全雇用と期待の実現が達成され，新古典派的な恒常成長状態に到

る．本章の目的は，そのような調和のとれた均衡成長の実現可能性が，貨幣供給ルールの特定化と密接に関係していることを示すことにある．われわれは，ミルトン・フリードマンが異なる時期に主張した2つの貨幣供給ルール——いわゆるk%ルールと内生的貨幣供給ルール——を中心に検討する．そしてこれらの代替的ルールが，安定的な成長の実現のためには互いに相容れないものであることを明らかにする．また，その他の代替的な貨幣供給ルールの効果やモデルが資本蓄積を含まないケースについても考察する．

第5章では，トービン型の新古典派成長モデルのわく組の中で貨幣供給ルールの役割を考える．本章のモデルは，非恒常状態においても完全雇用や期待の実現が常に保証されるという均衡動学モデルである．以前から，このような均衡貨幣成長モデルはサドルポイント的不安定性を示すことが知られている．本章では，従来の議論で仮定されている貨幣供給の成長率を固定するルールを改め，内生的貨幣供給を仮定すると，不安定性は解消しえることを示す．また内生的貨幣供給ルールを，公債を含まない純粋マネー・ファイナンスのケースと公債を含む混合ファイナンスのケースに区分し，両者の相違についても論じる．

第6章では，最近の新古典派のマクロ動学でトービン型モデルにかわって広く利用されているシドラウスキー型モデルを用いて分析をする．シドラウスキー・モデルは家計の動学的最適化行動に基づくモデルであるが，初期の頃は，家計のインフレ期待について適応期待仮説が採用されていた．しかし合理的期待仮説が広く受け入れられるようになってからは，完全予見を前提にした議論が中心になっている．本章でも完全予見を仮定した分析を行うが，完全予見のもとにおける安定性の定義は通常の定義とは異なっているから，まず完全予見モデルの安定性の意味を検討する．そのうえで，最適化と完全予見という経済主体の強い合理性の仮定の導入によって，4章と5章で考えた代替的貨幣供給ルールの意味はどのように変わるかについて論じる．

以上の3つの章は，貨幣供給ルールと安定性という共通のテーマを代替

的フレームワークの中で考えることを主題としているが，最後の第7章は，モデル分析の方法について論じている．この章の目的は，第6章で用いた完全予見動学モデルにまつわる理論的な困難の検討である．上で触れたように，完全予見モデルの安定性概念は従来のものと大きく異なる．システムがサドルポイント的不安定性を示しても，発散経路は合理的経済主体の予想によってあらかじめ排除され，経済は定常点へ向う安定経路上に自動的に乗ると仮定するのである．この仮定のもとでは，サドルポイント・システムは不安定とはいえない．しかし，このような考え方には，①安定経路上へ経済を導くメカニズムは何か，②発散経路をなぜ先験的に除けるのか，③安定解が非一意になると何が生じるのか，などの問題が存在する．本章では主として②と③の問題を考える．②については，たとえ経済主体の動学的最適化行動を明示しても発散解を理論的に排除できない可能性があることを示す．また③については，内生的な貨幣供給ルールを仮定すると，安定解の非一意性が簡単に発生し，完全予見モデルの解釈は困難に陥ることを明らかにする．

第III部

第II部では，貨幣供給ルールの選択というかたちで政府の行動を考慮したが，政府行動は外生的に与えられ，その決定については何も触れなかった．第III部（第8章～10章）では，政府の積極的な安定化政策の効果について考察する．伝統的なケインズ派の裁量政策や最適安定化政策に対しては，70年代において New Classicals から強い批判が浴びせられた．民間の経済主体が，政府がとる政策の将来の変化を読み込んで行動すると，政策効果は政府の意図通りにはならず，sub-optimal なものになる可能性が大きい，というのがその批判の骨子である．合理的期待を仮定しなくても，民間の主体が何らかの「前向き」の期待形成を行えば，New Classicals の主張は成立しえる．そのため，この批判はケインジアンによっても深刻に受けとめられた．

民間の行動と政府の政策の相互関連を明示的に捉えるひとつの方法は，

ゲーム論的なわく組の中で考えることである．つまり，安定化政策を政府と民間のゲームとみなすのである．ゲーム論的アプローチは国際間の政策問題に対しては，以前から適用されてきたが，政府対民間の問題に適用されだしたのは最近になってからである．第III部ではこのゲーム論的アプローチを用いて，安定化政策の問題を考える．

第 8 章は，政策問題をゲーム論的に分析するための方法の説明と，政策ゲームにおいて生じえる主な問題を整理している．まず民間と政府のかかわり合いを微分ゲームのかたちで定式化し，種々の解概念を説明する．そして，New Classicals からの裁量政策の批判の根拠は，微分ゲームのわく組で考えれば，政府をリーダーとするオープン・ループのシュタッケルベルク解がもつ「時間不整合性」に他ならないことを明らかにする．この時間不整合性のために，政策当局の credibility（信認）や cheating，そして時間整合的な政策の sub-optimality などの問題が生じる．これらの問題は，政策立案の現場では恐らく日常的に話題になっていたはずであるが，標準的なケインズ派政策論では見逃されていた問題である．われわれは，一般的なわく組の中で，これらの問題の意味をできるだけ明らかにする．

第 9 章では，第 8 章で論じた問題を具体的な安定化政策モデルを用いて考える．ここでは，最も広く論じられているバロー・ゴードン・モデルを利用し，完全情報の仮定のもとでの時間整合性や credibility について分析をする．まず，バロー・ゴードンの原モデルと同様に反復ゲームのケースを論じ，いくつかの代替的な均衡解の性質をみる．次に price inertia（価格粘着性）を導入してモデルを拡張し，微分ゲームのかたちで同じ問題を考える．

第 10 章では，不完全情報のもとでの政策ゲームについて論じる．民間が政府の真の目的関数を知らない場合には，完全情報の場合とは異なる結果が生じえる．このような情報の非対称性のもとでは，ゲームの初期の段階において，政府は自らの真の選好から離れた行動をとり reputation を高めたうえで，ゲームの後半になって真の選好通りに行動したときの効果を高めようとするからである．民間が政府の目的と行動を完全には把握し

ていないというのは，完全情報のケースよりは現実的な状況であろう．本章では 9 章のバロー・ゴードン・モデルに不完全情報を導入したモデルによって，上で述べた政府に対する “reputational constraint” の性質を詳しく検討する．われわれは，既存の研究よりも一般的なモデルを設定し，情報の不完全性の程度が均衡解に与える影響を中心に，安定化政策ゲームにおける情報の役割について考える．

第Ⅰ部

恒常成長と循環的成長

第1章　恒常成長経済への代替的接近

1.1. は　じ　め　に

1950年，60年代に活発に研究された経済成長理論の大半は，新古典派，ケインズ派のいかんを問わず，恒常成長経路の存在とその安定性をめぐって展開された．しかし，現実の資本主義経済の成長過程は，景気循環を伴う循環的成長によって特徴づけられるから，恒常経路への収束やそれからの一方的乖離運動は現実の成長経路を的確に描写しているとはいえない．ただし，このことは，恒常成長をめぐる分析が単なる理論上の練習問題に過ぎないということは意味しない．なぜなら，恒常成長経路は，循環運動を貫く経済の「平均的」な動きを示すと考えられるから，経済成長の長期的傾向を知るためには有用だからである．また，動態を捨象した恒常状態の検討は，静学的な手法で間に合うため，かなり一般的な設定のもとでもモデル分析を行うことができるという利点もある．

本章の目的は，多部門線形モデルを用いて，代替的な前提のもとで導出される恒常成長状態を比較検討することにある．周知のように，資本主義経済の動学的ワーキングに関する新古典派と反新古典派（特にケインズ派）の間の長期にわたる論争は，主に資本の概念をめぐって行われてきた．しかし，論争への参加者をも含めて，多くの論者が指摘するように，技術の再転換や消費の逆転，あるいは“行儀の良い”総生産関数の存在可能性などの問題は，それ自体の理論的興味を別にすれば，両派の真の対立点に直接関連しているとはいえない．両派の根本的な相違は，資本の問題にあるのではなく，資本主義経済をどうとらえるかというビジョンの違いにこそ求められねばならない．

そのビジョンの相違の第一点は，いうまでもなく，資本蓄積の決定のメカニズムの把握に関する対立——セイ法則を認めるか否か——にある．そしてこの点に注目して，両派の理論を比較検討する試みは，既にいくつか

なされている．

ビジョンの相違の第二点は，市場構造に関する認識の違いである．現在の反新古典派のひとつの中心であるイギリスのケンブリッジ派の人々は，完全競争市場は現代では特殊ケースに過ぎないという理由から，フルコスト・プライシングを彼らの価格理論の基礎に置こうとしている．すなわち，価格は何らかの長期的目標に従って企業によって主体的に設定され，資本ストックの水準や技術が所与とみなせる短期においては，価格は一定に維持されたままで産出量の調整によって財市場の均衡が実現される．そこでは，価格調整は資本の蓄積率の調整と同様に長期にわたって行われる．このような考え方は，基本的にはカレツキーに負う面が大きいが，現代の資本主義経済のワーキングを分析するためには，上述のような寡占的市場機構を前提とするフレームワークを用いねばならないと彼らは主張しているようである．

私見によれば，根本的にはやはり第一の相違点が重要であるが，現実の市場構造を考慮すれば，第二の論点も無視できない．このような市場経済を捉えるビジョンの違いが恒常成長状態の特徴づけにどのような差をもたらすかをみる最も良い方法は，共通の技術をもつ経済システムを設定し，ビジョンの違いがもたらす分析結果の差を際立たせることである．本章の議論もこの方法に従っている．

1.2.　2部門モデル

上に挙げた二つの論点のうち，第一の点については既に青木・マグリーン（1973），置塩（1976），Aoki（1977），鈴村（1973），Marglin（1986）などによって論じられている．特にMarglin（1986）は極めて詳細な分析を行っている．しかし議論の本質は簡単なモデルでも示せる．本節では以下の一般的な分析の準備として2部門経済の例を考えよう．

経済は資本財部門（$i=1$）と消費財部門（$i=2$）から構成され，両部門は固定的技術を有し，技術代替や技術進歩はないものとしよう．ただし資本の稼動水準は可変であるとする．また資本家は所得の一定割合を消費

し，労働者は所得の金額を消費のために支出するとしよう．市場は競争的であり，価格の敏速な調整により常に短期均衡が保証されると仮定する．

以上の前提のもとでモデルを構成しよう．x_i によって両部門の資本単位当りの産出量を示し，n_i で労働生産性の逆数を表そう．仮定より n_i は一定であり，x_i の変化は資本ストックが一定のもとでは資本稼動率の変化によるものとみなす．したがって，資本が完全に稼動されたときの x_i を $\bar{x}_i$ とすれば，これは技術的に一定であるとする．このとき，各部門の産出量を X_i，雇用量を N_i，資本ストックを K_i とすれば，

（1）　$X_i = x_i K_i$，$x_i \leqq \bar{x}_i = \text{const.} > 0$　　$(i=1,\ 2)$

（2）　$N_i = n_i X_i$，　$n_i = \text{const.} > 0$,　　$(i=1,\ 2)$

が成立する．

ここで両部門の計画蓄積率を g_i とし，$\varphi \equiv [1+(K_2/K_1)]^{-1}$ と表せば，第1部門への需要は両部門からの投資需要であるから

（3）　$\varphi x_1 = \varphi g_1 + (1-\varphi) g_2$

が資本財市場の均衡条件になる．ここで $K_i \neq 0$ $(i=1,\ 2)$ を前提とすれば，定義より $0<\varphi<1$ である．一方，第2部門の市場の均衡条件は，仮定より

消費財産出額＝利潤総額×$(1-s_\pi)$＋賃金総額

となる．ただし，s_π は資本家の貯蓄性向であり，$0<s_\pi<1$ を満たす定数である．さらに経済全体でみれば

消費財産出額＋資本財産出額＝利潤総額＋賃金総額

であるから，上の2つの式より

資本財産出額＝利潤総額×s_π

を得る．すなわち，両部門の利潤率を r_i とすれば，利潤総額＝p_1 $(r_1K_1 + r_2K_2)$ であることを考慮して

（4）　$\varphi x_1 = s_\pi [\varphi r_1 + (1-\varphi) r_2]$

が成立する．また貨幣賃金率を w とし，これで測った両財の価格を q_i $(\equiv p_i/w)$ とすれば，利潤率の定義より

（5）　$q_1 r_1 = x_1 (q_1 - n_1)$

（６）　$q_1 r_2 = x_2(q_2 - n_2)$

である．

さて，長期にわたる調整の結果達成された恒常成長の状態においては，競争条件の働きによって両部門の利潤率は均等化すると考えられるから，成長均衡の第一の条件として

（７）　$r_1 = r_2$

をあげることができる．また経済が均衡発展をするためには，当然両部門の成長率は等しくなければならないから，

（８）　$g_1 = g_2$

が満たされねばならない．さらに均衡経路上では，競争の圧力によって資本は最も効率的に利用されると仮定できるから，

（９）　$x_i = \bar{x}_i, \quad (i=1,\ 2)$

すなわち，両部門で完全稼動が実現していなければならない．

ここで，（３）～（６）と（７）～（９）から決定される均衡経路上での利潤率，蓄積率，両部門の産出・資本比，賃金単位当りの価格を要素にするベクトルを（r^*, g^*, $x_1{}^*$, $x_2{}^*$, $q_1{}^*$, $q_2{}^*$）としよう．まず（３），（４），（７），（８）より

(10)　$s_\pi r^* = g^*$

を得る．また（５），（６），（７），（９）より

(11)　$q_1{}^* = \dfrac{n_1 x_1{}^*}{x_1{}^* - r^*}$

(12)　$q_2{}^* = \dfrac{r^* n_1 x_1{}^*}{x_2{}^*(x_1{}^* - r^*)} + n_2$

を得る．ここで $x_1{}^*$, $x_2{}^*$ の値は（９）によって定まるから，(10)，(11)，(12) において，r^*, g^*, $q_1{}^*$, $q_2{}^*$ のなかのいずれかの値を指定すれば，他の３つの変数の値がすべて一義的に定まることになる．

まず新古典派のビジョンのもとで恒常成長を特徴づけよう．新古典派の立場のもとでは労働の完全雇用が前提にされるから，労働供給を L とすれば，$L = N_1 + N_2$，すなわち

(13)　$(L/K_1)\varphi=\varphi n_1+(1-\varphi)n_2$

とならねばならない．条件(8)より均衡経路上では φ は一定になるから，(13)より (L/K_1) も一定になる．したがって，労働供給が一定率 λ (>0) で成長すると仮定すれば，恒常成長状態の持続のためには

(14)　$g^*=\lambda$

が必要になる．このとき，(10)，(11)，(12)，(14)より，各変数の恒常値は

(15)　$(r^*, g^*, x_1^*, x_2^*, q_1^*, q_2^*)$

$$=\left(\frac{\lambda}{s_\pi},\ \lambda,\ \bar{x}_1,\ \bar{x}_2,\ \frac{s_\pi n_1\bar{x}_1}{s_\pi\bar{x}-\lambda_1},\ \frac{\lambda n_1\bar{x}_1}{\bar{x}_2(s_\pi\bar{x}_1-\lambda)}+n_2\right)$$

のように定まる．技術条件や貯蓄性向を所与とすれば，恒常経路上での主要変数の値は，労働力人口の成長率に全面的に依存するのである．

これに対し，ケインズ派のビジョンのもとでは，労働の完全雇用を保証するだけの調整力は市場には存在しないから，一般に(14)は成立しない．そのかわりにケインズ派は独立な投資関数を導入して体系を完結させる．たとえば，J. Robinson (1963，1969) が主張するように，計画蓄積率が予想利潤率の増加関数になるという「アニマル・スピリッツ関数」

(16)　$g_i=\alpha_i(r_i^e),\ \ \alpha_i'>0\qquad(i=1,\ 2)$

を導入しよう．ここで r_i^e は，第 i 部門の期待利潤率である．簡単化のために，両部門の投資関数の形状が同一であるとすれば，長期均衡のもとでは期待の実現と利潤率の均等化が成立し，

(17)　$r_i^e=r^*\qquad(i=1,\ 2)$

となり，この r^* は

(18)　$s_\pi r^*=\alpha(r^*)$

を満たすように定まる．このように内生化されたアニマル・スピリットのもとで(18)を満足する r^* が，条件

$0<\alpha(r^*)<s_\pi\bar{x}_1$

を満たす範囲に存在する保証はない．しかしいまは均衡経路が存在するも

のとして議論を進めることにしよう．たとえば，図1.1のように制約条件

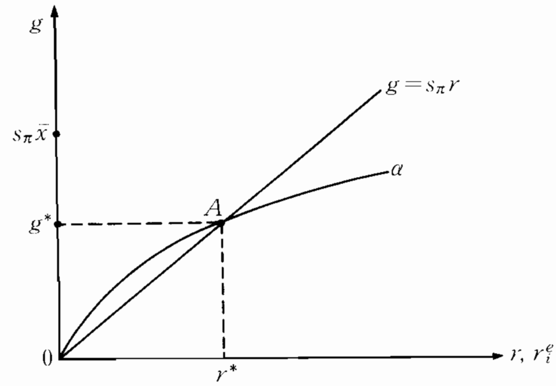


図1．1

(18)を満足する範囲内に均衡点 A (g^*,　r^*) が存在したとする．A点の上では，資本家が g^* という成長率を選択するに十分であると期待する利潤率と，g^* という蓄積が実行されるときに実現する利潤率が等しくなり，期待は実現される．

言うまでもなく，このように定まる g^* が労働力人口の成長率(λ)に等しくなる保証はない．$g^*<\lambda$ のときには失業率が増大を続け，$g^*>\lambda$ であればやがては人手不足が発生するだろう．

この簡単な例からもわかるように，全く同一の技術をもつシステムにおいても，どのようなビジョンに基づいてモデルを閉じるかによって結果は大いに異なる．以下では，より一般的なわく組の中で，この事実を詳しく検討する．

1.3.　多部門モデル

モデルの前提

前節の例では，両部門がともに競争的であるという古典的な市場経済を前提にした．以下では先に述べた第二の問題，すなわち市場構造の違いが恒常成長経路に与える影響もみるために，市場が競争部門と独占的部門に分類できるような一種の混合型の経済を仮定する．そうすれば，前節の議

論は，独占的部門が存在せず，競争的部門のみから成る経済の特殊ケース（2部門経済）とみなせる．われわれは，競争部門ではプライス・メカニズムが完全に作用し，均衡においてはその部門に属するすべての産業が均等な利潤率を獲得するように財価格が定まるのに対し，独占的部門に属する各産業は，それぞれが異る目標利潤率を設定し，これが達成できるように自らの販売価格を決定するというフル・コスト原理に従うものと仮定する.[1] 競争部門の価格形成については，前節と同様に古典的モデルをそのまま踏襲するので，以下では，独占的産業の行動を中心に説明しよう．

いまひとつの独占的産業をとりあげて考えよう．この産業はただ一種類の財を生産しており，ひとつまたは少数の企業から構成されているとする．ただし，後者の場合にも企業間の協調は完全であって，産業全体があたかもひとつの独占企業により支配されているようにみなせるものとしよう．（したがって寡占企業の産業内での競争や利潤の企業間の分配などのミクロ・レベルの問題には立ち入らない．）この企業は，固定設備の稼動水準についてある主観的な正常値をもっており，この正常稼動水準で生産を行ったときに，自らが目標とする利潤率が実現するようにマーク・アップ水準を設定し，これを主要費用に上乗せして価格を決定すると考える．つまり，

$$(*)\text{価格}=\frac{(\text{固定資本の価値額})\times(\text{目標利潤率})}{\text{正常稼動のもとでの生産量}}$$

$$+\text{単位当りの主要費用}$$

が成立するように価格を決める．

さて，この主観的正常稼動水準は，通常の仮説に従って，一般に完全稼動水準よりは低く定められていると仮定しよう．すなわち，意図的な過剰能力が保有され，生産制限が行われているのが常態であるとする．非競争的企業の意図的過剰能力の保有の根拠についてはいくつかの説があるが，（少なくともわれわれの議論にとって）最も有力であると思われるのは，参入阻止の戦略のひとつとして過剰能力が保持されるという考えであろう．新規参入には費用や時間が必要であり，瞬間的参入は不可能であるか

ら，既存企業は，過剰能力を持つ限り，いわゆる参入阻止価格以上の価格を設定し参入の誘因となる超過利潤を得ることができる．なぜなら，参入の危険が生じれば，稼動率を上昇させ，生産規模を拡大し，価格を引下げることによって本来の参入阻止価格水準を実現させれば良いからである．もし常にフル稼動をしていれば，参入を阻止するために価格を引下げ需要を吸収するには，新らたに生産能力を拡大せねばならず，追加的費用や時間の必要から有効な参入阻止ができない危険があるのに対し，稼動率調整にはこのような問題はない[2].

ただし，言うまでもなく，（＊）によって決定された価格で販売を行っても，正常稼動率を実現させる水準の需要があるとは限らない．需要水準により定まる実現した稼動率が計画値を上回る（下回る）とき，実現する利潤率も目標値を上回る（下回る[3]）．しかし，本稿では成長均衡の分析に議論を限るから，上述の不均衡が企業の投資行動や価格設定行動の調整によって除去され，企業の期待が実現している状態だけを考察の対象にする．したがって，以下では，各独占的産業はそれぞれの意図する一定の稼動水準を維持しつつ，目標利潤を達成しているものとする[4].

さらに，このような均衡状態においては，競争部門の利潤率は均等化し，競争産業の稼動水準は上限（フル稼動）に達していなければならない．以下で仮定されるように，単位当りの主要費用が規模にかかわらず一定であれば，設備が完全利用されるとき価格は最低になるから，競争市場の均衡において過剰能力の存在する余地はない．また，競争部門の均等利潤率は，当然全ての独占的産業の利潤率よりも低くなければならない．もしそうでなければ，独占部門から競争部門への参入が発生するが，われわれはそのような調整を含め，市場や主体の不均衡が残っていない状態を考察するからである．

以上をまとめれば，われわれが以下で分析対象とするのは，資本の完全利用と均等利潤率の実現する競争的産業群と，意図的過剰能力と競争部門の利潤率を上回る不均等な利潤率を維持している独占的産業群から成る経済の均斉成長状態である．

モデルの設定

以上のような経済を考察するために，モデルを次のように特定化する．経済は m 個の資本財産業と n 個の消費財産業から構成され，前者のうち第1産業から第 s 産業まで，後者のうち第 $m+1$ 産業から第 $m+l$ 産業までが独占的産業であり，他はすべて競争的産業であるとする．ここで各産業はレオンティエフ型の技術構造をもつと仮定し，流動資本投入係数，固定資本投入係数，労働投入係数をそれぞれ a_{ij}，b_{ij}，τ_{ij} で表そう．このとき，競争産業の価格は，

$$p_i=\sum_{j=1}^{m} a_{ji}p_j+r_o\sum_{j=1}^{m} b_{ji}p_j+w\tau_i$$

$$(i=s+1,\cdots\cdots m,\ m+l+1,\cdots\cdots,\ m+n)$$

のように定まる．ただし p_i は財価格，r_o は競争部門内での均等利潤率（以下では競争利潤率と呼ぶ)，w は貨幣賃金率を示している．

一方，独占的産業の価格は上述したように（＊）によって定められるが，均衡においては目標利潤率は r_o を上回っていなければならないから，

目標利潤率＝競争利潤率＋独占プレミアム

と考え，このプレミアムの部分が，均衡においては一定値に固定されているものとしよう．すなわち各独占的産業は，r_o を一種の正常利潤率と考え，これにそれぞれが最適と考えるプレミアムを加えて目標利潤率を設定するものとしよう．独占的産業の主観的正常稼率を u_i，プレミアムを r_i とすれば，所与の u_i と r_i のもとで（＊）より

$$r_o+r_i=\frac{u_i(p_i-\sum_{j}^{m}a_{ji}p_j-w\tau_i)}{\sum_{j}^{m}b_{ji}p_j},\quad \begin{array}{l} r_i=\text{cost.}>0\,, \\ 0<u_i=\text{const.}<1 \end{array}$$

という関係が成立するように，価格 p_i が定められることになる．よって

$$p_i=\sum_{j=1}^{m} a_{ji}p_j+[(r_o+r_i)/u_i]\sum_{j=1}^{m} b_{ji}p_j+w\tau_i$$

$$(i=1,\cdots\cdots,\ s,\ m+1,\cdots\cdots,\ m+l)$$

が独占的産業の価格決定式となる.

以下の分析の便宜のために，上の価格システムを資本財価格と消費材価格に区分し，次のように表しておこう.

(19)　$p_I = p_I A_I + p_I B_I U_I^{-1}(r_o E_m + R_I) + w\tau_I$

(20)　$p_C = p_I A_C + p_I B_C U_C^{-1}(r_o E_n + R_C) + w\tau_C$

ただし，それぞれの記号は次のようである.

$(p_I \mid p_C) = (p_1, \cdots\cdots, p_m \mid p_{m+1}, \cdots\cdots, p_{m+n})$

$(\tau_I \mid \tau_C) = (\tau_1, \cdots\cdots, \tau_m \mid \tau_{m+1}, \cdots\cdots, \tau_{m+n})$

$U_I = \mathrm{diag}(u_1, \cdots\cdots, u_s, 1, \cdots\cdots, 1)$ ： $m \times m$

$U_C = \mathrm{diag}(u_{m+1}, \cdots\cdots, u_{m+l}, 1, \cdots\cdots, 1)$ ： $n \times n$

$R_I = \mathrm{diag}(r_1, \cdots\cdots, r_s, 0, \cdots\cdots, 0)$ ： $m \times m$

$R_C = \mathrm{diag}(r_{m+1}, \cdots\cdots, r_{m+l}, 0, \cdots\cdots, 0)$ ： $n \times n$

$$[A_I \mid A_C] = \left(\begin{array}{ccc|ccc} a_{11} & \cdots\cdots & a_{1m} & a_{1,m+1} & \cdots\cdots & a_{1,m+n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \cdots\cdots & a_{mm} & a_{m,m+1} & \cdots\cdots & a_{m,m+n} \end{array}\right)$$

$$[B_I \mid B_C] = \left(\begin{array}{ccc|ccc} b_{11} & \cdots\cdots & b_{1m} & b_{1,m+1} & \cdots\cdots & b_{1,m+n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & \cdots\cdots & b_{mm} & b_{m,m+1} & \cdots\cdots & b_{m,m+n} \end{array}\right)$$

E_m ： $m \times m$の単位行列

E_n ： $n \times n$の単位行列

この価格体系については，次の仮定をおく.

仮定1. A_Iは不解不能であり，$(E_m - A_I)$はホーキンス・サイモンの条件を満足する.

仮定2. 労働投入は不可欠．すなわち，$(\tau_I \mid \tau_C) > 0$.

仮定3. すべての消費財産業は少なくともひとつの流動資本と固定資本の投入を必要とする．すなわち，A_CとB_Cは共にゼロの列ベクトルを持たない.

仮定4. 固定資本は減耗しない.

これらの仮定に加え，1.5節までは次の仮定もおく.

仮定5． 貨幣賃金率は正の定数として外生的に与えられる．

次に数量体系をみよう．第i資本財に対する競争産業全体の流動資本と固定資本への投資需要は，産出量をx_j，均衡成長率をgと表すとき

$$\sum_j a_{ij}x_j+g\sum_j b_{ji}x_j$$

$$(i=1, \cdots, m,\ \ j=s+1, \cdots, m,\ \ m+l+1, \cdots, m+n)$$

となる．また独占的産業では固定資本の意図的遊休を考慮して

$$\sum_j a_{ij}x_j+g\sum_j (b_{ij}/u_j)\,x_j$$

$$(i=1, \cdots\cdots, m,\ \ j=1, \cdots\cdots s,\ \ m+1, \cdots\cdots, m+l)$$

となる．したがって，

$$(x_I\,|\,x_C)=(x_1, \cdots\cdots, x_m\,|\,x_{m+1}, \cdots\cdots, x_{m+n})'$$

とすれば，資本財市場の均衡条件は，

$$(21)\quad x_I=A_I\,x_I+A_C x_C+g(B_I\,U_I^{-1}x_I+B_C\,U_C^{-1}x_C)$$

である．

一方，消費需要については簡単化のために次の仮定をおく．

仮定6． 利潤はすべて投資に向い，賃金はすべて消費へ向う．

仮定7． 労働者への消費バスケットは固定されており，バスケットはすべての正の要素からなる．（奢侈品は含まない）

ここで消費バスケットを

$$h=(h_{m+1}, \cdots\cdots, h_{m+n})'$$

とし，このバスケットで測った実質賃金率を

$$\omega=w/p_C h$$

と表そう．[5] 総量用雇用量をNとすれば，仮定6より，消費財市場の均衡条件は

$$(22)\quad x_C=\omega hN$$

となる．またNは

$$(23)\quad N=\tau_I\,x_I+\tau_C x_C$$

で定まるが，これを満たすだけの労働供給は常に存在しているものとす

る．すなわち完全雇用は仮定されず，失業の存在が一般的であるとする．

1.4.　実質賃金率，利潤率と均衡成長率

上の体系における実質賃金率，利潤率，均衡成長率の関係をみるために，賃金率・利潤率フロンティアと消費可能フロンティアを導出しよう．

賃金率・利潤率フロンティア

まず賃金率・利潤率フロンティアから考えるが，独占産業のプレミアムは与えられているから，競争利潤率と消費バスケットで測った実質賃金率との関係が問題になる．この関係の導出には次の補題が有用である．

補題1[6]　$(E_m-A_I)^{-1}B_IU_I^{-1}$ のフロベニウス根を λ，$\max\{r_1/u_1,\ \cdots\cdots,\ r_s/u_s\}\equiv\rho$ とすれば，$\rho<1/\lambda$ のとき，$(E_m-A_I-B_I\,U_I^{-1}\,R_I)$ は正値逆転可能である．

（証明）　$A_I+\rho B_IU_I^{-1}$ と $A_I+B_IU_I^{-1}R_I$ は仮定1より分解不能であるから，これらの行列のフロベニウス根をそれぞれ λ_1，λ_2 とすれば，$\rho_I\,B_I\,U_I^{-1}>B_I\,U_I^{-1}R_I$ より，周知の定理から $\lambda_1>\lambda_2$ となる[7]．また同じくフロベニウスの定理から，$(E_m-A_I-\rho B_I\,U_I^{-1})^{-1}>0$ となるための必要十分条件は，$\lambda_1<1$ であるから，$\lambda_1<1$ のとき $\lambda_2<1$ より $(E_m-A_I-B_I\cdot U_I^{-1}R_I)^{-1}>0$ である．ここで

$$
\begin{aligned}
&(E_m-A_I-\rho B_I\,U_I^{-1})^{-1}\\
&=\{(E_m-A_I)[E_m-(E_m-A_I)^{-1}\rho B_I\,U_I^{-1}]\}^{-1}\\
&=\frac{1}{\rho}[\frac{1}{\rho}E_m-(E_m-A_I)^{-1}B_I\,U_I^{-1}]^{-1}(E_m-A_I)^{-1}
\end{aligned}
$$

したがって，仮定1より $(E_m-A_I)^{-1}>0$ であることを考慮すれば，フロベニウスの定理から，$\rho<1/\lambda$，$[(1/\rho)\,E_m-(E_m-A_I)^{-1}B_I\ U_I^{-1}]^{-1}>0$，および $(E_m-A_I-\rho B_I\ U_I^{-1})^{-1}>0$ は同値である．以上から

$$
\begin{aligned}
\rho<1/\lambda\ &\Leftrightarrow \lambda_1<1\\
&\Rightarrow\ \lambda_2<1 \Leftrightarrow (E_m+A_I-B_I\,U_I^{-1}R_I)^{-1}>0
\end{aligned}
$$

が成立する．（証了）

補題２． $\rho<1/\lambda$ のとき，任意の $r_o\in[0,\ \bar{r}_o)$ について $p_I>0$ となるような正の競争利潤率 $\bar{r}_o$ が存在する．

（証明）　$w=0$ のとき（１）より

$$p_I\,[E_m-A_I-B_I\,U_I^{-1}(r_oE_m+R_I)]=0$$

である．$\psi(r_o)\equiv[E_m-A_I-B_I\,U_I^{-1}(r_oE_m+R_I)]$ とすれば，

$$\det\psi(r_o)=\det[E_m-A_I-B_I\,U_I^{-1}R_I]$$
$$\cdot\det[E_m-r_o(E_m-A_I-B_I\,U_I^{-1}R_I)^{-1}B_I\,U_I^{-1}]$$

となる．補題１より $\rho<1/\lambda$ のとき $\det[E_m-A_I-B_IU_I^{-1}R_I]\neq0$ であるから，$\det\psi(r_o)=0$ を満足する正の最大実根 $\bar{r}_o$ は，正行列 $(E_m-A_I-B_IU_I^{-1}R_I)^{-1}B_IU_I^{-1}$ のフロベニウス根の逆数に等しい．したがって，フロベニウスの定理から，任意の $r_o\in[0,\ \bar{r}_o)$ について $p_I>0$ となるような $\bar{r}_o$ が存在する．（証了）

補題１は，競争利潤率がゼロのときに，すべての資本財価格が正値をとるための十分条件を示しており，補題２は同じ条件が，貨幣賃金率がゼロのときに競争利潤率のとりえる最大値が正になることを保証することを表している．すなわち，経済的に有意味な価格が成立するためには，資本財部門の独占的産業が選択するプレミアムと正常稼動率の比がある上限内にあることが十分であり，これが満足されるとき，競争産業にも非負の利潤率が保証される可能性が生じる．また，U_I の要素が減少すれば $(E_m-A_I)^{-1}B_IU_I^{-1}$ の要素は増大し，λ も増加するから，他を一定にして資本財部門の独占的産業がより高い比率の過剰能力を保有しようとするほど，有意な資本財価格が成立するためには，プレミアムの上限は低くおさえられねばならない．

さて，上の補題から次の定理が成立する．

定理１． $\rho<1/\lambda$ のとき，$r_o\in[0,\ \bar{r}_o)$ において r_o が増大すれば，実質

賃金率 ω は減少する．

（証明）(19) より

$$p_I = w\tau_I\,[E_m - A_I - B_I\,U_I^{-1}(r_oE_m + R_I)]^{-1}$$

となるが，補題１と２より，$\rho < 1/\lambda$ のとき $r_o \in [0,\ \bar{r}_o)$ において

$p_I > 0$ である．これと (20) より

$$p_C = w\tau_I\,[E_m - \Phi_I\,(r_o)]^{-1}\Phi_C\,(r_o) + w\tau_C$$

ただし，$\Phi_I\,(r_o) \equiv A_I + B_I\,U_I^{-1}(r_oE_m + R_I)$，$\Phi_C\,(r_o) \equiv A_C + B_C\,U_I^{-1}(r_o \cdot E_n + R_C)$ である．よって実質賃金率の定義から

$$(24)\quad 1/\omega = \tau_I\,[E_m - \Phi_I\,(r_o)]^{-1}\Phi_C\,(r_o)\,h + \tau_C\,h$$

となる．補題２より，$\forall r_o \in [0, \bar{r}_o)$ について，

$$\begin{aligned}&[E_m - \Phi_I\,(r_o)]^{-1}\\ &\quad = \{E_m - r_o[E_m - \Phi_I\,(0)]^{-1}B_I\,U_I^{-1}\}^{-1}\\ &\qquad \cdot [E_m - \Phi_I\,(0)]^{-1} > 0\end{aligned}$$

であるから，$r_o \in [0, \bar{r}_o)$ について

$$\begin{aligned}&[E_m - \Phi_I\,(r_o)]^{-1}\\ &\quad = \sum_{t=0}^{\infty} r_o{}^t[(E_m - \Phi_I\,(0))B_I\,U_I^{-1}]^t[E_m - \Phi_I\,(0)]\end{aligned}$$

と表わせる．したがって，仮定２，３，７を想起すれば，(24) の右辺は r_o についての狭義の単調増加関数になる．　　　　　　　　　　　　　　（証了）

消費可能フロンティア

次に消費可能フロンティアをみよう．仮定６より，雇用単位当りの実質消費水準は実質賃金率によって表されるから，消費可能フロンティアを分析するには，均衡成長率と ω の関係をみればよい．このためには次の補題が役立つ．

補題３． $(E_m - A_I - gB_I\;U_I^{-1})$ が非負逆転可能になるための必要十分条件は，$0 \leqq g < 1/\lambda$ である．

（証明）　$g = 0$ のときには，仮定１より明らか．$g \neq 0$ のとき，補題１の証明の後半と全く同様にして

$$0<g<\rho \iff [(1/g)E_m-(E_m-A_I)^{-1}B_I U_I^{-1}]^{-1}>0$$
$$\iff [E_m-A_I-gB_I U_I^{-1}]^{-1}>0$$

が成立することが示せる．　　(証了)

この補題から次の定理を得る．

定理２． $g\in[0,1/\lambda)$ において，実質賃金率は均衡成長率の単調な減少関数として表される．

(証明) (21) より

$$x_I=(E_m-A_I-gB_I U_I^{-1})^{-1}(A_C+gB_C U_C^{-1})x_C$$

これと (22), (23) より

$$N=[\boldsymbol{\tau}_I (E_m-A_I-gB_I U_I^{-1})^{-1}(A_C+gB_C U_C^{-1})+\boldsymbol{\tau}_C]\omega Nh$$

となるから，

$$(25)\quad 1/\omega=\boldsymbol{\tau}_I (E_m-A_I-gB_I U_I^{-1})^{-1}(A_C+gB_C U_C^{-1})h+\boldsymbol{\tau}_C h$$

を得る．補題３より，任意の $g\in[0,1/\lambda)$ について

$$(E_m-A_I-gB_I U_I^{-1})^{-1}$$
$$=\sum_{t=0}^{\infty} g^t[(E_m-A_I)^{-1}B_I U_I^{-1}]^t(E_m-A_I)$$

と表せるから，仮定１，２，３，７より (25) の右辺は g の単調な増加関数となる．　　(証了)

均衡値の決定

以上の２つの定理が示すように，$\rho<1/\lambda$ という条件が成立するとき，数量体系と価格体系から２つのトレード・オフ関係が導出できる．変数は均衡成長率，実質賃金率，競争利潤率の３つであるから，どれかひとつの値を外生的に与えればモデルは完結する．どのようにモデルを閉じるのが適切であるかは一義的に決められないが，以下では均衡成長率を外生化しよう．この経済の長期均衡が文字通りの均斉成長を意味していれば，g は労働供給の成長率とみなされる．ただし，ここでは完全雇用は仮定されていないから，均衡経路上では失業率が一定になる．また，より短期的に見

れば，g は労働供給の成長率そのものではなく，労働人口やその他モデルには明示されていない資源制約などを考慮して決定された各産業の投資意欲（アニマル・スピリット）の合意水準であると考えることもできよう.

いずれにせよ，定理２の条件を満たす範囲において g が与えられると，消費可能フロンティアによって実質賃金率が定まり，賃金率・利潤率フロンティア上で競争利潤率が決定される．仮定５より貨幣賃金率は与えられているから，r_o と ω が決まれば(19)と(20)よりすべての財価格が定まり，(21)，(22)と(23)より各部門の相対的生産規模が一意的に決定される．２つのフロンティアの関係から，成長率が増大すれば競争利潤率も上昇し，そして容易に確かめられるように，すべての財価格も上昇[8]する.

また均衡経路上での利潤の分配関係については次のことが確かめられる.(19)と(20)の右から x_I と x_C をそれぞれかけたものを加えた式から，(21)と(22)の左からそれぞれ p_I と p_C をかけて加えた式を辺々引けば,

$$(26)\quad r_o = g - \mu$$

を得る．ただし，μ は独占プレミアムの平均値であり,(19)～(22)から

$$\mu \equiv \frac{P_I\,(B_I\,U_I^{-1}R_I\,x_I + B_C\,U_C^{-1}R_C\,x_C)}{p_I\,(B_I\,U_I^{-1}x_I + B_C\,U_C^{-1}x_C)}$$

$$= \frac{\tau_I\,[E_m - \Phi_I\,(r_o)]^{-1}[B_I\,U_I^{-1}R_I\,(E_m - A_I - gB_I\,U_I^{-1})^{-1}(A_C + gB_C\,U_C^{-1}) + B_C\,U_C^{-1}R_C]h}{\tau_I\,[E_m - \Phi_I\,(r_o)]^{-1}[B_I\,U_I^{-1}(E_m - A_I - gB_I\,U_I^{-1})^{-1}(A_C + gB_C\,U_C^{-1}) + B_C\,U_C^{-1}]h}$$

$$\equiv \mu\,(r_o, g)$$

のように，r_o と g の関数になる．定理１より $\rho < 1/\lambda$ のとき $[E_m - \Phi_I\,(0)]^{-1} > 0$ であるから，$\mu\,(0, g) > 0$ である．したがって(26)より，競争利潤率に非負の値が保証されるためには，$0 = \mu\,(0, \underline{g})$ のように定まる一定の正の成長率 $\underline{g}$ 以上の成長率が実現していなければならない．言いかえれば，独占的産業群が正のプレミアムを要求する限り，競争産業の存続のためには，正の成長は不可避である.

1.5.　均衡経路の比較

前節で導出された2つの曲線を利用すれば，均衡経路上での実質賃金率と競争利潤率に市場の競争条件の差が及ぼす影響を調べることができる．これを見るためには，独占的産業が決定する2組のパラメータ，すなわち稼動率とプレミアムの値の差による2つのフロンティアの位置の違いを分析しなければならない．この点については，次の定理を示すことができる．

定理3． 他を一定にして，(i)より高いプレミアムの課される経済の賃金率・利潤率フロンティアはより下方に位置し，(ii)より低い資本稼動率の選択される経済の賃金率・利潤率フロンティアと消費可能フロンティアは，共により下方に位置する．

（証明）（i）他を一定として，R_I の要素のひとつ r_i ($\exists i \in \{1, \cdots\cdots, s\}$) を r_i' に変化させ，$r_i' > r_i$ とする．ただし，$r_i'/u_i < 1/\lambda$ は満足されているとしよう．ここで

$$\tilde{R}_I \equiv \mathrm{diag}(r_1, \cdots\cdots, r_i', \cdots\cdots, r_s, 0, \cdots\cdots, 0)$$

$$\tilde{\varphi}_I(r_o) \equiv A_I + B_I U_I^{-1}(r_o E_m + \tilde{R}_I)$$

と表わそう．いま g を一定にすれば，(25)から ω も一定になるから，(24)より

$$(27)\quad 1/\omega = \tau_I [E_m - \tilde{\Phi}_I(r_o')]^{-1} \Phi_C(r_o') h + \tau_C h$$

となる．ただし r_o' は r_i' に対応する r_o である．(27)から(6)を辺々引けば

$$(28)\quad 0 = \tau_I \{[E_m - \tilde{\Phi}_I(r_o')]^{-1} - [E_m - \Phi_I(r_o)]^{-1}\} \Phi_C(0) h$$
$$+ \tau_I \{r_o'[E_m - \tilde{\Phi}_I(r_o')]^{-1} - r_o[E_m - \Phi_I(r_o)]^{-1}\} B_C U_C^{-1} h$$

を得る．ここで

$$[E_m - \tilde{\Phi}_I(r_o')]^{-1} - [E_m - \Phi_I(r_o)]^{-1}$$
$$= [E_m - \tilde{\Phi}_I(r_o')]^{-1} [\tilde{\Phi}_I(r_o') - \Phi_I(r_o)] [E_m - \Phi_I(r_o)]^{-1}$$

となるが，補題2より $[E_m - \tilde{\Phi}_I(r_o')]^{-1} > 0$ かつ $[E_m - \Phi_I(r_o)]^{-1} > 0$ で

あるから，

$$\tilde{\Phi}_I(r_o') - \Phi(r_o) = (r_o' - r_o) B_I U_I^{-1} + B_I U_I^{-1} (\tilde{R}_I - R_I)$$

を考慮すれば，$r_o' > r_o$ と仮定するとき $\tilde{R}_I \geq R_I$ より $\tilde{\Phi}_I(r_o') > \Phi_I(r_o)$ となる．したがって，$r_o' > r_o$ のとき仮定1，2，3，7より(28)の右辺第1項は正になるが $\tilde{\Phi}_1(r_o') > \Phi_1(r_o)$ より第2項も正になり矛盾する．すなわち，$r_o' < r_o$ である．R_C の要素が増大したケースについても同様な方法で証明できる．したがって，他を一定としてより高いプレミアムの課される経済の賃金率・利潤率フロンティアはより下方にある．

（ii）賃金率・利潤率フロンティアのシフトについては（i）と全く同様に示せるから，消費可能フロンティアについてみよう．U_I の要素のひとつ u_i ($\exists\, i \in \{1, \cdots\cdots, s\}$) を u_i' に変化させ，$u_i > u_i'$ とする．g が一定のもとで u_i' に対応する ω を ω' とすれば(25)より

$$(29)\quad 1/\omega' = \tau_I [E_m - A_I - gB_I \tilde{U}_I^{-1}]^{-1} (A_C + gB_C U_C^{-1}) h + \tau_C h$$

となる．ただし，$\tilde{U}_I = \mathrm{diag}\,(u_1, \cdots\cdots, u_i', \cdots\cdots, u_s, 1, \cdots\cdots, 1)$ であり，λ' を $(E_m - A_I)^{-1} B_I \tilde{U}_I$ のフロベニウス根とするとき，$\max\{r_1/u_1, \cdots\cdots, r_i/u_i', \cdots\cdots, r_s/u_s\} < 1/\lambda'$ は満足されているものとする．(29)から(25)を辺々引き（i）の証明と同様の変形を加えると

$$\begin{aligned}&(1/\omega') - (1/\omega)\\ &\quad = \tau_I [(E_m - A_I - gB_I \tilde{U}_I^{-1})^{-1} gB_I (\tilde{U}_I - U_I)\\ &\qquad \cdot (E_m - A_I - gB_I \tilde{U}_I^{-1})^{-1}] (A_C + gB_C U_C^{-1}) h\end{aligned}$$

となる．補題3と仮定1，3，7より $(E_m - A_I - gB_I\ U_I^{-1})^{-1} > 0$，$(E_m - A_I - gB_I\ U_I^{-1})^{-1} > 0$ かつ $\tilde{U}_I^{-1} \geq U_I^{-1}$ であるから，$g > 0$ である限り，上式の右辺は正値をとり，$\omega' < \omega$ であることがわかる．U_C の要素が低下したケースについても同様に証明できるから，正常稼動率の低下は消費可能フロンティアの下方へのシフトをもたらす．　　　　（証了）

上の定理から次のことがわかる．成長率が与えられれば消費可能フロンティアから実質賃金率が一義的に決まるから，成長率は同一であるが独占的産業のプレミアムの異なる2つの経済の長期均衡値の差は，競争利潤率

にのみ現れる．各独占産業がより高いプレミアムを課すほど賃金率・利潤率フロンティアは下方へシフトするから，競争利潤率もより低く定まる．このとき，(26)から明らかなように，g が一定のもとで r_o が低下するから μ は上昇する．すなわちすべての競争産業とプレミアムを一定に保っている独占的産業から，プレミアムを引き上げた産業への利潤の再分配が生じることになる．

また定理の(ii)が示唆するように，独占的産業がより多くの割合の遊休設備を保有する経済ほど同一の成長率のもとでは消費水準が低くおさえられるが，これは，より大きい過剰能力の意図的保有が投資を加速させることを考えれば自明の結果であろう．一方，より低い稼動率が選ばれると，独占的産業の価格の上昇を通じて競争利潤率は低下させられるが，同時に消費可能フロンティアの下方シフトによって実質賃金率が減少しているから，結果的に競争利潤率がどのように変化するか，したがって μ の変化がどうなるかは，一概に規定できない．

長期的均衡において，独占的産業が高いプレミアムを実現し，より大きい意図的過剰能力を保有しているほどその産業の独占力が大きいとみなすことができるであろう．それ故，上の定理を考慮すれば，同一の成長率のもとでは，各独占的産業がより独占的であるほど，実質賃金率と競争利潤率は低くおさえられるといえる．

さて，以上のような独占・競争の混在システムに対し，完全競争の体系は，$U_I=E_m$，$U_C=E_n$，$R_I=0$，$R_C=0$ とおくことによって得られるから，競争体系の2つのフロンティアは，

(30)　$1/\omega=\tau_I(E_m-A_I-gB_I)^{-1}(A_C+gB_C)h+\tau_C h$

(31)　$1/\omega=\tau_I(E_m-A_I-r_oB_I)^{-1}(A_C+r_oB_C)h+\tau_C h$

となる．両者は同一の関数であり，双対性の成立が確かめられるが，この双対性は仮定6に負っており，完全雇用を前提にする体系とは異なり，消費のパターンにかかわらず成立するものではないことに注意しておこう．[9] この体系はすべての u_i を1に上昇させ，すべての r_i をゼロに低下させることによって得られるから，定理3より双対フロンティアは独占的体系の

2つのフロンティアの上方に位置することがわかる．ただし(25)と(30)において $g=0$ のときの ω の値は同一であるから，消費可能フロンティア上の最大実質賃金率は競争条件の差にかかわらず等しい.[10]

これらをまとめれば，次のようになる．

定理4． $g\in(0,\ 1/\lambda)$ の範囲で同一の成長率をもつ経済においては，完全競争の場合に成立する実質賃金率と均等利潤率は，独占的体系の場合のそれらよりも常に大きい値をとる．

1.6.　モデルの拡張

本節では，仮定5と7を他の仮定におきかえたケースについてそれぞれ別個に検討する．

均斉インフレーション

前節までは仮定5により，貨幣賃金は固定されていたが，ここではこれの代りに貨幣賃金率が一定率で上昇する場合を考えよう．すなわち，

$$\dot{w}=\gamma w,\quad \gamma=\text{const.}>0$$

と仮定する．むろんこのような修正を行っても，すべての財価格が瞬時に調整されるのであれば，議論は今までと全く変わらず，均衡においてすべての価格が γ の率で上昇するという点が異なるだけである．したがって，以下では独占的産業の価格調整には時間的遅れがあるのに対し，競争産業では瞬時調整が実現しているという非対称な場合を仮定する.[11] 独占的産業の価格調整行動にはいくつかの型が考えられるが，ここでは各独占産業は目標とするプレミアムと実現したプレミアムとの差に応じて価格調整をするとしよう．実現プレミアムを $\tilde{r}_i$ とすれば，

$$\dot{p}_i/p_i=\theta_i(r_i-\tilde{r}_i),$$

$$\theta_i=\text{const.}>0,\quad (i=1,\cdots\cdots,s,m+1,\cdots\cdots m+l)$$

という調整態度を仮定する．

均衡経路上では賃金単位当りの価格は一定にならねばならないから，

$$\gamma=\theta_i(r_i-\tilde{r}),\ (i=1,\cdots\cdots,s,m+1,\cdots\cdots,m+l)$$

が成立しなければならない．すなわち実現するプレミアムは

$$\tilde{r}_i=r_i-(\gamma/\theta_i)$$

となり，r_i が大，γ が小，θ_i が大であるほど大きくなる．ただし，均衡においては，$\tilde{r}_i>0$ であるから，$r_i>\gamma/\theta_i$,（$i=1,\cdots\cdots,s,\ m+1,\cdots\cdots,m+l$）は成立しているものとする．ここで

$$\Theta_I\equiv\mathrm{diag}(\theta_1,\cdots\cdots,\theta_s,0,\cdots\cdots,0):m\times m$$

$$\Theta_C\equiv\mathrm{diag}(\theta_{m+1},\cdots\cdots,\theta_{m+l},\ 0,\cdots\cdots,0):n\times n$$

とすれば，賃金単位当たりの価格（$q_I\equiv p_I/w$, $q_C\equiv p_C/w$）は

$$(32)\quad q_I=q_IA_I+q_IB_IU_I^{-1}(r_oE_m+R_I-r\Theta_I^{-1})$$

$$(33)\quad q_C=q_IA_C+q_IB_CU_C^{-1}(r_oE_n+R_C-r\Theta_C^{-1})$$

となり，賃金・利潤率フロンティアは

$$1/\omega=\tau_I[E_m-\Phi_I(r_o)+rB_IU_I^{-1}\Theta_I^{-1}]^{-1}$$
$$\cdot[\Phi_C(r_o)-rB_CU_C^{-1}\Theta_C^{-1}]h+\tau_Ch$$

となる．

一方，数量体系については何も変更を加える必要はないから，今までと同様に g が与えられれば，消費可能フロンティアから ω が確定する．すなわち，新しいパラメータ，γ と θ_i の変化は利潤の分配関係のみを変化させるのであり，補題1，定理3，4などの議論と全く同様に次の定理が成立する．

定理5． $max\,\{r_1-(\gamma/\theta_1),\cdots\cdots,\ r_s-(\gamma/\theta_s)\}<1/\lambda$ が成立しているとすると，成長率が一定の均衡経路においては，他を一定にして γ が大であるほど r_o は大きくなり，θ_i と r_i（$i=1,\cdots\cdots,s,\ m+1,\cdots\cdots,m+l$）が大であるほど r_o は低く定まる．

この結果が，独占的産業と競争産業との間の価格調整の非対称性の仮定に依っていることは明らかであろう．貨幣賃金率の上昇率の増大は調整にラグのある独占的産業に不利に作用し，逆に γ が一定のもとで独占的産業

が r_i や θ_i の上昇によって価格上昇を加速すれば，利潤の分配関係は競争産業の不利になる．これは(26)における r_o と μ の動きからも容易に確かめることができる．

ただし，置塩（1955）や Aoki （1977）などのモデルがそうであるように，すべての産業が独占的なケースでは，結果は上の定理とは異なる．すべての産業が独占的であれば，賃金率・利潤率フロンティアは

$$(34)\quad 1/\omega=\tau_I\,(E_m-A_I-B_I\,\bar{U}_I^{-1}\bar{R}_I+rB_I\,U_I^{-1}\Theta_I^{-1})^{-1}$$
$$\cdot\,(A_C+B_C\,\bar{U}_C^{-1}\bar{R}_C-rB_C\,\bar{U}_C^{-1}\bar{\Theta}_C^{-1})\,h+\tau_C\,h$$

となる．ただし，ここでは $\bar{U}_I\equiv\mathrm{diag}\,(u_1,\cdots,u_m)$，$\bar{U}_C\equiv\mathrm{diag}\,(u_{m+1},\cdots,u_{m=n})$，$\bar{R}_I\equiv\mathrm{diag}\,(r_1,\cdots,r_m)$，$\bar{R}_C\equiv\mathrm{diag}\,(r_{m+1},\cdots,r_{m+n})$，$\bar{\Theta}_I\equiv\mathrm{diag}\,(\theta_1,\cdots,\theta_m)$，$\Theta_C\equiv\mathrm{diag}\,(\theta_{m+1},\cdots,\theta_{m+n})$ であり，すべての u_i，r_i，θ_i は正の一定値をとる．このケースでは（34）から ω が決定され，この ω が消費可能フロンティアを通じて g を定めるから，成長率が従属変数になる．またこの場合には，容易にわかるように，適当な条件のもとで γ が上昇すれば，(34)より ω は上昇する．すなわち，このケースでは，貨幣賃金率の上昇率の変化は利潤の産業間での分配についてではなく，賃金と利潤の分配関係に影響を及ぼすのである．[12)]

消費者選択

次に，貨幣賃金を再び固定し，代りに今まで固定してきた消費バスケットが労働者の選択行動によって決定されるケースを考えよう．注(5)で触れたように，バスケットが固定されている場合には，そのバスケットを所与の貨幣賃金率のもとで獲得するために必要な労働時間の逆数を実質賃金率と解釈することができる．しかし，ここではバスケットの変動を許すから，1生産期間における労働者1人当りの労働時間は一定であると仮定し，$T=1$ と基準化する．したがって，労働者の効用関数は消費ベクトルのみの関数となり，彼らはこの関数を予算制約 $q_C h=1$, $(q_C\equiv p_C/w)$ のもとで最大にするように h を決定すると考える．議論を簡明にするために，労働者の選好については次の仮定をおく．

仮定 8．（ i ）効用関数はすべての労働者について同一であり，h に関して連続な強い準凹関数である．

（ii）$q_C{}^1$，$q_C{}^2$ に対する最適消費ベクトルをそれぞれ h^1，h^2 とすれば，$q_C{}^1>q_C{}^2$ のとき $h^1<h^2$ である．[13)]

以下では価格は賃金単位で表し，価格システムを

(35)　$q_I=q_I A_I+q_I B_I U_I^{-1}(r_o E_m+R_I)+\tau_I$

(36)　$q_C=q_C A_C+q_C B_C U_C^{-1}(r_o E_n+R_C)+\tau_C$

とする．また,労働時間についての上の前提から，消費財市場の均衡条件は

(37)　$x_C=Nh$

となる．

完全競争体系では，消費バスケットの固定性をはずしても，本稿のモデルに関する限り問題は極めて簡単である．すなわち，競争体系においては，消費のパターンのいかんにかかわらず，仮定 6 のもとでは均衡利潤率は均衡成長率に等しいから，g が外生的に与えられると，(35)と(36)から q_I，q_C が一意的に決定される．さらに第 2 節で見たように，仮定 1 ～ 5 より q_C の各要素は r_o の単調な増加関数となる．それ故，g がある値に固定されると，それに対応して，仮定 8 の(i)より労働者の選択する h が一義的に決まり，同じく(ii)より，g がより大になるほど h の各要素は小になり，労働者の効用水準は低下することがわかる．つまり，前節までの ω に労働者の効用水準を対応させれば，均衡成長率と労働者の消費水準の間には，消費可能フロンティアに相当する相反関係が成立することになる．

これに対し，独占的体系の場合には，先にみたように，「競争利潤率＝均衡成長率－独占部門の平均プレミアム」という関係が成立するから，均衡成長率が与えられても，平均プレミアムが決定されなければ価格は確定しない．しかし，平均プレミアムは価格と数量の両方から同時に決定されるものであるから，均衡経路上での諸変数の関係は競争体系の場合のように単純ではない．ただし，上でおいた幾分強い仮定のもとでは，次の結果を得ることができる．

補題４． 仮定１～５と８のもとで，任意の $g\in[0,\ 1/\lambda)$ について，長期均衡価格 $g_I{}^*$，$q_C{}^*$ と競争利潤率 $r_o{}^*$ が存在し，それらは一意に定まる．

（証明）（ｉ）解の存在

所与の $g\in[0,\ 1/\lambda)$ のもとでの消費可能フロンティア上の h の集合を

$$H=\{h\,|\,[\Gamma(g)+\tau_C]h=1,\ \ h\geqq 0\}$$

とする．ただし $\Gamma(g)\equiv\tau_I\,[E_m-A_I-g\,B_I\,U_I^{-1}]^{-1}\cdot(A_C+gB_C\,U_C^{-1})$ である．H から任意の h を選べば，消費財市場の均衡条件は(37)と仮定６より $p_Cx_C=p_ChN=wN$ であるから，(35)と(36)から得られる

$$q_C=\tau_I\,[E_m-\Phi_I\,(r_o)]^{-1}\Phi_C\,(r_o)+\tau_C$$

より

$$1=\tau_I\,[E_m-\Phi_I\,(r_o)]^{-1}\Phi_C\,(r_o)\,h+\tau_C\,h$$

を得る．仮定１～５から，所与の h のもとで上式を満たす正の r_o は一意に定まる．よって(35)と(36)より q_C も一意に定まる．このように定まった q_C のもとで労働者の選択する最適消費ベクトルを $\tilde{h}$ とすれば，仮定８の（ｉ）より $\tilde{h}$ も一意に決定される．ここで

$$\varphi=\frac{h+\alpha(\tilde{h}-h)}{(1-\alpha)+\alpha[\Gamma(g)+\tau_C]\tilde{h}},\quad 0<\alpha=\text{const.}<1$$

という関数をつくろう．明らかに $\varphi\in H$ であるから，これはコンパクトな凸集合 H からそれ自身への連続関数であり，ブラウワーの不動点定理より

$$h^*=\frac{h^*+\alpha(\tilde{h}^*-h^*)}{(1-\alpha)+\alpha[\Gamma(g)+\tau_C]\tilde{h}^*}$$

となる $h^*\in H$ が存在する．（$\tilde{h}^*$ は h^* に対応する $\tilde{h}$ を示す．）このとき

$$h^*=\frac{\tilde{h}^*}{[\Gamma(g)+\tau]\tilde{h}^*}$$

であるが，労働者の予算制約と消費財市場の均衡条件より $q_C\,h^*=q_C\,\tilde{h}^*=1$ であるから，$[\Gamma\,(g)+\tau_C]\,\tilde{h}^*=1$，すなわち $\tilde{h}^*=h^*\in H$ である．この h^* のもとで，$r_o{}^*$，$q_C{}^*$，$q_I{}^*$ が一意に定まる．

（ii）一意性

同一の g のもとで h^*, $h^{**}\in H$ かつ $h^*\neq h^{**}$ となるもうひとつの均衡消費ベクトル h^{**} が存在するとしよう．h^{**} に対応する r_o を r_o^{**} とすれば,（i）より $r_o^*\neq r_o^{**}$ であるから，$r_o^*>r_o^{**}$ としても一般性は失われない．q_C は r_o についての単調な増加関数になるから，r_o^{**} に対応する q_C を q_C^{**} とすると $q_C^*>q_C^{**}$ である．よって，仮定 8（ii）より $h^*<h^{**}$ であるが，これは h^* と h^{**} が共に H に属するという仮定に矛盾する．故に $h^*=h^{**}$ である．　（証了）

このように，独占的体系では競争体系のように r_o は労働者の消費行動とは独立には決定されない．平均プレミアム μ の決定に数量体系が関係し，したがって μ を通じて労働者の選好態度と価格体系が関係づけられるからである．しかしこの場合にも，労働者の効用水準と成長率のトレード・オフについては，上の補題から容易に導出できる．

定理 6． $g\in[0,\ 1/\lambda)$ において成長率が増大すれば，均衡経路上での労働者の効用水準は低下する．

（証明）$[0,\ 1/\lambda)$ から g^* と g^{**} を選び，$g^*>g^{**}$ とする．補題 4 よりそれぞれの均衡成長率に応じてユニークな (r_o^*, q_C^*, h^*), $(r_o^{**}, q_C^{**}, h^{**})$ が存在する．$r_o^*<r_o^{**}$ と仮定すると，$q_C^*<q_C^{**}$ となるから，仮定 8（ii）より $h^*>h^{**}$ である．このとき $[\Gamma(g^*)+\tau_C]\,h^*=1$ かつ $[\Gamma(g^{**})+\tau_C]\,h^{**}=1$ が成立しているが，定理 2 の証明が示すように $g^*, g^{**}\in[0,\ 1/\lambda)$ かつ $g^*>g^{**}$ のとき $\Gamma(g^*)>\Gamma(g^{**})>0$ であるから，上の 2 つの等式は同時に成立しえない．したがって，$r_o^*>r_o^{**}$，すなわち $h^*<h^{**}$ であり，g^{**} の定める経路における効用水準の方が大である．　（証了）

以上のように，労働者の消費選択行動を考慮しても，固定的な消費バスケットのケースに準ずる結論を得ることができる．すなわち，第 3 節の 2

つのフロンティアの分析の結果と同様に，消費者選択を考慮した場合にも，他の事情を一定にして高成長であるほど高利潤率と低消費（低い効用）がもたらされる.[14)]

1.7. おわりに

本章ではできるだけ明確な結論を得るために，いつくかのかなり強い仮定を置いてきた．それらの仮定によって，実質賃金率（ないしは効用水準），競争利潤率と均衡成長率の間に一義的な関数関係をうちたてることができた．この一義的な関係をゆるめることを認めれば，仮定の一部をより弱いものに変えることができる．たとえば A_I の分解可能性の考慮，資本家消費の導入，消費者選択についてより一般的な仮定を置く（特に仮定8（ii）をおとす，労働者の選好の同一性をはずすなど），技術代替の考慮，などは議論を複雑にするが，本質的な困難は存在しない.[15)]

困難であるのは，体系が恒常経路を離れた場合の動態の分析である．多部門の非競争システムの動学分析は，たとえば青木（1978）（第2章）で試みられているが，そこでも述べられているように，寡占企業の投資行動と価格政策についての一層の解明が，より満足のできる理論モデルの開発のためには不可欠である．ただし，いずれにせよ，多部門モデルにおける非恒常状態の動学分析は技術的には容易ではない．われわれは，第3章において，簡単な1部門モデルを用いて，寡占経済の非恒常状態の分析を試みる．

第1章　注

1）このような前提を導入した多部門分析としては，Okishio (1955) と Aoki (1977) がある．Okishio (1955) では不均等な利潤率を前提にしたレオンテェフ型の価格モデルが分析されているが数量体系は導入されていない．Aoki (1977) は，すべての産業が独占的で，それぞれの産業の目標利潤率が固定されているケースについて数量体系を導入し，動学分析を試みている．本稿では，（i）独占的産業と競争産業の混在している経済を前提にする．（ii）固定資本を導入し，資本の遊休の問題を考慮しているという点においてモデルが一般化されている．

2）周知のように，ベイン＝シロス・ラビーニ流の参入阻止価格理論では，既存企業が生産を拡大し，参入企業に対抗するという可能性は考えられていない．この対抗手段の有効性を考慮すれば，一定の過剰能力を常に保有しようとすることは，既存企業にとって合理的な行動であるといえる．この意図的過剰能力の大きさは，参入発生の危険性や，費用条件等に応じて決められるであろう．この点についてのより詳しい議論は，寺西 (1967)，Spence (1977) などを参照．

3）したがって，独占的産業の形成する価格は，「設備の存在期間を通じて正常な産出量がそのような価格で販売されれば，期待利潤を実現する」(Robinson (1969) p. 186) という意味で J. ロビンソンのいう“主観的正常価格”(subjective normal price) というべきものである．ここで“主観的”というのは，競争市場で成立する均等利潤率のもとでの正常価格が市場の競争の力によってもたらされるのに対し，独占的産業の価格は当該産業（企業）の目標利潤率や正常稼動率という主体的に決定されるパラメータに依存して決定されるからである．なお，Robinson and Eatwell (1973) の第 6 章（特に pp. 180-182）にも上の点についての説明がみられる．

4）すなわち，本稿が以下で問題とする均衡状態においては，各独占産業の目標が達成され期待が実現しているのであり，再びロビンソンの用語を借りれば，静隠状態 (tranquil conditions) にあるといえる．

5）この ω は，次のように解釈することができる．h を 1 生産期間において労働者 1 人が社会的，文化的に必要とする消費バスケットであると考え，時間当り w という貨幣賃金と p_C という価格ベクトルのもとでは，このバスケットを入手するために労働者は T 時間働かねばならないとしよう．すなわち，彼の予算制約式は $T\omega = p_C h$ であるとする．ここで $1/T \equiv \omega$ とすれば，h を手に入れるために長時間働かねばならないほど ω は低くなるから，ω は労働者の生活水準の指標になりえ，したがって一種の実質賃金率と解釈することができる．なお，このように考えれば，T の物理的上限の存在から ω にも $\underline{\omega} = 1/\bar{T}$ （$\bar{T}$ は T の上限を示す）となるような下限が存在することになる．しかし，これを考慮しても以下の議論の本質にはかかわらないので，モデルの展開においては ω の下限の存在を無視する．なお，以上の点については，Morishima and Catephores (1978), p. 96 を参照．

6）補題 1 の証明については，Burmeister and Dobell (1970) pp. 236-237 の議論に負っている，また Murata (1977) も参照．

7）以下で利用されるフロベニウス根をめぐる諸定理については，たとえば Nikaido (1968) pp. 100-108 を参照．

8）定理 1 の証明と同様に $r_o \in [0, \bar{r}_o)$ において

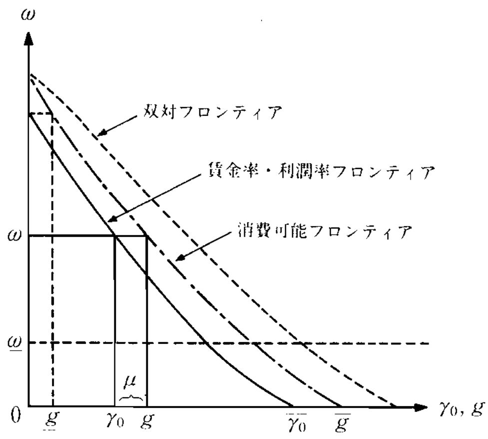
$$p_I = \omega\tau_I \sum_{t=0}^{\infty} [(E_m - \Phi_I(0))]^t r_o{}^t \cdot (E_m - \Phi_I(0))^{-1}$$

となるから，仮定 2，3，7 より，$r_o \in [0, \bar{r}_o)$ において p_I は r_o の単調な増加関数になる．p_C についても同様．

9）競争システムの均衡成長経路上で成立する双対性についての一般的な扱いについ

ては，たとえば Bruno (1969)， Burmeister and Dobell (1970, 第8章と9章), Morishima (1971) などを参照.

10) 各フロンティアの位置関係はほぼ下図のようになるであろう.



11) 競争市場では市場の働きですみやかな価格調整が実現するのに対し，独占的産業の価格調整には種々の調整コストが存在するために，時間的な遅れをもって価格の引き上げが行われると考える.

12) 本稿のモデルで，貨幣賃金率の変化率 γ を内生化することは容易である．たとえば，労働者が要求する実質賃金率 ω^* が存在し，これと現実の ω の差に応じて γ が定まる ($\gamma=\gamma(\omega^*/\omega)$, $\gamma(1)=0$, $\gamma'(\cdot)>0$)，あるいは労働供給を明示的に導入し，失業率に応じて γ が決まる ($\gamma=\gamma$ (失業率), $\gamma'(\cdot)<0$) 等の仮定をおけばよい．この方向での試みとしては， Nikaido and Kobayashi (1978) がある.

13) 仮定8の(ii)は効用関数がコブ・ダグラス型であれば満足される.
仮定8 (特に(ii)) は，均衡解の存在証明のためには強すぎる仮定であるが，均衡値の比較について明確な結果を得るために導入されている.

14) 消費者選択を導入した均衡成長モデルの中で，本稿のモデルに形式的に近いものとしては Roemer (1978) をあげることができる．彼のモデルは古典的な完全競争モデルであるが，価格体系，数量体系に加え価値体系が導入され，搾取率を外生的に与えることによって，他の諸変数を一般均衡的に決定するという試みが行われている.

15) A_I の分解可能性や消費者選択についての仮定の緩和は，g, r_o, ω (あるいは効用水準) の間の一義的な関数関係の導出を不可能にするであろう．しかし，これらの変数の間に複数のフロンティアが導出されたり，あるいは各変数の間に関数ではなく対応 (点対集合) が確定するなどのより弱いかたちでの議論の展開は可能であ

ろう．また技術代替の可能性を考慮しても，各産業の技術可能集合についての適当な仮定のもとで，本稿と同様の結果を得ることができる．

第2章　不安定性と循環的成長

2.1.　は　じ　め　に

前章では代替的な仮定のもとで恒常成長経路の分析を行った．恒常状態の分析はいくつかの有用な情報を与えてくれるが，言うまでもなく現実に見られる景気循環を伴う経済成長，すなわち循環的成長という現象を説明することはできない．そこで本章と次章では，循環的成長を説明する二つのモデルを検討しよう．

ところで，最近のマクロ動学の大きな流れのひとつは，景気循環論の研究が復活したことである．ただし，1970 年代半ば以降に展開されだした景気循環論の主流は，1940，50 年代に盛んに研究されたケインズ的な内生的景気循環論ではなく，外生的撹乱による均衡経路の変動に注目する古典派的な均衡景気循環論である．本章と次章で検討されるモデルは，いずれも伝統的なケインジアンの景気循環論に基づいているから，われわれの立場と対比するために，最近の研究の傾向について簡単に触れておこう．

2.2.　古典派の復活と均衡景気循環論について

この 15 年ほどの間に展開されてきた均衡景気循環論は二つの流れに大別できる．ひとつは，自然率仮説と合理的期待仮説に基づき，景気の変動を自然率からの乖離としてとらえる立場である．自然率仮説のもとでは，産出水準の自然率からの乖離はインフレ率の予想誤差に比例するから，合理的期待を前提にすると，景気変動は主として予期せざる貨幣供給の変化によりもたらされることになる．この接近法は，合理的期待モデルの名のもとに 70 年代後半から 80 年代初頭にかけて活発に論じられたが，最近は下火になってきている．下火になった理由はいくつか考えられるが，自然率仮説が依拠する市場の情報の不完全性の仮定が恣意的であることや，総需要関数が *IS-LM* モデルから導出されているため New Classicals が強

調するミクロ的基礎を欠いていることなども影響しているだろう．しかし何よりも，この立場に基づくと，現実の時系列データが示す実物変数の強い系列相関の説明が困難であるという実証上の大きな問題がある．これが合理的期待モデルへの関心を低めていった最大の要因と思われる．

そのため，最近の均衡景気循環論者の興味は，現実の経済が常に自然率水準にあると仮定したうえで，自然率そのものの変動によって景気循環や循環的成長を説明する実物的景気循環論（Real Business Cycle Theory）に移ってきている．この理論は，ひとことで言えば，Brock and Mirman（1972）などによって論じられた不確実性下の最適成長モデルを市場経済のモデルに読みかえたものである．完全競争と完全予見（あるいは合理的期待）という理想的な状況のもとでは，市場経済の動態は計画モデルによって完全に描写できる．したがって，計画当局の目的関数を代表的家計の効用関数とみなすと，あたかも計画当局が最適成長経路を求めるように，家計の最適な消費計画が経済全体の動きを決定すると解釈できる．代表的家計は，与えられた技術と外生的撹乱（生産技術や選好に影響するランダム・ショック）のもとで，自らのライフサイクルにわたる効用の総和（の期待値）を最大にするように消費計画を決定する．実物的景気循環論は，この最適化問題の必要条件として導出された確率的オイラー方程式を分析することにより，生産水準や雇用量などの実物変数の変動を解釈しようとする．このように考えると，景気循環という現象は，intertemporal にパレート効率性が満足される経路そのものが，外生的撹乱によって変動することにより生じるということになる．したがって，ケインジアン的な景気安定化政策は資源配分の効率をゆがめるだけで全く無用だという最も極端な古典派的結論に到る．

実物的景気循環論は，以上のようにスルツキー流の不規則衝撃論を動学的最適化で味つけをした理論であり，真に新しい考えだとはいえない．しかしこの立場の支持者たちは，次のように主張している．まず実物的景気循環論は厳密な最適化行動に基づくモデルを用いるから，アド・ホックなケインジアン・モデルに比べ強固なミクロ的基礎をもつ．また外生的撹乱

の確率過程の特定化や，内生的技術進歩，内生的労働供給，資本設備の建設ラグなどを導入することにより，現実の時系列データに非常に近い動きをモデルのシミュレーション実験が生みだせる．そのため，実物的景気循環論は，現在のところ最もアド・ホックな要素の少ないすぐれた景気循環理論である．これらが，支持者たちの主張である.[1]

ここでは実物的景気循環論を詳しく検討する余裕はないが，以下の点だけを述べておきたい．まず，この理論の支持者たちが強調する実物変数の時系列データの説明力は，この立場に立たねば得られないというものではない．ケインジアン的アプローチによっても，系列相関や循環の不規則性，各実物変数の pro-cyclical な動きなどは十分に導出可能である．また実物的景気循環論のミクロ的基礎は，単一家計の最適化行動のみで経済全体の動きを描写しようという荒っぽい方法であり，提唱者たちが主張するようなミクロ的一般均衡論に対応するほどの “solid microfoundation” をもつとは言い難い．したがって，この理論がケインジアンの “アド・ホック” モデルに絶対的に優るという十分な根拠は存在しない．

もうひとつの問題は，実物的景気循環論では，失業や資本の遊休といった不均衡現象の説明が困難だという点である．実物的景気循環論における景気変動は，外生的撹乱に対して経済が資源配分の動学的効率性を保つように反応することによって生じるから，有効需要の過不足による不均衡現象の発生はありえない．そのため，あえて失業や資本の遊休を説明しようとすれば，外生的撹乱に対応して資本や労働が産業間を移動するが，その移動に時間やコストがかかるために各部門において一時的に資本や労働の過不足が生じるという仮説をとらざるをえない．しかしこの考えに従えば，長い期間にわたる不均衡現象の持続の原因を解明することはできない．

以上のような理由から，われわれは均衡景気循環論には従わず，ケインジアン的アプローチにより循環的成長の分析を行う．まず本章では，ハロッド理論に依拠したモデルを考察しよう．

2.3.　ハロッド的接近

1940, 50年代に展開されたケインズ的景気循環論はカレッキー，カルドア，ヒックス，サミュエルソン，グッドウィンなどの研究に代表される．彼らの理論の主眼は，種々の工夫によって，解が循環するような動学方程式体系を導出することにあったといえる．それらのモデルは，経済の変動過程を抽象化したシステムで捉えようとする試みとしてそれぞれに興味深いが，その後支配的になった成長理論の立場からみれば，必ずしも満足すべきものとはいえなかった．なぜなら，それらのモデルは多くの場合，経済成長の側面が全く考慮されていないか，されている場合にも，ヒックスの議論[2]に典型的であるように，循環現象と成長現象が各々独立した要因で生じているという点で，循環的成長の理論としては十分なものとはいえなかったからである．

同じ頃，ハロッドは経済成長論の先駆となった有名な論文[3]を含むいくつかの著作によって，私的投資行動のもたらす短期不安定性を主軸にした独自の景気循環論を展開していた．彼の理論は今や周知のものであるが，その要点は次のようである．

まず，財市場における需給均衡と資本の正常な利用を同時に満足するような成長率を保証成長率 G_w と定義すれば，現実の成長率 G は一般に G_w と一致しない．しかも，$G>G_w$ であれば，資本は正常以上に利用され資本不足が発生するため，企業は投資を加速し，G は一層上昇するのに対し，$G<G_w$ の場合には，必要以上の遊休資本が出現し，企業は投資を減少させるから G はさらに下落する．すなわち G_w を成立させる均衡成長経路は不安定であって，現実の成長経路はこの均衡経路から上または下に向って乖離運動を行う．しかし，このような乖離はいつまでも持続しない．上方には完全雇用の天井があり，下方には景気の短期的変動とは独立してなされる長期支出の床が存在するからである．このような天井や床に到達した経済は，一般に，そこにとどまったままで成長を続けることはなく，主として G_w 自身の変化によって G と G_w の大小関係が逆転し，景気の反

転が生じる．すなわち，G_wをめぐるGの運動とG_wそのものの運動の相互関係によって，循環的成長の現象が説明される．

このようなハロッドの理論は，前述の論者達のモデルのように，形式的な整合性を持ったものではないが，私的な投資決定を前提とする資本主義経済が本質的に内包している性質を的確にとらえているという点で，また成長と循環の関連が有機的に説明されているという点でもすぐれていると思われる．本章も，上述したようなハロッド的な立場に立って，循環的成長を説明するモデルの分析を行う．その際，長期支出の床に対応するものとしては，労働供給の成長率と同率で伸びる基礎的消費を考える．また，労働供給や資本のボトルネックが出現した場合に，財市場に生じる不均衡のもたらす効果にも配慮したかたちでモデルを構成する．むろん以下のモデルは，ハロッドの理論そのものの忠実な再現ではないし，現実の景気循環の多様な原因の極く一部を扱っているに過ぎない．しかし，成長と循環の関連を考察する場合のひとつのフレーム・ワークとしては，有益な面があると思われる．

さてモデルを設定する前に以下で用いる記号をまとめておこう．

Y^S：産出量，Y^D：総需要，K：資本ストック，δ：資本稼動率，
I：計画実質投資額，S：計画実質貯蓄額，g：計画蓄積率$(\equiv I/K)$，
G：実現蓄積率$(\equiv \dot{K}/K)$，N^D：計画雇用量，n^S：労働供給・資本比$(\equiv N^S/K)$，$\tilde{N}$：実現雇用量，N^S：労働供給量

まず生産関数を

（1）　$Y^S = a\delta K \qquad a = \text{const.} > 0$

と定め，労働の計画需要の決定式を

（2）　$N^D = n\delta K \qquad n = \text{const.} > 0$

とする．すなわち，技術水準と資本ストックが与えられれば，生産量と生産に必要な労働量は，稼動水準δに比例して変化すると考える．一方，総需要は，

（3）　$Y^D = I + cY^S + c_0N^S \qquad 0 < c < 1 : \text{const.}$

$\qquad c_0 = \text{const.} > 0$

であるとする．ここでは，消費需要は所得に比例する部分 cY^S と，基礎的消費 c_0N^S から成ると仮定している．経済成長の過程においては，基礎消費も一定であるとは考え難い．したがって，このモデルにおいても，労働者１人当りの生命を維持するための最低必要消費部量が c_0 であるとし，c_0N^S が基礎消費部分を形成すると考える．ここで，労働供給が一定の自然成長率で伸びるという仮定を置き，

（４）　$\dot{N}^S = G_nN^S, \qquad G_n = \text{const.} > 0$

とすれば，基礎消費も G_n の率で成長を続けていることになる.[4]

さて，投資需要の決定についてはハロッドの仮説を採用し，

（５）　$\dot{g} = \varepsilon(\delta - \delta^*) \qquad \delta^* = \text{const.} > 0, \ \ \varepsilon = \text{const.} > 0$

としよう．ただし，δ^* は企業にとっての正常稼動水準，ε は投資の調整速度を表している．つまり，現実の稼動率が δ^* に一致し，正常稼動が実現しているときには，現在の成長率を維持することが望ましいという判断から g を一定に保つような投資政策を行う．また，$\delta > \delta^*$ の場合には，過度稼動の状態にあるという判断から g を引き上げ，逆の場合には，過度の遊休設備が存在するという理由によって，g の引下げを行なう.[5]

ところで，本稿の分析では，後にもみるように，労働市場における需給の均衡は一般に保証されない．したがって，N^D，N^S，$\tilde{N}$ の間には

（６）　$\tilde{N} = \min(N^D, \ N^S)$

という関係が各時点において成立する．そこで,以下においても，$\tilde{N} = N^D$ のケースと，$\tilde{N} = N^S$ のケースに分類して議論を進めていかねばならない．

まず，$\tilde{N} = N^D$ のケースについて考えよう．この場合には,（１）～（５）に次の２式を加えれば，体系は完結する．

（７）　$Y^D = Y^S$

（８）　$\dot{K} = I$

いま財市場においては，資本ストック，労働供給量，投資需要がすべて所与であるような短期において，稼動率の敏速な調整によって需給一致が図られるものとすれば，失業が存在し，労働需要がすべて満たされるときに

は，常に(7)が成立する．また，財市場が常に均衡するから，計画投資も常に実現し，(8)が成立する．このとき，(1)，(3)，(7)から，短期均衡稼動率は

$$(9)\quad \delta=\frac{g+c_0n^S}{a(1-c)}$$

となる．さらに(8)より $G=g$ であるから，$\hat{n}^S=\hat{N}^S-\hat{K}=G_n-g$ となる．したがって，$\tilde{N}=N^D$ のケースの動学システムは，(5)と(9)から導れる g の変化の決定式と，上の n^S の変化の決定式から成る．

$$\left.\begin{aligned} &(10)\quad \dot{g}=\varepsilon\left[\frac{g+c_0n^S}{a(1-c)}-\delta^*\right] \\ &(11)\quad \dot{n}^S=n^S(G_n-g) \end{aligned}\right\}(M_1)$$

という連立微分方程式にまとめられる．

次に，$\tilde{N}=N^S$ のケースについてみよう．完全雇用が実現し，$\tilde{N}=N^S=N^D$ である場合には，(9)から

$$(12)\quad N^S=\frac{g+n^Sc_0}{a(1-c)}nK$$

が成立する．それゆえ，

$$(13)\quad g+n^Sc_0>\frac{a}{n}(1-c)n^S$$

であれば，労働供給の制約によって，もはや総需要を満足するだけの生産量は実現することができなくなる．このとき，稼動率は $N^S=n\delta K$ から

$$(14)\quad \delta=\frac{n^S}{n}$$

の水準に定まり，財市場には

$$(15)\quad Y^D-Y^S=\left[g+c_0n^S-(1-c)\frac{a}{n}n^S\right]K\,(>0)$$

だけの超過需要が発生している．計画貯蓄額の決定式は $S=Y^S-c_0N^S-cY^S$ であるから，(15)より

(16)　$Y^D - Y^S = I - S > 0$

が成り立つ.

さて，財市場に超過需要が存在する場合，現実の資本ストックの蓄積の決定はいかにしてなされると考えるべきであろう．財市場の不均衡を許す場合，通常は $\dot{K} = S$ の仮定がとられることが多いが，これは，超過需要がある場合には，計画消費だけが満足されるということを表現している．しかし，この仮定の根拠は必ずしも明白ではない．場合によっては，消費需要が圧迫され，計画投資のみが満たされるケース（$\dot{K} = I$）も考えられる．そこでここでは，両方の極端なケースも含むたかちで

(17)　$\dot{K} = \phi I + (1-\phi) S \qquad 0 \leqq \phi \leqq 1$, const.

としよう．一般に財市場が競争的であれば，品不足が発生している場合に，消費需要と投資需要のいずれが満足される割合が大きいかは一概にいえないから，パラメータ ϕ の値についても，0と1の間にあるとだけしておく.[6]

(5)と(14)，及び(15)から，このケースにおける動学システムは次の2式に集約される．

$$\left.\begin{aligned} &(18)\quad \dot{g} = \varepsilon\left(\frac{n^S}{n} - \delta^*\right) \\ &(19)\quad \dot{n}^S = n^S\left[G_n - \phi g - (1-\phi)(\alpha - c_0) n^S\right] \end{aligned}\right\} (M_2)$$

ただし，$\alpha \equiv \dfrac{a}{n}(1-c)$ である．

2.4　経済成長のパターン

先にみたように，$\tilde{N} = N^D = N^S$ のときには(12)が成立するから，

(20)　$N^D \gtreqless N^S \iff g \gtreqless (\alpha - c_0) n^S$

である．ただし，$n^S > 0$ であるから，$\alpha < c_0$ の場合には，$g > 0$ のときに $N^D > N^S$ になる．すなわち，$\alpha < c_0$ の場合，$1 < \dfrac{n}{a} c_0 + c$ であるから消費性向は1を越えるため，g がマイナスにならない限り，すなわち，在庫の放出が行われない限り,[7] 需要をまかなうことができず人手不足が常態とな

る．それゆえ，以下では

(21)　$\alpha > c_0$

を仮定し，$g>0$ の場合にも失業が存在することを前提にする．以下では，$N^D \gtrless N^S$ の各々ケースについて体系の運動を調べた上で，両方の体系を接合することにしよう．

$\mathbf{g<(\alpha-c_0)\,n^S}$　の場合

この場合，体系は(M_1)であるから，$\dot{g}=\dot{n}^S=0$ を満足する均衡点を$(g^*,\ n^{S*})$ とすれば，

(22)　$g=\delta^* a(1-c)-c_0 n^S \iff \dot{g}=0$

(23)　$g=G_n \iff \dot{n}^S=0$

から

$$(24)\quad (g^*, n_S{}^*)=\left(G_n,\ \frac{\delta^* a(1-c)-G_n}{c_0}\right)$$

となる．$n_S>0$であるから，この点は

(25)　$G_n<a\delta^*(1-c)$

が満たされなければ存在しない．すなわち，労働供給の成長率が十分大きく，$G_n>a\delta^*(1-c)$ であれば，正常稼動のもとで実現される蓄積率は常に G_n を下回るために，資本と労働の均斉成長は実現不可能になる．いま(25)が成立するものとして $(g^*,\ n_S{}^*)$ における係数行列を求めると，

$$(26)\quad B^*=\begin{pmatrix} \dfrac{\varepsilon}{a(1-c)} & \dfrac{\varepsilon c_0}{a(1-c)} \\ -n_S{}^* & 0 \end{pmatrix}$$

であるから

$$(27)\quad \begin{cases} \operatorname{trace} B^*=\dfrac{\varepsilon}{a(1-c)}>0 \\ \\ \det B^*=\dfrac{\varepsilon c_0 n_S{}^*}{a(1-c)}>0 \end{cases}$$

となり，均衡点の近傍では体系は不安定な動きを示すことがわかる．

さらに（M_1）の線型近似体系の特性方程式の判別式は

(28)　$D_1 = (\mathrm{trace}\, B^*)^2 - 4(\det B^*)$

$$= \frac{\varepsilon}{a(1-c)}\left[\frac{\varepsilon}{a(1-c)} + 4G_n - 4a\delta^*(1-c)\right]$$

となる．したがって，

(29)　$\varepsilon > 4a(1-c)[a\delta^*(1-c) - G_n]$

であれば，均衡点は不安定な node になり，解の近傍での動きは図 2.1(A) のようになる．逆に

(30)　$\varepsilon < 4a(1-c)[a\delta^*(1-c) - G_n]$

が成立すれば，均衡点は不安定な focus になり，解は均衡点の周囲を循環しながら発散するから，近傍での動きは図 2.1(B)のようになる．(29)，(30)

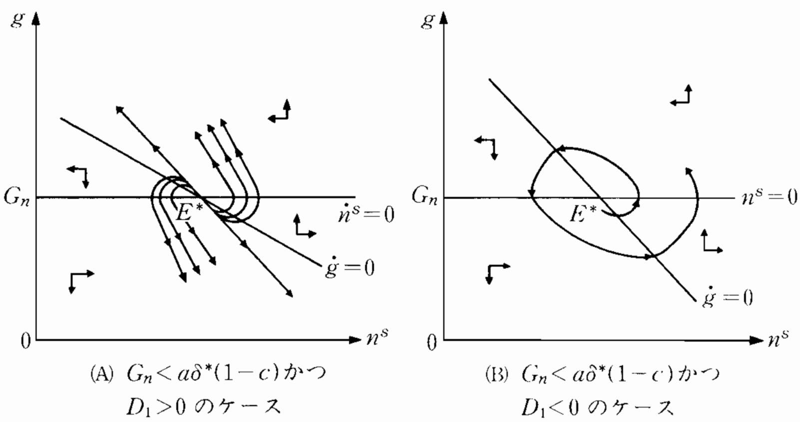
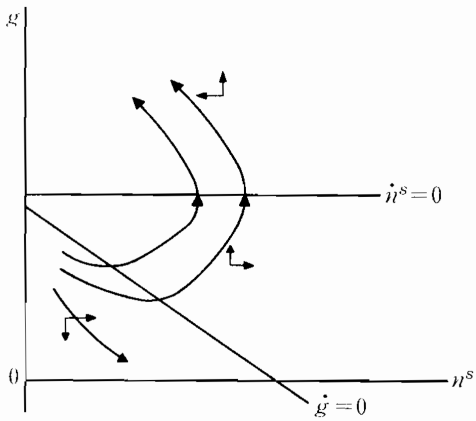


図2.1

から明らかなように，他の事情を一定にすれば，投資の調整係数 ε が大であるほど近傍での運動は node になる可能性が大きく，小であるほど focus になる可能性が大になる．すなわち，企業家の資本の稼動状態に対する投資の反応速度が大きいほど，均衡成長経路から直線的な乖離をする可能性が高まるのに対し，それが小さい場合には，均衡経路の周囲で小循環を描きながら発散していく可能性が強まる．その意味でも，投資態度と経済の

運動のパターンの間には密接な関連がある．

なお，(25)が成立せず，均衡経路が存在しない場合にも，解の運動は同様にして調べることができる．このケースでの経路は，ほぼ図 2.2 のようになるであろう．



$G_n>a\delta^*(1-c)$のケース

図2.2

$g>(\alpha-c_0)n^S$ の場合

$g>(\alpha-c_0)n^S$ の場合，経済の運動は (M_2) によって支配される．(M_2) の均衡点を $(g^{**},\ n_S{}^{**})$ とすれば

(31)　$n^S=n\delta^* \iff \dot{g}=0$

(32)　$G_n=\phi g+(1-\phi)(\alpha-c_0)n^S \iff \dot{n}^S=0$

より

(33)　$$(g^{**}, n_S{}^{**})=\left(\frac{G_n}{\phi}-\left(\frac{1}{\phi}-1\right)(\alpha-c_0)n\delta^*,\ \ n\delta^*\right)$$

となる．この場合は，制約条件が $g^{**}>(\alpha-c_0)\ n_S{}^{**}$ であるから，(33)より

(34)　$G_n>(\alpha-c_0)n\delta^*$

が満たされねば，均衡点は存在しない．また(34)が成立しているならば，明らかに $g^{**}>0$ が保証される．すなわち，人手不足のケースで均衡成長経路が存在するためには，他の事情を一定とすれば，自然成長率がかなり高いことが必要である．この条件が満たされ（g^{**}，$n_S{}^{**}$）が存在するものとすれば，この点での係数行列は

$$(35)\quad B^{**}=\begin{bmatrix} 0\ , & \dfrac{\varepsilon}{n} \\ -\phi n_S{}^{**}, & -(1-\phi)(\alpha-c_0)n_S{}^{**} \end{bmatrix}$$

であるから，$0<\phi<1$ である限り

$$(36)\quad \begin{cases} \mathrm{trace}\ B^{**}=-(1-\phi)(\alpha-c_0)n\delta^{*}<0 \\ \det B^{**}=\dfrac{n_S{}^{**}\phi\varepsilon}{n}>0 \end{cases}$$

となり，均衡点は安定的である．また，(M_2) の近似体系の特性方程式の判別式は，

$$(37)\quad D_2=[(1-\phi)(\alpha-c_0)n\delta^{*}]^2-4\delta^{*}\varepsilon\phi$$

となるから，

$$(38)\quad 4\varepsilon\phi<[(1-\phi)(\alpha-c_0)n]^2\delta^{*}$$

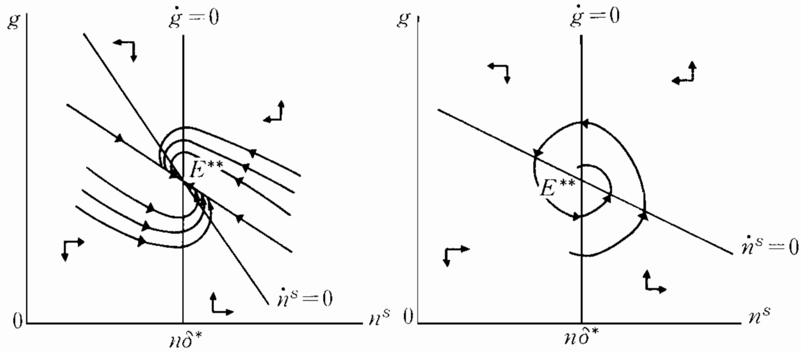
であれば，均衡点は安定的 node になり，

$$(39)\quad 4\varepsilon\phi>[(1-\phi)(\alpha-c_0)n]^2\delta^{*}$$

であれば，安定的 focus になる．(図 2.3(A)，(B)参照)

(38)，(39)が示すように，このケースでは，投資の調整速度が小であるほど均衡経路への収束は直線的になり，逆の場合には，均衡経路の周囲で小循環を生じながら収束していくことになる．また，パラメータ ϕ が小であるほど，(38)の成立可能性は高まるから，消費需要の満足される割合が大きいほど，経済は均衡経路に向けてスムースに収束する傾向が強くなるといえる．

さて，$\phi=1$，すなわち超過需要のもとで投資需要だけが満足されるケースでは，体系は

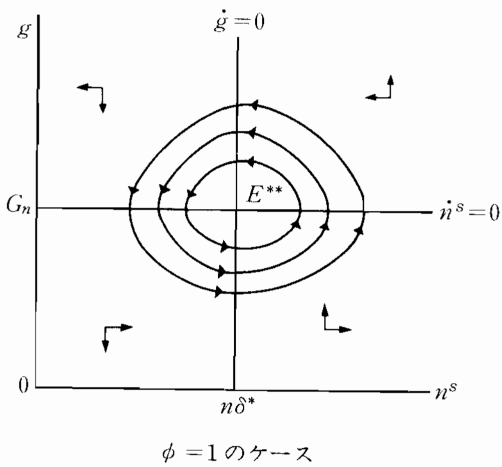


(A) $0<\phi<1$ かつ $D_2>0$　　(B) $0<\phi<1$ かつ $D_2<0$

図2.3

$$(40)\quad \begin{cases} \dot{g}=\varepsilon\left(\dfrac{n^S}{n}-\delta^*\right) \\ \dot{n}^S=n^S\,(G_n-g) \end{cases}$$

という Volterra 型になるから，解は均衡点（G_n,　$n\delta^*$）を中心とする limit cycle になる．（図 2.4 参照）また逆に，$\boldsymbol{\phi}=0$ であって消費需要のみが満



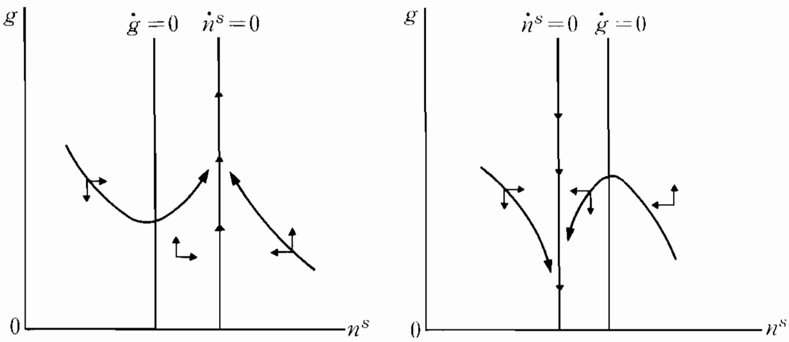
$\phi=1$ のケース

図2.4

たされるケースでは,[8)]

$$(41)\quad \begin{cases} \dot{g}=\varepsilon\left(\dfrac{n^S}{n}-\delta^*\right) \\ \dot{n}^S=n^S\left[G_n-(\alpha-c_0)\,n^S\right] \end{cases}$$

となるから，一般に均衡点は存在せず，$n\delta^* \gtrless \dfrac{G_n}{\alpha-c_0}$に応じて，位相図は図2.5(A),(B)のようになる．



(A) $\phi=0$ かつ $n\delta^*<\dfrac{G_n}{\alpha-c_0}$　　(B) $\phi=0$ かつ $n\delta^*>\dfrac{G_n}{\alpha-c_0}$

図2.5

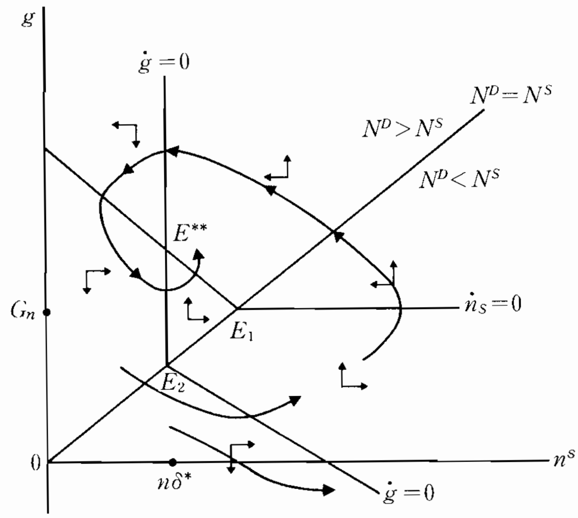
(M₁) と (M₂) の接合

以上の結果を総合して，体系 (M_1) と (M_2) を接合した全体の動きをみれば，次のようである．

（i）　$0<\phi<1$ の場合

まず $0<\phi<1$ のケースについて考えよう．このケースでは，均衡点は $g>(\alpha-c_0)\,n^S$ あるいは $g<(\alpha-c_0)\,n^S$ のいずれかの領域に必ず存在する．実際，次の図2.6, 2.7からも明らかなように，$g>(\alpha-c_0)\,n^S$ に均衡点が存在しないときには $g<(\alpha-c_0)\,n^S$ の領域に均衡点が存在し，逆の場合には逆が成立する．いま，$(g^*,\ n_S{}^*)$ を E^*, $(g^{**},\ n_S{}^{**})$ を E^{**} で表すことにすれば，E^* か E^{**} のいずれかが存在するのである．

E^{**} が存在する場合の運動のパターン（これをパターンＩと呼ぶ）は，



パターン I

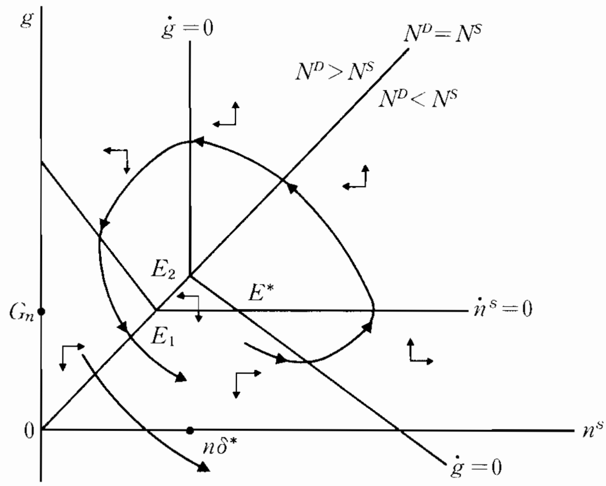
図2.6

図2.6のようになる．いま $n^S \geqq 0$ のもとで，領域を

$$
(42)\quad \begin{cases} R_1=\{(g,\ n^S)\,|\,\dot{g}<0,\ \dot{n}^S>0\} \\ R_2=\{(g,\ n^S)\,|\,\dot{g}>0,\ \dot{n}^S>0\} \\ R_3=\{(g,\ n^S)\,|\,\dot{g}>0,\ \dot{n}^S<0\} \\ R_4=\{(g,\ n^S)\,|\,g<0,\ \dot{n}^S<0\} \end{cases}
$$

のように区分する．先にみたように E^{**} は安定的均衡点であるから，R_1 ～R_4 のいずれの領域に初期値を選んでも，それが E^{**} に十分近ければ，E^{**} へ収束する.[9] しかし，任意の初期値を選んだ場合にも同様のことがいえるかどうかについては，更に分析を加える必要がある．その詳細については数学注で行うことにし，結論だけを述べれば，若干の留保条件を置けば,[10] 初期値の選び方にかかわらず，一般に解は E^{**} に収束するといえるようである．すなわち E^{**} は局所的な意味においてだけでなく，大域的にも安定的である．

次に均衡値 E が存在する場合の運動のパターン（パターンIIと呼ぶ）についてみよう．この場合の位相図は，図2.7のようになる．E^* は不安



パターンII

図2.7

定的均衡点であるから，一般に解の ω 極限集合は存在しない．E^* の性質が node であれ focus であれ，$N^D<N^S$（$g<(\alpha-c_0)\,n^S$）の領域から出発した解は，R_3において$N^D=N^S$線（$g=(\alpha-c_0)\,n^S$）を越え$N^D>N^S$（$g>(\alpha-c_0)\,n^S$）の領域に入る．この領域に均衡点はないから，解は R_4 を経て R_1 に入り，やがて $N^D>N^S$ の領域に戻る．すなわち，解の動きは全体としてみれば，循環的である.[11)]

（ii）　$\phi=1$ または 0 の場合

この場合の位相図は，図 2.8(A)～(D)のようになる．

$\phi=1$ のときには，$N^D>N^S$ の領域に均衡点が存在するか，$N^D<N^S$ の領域に存在するかに応じて，図の(A)，(B)のようになる．後者はパターンIIに準ずるが，前者の場合には，均衡値の近くに初期値を持つ解は limit cycle を描くから，$N^D>N^S$ の領域にとどまれる．しかし，$N^D=N^S$ 線と接するような limit cycle よりも外側に初期値を持つ解は全て，$N^D<N^S$ の領域においても運動する．

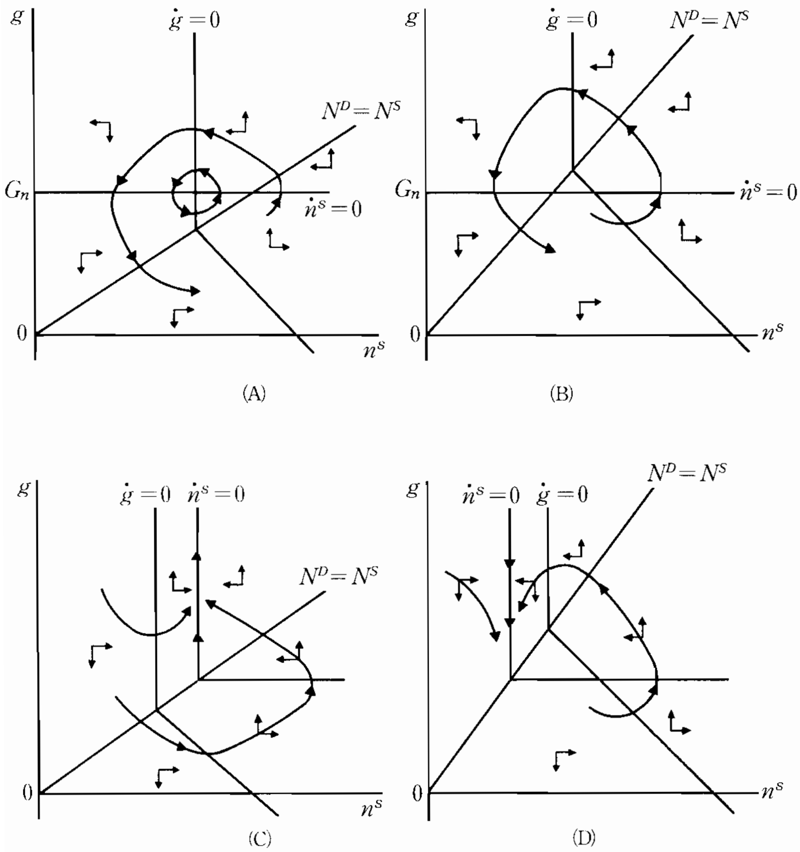


図2.8

逆に $\phi=0$ である場合には，$N^D<N^S$ の領域に均衡点を持つケースでは，運動はほぼパターンIIに準ずる．すなわち，任意の解は $N^D<N^S$，$N^D>N^S$ の領域を出入りしながら循環的な動きを示す．(図 2.8(D)参照)しかし，図(C)のように，均衡点が存在しないケースでは，任意の解は最終的に $\dot{n}^S=0$ 線に収束し，n^S は一定になるが，g は上昇を続けることになる．このとき，資本と労働供給は均斉成長しているが，資本不足と人手不足の割合は拡大を続けており，財市場における超過需要も増大し続けているという極端な景気の過熱状態が生じる．

2.5. 景　気　循　環

前節では，モデルの運動パターンを形式的に分析したが，本節では，景気循環の典型的な例を上の結果を用いて詳しく考察しよう．上でみたように，いくつかのケースが考えられるが，ここでは，循環的成長の特色を最も良く表わしているパターンIIの場合についてとりあげる．

動学システムがパターンIIであるとして，いま，初期値を図2.9の点①に選ぶ，この点は R_2 に属するから，稼動率は正常水準を超えているが，

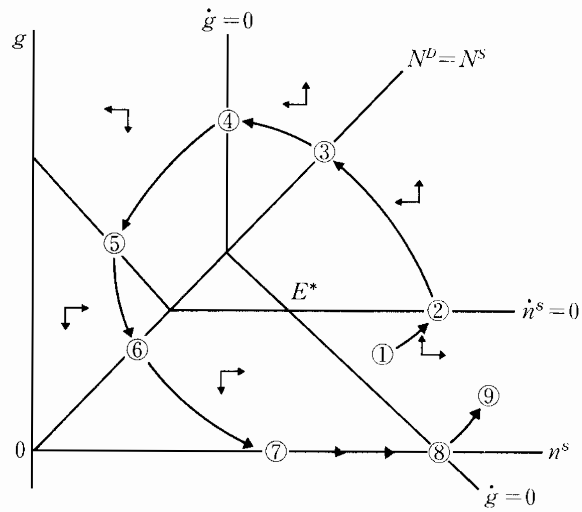


図2.9

資本蓄積率は自然成長率を下回っている．したがって，資本不足であるという判断から，企業は計画蓄積率を引き上げるが，資本単位当りの労働供給 n^S は増大を続ける．ところが，n^S の上昇は基礎消費 c_0n^S も増大させるから(9)より，

$$(43)\quad \dot{\delta}=\frac{\dot{g}+c_0\dot{n}^S}{a(1-c)}>0$$

となり，稼動率も上昇を続けている．それゆえ，資本不足は拡大し，計画成長率 g は加速的に上昇する．この局面では労働供給の制限はないから，

計画投資はすべて実現し，したがって，現実の成長率 G も加速的に増大することになる．しかし，労働供給の伸びは一定であるから，やがて資本の成長率が労働のそれに追いつく時点がくる．その点を図の②に対応させれば，この点以降は，経済は R_3 に入る．この領域では，n^S は $G_n<G$ によって下落し，資本単位当りの基礎消費も下るから，これが稼動率の水準に対してマイナスの効果を及ぼす．しかし，依然として過度稼動は続いているから，g は上昇しており，稼動率の動きの方向は，基礎消費の低下と g の上昇の相対的大きさによって決まることになる．稼動率の動きについては数学注で述べるが，大まかにいえば，最初は g の上昇の割合が c_0n^S の下落の割合よりも大であるため，稼動率の上昇が続くが，いずれはそれが逆転し，下落の始まる時点がくることがいえる．

また，雇用率を $\tilde{N}/N^S\equiv u$ と定義すれば，いま問題としている．$N^D<N^S$ の領域では，

$$(44)\quad u=\frac{g}{n^S}+\frac{c_0}{a(1-c)}$$

であるから，g が上昇し，n^S が下落するという R_3 の領域にある限り，u は上昇を続ける．したがって，やがて $u=1$ になる時点がくれば，労働は雇用し尽され，経済は完全雇用の天井に達する．(図の点③)

こうして経済は人手不足の状態になるが，この状況では，先にみたように，計画蓄積率と現実の成長率は（$\phi\neq1$ が仮定されているため）一致せず，財市場には超過需要が発生している．一方，この領域での稼動率は，労働の制約によって n^S/n になっているから，$G_n<G$ による n^S の下落によって，下り続けている．したがって，この状態が持続すれば，稼動率はやがて正常水準を上回り，必要以上の遊休設備が出現するときがくる．この時点に対応するのが図の④であるとすれば，この点以降は，企業は計画成長率の引下げを始め，経済は領域 R_4 に入ることになる．成長率を基準に考えれば，この点④が景気の波の頂点になっている．R_4 では，過剰設備の発生によって g が引き下げられるが，$G_n<G$ という状態と労働供給の制約は依然続いているから，稼動率は下り続け，g の引下げも加速され

る．この領域では

$$(45)\quad G=\phi g+(1-\phi)(\alpha-c_0)n^S$$

であるから，g と n^S の低下によって G も下り，やがて G_n を下回るときがくる．これを点⑤とすれば，この点以降は，再び n^S の上昇が始まり，経済は R_1 に入ることになる．R_1 に入っても，依然雇用率が1である状態は続いているが，g の低下と n^S の上昇によって，

$$(46)\quad \frac{g}{n^S}+\frac{c_0}{a(1-c)}<1$$

になる時点が必ず来るから，これを点⑥で示せば，これ以後は，再び失業の存在する状態が始まる．

これから後の経済の動きについては，次の二つの可能性が考えられる．ひとつは，$g=0$ に達するまでに景気が反転し，上昇を始め，$\dot{g}=0$ 線を越えて R_2 へ入るケースであり，もうひとつは，$g=0$ 線に到達するケースである．後者の場合，さらに次の二通りの考え方がある．ひとつは，ここで資本 K と呼んでいるものを文字通りの資本設備と解する立場であり，このときには，投資がネットの概念で表されている本稿のモデルの場合，$g\geqq 0$ を仮定するのが妥当であろう．[12] なぜなら，財市場の均衡が $g<0$ のもとで成立しているなら，それは文字通り資本を食いつぶす，すなわち資本財を再び消費財として用いるという非現実的な——しかし1財モデルの場合には許される——仮定を置いていることになるからである．そこでこの場合には，g がゼロになったところで，g の引き下げは中止されるから，資本の水準は一定になる．しかし一方で n^S の上昇による基礎消費の増大は続いているから，$g=0$ になってから以後は，稼動率は確実に上昇する．そしてやがて $\delta>\delta^*$ になる時点がくれば，再び企業は正の蓄積を開始し，景気は上昇過程に入る．この過程は図2.9の⑦～⑨によって示されている．⑦から⑧は景気の底に相当し，⑧を起点にして経済は上昇過程に入る．

もうひとつは，K には在庫も含まれると考え，$g<0$ は在庫ストックの放出を意味すると考える方法である．この場合，形式上は g が低下し，続

けることが可能になるが，そうすると，必ずしも景気の反転が生じるかどうかは断定できなくなる.[13)]

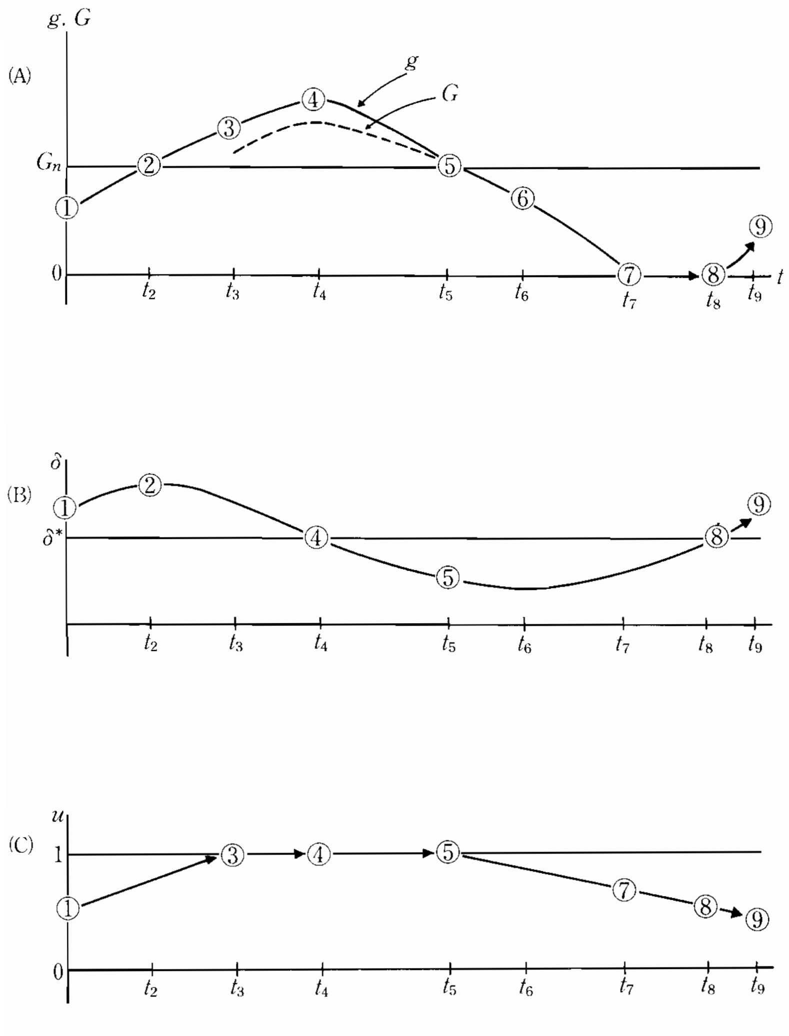


図2.10

g の引き下げ方が急速であれば，稼動率は上昇に転じないかもしれないから，さらに g の下落が持続し，経済は底なしの不況に陥る可能性が残る．しかし，現実には在庫ストックの削減率が上昇し続けるとは考え難い．g はマイナスになりえるとしても，下限があると考えるべきであろう．この場合には $g \geqq 0$ の場合と同様にして不況からの脱出が説明できる．すなわち，需要の一部を在庫の放出でまかない切れない時点が到来し，それ以後は稼動率は上昇を始め，過剰資本は吸収される.[14]

以上の結果を考慮すれば，本稿で仮定しているような自然成長率で伸びる基礎消費の床に支えられた経済は，底なしの不況に陥ることはなく，上昇に転ずる時点をどこかに持つと考えることができる.[15] いずれにせよ，このような下方での反転が生じれば，経済は再び出発点の領域，R_2 に戻ることができる．

以上の循環のプロセスにおける g と G の運動は，ほぼ図 2.10(A)のようになるであろう．(図の番号①～⑨は図 9 のそれに各々対応している) t_3～t_4 においては，財市場に超過需要が生じているから $G<g$ であり，G の動きはほぼ点線で示したようになる．同様に稼動率と雇用率の動きも図 2.10 の(B), (C)のようになる．(A)と(B)からも分るように，稼動率の循環の波は，成長率のそれに先行している．成長率を基準にした景気の波は，実は，それに先行して運動している稼動率の変化によって引起こされているということが，(A)と(B)の比較から明らかになる．

2.6.　保証成長率の変化と景気の反転

前節の分析は，均衡点が $N^S > N^D$ の領域に存在するパターン II の場合について行われた．このケースでは上でみたように，景気循環の発生は必然的であるといえる．しかし，均衡点が $N^S < N^D$ の領域にあるパターン I の場合には，経済は均衡点 E^{**} に収束し，その上で一種の均衡状態になるから，必ずしも上でみたような循環は発生しない．ただし，経済がこの均衡経路上で成長を続けていることができるかどうかについては，さらに検討する必要がある．E^{**} は財市場で超過需要の存在するもとで，資

本と労働の均斉成長の実現する点であるから，実現する成長率と計画成長率の間には，

(47)　$g^{**}-G^{**}=(1-\phi)[g^{**}-(\alpha-c_0)n_S{}^{**}]>0$

だけの乖離が存在する．[・]は資本単位当りの財市場の超過需要を表すから，競争市場を前提にすれば，この均衡状態においては物価は持続的に上昇していると考えることができる．物価上昇の持続は，（労働市場の逼迫からくる貨幣賃金の上昇を物価上昇が上回るものとすれば）実質賃金率の圧迫を通じて，所得分配を労働者にとって不利な方向へ変化させるであろう．それゆえ，労働者の消費性向が資本家のそれよりも高いという通常の仮説を考慮すれば，この均衡経路上では，平均消費性向は一般に低下しつつあるといってよいであろう．

さて，ハロッドの用語に従えば，正常稼動と需給一致の同時実現が保証成長の定義であったから，このモデルの G_w は

(48)　$G_w=\delta^*a(1-c)-c_0n^S$

である．したがって，均衡点 E^{**} においては，

(49)　$G^{**}-G_w{}^{**}=\phi[g^{**}-(\alpha-c_0n_S{}^{**})]>0$

だけのギャップが存在している．そこで，上で述べたようなインフレーションによる所得の再分配効果が働き，c が低下すれば，α は上昇し，G と G_w の差は縮小する．この再分配効果が十分大きくなれば，やがて G と G_w の大小関係は逆転し，$G<G_w$ になるであろう．このことは，図 2.6 でいえば，次のことを意味している．いま，経済が E^{**} にとどまっているとして，c が低下すれば，(20)，(22)から明らかなように，$N^D=N^S$ $(g=(\alpha-c_0)n^S)$ 線の傾きは大になり，点 E_1 と E_2 は近づき，E^{**} も $N^D=N^S$ 線に接近する．この状態がさらに続けば，E_1 と E_2 の位置は入れ替わり，もはや，$N^D>N^S$ の領域に均衡点はなくなり，$N^D<N^S$ の領域に均衡点 E^* が出現する．すなわち，パターンⅠはⅡへ切替る．Ⅱへ変わってから後の運動は前節で述べた通りである．経済は人手不足の状態から失業の存在する状態になり，蓄積率は引下げられ，遊休設備も逓増するような不況期へと突入することになる．[16)]

以上と同様のことは，$\phi=0$ であって，位相図が図 2.8 の(C)ような場合にもいえる．このケースでは，経済は最終的に資本と労働は均斉成長しているが，人手不足と財の超過需要は拡大を続けるという真正インフレーションの生じる経路へと収束する．したがって，ここにおいても，上で述べた所得分配の変化の効果が十分に働けば，(41)から分るように，図の $\dot{n}^S=0$ 線は左へシフトし，$N^D=N^S$ 線の傾きは大になる．これが続けばやがて $\dot{g}=0$ 線と $\dot{n}^S=0$ 線の位置は入替わり，位相図は図 2.8 の(D)で示されるようなかたちになる．そして g は低下し，人手不足と超過需要もやがて解消され，失業の発生する局面が始まる．また，$\phi=1$ のケースについても，経済が $N^D>N^S$ の局面にとどまっているとき，同様の現象が起る可能性がある．

以上のように，経済が人手不足の状態にあり続けることは，一般には可能性が少ないといえる．したがって，経済の運動パターンがIIのような必然的循環の生じるものでないとしても，上で考察したようなパラメータの内生的変化も考慮するならば，運動形態の常態は，循環的成長であるといってよいであろう．

2.7.　資本のボトルネック

今までの議論は，労働供給の制約を受ける場合とそうでない場合についての分析であったが，本節では，資本の側からの制約も考慮した場合について考えよう．

いま，資本稼動率には技術的上限があり，これを越える稼動は不可能であるとする．また，この技術的上限は，企業が主観的に判断する正常稼動水準よりは高いものと仮定する．すなわち，技術的上限を $\bar{\delta}$ とすれば，

(50)　$\bar{\delta}>\delta^*$，$\bar{\delta}=\text{const.}>0$

であるとする．この制約条件を置けば，$\delta=\bar{\delta}$ のとき，労働供給の制約がなければ，

(51)　$$\frac{g+c_0 n^S}{a(1-c)}=\bar{\delta}$$

が成立する．したがって，

(52)　$g+c_0n^S>\bar{\delta}a\,(1-c)$

のときには，資本のボトルネックによって生産が制限され，財市場に超過需要が出現する．ところが，一方で稼動率は労働供給の上限によっても制限を受けるから，現実に成立する稼動率を $\tilde{\delta}$ とすれば，財市場が均衡している場合の $\dfrac{g+c_0n^S}{a\,(1-c)}$ と $\bar{\delta}$，$\dfrac{n^S}{n}$，$\tilde{\delta}$ の間には，

(53)　$$\tilde{\delta}=\min\left(\frac{g+c_0n^S}{a\,(1-c)},\quad \bar{\delta},\quad \frac{n^S}{n}\right)$$

という関係が成立する．このとき生じうるケースは次の 4 つである．

（ i ）　労働と資本のボトルネックがどちらも存在しない場合．

（ ii ）　労働のボトルネックだけが存在する場合．

（iii）　資本のボトルネックだけが存在する場合．

（iv）　両方のボトルネックが存在する場合

（ i ），（ ii ）は前節までに論じた場合であり，（ i ）にはシステム（M_1）が，（ ii ）には（M_2）が対応する．(iii)のケースでは失業は存在しているが，資本は能力いっぱいにまで利用されており，財市場には超過需要が発生している．この場合は $\tilde{\delta}=\bar{\delta}$ であるから，体系は

$$\left.\begin{aligned}&(54)\quad \dot{g}=\varepsilon\,(\bar{\delta}-\delta^*)\\&(55)\quad \dot{n}^S=n^S\,[G_n-\phi g-(1-\phi)\,(\alpha-c_0)\,\bar{\delta}n]\end{aligned}\right\}(M_3)$$

となる．したがって，仮定(50)より，このケースでは g は上昇を続けることになる．(iv)のケースでは，さらに 2 つの場合に区別せねばならない．まず

(56)　$\tilde{\delta}=\bar{\delta}$

のケースでは，労働も資本も共に不足しているが，稼動率の水準は資本の制約によって決まっているから，体系は（M_3）と全く同じである．

しかし，

(57)　$$\tilde{\delta}=\frac{n^S}{n}$$

のケースでは，稼動率の決定には，資本の制約は関係しないから，結局体

系は (M_2) と同一になる．2 つのケースの境界は

(58)　$n^S = n\bar{\delta}$

で与えられる．以上から，$g-n^S$ 平面において，$(M_1)\sim(M_3)$ の支配する領域を示せば，図 2.11 のようになる．

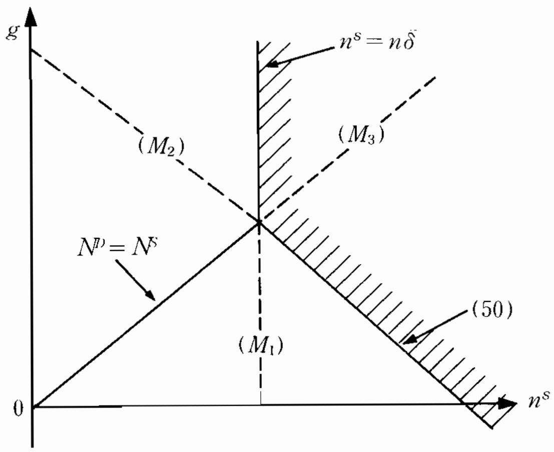


図2.11

さて，(M_3) では(49)から g は上昇を続け，n^S は

(59)　$$\dot{n}^S \gtreqless 0 \iff g \gtreqless \frac{G_n-(1-\phi)(\alpha-c_0^-)\delta n}{\phi}$$

という動きを示す．それゆえ，この (M_3) の支配する領域には平衡点は存在しない．この点を考慮して，$0<\phi<1$ の場合に生じえるケースを図示すれば図 2.12(A),(B)のようになる．(A)のケースは(M_2)の支配する領域に均衡点が存在する場合である．この場合は，$\dot{n}^S=0$ 線が $N^D=N^S$ 線ではなく，(58)を境に傾きが変わるという点を除いて，運動の形態や均衡点の値など，パターン I の場合と全く同じである．任意の初期値を持つ解は，やがては (M_2) の支配する領域に入り，安定な均衡点 E^{**} に収束する．このような均衡にとどまる場合に，インフレーションの発生による G_w の上昇から，E** がこの領域から消滅するという過程についても，前節での分析をそのまま適用すればよい．

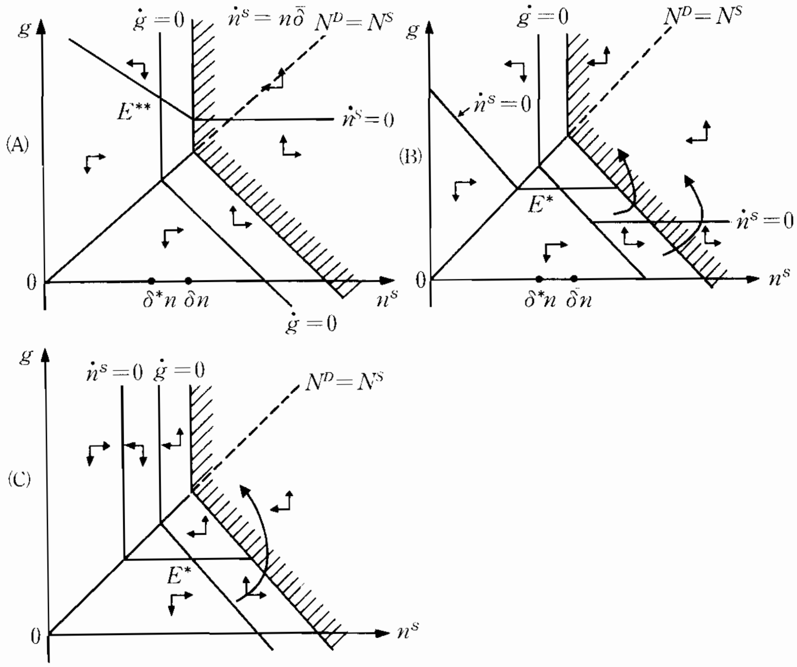


図2.12

一方，図(B)は（M_1）の支配する領域に均衡点が存在するケースを示している．この場合，$\phi\neq1$ であるから，$\dot{n}^S=0$ 線は(51)で表される直線を境に切断されており，$\phi=1$ のときのみ同一の直線で表わされる．このケースの運動もほぼパターンIIと同様である．(M_3) の支配する領域で $\dot{n}^S<0$ であるようなところから出発した解も，必ず，$\dot{n}^S=0$ 線を越えて $\dot{n}^S>0$ に転ずるから，やがては(51)で示される境界を経て（M_2）の支配する領域に入る．

また，$\phi=0$ のケースでは，図2.12(C)で示したようになり，(M_3) の支配する領域では n^S は下落し，g は上昇を続ける．したがって，いずれの場合であっても，資本の制約を明示的に考慮したとしても，前節までの議論の結果を大きく変えることはなく，経済の循環的運動のパターンが異なることもないといってよい．

2.8. お　わ　り　に

最後に，以上の分析に対して補足的説明をつけ加えておこう．

（i）　まず第一に，上のモデルは，あくまで景気循環の可能性を表すものであって，その必然性を示しているのではないという点に注意せねばならない．上でみたように，パターンIの場合には，循環は必ずしも持続しないからである．また，循環が生じる場合にも，従来の非線型自動振動タイプのモデルにみられるような循環運動の規則性を示すこともできない．上の分析からいえることは，現実の成長経路がなめらかな発展経路を描くことはなく，均衡成長経路をめぐる循環的運動をする可能性が大であること，また仮に均衡経路に収束することがあっても，そのような状態にとどまることは一般に困難であって，再び循環を開始するであろうということである．

（ii）　では，このような循環運動の傾向を内含した経済において，循環のもたらす景気の波を政策的に制御することは可能であろうか．通常の有効需要政策の場合，このモデルにおいて中心的に作用するのは平均消費性向に対する効果であろう．ただし，このような政策の効果が，$G=G_w=G_n$ という調和的な状態を実現，維持させることができるかどうかについてはかなり疑問がある．$G=G_w=G_n$ という経路は，パラメーターが特別の関係を満たすときにのみ可能となるが，それらのパラメーターの大部分は企業の私的な決定にかかわっている．なるほど，有効需要政策は，景気の下降期に刺激を与えることによって平均消費性向の上昇，したがって G_w の下落を促進し，景気の回復を早める，あるいは過熱期における引きしめによって G_w を上昇させ，ブームを抑制するという効果は持つであろう．しかし，景気変動の波そのものを消滅させることができるかどうかは，現実の政策実行に不可避な種々のタイム・ラグや予測の誤りなどを考えれば，極めて困難といわねばならない．

また，パターンIの状態で経済が人手不足のインフレ均衡にあるときに抑制政策が実行されれば，G_w の上昇を（インフレによる効果に加えて）

より促進することになり，パターンIIへの転換を早めることによって，経済を下降経路へ追いやる効果を持ちうる．すなわち，景気の波を平坦にしようとする政策が，逆に循環運動を促進するかもしれない．

（iii）　本稿の最初において，循環と成長の関連が有機的にとらえているのがハロッドの理論のすぐれた点であると述べたが，それは次のような意味においてである．ハロッド的なアプローチにおいて経済の循環的運動をもたらす直接の原因は，G_w 自身の変動によているが，その G_w の変化は，景気の変化とは独立して与えられるような外生的衝撃などによってもたらされるのではなく，景気の変化そのものによって生じさせられているという意味で内生的である．これは，パターンIIの場合だけでなく，パターンIの場合に，均衡経路に収束した後に引き起こされるであろうパラメータの変化による G_w の変動についてもいえる．たとえ，そのようなパラメータの変化が主として政策操作によって引き起こされたものであるとしても，そのような政策を実行させる直接の原因は，景気の変動そのものに他ならないからである．その意味でもハロッド的な接近による分析は，成長と循環という二つの現象を分離できないひとつの傾向としてとらえることのできる，文字通りの循環的成長理論のフレームワークを提供してくれるといえる．[17]

〔数学注〕[18]

（i）（M_2）の大域的性質

まず（M_2）の場合から考える．この体系の均衡点 E^{**} 近傍での動きは既にみたから，均衡点から十分離れたところに初期値を持つ解が，R_1～R_4 のいずれかの領域にとどまり続けることなく，$R_1 \to R_2 \to R_3 \to R_4 \to R_1 \cdots$ という運動をすることがいえれば，体系は循環的に動くことが示せる．そこで例として，図 2.13 に示したように，R_3 に初期値を持つ解が $\dot{g}=0$ 線を越えて R_4 に入ることができるかどうかを調べてみよう．いま，

$$\frac{1}{2}V=\left(\frac{n^S}{n}-\delta^*\right)^2$$

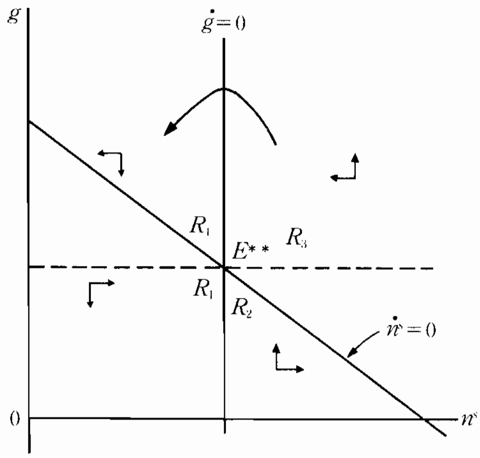


図2.13

という関数を定義すれば

$$\dot{V}=\left(\frac{n^S}{n}-\delta^*\right)\dot{n}^S=\frac{1}{\varepsilon}\dot{g}\dot{n}^S$$

であるから，$(g(t),\ h^S(t))\in R_3$ より $\dot{g}>0$ $\dot{n}^S>0$ であることを考慮して，$\dot{V}<0$ である．したがって，$\lim_{t\to+\infty} V=0$ であり，$n^S=n\delta^*$，すなわち $\dot{g}=0$ となる点に到達できる．ただし，循環現象が生じるためには，$V=0$ となる時点 t が有限でなければならない．$V=0$ となるまでに無限の時間が必要であれば，解は実質的に R_3 にとどまっていることになる．R_3 にある解が $\dot{g}=0$ 線に近づくことは分っているから，初期値を $\dot{g}=0$ 線の近く，たとえば，図2.13の点線　$g=\frac{G_n}{\phi}-\left(\frac{1}{\phi}-1\right)(\alpha-c_0)\ n\delta^*$　よりも上に選んでみる．[19] このとき，

$$n^S(0)\geqq n\delta^*$$

$$g(0)\geqq\frac{G_n}{\phi}-\left(\frac{1}{\phi}-1\right)(\alpha-c_0)\,n\delta^*$$

である．ここで

$$G_n-\phi g(0)-(1-\phi)(\alpha-c_0)\,n\delta^*=-v<0$$

とする．この初期値から出発する解で $(g(t),\ n^S(t))\in R_3$ となる t の

最大区間を $J=[0,\ \tau)$ とすれば（τ は $+\infty$ も含む），$t\in J$ のとき $\dot{g}>0$ $\dot{n}^S<0$ であり，かつ $\min_{t\in J} n^S(t)=n\delta^*$ であるから，

$$\frac{\dot{n}^S}{n^S}=G_n-\phi g-(1-\phi)(\alpha-c_0)n^S$$

$$\leqq G_n-\phi g(0)-(1-\phi)(\alpha-c_0)n\delta^*=-v<0$$

である．これから

$$n\delta^*\leqq n^S(t)\leqq n^S(0)\exp(-vt)$$

が成立する．この不等式の最後の辺は $t\to+\infty$ のとき低下しつづけるから，

$$n\delta^*=n^S(\tau)=n^S(0)\exp(-v\tau)$$

となる有限な τ が必ず存在する．すなわち，$(g(0)\ \ n^S(0))\in R_3$ なる解は有限時間内で $\dot{g}=0$ 線を越え R_3 へ入る．

全く同様にして，$R_4\to R_1$，$R_1\to R_3$，$R_2\to R_3$ の可能性も証明できる．したがって，体系全体として，解は循環的に運動するといえる．ただし，注(8)でも述べたように，limit cycle の存在も否定できないから，以上のように循環的に運動する解が，全て E^{**} に収束していくかどうかについては断定できない．

(ii) (M_1) の大域的性質

(M_1) の解が循環的かどうかで問題になるのは，図 2.14 で示したよう

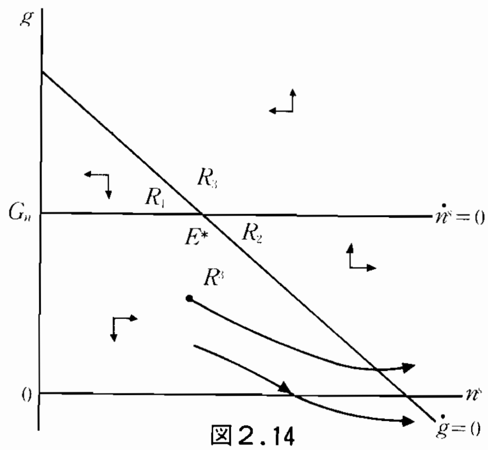


図 2.14

に，$R_1 \to R_2$，$R_3 \to R_4$ となるように $\dot{g}=0$ 線を越えることができるかどうかという点である．($R_2 \to R_3$，$R_4 \to R_4$ は容易に示せる.) 特に $R_1 \to R_2$ は，景気の底から上昇へ転ずることを示すから，この可能性を調べることは重要である．これを調べるために，関数

$$\frac{1}{2}V=[g+c_0n^S-\delta^* a(1-c)]^2$$

を定義する

$$\begin{aligned}\dot{V}&=[g+c_0n^S-\delta^* a(1-c)](\dot{g}+c_0\dot{n}^S)\\ &=[g+c_0n^S-\delta^* a(1-c)]\\ &\quad\times\left\{\varepsilon\left[\frac{g+c_0}{a(1-c)}-\delta^*\right]+c_0n(G_n-g)\right\}\\ &=[g+c_0n^S-\delta^* a(1-c)]\\ &\quad\times\left\{\frac{\varepsilon(\varepsilon+G_n)}{a^2(1-c)^2}-\varepsilon\delta^*-\left(c_0n^S-\frac{\varepsilon}{a(1-c)}\right)\left(g-\frac{\varepsilon+G_n}{a(1-c)}\right)\right\}\end{aligned}$$

$(g(t),\ n^S(t))\in R_1$ とすれば，$g(t)+c_0n^S(t)-\delta^* a(1-c)<0$ である．しかも $\dot{n}^S>0$，$\dot{g}<0$ より，$\left(c_0n^S-\frac{\varepsilon}{a(1-c)}\right)\left(g-\frac{\varepsilon+G_n}{a(1-c)}\right)$ はいずれは負になり，その絶対値は増加を続ける．したがって，やがては$\{\cdot\}>0$ となり，$\dot{V}<0$ が成立する．$\dot{V}<0$ が一度成立すれば，再び $\dot{V}>0$ となることいないから，$\lim_{t\to+\infty} V=0$ が保証される．

ただし，$V=0$ が有限な t のもとで成立するかどうかは一義的にいえない．なぜなら，(i)と同様に $J=[0,\ \tau)$ を定義すれば，$(g(t),\ n^S(t))\in R_1$ のとき，$\dot{g}<0$，$\dot{n}^S>0$ であるから，$(g(0),\ n^S(0))\in R_1$ とすれば，

$$\frac{\dot{n}^S}{n^S}=G_n-g(t)\geqq G_n-g(0)>0$$

$$n^S(t)\leqq\frac{a\delta^*(1-c)}{c_0}-\frac{g(t)}{c_0}$$

であり，

$$n^S(0)\exp[(G_n-g(0))t]\leqq n^S(t)\leqq\frac{a\delta^*(1-c)}{c_0}-\frac{g(t)}{c_0}$$

が成立する．$G_n-g(0)>0$より，この不等式の第1辺は上昇するが，$g(t)$に制限を置かない限り，最後の辺も上昇するから

$$n^S(0)\exp[(G_n-g(0))\tau]=n^S(\tau)=\frac{a\delta^*(1-c)}{c_0}-\frac{g(\tau)}{c_0}$$

なる有限の τ の存在は必ずしも保証されない．ただし，経済的な理由から，$g(t)$ はマイナスになりえない，あるいはなりえるとしても下限があると考えるならば，——本文でも述べたようにこれは現実性の観点からは不当な仮定ではない——この下限に達したところで最後の項は一定になるから，上の等式を満たす有限な τ は必ず存在する．

(iii)　パターンIとII

以上の結果を考慮すれば，パターンI，IIの大域的性質がわかる．パターンIでは，$N^D<N^S$の領域を (M_1) が支配し，しかも均衡点は存在しないから，(ii)でみたように，若干の留保条件をつければ，$R_1\to R_2$がいえ，$R_2\to R_3$および$N^D=N^S$を越え (M_2) の支配する領域へ解が入るともいえるから，全体の運動は，ほぼ本文で述べたようになる．またIIの場合は，(M_2) の支配する領域に均衡点が存在しないが，(i)で調べたように，$R_3\to R_4$（すなわち景気の下方への転換），および$R_4\to R_1$もいえるから，解は$N^D>N^S$にはとどまらない．また(ii)より，$N^D<N^S$での動きも，下方転換に関する条件が満たされれば，$R_1\to R_2$がいえるから，全体としてみれば，やはり本文で述べたように循環的である．

(iv)　稼動率の動き

ここでも，パターンIとIIの場合についてだけ述べる．まず，$N^D<N^S$のとき，稼動率の動きは

$$\dot{\delta}=\frac{\dot{g}+c_0\dot{n}^S}{a(1-c)}$$

であるから，(M_1) の場合は，R_2において$\dot{\delta}>0$，R_4において$\dot{\delta}<0$である．また$\dot{\delta}=0$，すなわち

$$\varepsilon\left[\frac{g+c_0n^S}{a(1-c)}-\delta^*\right]=n^S c_0(g-G_n)$$

となる．曲線を境に，R_1においては$\dot{\delta}<0$から$\dot{\delta}>0$に，R_3においては$\dot{\delta}>0$から$\dot{\delta}<0$に転ずることが，(i)，(ii)の結果を考慮すればわかる．(M_2)の場合は，$\dot{\delta}=\dot{n}^S/n$より，R_1，R_3では$\dot{\delta}>0$，R_3，R_4では$\dot{\delta}<0$である．それゆえ，パターンⅠ，Ⅱ，いずれの場合にも，稼動率は景気循環につれて——ただし，波は異にしながら——変動することがわかる．

(図2.10(A)，(B)参照)

第2章　注

1）実物的景気循環論の代表的な例は Kydland and Prescott (1982) である．この立場についての展望としては Lucas (1987) がある．また最近の展開については，たとえば King, Plosser and Rebelo (1988) を参照．批判的な立場からの解説は吉川 (1984) にみられる．

2）Hicks (1950)．

3）Harrod (1939)．

4）この基礎的消費の部分を，自然成長率と同率でなされる独立投資に置きかえても，以下の議論は全く同様に成立する．なお，この点に関しては，足立 (1974) を参照．

5）(5)で表される投資関数は，ハロッド自身の意図したものと同一とはいえない．彼の考える投資態度が必ずしも明確でないため，短期不安定性の成立をめぐって種々の議論がなされた．それら諸議論への批判的展望については，置塩 (1977) 第2章参照．

6）(17)のような定式化は，需給不一致を前提にするモデル（たとえば，Stein and Nagatani (1969)）でよくなされるが，むろん問題点はある．より正確には，ϕはパラメータではなく，むしろ需給状態の関数とみなすべきであろう．たとえば，$\phi=f(I/S)$，$f'>0$，$\phi=0$ *for* $I/S\leqq1$，というような仮定の導入が考えられる．しかし，ここでは簡単化のために，ϕは一定とみなす．なお，この仮説については，鴇田 (1976) pp. 86-89 も参照．

7）ここでは，投資はネットの概念で表されているとする．

8）この場合に限り，議論はE^{**}の近傍以外も含む大域についても成立する．

9）ただし，Bendixsonの第2定理の条件が満たされない場合には，解はE^{**}へ収束せず，E^{**}の周囲を回る limit cycle に収束する可能性がある．

10）この保留条件については，次節及び数学注参照．

11）詳しくは数学注参照．

12）資本の減耗を明示的に導入し，景気の底では置きかえ投資もなされないと仮定して，景気の回復を説明することは理論的には可能であるが，現実性の観点からは困

難が伴う．この点について，Matthews (1959) chapter 10 参照．

13) 数学注(ii)参照．

14) より現実的にするためには，設備と在庫を区別する必要がある．その場合に景気の下方転換のメカニズムをどう説明するかについては更に検討すべき問題がある．

15) 景気の底を支える要因はむろん他にも考えられるが，どれかひとつを決定的なものとして指摘するのは困難である．景気の底を支える他の要因については，たとえば Matthews (1959)，chapter 10，Harrod (1936) chapter 2，Harrod (1973) chapter 4，森嶋［7］pp. 157-160 等を参照．

16) 逆にパターンIIの不況過程において，物価の下落によって実質賃金率が上昇し，c が上昇したとすれば，領域 R_1 は縮少し，景気回復の時期は早まりうる．またその効果が十分大であれば，パターンIIからIへ切りかわり，インフレ均衡点 E^{**} が出現する可能性がある．なお，所得分配の変化が G_w に及ぼす効果については，Robinson (1970) 参照．

17) ハロッド的立場に基づく循環的成長理論についてより多面的に検討している研究については，置塩 (1988) を参照．

18) 以下の(i)，(ii)で行っているような2変数の非線型連立微分方程式の大域的性質の分析については，たとえば，Hirsch and Smale (1974) chapter 11，12 が詳しい．

19) $g=\frac{G_n}{\phi}-(\frac{1}{\phi}-1)(\alpha-c_0)\,n\delta^*$ より下から出発した解が有限時間でこの式の示す直線に到達できることも，以下と全く同じ方法で証明できる．

第3章　成長経済における賃金・物価スパイラル

3.1.　は　じ　め　に

前章で論じたハロッド的循環成長のモデルは，価格変動を無視した固定価格モデルであった．保証成長率の変化の可能性の要因のひとつとして実質賃金率の変化の効果を指摘したが，モデルは価格を陽表的なかたちで扱っていない．本章では，価格と賃金の変動を明示した環的成長モデルを検討する．

本章で分析するモデルは，第1章で論じた寡占企業によるマークアップ原理による価格決定仮説を動態化したものである．われわれは，名目賃金率の決定に影響力をもつ労働者組織の存在を仮定し，景気変動の過程で実質賃金率の決定をめぐる企業と労働者の拮抗が賃金・物価スパイラルを生みだすようなかたちでモデルを構成する．本章の基本的な発想は，置塩（1960），青木（1975），Kobayashi and Nikaido（1978）などと同様である．しかし，これらの研究では第1章と同様に多部門モデルが用いられているため，景気変動のプロセスを分析することは技術的に難しい．本章では簡単な1部門経済を設定することにより，より詳しい動態分析を行う．

3.2.　モ　デ　ル

われわれが以下で問題とする経済は，同質の財を生産する寡占企業によって支配されるひとつの産業と，組織化された労働者の集団によって構成される．企業は自ら定めた価格のもとで売れるだけ生産し，貨幣賃金率は労働者と企業の交渉により決定される．そして価格水準と貨幣賃金率は，資本ストックや労働供給量と同様に，短期においては固定されるものと仮定する．

まず企業の行動からみていこう．われわれの経済における代表的企業[1]の生産関数を

（１）　$X=a\delta K$，$a=\text{const.}>0$

とし，雇用決定態度を

（２）　$N=\tau\delta K$，$\tau=\text{const.}>0$

とする．ここに X は生産量，K は資本ストック，N は雇用量，δ は資本稼動率である．すなわち，稼動資本単位当りの生産量，雇用量は技術的に固定されているとする．

企業の投資行動は次のように考える．

（３）　$g=\varepsilon_1\theta+\varepsilon_2(\delta-\delta^*)+\gamma$,　　ε_1，ε_2，δ^*，$\gamma=\text{const.}>0$

ただし g は計画蓄積率（$\equiv I/K$，I＝実質投資量）であり，θ は R を実質資金率（$\equiv w/p$，p＝価格水準，w＝貨幣賃金率）とするとき

（４）　$\theta=(X-RN)/K$

で定義される利潤率を示す．また δ^* は企業が正常だと判断する稼動水準であり，以下では一定値をとると仮定する．[2] 寡占企業の投資関数をいかに定めるかは問題の多いところであるが，ここでは実現した利潤率と設備の稼動状態の両方を同時に考慮して計画蓄積率が決定されると考える．利潤率の大きさは投資誘因の重要な決定要素であると同時に，投資のファイナンスの能力の指標でもあるから，高利潤率は高蓄積率を生みだすであろう．しかし，たとえ高い利潤率が実現していても，設備が正常水準以下でしか稼動されておらず，意図する以上の遊休能力の存在する場合には，投資は抑制されるから，一般に(３)のような態度がとられると仮定することができるであろう．

さて，いま資本ストック，労働供給量，価格，貨幣賃金率がすべて一定とみなせる期間を短期と定め，この期間内に企業は稼動率を調整し，需要されるだけの財を生産するとしよう．貯蓄性向を s とし，総需要 D を

（５）　$D=(1-s)X+I$，$0<s=\text{const.}<1$

と定め，企業の産出調整態度を

（６）　$\dot{\delta}=\Psi(D/K-X/K)$，$\Psi=\text{const.}>0$

とする．ここに Ψ は産出調整係数を示す．(1)〜(5)より $D=X$ のとき

$$\varepsilon_1\delta(a-R\tau)+\varepsilon_2(\delta-\delta^*)+\gamma=as\delta$$

が成立するから，短期安定条件 $d\dot{\delta}/d\delta<0$ は

(7) $\varepsilon_1(a-R\tau)+\varepsilon_2-as<0$

であり，さらに

(8) $\gamma>\varepsilon_2\delta^*$

が満足されれば，正の短期均衡稼動率

(9) $$\delta=\frac{\gamma-\varepsilon_2\delta^*}{as-\varepsilon_1(a-R\tau)-\varepsilon_2}$$

が定まる．以下では条件(7)，(8)は常に満たされると仮定し，財市場は長期的には常に均衡しているものとみなす.[3)]

企業の価格政策については次のように仮定する．まず企業は，すぐ後に述べる方法によって決定される要求利潤率 θ^* を持っており，設備を正常水準で稼動したときにこの θ^* を生みだし続けることができるように，目標販売価格 p^* を定めるとする．(1)，(2)，(4)より $\theta=\delta(a-R\tau)$ であるから，上の仮定は

(10) $\theta^*=\delta^*(1-R^*\tau)$

が成立するように p^* を定めることを意味している．ただし $R^*\equiv w/p^*$ であり，θ^* が $\delta=\delta^*$ のもとで実現するときに実質賃金率のとるべき値を示している．R^* を θ^* に対応させて，企業の要求実質賃金率と呼ぼう．(10)を書きかえれば

(11) $$p^*=\left(1+\frac{\theta^*}{a\delta^*-\theta^*}\right)\frac{\tau}{a}w$$

となる．$\tau w/a$ は生産物一単位当りの賃金コストを示すから，$\theta^*/(a\delta^*-\theta^*)$ をマークアップ率と読めば，(11)は一種のフルコスト・プライシングを表現している.[4)] すなわち，技術水準と賃金コストを所与とすれば，θ^* が大であるほど，また δ^* が小であるほど目標価格 p^* は上昇する.[5)]

要求利潤率 θ^* については次のように仮定しよう．寡占企業といえども需要水準を直接支配することはできないから，設備の正常稼動の維持は投

資の調整によってなされねばならない．しかし，(３)式の説明においても触れたように，投資は実現利潤率によっても影響を受けるから，蓄積計画をスムースに実行するためには，投資に引き合うだけの利潤率が確保される必要がある．この点を考慮すれば，寡占企業は自らの特権である価格支配力を，投資規模に見合うだけの利潤率を獲得するために行使するという仮説の成立可能性が生じる．つまり，θ^* を単なるパラメータとしてではなく，計画蓄積率に応じて内生的に決定される変数とみなすのである．いま需要の拡大によって過度稼動（$\delta>\delta^*$）が生じたとしよう．(３)より g を引き上げる必要があるが，①投資規模の拡大によって企業の成長のためのコストと成長のもたらす危険が増大するため，その負担に堪えるに十分な利潤を獲得する必要があり，また，②正常稼動を保証する以上の需要が存在するから，より高い価格を設定することは容易であるという判断から，企業は要求利潤率の引き上げを意図するであろう．（過少稼動の場合には逆の理由から引き下げる.）また $\delta=\delta^*$ のときには，θ の水準が直接 g を決定するが，今期実現した利潤率がより高く，より大なる蓄積が可能になれば，次期以降もその水準を保つ蓄積を実現するために，要求利潤率も高まるであろう．

このように計画蓄積率が θ^* の主要決定要因であるとすれば，最も単純に考えて

$$\theta^*=h\pi(g),\quad \pi'>0,\quad h=\text{const.}>0$$

という関係を設定できる.[6] ただし，企業組織の維持のためには，このような成長要因とは独立して必要とされる利潤率が存在するであろう．そこで，成長率がゼロあるいは極めて低いときには，θ^* はこの下限（$h\underline{\pi}$，$\underline{\pi}=\text{const.}>0$ とする）によって規定されると仮定する.[7] また g の上昇に伴い θ^* を上昇させれば，(11)から明らかなように θ^* が $a\delta^*$ に近づくにしたがい，マークアップ率を急速に高めねばならない．したがって，企業は他企業の設定価格とのかねあいや参入の危険を考慮して，自ら要求利潤率に上限（$h\bar{\pi}$，$\bar{\pi}=\text{const.}>0$ とする）を設けるであろう．企業間の競争や新規参入の可能性を考えれば，価格支配力を持つ寡占企業といえども無制限

な利潤追求は不可能だからである。[8]

以上から，要求利潤率関数の形状はほぼ図3.1のようになる．関数は g に関して連続微分可能とするが，叙述の便宜上，$g=\underline{g}$ と $g=\bar{g}$ で利潤要

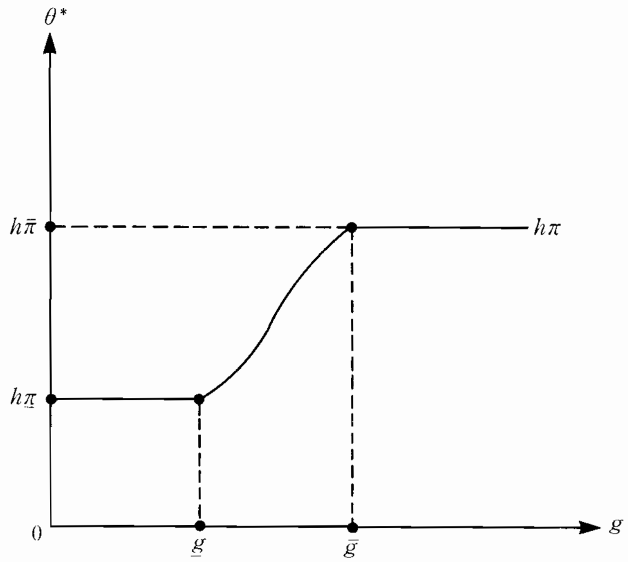


図3．1

求態度が変化すると仮定し

$$
(12)\quad \theta^* = \begin{cases} h\underline{\pi}, \ \ \underline{\pi}=\text{const.}>0 & \text{for } g \leqq \underline{g} \\ h\pi(g), \ \ \pi'>0 & \text{for } \underline{g}<g<\bar{g} \\ h\bar{\pi}, \ \ \bar{\pi}=\text{const.}>0 & \text{for } g \geqq \bar{g} \end{cases}
$$

と表す．

さて，上のように決定された p^* は，稼動率の変化（したがって g の変化）に伴い短期的に変動するから，現行価格を常に p^* に等しく保つには，敏速な価格調整が必要になる．しかし，通常寡占企業は短期的に幾度も価格の改定を行うことはなく，市場の不均衡は供給量の調整でカバーしながら，一定期間（少なくとも半年～1年）は価格を固定化する傾向をも

つ.[9] そこで，ここでも価格は短期においては固定され，p^* と現行価格との不均衡に対しては，長期にわたって

$$\hat{p}=\phi(p^*/p),\quad \phi(1)=0,\quad \phi'>0$$

という調整がなされていると仮定する．$p^*/p\equiv R/R^*$ だから，以下では線型化し

(13) $\hat{p}=\alpha(R-R^*),\quad \alpha=\text{const.}>0$

としよう.[10]

以上のように，企業は投資行動によって正常稼動の維持を図る一方，価格政策により R^* を実現させ，投資を支えるに十分な利潤を確保しつつ，持続的に成長しようとするのである．

一方，賃金決定については次式をおく．

(14) $\hat{w}=\beta_1(R_N-R)+\beta_2(b-u),$

$R_N, \beta_1, \beta_2=\text{const.}>0,\quad b=\text{const.}>1$

ここで R_Nは以下では，所与とされる労働者の要求実質賃金率であり,[11] また u は労働供給 L と雇用の比率（$\equiv L/N$）を示す．(14)は賃金交渉の結果を表現している．右辺第１項は，現行の実質賃金率が要求水準 R_Nを下回っているとき，労働者は R と R_Nの差に応じて貨幣賃金の引き上げを要求し，その一定割合が実現することを示している.[12] また第２項は，賃金交渉において労働市場の需給状態が作用する部分を表している．労働市場が逼迫すれば労働者に有利に，逆の場合は企業に有利になることはいうまでもない．ここに b は１より大であるが１に十分近い値をとり，フィリップス仮説でそうであるように，文字通りの完全雇用（$N=L$）が成立する以前から賃金上昇が生じうることを意味している．

以上の諸式に加え，事後的な蓄積は財市場の均衡を考慮して

(15) $\dot{K}=I\,(=sX)$

であり，また労働供給は一定率で成長すると仮定する．

(16) $\hat{L}=\lambda,\quad \lambda=\text{const.}>0$

以下の長期分析のために必要な完結した体系は,（１）～(16)の中から（６),（７),（８), (11)を除いたものに g, R, R^*, u の定義式を加えた 16

個の式と X, K, δ, N, g, θ, R, p, w, I, D, θ^*, R^*, p^*, u, L の 16 個の変数から成る.

3.3. 動学プロセス

上のモデルを次のように集約する. まず(7), (8)を考慮すれば, (9)から稼動率は,

$$(17)\quad \begin{cases} \delta = e(R), \\ e' = \dfrac{-(\gamma-\varepsilon_2\delta^*)\varepsilon_1\tau}{[as-\varepsilon_1(a-R\tau)-\varepsilon_2]^2} < 0 \end{cases}$$

と表せる. また(15)より, $\hat{K}=g=sX/K$ であるから, (17)から

$$(18)\quad g = ase(R) = \varphi(R),\quad \varphi' = ase' < 0$$

となる. さらに(10), (12)より

$$(19)\qquad R^* = \begin{cases} \left(1-\dfrac{h\underline{\pi}}{a\delta^*}\right)\dfrac{a}{\tau} & \text{for } g \leqq \underline{g} \\ \left(1-\dfrac{h\pi(g)}{a\delta^*}\right)\dfrac{a}{\tau} & \text{for } \underline{g} < g < \bar{g} \\ \left(1-\dfrac{h\bar{\pi}}{a\delta^*}\right)\dfrac{a}{\tau} & \text{for } \bar{g} \leqq g \end{cases}$$

だから, R^* は $\underline{g}<g<\bar{g}$ においては(18)から R の関数になり, その他の場合は定数になる. したがって(13)は

$$(20)\quad \hat{p} = \alpha(R-R^*) = H(R)$$

と表わせる. ただし(18)において

$$\varphi(\underline{R}) = \bar{g},\quad \varphi(\bar{R}) = \underline{g}$$

とするとき,

$$H'(R) = \alpha > 0 \qquad \text{for } R \geqq \bar{R} \text{ or } R \leqq \underline{R}$$

$$H'(R) = \alpha\left(1+\frac{h\pi'}{\delta^*\tau}\varphi'\right) \gtreqless 0 \qquad \text{for } \underline{R} < R < \bar{R}$$

である. また(2), (17), (18)から

$$\hat{N}=\hat{\delta}+\hat{K}=[e'(R)R/e(R)]\hat{R}+\varphi(R)$$

となるから，

(21)　$\hat{u}=\hat{L}-\hat{N}$

$$=\lambda-\varphi(R)-[e'(R)R/e(R)]\hat{R}$$

となる．

以上から，上のモデルは R と u に関する次の連立微分方程式に集約できる．

(22)　$\hat{R}=\hat{w}-\hat{p}=F(R,\ u)-H(R)$

(23)　$\hat{u}=\lambda-\varphi(R)-E(R)[F(R,\ u)-H(R)]$

ただし

$$F(R,\ u)\equiv\beta_1(R_N-R)+\beta_2(b-u)$$

$$E(R)\equiv[e'(R)R/e(R)]$$

$$=\frac{-\tau\varepsilon_1 R}{as-\varepsilon_2-\varepsilon_1(1-R\tau)}<0$$

である．体系(22), (23)の平衡点を（R_0,　u_0）とすれば，

(24)　$F(R_0,\ u_0)=H(R_0)$

(25)　$\lambda=\varphi(R_0)$

となるから，われわれの経済の長期均衡は，賃金と物価の同率変化によってもたらされる一定の実質賃金率と，労働と資本の均斉成長によって特徴づけられることになる．

(24), (25)を R_0,　u_0 について解けば，

(26)　$R_0=\dfrac{1}{\tau}\left[\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}+a-\dfrac{as}{\varepsilon_1}+\dfrac{(\gamma-\varepsilon_2\delta^*)as}{\varepsilon_1\lambda}\right]$

(27)　$u_0=b+\dfrac{1}{\beta_2}[\beta_1(R_N-R_0)-\alpha(R_0-R_0^*)]$

となり，均衡値はユニークに定まる．ただし

$$
(28)\qquad R_0{}^* = \begin{cases} \left(1-\dfrac{h\bar{\pi}}{a\delta^*}\right)\dfrac{a}{\tau} & \text{for } R_0 \leqq \underline{R} \\[2ex] \left(1-\dfrac{h\pi(g)}{a\delta^*}\right)\dfrac{a}{\tau} & \text{for } \underline{R} < R_0 < \bar{R} \\[2ex] \left(1-\dfrac{h\underline{\pi}}{a\delta^*}\right)\dfrac{a}{\tau} & \text{for } R_0 \geqq \bar{R} \end{cases}
$$

である．いま $(R_0,\ u_0)$ における(22), (23)の線型近似体系の係数行列は，

$$
(29)\qquad J_0 = \begin{bmatrix} F_{R_0} - H'(R_0), & F_{u_0} \\ -\varphi'(R_0) - E(R_0) & \\ \cdot[F_{R_0} - H'(R_0)], & -E(R_0)F_{u_0} \end{bmatrix}
$$

であり，F_{u_0}, F_{R_0}, $\varphi'(R_0)$, $E(R_0) < 0$ より

$$
(30)\qquad \begin{cases} \operatorname{trace} J_0 = F_{R_0} - H'(R_0) - E(R_0)F_{u_0} \\ \det J_0 = \varphi'(R_0)F_{u_0} > 0 \end{cases}
$$

であるから $\operatorname{trace} J_0 < 0\,(>0)$ であれば，平衡点の近傍で安定（不安定）である．

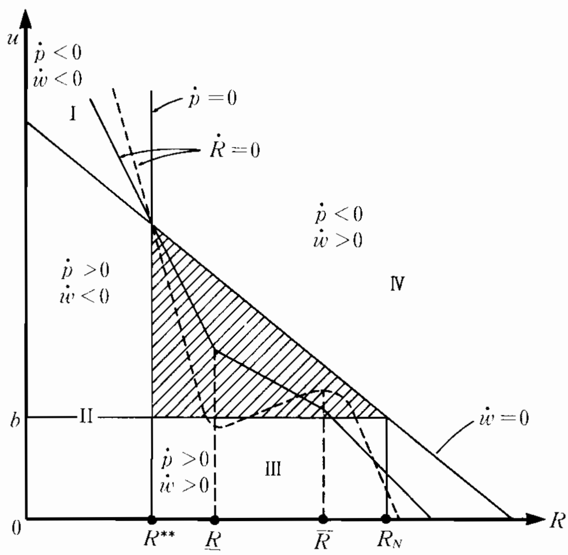
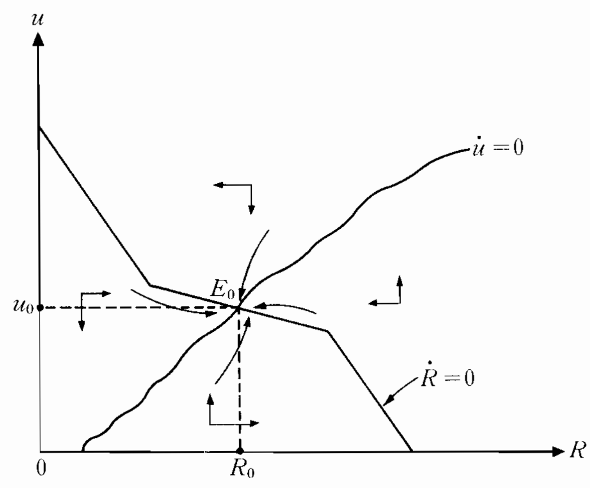


図3.2

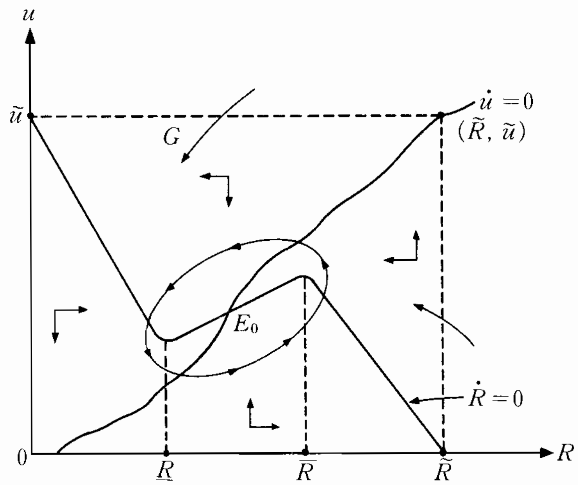
以上の結果を考慮して，体系の大局的運動を調べるために(22)，(23)の位相図を描こう．図3.2は(22)において $\dot{R}=0$ となる曲線の導出を示している．図は（R，u）≧0 の領域を $\dot{p}=0$（$H=0$）[13] と $\dot{w}=0$（$F=0$）を成立させる曲線によってⅠ～Ⅳの4つの領域に区分している．$\dot{R}=0$ となるのはⅠ（$\dot{p}$，$\dot{w}<0$）とⅢ（$\dot{p}$，$\dot{w}>0$）であるから，$\dot{R}=0$ 曲線の位置と形状は図のようになる．$R<\underline{R}$，$R>\bar{R}$ では右下りであるが，中間領域では $H'(R)\gtreqless 0$ より傾きは確定せず，点線で示したような形状にもなりうる．

これと(23)において $\dot{u}=0$ となる曲線を組み合わせれば，[14] 一般に図3.3（A），（B）で表される2つのケースが起こりうる．図3.3（A）は(30)において trace $J_0<0$ の場合を示している．このケースでは体系は大域的にも安定であり，解は（R_0，u_0）に収束しうる．ただし図示したような経路ではなく，平衡点は focus にもなりえるし，またその場合には（R_0，u_0）ではなく limit cycle に収束する可能性もある．[15]



(a)

図3.3



(b)

図3.3

一方図 3.3(B)は trace $J_0>0$ の場合を表している．先にみた通り，このケースは $\underline{R}<R_0<\bar{R}$ の場合に限り生じうるが，この場合にも解は発散せず，$(R_0,\ u_0)$ を中心とする有限個の limit cycle のいずれかに収束することが保証される．これは次のようにして確かめることができる．図 3.3(B)において，$(0,\ \tilde{u})$, $(\tilde{R},\ 0)$, $(0,\ 0)$, $(\tilde{R},\ \tilde{u})$ を頂点とするコンパクトな領域 G を選ぼう．このとき図からも分るように，G の外に初期値をもつ解は時間が十分たてば G 内へ入り，また一度 G へ入った解は再び外へ出ることはない．一方 G 内の平衡点 E_0 は不安定だから，解は G 内で運動を続けることになるが，このとき解の ω 極限集合は limit cycle になる．これは数学的には Poincaré-Bendixson の定理の適用例である．定理によれば，存在する limit cycle はひとつだけとは限らないが数は有限であり，しかも安定な cycle と不安定な cycle が交互に存在し，すべての cycle は E_0 を中心とする．そして任意の初期値を持つ解は安定な limit cycle のいずれかに収束するか，またはそれ自身が limit cycle を描く．[16]

3.4.　恒常成長と循環的成長

前節で明らかになったように，われわれの経済は恒常経路に収束するか，あるいは恒常経路の周囲を循環する経路に到るかのいずれかになる．本節ではこれらの経路上での経済状態について分析しよう．

恒常成長のケース

体系が（R_0，u_0）に収束すれば，先に触れたように実質賃金率は一定になり，資本と労働は同率で成長し失業率も一定になる．このとき，図 3.2 において領域 I（III）に（R_0，u_0）が存在すれば，賃金と価格は同率で下落（上昇）している．賃金，価格が一定のもとで恒常成長が実現するためには，$F=0$ と $H=0$ の交点に均衡点がなくてはならないが，むろんそれが一般に成立する保証はない．

また，いま $u>b$ のときには社会的に正常だとみなされる以上の失業が生じているとしよう．$H(R)=0$ の根を R^{**} とすれば，$F(R_N,\ b)=0$ だから，$R_N>R^{**}$ である限り，領域IIIの中に失業とインフレの共存する領域（第２図における斜線部）が存在する．(19) より企業の要求利潤率が増大すれば R^{**} は低下するから，企業と労働者の要求対立が激しいほど，すなわち R_N と R^{**} の差が大であるほど斜線部は拡大し，失業とインフレを伴うスタグフレーション下の恒常成長の実現可能性も高まることになる．

循環的成長のケース

均衡点が不安定な場合，体系が limit cycle に収束するメカニズムは図 3.4 に示されている．この図は $\hat{p}$ と $\hat{w}$ の動きに注目して描かれている．$\hat{p}=H(R)$ を示す曲線は仮定より図のようになり，これと $\hat{w}=F(R,\ u)$ を示す曲線を組み合わせる．いま F は図の F_0 の位置にあり，初期値を恒常成長の実現している $E_0((R_0,\ u_0))$ にとる．図が示すようにこの点は不安定であり，何らかの理由で $R<R_0$ になれば，$H>F$ より R は低下

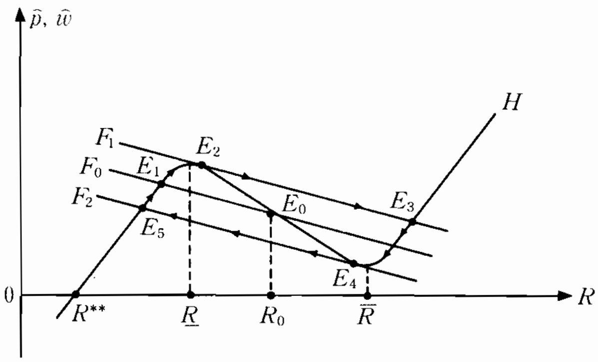


図3.4

し点 E_1 へ到る．E_1 は安定的であるが $R<R_0$ であるから(25)より $\lambda<g$ であり，(23)から u は減少し F 曲線は上方へシフトし，均衡点は E_2 へ移動する．F が F_1 より更にシフトすれば $F>H$ となり，R は上昇を始め，E_3 に到達する．この点も安定的だが，$R>R_0$ より $\lambda>g$ であり，u は増大し，F 曲線が下方へシフトすることによって均衡点は E_4 へ移動する．F が F_2 を下回れば $F<H$ に転じ，R は再び上昇を始め，E_5 へ向う．図のように $R^{**}<\underline{R}$ であり，しかも R^{**} がユニークに定まれば，上の循環過程において常に物価は上昇している.[17)]

上述の循環過程の各局面における経済状態は，次のようである．

①　$E_0 \to E_1$：成長率の上昇による θ^* の引き上げによって $\hat{p}$ は上昇する.[18)] 一方 R_N と R の差の拡大から $\hat{w}$ も増大するが，$\hat{p}>\hat{w}$ は保たれるため R の低下，したがって成長率の上昇は続く，そして $R<\underline{R}$ になれば，θ^* の上限 $h\bar{\pi}$ の存在から企業は価格の引き上げを手びかえるようになるため，$\hat{w}$ が $\hat{p}$ に追いつき，R が一定になる時点が点 E_1 においてやってくる．この点でのインフレは純粋な賃金プッシュによって生じているが，労働供給の伸びを越える成長が続いているため，労働市場は早晩逼迫し，賃金交渉における労働者の立場は有利になる．

②　$E_1 \to E_2 \to E_3$：それ故，$\hat{w}$ は $\hat{p}$ を上回るようになり，実質賃金率

は上昇に転じ，成長率も低下を始め，景気は下方へと向う．$R>\underline{R}$ になると企業は成長率の低下に合わせ θ^* を引き下げるから，$\hat{p}$ も下りだす．一方 R_N と R の差の縮小から $\hat{w}$ も下落するが，$\hat{w}>\hat{p}$ は保たれるから R の上昇は持続する．やがて $R>\bar{R}$ になれば，企業は最低限の利潤率 $h\underline{\pi}$ を確保するために価格引き上げを加速せざるをえなくなり，$\hat{p}$ は上り始め，やがて $\hat{w}$ に追いつく．これが点 E_3 であり，この時点でのインフレも賃金プッシュによってのみ発生している．ここでは成長率が労働供給の伸びを下回っているから，失業率は増大しており，賃金交渉は企業の側に有利になっている．

③　$E_3 \to E_4 \to E_5$：したがって $\hat{w}$ は低下し，R も下り始め，景気は不況の底を脱し上昇過程をたどりだすことになる．$R<\bar{R}$ になれば，企業は成長率の上昇に合わせて θ^* を引き上げだすから，$\hat{p}$ の上昇が再び始まる．一方 R_N と R の差の拡大から $\hat{w}$ も増加するが，$\hat{p}>\hat{w}$ は持続するので，$R<\underline{R}$ になり再び価格上昇が鈍化し始めるまでは R の低下，したがって成長率の増大は継続され，景気の上昇が続く．[19]

以上のように，景気循環は企業の利潤要求態度の変化と，労働市場の需給状態の変化の相互関連によって生じる．実質賃金率が低下し，企業の要求水準に近づけば，労働市場の逼迫により上方へ引き戻され，逆に実質賃金率が上昇し，労働者の要求に近づけば，失業の増大によって下方への引き戻しが始まる．企業，労働者各々にとって，経済が自らの望む方向へ向うときには，それを不利な方向に逆転させる要因が既に用意されているのである．

3.5.　成長経路の変化

本節では，いくつかのパラメータの変化がもたらす成長経路の変動について分析する．

恒常成長のケース

以下では企業と労働者の要求が共に満たされておらず，賃金・物価スパ

イラルの生じている場合に議論を限る．したがって

(31)　$R_0{}^* < R_0 < R_N$

を前提とする．まず労働者の要求実質賃金率の上昇の効果をみよう．(27)より

(32)　$\partial u_0/\partial R_N = \beta_1/\beta_2 > 0$

また恒常経路上での貨幣賃金率の上昇率を $(\hat{w})_0$ とすれば，(14)と(32)から

(33)　$\partial(\hat{w})_0/\partial R_N = \beta_1 - \beta_2(\partial u_0/\partial R_N) = 0$

(26)より恒常経路上では実質賃金率の決定に R_n は関係しないから，R_N の上昇によってもたらされる新経路上では失業率だけが増大する．これは R_Nの上昇によって $\hat{w} > \hat{p}$ となり，実質賃金率は一時的に上昇するが，これが稼動率を引き下げ，雇用量が減少し，$\hat{w}$ の低下によって R を R_0 に引き戻すことを示している．このことは調整係数 β_1 の上昇においても全く同様に成立する．すなわち，(27)，(31)より

(34)　$\partial u_0/\partial\beta_1 = (R_N - R_0)/\beta_2 > 0$

(35)　$\partial(\hat{w})_0/\partial\beta_1 = (R_N - R_0) - \beta_2(\partial u_0/\partial\beta_1) = 0$

次に企業の価格政策の変化の効果をみよう．調整係数 α の上昇は R_0 を変化させず，(27)と(31)から

(36)　$\partial u_0/\partial\alpha = (R_0{}^* - R_0)/\beta_2 < 0$

(37)　$\partial(\hat{p})_0/\partial\alpha = (R_0 - R_0{}^*) > 0$

すなわち，価格の上昇速度が増せば失業率は低下する．これは$\hat{p} > \hat{w}$による実質賃金率の下落が稼動率を上昇させ，雇用量が増加することを表している．また恒常経路上での物価上昇率 $(\hat{p})_0$は当然高まる．このことは，要求利潤率関数の上方シフト（係数hの上昇）によっても生じる．すなわち，

(38)　$\partial u_0/\partial h = -\pi/\beta_2\delta^*\tau < 0$

(39)　$\partial(\hat{p})_0/\partial h = \pi/\delta^*\tau > 0$

以上はすべて R_0 の決定にかかわらないパラメータの変化であった．(26)が示すように，R_0 は a，τ，s，λ を所与とすれば，主として投資関数

にかかわるパラメータに依存している．たとえば投資関数の上方シフトの効果は，(20)，(26)，(27)より

(40)　$\partial R_0/\partial\gamma = a\delta/\lambda > 0$

(41)　$\partial u_0/\partial\gamma = -[(\alpha+\beta_1)\cdot(\partial R_0/\partial\gamma)]/\beta_2 < 0$

(42)　$\partial(\hat{p})_0/\partial\gamma = \alpha(\partial R_0/\partial\gamma) > 0$

となる．シフト項γの上昇は投資意欲の強まりを表すから，λに等しい成長率をより高い実質賃金率のもとで実現させ，(40)が成立する．(41)，(42)の経済的意味は自明であろう．また正常稼動率の上昇の効果は，

(43)　$\partial R_0/\partial\delta^* = -(\varepsilon_2 as)/\lambda < 0$

(44)　$\partial u_0/\partial\delta^* = -[(\alpha+\beta_1)\cdot(\partial R_0/\partial\delta^*)]/\beta_2 + [\alpha(\partial R_0{}^*/\partial\delta^*)]/\beta_2 > 0$

(45)　$\partial(\hat{p})_0/\partial\delta^* = \alpha(\partial R_0/\partial\delta^* - \partial R_0{}^*/\partial\delta^*) < 0$

となる．ただし，(44)と(45)は(28)において$\partial R_0{}^*/\partial\delta^* > 0$であることを考慮している．$\delta^*$の上昇は投資意欲の減退に相当するから，(43)～(45)の経済的意味はγの上昇の逆を考えれば明白である．

以上から分るように，企業家と労働者が最も重視する恒常経路上での実質賃金率R_0は，貯蓄性向と労働の成長率を所与とすれば，投資態度，正常稼動率，技術水準（a，τ）という企業の選択するパラメータによって決定され，労働者の要求は反映されない．また恒常経路上での物価上昇率も企業の価格政策，投資政策の変化にのみ反応し，労働者がより高い実質賃金率を要求することがインフレをより激化させることもない．これらの結果は，労働市場において不完全ではあるが需給法則が働いていると仮定したことの当然の帰結である．

循環的成長のケース

循環的成長のケースでは，上のような分析は困難であるが， limit cycleがユニークに定まる場合には次の点が指摘できる．

現実の経路がその周囲を循環する不安定な恒常経路は，種々のパラメータの変化に伴って変動するから， limit cycleそのものもそれに従ってシ

フトする．たとえば γ の上昇は，循環過程での成長率（失業率）の最大値と最小値を共に引き上げる（引き下げる）．また，企業の利潤要求態度も循環の形態を変化させる．たとえば要求利潤率の上限が上昇すれば，$\tilde{g}$ は上昇し $\underline{R}$ は下落する．それ故，景気の上方局面での成長率や物価上昇率の最大値は増加し，変化前に比べ好況期は相対的に拡大するであろう．

成長パターンの変化

第 3 節でみたように，$\underline{R}<R_0<\bar{R}$ のときには，trace J_0 の符号の如何が一般に成長のパターンを決める．いま

$$(46)\quad \text{trace } J_0=F_{R_0}-H'(R_0)-E(R_0)F_{u_0}$$

$$=-\left[\beta_1+\frac{\beta_2\varepsilon_1\tau R_0}{as-\varepsilon_2-\varepsilon_1(a-R_0\tau)}\right]$$

$$-\alpha\left[1-\frac{h\pi'(\gamma-\varepsilon_2\delta^*)\varepsilon_1\tau}{\delta^*[as-\varepsilon_2-\varepsilon_1(a-R_0\tau)]^2}\right]$$

$$=-\beta_1-C-\alpha D$$

ただし

$$C\equiv\frac{\beta_2\varepsilon_1\tau R_0}{as-\varepsilon_2-\varepsilon_1(1-R_0\tau)},$$

$$D\equiv 1-\frac{h\pi'(\gamma-\varepsilon_2\delta^*)\varepsilon_1\tau}{\delta^*[\quad\cdot\quad]^2}$$

とする．$C>0$ であるから，trace $J_0>0$ となるには $D<0$ でなければならないが，これは他の事情を一定とすれば，h が大であるほど成立する可能性が大きい．また $D<0$ を前提にすれば，α が大であり，β_1 が小であるほど trace $J_0>0$ 可能性が高まる．よって，他を一定とすれば，企業の市場支配力の増大によって h や α が増加すれば循環的成長の，逆に労働者の交渉力の増大によって β_1 が上昇すれば恒常成長の実現可能性が強まることになる．

ただし，実際には，α，β_1 などは市場の状況に反応して，長期にわた

り徐々に変化していくとみなすべきであろう．たとえば，恒常成長の実現している経済において失業率が高ければ，労働者の賃金交渉力は長期的に減退し，R_NとR_0の差のより小さい割合しか賃上げに反映されなくなる可能性が大きい．すなわち，β_1が低下するわけで，この場合恒常経路は不安定になり，循環的成長に転ずるかもしれない．逆に労働市場が逼迫していればβ_1は上昇しうるが，このときには企業もαの引き上げによって価格上昇を加速し，実質賃金の上昇を食い止めようとする可能性がある．そうすれば，失業率に対する双方からの効果は(34)，(36)により相殺し合うから，労働市場の逼迫は持続し，αとβ_1が連続的に切り上げられる局面が発生しうる．この場合には，賃金と物価の上昇率そのものがスパイラルするという，一層深刻なインフレーションが出現することになろう[20]．

3.6．おわりに

最後に，本章の議論の補足として，投資関数と安定性の関係と，貨幣の導入の効果について簡単に触れておこう．

（ｉ）投資関数

本章で論じた循環的成長モデルは，カルドアなどの景気循環モデルと同様に，非線形振動のメカニズムを利用している．そのため，前章のハロッド的モデルのように天井や床の存在を前提にしなくとも景気循環の発生が示せた．ただし，必ずしも常に循環運動が生じるのではなく，恒常状態に安定的に収束する可能性も残っている．その理由が(3)というかたちの投資関数を仮定したことによっているのは明らかである．

森・瀬岡（1980）は，本章が基づいている三野（1978）へのコメントの中で，本章で仮定している投資関数を

$\dot{g}=\eta(g^*-g)$，$\eta>0$（g^*は(3)の右辺に等しい．）

というかたちにかえれば，経済成長の不安定性はより強まり，恒常成長の実現可能性はかなり小さくなることを指摘している．（森・瀬岡（1980）参照．）もちろん，前章で利用したハロッド・置塩型の投資関数を仮定すれば不安定性ははるかに強まることが容易に予想される．この場合には，要

求利潤率関数の非線型性のみで不安定性の累積を反転させることは恐らく不可能であり，前章と同様に天井や床の存在を仮定しないと経済は一方的に発散するだろう．

ただし競争市場ではなく，寡占的な市場を前提にした場合にもハロッド的投資行動が妥当するかどうかは，さらに検討の余地がある．市場の動向や他企業の行動に対してより多くの情報を必要とする寡占企業が，近視眼的投資行動をとるかどうかはわからないからである．この問題をより精確に考えるためには，本章のモデルのように代表的企業の存在を仮定するのではなく，少数の企業から成るシステムにおいて各企業の戦略的行動がどのような集計的投資行動を生むかをミクロ段階から分析する必要がある．寡占企業の動学分析は，最近ゲーム論視点から新しい光が当てられつつあるが（たとえば Fundenberg and Tilore (1986)，Tilore (1988)），このような研究がマクロ分析とどのようにつながる可能性があるかについては，今後の研究を待たねばならない．

（ii） 貨幣の導入

インフレーションは本質的に貨幣的現象であるといわれる．もしそうだとすれば実物面だけから構成される本章のモデルは，インフレーションをとらえるためには十分ではない．貨幣とインフレーションの関係は第II部において詳しく考察するが，そこで用いられるモデルは本章のものとは異なるから，本章のモデルに貨幣を導入すると何が生じるかを簡単に触れておこう．

貨幣を導入して本章のモデルに LM 曲線を表す式を加え，さらに投資は利子率にも依存すると仮定しよう．簡単のために期待は静態的であるとし，期待インフレ率をモデルに明示的に持ち込まないとすると，LM 式と(5)で与えられる IS 式から利子率を消去した結果得られる短期均衡稼動率は

$$\delta=e(R,\ m)$$

というように表せるだろう．ただし m は1人当りの実質貨幣残高である．このとき，物価水準の変化を示す方式(20)は

(20′)　$\hat{p}=\alpha(R-R^*)=H(R,\ m)$

となる．なぜなら，δ が m にも依存すれば，(18)において定まる g も m の関数になるから，$\underline{g}<g<\bar{g}$ に対して R^* は R だけなく m の関数にもなるからである．

いま政府が名目貨幣量の成長率を一定率 μ に固定しているという簡単なケースを考えると，定義より $\hat{m}=\mu-\hat{p}-\lambda$ だから，(22)と(23)で示される動学体系は，貨幣を導入した場合には

(47)　$\hat{R}=F(R,\ u)-H(R,\ m)$

(48)　$\hat{u}=\lambda-\varphi(R,\ m)-E(R,\ m)[F(R,\ u)-H(R,\ m)]$

(49)　$\hat{m}=\mu-H(R,\ m)-\lambda$

のようになる．ただし，$\varphi(R,\ m)\equiv ase(R,\ m)$，$E(R,\ m)\equiv e_R(R,\ m)\cdot R/e(R,\ m)$ である．($\hat{w}$ を決める $F(\cdot)$ 関数は，(14)からわかるように m の関数にはならない．)

このシステムは3つの変数を含むので，本章で用いた方法によって循環的成長の可能性を探ることは困難である．そこで，$\hat{R}=\hat{u}=\hat{m}=0$ となる恒常状態にのみ注目しよう．すぐにわかるように，(49)より $H(R,\ m)=\mu-\lambda$ であるから，恒常成長経路上のインフレ率は，人口成長率を所与とすれば，貨幣供給の成長率のみによって規定される．そのため，貨幣を導入しないケースのように，企業の価格設定態度の変化（たとえば α の上昇）は恒常成長経路上でのインフレ率に影響を与えない．もちろん，実質賃金率（R）や失業率（u）の恒常値に対しては，企業や労働者の態度が影響を及ぼす．しかし同時に政府の貨幣供給態度も影響力をもつ．したがって，金融面を無視した場合と異なり，貨幣を導入すれば，企業と労働者に加え，政府（金融当局）の行動も経済のパフォーマンスに本質的にかかわるようになる．すなわち，平均的かつ長期的インフレ率を支配するのは主として金融当局であるが，実質賃金率，失業率，資本蓄積率などの主要実物変数の恒常値は，企業，労働者そして政府の行動がからみ合って決定されるのである．

第3章　注

1）ここで用いられている代表的企業の概念については，Rose（1967）を参照．

2）正常稼動率については注5）を参照．寡占企業の投資関数に設備稼動率をとりいれた代表的な例は，Steindl（1952）であろう．

3）むろん稼動水準の技術的上限を上回るような需要があれば，財市場に不均衡が生じる．以下では，設備のボトルネックを越えるほどの大きさの需要は生じないものと仮定する．

4）第1章でも述べたように，上の議論は一般には次のようになる．

いま資本財価格を v とし，資本の耐用期間が無限大であるとすれば，正常稼動のもとでは要求利潤率を生み続けるようにするためには，

$$v=\int_0^{\infty}\delta^*(p^*a-w\tau)\exp(-\theta^*t)\,dt$$

となるように価格 p^* を定めれば良い．これから

$$P^*=\frac{\theta^*v}{a\delta^*}+\frac{\tau w}{a}=\text{正常産出量一単位当りの要求利潤額}+\text{平均主要費用}$$

というフルコスト原則の公式が導ける．本稿は1財モデルであるから，$p^*=v$ であり，(11)のようなかたちに表すことが可能になる．

5）逆に言えば，δ^* を引き上げれば，θ^* を切り下げずに p^* を低下させうる．よく指摘されるように，寡占企業は正常稼動率を設備のフルキャパシティよりも低い水準に設定し，いわゆる参入阻止価格以上の価格で製品を販売する可能性が大きい．参入の危険が生じれば，δ^* を上昇させ，利潤の低下を防ぎつつ参入を阻止できるからである．したがってここでも，δ^* はフルキャパシティよりも低い値に定められているとする．

6）J. ロビンソンは「高い蓄積率を維持するためには，より高い利潤を必要とすることは十分にありそうである．なぜなら高利潤は賭けでの有利な目であり，ファイナンスより容易にさせるからである」として，蓄積率を期待利潤率に関係づける周知の“アニマル・スピリッツ関数”を導入した（Robinson（1962）p. 37，邦訳 p. 57）．われわれは更に一歩進んで，高い蓄積を維持するために必要な利潤を実際に確保するための手段として，要求利潤率関数を導入する．寡占企業が正常稼動を基礎に長期的視野から価格設定を行うことは，企業の最重要事である成長計画と密接に関連していると考えるからである．

むろんこのような仮説の現実性は，実証的に裏づけられねばならないが，A. カプランなどの行ったアメリカの巨大企業に関する調査では，半数近くの企業が目標投資収益率をマークアップ率の主要決定要因としてあげている．（Kaplan et al.（1958）chapter 2, Lanzillotti（1958）.）またこの仮説と同様の主張は，Eichner（1976）chapter 3 などにもみられる．

7）むろんこの下限は，現実の利潤率がそれを少しでも割れば，企業活動を中止せざるをえないような率よりは高い水準に定められているとみなすべきである．

8）$h\bar{\pi}$ を越える要求利潤率を設定すれば，たとえ δ^* をフルキャパシティにまで引き上げても，参入阻止は困難であると企業は判断する．寡占企業の利潤プッシュ行動の歯止めの主要因は，産業内での競争と参入を狙う企業の存在であるから，$h\bar{\pi}$ の水準もそれらの要因に左右されよう．

9）寡占企業が一定期間価格を固定化する理由は，将来需要と他企業の行動に関する不完全な情報のもとでの価格調整に伴う，広い意味での調整コストの存在によるものと考えられるが，この点については，ミクロ的により精密な議論が必要であろう．なおこの問題への接近の試みとして，Ross and Wachter（1975）をあげることができる．

10）$R<R^*$ のときに価格引き下げを行うよりも，下方硬直性を仮定し，$\hat{p}=\alpha \max\{(R-R^*), 0\}$ と定める方が現実的であろうが，以下では主として $R>R^*$ の局面に分析を見るから，(13)のかたちで議論を進める．

11）R_Nについては次の2点を補足しておこう．

① たしかに，現実の賃金交渉では労働者は貨幣賃金率の上昇率については要求を行う．しかしその要求上昇率の決定には，物価上昇率が考慮されるのが常である点を考えれば，労働者は自らの実質的な生活水準について何らかの要求をもっており，貨幣錯覚に陥っている割合は小さいと思われる．そこでここでは R_Nによってその実質的要求を表し，企業との要求対立を実質賃金率のうえに明示化することにした．

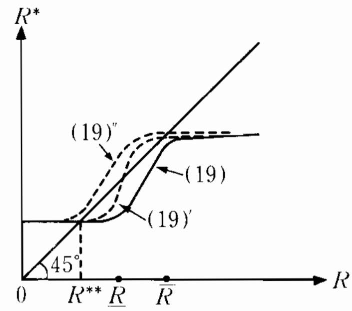
② R_Nを一定とせず，u や g の関数にすることも可能であろう．たとえば失業率の上昇は要求を引き下げる（$R_N=\rho(u)$，$\rho'<0$），あるいは高成長であるほど要求は強まる（$R_N=k(g)$，$k'>0$）等の仮定の導入である．しかし R^* が企業によって戦略的に決められるのと異なり，労働者の生活水準に対する要求が景気変動に敏感に反応するとは考え難い．また仮にこのような仮定をおいても，モデルの動学的性質は変化しないことも考慮して，R_Nを一定とみなすことにした．

12）価格調整と同じく，この場合にも $R_N<R$ のときに労働者が賃金引き下げに応じるのではなく，$\hat{w}=\beta_1\max\{(R_N-R), 0\}+\beta_2(b-u)$ とすべきであろう．しかし以下では $R_N>R$ のケースに注目するから，やはり(14)のかたちのままで分析を行う．

13）$\dot{p}=0$ を成立させる R，すなわち $H(R)=0$ の根はユニークに定まるとは限らない．(18)，(19)より $\underline{R}<R<\bar{R}$ において

$$R^*=\left(1-\frac{h\pi(g)}{a\delta^*}\right)\frac{a}{\tau},\quad \frac{dR^*}{dR}=-\frac{h\pi'}{\tau\delta^*}\varphi'>0$$

であるから，R と R^* の関係は図のようになる．$H(R)=0$ の根は $R=R^*$ と(19)式の交点であるが，これは一般に1コまたは3コ存在する．われわれは第2図（および後の第4図）を描く際，(19)の表す曲線を図の実線のように考えている．むろん点線で示した位置のときの分析も容易にできる．（この点について 注18）も参照．）



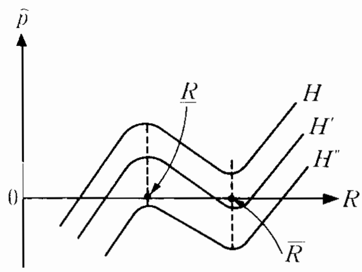
脚注図 1

14) $\dot{u}=0$ 線の傾きは確定しないが，R 軸に正の切片をもつこと，$R<R_0$ では $\dot{R}=0$ 線の下側を通り，$R>R_0$ では上を通ることは分る．後者については，$R<R_0$ において $\dot{R}=0$ 線上の 1 点を選べば(23)より，$\dot{u}=\lambda-g<0$，$R>R_0$ において同じ操作をすれば $\dot{u}=\lambda-g>0$ となることからいえる．

15) 平衡点が focus の場合，limit cycle の非存在をいうには Bendixson の第 1 定理の条件が満たされねばならないが，この体系ではそれは保証されない．

16) Poincaré-Bendixson の定理については Coddington and Levinson（1955）chapter 16，あるいは Hirsch and Smale（1974）chapter 11 などを参照．またこの定理の適用例は，Rose（1967），Chang and Smith（1971）などにみられる．

17) $\hat{p}=H(R)$ となる曲線は 注 14）の図における(19)，(19)′，(19)″ に応じて下図の H，H'，H'' のような位置にくる．H'，H'' の場合には循環過程の一部，または



脚注図 2

全部で物価が下るが，これらは本稿の主題からずれるから省略している．

18) $H'(R)<0$ の仮定から，R が下る以上に R^* が低下し，両者の差はより拡大し $\hat{p}$ は上昇する．

19) 以上の議論では，u をシフト・パラメータのごとく扱っており，第 4 図もそのように描かれているが，実際には R が変化するときに同時に u も動くから，$\hat{w}$ の変動経路は必ずしも図の矢印の通りにはならない．

20）恒常経路上で高い失業率が存在しているときには，β_1 が低下すると考えるよりも R_N が引き下げられるとする方が自然であるとも考えられるが，(46)が示すように，R_N の変化は成長パターンに影響を与えない．一方恒常成長で労働市場が逼迫しており，かつ $R_0 < R_N$ であれば，要求実質賃金率は一定のままで β_1 の上昇が生じるとすることが可能であろう．(むろん失業率が小さく，かつ $R_0 > R_N$ であるときには，当然 R_N の引き上げが要求されよう．)

第II部

貨幣供給ルールと経済成長

第4章　貨幣供給ルールと安定性（Ⅰ）

——ヴィクセル・ケインズ型成長モデルの場合——

4.1. は じ め に

ミルトン・フリードマンは，政府の貨幣供給態度が経済の安定性に対して果す役割の重要性を強調し続けてきたが，今までに本質的に異なる二つの貨幣供給ルールを提唱している．

初期の頃のフリードマンは，貨幣成長率を政府の予算制約に応じて変化させることを主張していた．たとえば Friedman (1948) では，「政府予算の赤字あるいは黒字は，貨幣量の変化と正確に対応する必要がある．逆に貨幣量が変化するのは，政府予算がバランスしていないときに限らねばならない．」と述べている．これは，現在の用語で言えば，財政赤字（黒字）をマネー・ファイナンスでまかなうことであるから，内生的な貨幣供給ルールの必要性を主張していたことになる．しかし後年になり，フリードマンはいわゆる「k%ルール」に宗旨変えをした．アメリカ経済学会における有名な会長講演（Friedman (1968)）において彼は，通貨当局の最大の責務は，名目貨幣残高を適当な一定率で成長させることであることを明言している．これは初期の提案とは反対に，固定的な貨幣供給ルールが経済の安定化に貢献するという主張である．この主張は現在では，マネタリストや New Classicals などの反ケインズ派の大半によって認められているようである．

本章の目的は，フリードマンの主張する代替的な貨幣供給ルールを，ケインズ・ヴィクセル型の成長モデルの枠組の中で評価することである．上で述べたように，フリードマンの第一の提案は，財政赤字をマネー・ファイナンスせよという考えである．それに対し第二の提案は，貨幣供給成長率を固定することを要求するから，財政収支のアンバランスは主として公債の増減によってまかなわれねばならない．すなわち，ボンド・ファイナ

ンスが行われる必要がある．したがって，以下では貨幣と公債を共に含むケインズ・ヴィクセル型の成長モデルを設定し，二つの貨幣供給ルールのどちらが，経済成長の安定性の維持に役立つかを検討する．

マネー・ファイナンスとボンド・ファイナンスを動学的マクロ・モデルを用いて比較するという試みは，1970 年代に数多くなされた．Blinder and Solow (1973)，Infante and Stein (1976)，Tobin and Buiter (1976)，Christ (1968)，Smith (1979) などがその代表例であるが，これらの研究で得られた結果の多くは Christ (1979) によって詳細にまとめられている．また Rau (1985) は，1970 年代の文献の主要結果を手際良く要約している．

これらの研究は，政府のファイナンスの方式の重要性を理解するうえで重要な貢献をしたが，フリードマンの提案を動学的なフレームワークで検討するためには十分なものとは言えない．その理由のひとつは，上述の研究の大半では，資本ストックが内生化されていないという点である．フリードマンの意図は，明らかに一時的な効果しかもたない built-in-stabilizer の設計ではないから，経済成長を捨象したモデルでは十分な検討ができない．第二は，70 年代のモデルは価格を固定するか，あるいは固定しない場合にもインフレ期待に関して静態期待か適応期待を仮定するものが大半だという点である．固定価格の仮定は，第一の理由と同様に長期分析には適さない．また適応期待仮説などの採用は，期待形成の「合理性」を強調する最近の研究動向からみて十分とはいえない．これは合理的期待仮説の方がすぐれているとか，より現実的であることを必ずしも意味するのではない．種々の期待仮説の現実性を（単なる信念ではなく）理論的に判定するのは不可能である．この場合のひとつの方法は，期待についての仮定に決定的に依存する結論とそうでないものとを区別することである．そのためには，代替的な仮説のもとでモデルのワーキングを再検討することが必要になる．フリードマンの主張が，期待の「合理性」にどの程度依存するのかは検討の余地があるだろう．

上述の点を考慮した研究は，多くはないが存在する．フェルドスタイン

は一連の論文（Green, Feldstein and She shinsky (1978), Feldstein (1980) など）において，政府予算制約と公債を含む貨幣的成長モデルを分析している．しかし彼の議論は恒常状態における比較静学に限られており，安定性の検討は行われていない．しかも，完全雇用と，1人当りの実質政府赤字が一定であるという仮定が常に置かれている．そのためファイナンスの方式の差がもたらす動学的効果は論じられていない．Turnovsky (1977),(1978) は，恒常状態に到るまでは失業が存在しえるケインズ的な貨幣成長モデルに政府予算制約式を導入した．しかしモデルが非常に複雑なために，分析結果の意味づけが困難である．Infante and Stein (1980) は政府予算制約を含むケインズ・ヴィクセル型モデルを論じている．彼らの分析は，モデルを簡単化することにより明確な結論とその意味づけを行うことに成功しているが，モデルに公債が含まれないため，フリードマンの第二の提案を考察することができない．

以上の点を考慮して，本章では Infante and Stein (1980) のモデルに公債を導入し拡張したモデルを用いる．このモデルは独立な投資関数を含み，恒常成長経路の外では失業が存在するが，恒常状態では新古典派モデルと同様の完全雇用成長が実現する，インフレ期待に関しては，Stein (1982) が“Asymptotic Rational Expectations”と呼ぶ一種の構造的期待形成仮説を採用する．この仮説は，通常の合理的期待仮説と同様に，期待形成に際して経済主体が経済構造についての情報を積極的に利用することを仮定するが，恒常状態が実現していないときにはシステマティックな予想誤差が残存しえるというものである．したがって，恒常成長経路上で期待の実現と完全雇用が同時に実現するにもかかわらず，移行過程においては，Muth の合理的期待仮説のもとにおけるような貨幣要因の完全な中立性はもたらされない．

このようなフレームワークを用いて，われわれは，政府が名目貨幣残高の成長率を一定に保つ場合と，公債残高の成長率を一定に保つ場合とを比較する．前者はフリードマンの第二の提案，後者は第一の提案に対応する．以下でみるように，これらの二つの貨幣供給ルールのもとで実現しえ

る恒常成長状態は，いずれの場合も同一である．そのため，二つのルールのもとにおける財政・金融政策の長期的な効果は，ケインジアン型の短期モデルで得られる結果と異なり，どちらの場合も変わらない．しかし，恒常成長経路の安定性は，いずれの貨幣供給ルールが採用されるかに決定的に依存する．とりわけ注目されるのは，二つのルールの安定条件は排反的であるという点である．すなわち，一方のルールのもとで安定な経済は，他方のルールのもとでは必ず不安定になるのである．その意味で，フリードマンが主張する二つの貨幣供給ルールは，同一の経済システム内では安定性の観点からは相容れないものといえる．

4.2. モ　デ　ル

モデルを説明する前に，以下で用いる記号をまとめておこう．

(内生変数)

y＝1人当り実質産出水準，m＝1人当り実質残高，b＝1人当りの実質公債利払い額，π＝インフレ率，ρ＝名目利子率，π^*＝期待インフレ率，k＝資本・労働比率，μ＝貨幣供給の成長率，β＝公債残高の成長率，θ＝公債利子支払・実質残高比率（$=b/m$)．

(外生変数)

n＝労働供給の成長率，g＝1人当り実質政府支出，τ＝所得税率（$0<\tau<1$)，ξ＝投資需要の調整速度（$\xi>0$)，λ＝価格の調整速度（$\lambda>0$)，γ＝期待形成の調整速度（$\gamma>0$)．

われわれは，財市場の均衡が数量調整によって実現し，価格は次のルールに従って overtime に調整されると仮定する．

(1)　$\pi=\pi^*+\lambda(y-f(k))$

ここで$f(k)$ は完全雇用下の1人当り潜在産出量を表す．ただし$f(k)$は，通常の性質を満たす生産関数である．(1)は

$$y=(1/\lambda)(\pi-\pi^*)+f(k)$$

と書きかえると，フリードマン流の自然失業率仮説と形式上は同じであ

る．しかしここでは，Dornbusch and Fischer (1987) や Hall and Taylor (1986) などと同様のケインジアンの解釈に従い，(1)を労働市場の調整ラグとマークアップ原理を結びつけた一種のフィリップス曲線とみなそう．したがって λ は価格の調整速度を示す．

財市場の均衡条件は次のようになる．

(2)　$y=c(y, k, m, b\,;\tau)+(\dot{k}+nk)+g$

(2)の右辺は1人当りの実質有効需要を表す．$c(\cdot)$ は消費需要である．1人当りの消費は，1人当りの可処分所得 $((1-\tau)(y+b))$ と実質総資産 $(k+m+b/\rho)$ によって決まる．ただし，以下で述べるようにわれわれは公債は永久債であると仮定するので，公債価格は $1/\rho$ であり，したがって b/ρ は1人当りの実質公債残高を示している．

(2)の右辺第2項 $(\dot{k}+nk)$ は1人当りの投資需要である．投資関数は

(3)　$\dot{k}=\xi[r(y,\ k)-(\rho-\pi^*)]\qquad r_y>0,\ r_k<0,\ \xi>0$

によって与えられるとしよう．この式の意味は次の通りである．まず総投資は変動部分と人口成長に比例する基礎投資の部分から成り，計画資本蓄積率は

$$I/K=v(\tilde{r},\ \rho-\pi^*)+n$$

によって決まるとする．ただし I は実質総投資であり，変動部分 $v(\cdot)$ は利潤率 $(\tilde{r})$ の増加関数，実質期待利子率 $(\rho-\pi^*)$ の減少関数であると仮定する．すると $\dot{K}=I$ より，1人当りの資本 (k) の動きは $\dot{k}=kv(\tilde{r},\ \rho-\pi^*)$ のようになるが，これを線形で近似的に表したものが(4)である．ここで利潤率 $\tilde{r}$ は

$$\tilde{r}\equiv(Y-wN^D)/K$$

によって定義される．Y，w，K，N^D はそれぞれ実質産出，実質賃金，資本ストック，労働雇用量である．(ただし，Y は潜在産出量 $Nf(k)$ を一時的に越すことは可能であるとする．) 容易にわかるように，上のように定義された $\tilde{r}$ は y と k の関数で表すことができ，$N=N^D$ (完全雇用) のとき $\tilde{r}=f'(k)$ となる．[1] (3)の投資関数は，基本的にはトービンの q モデルと同じ性質をもっている．[2]

次に，名目利子率（ρ）は，債券市場を均衡させるように敏速に調整されると仮定しよう．均衡利子率は

（4）　$\rho=\rho(y, k, m, b, \pi^*)$

$$\rho_y>0,\ \rho_k<0,\ \rho_m<0,\ \rho_b>0,\ \rho_{\pi^*}>0$$

によって与えられている．これは債券市場の均衡条件

$$b/\rho=b(\rho, \tilde{r}+\pi^*, k+m+b/\rho)\ ;\ b_1>0, b_2<0, 0<b_3<1$$

から導かれる．ここで $b(\cdot)$ は，1人当りの債券需要が利子率と総資産の増加関数であり，債券とは不完全代替の関係にある資本ストックの期待収益率（$\tilde{r}+\pi^*$）の減少関数であることを示している．$\tilde{r}=\tilde{r}(y, k)$が $\tilde{r}_1>0$，$\tilde{r}_2<0$ という性質をもち，$0<b_3<1$ であることを考慮すれば，(4)に示されれるように偏導関数の符号が確定する．

なお，もし完全な Fisher 効果が成立すれば(4)は

（4′）　$\rho=\pi^*+i(y, k, m, b)$；　$i_y>0,\ i_k<0,\ i_m<0,\ i_b>0$

となる．これが成立する理論的な根拠は，少なくともわれわれの前提のもとでは存在しないが，実証的に支持されることが多い．(4′) のもとでは理論モデルのワーキングはかなり簡単化されるので，以下ではこの仮定を採用する．

財政赤字が貨幣の新規発行かあるいは公債の増発によりまかなわれるなら，政府の予算制約式は

$$\frac{\dot{M}}{pN}+\frac{1}{\rho}\frac{\dot{B}}{pN}=g+(1-\tau)b-\tau y$$

により与えられる．ただし M と B は，それぞれ名目貨幣残高と名目利子支払額（永久債の仮定より公債残高に比例する）である．定義より，$M/pN\equiv m$，$B/pN\equiv b$，$\dot{M}/M\equiv\mu$，$\dot{B}/B\equiv\beta$ だから，上の式は

（5）　$\mu m+\beta(b/\rho)=g+(1-\tau)b-\tau y$

と書ける．

期待インフレ率（π^*）の決定についてはさまざまな仮定が考えられ，その仮定の差は分析結果に大きく影響する場合が多い．われわれは第5章で近視眼的完全予見，6章と7章では完全予見（合理的期待）のケースを検

討するが，本章では Stein (1982) に従い，人びとの期待は，“漸近的に”合理的であるという仮定を置こう．定義より，1人当りの実質残高（m）は

（6）　$\dot{m}/m=\mu-\pi-n$

という動きをするから，経済が恒常状態にあり m が一定になれば，インフレ率は $\pi=\mu-n$ により定まる．“漸近的に”合理的な期待の仮定とは，期待インフレ率の決定に際して人びとはこの恒常状態における関係を利用し

（7）　$\pi^*=\mu^*-n$

のように π^* を決めると仮定することである．ただし μ^* は期待貨幣成長率である．この仮説は，経済が恒常状態からはるかに離れ，π と $\mu-n$ が大きく乖離している場合には妥当なものとはいえない．しかし，経済が恒常成長経路の近傍に位置するときには，次のような理由により必ずしも無理な仮定ではない．まず，期待は恒常状態において必ず実現し，経済が恒常成長をしているのに期待の誤りが持続することはない．また，本章のモデルでは債券は長期債（永久債）であるから，利子率も長期利子率とみなされる．したがって，投資の決定要因である期待実質利子率 $\rho-\pi^*$ に含まれる期待インフレ率も長期にわたる平均的なインフレ率の期待値であり，(7)のように定まる π^* は，長期にわたる平均インフレ率の代理変数として意味をもっている．さらに，期待インフレ率を(7)に従って決めるときには，通常の合理的期待仮説が要求する経済構造全体についての大量な情報の保有を仮定しなくてもよい．

この仮説をより一般的に表せば

（7′）　$\dot{\pi}^*=\gamma(\mu^*-n-\pi^*)$

のようになるだろう．これは，恒常状態において $\mu-n-\pi=0$ が成立することを人びとが認識するまでに時間がかかることを表しており，平均的な期待の誤りの存在を仮定しているという点でより現実的といえる．しかし，(7)を(7′)に置きかえてもモデルの分析結果は大きく違わないから，以下では(7)を用いる．[3]

以上の(1),(2),(3),(4′),(5),(6),(7)にbの定義から得られる

(8)　$\dot{b}/b=\beta-\pi-n$

を加えるとモデルは8個の式を含む．変数はπ，π^*，y，k，m，b，ρ，μ，βの9個だから，モデルを完結させるためには，政府の貨幣供給のルールを定めて，μかβのいずれかを決めねばならない．

Friedman (1968) のルールに従い，貨幣の成長率を一定に保てば，モデルを閉じる9番目の式は

(9B)　$\mu(t)=\bar{\mu}$

となる．これはボンド・ファイナンスのケースに対応するから，以下では「Bレジーム」と呼ぼう．これに対し，Friedman (1948) の提唱を一般化して，公債の成長率を一定に保つときには，βが固定される．これはマネー・ファイナンスのケースに対応するので「Mレジーム」と呼ぼう．Bルールとの比較のためにβも$\bar{\mu}$に固定されるとすると，Mレジームのもとでの9番目の式は

(9M)　$\beta(t)=\bar{\mu}$

である．

4.3.　恒　常　成　長

(9B)と(9M)で仮定したように両方のレジームにおける貨幣と公債の成長率が同じであれば，どちらのレジームのもとでも同一の恒常状態が実現する．われわれのモデルでは，恒常成長は次の二つの条件が同時に成立するときに実現すると定義できる．

(10)　$\dot{k}=0\ ;\ \pi=\pi^*$

期待インフレ率が現実のインフレ率に等しいときには,(1)より1人当り所得 (y) は1人当りの潜在産出量 ($f(k)$) に一致し

(11)　$y=f(k_e)$

が成立する．ただしk_eはkの恒常値である．またkが一定のときには(3)より利潤率と実質利子率は等しくなり,(4′)と(11)を用いると

(12)　$r(f(k_e),\ k_e)=i(f(k_e),\ k_e,\ m_e,\ b_e)$

が導ける．(m_e, b_e は m と b の恒常値を示す．) 一方，財市場の均衡条件(2)は，恒常状態において

(13) $f(k_e)=c(f(k_e),\ k_e,\ m_e,\ b_e\ ;\ \tau)+nk_e+g$

となる．したがって，k が一定になるという恒常成長の条件を課せば，(12)と(13)を用いて，所与の k, g, τ のもとで b と m の恒常値を決めることができる．それゆえ，(10)は恒常状態を定義するための必要かつ十分な条件である．

さて，以上のように恒常状態で m と b が一定になるとすれば，名目貨幣残高と公債残高も同率で成長しなければならない．そのため前節の仮定のもとでは

(14) $\mu=\beta=\bar{\mu}$

が恒常状態において成立し，M と B の成長率は共に一定値 $\bar{\mu}$ に等しくなる．

恒常状態では実質利子率は利潤率に等しく，期待インフレ率と現実のインフレ率は共に $\bar{\mu}-n$ になるから，(11)を考慮すれば

(15) $\rho_e=r(f(k_e),\ k_e)+\bar{\mu}-n=f'(k_e)+\bar{\mu}-n$

が導出できる．さらに，恒常状態における政府の予算制約式(5′)は，(14)と(15)を用いると

(16) $\bar{\mu}\left[m_e+\dfrac{b_e}{f'(k_e)+\bar{\mu}-n}\right]=g+(1-\tau)b_e-\tau f(k_e)$

のようになる．

以上より，(11)，(12)，(13)および(16)によって (y, k, m, b) の定常値が決定できる．この値は(9B)と(9M)の仮定をおく限り，どちらの貨幣供給ルールのもとでも同じである．すなわち，恒常成長経路は貨幣供給のルールには左右されない．このことは，たとえば政府支出 (g) を上昇させるときに，マネー・ファイナンスとボンド・ファイナンスのいずれの方法をとっても，恒常成長経路に及ぼす効果には差がないことを意味している．Blinder and Solow (1973) 以後盛んに論じられたように，ケインジアン型のモデルでは，財政赤字のファイナンスの方式が政府支出乗数の大

きさに影響するのが一般的である．しかし，本章のモデルのように恒常状態において新古典派的な完全雇用成長が実現するケースでは，少なくとも恒常状態に議論を限れば，政府がどのようなファイナンス行動をとるかは政策の効果と無関係であるということになる．

ただしこの結果はあくまで恒常経路自身に関するものであり，恒常経路の実現可能性，すなわち体系の安定性はファイナンスの方式と大いに関係している．次節ではこの点について検討しよう．

4.4.　動学システムの導出

本節では，フリードマンの提唱した二つの異なる貨幣供給政策が経済の安定性にどのような効果を及ぼすかを検討する．主要な結論は次の点である．M レジームと B レジームが同時に安定化を実現することはありえない．一方のルールのもとで経済が恒常成長経路への収束を実現するならば，もう一方のルールのもとでは経済は不安定になる．すなわち，フリードマンの主張する二つのルールは，built-in-stabilizer としては互いに排他的であって，両方のルールのもとで経済が安定化することはないのである．

この事実を確かめるために，まず B レジームと M レジームのもとにおける動学システムをそれぞれ導こう．財市場の均衡条件(2)に(3)と(4′)を代入し，y について解けば，一時均衡所得は

(17)　$y=\tilde{y}(k,\ m,\ b\ ;g,\ \tau)$

と表せる．ただし

(18)　$\tilde{y}_k=[1-c_y-\xi(r_y-i_y)]^{-1}[c_k+\xi(r_k-i_k)]$

(19)　$\tilde{y}_m=[1-c_y-\xi(r_y-i_y)]^{-1}[c_m-\xi i_m]$

(20)　$\tilde{y}_b=[1-c_y-\xi(r_y-i_y)]^{-1}[c_b-\xi i_b]$

所得乗数の収束条件，$[1-c_y-\xi(r_y-i_y)]>0$，を仮定しても，今までの仮定からは $\tilde{y}_m>0$ 以外の符号は確定しない．(20)が示すように，投資が感応的で ξ が大か，あるいは消費関数における資産効果が小さく c_b が低ければ，公債の増大はクラウンディング・アウト効果を生じさせる．しか

し，$\tilde{y}_k$の符号については，$r_k - i_k$の符号に依存するため，必ずしも明確な条件は示せない．

(17)を用いると，1人当りの資本の変化を示す(19)は，(3)，(4′)を考慮して

(21)　$\dot{k} = \xi[\tilde{r}(\tilde{y}(k, m, b),\ k) - i(k, m, b)] \equiv \varepsilon(k, m, b)$

と表せる．この式は貨幣供給ルールのいかんにかかわらず成立する．

これに対し，mとbの動きは貨幣供給ルールに依存する．Bレジームのもとでは(9B)と(7)より，期待インフレ率は$\pi^* = \bar{\mu} - n$となるから，現実のインフレ率は(1)より

(22)　$\pi = \lambda[y - f(k)] + \bar{\mu} - n$

により決まる．そのため，Bレジームにおけるmの変化は

$$\dot{m} = \lambda m[f(k) - y]$$

のようになる．一方，(4′)と(17)より，名目利子率の一時均衡値は

(23)　$\rho = i(\tilde{y}(k, m, b),\ k,\ m,\ b) + \bar{\mu} - n$

$\equiv \tilde{\rho}(k,\ m,\ b)$

のように表せる．(22)を考慮して

(24)　$g - \tau f(k) + (1-\tau) b - \bar{\mu}(m + b/\rho)$

$\equiv \phi(k,\ m,\ b\ ;\ g,\ \tau)$

と表せば，(5)よりBレジームのもとにおける公債ストックの成長率は

(25)　$\beta = (\rho/b)[g + (1-\tau) b - \tau y - \bar{\mu} m]$

$= (\rho/b)\tau[f(k) - y] + (\rho/b)\phi(\cdot) + \bar{\mu}$

したがって，bの定義より$\dot{b}/b = \beta - \pi - n$であることに注意すると，(22)と(25)から$B$レジームにおける$b$の動きは

$$\dot{b}/b = (\rho/b)(\tau + \lambda b/\rho)[f(k) - y] + \phi(\cdot)$$

のようになる．以上から，Bレジームの動学システムは次のようにまとめることができる．

$$\left.\begin{aligned}
&(26)\quad \dot{k}=\varepsilon(k,\ m,\ b)\\
&(27)\quad \dot{m}=\lambda m\,[f(k)-\tilde{y}(k,\ m,\ b)]\\
&(28)\quad \dot{b}=\tilde{\rho}(\cdot)[\tau+\lambda b/\tilde{\rho}(\cdot)][f(k)-\tilde{y}(k,\ m,\ b)]\\
&\qquad\quad +\tilde{\rho}(\cdot)\,\phi(\cdot)
\end{aligned}\right\}\ (\mathrm{B})$$

これに対し，M レジームのもとでは，貨幣成長率（μ）は内生的に決まり，政府の予算制約と(24)で与えた $\phi(\cdot)$ の定義から

$$(29)\quad \mu=\frac{1}{m}[g+(1-\tau)b-\tau y-\bar{\mu}b/\rho]$$
$$=\frac{1}{m}\phi(\cdot)+\frac{\tau}{m}[f(k)-y]+\bar{\mu}$$

となる．ここで，インフレ期待は平均的に正しくなされるというわれわれの仮定を思い出せば,(1)より，期待誤差が平均してゼロになるのは，y の期待値が $f(k)$ に等しいときである．したがって，μ の値を予想するときにも，人びとは上の式に含まれる y を $f(k)$ に置きかえるだろう．仮定により y は一時均衡を満たすように各時点で瞬時調整されるから，m, k, b のように over time に変動する変数に比べ正確な値は知りにくい．その意味で，恒常状態が大きく離れていないときに，y の期待値を $f(k)$ とすることは plausible であろう．つまり μ の期待値は

$$(30)\quad \mu^*=\frac{1}{m}[g+(1-\tau)b-\tau f(k)-\bar{\mu}b/\rho]$$

のように決まる．仮定より期待インフレ率は $\pi^*=\mu^*-n$ によって与えられるから，現実のインフレ率は,(1)から

$$(31)\quad \pi=\lambda[y-f(k)]-\frac{1}{m}[g+(1-\tau)-\tau f(k)-\bar{\mu}b/\rho]-n$$
$$=\lambda[y-f(k)]-\frac{1}{m}\phi(\cdot)+\bar{\mu}-n$$

のように定まる．

以上より，M ルールのもとにおける m の動きは，

$\dot{m}/m=\mu-\pi-n$

$$=(\tau/m+\lambda)[f(k)-y]$$

となることがわかる．また b の動きは，上で求めた π を用いれば

$$\dot{b}/b=\bar{\mu}-\pi-n$$

$$=-\lambda[y-f(k)]+\frac{1}{m}\phi(\cdot)$$

となる．その結果，M レジームにおける動学システムは次のように集約できる．

$$\left.\begin{array}{ll}(32) & \dot{k}=\varepsilon(k,\ m,\ b)\\ (33) & \dot{m}=(\tau+\lambda m)[f(k)-\tilde{y}(k,\ m,\ b)]\\ (34) & \dot{b}=\lambda b[f(k)-\tilde{y}(k,\ m,\ b)]-(b/m)\phi(\cdot)\end{array}\right\}\quad(\mathrm{M})$$

4.5．貨幣供給ルールと安定性

システム（B）と（M）の局所的安定性を調べるために，(B) と（M）を恒常点（k_e,　m_e,　b_e）において線形近似しよう．(B) と（M）の近似システムの係数行列はそれぞれ次のようになる．

$$(35)\quad J_B=\begin{pmatrix}\varepsilon_k & \varepsilon_m & \varepsilon_b\\ \lambda m(f'-\tilde{y}_k) & -\lambda m\tilde{y}_m & -\lambda m\tilde{y}_b\\ \Psi_k & \Psi_m & \Psi_b\end{pmatrix}$$

$$(36)\quad J_M=\begin{pmatrix}\varepsilon_k & \varepsilon_m & \varepsilon_b\\ (\tau+\lambda m)(f'-\tilde{y}_k), & -(\tau+\lambda m)\tilde{y}_m, & -(\tau+\lambda m)\tilde{y}_b\\ \Omega_k & \Omega_m & \Omega_b\end{pmatrix}$$

ただし(35), (36)における Ψ_i,　Ω_i（$i=k$,　m,　b）は以下のようである．(恒常成長経路上では，$\phi(\cdot)=0$ となることに注意.)

$$\Psi_k=(\tau\rho+\lambda)(f'-\tilde{y}_k)+\rho\phi_k$$

$$\Psi_m=-(\tau\rho+\lambda)\tilde{y}_m+\rho\phi_m$$

$$\Psi_b=-(\rho\tau+\lambda b)\tilde{y}_k+\rho\phi_b$$

$$\Omega_k=\lambda_b(f'-\tilde{y}_k)-(b/m)\phi_k$$

$$\Omega_m=-\lambda_b\tilde{y}_m-(b/m)\phi_m$$

$$\Omega_b=-\lambda b\tilde{y}_b-(b/m)\phi_b$$

(35)と(36)を比較すると，すぐに次の事実に気がつく．J_BとJ_Mの行列式はそれぞれ次のようになる．

$$\det J_B = \rho\lambda m \begin{vmatrix} \varepsilon_k & \varepsilon_m & \varepsilon_b \\ f' - \tilde{y}_k & -\tilde{y}_m & -\tilde{y}_b \\ \phi_k & \phi_m & \phi_b \end{vmatrix}$$

$$\det J_M = -b(\tau m + \lambda) \begin{vmatrix} \varepsilon_k & \varepsilon_m & \varepsilon_b \\ f' - \tilde{y}_k & -\tilde{y}_m & -\tilde{y}_b \\ \phi_k & \phi_m & \phi_b \end{vmatrix}$$

したがって次の関係が成立する．

$$(37)\quad \det J_B = -\frac{\rho\lambda m}{b(\tau m + \lambda)} \det J_M$$

(B) と (M) は共に３次元の微分方程式システムであるから，局所的安定性の必要条件のひとつは，J_MとJ_Bの固有根の積にそれぞれ等しい det J_Mと det J_Bが負になることである．しかし(31)が示すようにJ_MとJ_Bの行列式の符号は互いに逆であるから，一方のシステムが安定であれば，他方は必ず不安定である．そのため B レジームと M レジームが共に経済を安定化させる可能性はありえない．ただしこの結果は両方のシステムが共に不安定になる可能性はもちろん排除していない．

この結果は直観的に説明できる．公債の利子支払と貨幣残高の比率を θ $(\equiv B/M)$ とすれば，B レジームのもとでは $\dot{\theta}/\theta = \beta - \bar{\mu}$ と(25)より

$$\dot{\theta}/\theta = (\rho/b)[\phi(\cdot) + \tau(f(k) - y)]$$

となる．M ルールのもとでは $\dot{\theta}/\theta = \bar{\mu} - \mu$ と(29)から

$$\dot{\theta}/\theta = (-1/m)[\phi(\cdot) + \tau(f(k) - y)]$$

である．これらから明かなように，それぞれのルールのもとで θ は逆の動きをする．上の２式に含まれる $\phi(\cdot)$ の部分は(23)で定義されたように，１人当りの full-employment deficit（完全雇用下での財政赤字額）を表す．したがって経済が完全雇用から離れ $y \neq f(k)$ になれば，財政赤字の変化は $f(k)$ と y の差により左右される．B レジームの場合には，所得水準が潜在産出量を下回ると財政赤字は増大し，それをファイナンスす

るために公債は増発される．そのため θ が上昇するが，民間の経済主体が貨幣に比べて公債を相対的に多く保有するためには，実質利子率は上昇しなければならない．これに対し，M レジームの場合には，所得水準が潜在産出量を下回り財政赤字が拡大するとき，貨幣供給は増大する．貨幣が公債に比べ相対的に多く保有されるためには，実質利子率は下らねばならない．

二つの貨幣供給ルールが経済に及ぼす効果は対照的である．所得が潜在水準を下回るとき，B レジームのもとでは実質利子率の上昇により有効需要と資本蓄積は共に減退する．しかし M レジームのもとでは，実質利子率の低下により，有効需要と資本蓄積は拡大をする．すなわち，オーカン・ギャップの発生に対する反応の差が，二つのシステムの安定性が排他的である主因になっているのである．

それでは，B システムと M システムはどちらがより安定的なのだろう．Routh-Hurwitz の条件を適用すれば，B システムの局所安定性の必要十分条件は次の通りである[4]．

(38)　$\varepsilon_k-\lambda m\tilde{y}_m+\Psi_b<0$

(39)　$(f'-\tilde{y}_k)\phi_m\varepsilon_b-\tilde{y}_m\phi_b\varepsilon_k-\varepsilon_m\tilde{y}_b\phi_k$
$+\varepsilon_b\tilde{y}_m\phi_k-(f'-\tilde{y}_k)\varepsilon_m\phi_b+\phi_m\tilde{y}_b\varepsilon_k<0$

(40)　$\det\begin{bmatrix}\varepsilon_k-\lambda m\tilde{y}_m & \lambda m y_b & -\varepsilon_b \\ \Psi_m & \varepsilon_k+\Psi_b & \varepsilon_m \\ \Psi_k & -\lambda m(f'-\tilde{y}_k) & \Psi_b-\lambda m\tilde{y}_m\end{bmatrix}<0$

同様に，M システムの局所安定性の必要十分条件は次のようになる．

(41)　$\varepsilon_k-(\tau+\lambda m)\tilde{y}_m+\Omega_b<0$

(42)　$(f'-\tilde{y}_k)\phi_m\varepsilon_b-\tilde{y}_m\phi_b\varepsilon_k-\varepsilon_m\tilde{y}_b\phi_k$
$+\varepsilon_b\tilde{y}_m\phi_k-(f'-\tilde{y}_k)\varepsilon_m\phi_b+\phi_m\tilde{y}_b\varepsilon_k>0$

(43)　$\det\begin{bmatrix}\varepsilon_k-(\tau+\lambda m)\tilde{y}_m, & (\tau+\lambda m)\tilde{y}_b & -\varepsilon_b \\ \Omega_m & \varepsilon_k+\Omega_b & \varepsilon_m \\ \Omega_k & -(\tau+\lambda m)(f'-\tilde{y}_k), & \Omega_b-(\tau+\lambda m)\tilde{y}_m\end{bmatrix}<0$

残念ながらわれわれが今までにおいた仮定だけからは，$\phi(\cdot)$ の偏微

係数の符号やΩ_i，Ψ_iの符号をすべて確定し，上の2組の条件のいずれかが必ず成立する（あるいはしない）ということを証明することはできない．モデルに含まれる各関数をさらに簡単化かつ特定化すると安定性の判定可能性は高まるが，結果の一般性は失われる．

ただし(39)と(42)は先に述べたように排他的な条件だから，これらをもう少し詳しく調べると，少なくともいずれかのシステムが不安定になる条件についてある程度の情報が得られる[5]．すなわち，もし ①full-employment deficit が公債の増大によって増加し（$\phi_b>0$），②クラウディング・アウト効果が十分に働き（$\hat{y}_b<0$），③投資が資本ストックの減少関数（$\varepsilon_k<0$）であれば，(42)が成立する可能性が大きい．そのため，これらの条件が満たされると(39)は成立せず，Bレジームは不安定になる可能性が大きい．周知のように，条件①と②は，経済成長や価格変化を含まない短期の*IS-LM*型モデルにおいて，ボンド・ファイナンスのもとでの不安定性をもたらす主因である．しかし，われわれの成長モデルでは，上の諸条件そのものがつねに満たされるとは限らない．また満たされたとしても，BレジームがMレジームに比べてどの程度不安定性が大きいのかははっきりしない．

以上からわかるように，フリードマンの提案する二つの代替的貨幣供給ルールについては，比較的一般的な動学モデルを用いて検討すると，それらのルールが built-in-stabilizer として相容れないものであるという以外のことは確定できない．このようなあいまいな結果が生じる最大の原因は，モデルが資本蓄積を含んでいることによっている．たとえばBレジームの場合，先に述べたように，公債の増大が名目利子率を引き上げ投資にマイナスの効果を及ぼすことにより，財政赤字による公債ストックの上昇は一時的に資本蓄積を妨げ，kを引き下げる．しかしkの減少は利潤率（r）を上昇させる効果をもつから，一時的に下った投資は再び上昇する可能性があり，1人当り所得（y）は公債の増加にもかかわらず上昇するかもしれない．もしそうであれば，公債の増加は必ずしも1人当りの税収を引き下げず，名目利子率の上昇による公債価格の減少と相まって，1人当

りの実質政府赤字を引き下げるかもしれない．この場合には，赤字の累積によるボンド・ファイナンスの不安定性は生じないだろう．

いずれにせよ，資本蓄積を考慮する場合には，短期モデルで得られた結果が必ずしも成立しない可能性がある点は注意せねばならない．

4.6.　資本蓄積がない場合

前節で述べたように，資本蓄積の効果は貨幣供給ルールと安定性の関係を複雑にする．この点をより明らかにするために，本節では資本蓄積や人口成長が生じない短期のシステムを用いて二つのレジームを比較し直そう．

k が一定であるとすれば，均衡所得は(17)より

(44)　$y=\tilde{y}(m,\ b),\ \tilde{y}_m>0,\ \tilde{y}_b \gtreqless 0$

と表せる．いま簡単のために，$\bar{\mu}=0$ と仮定すると，B レジームのもとでの m と b の動きは次のようになる．

$$\left.\begin{aligned}
&(45)\quad \dot{m}=m\lambda[f(\bar{k})-\tilde{y}(m,\ b)]\\
&(46)\quad \dot{b}=(\rho\tau+\lambda b)[f(\bar{k})-\tilde{y}(m,\ b)]\\
&\qquad\qquad +\rho[g+(1-\tau)b-\tau f(\bar{k})]
\end{aligned}\right\}(\mathrm{B}')$$

同様に M レジームのもとでの動学システムは次のようである．

$$\left.\begin{aligned}
&(47)\quad \dot{m}=(\tau+\lambda m)[f(k)-\tilde{y}(m,\ b)]\\
&(48)\quad \dot{b}=\lambda b[f(\bar{k})-\tilde{y}(m,\ b)]\\
&\qquad\qquad -(b/m)[g+(1-\tau)b-\tau f(k)]
\end{aligned}\right\}(\mathrm{M}')$$

したがって，いずれの場合も，恒常状態では完全雇用が実現し $y=f(\bar{k})$ となり，政府の財政収支は均衡する．恒常状態での m と b を m_e，b_e とすれば，それらは(49)と(50)を満たす．

(49)　$f(\bar{k})=\tilde{y}(m_e,\ b_e)$

(50)　$g+(1-\tau)b_e=\tau f(\bar{k})$

システム（B′）と（M′）を上で定められた（m_e，b_e）において線形近似すると，近似システムの係数行列の行列式はそれぞれ次のようになる．

(51)　$\det J_{B'}=-\lambda m\rho(1-\tau)\tilde{y}_m<0$

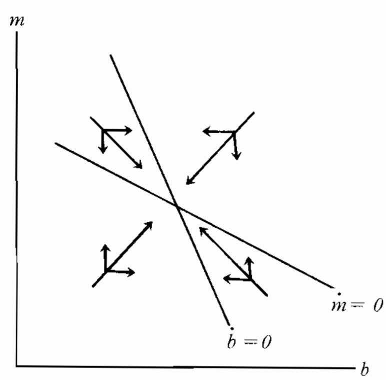
(52) $\det J_{M'} = b\frac{(1-\tau)}{m}(\tau+\lambda m)\tilde{y}_m > 0$

前と同様に，二つのシステムの安定性は両立しない．しかし今度の場合は，貨幣成長率を固定する B レジームのもとでは，(51)が示すようにシステムはサドル・ポイント性をもつ．それに対し，M レジームのもとでは

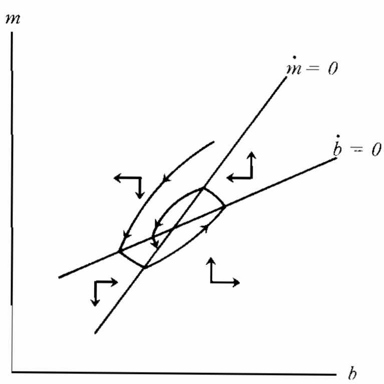
(53) $\mathrm{trace}\, J_{M'} = -(\tau+\lambda m)\tilde{y}_m - \lambda b\tilde{y}_b - (b/m)(1-\tau)$

となる．$\tilde{y}_b > 0$ であれば trace $J_{M'}$ は必ず負になる．公債増大によるクラウディング・アウト効果大きければ $\tilde{y}_b < 0$ になるが，この効果が(53)の右辺を正にするほどではなければ，M システムは安定的である．$J_{M'}$ のトレースが正になり，M システムも不安定になることはありえるが，その可能性はあまり大きくないだろう．したがって，労働人口の変化や資本蓄積を考慮しなければ，Friedman (1968) の B レジームは経済の安定化に役立たず，Friedman (1948) が主張する M レジームは built-in-stabilizer としての役割を果しうる．

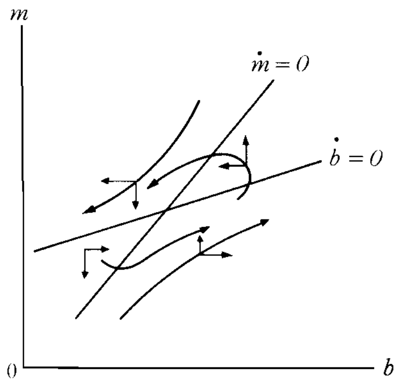
図 4.1 は，trace $J_{M'} < 0$ が成立するときの (M') の位相図である．図の $\dot{m}=0$ 線と $\dot{b}=0$ 線はそれぞれ



(a) $y_b > 0$：安定



(b) $y_b < 0$：安定



(c) $y_b<0$：不安定

図4.1

(54) $f(\bar{k})=\tilde{y}(m,\ b)$

(55) $\lambda[f(\bar{k})-\tilde{y}(m,\ b)]-(1/m)[g+(1-\tau)b-\tau f(k)]=0$

により与えられる．$\tilde{y}_b>0$ のときには，図の(a)のようになり，体系は安定である．たとえ $\tilde{y}_b<0$ であっても，trace $J_{M'}<0$ が満たされれば(b)のようになり，やはり安定性は保たれる trace $J_{M'}>0$ となるときのみ(c)のように不安定になる．(48)において $\partial\dot{b}/\partial b=-b\ [\lambda\tilde{y}_b+(1-\tau)/m]$ であることを考慮すれば，M レジームが不安定性を引き起すためには，定常点において

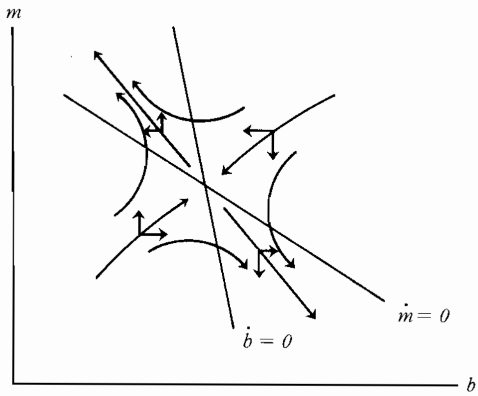
(56) $\tilde{y}_b<-\dfrac{(1-\tau)}{\lambda m_e}$

でなければならない．

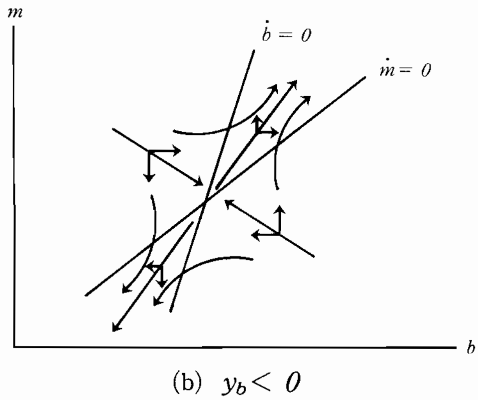
(56)において興味深いのは，価格の調整速度（λ）の役割である．これが小さいほど(56)の右辺の値は小さくなるから，(56)の成立可能性は低くなる．逆に λ が十分大きければ$-(1-\tau)/\lambda m_e$ はゼロに近づくから，$\tilde{y}_b$ の絶対値が小さくとも(54)が成立する可能性は大きくなる．いま初期において恒常状態にある経済で政府支出（g）が増加したとしよう．このとき M レジームのもとでは貨幣成長率が上昇するが，g の増大によって所得は

潜在産出量を越え，インフレ率も上昇する．このとき λ が小でインフレの上昇が大きなものでなければ，インフレによる実質公債ストックの減少が引きおこす所得上昇効果はあまり大きくないであろう．しかし λ が十分に大きく，大幅なインフレーションが生じたときには，b は急落し，y は大きく上昇する．これがさらにインフレーションを加速することにより，図(c)の左下方向への矢印が示すように b と m が共に低下を続ける不安定性が発生する．

一方，システム（B'）の位相図は図 4.2 のようになる．この場合，$\dot{m}$



(a)　$y_b > 0$



(b)　$y_b < 0$

図4.2　Bレジーム

$=0$ 線は (M') の(54)と同じであるが，$\dot{b}=0$ 線は

$$(57)\quad (\rho\tau+\lambda b)[f(\bar{k})-\tilde{y}(m,\ b)] + \rho[g+(1-\tau)b-\tau f(\bar{k})]=0$$

によって与えられる．この線の傾きは $\tilde{y}_b \gtrless 0$ のいかんにかかわらず確定しないが，システムは常にサドルポイントの意味での不安定性を示す．(図における $\dot{b}=0$ 線の傾きは適当に描かれている．)

4.7.　政府予算制約の役割と代替的貨幣供給ルール

既に述べたように，本章における主要な結論である M レジームと B レジームの built-in-stabilizer として排他性は，政府予算制約のみから導れた．4.5 節で導いた $\theta\ (\equiv b/m)$ の動きを $\phi(\cdot)$ の定義に戻って書きかえると，B レジームでは

$$(58)\quad \dot{\theta}=\rho[\frac{g-\tau y}{m}+(1-\tau)\theta-\bar{\mu}(1+\frac{\theta}{\rho})]$$

となり，Mレジームでは

$$(59)\quad \dot{\theta}=-\theta[\frac{g-\tau y}{m}+(1-\tau)\theta-\bar{\mu}(1+\frac{\theta}{\rho})]$$

となる．もちろんこれらの式は政府予算制約のみから導かれたものだから，本章のモデル固有の関係ではない．モデルの他の部分についての仮定がどのようなものであれ，成立する関係である．したがって，$b\equiv\theta m$ と置き，システムを k，m，θ についての動学方程式体系に集約すると，[6] いかなるモデルでも B レジームのケースには(58)が含まれ，M レジームでは(59)が含まれる．θ の動きは(58)と(59)とでは完全に逆であるから，二つのレジームの安定条件は両立しえない．(われわれは 5 章と 6 章において，新古典派タイプのモデルにおいてこのことを確認する．)

M レジームと B レジームの安定性の程度は，(58)あるいは(59)だけではなく，モデルの他の部分にも依存する．既存の諸研究が示すように，完全雇用を仮定しないケインズ型モデルでは，投資関数とインフレ期待の形成についての仮定の置き方がとりわけ安定性に大きな影響を及ぼす．[7] 本章の

モデルおいても明らかになったように，経済成長を考慮すると，いずれかのレジームが絶対的に安定（あるいは不安定）であるという結果を得ることは一般に困難である．ただし，θ 自身の動きについてはある程度のことが判定できる．恒常状態における B レジームでは，θ は

$$\frac{d\dot{\theta}}{d\theta} \equiv \rho[-\tau y_\theta + (1-\tau) - \frac{\bar{\mu}}{\rho}(1-e_\theta)]$$

ただし $e_\theta \equiv \theta\rho_\theta/\rho$ である．すなわち，B レジームにおいて，$y_\theta<0$ かつ $1<e_\theta$ であれば，θ（$\equiv b/m$）は恒常経路の近傍で自己不安定的な動きをし，システム全体にとっても不安定化要因となる．そしてこの場合逆に M レジームでは，θ は自己安定的に動き，システムの安定化要因になる．しかし，たとえクラウディング・アウト効果が大き $y_\theta<0$ であっても名目利子率の θ についての弾力性が小さくかつ定常点で $\bar{\mu}/\rho$ が大きければ，B レジームにおいて $d\theta'/d\theta<0$ となり，M レジームでは $d\theta'/d\theta>0$ となる可能性は残る．また，もし人口成長がなく，政府が恒常状態においてゼロ・インフレを実現させるために $\bar{\mu}=0$ とおけば，B レジームの不安定性がより強まることもわかる．

それでは，B レジームと M レジーム以外の貨幣供給ルールが採用された場合にはどうなるだろう．たとえば，M と B の成長率ではなく，m あるいは b を固定するルールについて考えてみよう．１人当りの実質残高を一定に保つ政策を実際にとることは困難であるが，m を $\bar{m}$ という水準に固定できるとすれば，$\dot{\theta}/\theta=\dot{b}/b$ となるから，(５)と $\beta\equiv(\dot{b}/b)+\pi+n$, $\mu\equiv(\dot{m}/m)+\pi+n$ より

$$(60)\quad \dot{\theta}=\frac{g-\tau y}{\bar{m}}+(1-\tau)\theta-(n+\pi)(1+\frac{\theta}{\rho})$$

を得る．一方，公債の indexation により b を $\bar{b}$ の水準に固定したときには，$\dot{\theta}/\theta=-\dot{m}/m$ より，上と同様にして

$$(61)\quad \dot{\theta}=-\theta[\frac{g-\tau y}{m}+(1-\tau)\theta-(n+\pi)(1+\frac{\theta}{\rho})]$$

となることが示せる．

上のように表すと，m あるいは b を一定にするケースも，それぞれのレジームの安定条件は互いに排他的であるように見える．しかし(60)においては m は動かないが(61)では m も変数であるから，両方のシステムの安定条件の間には強い関係はあるものの，一方のシステムの安定性がもう一方のシステムの不安定性を意味するということにはならない．なお，m を固定し，もっぱら公債発行により財政収支をバランスさせようとするときには，(60)より

$$d\dot{\theta}/d\theta = -\tau y_\theta/\bar{m} + (1-\tau) - \pi_\theta(1+\theta/\rho) - (n+\pi)(1-e_\theta)$$

となる．したがって，もしクラウンディング・アウト効果が十分働き $y_\theta<0$ となれば，(1)より $\pi_\theta<0$ の可能性が大きいから，貨幣の成長率を固定する B レジームの場合よりも不安定性要因は大きいといえる．

最後に，公開市場操作を通じて θ ($\equiv b/m$) が一定に保たれるケースを考えよう．本章のモデルの場合には，θ を固定したときのシステムは

$$\dot{k} = \varepsilon(k,\ m,\ \bar{\theta}m)$$

$$\dot{m} = \frac{\tilde{\rho}(\cdot)m}{\tilde{\rho}(\cdot)+\bar{\theta}}\left[\frac{g-\tau\tilde{y}(\cdot)}{m} + (1-\tau)\bar{\theta} - \pi(\cdot) - n\right]$$

のようになる．このシステムの安定条件は，k が一定のときには，$\bar{\theta}$ があまり大でなければ安定的である．しかし，k も動く場合には，$\bar{\theta}$ の大小のみでは安定性は判定しにくい．θ を固定するルールのもとでは，もはや上のように貨幣供給のルール以外のモデルの特定化に依存しない安定性についての共通の性質は得られず，投資行動や期待形成などについてどのような仮定を置くかが安定性にとって決定的に重要になる．

4.8.　お　わ　り　に

本章では，ケインズ−ヴィクセル型の貨幣成長モデルを用いて，政府の貨幣供給ルールが安定性に及ぼす効果を分析した．特にフリードマンが提唱した二つの代替的ルール（B レジームと M レジーム）に注目し，いずれのルールが built-in-stabilizer としての役割を果たしえるのかを検討した．その結果，モデルを一般化すると，いずれのルールがより安定化に役

立つかは一義的に判断できず，両方のルールのもとで同時に経済が安定になることはありえないことだけが確定できることを示した．またこのような安定条件の排他性は，B，M レジーム以外の貨幣供給ルールのもとでは必ずしも成立しないことを明らかにした．

本章の結果が示すように，政府予算制約のもとでの貨幣供給の特定化というかたちで政府の行動を明示すると，経済成長のプロセスは，民間の行動のみではなく政府の政策にも決定的に依存するようになる．貨幣を含む動学モデルを分析するためには，何らかのかたちで政府の貨幣供給ルールを特定化しなければならないから，代替的な貨幣供給ルールを検討せずに，特定のルールを仮定して導いた結論を一般化することは必ずしも適当ではない．5章と6章では，新古典派の代表的な二つの貨幣成長モデルについて，本章と同じ問題意識に基づき検討をする．

第4章　注

1）生産関数 $Y=F(K,\ N^D)$ が K と N^D について1次同次であるとすれば，$Y/K=F(1,\ N^D/K)$ より，$y/k=F(1,\ u/k)\equiv f(u/k)$ と書ける．ただし $u\equiv N^D/N$．これを $u/k=f^{-1}(y/k)$ と書き直せば，

$$\tilde{r}=(y/k)-w(u/k)=(y/k)-wf^{-1}(y/k)$$
$$\equiv\tilde{r}(y,\ k)$$

と表せる．$N^D<N$ $(u<1)$ のときには $w<\partial F/\partial N^D$ であることに注意すれば

$$\partial\tilde{r}/\partial y=(1/k)(1-w/f')=(1/k)(1-\frac{w}{\partial F/\partial N^D})>0$$

$$\partial\tilde{r}/\partial k=(y/k^2)(w/f'-1)<0$$

である．また $N^D=N$ $(u=1)$ のときには

$$\tilde{r}=f(k)/k-w$$

となるから $\tilde{r}$ の最大化の条件から $\tilde{r}=f'(k)$ が成立する．

なお本章では簡単のために企業の利潤への課税は無視している．

2）(3)のような型の投資関数を企業の最適化行動から導出し，トービンの q モデルと関係づける試みが Yosikawa (1979)，Abel (1979)，Hayashi (1982) などでなされている．また Uzawa (1969) も参照．

3）“漸近的な合理的期待仮説”についてのより詳しい説明は Stein (1982)，pp. 47-54，87-91，168-169 を参照．

4）以下の(40)と(43)は，Murata (1977, pp. 87-95) が示した “Modified Routh-

Hurwitz conditions" を用いている.

5）(39)あるいは(42)に含まれる $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ と $\boldsymbol{\phi}_i$ は次のようである.

$$\varepsilon_k=\xi[(\tilde{r}_y-i_y)\tilde{y}_k+(\tilde{r}_k-i_k)]$$

$$\varepsilon_m=\xi[(r_y-i_y)\tilde{y}_m+i_m]$$

$$\varepsilon_b=\xi[(r_y-i_y)\tilde{y}_b+i_b]$$

$$\phi_k=-\tau f'+(\bar{\mu}b/\rho^2)(i_y\tilde{y}_h+i_k)$$

$$\phi_m=-\bar{\mu}+(\mu b/\rho^2)(i_y\tilde{y}_m+i_m)$$

$$\phi_b=(1-\tau)-(\bar{\mu}/\rho)+(\bar{\mu}b/\rho^2)(i_y\tilde{y}_b+i_b)$$

6）インフレ期待に関して適応期待を仮定すると，π^* も状態変数になり，システムは（k,　m,　θ,　π^*）に関してまとめることができる.

7）この点については，置塩（1980a),（1980b）および中谷（1984）を参照.

第5章　貨幣供給ルールと安定性（II）

——新古典派成長モデルの場合——

5.1.　は　じ　め　に

前章では，ケインズ・ヴィクセル型成長モデルを用いて，貨幣供給と経済の安定性の関係を調べたが，本章では同じ問題を新古典派成長モデルのわく組の中で考えよう．

よく知られているように，ソロー・タイプの新古典派成長モデルに貨幣を導入する試みはTobin (1965) によって始められた．Tobin (1965) は，貨幣経済の恒常成長状態の分析に議論を限ったが，後にNagatani (1969) は，インフレ率に関して近視眼的完全予見を仮定すれば，恒常成長経路はサドルポイント的不安定性をもつことを示した．Burmeister (1980，第7章) が指摘しているように，この不安定性は，異質資本財を含む新古典派成長モデルに見られるいわゆるハーンの不安定性 (Hahn (1965)) と本質的に同じである．

Nagatani (1969) 以降，多くの研究者によってトービン・モデルの不安定性を排除する条件が求められた．特にHadjimichalakis (1971a，1971b) はトービン・モデルを一般化し，貨幣の需給調整の遅れと期待形成の調整の遅れを導入した．容易に予想されるように，これらのラグは不安定性を解消する働きをし，期待と市場の調整スピードの積がある限度内におさまっていることが安定性の十分条件であることが明らかにされた．このタイプの研究はその後もHadjimichalakis and Okuguchi (1979)，Benhabib and Miyao (1981)，Hadjimichalakis (1981)，Hayakawa (1984) などによってさらに精密化されている．また最近，Drabicki and Takayama (1984a，1984b) は異なる方向から，トービン・モデルの安定化の可能性を論じている．彼らのモデルでは公債が導入され，公債は資本や貨幣とは不完全代替であると仮定されている．他の部分は完全に新古典派的であっても，この資産市場の不完全性によりモデルは独立な投資関数を含むこと

になり，それが安定化の要因になりえることを彼らは示している．

これらの研究が示唆するように，トービン・モデルの不安定性を解消するためには，何らかの不完全性やタイム・ラグを仮定しなければならないようにみえる．ただし，上で述べた諸研究は，貨幣供給の成長率は一定に保たれるという Tobin (1965) の置いた仮定に従っている[1]．本章では，新古典派の貨幣成長モデルの安定性は，政府の貨幣供給態度についての仮定にも密接に関係していることを明らかにする．前章でみたように，政府の財政赤字ファイナンスの方法（貨幣供給のルール）はケインズ・ヴィクセル型成長モデルの安定性に大きく影響するが，新古典派の前提のもとでも同じ結果が生じる．本章では主として貨幣供給を内生化する場合に焦点をあて，このルールがサドルポイント的不安定性を解消する可能性があることを示す．

5.2.　モ　デ　ル

本章で用いるモデルは以下の6つの式から構成される．

(1)　$y=f(k),\ f'>0,\ f''<0$

(2)　$y=(1-s)[(1-\tau)(y+b)-\pi(m+b/\rho)]+\dot{k}+nk+g$

(3)　$m=L[\rho, f'(k)+\pi, y, k+m+b/\rho],$

$$L_1<0,\ L_2<0,\ L_3>0,\ 0<L_4<1$$

(4)　$\rho=f'(k)+\pi$

(5)　$\dot{m}+\dot{b}/\rho=g+b-\tau(y+b)-(n+\pi)(m+b/\rho)$

(6)　$b=\theta m$

記号の意味は次の通りである．y＝1人当り実質所得，k＝資本・労働比，ρ＝名目利子率，π＝インフレ率，m＝1人当り実質残高，b＝1人当り公債実質利子支払額，τ＝所得税率，g＝1人当り実質政府支出，θ＝公債利子支払・貨幣比率，s＝貯蓄性向，n＝労働人口成長率．

このモデルはトービン型の完全雇用モデルに公債を導入した3資産モデルである．各式はいずれも標準的な仮定に従っているが，簡単に説明をしよう．(1)は通常の性質を満たす新古典派型生産関数である．(2)は1人

当りの所得が，1人当り消費，$(1-s)[(1-\tau)(y+b)-\pi(m+b/\rho)]$，1人当り投資 $\dot{k}+nk$，及び1人当りの政府支出 g の和に等しいことを示す財市場の均衡式である．ここでは Tobin (1965) に従い，簡単な消費関数を仮定している．すなわち，消費需要は実質可処分所得に比例し，実質可処分所得は税引後の実質所得からインフレーションによる金融資産の減価（インフレ税）を差し引いた額によって定義される．また，前章と同様に，公債は永久債であり，1枚につき1ドルを毎年支払い続けるものとする．したがって b は1人当りの公債の枚数に比例し，公債の価格は $1/\rho$ に等しい．

貨幣の需給一致条件は(3)によって与えられる．実質貨幣需要は，名目利子率（ρ）と名目資本収益率（$f'(k)+\pi$）の減少関数であり，所得（y）と実質資産（$k+m+b/\rho$）の増加関数であると仮定する．なお，われわれは近視眼的完全予見を仮定するので，名目(期待)収益率に含まれるインフレ率は，現実のインフレ率（π）に等しいと置いている．ここで，資本市場は完全であると仮定し，実物資産は公債と完全に代替的であるとすれば，各時点において利ざや裁定条件(4)が成立する．

(5)式は政府予算制約式であるが，これの導出は前章と同様に $m\equiv M/pN$，$b\equiv B/pN$ に注意して

$$\dot{M}/pN+(\dot{B}/pN)(1/\rho)=y+b-\tau(y+b)$$

を変形すれば得られる．ただし M，B，P，N はそれぞれ名目貨幣量，名目利子支払，価格水準，労働人口を示している．

最後に，本章では利子支払と貨幣の比率 $\theta\ (\equiv b/m)$ を政策変数と考え，政府はこれを一定に保つ政策をとると仮定する．したがって，モデルは6つの内生変数 y，m，b，k，ρ，π と3つの政策パラメータ g，τ，θ を含むことになる．

まず(1),(4),(6)を(3)へ代入し π について解けば，貨幣の需給一致を成立させるインフレ率を

$$(7)\quad \pi=\pi(k,\ m\ ;\ \theta)$$

のように表わすことができる．この関数の偏導関数は

$$(8)\quad \pi_k=\frac{L_3f'+L_4}{(L_4\theta m/\rho^2)-L_1-L_2}-f'>0$$

$$(9)\quad \pi_m=\frac{L_4(1+\theta/\rho)-1}{(L_4\theta m/\rho^2)-L_1-L_2}$$

となる．もし政府債券が存在せず $\theta=0$ であれば π_m は負になり，ヴィクセル効果が支配する．これは Tobin (1965) の結果と同じである．しかし，政府債券が存在し $\theta>0$ であれば，ヴィクセル効果は現れない可能性がある．θ は一定であると仮定されているから，１人当りの実質残高の上昇は同時に公債のストック量を引き上げる．そのため，θ が十分に大であれば，実質残高（m）が上昇したとき，資産効果を通じる貨幣需要の増大は m の上昇を上回る可能性がある．このとき，貨幣の需給を一致させるためにインフレ率は上昇せねばならず，$\pi_m>0$ となる.[2)]

ただし，公債を資産とみなすかどうかについては周知の論争があることに注意しよう．もし合理的な家計が，現在の政府の負債が将来の増税により相殺されると予想すれば，政府債券は民間部門の富の一部とはみなされない可能性がある．このときには，たとえ θ が大であっても，π_m は正にはならない.[3)] この問題の精確な分析は家計の行動をより明示化しなければならない．しかし，本章のモデルでは公債の中立性が成立するときの結果は $\theta=0$ の場合の結果と同様であるから，以下では公債が資産の一部を形成するケースを仮定し，$\theta=0$ のケースとの差を分析することにしよう.

(１),(２),(６)より，資本・労働比率は次の式に従い運動する．

$$(10)\quad \dot{k}=[s+\tau(1-s)]f(k)$$
$$-m(1-s)[(1-\tau)\theta-\pi(k,m)z(k,m)]-nk-g$$

ただし

$$z(k,m)\equiv 1+\theta/\rho=1+\theta/[f'(k)+\pi(k,m)]$$

である．また(１),(６),(７)及び(５)を用いれば，実質残高 m は次の式に従い動くことがわかる．

$$(11)\quad \dot{m}=[m/z(k,m)]\left[\frac{g-\tau f(k)}{m}+(1-\tau)\theta\right.$$

$$-(n+\pi(k,m))z(k,m)\Big]$$

したがって，完結した動学システムは，(10)と(11)の2つの微分方程式により構成される．

5.3. 純粋なマネー・ファイナンスの場合

もし政府債券が存在せず $\theta=0$ であれば，政府赤字はマネー・ファイナンスされねばならず，貨幣供給は財政収支のアンバランスに応じて内生的に変化する．[4] このとき，(10)と(11)はそれぞれ以下のようになる．

(12)　$\dot{k}=[s+\tau(1-s)]f(k)+m(1-s)\pi(k,m)-nk-g$

(13)　$\dot{m}=g-\tau f(k)-m[n+\pi(k,m)]$

したがって，経済が恒常成長経路上にあれば

(14)　$[s+\tau(1-s)]f(k)+m(1-s)\pi(k,m)=nk+g$

(15)　$g-\tau f(k)=m[n+\pi(k,m)]$

が満足される．

動学システム(12)と(13)を，(14)と(15)で与えられる定常値の近傍で線形近似すると，その近似システムが安定であるためには，次の2つの条件が同時に満たされることが必要かつ十分である．

(16)　$(sf'-n)+(1-s)(\tau f'+m\pi_k)-\left(\dfrac{g-\tau f}{m}+m\pi_m\right)<0$

(17)　$(sf'-n)\left(\dfrac{g-\tau f}{m}+m\pi_m\right)+n(1-s)(\tau f'+m\pi_k)<0$

以下では，実物経済におけるソローの安定条件（$sf'(k)-n<0$）が恒常経路において成立すると仮定しよう．このとき(16)と(17)より，純粋なマネー・ファイナンスのもとにおける成長経済が安定になるのは

(18)　$\dfrac{g-\tau f(k)}{m}>-m\pi_m+A$

が満たされるときであり，そのときに限ることを容易に確かめることができる．ただし

$$A=\max\left\{\frac{n(1-s)}{n-sf'}(\tau f'+m\pi_k),\ (1-s)(\tau f'+m\pi_k)-(n-sf')\right\}$$

である．もし恒常経路において資本蓄積の黄金律（$f'(k)=n$）が成立すれば，$A=\tau f'+m\pi_k$[5] であることに注意しよう．条件(18)が示すように，近視眼的完全予見のもとでのトービン・モデルは，恒常状態における貨幣供給の成長率——それは完全雇用赤字（high employment deficit）を実質残高で割ったものに等しい——が$-m\pi_m+A$（>0）より高ければ局所的に安定である．したがって，純粋なマネー・ファイナンス政策のもとでは，恒常状態において(18)が満足されるようにgとτが選ばれれば，恒常成長経路へ到達するために積極的な安定化政策の必要性は存在しない．

このように，内生的な貨幣供給ルールが近視眼的完全予見を仮定する新古典派システムを安定化させる理由は明白である．トービンのオリジナルなモデルでは，貨幣供給の成長率は一定に保たれ，新規に増発された貨幣は移転支出のかたちで家計に配分されると仮定されていた．そのため，1人当りの実質残高の変化は$\dot{m}=m\,[\mu-\pi(k,\ m)-n]$という式で表わされる．ただし，$\mu$は一定の貨幣供給成長率である．この仮定のもとでは，恒常状態において$\partial\dot{m}/\partial m=-m\pi_m>0$となり，実質残高はself-destabilizingな動きをする．したがって，ソローの安定条件によって資本・労働比の安定性が保証されているもとでは，実質残高の不安定性はシステムがサドルポイント的不安定性を有することの原因になる．それに対し，ここで考えている純粋なマネー・ファイナンスのシステムにおいては，財政赤字が正であり$g-\tau f(k)>0$のときには，貨幣供給の成長率は実質残高とは逆の方向に動く．たとえば，実質残高が上昇を始めると，$g-\tau f(k)>0$である限り，貨幣成長率は自動的に下りだすから，恒常経路上で$[g-\tau f(k)]/m>-m\pi_m$であれば$\partial\dot{m}/\partial m<0$となる．この実質残高の自己安定化的運動が経済の安定性に貢献し，恒常状態での貨幣成長率が$-m\pi_m+A$より大であれば，恒常経路の安定性が保証される．

ところで，もし(18)が満足されなければ，体系は完全に不安定かあるいはサドルポイント性をもつかのどちらかになる．すなわち，条件(17)は成

立するが(16)が満たされないときには，経済は完全に不安定になる．それに対し，(17)が成立しないと，恒常経路はサドルポイント性をもつ．なお，もし黄金律が近似的に恒常状態において成立し，$A \cong \tau f' + m\pi_k$ となれば，条件(17)のもとで(16)は常に満足されることに注意しよう．この場合には，(18)は(17)と同等になる．条件(17)は，(12)と(13)を線形近似したシステムの2つの固有根が同符号をもつことを意味しているから，黄金律が近似的に成立する経済において(17)が満たされないということは，サドルポイント的不安定性が必ず現れることを示しているのである[6]．

5.4.　混合ファイナンスの場合

5.2節で定式化したように，公債が明示的に含まれる経済の恒常状態は，次の(19)と(20)により与えられる．

$$(19)\quad [s+\tau(1-s)]f(k)+m(1-s)\pi(k,m)z(k,m) = (1-s)(1-\tau)m\theta+nk+g$$

$$(20)\quad \frac{g-\tau f(k)}{m}+(1-\tau)\theta=[n+\pi(k,\ m)]z(k,m)$$

(19)と(20)が決める定常点の近傍で(10)と(11)を線形近似すると，近似体系の局所的安定条件は以下のようになる．

$$(21)\quad [s+\tau(1-s)]f'-n+m(1-s)(\pi_k z+\pi z_k) - (1/z)\left[\frac{g-\tau f}{m}+m(nz_m+\pi z_m+\pi_m z)\right]<0$$

$$(21)\quad [sf'-n-nm(1-s)z_k]\left[\frac{g-\tau f}{m}+m(nz_m+\pi z_m+\pi_m z)\right] +n(1-s)(z+mz_m)[\tau f'+m(nz_k+\pi z_k+\pi_k z)]<0$$

ただし上の両式において

$$z_k=-\theta(f''+\pi_k)/\rho^2<0$$

$$z_m=-\theta\pi_m/\rho^2$$

$$nz_k+\pi z_k+\pi_k z=\pi_k[1+\theta(f'-n)/\rho^2-\theta f''(\pi+n)/\rho^2]$$

$$nz_m+\pi z_m+\pi_m z=\pi_m[1+\theta(f'-n)/\rho^2]$$

である．

上の条件はかなりこみ入っているので，安定条件の経済的含意を見やすくするために，以下では，恒常経路上で黄金律が近似的に満たされ，$f'(k) \cong n$ であるとしよう．ただし，たとえ $f'(k) \neq n$ であっても，以下で主要な結論は大きく変わることはない[7]．$f'(k) \cong n$ であると，次の関係が近似的に成立する．

$$nz_k + \pi z_k + \pi_k z \cong \pi_k - \theta f''/\rho > 0$$

$$nz_m + \pi z_m + \pi_m z \cong \pi_m$$

$$sf' - n - mn(1-s)z_k \cong -n(1-s)[1 - m\theta(f'' + \pi_k)/\rho^2]$$

まず，利子支払いと貨幣残高の比率 θ が十分に小さく，$1-\theta m(f''+\pi_k)\rho^2>0$ となるケースを考えよう．このとき，黄金律の仮定のもとで(21)と(22)を整理すると

$$\text{(23)}\quad \frac{g-\tau f}{m} > -m\pi_m + \max(B_1, B_2)$$

となる．ただし

$$B_1 = [n(1-\tau) + m(\pi_k(1-n) - \theta f''/\rho)]\ ,$$

$$B_2 = \frac{z + mz_m}{1 + mz_k}[m(\pi_k - \theta(\pi + n)f''/\rho^2) + \tau n]\ .$$

である．公債が存在する混合ファイナンスのもとでは，恒常状態における貨幣成長率が $(g-\tau f)/m + (1-\tau)\theta$ であることを想起しよう．したがって(23)は，安定性が満たされるためには，貨幣成長率が恒常状態において $-m\pi_m + \max\{B_1,\ B_2\}$ よりも大きいことが必要だという結果を示している．つまり，θ が小であれば，混合ファイナンスの場合の安定条件が純粋なマネー・ファイナンスの場合のそれと本質的に同じである．

もし θ が十分に大きく，$1-\theta m\ (f''+\pi_k)/\rho^2<0$ であれば，(21)と(22)は

$$\text{(24)}\quad -m\pi_m + B_1 < \frac{g-\tau f}{m} < -m\pi_m + B_2$$

のように書き直すことができる．これは，もし θ が大であると，恒常状態での貨幣成長率がある範囲内になければ経済は安定にならないことを示し

ている．もちろん $B_1>B_2$ のときには(24)は成立しえず，経済は常に不安定になる．(24)における $(g-\tau f)/m<-m\pi_m+B_2$ の部分は(22)に対応する．そのため，混合ファイナンスの体系は，貨幣成長率が $-m\pi_m+B_2+(1-\tau)\theta$ よりも高ければサドルポイントの不安定性をもつことになる．前節で示したように，恒常状態において貨幣成長率が高い（したがって高インフレになる）ことが，$\partial\dot{m}/\partial m<0$ を実現させるという意味で安定性の成立に貢献する．しかし，純粋マネー・ファイナンスの場合と異なり，混合ファイナンスのもとでは，たとえソローの安定条件を仮定しても，θ が十分に大であれば，資本・労働比は自己安定的になる（$\partial\dot{k}/\partial k<0$ となる）とは限らない．それゆえ，資本・労働比の動きの不安定性があれば，貨幣成長率が十分に高く $\partial\dot{m}/\partial m<0$ となることは安定条件(22)——それは $(\partial\dot{m}/\partial m)(\partial\dot{k}/\partial k)-(\partial\dot{m}/\partial k)(\partial\dot{k}/\partial m)>0$ を保証する——の成立にとってはマイナスの要因になる．これが(24)において貨幣成長率に上限が置かれていることの直観的な理由である．

ところで，5.2 節で強調したように，θ が大であると π_m は正になりえる．もし $\pi_m>0$ かつ $1-\theta(f''+\pi_k)/\rho^2>0$ であれば，(23)からわかるように，高い貨幣成長率は必ずしも安定性実現のために必要ではない．つまりこのケースには θ が大きいことが安定化の要因になりえる．ただし，$\pi_m>0$ かつ $1-\theta(f''+\pi_k)/\rho^2>0$ のときには，(24)が成立しない可能性があることに注意しよう．なぜなら，$\pi_m>0$ であれば B_2 が B_1 より小さくなりえるからである．($\pi_m<0$ であれば常に $B_2>B_1$ であるから，この可能性は生じない．)

前章でも触れたように，一般にケインズ型のモデルでは，ボンド・ファイナンスの割合が高まるほど経済の不安定性が強まる傾向がある．しかし，本章の結果によれば，近視眼的完全予見を仮定する新古典派のシステムでは，公債の存在は常に不安定化要因であるとは断定できない．ボンド・ファイナンス政策が新古典派モデルの不安定性を高めるか否かは，モデルに含まれる種々のパラメータの値や関数の弾力性に依存している．

5.5.　代替的な貨幣供給ルールの検討

以上では，公債の導入の効果に焦点を合わせるために，公債と貨幣残高の比率（θ）を一定に保つ政策を仮定してきた．本節では，４章で検討した代替的な貨幣供給ルールを仮定する場合について簡単に触れておこう．

まず名目貨幣成長率を $\bar{\mu}$ という水準に一定に保つMレジームのもとでは，$\dot{m}=m(\bar{\mu}-n-\pi)$ と(５)より

$$\dot{b}/\rho=g+(1-\tau)b-\tau y-\bar{\mu}m-(n+\pi)b$$

となる．したがって θ $(=b/m)$ の動きは，４章の(57)と同様に

$$\dot{\theta}=\rho\left[\frac{g-\tau y}{m}+(1-\tau)\theta-\bar{\mu}\left(1+\frac{\theta}{\rho}\right)\right]$$

により定まる．この関係を用いて M レジームの動学システムを（k, m, θ）について集約すれば，次のようになる．

$$(25)\quad \dot{k}=[s+\tau(1-s)]f(k) -\pi(k,m,\theta)z(k,m,\theta)]-nk-g$$

$$(26)\quad \dot{m}=m[\bar{\mu}-n-\pi(k,m,\theta)]$$

$$(27)\quad \dot{\theta}=[f'(k)+\pi(k,m,\theta)]\ \left[\frac{g-\tau f(k)}{m}+(1-\tau)\theta -\bar{\mu}z(k,m,\theta)\right]$$

ただし

$$z(k,m,\theta)\equiv 1+\theta[f'(k)+\pi(k,m,\theta)]^{-1}$$

である．また(３)から定まる均衡インフレ率は θ の変化に対して

$$(28)\quad \pi_\theta=\frac{L_4(1+m/\rho)}{(L_4\theta m/\rho^2)-L_1-L_2}>0$$

のように反応する．すなわち，公債ストックが貨幣に比べて相対的に増大すれば，資産効果を通じて貨幣需要を引き上げ，それがインフレ率の上昇を生じさせる．

一方，M レジームの場合の集約システムは，(25)と(27)に加え，前章の(58)から導かれる．

(29) $\dot{\theta}=-\theta[\frac{g-\tau f(k)}{m}+(1-\tau)\theta-\bar{\mu}z(k,m,\theta)]$

から構成させる．前章で述べたように，B レジームと M レジームの差は(27)と(29)のみであり，両者は同一の恒常状態をもつ．また θ は(27)と(28)では逆に動くから，両方のレジームが共に安定になることはない．

本章のモデルの場合も，B あるいは M レジームのどちらかが必ず安定（あるいは不安定）になるかは確定できない．ここでは θ の動きにだけ注目しよう．定常点において，B レジームでは(27)より

$$d\dot{\theta}/d\theta=[f'(k)+\bar{\mu}-n][(1-\tau)-\bar{\mu}z_\theta]$$

となり，Mレジームでは(29)から

$$d\dot{\theta}/d\theta=-\theta[(1-\tau)-\bar{\mu}z_\theta]$$

となる．定常点で評価した z_θ は

$$z_\theta=\frac{1}{f'(k)+\bar{\mu}-n}\,[1-\frac{\theta\pi_\theta}{f'(k)+\bar{\mu}-n}]$$

となる．そのため

(30) $\frac{1-\tau}{\bar{\mu}}>\frac{1}{f'+\bar{\mu}-n}\,[1-\frac{\theta\pi_\theta}{f'+\bar{\mu}-n}]$

であれば，θ は B レジームでは不安定な動きをし，M レジームでは安定な動きをする．(逆の場合は逆.)(30)は $1-\theta\pi_\theta/(f'+\bar{\mu}-n)=1-\rho_\theta\theta/\rho<0$ であれば成立するから，名目利子率の公債についての弾力性が1より大であれば，他を一定にすると公債増発による財政赤字の累積が生じる．もちろん，この累積が持続するかどうかは k と m の動きにも依存するが，$1<\rho_\theta\theta/\rho$ は B レジームの不安定性を高めそうである．

1人当り実質残高（m）が固定されるときには，(5)よりシステムは次のようになる．

(31) $\dot{k}=[s+\tau(1-s)]f(k)$
$\qquad -\pi(k,\bar{m},b)z(k,\bar{m},b)]-nk-g$

(32) $\dot{b}=\rho\{g+(1-\tau)b-\tau f(k)$

$$-[n+\pi(\cdot)][\bar{m}+\frac{b}{f'(k)+\pi(\cdot)}]$$

もし b を固定するルールがとられれば，(31)と

(33)　$$\dot{m}=g+(1-\tau)\bar{b}-\tau f(k)$$
$$-[n+\pi(k,m,\bar{b})][m+\frac{\bar{b}}{f'(k)+\pi(k,m,\bar{b})}]$$

がシステムを構成する．m を固定すれば，定常点において b は b 自身の変化に対して

$$\frac{d\dot{b}}{db}=[f'(k)+\bar{\mu}-n]\{(1-\tau)-(\bar{\mu}/\rho)(1-\rho_b b/\rho)$$
$$=\pi_b\left\{\bar{m}+\frac{b}{f'(k)+\bar{\mu}-n}\right\}$$

のように反応する．前章のケインジアン・タイプのモデルでは，クラウディング・アウト効果が働けば，b の上昇は利子率を引き上げ所得を下げることによりインフレを抑制する（$\pi_b<0$）可能性があったが，新古典派モデルの場合では一般に $\pi_b>0$ となる．そのため, B レジームを, m を固定する「b レジーム」に切りかえると，少なくとも b についての自己安定性は増す．

一方，b を固定したときの m の定常点での反応は, (33)より

$$\frac{d\dot{m}}{dm}=-\pi_m(m+\frac{\bar{b}}{f'+\bar{\mu}-n})-\bar{\mu}(1-\frac{\pi_m}{(f'+\bar{\mu}-n)^2})$$

b を固定すればトービン・モデルと同様に常に $\pi_m<0$ となるが，上式が示すように m の自己安定性が保たれる可能性は十分に残っている．

5.6.　お　わ　り　に

本章では，貨幣供給が財政赤字に応じて内生的に変化すれば，近視眼的完全予見を仮定するトービン・モデルは安定になりえることを示した．トービン・モデルがもつサドルポイント的不安定性は，したがって期待形成や市場の瞬時均衡の仮定だけではなく，政府の貨幣供給態度にも強く関係

している．基本的なアイデアは簡単である．トービン・モデルにおける不安定性にとって最も重要なのは，$\partial\dot{m}/\partial m$ の符号であった．恒常状態において $\partial\dot{m}/\partial m>0$ であると，サドルポイント性が現れる．貨幣成長率がトービンの仮定のように一定なら，$\partial(\dot{m}/m)/\partial m=-\pi_m$ となるから，$\pi_m>0$ でない限り，不安定性は避けられない．それに対し，貨幣成長率が財政収支に応じて変化するように内生化されると，実質残高の変化は，$\dot{m}=m\,[\mu(k,\ m\ ;\ \theta)-\pi(k,\ m\ ;\ \theta)-n]$ のように表せる．ただし $\mu(\cdot)$ は内生的に決まる貨幣供給成長率である．このときには恒常状態において $\partial(\dot{m}/m)/\partial m=\mu_m-\pi_m$ となるから，たとえ $\pi_m<0$ であっても，$\mu_m<0$ であればサドルポイント性回避の可能性が生じる．

本章では期待が瞬時的に自己実現する近視眼的完全予見を仮定してきた．しかし，もし期待が文字通りの完全予見，すなわち通時的にも自己実現する強い意味での合理的期待を仮定すると，内生的貨幣供給は経済の安定化のために有用でありえるというわれわれの結論は根本的に考え直さねばならなくなる．そこで次章では，長期的完全予見のもとでの貨幣供給政策の評価について検討しよう．

第5章　注

1）ただし Hayakawa（1979）は例外である．この論文では，消費関数と貨幣需要関数に資産の実質購買力が含まれており，その仮定のもとでは近視眼的完全予見と瞬時的市場均衡の前提のもとでもトービン・モデルは安定になりえることが明らかにされている．

2）π_mの符号を逆転させる別の方法は Hayakawa (1979) で示されている．注1で触れたように，流動性選好関数を特定化する際に Hayakawa（1979）は，実質残高の変化によってもたらされる所得効果を考慮しており，それが $\pi_m>0$ の可能性を生みだす．なお，このようなアプローチについては Drabicki and Takayama（1981）のコメントと Hayakawa（1984）も参照せよ．

3）この点を考慮するためには，実質総資産を $k+m+\lambda\ (b/\rho)$（$0\leqq\lambda\leqq1$）と定義し，パラメータ λ の値によって人びとの合理性の度合を表現するというのがひとつの方法である．もし人びとが将来の増税可能性を完全に予想すれば $\lambda=0$ である．この定式化のもとでは，均衡インフレ率は $\pi\ (k,\ m\ ;\ \theta,\ \lambda)$ と表され，

$$\pi_m=\frac{L_4(1+\lambda\theta/\rho)-1}{L_4(\lambda\theta m/\rho^2)-L_1-L_2}$$

となる．したがって，$\lambda\theta>\rho\ (1/L_4-1)$ であれば $\pi_m>0$ となり，$\lambda=0$ であれば $\pi_m<0$ である．

4）Stein（1982）の第５章ではケインズ・ヴィクセル型モデルを用いて純粋マネー・ファイナンスのケースが考察されている．

5）$f'=n$ であれば次のようになる．

$$n(1-s)(\tau f'+m\pi_k)/(n-sf')$$
$$=\tau n+m\pi_k>(1-s)(\tau f'+m\pi_m)-(n-sf')$$
$$=(1-s)[n(1-\tau)+m\pi_k]$$

6）本章の結果によれば，Friedman（1948）が主張した内生的貨幣供給ルールは，新古典派モデルに関しては有効である．

7）たとえ $f'(k)\neq n$ であっても，安定条件(21)と(22)を(23)と(24)に似たかたちに整理し直すことは可能である．

8）トービン型モデルに公債と政府予算制約を明示的に導入した３資産モデルについては，Kan（1988），Ihori and Kurosaka（1985），奥野（1988）も参照．

第6章　貨幣供給ルールと安定性（III）

——完全予見最適化モデルの場合——

6.1. は じ め に

前章では近視眼的完全予見を仮定したトービン型のモデルを用いて，貨幣供給のルールが経済の安定性に及ぼす効果について考えた．本章では，文字通りの完全予見を仮定したモデルを利用して同じ問題を再考する．ただし本章では，前章で分析した descriptive な新古典派モデルではなく，経済主体の最適化行動を明示したシドラウスキー型のモデル（Sidrauski (1967)）を用いる．シドラウスキー・モデルは，世代モデルとともに，最近の新古典派のマクロ動学におけるプロト・タイプ・モデルのひとつになっており，広く利用されている．本章の主要な目的は，完全予見と最適化行動という経済主体の強い合理性の仮定によって，前章の結論がどのように変化するのかを調べることにある．

ところで，完全予見の仮定は，経済主体が予想する経済の将来の運動経路と，実際に経済がたどる経路とが完全に一致することを要求するから，各時点で予想と現実が一致することだけを必要とする近視眼的完全予見よりは，はるかに強い仮定である．すなわち，完全予見は，不確実性と情報の不完全性が全く存在しないシステムにおける最も強いかたちの合理的期待形成に他ならない．初期時点において経済主体が予想した通りに経済が運動するというこの極端な条件を満たすために，完全予見モデルにおける安定性の定義は，通常の意味での動学的安定性とは異なるものになっている．本論に入る前に，前章のモデルを用いて，この安定性概念の変更について検討しておこう．

6.2.　完全予見モデルにおける安定性について

前章で論じた近視眼的予見を仮定した新古典派の貨幣成長モデルは，公債が存在しないときには，1人当り資本（k）と1人当り実質残高（m）のシステムとして，次のようにまとめられた.

$$\dot{k}=[s+\tau(1-s)]f(k)+m(1-s)\pi(k,m)-nk-g$$

$$\dot{m}=m[\mu(k,m)-\pi(k,m)-n]$$

前章で述べたように，もし貨幣成長率$\mu(\cdot)$が固定されていれば，システムは一般にサドルポイント的な不安定性を示す．図6.1はμを一定としたときの位相図を描いている．（$\dot{m}=0$線と$\dot{k}=0$線のグラフは必ずしも図

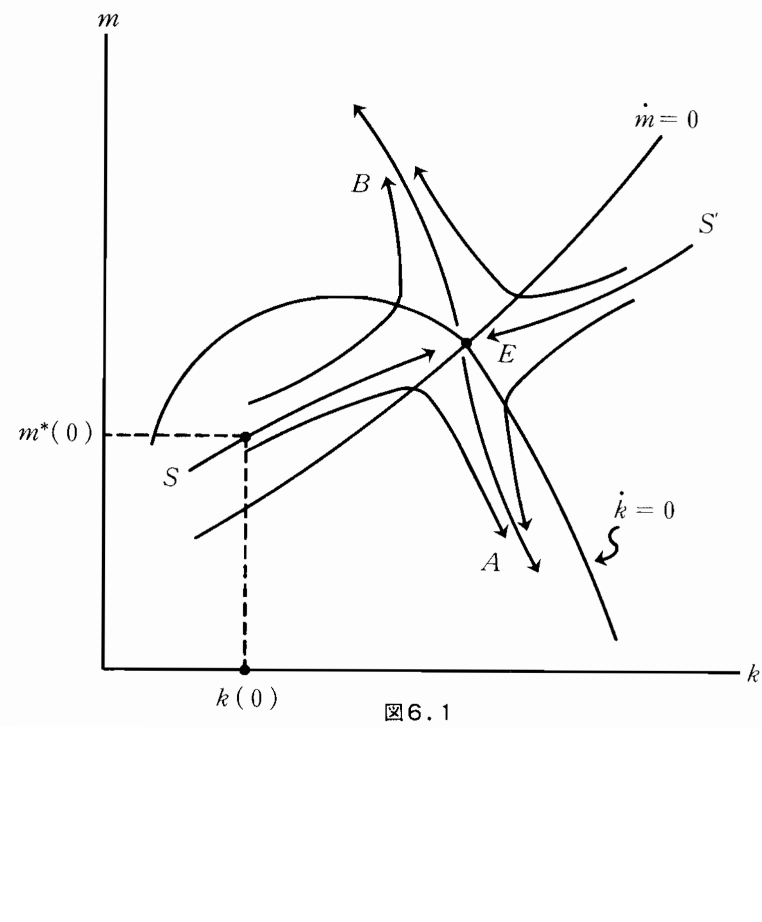


図6.1

のようになるとは限らないが，ここでは典型的な場合を描いている.）

このとき，1人当り資本の初期値が $k(0)$ の水準に与えられているとすれば，安定経路（安定多様体）S 上の $m^*(0)$ という水準に1人当り実質残高の初期値がない限り，経済は S の上方または下方へと発散してしまう．労働人口を N，名目貨幣供給率を M，価格水準を p とすると，所与の $k(0)$，$N(0)$，$M(0)$ のもとで経済が E 点へ向うのは，$m^*(0)=M(0)/N(0)p^*(0)$ となるように価格の初期値が $p^*(0)$ という水準にあるときに限られる．しかし競争経済を前提にする以上，$p(0)=p^*(0)$ となるのは偶然の場合に限られる．$p(0)>p^*(0)$ であれば $m(0)<m^*(0)$ となり経済は図のAのような経路をたどり，ハイパー・インフレーションの発生により，最終的に実質残高はゼロに近づいていく．逆に $p(0)<p^*(0)$ のときには $m(0)>m^*(0)$ だから，経済は図のBのような経路をたどり，m が上昇を続けるハイパー・デフレーションが発生する．ここで注意しなければならないことは，A や B などの発散経路においても，市場は常に均衡し，しかも仮定により人びとのインフレ期待は毎期実現しているという点である．すなわち，ここでの，不安定性は第2章で論じたハロッド的不安定性とは全く異なる均衡経路そのものの不安定性なのである．

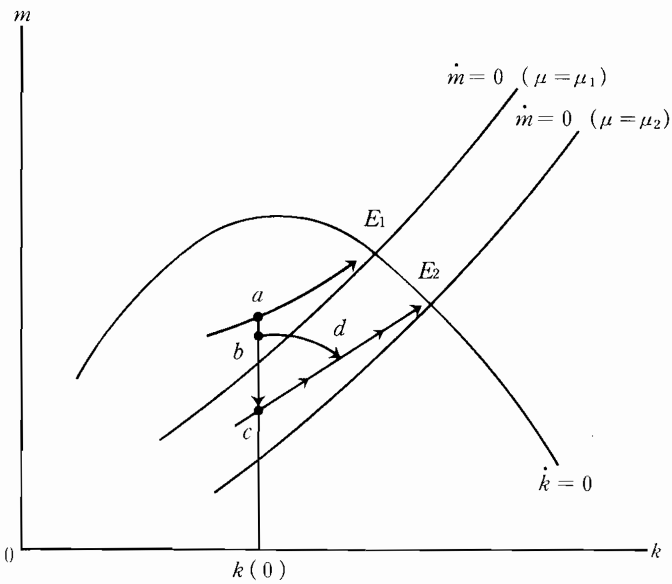
ここで近視眼的完全予見を完全予見におきかえてみよう．この場合には，人びとは経済の将来の動きを完全に知っているわけだから，たとえば $p(0)<p^*(0)$ であれば，経済はBのような上方への発散経路をたどるということもわかっている．また $p(0)>p^*(0)$ であれば A のようなハイパー・インフレの経路へ向うこともわかっている．この点を考慮して，Sargent and Wallace (1973) は次のように主張した．完全予見のもとでは，合理的な経済主体は，最終的には持続不可能なハイパー・インフレやハイパー・デフレの発生を予想せず，恒常成長経路へ向う安定な経路を予想するだろう．そうだとすれば，歴史的にその初期値が与えられている $k(0)$，$N(0)$，$M(0)$ が瞬時に調整できない以上，$m(0)=m^*(0)$ となるように価格の初期値が $p^*(0)$ の水準に選ばれねばならない．すなわち，Sargent and Wallace (1973) は，安定経路上に経済を乗せるように価格の初期値

を決めてやれば，経済はバブルの発生しない恒常成長点 E へ収束するから，サドルポイント・システムは完全予見のもとでは不安定とはいえないのだと主張したのである.[1)]

このような考え方が厳密に成り立ちえるのは，すべての財について完全な将来市場が開かれているときのみである．したがって将来市場が完全でない経済において，どのようなメカニズムによって価格の初期値が $p^*(0)$ に選ばれるかという点は全く不明である．個々の経済主体が atomic である競争経済において，仮にすべての主体が安定経路の実現を予想したとしても，その予想がどのようにして市場に働きかけて $p(0)=p^*(0)$ を実現するのかはわからないからである．またこの大きな疑問点を別にしても，完全予見を仮定する動学モデルには，いくつかの理論的な困難がつきまとう．(これら問題については第7章で検討する．)

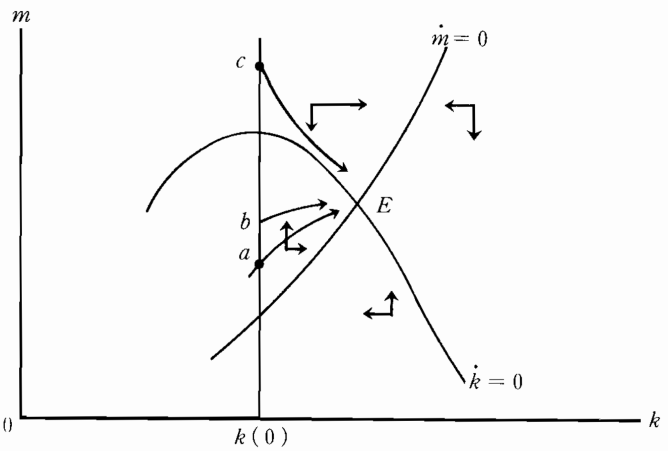
それにもかかわらず，以上のような安定性概念の変更は最近では広く受けいれられており，非常に一般的に使われている．この考えに基づくと，たとえば比較動学分析は次のようになる．いま，貨幣成長率が μ_1 から μ_2 へ上昇し，$\dot{m}=0$ 線が図6.2のように下方へシフトしたとしよう．また k の初期値は $k(0)$ であり，経済は μ が変化する前の安定多様体上の a 点に位置したとしよう．このとき，μ の変化が突然生じ，経済主体によって全く予期されていなければ，経済は新しい安定多様体上の点 c へジャンプし，その後新しい均衡 E_2 へ向う．すなわち，a から c に瞬時に移るように，価格が急上昇すると考えるのである．また，もし μ の上昇がたとえば3ケ月後に生じることが予想されれば，経済は a から b へジャンプし，3ケ月後に新しい安定多様体に到達できるように $b \to d$ という経路をたどる．そして μ が実際に上昇してからは $d \to E_2$ の経路をたどるのである．

このように安定性の概念を変えてしまうと，前章で論じた内生的貨幣供給の安定化作用の意味も全く違ってしまう．なぜなら，完全予見の場合には，図6.1のようなサドルポイント・システムにおいてはユニークな安定解が得られるが，μ を内生化し図6.3のような通常の意味での安定なシステムが実現すると，完全予見経路はユニークではなくなってしまうからで



m
$\dot{m}=0$ ($\mu=\mu_1$)
$\dot{m}=0$ ($\mu=\mu_2$)
E_1
E_2
a
b
c
d
$\dot{k}=0$
0
k
k(0)

図6.2



m
$\dot{m}=0$
c
E
b
a
$\dot{k}=0$
0
k
k(0)

図6.3

ある．(図 6.3 の a, b, c 等から出発する経路はすべて安定的であるから，上で述べたように発散解を排除してユニークな安定解を見つけることが，この場合はできない．) つまり近視眼的予見システムを安定化させる政策は，完全予見の場合には非一意性の困難を生みだすのである．

完全予見モデルが内含する問題については次章でより詳しく検討することにし，以下では，経済主体の最適化を明示した完全予見モデルを用いて，政府の貨幣供給の態度が上で述べたサドルポイント・システムの安定性問題とどのようにかかわるのかについて検討しよう．

6.3.　モ　デ　ル

以下で用いるモデルは，シドラウスキー型の貨幣成長モデルに公債を導入し，完全予見を仮定したものである．代表的家計の計画は，目的（汎）関数

（1）　$\int_0^\infty e^{-\beta t}u(c, m)\,dt$

をフローの予算制約と

（2）　$\dot{m}+\dot{k}+\dot{b}=(1-\tau)(y+\rho b)-(n+\pi)(m+b)-nk-c$

初期条件

（3）　$m(0)=M(0)/P(0)N(0)$：　$k(0)=K(0)/N(0)$：
　　　$b(0)=B(0)/P(0)N(0)$.

のもとで最大化することである．記号の意味は次の通りである．$c=1$ 人当り消費，$m=1$ 人当り実質残高，$y=1$ 人当り実質生産高，$b=1$ 人当り公債実残高，ρ＝名目利子率，π＝インフレ率，M＝名目貨幣残高，B＝名目公債残高，K＝資本ストック，N＝労働供給，P＝価格水準，k＝資本・労働比 (K/N)，β＝割引率（一定），n＝人口成長率（一定），τ＝所得税率（一定）．なお(2)における π は正確には各時点の予想インフレ率であるが，完全予見の仮定より，現実のインフレ率と予想インフレ率は常に同じであるとしている．また本章では，公債は短期債であるとする．

(1)において，家計の瞬時的効用関数 $u(\cdot)$ は強凹かつ $u_c>0$，$u_m>$

0であるとする．ここで採用しているいわゆるmoney in the utility function approachについては，貨幣がなぜ効用を生むのかが十分に説明されていないという根強い批判がある．しかし，これに代るいくつかのアプローチ（たとえばcash-in-advanceアプローチ）が理論的に優るとは言えないので，われわれもシドラウスキーの定式化に従う．

生産関数

（4）　$y=f(k)$

は通常の新古典派の性質をもつと仮定する．

家計の問題の最適条件を求めるために，ラグランジュ関数

$$L=e^{-\beta t}u(c,m)-e^{-\beta t}\lambda\{\dot{m}+\dot{k}+\dot{b}-(1-\tau)[f(k)+\rho b]+(n+\pi)(m+b)+nk+c\},$$

を設定しよう．ここでλはラグランジュ乗数である．最適化の必要条件は次のようになる．

(5a)　$u_c-\lambda=0,$

(5b)　$u_m-\lambda(n+\pi+\beta)=-\dot{\lambda},$

(5c)　$\lambda[(1-\tau)\rho-(n+\pi+\beta)]=-\dot{\lambda},$

(5d)　$\lambda[(1-\tau)f'(k)-(n+\beta)]=-\dot{\lambda},$

(5e)　$\dot{m}+\dot{b}+\dot{k}=(1-\tau)[f(k)+\rho b]-(n+\pi)(m+b)-nk-c,$

最適解は以上に加え，次の横断条件を満たさねばならない．

（6）　$\lim_{t\to\infty}\lambda e^{-\beta t}m=0$；　$\lim_{t\to\infty}\lambda e^{-\beta t}k=0$；　$\lim_{t\to\infty}\lambda e^{-\beta t}b=0$

まず(5a)と(5c)より

（7）　$\rho=f'(k)+\dfrac{\pi}{1-\tau}$

を得る．また(5a)，(5b)，(5c)から

（8）　$u_m(c,m)/u_c(c,m)=(1-\tau)\rho$

を得る．したがって，(7)と(8)より，インフレ率（π）は次の条件を満たす．

（9）　$\pi=R(c,m)-(1-\tau)f'(k)$

ただし，$R(c, m)=u_m(c, m)/u_c(c, m)$ は消費と実質残高の限界代替率である．ここで(5a)の両辺を時間で微分し，(5d)を用いると次式が成立する．

$$(10)\quad u_{cc}\dot{c}+u_{cm}\dot{m}=u_c[(n+\beta)-(1-\tau)f'(k)]$$

一方，m の定義と(9)より

$$(11)\quad \dot{m}=m[\hat{M}-R(c, m)+(1-\tau)f'(k)-n]$$

が導ける．ここで $\hat{M}$ は貨幣の変化率（$\dot{M}/M$）である．(10)と(11)を合わせると

$$(12)\quad \dot{c}=\frac{u_c}{u_{cc}}[(n+\beta)-(1-\tau)f'(k)]-m\frac{u_{cm}}{u_{cc}}[\hat{M}-R(c, m)+(1-\tau)f'(k)-n]$$

が得られる．

政府の予算制約については，4 章，5 章と同様に

$$(13)\quad \dot{m}+\dot{b}=g+\rho b-\tau[f(k)+\rho b]-(n+\pi)(m+b)$$

と置こう．(13)における g は 1 人当りの政府実質消費であり，一定と仮定する．ここで家計の予算制約(2)から政府の予算制約(13)を辺々引き，整理すると財市場の均衡条件

$$(14)\quad f(k)=g+c+\dot{k}+nk$$

が導出できる．

以上から，完全予見のもとでの家計の最適化条件，市場均衡条件，および政府の予算制約を含む動学システムは(11)，(12)，(13)，(14)の 4 式から成る．このシステムは 5 つの内生変数 k，c，m，b，$\hat{M}$ を含むから，モデルを閉じるためには政府の貨幣供給行動を特定化し $\hat{M}$ を決めねばならない.[2)]

6.4.　代替的貨幣供給ルールのもとでの動学システム

まず 4 章で考えた B レジーム，すなわち貨幣供給の成長率（$\hat{M}$）を μ という一定率に保つケースを検討しよう．このルールのもとでは，(13)は

$$\mu m+\dot{b}=g+(1-\tau)\rho b-\tau f(k)-(n+\pi)b$$

となる．$b/m=\theta$ とし，$\dot{b}=b\,(\hat{B}-\pi-n)$ に注意すれば，(7)と(9)より上の式は次のようになる．

$$\hat{B}=\frac{1}{\theta}\left[\frac{g-\tau f(k)}{m}-\mu\right]+R(c,m)$$

この式を $\dot{\theta}=\theta\,(\hat{B}-\hat{M})$ に代入すると

$$(15)\qquad \dot{\theta}=\frac{g-\tau f(k)}{m}-\mu+\theta[R(c,m)-\mu]$$

が得られる．したがってBレジームのもとにおける動学システムは

$$(16\mathrm{B})\qquad \begin{cases} \dot{k}=f(k)-c-nk-g, \\ \dot{m}=m[\mu-n+(1-\tau)f'(k)-R(c,m)], \\ \dot{c}=V_1(c,m)[n+\beta-(1-\tau)f'(k)]-V_2(c,m) \\ \qquad\cdot m[\mu-n+(1-\tau)f'(k)-R(c,m)], \\ \dot{\theta}=\phi(k,m,c,\theta)-\mu, \end{cases}$$

となる．ただし

$$V_1(c,m)=u_c(c,m)/u_{cc}(c,m)<0,$$

$$V_2(c,m)=u_{cm}(c,m)/u_{cc}(c,m),$$

$$\phi(k,m,c,\theta)=\frac{g-\tau f(k)}{m}+\theta[R(c,m)-\mu].$$

一方，政府が公債の名目残高の変化率を μ の水準に保つ M レジームのもとでは，政府の予算制約式は

$$\dot{m}+\mu b=g+(1-\tau)\rho b-\tau f(k)-(n+\pi)m$$

のようになる．この式より貨幣の成長率は内生的に次のように決まる．

$$\hat{M}=\frac{g-\tau f(k)}{m}+\theta[R(c,m)-\mu]=\phi(k,m,c,\theta)$$

そのため，$\hat{B}=\mu$ に注意すると，M ルールのもとにおける動学システムは以下のようになる．

$$
(16\mathrm{M})\quad \begin{cases} \dot{k}=f(k)-c-nk-g, \\ \dot{m}=m[\phi(k,m,c,\theta)+(1-\tau)f'(k)-R(c,m)-n], \\ \dot{c}=V_1(c,m)[n+\beta-(1-\tau)f'(k)]-V_2(c,m)m \\ \qquad \cdot[\phi(k,m,c,\theta)+(1-\tau)f'(k)-R(c,m)-n], \\ \dot{\theta}=\theta[\mu-\phi(k,m,c,\theta)], \end{cases}
$$

次に，1人当りの実質貨幣残高（m）を一定に保つルール（b レジーム）と，1人当りの実質公債残高（b）を一定に保つルール（m レジーム）について考えよう．b レジームのもとでは m は一定なので政府予算制約は

$$
\dot{b}=g+(1-\tau)\rho b-\tau f(k)-(n+\pi)(b+\bar{m})
$$

となる．$\bar{m}$ は一定である．動学システムはしたがって k, b, c から成り

$$
(17\mathrm{b})\quad \begin{cases} \dot{k}=f(k)-nk-c-g, \\ \dot{b}=g+[(1-\tau)f'(k)-n]b-\tau f(k)-[R(c,\bar{m}) \\ \qquad -(1-\tau)f'(k)+n]\bar{m}, \\ \dot{c}=V_1(c,\bar{m})[n+\beta-(1-\tau)f'(k)]. \end{cases}
$$

のように表される．同様に，m レジームのもとでは b は一定なので，政府予算式は

$$
\dot{m}=g+(1-\tau)\rho\bar{b}-\tau f(k)-(n+\pi)(\bar{b}+m)
$$

となり，動学システムは次のようになる．

$$
(17\mathrm{m})\quad \begin{cases} \dot{k}=f(k)-nk-c, \\ \dot{m}=g+[(1-\tau)f'(k)-n]\bar{b}-\tau f(k)-[R(c,m) \\ \qquad -(1-\tau)f'(k)+n]m, \\ \dot{c}=V_1(c,m)[(n+\beta)-(1-\tau)f'(k)]-V_2(c,m)\{g+[(1-\tau) \\ \qquad \cdot f'(k)-n]\bar{b}-\tau f(k)-[R(c,m)-(1-\tau)f'(k)+n]m\}. \end{cases}
$$

以下におけるわれわれの主要な関心は，以上の4つのシステムがユニークかつ安定な完全予見解を生みだせるか否かという点にある．

6.5.　B レジームと M レジーム

まず B レジームと M レジームの対比から始めよう．容易に確かめられるように，変数 k, m, c, θ が一定に留まる恒常状態はどちらのレジー

ムのもとでも同一になり，以下の4つの条件によって決まる．

(18a)　$c=f(k)-nk-g,$

(18b)　$\mu+\beta=R(c,m),$

(18c)　$(1-\tau)f'(k)=n+\beta,$

(18d)　$\dfrac{g-\tau f(k)}{m}+\beta\theta=\mu.$

一見して分るように，これらの条件は recursive である．まず黄金律条件(18c)により恒常状態における資本・労働比（k）が決まり，そのkのもとで財市場の均衡条件(18a)が1人当り消費（c）を決める．cが決まれば主体均衡条件(18b)より1人当り実質残高（m）が決まる．最後に政府の予算制約(18d)が公債と貨幣残高の比率（θ）を決定する．1人当り資本（したがって1人当り所得）はμとは独立に決まるから，貨幣と公債はともに長期的には実物面に対して中立性を保つ．また(18b)より，もし消費が正常財であり$R_m=(u_{mm}u_c-u_m u_{cm})/u_c^2<0$となれば，貨幣（または公債）の成長率$\mu$の上昇は恒常経路上の$m$を引き下げることがわかる．

さてBレジームに従うシステム(18B)を検討しよう．このシステムを上で与えられた定常点で線形近似をすると，係数行列は次のようになる．(係数の評価に(18a-d)が用いられていることに注意．)

$$J_B=\begin{pmatrix} \dfrac{n\tau+\beta}{1-\tau} & 0 & -1 & 0 \\ (1-\tau)mf'' & -mR_m & -mR_c & 0 \\ -(V_1+V_2m)(1-\tau)f'' & V_2mR_m & V_2mR_c & 0 \\ \dfrac{-\tau f'}{m} & \dfrac{1}{m}[\theta(\beta+mR_m)-\mu] & \theta R_c & \beta \end{pmatrix}$$

この行列の性質を調べる前に，次の部分行列を考えよう．

$$J_B'=\begin{pmatrix} \dfrac{n\tau+\beta}{1-\tau} & 0 & -1 \\ (1-\tau)mf'' & -mR_m & -mR_c \\ -(V_1+V_2m)(1-\tau)f'' & V_2mR_m & V_2mR_c \end{pmatrix}$$

この行列については

(19a)　$\operatorname{trace} J_B'=\dfrac{n\tau+\beta}{1-\tau}+m(V_2R_c-R_m),$

(19b)　$\det J_B' = V_1(1-\tau)mf''R_m$

が成立する．効用関数が強凹であるという仮定により $V_2R_c - R_m > 0$ が成立することに注意すると，消費が正常財（$R_m<0$）であれば，J_B' のトレースは正，行列式の値は負になる．これは J_B' の固有根の和が正，積が負であることを意味するから，J_B' は2つの不安定根とひとつの安定根をもつことがわかる．

もとの J_B の固有根は，J_B' の3根と β であるから，(16B)は定常点の近傍で1次元の安定多様体を含むサドルポイント性をもつ．先に述べたように，横断条件(6a-c)を満たす解を得るためには，所与の先決変数のもとで非先決変数の初期値を安定多様体上において選ばねばならない．このシステムでは，k と θ ($=M/B$) の2つが歴史的に与えられたストック量により決まる先決変数であり，c と p （したがって m）が非先決変数とみなせる.[3] しかし，安定多様体が1次元であれば，一般に所与の $k(0)$ と $\theta(0)$ のもとで c と m の初期値をこの多様体上から選ぶことは不可能である．したがって，貨幣成長率を一定に保つ B レジームのもとでは，安定的な完全予見経路は一般に存在しないことになる．

次に(16M)を分析しよう．(16M)の近似体系の係数行列は次のようである．

$$J_M = \begin{bmatrix} \dfrac{n\tau+\beta}{1-\tau} & 0 & -1 & 0 \\ m(1-\tau)f''-\tau f' & \theta\beta-\mu+(\theta-1)mR_m & (\theta-1)mR_c & m\beta \\ \begin{array}{l}-(V_1+V_2m)(1\\ -\tau)f''+V_2\tau f'\end{array} & \begin{array}{l}-V_2[\theta\beta-\mu\\ +(\theta-1)mR_m]\end{array} & -V_2(\theta-1)mR_c & -V_2m\beta \\ \theta\tau f'/m & -\dfrac{\theta}{m}[\theta(\beta+mR_m)-\mu] & -\theta^2R_c & -\theta\beta \end{bmatrix}$$

第4章で述べたように，モデルが新古典派的かケインズ的であるかのいかんにかかわらず，M レジームと B レジームが同時に安定性をもたらすことはありえない．完全予見のもとでは安定性の定義が異なるが，事情は変わらない．事実，J_M と J_B を比較すると

(20)　$\det J_M = -\dfrac{1}{\theta}\det J_B$

となる．J_Bは上でみたように 3 つの正根と 1 つの負根をもつから det $J_B<0$ であり，したがって det $J_M>0$ である．すなわち J_Mの安定根の数は偶数（0 も含む）である．安定かつ一意な均衡解を見つけるためには，安定根の数は 2 でなければならない．J_Mが 2 つの安定根をもつための十分条件を導くために，J_Mの特性方程式を

(21)　$h(x)=x^4+a_1x^3+a_2x^2+a_3x+a_4,$

と書こう．ただし x は固有根である．この式の係数 a_i と J_Mの要素は次の関係を満たす．

(22a)　$a_1=-\mathrm{trace}\,J_M=\dfrac{\tau n+\beta}{1-\tau}-\mu+(1-\theta)(V_2R_c-R_m)m,$

(22b)　J_M の2次の主座小行列式の和

$$=\left(\frac{\tau n+\beta}{1-\tau}\right)[(R_cV_2-R_m)(1-\theta)m-\mu]-m\theta\beta(V_2R_c-R_m)$$
$$-(V_1+V_2m)(1-\tau)f''+V_2\tau f',$$

(22c)　$a_4=\det J_M.$

もし $a_1<0$（trace $J_M>0$）だとすると，a_4 は正であるから，デカルトの符号律より $a_2<0$ であれば，特性方程式は 2 つの正根をもつ．[4] a_1 と a_2 が共に負になるための十分条件は，たとえば

(23)　$\dfrac{n+\beta}{1-\tau}(=f'(k))>n+\mu$：　$1-\dfrac{\mu}{m(V_2R_c-R_m)}<\theta<1$：

$V_2\leqq 0.$

である．(最後の条件は $u_{cm}\geqq 0$ であれば成立する．) もし(23)が満たされれば，M レジームのもとでユニークかつ安定な完全予見経路が存在する．しかし，(23)はあくまで十分条件だから，M レジームのもとでも解が存在しない（すべての固有根が不安定根)，あるいは一意に決まらない（すべての固有根が安定根）という可能性はもちろん残っている．

第 4 章でも確かめたように，ケインズ的なシステムにおいてボンド・ファイナンスのもとでの不安定が生じ易い主要因は，クラウディング・アウト効果の存在と公債の利払いの累積効果である．それに対し本章で考えて

いる完全な均衡モデルにおいて，ボンド・ファイナンス政策（B レジーム）に困難が生じる原因は，利払いの累積のみによっている．(18b)より恒常状態における消費と実質残高の限界代替率は $\mu+\beta$ に等しい．したがって(15)より，恒常経路の近傍では，θ は

$$\dot{\theta}=(g-\tau f(k))/m-\mu+\beta\theta$$

という動きをする．これは θ 自身に関して不安定なシステムであり，恒常経路の近傍において公債残高と貨幣残高の比が家計の時間選好率（β）に等しい速さで伸びることを示している．そしてこの不安定性が，ユニークな安定解の存在を阻む原因になっている．

それに対し，M レジームのもとにおける θ は

$$\dot{\theta}=\theta[\mu-(g-\tau f(k))/m-\beta\theta]$$

に従う．これは θ について安定であるから，B レジームと異なる結論が得られることがわかる．

6.6.　b レジームと m レジーム

b レジームと m レジームの場合もシステムの定常点は同一になり，次の3式によって与えられる．

(24a)　$f(k)=c+nk+g,$

(24b)　$(1-\tau)f'(k)=n+\beta,$

(24c)　$g-\tau f(k)+\beta b=[R(c,m)-\mu]m$

これもまた recursive な関係になっている．(24b)が k を決定し，この k のもとで(24a)が c を与える．そして b レジームのもとでは m が所与であるから，政府予算式(24c)が b を与え，m レジームのもとでは b が固定されているから(24c)は b の値を決める．

上の恒常条件のもとで，まず(17b)を線形化し定常値で評価すると，係数行列は

$$J_b=\begin{bmatrix} \dfrac{\tau n+\beta}{1-\tau} & 0 & -1 \\ -\tau f'+(b+\bar{m})(1-\tau)f'' & \beta & -R_c\bar{m} \\ -(1-\tau)f''V_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

となる．この行列は

(25a)　$\text{trace } J_b = \dfrac{\tau n + \beta}{1-\tau} + \beta > 0$

(25b)　$\det J_m = -\beta(1-\tau) f'' V_1 < 0$

を満足する．したがって，J_b はひとつの安定根と二つの不安定根をもつことになり，所与の $k(0)$ のもとで1次元の安定多様体に乗るように $c(0)$ と $p(0)$（したがって $m(0)$）を選べる．つまり，b レジームのもとでは恒常経路へ収束する安定かつユニークな完全予見経路が存在する．

b レジームのもとでの動学システムの構造は B レジームのもとにおけるものと基本的には同じである．しかし b レジームでは実質残高が固定されシステムは3次元になるため，4次元の B レジーム・システムにおける解の非存在の問題は生じない．

次に(17m)を定常点で近似すると係数行列は下のようになる．

$$J_m = \begin{pmatrix} \dfrac{\tau n + \beta}{1-\tau} & 0 & -1 \\ -\tau f' + (\bar{b}+m)(1-\tau) f'' & \beta - R - mR_m & -mR_c \\ \begin{array}{l} -V_2[(\bar{b}+m)(1-\tau)f'' - \tau f'] \\ -(1-\tau) f'' V_1 \end{array} & \begin{array}{l} -V_2[R-\beta \\ -mR_m] \end{array} & V_2 m R_c \end{pmatrix}$$

この行列のトレースと行列式の値は

(26a)　$\text{trace } J_m = \dfrac{\tau n + \beta}{1-\tau} + \beta + m(V_2 R_c - R_m) - R,$

(26b)　$\det J_m = -V_1 f''(1-\tau)(\beta - R - mR_m)$

である．したがって，2つの不安定根とひとつの安定根をもつための十分条件は

(27)　$\beta > R + mR_m$：　$R_c \geqq 0$

2番目の条件は $u_{cm} \geqq 0$ であれば成立する．恒常状態において $R = n + \beta + \pi$ が成立することに注意すれば，(27)の第1式は $-(mR_m + n) > \pi$ に等しい．つまり安定かつユニークな解が存在するには，インフレ率（π）はある上限内にあることが十分である．もし $-(mR_m + n) < \pi$ であれば，

$\det J_m > 0$となる．この場合には，mレジームのもとでは解が存在しない（すべての固有根が不安定根になる）か，あるいは解が一意に存在しない（2つの安定根と1つの不安定根をもつ）のいずれかになる．

Turnovsky (1978) はケインズ型成長モデルにおいてbレジームとmレジームを比較している．そこでの結論は，いずれの場合も安定性はモデルが含む関数の形状やパラメタの大きさに依存し一意には決まらない．シドラウスキー型の完全予見モデルの場合には，以上のように，mレジームでは結果は一意に決まらないが，bレジームのもとではサドルポイントの意味での安定性が成立する．

6.7.　お　わ　り　に

Brock and Turnovsky (1981) が仮定したように，もし政府が1人当りの実質税収をコントロールし財政収支を常にバランスさせるとすれば，政府予算制約はシステムの運動には直接かかわらなくなる．そのため，政府が貨幣成長率と1人当りの公債を一定に保つ（あるいは公債は存在せず，純粋なタックス・ファイナンスを行なう）とすると，動学的システムは次のようになる．

$$\dot{k} = f(k) - c - g - nk,$$

$$\dot{m} = m[\mu - n - R(c, m) + (1-\tau)f'(k)],$$

$$\dot{c} = V_1(c, m)[n + \beta - (1-\tau)f'(k)] - V_2(c, m)m[\mu - n - R(c, m) + (1-\tau)f'(k)].$$

このシステムはCalvo (1979) やFischer (1979) が分析したシステムと本質的に同一であり，この体系を定常点で近似したときの係数行列は，6.4節で示した行列J'_Bと全く同じである．したがって，貨幣供給の成長率が一定に保たれれば，一般にユニークな安定解が存在する．完全予見モデルの大半は，このケースに議論を限り，政策変更の効果を分析するというものである.[5]

しかし本章で示したように，貨幣成長率を固定するルールをひとたびはなれると，さまざまな結果が生じえる．有意味な完全予見経路は存在しな

いかもしれないし，一意に決まらないかもしれない．しかもそれらの結果が生じる可能性は，貨幣供給政策を特定のタイプに限らない場合には非常に大きくなる．その意味で，完全予見モデルにとって都合の良い特定のケースにのみ注目し，そのわく組の中だけで金融・財政政策の効果を論じるということは片手落ちというべきであろう．

本章では，代替的な政府の貨幣供給政策のもとで，シドラウスキー型の完全予見モデルのワーキングがどうなるかを調べた．ただし，完全予見のもとでの安定性についての通常の仮定をそのまま受け入れ，その仮定の意味は深く問わなかった．また，解が非一意になる原因や，そのときに生じる困難の意味についても触れていない．そこで次章では，完全予見を仮定する動学モデルがもつ理論上の問題点について，本章と同じフレームワークを用いてより詳しく検討することにしよう．

第6章　注

1）この点についての一般的な議論は，Laitner（1982），Burmeister（1984），Buiter（1982）などを参照．

2）完全予見最適化モデルで代替的な貨幣供給ルールを考察している研究としては，Calvo（1979, 1985），Liviatan（1982），Turnovsky and Brock（1980）などをあげることができる．ただしこれらの研究では資本蓄積が排除され，公債を貨幣のみから成る2資産モデルが分析されている．

3）Turnovsky and Brock（1980）が仮定するように，もし政府が瞬間的な公開市場操作を行い，θ の初期値を自由に選ぶことができるとすれば，B レジームのもとでもユニークな安定解は見つかる．なぜなら，この場合には$(c,\ m,\ \theta)$の初期値が非先決変数であるから，1次元の安定多様体があれば一般に解は存在するからである．しかし，市場の調整のみでは θ の値を m とは独立に自由に変えることはできないから，政府の行動に積極性をもたせていないわれわれのモデルでは一般に完全予見解は存在しない．

4）デカルトの符号律は次の通りである．実数係数をもつ n 次の多項式 $\sum_{i=0}^{n} a_i x^{n-i}=0$ は，もし $a_0,\ a_1,\ \cdots,\ a_n$ が符号を r 回変えれば $r\ (\leqq n)$ 個または $r-2$ 個の正根をもつ．

われわれの場合には，a_i の符号のパターンは，(23)が成立すると$(a_0,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4)=(+,\ -,\ -,\ ?,\ +)$ となる．これは a_3 の符号のいかんにかかわらず a_i は2回符号を変えることを意味するから，$k(x)$は2つの正根をもつか，あるいはひとつも正根をもたないかのいずれかである．しかし $a_1=-(4$ 根の和$)=-\mathrm{trace}\,J_M$

＜0 であるから，$k(x)$は２つの正根をもつ．

5）ただし第７章で指摘するように，資本ストックが変化しない短期のモデルの場合には，たとえ貨幣成長率が固定されていても解が一意にならないことがありえる．

第7章　完全予見モデルの諸問題

7.1. はじめに

前章で論じたように，完全予見を仮定する場合の安定性は，サドルポイントの意味での安定性を意味している．このような安定性概念の変更は，Sargent and Wallace (1973) によって最初に提唱され，それ以後，完全予見や合理的期待を仮定する動学モデルを分析する際の標準的な手法になっている．まず経済の動きを集約した動学モデルに含まれる変数を，瞬時的なジャンプの許されない先決変数（backward-looking variables）と許される非先決変数（forward-looking variables）に区別する．前者は，ストック変数のように初期値が歴史的に与えられる変数であり，後者は価格や利子率のように，それらの完全な伸縮性を仮定する限り，値が瞬時的に不連続な変化を示せる変数である．そして，サドルポイント性を示すシステムがもつ安定多様体の次元が，ジャンプできない変数の数と一致すれば，ジャンプできる変数の初期値を適当に選ぶことにより，システムを安定多様体上に乗せることができると仮定する．このとき，定常点へ収束する完全予見経路が一意に存在する.[1]

このような分析方法に対しては，もちろんさまざまな批判が行われてきた．完全予見は合理的期待モデルから不確実性と情報の不完全性を取り去ったときの期待仮説であるから，通常の合理的期待仮説よりはるかに強い仮定であり，あまりにも現実と離れた考えだ，というのが理論の現実性を重んじる立場からの中心的な批判である．しかし，理論的な分析を行なうときに極端な仮定を置くことは必ずしも不適切とはいえないから，この種の批判は無視される可能性が高い．ただし，この現実性の欠除という問題を別にしても完全予見モデルには理論上無視できないいくつかの問題が存在し，それらに対する説得的な解決案は得られていない．完全予見や合理

的期待仮説の積極的な支持者たちは，それらの理論的問題を過少評価する傾向があるが，それらは決して小さな問題ではない．

第一の問題は，安定多様体上へ経済システムを乗せるメカニズムが何なのかが不明確だという点である．完全予見モデルでは，恒常状態にある経済がショックを受け，恒常点が移動すれば，ジャンプできる変数（たとえば価格）の値を瞬時に選び直し，新しい安定多様体にシステムを乗せるメカニズムの存在が仮定される．すべての財に完全な将来市場が存在すると仮定しない限り，市場システムがそのような調整を自動的に実行するとは考え難い．しかし，このような調整メカニズムの実体に関して，納得できる仮説は存在しないのである．[2)]

第二の問題は，なぜ安定多様体上の経路（恒常点へ収束する経路）のみを完全予見均衡解としなければならないのかという点である．発散する解（いわゆるバブル解）を先験的に除いてもよいという理論的根拠が，常に存在する保証はない．

第三の問題は，解の一意性の問題である．先に述べたように，安定多様体の次元がジャンプできない変数の数と一致すれば一意な安定解が得られる．しかし，前者が後者よりも小さければ一般に安定解は存在せず，逆の場合には解は一意に定まらなくなる．解の存在しないケースは一応考慮外におくとしても，解が一意でないケースは問題である．この場合には，恒常点へ収束する経路は無数に存在し，ジャンプできる変数の初期値は決められなくなる．完全予見ということは，経済の進む経路を初期時点において経済主体が完全に知っているということだから，経路が無数に存在し，どれが実際に選ばれるのかがわからなければ，完全予見の定義と矛盾してしまう．しかし，無数に存在する解の中からどれを選択するかという基準は現在のところ考案されていないから，完全予見モデルを意味のあるものにするためには，一意に均衡経路が定まるケースに議論を限らざるをえない．

本章では，以上の諸問題のうち，第二と第三の問題を検討する．まず安定な解のみに注目する理由については，一般に支持されている考えが必ず

しも十分なものではないことを論じる．次に一意性の問題については，一意な解をもつモデルを少しだけ変えれば，一意性は簡単に失われてしまうことを明らかにする．ユニークな完全予見均衡をもつモデルの robustness は一般に考えられているほど強いものではないのである．本章の目的は，安定な一意解のみをもつモデルをとりあげ，それ以外のケースを単なる anomaly として無視することは，理論的に極めて不十分な分析態度であることを示すことである．

7.2. バブル解の排除——非最適化モデルの場合——

本節では上で述べた完全予見モデルの分析方法を，最も簡単なケーガン型のモデルを用いて説明しよう．Cagan (1956) のモデルは，貨幣の需給一致条件のみから価格の動きを描写しようとする目的をもっている．離散型の対数線形モデルは

（1） $m_t - p_t = \alpha ({}_t p_{t+1}^e - p_t)$ ： $\alpha = \text{const.} < 0$

である．ただし m_t は名目貨幣供給，p_t は価格水準，${}_t p_{t+1}^e$ は t 期に予想された $t+1$ 期の価格である．(1)の右辺は貨幣需要が期待インフレ率 $({}_t p_{t+1}^e - p_t)$ の減少関数であることを表している．

まず適応期待の場合を考えよう．${}_t p_{t+1}^e$ が

（2） ${}_t p_{t+1}^e = p_t + \gamma (p_t - p_{t-1})$，$\gamma > 0$

に従って決まるとすると，(1)と(2)から

$$m_t - p_t = \alpha\gamma p_t - \alpha\gamma p_{t-1}$$

となる．この定差方程式の一般解は，

$|\alpha\gamma/(\alpha\gamma+1)| < 1$ を仮定すれば

（3） $p_t = \dfrac{1}{1+\gamma\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} \left(\dfrac{\alpha\gamma}{1+\alpha\gamma} \right)^j m_{t-j} + c \left(\dfrac{\alpha\gamma}{1+\alpha\gamma} \right)^t$

である．(ただし c は任意定数)．したがって，たとえば，貨幣供給が一定に保たれ，$m_t = \bar{m}$ であれば，$\lim_{t \to \infty} p_t = \bar{m}$ となり，価格は一定値に収束する．すなわち，適応期待を仮定したケーガン・モデルの安定条件は，$m_t = \bar{m}$ のとき（あるいは $\sum_{j=0}^{\infty} (\frac{\alpha\gamma}{1+\alpha\gamma})^j m_{t-j}$ が収束するとき）には，同次解の

部分（$c(\alpha\gamma/1+\alpha\gamma)^t$）が収束するための条件である$|\alpha\gamma/(1+\alpha\gamma)|<1$に他ならない．

次に適応期待にかえて完全予見を仮定しよう．すなわち，任意の$t \geqq 0$について

（４）　${}_tp^e_{t+h}=p_{t+h}$；$\forall h \geqq 1$

であるとする．このとき，モデルは

（５）　$m_t-p_t=\alpha p_{t+1}-\alpha p_t$

となる．これを

（５′）　$p_t=\dfrac{\alpha}{\alpha-1}p_{t+1}-\dfrac{m_t}{\alpha-1}$

と表し，“forward-looking solution”を求めると次のようになる．

（６）　$p_t=\dfrac{1}{1-\alpha}\sum_{j=0}^{\infty}\left(\dfrac{\alpha}{\alpha-1}\right)^j m_{t+j}+c\left(\dfrac{\alpha-1}{\alpha}\right)^t$

ただしcは任意定数である．すなわち，t期の価格はt期以降の貨幣供給の流列に依存して決まる．$\alpha<0$より$0<\alpha/(\alpha-1)<1$だから，貨幣供給が毎期固定されたままに留まるという予想のもとでは，$\sum_{j=0}^{\infty}[\alpha/(\alpha-1)]^j \cdot m_{t+j}$は収束し，(６)は

（７）　$p_t=\bar{m}+c\left(\dfrac{\alpha-1}{\alpha}\right)^t$

となる．しかし$\alpha-1/\alpha>1$だから，$c=0$と置かない限り，価格は時間とともに±∞に近づいていく．

完全予見を仮定するモデルでは，先に述べたように，$c=0$と置くことによって発散解を排除するという方法がとられる．したがって，この例の場合は，$p_t=\bar{m}$となり価格は常に一定である．もし貨幣供給がt'時点において予期せざる変化をして$\bar{m}'$になれば，その時点で価格は$p_{t'}=\bar{m}'$へとジャンプをする．つまり，この例の場合には，定常点そのものがユニークな完全予見均衡なのである．

前節で触れた通り，上のような考えかたはSargent and Wallace（1973）によって提唱され，その後一般に受け入れられるようになった．なお不確

実性を明示的に含む合理的期待モデルにおいても方法は全く同じである．すなわち，(5′)に対応する確率定差方程式の forward-looking solution からバブル解を排除できるように，同次解に含まれる任意定数（したがって価格の期待値の初期値）が選べるとき，合理的期待均衡が一意に存在すると考えるのである.[3]

7.3. バブル解の排除――最適化モデルの場合――

前節のケーガン・モデルのような descriptive なモデルでは，経済主体の行動原理が明示されていないので，なぜ発散解を排除する必要があるのかははっきりしない．不安定な解経路を経済がたどれば，やがては価格はゼロまたは無限大に近づくとはいえ，各時点で市場は均衡し，期待は常に実現しているわけだから，経済主体にとって発散経路を避けねばならない積極的な理由は存在しない．あえて言えば，価格がゼロや無限大になれば経済システムの運行に不都合が生じることを完全予見能力をもつ経済主体が認識し，不安定解が排除されるというのが理由づけになるかもしれない．しかしこれは，説得力のある説明とは言い難い．

この問題に対する答えとして最も広く支持されているのは，経済主体の明示的な最適化行動に基づくモデルを設定し，発散解が最適化の条件（の一部）と矛盾することを示すという方法である．つまり発散経路が経済主体にとって最適な解でなければ，それらを無視してもよいと考えるのである．この立場は，Sidrauski (1967) のモデルに完全予見の仮定を導入した Brock (1974, 1975) によって提唱された．

Brock (1974, 1975) の議論は，前章のモデルを簡単にしたものを用いて説明できる．代表的家計の目的は前章と同様に

$$(8)\quad \int_0^\infty e^{-\beta t}[x(c_t)+v(m_t)]\,dt$$

$$x'>0,\quad v'>0,\quad x''<0,\quad v''<0,$$

$$\lim_{c\to\infty} x'(c_t)=0,\quad \lim_{m\to\infty} v'(m_t)=0$$

を最大にすることである．ただしここでは簡単のために効用関数は消費(c_t)と実質残高（m_t）について加法分離可能であるとしている．いま資本蓄積や人口成長はなく，１人当りの完全雇用所得（y）が一定であるとすれば，家計の予算制約は次のようになる．

（９）　$\dot{m}_t = y + h_t - \pi_t m_t - c_t$

ただし，h_t は１人当りの政府の移転支出，π_t はインフレ率である．(９)の制約のもとで(８)を最大にすると，最適化の条件は(10)－(13)で与えられる．

(10)　$x'(c_t) = q_t$

(11)　$\dot{q}_t = (\beta + \pi_t) q_t - v'(m_t)$

(12)　$\dot{m}_t = y + h_t - \pi_t m_t - c_t$

(13)　$\lim_{t \to \infty} e^{-\beta t} m_t q_t = 0$

ただし，q_t は m_t の implicit price である．

家計への移転支出はすべて新規の貨幣増発によってまかなわれ，その他の政府の収入と支出はないとすると，政府の予算制約は

(14)　$h_t = \mu_t m_t$

である．ここで μ は貨幣成長率を示す．これと m の定義式から導かれる

(15)　$\dot{m}_t = m_t(\mu_t - \pi_t)$

を家計の予算制約(９)へ代入すると，財市場の均衡条件

(16)　$y = c_t$

を得る．したがって均衡において c_t は一定である．そのため(10)より q_t も一定であり，(11)よりインフレ率（π_t）は

(17)　$\pi_t = \beta - \dfrac{v'(m_t)}{x'(y)}$

のように決まる．その結果 m_t の動きは(15)と(17)から次のようになることがわかる．

(18)　$\dot{m}_t = m_t[\beta + \mu - \dfrac{v'(m_t)}{x'(y)}]$

すなわち，完全予見均衡において，実質残高は，割引率（β）と貨幣成長

率（μ）の和と，実質残高と消費の限界代替率（$v'(m_t)/x'(y)$）との差に応じて変化をする．

(18)より，実質残高が一定に留まる恒常状態が実現するのは

$$\bar{m}[\beta+\mu-v'(\bar{m})/x'(y)]=0$$

となるときである．ただし $\bar{m}$ は恒常状態における m_t の値を示す．ここで $\bar{m}\neq 0$ とし，$v(m_t)$が強凹であるとすると，$\beta+\mu=v'(\bar{m})/x'(y)$となる $\bar{m}$ は一意に定まる．

以上の仮定のもとで，(18)の位相図は図 7.1 のように描ける．$v''(m_t)<0$ であれば，$m_t=\bar{m}$ においてグラフは右上りになるから，$\bar{m}$ となる点

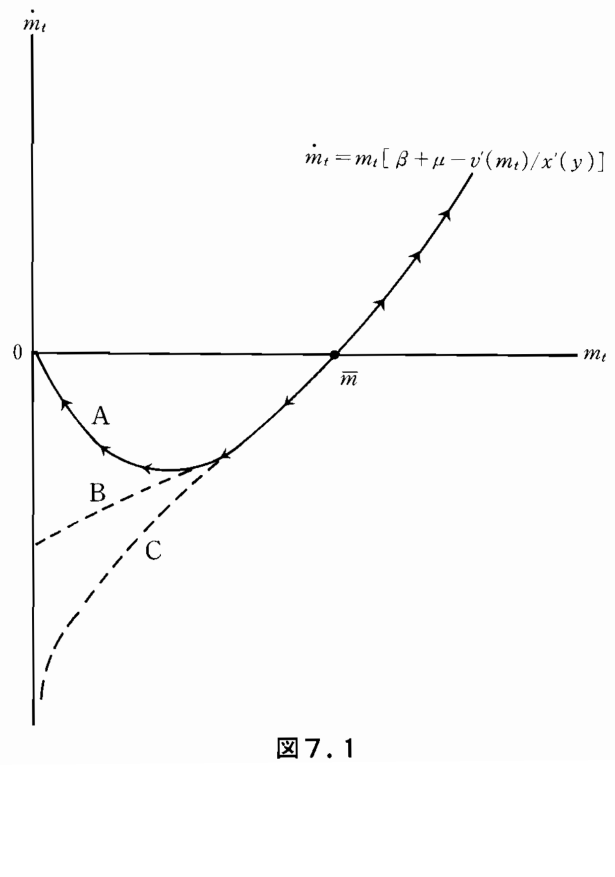


図7.1

は，通常の意味で不安定である．そこで，もし不安定解を排除できるとすれば，経済は常に $\bar{m}$ という点に位置せねばならず，この恒常点のみが完全予見均衡になる．これはシステムが1次元の場合のサドルポイント性に他ならない．この点においては

$$\bar{m}=M_0e^{\mu t}/p_t$$

が成立するから，価格も μ の率で成長する．もし t 時点で予期せざる μ の変化があって μ' に変わり，$\bar{m}$ が $\bar{m}'$ に変化すれば，価格がその時点で p_t から p_t' へジャンプし

$$\bar{m}'=M_0e^{\mu' t}/p_t'$$

を維持する．この式を満たす p_t' はユニークに決まるから，均衡経路は一意である．

しかし，なぜ $m_t\to\infty$ あるいは $m_t\to 0$ となる発散解を考慮しなくてもよいのだろう．このうち，$m_t\to\infty$ となる解，すなわち価格がゼロに収束するハイパーデフレの経路は，家計の問題の横断条件(13)を破ることが Gray (1984) などによって明らかにされた．

この結果を説明する前に，われわれの問題における横断条件(13)の意味を確認しておこう．まず最大値関数を次のように定めよう．

$$(19)\quad V(m_t, t)\equiv\max_{c_t}\left\{\int_0^\infty[x(c_t)+v(m_t)]e^{-\beta t}dt\ ;\ s.t.(9)\right\}$$

$V(\cdot)$ が m_t について微分可能であると仮定すれば，（動学的な）包絡線定理より

$$(20)\quad V_m(m_t, t)=e^{-\beta t}q_t$$

が得られる．最適経路上で c_t は一定であるから，$v(m_t)$ が強凹であれば，$V(\cdot)$ も m_t について強凹である．そのため

$$(21)\quad V(m_t, t)-V(m_t/2, t)\geqq\frac{1}{2}m_tV_m(m_t, t)$$

が成り立つが，(20)より上式の右辺は $\frac{1}{2}e^{-\beta t}q_tm_t$ に等しい．最適問題が実行可能であれば，$V(\cdot)$ の定義より $\lim_{t\to\infty}V(m_t,\ t)=\lim_{t\to\infty}V(m_t/2,\ t)=0$ でなければならない．したがって(21)より

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\beta t} q_t m_t = 0$$

が成立し，(13)が得られる．すなわち，われわれの問題に関する限り，問題が feasible であれば，横断条件(13)が満たされねばならないのである．

さてもし経済がハイパーデフレ経路をたどり $\lim_{t\to\infty} m_t = +\infty$ になったとすると，仮定より $v(m_t)$ はゼロに収束する．そのため

$$\lim_{t\to\infty}(\dot{m}_t/m_t) = \beta + \mu$$

となるが，q_t は一定であるから，これは $\lim_{t\to\infty} e^{-\beta t} m_t q_t = \mu$ を意味し，$\mu >$ 0 のときには(13)に反する．したがって，貨幣成長率が正である限りハイパーデフレの経路は家計の最適化行動とは両立しない．

ではハイパーインフレ，すなわち $\lim_{t\to\infty} m_t = 0$ のケースはどうだろうか．この場合には(13)は明らかに満足されるから，横断条件に訴えてこの解を排除するわけにはいかない．

図 7.1 が示すように，$m_t \to 0$ のとき，(18)のグラフは，次の三つのうちのどれかになる．

$$\text{A}:\ \lim_{m_t\to 0}(-m_t v'(m_t)) = 0$$

$$\text{B}:\ -\infty < \lim_{m_t\to 0}(-m_t v'(m_t)) < 0$$

$$\text{C}:\ \lim_{m_t\to 0}(-m_t v'(m_t)) = -\infty$$

このうち，BとCのケースについては，Obstfeld and Rogoff (1986) が示した次のような理由で排除が可能である．BまたはCの場合には，$\lim_{m\to 0} v'(m_t)\, m_t > 0$ となる．いま仮に $\lim_{m\to 0} v'(m)\, m > 0$ かつ $\lim_{m\to 0} v(m) = -a > -\infty\,(a > 0)$ であるとしよう．$\lim_{m\to 0} v'(m)\, m > 0$ より，ある m^* (>0) のもとで $m < m^*$ となる任意の m に対し，$mv'(m) > b > 0$ となるような b が存在する．$v(m)$ は強凹であるから，$m < m^*$ を満たす任意の m について

$$v(m) - \lim_{m\to 0} v'(m)\, m = v(m) + a > mv'(m) > b$$

が成立する．すなわち

$$v(m) > b - a\ ;\ \forall m \leqq m^*$$

である．しかし $b>0$ だから，これは $\lim_{m\to 0} v(m) = -a$ の仮定に矛盾する．したがって，もし $\lim_{m\to 0} v'(m)\ m > 0$ であれば

$$(21)\quad \lim_{m\to 0} v(m) = -\infty$$

でなければならない．

(21)という条件は，貨幣を保有しなくなれば消費者の効用はマイナス無限大になることを意味するから，消費（c_t）の水準のいかんにかかわらず，貨幣を保有することが消費者の厚生にとって決定的であることになる．しかし，これはいかに貨幣の重要性を強調する論者であっても認め難い強い仮定である．

こうして，極端な仮定をしない限り，(18)のグラフは図 7.1 のAで示されたようなものになる．しかしこのAのケースを排除する手だては，少なくとも今までの前提のもとでは存在しない．このケースは，横断条件ともちろん矛盾しないし，BやCのような消費者の効用についての強い制約も必要としない．したがって，$m_t \to 0$ となるハイパーインフレの経路も完全予見均衡として意味のある経路である．先にみたように，もし恒常経路のみが意味のある完全予見均衡であれば，各時点において価格（p_t）は一意に定まる．しかしハイパーインフレ経路も完全予見均衡になりえるとすれば，m_t の初期値が $\bar{m}$ よりも小さい経路はすべて均衡経路となり，価格の初期値も一意に決まらなくなる．また，恒常点に留まるか，あるいはハイパーインフレの道をたどるかのいずれになるかも，一意に決まらない．どちらの場合も市場の均衡条件，予想の実現，そして家計の最適化条件のすべてを各時点において満足する意味のある経路だからである．

このように完全予見経路が一意に決まらないとすると，概念上の困難が生じるのはあきらかである．完全予見とは，初期において経済のたどる経路が完全にわかっていることである．したがって，たどりえる経路が二つ以上あり，しかもそれらのうちどれを選ぶべきかという基準が存在しなけ

れば，経済はこのような経路をたどると人びとが予想するからその経路が実現するのだと考えない限り，均衡経路は確定しない．しかし，これは完全予見という概念を abuse しているというべきであろう．

現在のところ，完全予見（あるいは合理的期待）を仮定する動学モデルにおいて生じえる均衡の非一意性の問題については，納得できる解決策は見出されていない．上の簡単な例でもわかるように，経済主体の最適化行動を明示しても，解の非一意性を排除できるとは限らない．

ただし，合理的期待仮説を積極的に支持する論者たちは，この問題をそれほど重視していないようである．非一意性が生じえることは事実だとしても，それらは通常は無視できるような anomaly に過ぎないと彼らは考えているようにみえる．たとえば先の例では，モデルを一般化し，資本蓄積を内生化すれば，$m_t \to 0$ となる解を排除できることがわかっているから，それほど重大な問題ではないというのである．しかし，もしモデルを少し変えることによって，サドルポイント・システムが含む安定多様体の次元が上昇してしまうとどうなるだろう．そのときには，発散解を無視したとしても，恒常点へ収束する完全予見経路そのものが，所与の初期条件のもとで一意に決まらなくなってしまう．もし経済主体の最適化行動を明示化しても，そのような状況が簡単に生じるのであれば，非一意性の問題を単なる anomaly として片づけてしまうのは，性急な誤った判断だということになる．以下では，今まで用いてきたモデルにおいて，政府の貨幣供給態度についての仮定を少し変えれば，恒常点へ収束する経路の非一意性が簡単に生じえることをあきらかにしよう．

7.4.　内生的貨幣供給と安定解の非一意性

前節で論じた発散解ではなく，定常点に収束する安定な完全予見解が非一意になる例は，既に幾人かの研究者により指摘されている．たとえば，Black (1974) はケーガン型の非最適化モデルを用いて，貨幣供給の成長率がインフレ率にフィードバックして調整される場合には，定常点に収束する完全予見解が無数に存在する場合があることをあきらかにした．また

Calvo (1979a, 1985) は、シドラウスキー型の完全予見モデルにおいて，貨幣供給が内生化されたときには安定解の非一意性が生じえることに言及している．前章で分析したわれわれのモデルにおいても，マネー・ファイナンス（M レジーム）のケースでは，特に非一意性の可能性が高かった．ただし，これらの研究では，内生的貨幣供給がなぜ解の非一意性をもたらすのかという理由については詳しく検討されていない.[4] 本節以下では，今まで用いてきたフレームワークの中で，この問題をより深く分析する．

本節では，前節と同様に資本蓄積を含まない短期モデルに内生的貨幣供給を導入するが，家計の効用関数は必ずしも分離可能ではないとしよう．すなわち，代表的家計は

(22)　$\int_0^\infty e^{-\beta t} u(c_t, m_t)\,dt$

を予算制約(9)のもとで最大にする．ただし第6章で仮定したように，効用関数 $u(\cdot)$ は強凹かつ $u_c>0$, $u_m>0$ であり，消費は正常財（$R(c_t, m_t)=u_m/u_c$ とするとき $R_m<0$）であるとする．y_t が一定の短期において，最適化の必要条件は，q_t を m_t の implicit price とすれば

(23)　$q_t=u_c(c_t,\ m_t)$

(24)　$\dot{q}_t=(\beta+\pi_t)q_t-u_m(c_t, m_t)$

と横断条件 $\lim_{t\to\infty} e^{-\beta t}q_t m_t=0$ である．

以下では Black (1974) に従い，名目貨幣供給(M^s)は

(25)　$\dot{M}_t^s=M_t^s(\mu+\lambda\pi_t)$

に従って変化すると仮定しよう．ここで μ と λ は所与のパラメータである．すなわち，貨幣成長率は固定部分(μ)とインフレ率にフィードバックして調整される変動部分（$\lambda\pi_t$）とから成る．このとき，実質貨幣供給の変化は

(26)　$\dot{m}_t^s=m_t^s[\mu+(\lambda-1)\pi_t]$；　$m_t^s=M_t^s/p_t$

となり，政府予算制約は $h_t=m_t^s(\mu+\lambda\pi_t)$ である．先と同様に，貨幣と財の需給一致条件はそれぞれ

(27)　$m_t=m_t^s$,　$c_t=y$（＝所与）；$\forall t\geqq 0$

である．

(23)の両辺を時間で微分し，(24)と(27)を用いれば

(28) $\eta_t\dot{m}_t = m_t[\beta+\pi_t - R(c_t, m_t)]$；$\eta_t = u_{cm}(c_t, m_t)m_t/u_c(m_t, c_t)$

を得る．$\lambda\neq1$ かつ $\eta_t\neq1/(\lambda-1)$ を仮定して，(27)を考慮しつつ(26)と(28)を結合すると

(29) $$\dot{m}_t = \frac{\lambda-1}{\eta_t(\lambda-1)-1}m_t\left[\beta-\frac{\mu}{\lambda-1}-R(y, m_t)\right]$$

が導ける．この式は，われわれのモデルにおける完全予見競争均衡のふるまいを集約している．消費が正常財だと仮定しているから，$\beta-\mu/(\lambda-1)>0$ であれば，(29)は

$$R(y, \bar{m}) = \beta-\mu/(\lambda-1)$$

となる定常解 $m_t=\bar{m}$ をひとつだけもつ．$\bar{m}$ が実現するとき経済は恒常状態にあるが，この状態に収束するユニークな安定解が局所的に存在するための必要十分条件は $\partial(\dot{m}_t/m_t)/\partial m_t|_{m_t=\bar{m}}>0$ である．この条件は

(30) $\bar{\eta}>1/(\lambda-1)$

と表せる．ただし $\bar{\eta}$ は η_t を定常点で評価した値である．条件(30)が満たされなければ，恒常状態に向かう安定な経路は無数に存在する．これらの非ユニークな安定解は家計の最適化条件(23)と(24)だけでなく，横断条件 $(\lim_{t\to\infty} e^{-\beta t}q_t m_t=0)$ もあきらかに満足している．したがって，(30)が成立しないときに生じる非ユニークな解を排除する根拠は少なくともモデルの内部には存在しない．

Black (1974) はケーガン型の非最適化モデルの完全予見解が一意性を失うのは $\lambda>1$ のときであることを指摘した．(30)が示すように，Black の条件は $\bar{\eta}=0$ のケースに対応している．Black (1974) が仮定している semi-log 型の貨幣需要関数は，家計の効用関数がある特定の分離型であれば，最適化条件から導出できることがわかっているから（たとえば Kingston (1982)），われわれの条件は彼の結果を特殊ケースとして含んでいる．他方 Obstfeld (1984) は，貨幣成長率が一定であっても，家計の効用関数が，実質残高に対する限界効用の弾力性(η_t)が-1より小さいという性質

をもてば，解の一意性が失われることを証明した．Obstfeld (1984) の前提は $\lambda=0$ と置くことに等しいから，(30)は彼の結果も特殊ケースとして包含している．

条件(30)の経済的意味は次のように考えることができる．(23)と(24)より

(31)　$R(c_t, m_t)=\beta+\pi_t-\dot{q}_t/q_t$

を得る．この条件は，消費と実質残高の限界代替率が貨幣保有の機会費用に等しいことを示している．消費は正常財と仮定されているから，貨幣保有がもたらす限界便益の期待変化率 $\dot{q}_t/q_t$ と貨幣の減価率（インフレ率）π_t との差が拡大すれば，家計の貨幣保有は相対的に減少し，消費が相対的に増大する．π_t と $\dot{q}_t/q_t$ との関係は(24)，(26)および(28)から次のようになる．

(32)　$\dot{q}_t/q_t=\bar{\eta}(\lambda-1)\pi_t+\bar{\eta}\mu$

パラメータ λ の役割に注目するため，まず効用関数が加法分離型の場合（$\eta_t=0$ のケース）を考えよう．この場合には，均衡経路上において家計の貨幣需要は q_t には反応せず，また q_t は(32)からわかるように変化をしない．したがって，(21)よりインフレ率の上昇は直接実質貨幣需要を低下させる．以上のことを考慮したうえで，初期に恒常状態にある経済において，小さな外生的ショックが生じインフレ率が上方へ少しジャンプしたとしよう．もし $\lambda>1$ であれば，(26)よりインフレ率の上昇は実質貨幣供給の増大をまねく．このとき貨幣の需給一致を保証するように実質貨幣需要が上昇しなければならないから，実質残高と消費の限界代替率(R)は下落する．しかし最適化条件(21)が示すように，R が低下するためにはインフレ率が下がらなければならない．

さて完全予見競争均衡は次の三つの条件を満たさねばならないことを思い出そう．(i)家計の最適化の必要条件と矛盾しないこと．(ii)すべての市場が均衡すること．(iii)横断条件が満たされること．それゆえ，経済が条件(i)と(ii)を満足すれば，われわれの仮定のもとでは，初期の撹乱の後にインフレ率は下がらねばならない．これは，われわれのシステムが自己

安定的な性質をもっており，そのため条件(iii)も自動的に満たされることを意味している．言いかえれば，任意の価格水準（したがって実質残高）の初期値に対し，恒常状態へ収束する均衡経路を見つけることができる．つまり，経済は通常の意味で安定であり，完全予見競争均衡の条件をすべて満たす経路は無数に存在し，その中のどれを選ぶかという基準が与えられない限り，非決定性の困難が生じるのである．

逆に，もし $\lambda<1$ であれば，初期におけるインフレ率の上昇は実質貨幣供給を引き下げる．したがって，貨幣の需給一致を維持するように限界代替率(R)は上昇し，そのためインフレ率はさらに増大し，実質貨幣供給はさらに減少する．しかしこの状態が持続すれば横断条件が満たされなくなる．（ただし，バブル解の可能性はここでは無視する．）このようなハイパーインフレによる不安定性を避けるためには，インフレ率は恒常状態（$m_t=\bar{m}$）と整合する水準に戻らねばならない．すなわちこの場合には，条件(i)(ii)(iii)を同時に満たす均衡は，仮定により一意に与えられる恒常経路そのものに他ならず，均衡解はユニークに定まる．

効用関数が加法分離性をもたないときには，(32)からわかるように，実質残高の implicit price （q_t）の変化はインフレ率と直接関係する．今までと同様に，初期に恒常状態にある経済においてインフレ率の上方への小さいジャンプが起ったとしよう．もし $\lambda>1$ であれば，インフレ率の上昇は実質貨幣供給を増やし，π_t と $\dot{q}_t/q_t$ の乖離は拡大する．(32)より，(30)が成立しないときには，初期の撹乱によって生じた $\dot{q}_t/q_t$ の変化の絶対値はインフレ率の初期の上昇分よりも小さい．そのため $\pi_t-\dot{q}_t/q_t$ は増大し，インフレ率が下がらない限り(32)は成立しなくなる．この場合もしたがってシステムは自己安定的性質を示す．そして実質残高の安定的な動きのために，初期のショックの後，恒常状態へ戻る経路は無数に存在する．$\lambda>1$ であれば，$\bar{\eta}$ が(30)を満たすほどに十分大きければ，解の一意性は保証される．このときには，初期におけるインフレ率の増大は $\pi_t-\dot{q}_t/q_t$ を低下させる．それゆえ，インフレ率は(32)を維持したままで上昇を続けることができる．横断条件を満たすためには，ショックが生じたあとに経済

は恒常状態に瞬時に戻らねばならない．これは，$\lambda>1$ の場合にはユニークな均衡経路が存在することを意味している．

7.5.　資本蓄積を含む場合の非一意解

前節のモデルに資本蓄積と人口成長を導入すると，家計の予算制約は

$$\dot{k}_t+\dot{m}_t=f(k_t)+h_t-(\pi_t+n)m_t-c_t-nk_t \tag{33}$$

となる．(33)における k_t は資本・労働比率，$f(k_t)(=y_t)$ は通常の性質を満たす生産関数である．労働人口は n の率で成長すると仮定しよう．代表的家計は(33)の制約と m_t と k_t の所与の初期値のもとで(21)を最大化する．この問題の最適化条件の中で重要な役割を果たすのは

$$R(c_t, m_t)=f'(k_t)+\pi_t \tag{34}$$

である．k_t は backward-looking な変数だから，消費の正常性の条件のもとでは，効用関数が加法分離型でない限り，インフレ率の上昇は実質貨幣需要を減らし消費需要を引き上げる．以下で示すように，このことが実質残高の動きを規定するうえで重要になる．

ここで論じているモデルにおいて貨幣成長率を固定したケースは Calvo (1979) と Fischer (1979) により論じられている．貨幣供給が(25)に従って内生化されると，家計の最適化条件と市場の均衡条件を集約した動学システムは次のようになる．

$$\dot{k}_t=f(k_t)-c_t-nk_t \tag{35}$$

$$\dot{m}_t=m_t\{\mu+(\lambda-1)[R(c_t, m_t)-f'(k_t)]-n\} \tag{36}$$

$$\begin{aligned}\dot{c}_t=&V_1(c_t, m_t)[n+\beta-f'(k_t)]\\&-V_2(c_t, m_t)m_t\{\mu+(\lambda-1)[R(c_t, m_t)-f'(k_t)]-n\}\end{aligned} \tag{37}$$

ただし $V_1(c_t, m_t)=U_c(c_t, m_t)/U_{cc}(c_t, m_t)(<0)$，$V_2(c_t, m_t)=U_{cm}(c_t, m_t)/U_{cc}(c_t, m_t)$ である．恒常状態においては，上のシステムは，$f'(\bar{k})=n+\beta$ と $\bar{c}=f(\bar{k})-n\bar{k}$ となるユニークな $(\bar{c}, \bar{k})$ を与える．そのため，恒常状態における１人当りの実質残高は

$$R(f(\bar{k})-n\bar{k}, \bar{m})=\beta+\frac{\lambda n-\mu}{\lambda-1}\quad(\lambda\neq1)$$

となる．以下ではこの条件を満たす $\bar{m}$ はユニークに定まると仮定しよう．

われわれのシステムの局所的な挙動をみるために，(35)－(37)を恒常点において線形近似しよう．この近似システムの係数行列の固有根を r_1, r_2, r_3 とすれば，以下の関係が得られる．

(38)　$r_1+r_2+r_3=\beta+\bar{m}(\lambda-1)(R_m-V_2R_c)$

(39)　$r_1r_2r_3=-V_1f''\bar{m}R_m(\lambda-1)$

(40)　$r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1=\bar{m}(\lambda-1)(R_m-V_2R_c)$
$$-f''[V_2\bar{m}(\lambda-1)+V_1]$$

われわれのシステムは，二つの forward-looking な変数（c_t と m_t）とひとつの backward-looking な変数（k_t）を含むから，局所的にユニークな完全予見解を得るには，実部が正の根が 2 つと負根がひとつ存在せねばならない．効用関数の強凹性により $R_m-V_2R_c<0$ であることに注意すれば，消費の正常性の前提のもとにおける解のユニーク性の必要十分条件は

(41)　$\lambda<1$

である．(41)が満たされると，$r_1+r_2+r_3>0$ かつ $r_1r_2r_3<0$ となり，実部が正の根が二つと負の根ひとつ存在する．

もし $\lambda>1$ であれば $r_1r_2r_3>0$ となるから，2 つの負根（複素根を含む）とひとつの正根が存在するか，あるいはすべての根の実部が正になる．前者の場合には解は非一意になり，後者のときには安定な完全予見経路は存在しない．解の非存在を排除する十分条件のひとつは

(42)　$\bar{\eta}>\dfrac{1}{\lambda-1}$；　$(\lambda>1)$

である．この条件のもとでは，$r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1<0$ となるから，実部が負の根が二つ存在する．

条件(41)が示すように，モデルが資本蓄積を含むケースでは，一意性の条件は政策パラメータ λ だけに依存し，効用関数のかたちには関係しない．λ の役割は，効用関数が加法分離型であると仮定すれば，わかり易くなる．$u_{cm}=0$（したがって $V_2=0$）の場合には，貨幣は定常点へ向う経

路上においても完全に実物面に対して中立的になる．そのため，経済の実物面の動きをみるには(15)と

(43)　$\dot{c}_t = V_1(c_t)[n+\beta-f'(k_t)]$

に注目すれば十分である．($u_{cm}=0$ の仮定より，V_1 は m_t を含まないことに注意.）新古典派の最適成長モデルにおいてよく知られているように，(35)と(43)から成る動学システムはサドルポイント・システムであり，定常点（modified golden-rule path）へ収束する安定な最適経路は，k-c 平面において右上りになる．したがって，最適経路上において，消費（c_t）は資本・労働比（k_t）に対し

(44)　$c_t = \hat{c}(k_t)$；$\hat{c}'(k_t) > 0$；$\lim_{t\to\infty} \hat{c}(k_t) = \bar{c}$

のように関係をする．その結果，(35)－(37)のシステムは次のように集約される．

(45)　$\dot{k}_t = f(k_t) - \hat{c}(k_t) - nk_t$

(46)　$\dot{m}_t = m_t\{\mu + (\lambda-1)[R(\hat{c}(k_t),\ m_t) - f'(k_t)] - n\}$

上のシステムにおいて，k_t は自己安定的な動きを示すから，完全予見経路がユニークに与えられるようにシステムがサドルポイント性をもつには，m_t が定常点から乖離しようとする不安定な動きをせねばならない．これは，定常点において $\partial(\dot{m}_t/m_t)/\partial m_t > 0$ でなければならないことを意味し，そうなる条件が(42)に他ならない．

(44)より消費はインフレ率とは無関係に決まるから，(34)が示すようにインフレ率の上昇は直接実質貨幣需要を引き下げる．それゆえ，初期に恒常状態にある経済においてインフレ率が少しだけ上方へジャンプすれば，１人当りの実質残高は低下を始める．もし $\lambda<1$ であれば，k-m 平面にある１次元の安定多様体（ユニークな完全予見経路）にシステムを乗せるように価格水準が調整されない限り，実質残高の低下は持続し，システムは恒常状態から離れていく．逆に $\lambda>1$ であれば，初期におけるインフレ率の上昇は貨幣供給の成長率を引き上げるから，実質残高の一時的低下は解消されシステムは再び恒常状態へ向う．これは価格水準の初期値のいか

んにかかわらず成立するから，均衡経路は無数に存在することになる．このように考えると，効用関数が加法分離型のケースにおけるパラメタ λ の役割は，資本・労働比が固定されている前節のモデルと本質的に同じであることがわかる．

7.6.　公債を含む場合の非一意解

第6章でも公債を含む一般的なシドラウスキー型完全予見モデルを分析したが，本節では貨幣供給の内生化と解の非一意性に関心を限り，より詳しく検討しよう．

公債が存在する場合には，前章で示したように家計の予算制約は

(47)　$\dot{k}_t+\dot{m}_t+\dot{b}_t=(1-\tau)[f(k_t)+\rho_t b_t]-(n+\pi_t)(m_t+b_t)-c_t-nk_t$

となり，政府の予算制約は

(48)　$\dot{m}_t+\dot{b}_t=g+\rho_t b_t-\tau[f(k_t)+\rho_t b_t]-(n+\pi_t)(m_t+b_t)$

である．ここでは，政府は公債と実質残高の比を $b/m=\theta$ の水準に固定するとしよう．このルールのもとでは，1人当りの実質残高は

(49)　$\dot{m}_t=\dfrac{g-\tau f(k_t)}{1+\theta}-m_t[n+\dfrac{R(c_t, m_t)}{1+\theta}-(1-\tau)f'(k_t)]$

に従って動く．家計は(21)を(47)と所与の k, m, b の初期値のもとで最大化する．最適化の条件と市場の均衡条件を整理すれば，動学システムは次のようになる．

(50)　$\dot{k}_t=f(k_t)-nk_t-c_t-g$

(51)　$\dot{m}_t=G(k_t, m_t, c_t)$

(52)　$\dot{c}_t=V_1(c_t, m_t)[n+\beta-(1-\tau)f'(k_t)]$
$\qquad -V_2(c_t, m_t)G(k_t, c_t, m_t)$

(51)と(52)における $G(\cdot)$ は(49)の右辺を表している．

k と c の定常値は前節のモデルと同様に決定され，m の定常値は先に決まった $\bar{k}$ と $\bar{c}$ のもとで

(53)　$\dfrac{g-\tau f(\bar{k})}{\bar{m}}+(1+\theta)\beta=R(f(\bar{k})-n\bar{k}-g, \bar{m})$

を満たすように決まる．(53)を成立させる $\bar{m}$ がひとつだけ存在すると仮定すれば，(50)－(52)を定常点で線形近似したシステムの固有根は以下の関係を満足する．

(54)　$$r_1+r_2+r_3=\frac{\tau n+\beta}{1-\theta}-\frac{R}{1+\theta}+\beta+\frac{\bar{m}}{1+\theta}(R_c V_2-R_m)$$

(55)　$$r_1 r_2 r_3=-(1-\tau)f'' V_1\left[\beta-\frac{R_m\bar{m}}{1+\theta}-\frac{R}{1+\theta}\right]$$

(56)　$$r_1 r_2+r_2 r_3+r_3 r_1=\frac{\tau n+\beta}{(1-\tau)(1+\theta)}[(1+\theta)\beta-\bar{m}R_m+V_2 R_c\bar{m}]$$
$$-(1-\tau)f'' V_1-V_2\left[\bar{m}(1-\tau)f''-\frac{\tau f'}{1+\theta}\right]$$

これらの関係からわかるように，均衡経路が一意に決まるための必要条件は

(57)　$$(1+\theta)\beta-R_m\bar{m}-R>0$$

である．これは

(58)　$$\frac{g-\tau f(\bar{k})}{\bar{m}}<-\bar{m}R_m$$

と書きかえられる．この条件は，high-employment deficit （g－τf (k)）と実質残高の比が一定限度内にあることが，均衡の一意性のために必要であることを示している．

もし(58)が成立しなければ，安定な均衡経路は存在しないか，あるいは無数に存在する．均衡経路の非存在を排除する十分条件のひとつは

$$\bar{\eta}>-\frac{\bar{m}(1-\tau)f''}{\bar{m}(1-\tau)f''-\tau f'}$$

である．この条件のもとでは $r_1 r_2+r_2 r_3+r_3 r_1<0$ となるから，非一意な解が存在する．(もし税率（τ）がゼロなら，上の条件は $\eta>-1$ に等しく，先に触れた Obstfeld (1984) のユニーク性の条件と同じになる．)

本節のモデルでは，貨幣供給の成長率は

$$\frac{\dot{M}}{M}=\frac{g-\tau f(k_t)}{m(1+\theta)}+\frac{\theta}{1+\theta}R(c_t,m_t)$$

のように与えられる．これが示すように，他を一定にすれば，1人当りの実質残高の低下は，貨幣成長率を上昇させる．したがって，初期におけるインフレ率の上方へのジャンプが，家計の資産選択行動を通してインフレ率の上への不安定性をもたらすとしても，貨幣の成長率も同時に増大する．もし条件(58)が成立せず，貨幣供給の拡大がインフレ率の上昇を上回れば，実質残高は定常値から乖離せず元の水準へ戻っていくから，解の非一意性がひきおこされる．このように考えると，(58)は基本的には(41)と同じ意味をもつことがわかる．(57)と(41)は共に実質残高に自律的な安定性をもたせる条件であり，完全予見を仮定しないシステムでは，通常の意味の安定性を促進する働きをするのである．

最後に，(41)と異なり，(58)は政策パラメタ（g, τ, θ）のみではなく家計の選好にも関係している点に注意しよう．たとえば，家計の効用関数が，$u(c_t,\ m_t)=(c_t^{\varepsilon_1}\ m_t^{\varepsilon_2})^{1-\gamma}/(1-\gamma)$ $(0<\varepsilon_1+\varepsilon_2<1)$ のようなコブ・ダグラス型であれば，$-R=mR_m$ が成立するから，解は常にユニークに定まる．しかし，$u(c_t,\ m_t)=c^\alpha+m^\alpha$ $(0<\alpha<1)$ のような CES 型であれば，定常点において $R>\beta\,(\theta+1)/\alpha$ のときには解は一意に決まらなくなる．

7.7.　お　わ　り　に

本章では，完全予見を仮定する動学モデルにまつわるいくつかの理論上の問題について考えた．完全予見ないしは合理的期待を仮定する動学モデルを用いて財政・金融政策の効果を論じるという研究は最近では非常に盛んになっている．恐らく多くの研究者は，完全予見の成立するシステムが完全に現実的なものだとは考えてはいないだろう．それにもかかわらずこの仮説がよく用いられる理由は，経済主体の期待が「前向き」であるようなシステムを分析する際に，完全予見を仮定すれば議論が簡明になるという点にあると思われる．もちろん，経済主体が不完全な情報のもとで学習を重ねて将来の見通しをより確実なものにしていくと仮定する方がより現実的である．しかしこのような状況を正確にモデル化するには大きな困難

が伴う．そこで極端ではあっても扱いやすい完全予見モデルが，一次近似として用いられるのであろう．しかし，本章で用いたような簡単なモデルにおいても，完全予見システムにはいくつかの決定的な理論の困難がつきまとうのである．

とりわけ，後半で論じた解の非一意性の問題は政策の意味づけも大きく変えてしまう[5]．たとえば，５章と本章で示したように，内生的貨幣供給ルールは，一定の条件を満たせば通常の意味で経済を安定化させることができる．したがって期待形成がたとえ近視眼的完全予見であっても，貨幣成長率を内生変数にフィードバックさせることによりシステムを安定化できる．しかし，もし文字通りの完全予見が成立すれば，同じ政策が経済の進むべき経路を非決定にしてしまう．安定かつ一意な経路を完全予見のもとで成立させるには，もし完全予見でなければシステムを不安定にするような政策ルールが選ばれねばならない．

もし大多数の経済学者が恐らく考えているように，現実の経済が完全予見を満たすほどには完全なものでなければ，完全予見モデルから得られた意味のある政策を実行すれば，経済は不安定化してしまう．このように期待形成の仮説によって政策のもつ意味が全く変わってしまうのであれば，いかに精密な議論を展開しても，現実の適用可能性はほとんどないといえる．

第７章　注

1）完全予見（あるいは合理的期待）を仮定する動学モデルの扱いについての一般的な議論は，Buiter (1982)，Burmeister (1980)，Laitner (1982)，Sargent (1987) などに詳しい．またこのアプローチについて理論，実証の両面で広範囲にわたる批判的検討を加えているのは Pesaran (1986) である．

2）この問題についてのより詳しい議論は Burmeister (1980, Chapter 7) で行われている．

3）完全予見ないしは合理的期待を仮定するケーガン・モデルについてのより詳しい説明と意味づけについては，Sargent (1986) 及び Diba and Grossman (1988) を参照．

4）Calvo (1979a, 1985) は資本蓄積を含まないモデルを用いて政府のファイナンス

行動の差について調べているが，主要な関心は解が一意に定まるケースについて財政・金融政策の効果を分析することにおかれている．

5）完全予見モデルの解の非一意性は，本章で用いた貨幣的成長モデル以外においても生じえる．この問題を本章とは異なるタイプのモデルを用いて論じている最近の例として Howitt and MacAfee（1988）をあげることができる．

第III部

安定化政策へのゲーム論的接近

第8章　最適安定化政策と時間整合性問題

8.1. は じ め に

最大原理，変分法，ダイナミック・プログラミングを含む広い意味での最適制御理論は，今日では経済分析の用具として非常に一般的なものになっている．これらの手法は本来物理的または工学的システムの制御のために開発されてきたものであるが，経済システムを物理・工学システムと同様の動学モデルで表現すれば，形式的には問題は同一になるというのが，これらの手法が経済学で広く利用されてきた理由である．

経済理論における最適制御理論の代表的な応用例は，言うまでもなく最適成長論である．そこでは，投資あるいは消費を完全にコントロールできる計画当局の存在が前提にされ，あたかもロケットの最適規道を求めるかのように経済の最適蓄積経路が導出される．もちろん最適成長モデルは中央集権的な計画経済のみを対象とするのではなく，分権的な市場経済についても適用されてきた．政策当局が財政・金融政策を用いて間接的に消費や投資をコントロールするという混合システムの最適成長モデルがそれであり，Arrow and Kruz (1970)， Foley and Sidrauski (1971) などがその代表例である．また，失業やインフレーションの発生を許すより実際的なマクロ・ダイナミック・モデルを用いて，失業やインフレの社会的コストの総和を最小にするような制御方法を求めるいわゆる最適安定化政策の理論（たとえばChow (1975), Pindyck (1973), Pitchford and Turnovsky (1977, Part 2)など）もこのカテゴリーに入る．これらの混合システムを対象とする最適制御モデルは，モデルの形式やコントロールの手段こそ通常の最適成長モデルとは異なるが，基本的な発想法は全く同一であり，したがって従来の最適制御の手法がそのまま適用されてきた．

Kydland and Prescott (1977) は，分権的な市場経済に最適制御理論を適用する従来の接近法には2つの問題点があることを指摘した．第1に，

最適安定化政策などのモデルでは民間の経済主体の行動が通常アド・ホックに定式化されており，投資や貯蓄の決定が企業や家計の最適化行動から導出されていない．もし企業の投資行動や家計の貯蓄行動が明示的な動学的最適化問題の解として導かれれば，現在の投資や貯蓄には政策当局の政策変数の将来の期待値も影響を与えることになる．しかしこの点はケインズ型のマクロ・モデルに基づく最適制御モデルでは考慮されてこなかった．第 2 に，モデルが期待変数（たとえば期待インフレ率）を含む場合，従来の議論では期待形成プロセスがアド・ホックに与えられ，経済体の合理性に基づく“前向き”の期待形成の可能性は排除されてきた．Kydland and Prescott によれば，民間の最適化行動と合理的期待形成を無視することにより，モデルは中央集権的な最適成長モデルと同一の形式になり，最適制御理論を直接適用することができたのである．しかし，もし民間の経済主体が合理的な行動の決定と期待形成を行い，したがって政府の将来の政策が民間の現在の経済行動に影響を与えるとすればどうなるだろう．その場合には，初期に求めた最適政策に従ってある状態に到達した後に，残余の期間にわたってもう一度問題を解き直すと，初期に求めた政策とは違ったものが最適になるという現象が一般に生じる．すなわち，初期に求めた最適政策の通りに経済をコントロールするのは，後の時点にたってみれば真の意味での最適政策ではなく，suboptimal な政策なのである．

Kydland and Psescott (1977) は，この現象を最適政策の時間不整合性（time inconsistency）と呼び，制御される経済主体が何らかの合理性を持ったシステムに通常の最適制御理論を直接適用することへの疑念を表明した．彼らの議論は，New Classical Economics のマクロ・モデルによる金融政策の無効性の命題と共に，ケインズ的裁量政策を批判する強力な根拠となった．次節において見るように，最適政策の時間不整合性は，制御される経済主体が制御する側の将来の政策を考慮して行動すると非常に一般的に生じる．期待形成の強い意味での「合理性」は時間不整合性の発生のための必要条件ではない．その意味でも最適化政策の実現に対してこの現象が持つ意味は大きい．経済システムの制御が，工学システムの制御

と根本的に異なる側面を持つことを明示しているからである．

このように，時間整合性問題は経済システムの最適制御に大きな困難をもたらしえるのであるが，このことは，経済システムの制御という発想法を改め，たとえばマネタリスト的なルールに従う政策をとるべきであるという結論には必ずしも結びつかない．事実，Kydland and Prescott（1977）以後の研究によれば，たとえ民間の経済主体の合理性を仮定しても最適制御理論による接近が有効な場合は存在し，時間不整合性問題がただちに反ケインジアンの立場を全面的に支持することにはならないのである．その後の研究によって明らかにされつつあることは，問題の解明のためには（動学的な）ゲーム論のフレームワークが有用であり，したがって時間不整合性の発生のいかんも政府と民間の間のゲームをどのように定式化するかによって決まるということである．

本章の目的は，以上の点をふまえながら，経済システムの最適制御と時間整合性問題の関係について，主として微分ゲーム的接近によって分析することである．Kydland and Prescott（1977）以後の研究によって明らかになった重要な論点の整理と明確化，そして若干の拡張が以下の主内容である．次節では，まず簡単な例を用いて時間整合性問題の本質について説明しよう．

8.2.　時間整合性問題

時間整合性問題の本質を見るために，次のような典型的な動学的最適化問題を考えよう．

$$(1)\quad \max_{u_t \in \Omega} \sum_{t=0}^{T} f(x_t, u_t, t)$$

$$s.t.\ x_{t+1} = g(x_t, u_t, t),\quad t=0,\ \cdots,\ T,\quad x_0 = \text{given}.$$

ここで x_t は状態変数，u_t は制御変数，Ω は u_t の許容集合であり，計画期間 T は所与であるとする．この問題は最適解を持つと仮定し，最適経路上の x_t の流列を $\{x_t^*\}_{t=0}^{T}$ と表そう．さて，いま第 $\tilde{t}(>0)$ 期までこの経路をたどったとして，$x_{\tilde{t}}^*$ を初期値としてもう一度問題を解き直してみよ

う．この reoptimization 問題は

$$(2)\quad \max_{u_t \in \Omega} \sum_{t=\tilde{t}}^{T} f(x_t, u_t, t)$$

$$s.t.\ x_{t+1} = g(x_t, u_t, t),\quad t=\tilde{t},\ \tilde{t}+1,\ \cdots,\ T,$$

$$x_{\tilde{t}} = x_{\tilde{t}}^*$$

となる．すなわち，$x_{\tilde{t}}^*$を初期値として残りの期間について問題を解き直すのである．(2)の最適解を $\{\tilde{x}_t\}_{t=\tilde{t}}^T$とすれば，当然 $\{\tilde{x}_t\}_{t=\tilde{t}}^T = \{x_t^*\}_{t=\tilde{t}}^T$でなければならない．もしそうでなければ，$t=0, 1, \cdots, \tilde{t}$ においては $\{x_t^*\}_{t=0}^T$ に従い，$\tilde{t}+1$ 以降は $\{\tilde{x}_t\}_{t=\tilde{t}+1}^T$ に従う方が $t=0, 1, \cdots, T$ について $\{x_t^*\}_{t=0}^T$に従うよりも目的関数の値は大きくなり，$\{x_t^*\}_{t=0}^T$が最適解であるという前提に反するからである．つまり，$t=0$ で計算されたある経路が最適であるとすれば，その経路は $t=1, \cdots, T$ の任意の時点において過去を所与として reoptimization を行った場合にも，やはり最適な経路でなければならない．

ダイナミック・プログラミングの基本であるベルマンの最適性原理（principle of optimality）は，この一見当り前の事実を形式的に表したものに他ならない．ダイナミック・プログラミングで用いられる backward induction（T 期から逆に問題を解いていく）により求めた最適解が，最大原理や変分法によって $t=0$ において一度に解いた最適解と一致するのも最適性原理によっている．

ところで，問題(1)は有限視野の離散型の問題であるから，通常のラグランジュ乗数法で解ける．最適化のための必要条件のひとつは，ラグランジュ関数の u_t についての最大化の条件

$$(3)\quad \frac{\partial f}{\partial u_t} + \lambda_t \frac{\partial g}{\partial u_t} = 0,\quad t=0, \cdots, T$$

である．ただし λ_t は t 番目の制約式 $x_{t+1} = g(x_t,\ u_t,\ t)$ に対応するラグランジュ乗数である．(3)が示すように，この型の問題においては，u_t は t 期の制約式 $x_{t+1} = g(x_t,\ u_t,\ t)$ と t 期の目的関数 $f(x_t,\ u_t,\ t)$ にのみ含まれるから，制御変数の選択問題は完全に時間分離的（time-separable）

になっていることに注意しよう．

ここで問題を少し変え，次のようにしてみよう．

$$(4)\quad \max_{u_t \in \Omega} \sum_{t=0}^{T} f(x_t, u_t, t)$$

$$s.t.\ x_{t+1} = g(x_t, u_t, v_t, t),\quad t=0,\ \cdots,\ T,$$

$$x_0 = \text{given}.$$

ここで v_t は計画主体が直接コントロールすることのできない変数である．たとえばこの問題が政府の最適化問題であるとすると，v_t は民間の経済主体が自主的に決定する変数であると考えることができる．もし v_t が x_t や u_t に全く反応しないとすれば，それは単なるパラメタとみなせるから，問題は(1)と本質的に変わらない．しかし，もし v_t を決定する主体が計画当局の政策 $\{u_t\}_{t=0}^{T}$ を考慮したうえで v_t を決めるとすればどうなるだろう．これを考えるために

$$(5)\quad v_t = \phi(u_0, u_1, \cdots, u_T, t),\quad t=0, 1, \cdots, T$$

と仮定してみよう．（ここではこれがどのようにして決定されたかについては問わない．）すなわち，民間の経済主体は政府がアナウンスした（または何らかの方法によって予想した）政府の将来の政策 $\{u_t\}_{t=0}^{T}$ に応じて自分の政策 v_t を決めると仮定するのである．政府は民間が(5)という行動をとることを確実に把握しているとすれば，(4)の制約に加え，(5)を考慮したうえで問題を解かねばならない．u_t に関する最適化のための必要条件はこの場合

$$(6)\quad \frac{\partial f}{\partial u_t} + \sum_{s=0}^{T} \frac{\partial f}{\partial v_s} \cdot \frac{\partial v_s}{\partial u_t}$$

$$+ \lambda_t \left(\frac{\partial g}{\partial u_t} + \sum_{s=0}^{T} \frac{\partial g}{\partial v_s} \cdot \frac{\partial v_s}{\partial u_t} \right) = 0,\quad t=0,\quad \cdots, T$$

となる．これが(3)と一致するための十分条件のひとつは，$\partial v_s / \partial u_t = 0$ $(\forall s,\ t)$ となること，すなわち v_s が $u_t (t=0, \cdots,\ T)$ に全く反応しないことである．

さて，この問題に最適な解 $\{x_t^*\}_{t=0}^{T}$ が存在するとして，$t=\tilde{t}\ (>0)$ 時点

になってから $x_{\tilde{t}}{}^*$ を初期値として問題を解き直してみよう．問題は次のようになる．

$$(7)\quad \max_{u_t\in\Omega}\sum_{t=\tilde{t}}^{T} f(x_t, u_t, v_t, t)$$

$$s.t.\ x_{t+1}=g(x_t, u_t, v_t, t)$$

$$v_t=\phi(\bar{u}_0, \bar{u}_1, \cdots, \bar{u}_{\tilde{t}-1}, \bar{u}_{\tilde{t}}, \cdots, u_T, t)$$

$$t=\tilde{t}, \cdots, T,\ x_{\tilde{t}}=x_{\tilde{t}}{}^* .$$

ここで $u_0, \cdots, u_{\tilde{t}-1}$ は既に過去の値であるから所与とみなされている．(6) に対応する条件は

$$(8)\quad \frac{\partial f}{\partial u_t}+\sum_{s=\tilde{t}}^{T}\frac{\partial f}{\partial v_s}\cdot\frac{\partial v_s}{\partial u_t}$$

$$+\lambda_t\left(\frac{\partial g}{\partial u_t}+\sum_{s=\tilde{t}}^{T}\frac{\partial g}{\partial v_s}\cdot\frac{\partial v_s}{\partial u_t}\right)=0,\quad t=\tilde{t}, \cdots, T$$

である (6) と (8) を比較すればわかるように，$t=0$ における最適条件においては u_t $(t>\tilde{t})$ は $v_0, \cdots, v_T$ のすべてに影響を与えているのに対し，$t=\tilde{t}$ における条件では u_t $(t>\tilde{t})$ は $v_{\tilde{t}}, \cdots, v_T$ にのみ影響を与える．したがって両者は問題 (1) の場合のように同一にはならない．これは，仮定 (5) によって u_t が t 期の目的関数と制約条件式だけでなく，すべての f と g に含まれ，(3) のように u_t に関する時間分離性が成立していないからに他ならない．このことは，$t=\tilde{t}$ において解いた最適解 $\{\tilde{x}_t\}_{t=\tilde{t}}^{T}$ が $t=0$ で求めた最適解の部分列 $\{x_t{}^*\}_{t=\tilde{t}}^{T}$ とは必ずしも一致しないことを意味している．すなわち，$t=0$ において導出した最適経路は，$t=\tilde{t}$ (>0) の時点からながめればもはや最適にはなっていないのである．

これは一見奇妙に思えるかもしれない．後の時点にたってより望ましい解が見つかるのであれば，初期に求めた解 $\{x_t{}^*\}_{t=0}^{T}$ はそもそも最適とはいえないのではないかという疑問が生じるからである．しかしここで注意すべきことは，(5) の仮定のもとでは $t=0$ における制約条件と $t=\tilde{t}$ (>0) における制約条件は<u>同じかたちではない</u>という点である．そのため $\{x_t{}^*\}_{t=0}^{T}$ は $t=0$ における制約条件のもとではたしかに最適になっているのである

が， $t=\tilde{t}\ (>0)$ における制約

$$v_t=\phi(\bar{u}_0, \cdots, \bar{u}_{\tilde{t}-1}, u_{\tilde{t}}, \cdots, u_T, t),\quad t=\tilde{t}, \cdots, T$$

のもとでは $\{x_t^*\}_{t=\tilde{t}}^T$ は一般に最適にはならない．そしてこれが生じることを政策主体が $t=0$ 時点において確実に認識しているとしても，通常の動学的最適化の手法で解こうとすれば，問題の発生は避けられない．

このように(5)のもとでは一般にベルマンの最適性原理が満たされないから，この問題を backward induction method を用いて解くこともできない．backward induction method によれば，まず $\{x_t\}_{t=0}^{T-1}$，$\{u_t\}_{t=0}^{T-1}$，$\{v_t\}_{t=0}^{T-1}$ を所与として，

$$\max_{u_T} f(x_T, u_T, v_T, T) \quad s.t.\ \bar{x}_{T+1}=g(x_T, u_T, v_T, T)$$
$$(\bar{x}_{T+1}=\text{given})$$

を解くのであるが，(2-5)の仮定のもとでは u_T は $v_0, \cdots, v_{T-1}$ にも影響するから，このように過去を所与として問題を解いて得られた解が， $t=0$ において一度に求めた解と一致する保証はない．Kydland and Prescott (1977) に従って，どの時点にたって問題を解いても，初期に求めた解と矛盾しないものを時間整合的な解と呼び，初期において求めた計画期間全体にわたる解を最適解と呼べば，ベルマンの原理は「最適解は時間整合的である」ことを意味している．しかしその暗黙の前提である政策変数に関する time-separability がくずれると，最適解は一般に時間不整合的になる．[1)]

ここですぐ思いつくことは，制約条件が毎期かたちを変えていくことに問題があるのなら，各期ごとに reoptimization をくり返せばよいのではないかということである．まず $t=0$ において問題を解き $\{u_t^*\}_{t=0}^T$ を選択する．このとき民間の反応は $v_t^*=\phi(u_0^*,\ u_1^*, \cdots,\ u_T^*,\ t)\ (t=0, \cdots,\ T)$ となる．次に $t=1$ の時点で問題を解き直し， $\{u_t^{**}\}_{t=1}^T$ を選ぶ．民間も再び反応を変え $v_t^{**}=\phi(u_0^*,\ u_1^{**}, \cdots,\ v_T^{**},\ t)\ (t=1, \cdots,\ T)$ という反応を示す．これと同様の reoptimization を $t=T$ に到るまでくり返せば，各期ごとに最適になっているから， $t=0$ で求めた時間不整合な $\{u_t^*\}_{t=0}^T$ に固執するよりも結果は改善されるはずであり，事実，これが上のような状

況における最良の政策になるであろう．ただしそうなるためには，各期ごとに更新される計画を民間が信用することが必要である．もし民間の経済主体が $t=0$ においてアナウンスされた政策 $\{u_t^*\}_{t=0}^{T}$のうちでほんとうに実行されるのは u_0^* のみであって，$t=1$ 以降は計画がたて直されることを知っていれば，民間の反応は(5)とは違ったものになるかもしれない．(5)は u_0, $u_1, \cdots, u_T$が実行されることを前提にした民間の反応を示すが，$u_1, \cdots, u_T$は実行されないことがわかっていると，同一の反応が示される保証はないからである．もし反応のし方が変わってしまえば，各期ごとに reoptimization をくり返して求めた解は，$t=0$ に選んだ時間不整合な解に固執したときよりもかえって悪い結果をもたらすかもしれない．

非常に簡単な計算例を示そう．計画期間は $t=0$ と 1 の 2 期間のみであり，問題は状態変数を含まないとしよう．目的関数を

$$(9)\quad \min \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{1}(u_t-a_t)^2,\quad a_t=\text{given}\ \ (t=0, 1)$$

とする．$t=0$ においてこれを解けば，最適解はもちろん

$$(10)\quad u_0^*=a_0,\quad u_1^*=a_1$$

である．これを backward 法で後から解くとまず

$$\min_{u_1}\frac{1}{2}(u_1-a_1)^2$$

を解き，$u_1=a_1$ を求め，さらに $u_1=a_1$ を前提にして

$$\min_{u_0}\frac{1}{2}(u_0-a_0)^2$$

を解けばよいから $u_0=a_0$ となり，$t=0$ において一度に求めた解と一致する．

次に問題を

$$(11)\quad \min \sum_{t=0}^{1}\left[\frac{1}{2}(u_t-a_t)^2+v_t\right]$$

と変えよう．ここで v_t はたとえば民間の反応を示す変数である．ここでは

(12)　$v_0 = u_1,\ \ v_1 = 0$

と仮定しよう．すなわち v_0 は次期の u_1 によって決まるとする．結局，問題は

$$(13)\quad \min\left\{\frac{1}{2}(u_0 - a_0)^2 + u_1 + \frac{1}{2}(u_1 - a_1)^2\right\}$$

となるから，$t=0$ において求めた最適解は

(14)　$u_0{}^* = a_0,\ \ u_1{}^* = a_1 - 1$

であり，目的関数の最適値は $a_1 - \frac{1}{2}$ である．しかし，第1期にたって問題を解き直すとすれば目的は

$$(15)\quad \min\frac{1}{2}(u_1 - a_1)^2$$

であるから，最適政策は $u_1 = a_1$ であり，先に求めたものと一致しない．いまもし，(14)をアナウンスしたうえで，実際には第1期に $u_1 = a_1$ をとるとすれば，$v_0 = a_1 - 1$ より，目的関数の値は $a_1 - 1$ となり，(14)をとった場合よりも結果は改善される．しかし，もし民間がこのような cheating に気付き，v_1 が $a_1 - 1$ ではなく実際には a_1 になると考えればどうなるだろう．そのときには $v_0 = a_1$ となるから，$u_0 = a_0$，$u_1 = a_1$ という政策のもとで目的関数の値は a_1 になり，(13)を正直に実行した場合よりもかえって悪くなってしまう．

以上の議論をよく用いられるたとえ話で表現すれば以下のようになるだろう．ある教師が学生の学力向上を測るために試験を行うかどうかを考えているとしよう．教師の目的は学生の学力向上から試験のコスト（問題作成や採点の手間）を差し引いたものの最大化であるとする．検討の結果，学力向上の効果が試験のコストを十分に上回ることがわかったため，試験を実施することになり，たとえば10日後に試験を行なうことをクラスに通知したとしよう．すなわち，初期時点における最適解は試験の実施であるとする．さて，試験前日になって学生が十分に勉強したため，学力向上の目標は既に達成されていることが判明したらどうなるだろう．学力向上は実現しているわけであるから，試験前日に reoptimization を行えば，

最適解は試験を中止することである．したがって初期に求めた解は時間不整合になっている．真の意味での best policy は，試験の実施をアナウンスしたうえで試験当日になって抜き打ち的に取りやめることである．学生達が初期のアナウンスを信じて勉強する限りこれは正しい．しかし，もし過去の経験などから学生達が試験の抜き打ち的中止を予想するようになれば結果は違ってくる．その場合には，大半の学生は勉強をせず試験前日になっても学力はほとんど上っていない．試験の手間を考えれば，効果のない試験はとり止めた方がよいことになるが，これでは，時間不整合であっても初期のアナウンス通り試験を行なう政策の方が結果はよくなる．

要するに，制御される側が計画者の将来の政策を考慮して行動するときには，最適制御理論の短絡的な適用は必ずしも最良の結果を生むとは限らないというのが問題の本質である．制御される主体が全く受動的に行動するいわゆる対自然ゲーム（game agaist nature）の場合にはこのような問題は生じず，従来の最適成長理論とその応用はほとんどこの型に属する．しかし制御される主体が独自の最適化行動をするときには，問題は本質的に動学ゲームのかたちになる．時間不整合性そのものは，必ずしもゲーム論的なフレームワークの中でなくても生じる．しかしゲーム論的接近を用いると，経済主体間の関係を明確にすることができる．次節では微分ゲームによる定式化を行い，以下の議論のためのフレームワークを設定しよう．

8.3.　微分ゲームによる定式化

本節では，2つの経済主体が共通の制約条件のもとでそれぞれの動学的最適化問題を解いている状況を設定する．以下では各主体の問題は連続形の無限視野計画であると仮定するが，この仮定は議論の本質にはかかわらない．離散形あるいは有限視野計画を仮定しても全く同様の議論が行える．また経済主体の数が 3 以上になっても本質は変わらない．

2つの経済主体の問題は次のようである．

(16) $\max_{u_i \in \Omega_i} \int_0^\infty e^{-\rho t} f^i(x, u_1, u_2)\, dt \qquad i=1, 2$

$$s.t.\ \dot{x} = g(x, u_1, u_2),\quad x(0) = x_0 : \text{given}$$

$$\rho = \text{given} > 0$$

ここで x は n 次元の状態変数ベクトル, $u_1 \in \Omega_1 \subset R^m$, $u_2 \in \Omega_2 \subset R^l$ はそれぞれ主体1と2のコントロール変数のベクトルを表している．これは典型的な微分ゲームの問題であるが，解を求めるためにはゲームの均衡の性質を特定化しなければならない．この特定化にはいくつかのパターンが考えられるが，ここではナッシュ均衡とシュタッケルベルク均衡に議論を限る．時間整合性問題の本質は，これらの2つの均衡を比較すると最もはっきりと現れるからである．またわれわれは8.4節まではオープン・ループ解を取り扱うから，本節での定式化もオープン・ループの形で行い，クローズド・ループ解については8.5節で改めて触れることにする．

ナッシュ均衡

複占問題で良く知られているように，(狭い意味での) ナッシュ均衡——クールノー・ナッシュ均衡——は，相手の政策変数が自らの政策変数には全く依存しないという想定のもとで各主体が行動するときに成立する．まず(16)に対する各主体の current value Hamiltonian を

(17) $H^i(x, u_1, u_2, q_i) \equiv f^i(x, u_1, u_2) + q_i g(x, u_1, u_2) \quad i=1, 2$

と定義しよう．ここで $q_i \in R^n$ は各主体の問題における補助変数のベクトルである．

オープン・ループのナッシュ均衡に関しては次の定理が成立する．(Basar and Olsder (1982) pp. 278-79)

定理 1 関数 $f(\cdot)$ と $g(\cdot)$ は任意の $t>0$ に対して連続微分可能であるとする．このとき $\{u_i^*(t)\}_{t=0}^\infty$ がオープン・ループのナッシュ均衡政策であるとすれば，最適解は以下の条件を満足する．

(18) $\dot{x} = g(x, u_1^*, u_2^*)$

(19)　$\max_{u_1 \in \Omega_1} H^1(x, u_1, u_2^*, q_1)$

(20)　$\max_{u_2 \in \Omega_2} H^2(x, u_1^*, u_2, q_2)$

(21)　$\dot{q}_i = \rho q_i - \partial H^i / \partial x \qquad i=1, 2$

(22)　$\lim_{t \to \infty} q_i e^{-\rho t} x = 0 \qquad i=1, 2$

最大原理の中心である条件(19)と(20)に注目しよう．これは各時点において，所与の $x(t)$，$q(t)$ のもとで

(23)　$f_2^1(x, u_1^*, u_2^*) + q_1 g_2(x, u_1^*, u_2^*) = 0$

(24)　$f_3^2(x, u_1^*, u_2^*) + q_2 g_3(x, u_1^*, u_2^*) = 0$

を満足する $u_1^*(t)$ と $u_2^*(t)$ を求める問題に他ならない．ただし，ここで f_j^i，g_j^i は f^i と g^i の j 番目の変数に関する偏導関数を示す．(たとえば $\partial f^1/\partial u_1 \equiv f_2^1$.) また u_1^* と u_2^* はそれぞれ Ω_1 と Ω_2 の内点になっていると仮定している．この解 $(u_1^*(t), u_2^*(t))$ が一意に定まるとすれば，それは

(25)　$u_i^* = \phi^i(x, q_1, q_2) \qquad i=1, 2$

と表せる．これを canonical equations (18)と(21)に代入すれば次のようになる．

(26)　$\dot{x} = g(x,\ \phi^1(x, q_1, q_2),\ \phi^2(x, q_1, q_2))$

(27)　$\dot{q}_i = \rho q_i - f^i{}_1(x,\ \phi_1(x, q_1, q_2),\ \phi^2(x, q_1, q_2))$

$\qquad - q_i g_i(x,\ \phi^1(x, q_1, q_2),\ \phi^2(x, q_1, q_2)) \quad i=1, 2$

これは (x, q_1, q_2) に関する $3n$ 次元の連立微分方程式システムであり，補助変数の微分方程式がもう１組増えたことを除けば，通常の最適制御問題の条件と同じ形をしている．したがって，状態変数の初期条件 $x(0) = x_0$ (＝given) と横断条件(22)を利用して最適解を発見すればよい．もし最適な解経路 $\{x_t^*(t),\ q_1^*(t),\ q_2^*(t)\}_{t=0}^{\infty}$ が見つかれば，それは最大原理の必要条件をすべての $t>0$ について満足しているから時間不整合性の問題は生じない．すなわちナッシュ・ゲームのように各主体が対称的に扱われる場合には，通常の制御理論により時間整合的な最適解を求めることが

できる．

シュタッケルベルク均衡

次に各主体の対称性をくずし，第1主体をリーダー，第2主体をフォロアーとしよう．まずリーダーは自らの政策 $\{u_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$ をアナウンスする．フォロアーはナッシュ均衡の場合と同様に，自らの政策は $\{u_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$ に影響を与えないという想定のもとで次の問題を解く．

$$(28)\quad \max_{u_2\in\Omega_2}\int_0^{\infty} e^{-\rho t} f^2(x, u_1, u_2)\,dt$$
$$s.t.\ \dot{x}=g(x, u_1, u_2),\quad x(0)=\text{given}.$$

ここで問題に含まれる $\{u_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は，リーダーがアナウンスした政策経路を示している．この問題に対応する current value Hamiltonian を

$$(29)\quad H^2(x, u_1, u_2, \mu)\equiv f^2(x, u_1, u_2,)+q_2 g(x, u_1, u_2)$$

とすれば，第2主体の最適化の必要条件は次のようになる．

$$(30)\quad \dot{x}=g(x, u_1, u_2)$$
$$(31)\quad \max_{u_2\in\Omega_2} H^2(x, u_1, u_2, \mu)\ \Rightarrow f_3^2(x, u_1, u_2)+q_2 g_3(x, u_1, u_2)=0$$
$$(32)\quad \dot{q}_2=\rho q_2-f_1^2(x, u_1, u_2)-q_2 g_1(x, u_1, u_2)$$
$$(33)\quad \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} q_2 x=0$$

(31)を満たす $u_2(t)\in\Omega_2$ がすべての $t>0$ について一意に存在すると仮定すると，それは

$$(34)\quad u_2=\phi(x, u_1, q_2)$$

と表せる．リーダーである第1主体は第2主体の行動を完全に把握しており，したがって $u_2(t)$ が(34)に従って選ばれ，しかも q_2 は(32)によって運動することもわかっているとする．すると第1主体の問題は

$$(35)\quad \max_{u_1\in\Omega_1}\int_0^{\infty} e^{-\rho t} f^1(x, u_1, u_2)\,dt$$
$$s.t.\ (30), (32), (33), (34),\quad x(0)=x_0:\text{given}$$

のようになる．この問題に対応する current value Hamiltonian は，(34)

を考慮すると

(36)　$H^1(x, u_1, q_1, q_2, \mu)$

$$\equiv f^1(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2)) + q_1 g(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2))$$
$$+\mu[\rho q_2 - f_1^2(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2)) - q_2 g_1(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2))]$$

のように定義できる．このとき，つぎの定理が成立する．(Basar and Olsder (1982)，pp. 308-309)[2)]

定理 2　$f^i(\cdot)$，$g(\cdot)$ は連続微分可能であるとする．オープン・ループのシュタケルベルクが均衡の最適解が存在すれば，以下の条件が成立する．

(37)　$\max_{u_1 \in \Omega_1} H^1(x, u_1, q_1, q_2, \mu)$

$$\Rightarrow f_2^1 + f_3^1 \phi_2 + q_1(g_2 + g_3 \phi_2)$$
$$-\mu[f_{12}^2 + f_{13}^2 \phi_2 + q_2(g_{12} + g_{13}\phi_2)] = 0$$

(38)　$\dot{x} = g(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2))$

(39)　$\dot{q}_2 = \rho q_2 - f_1^2(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2)) - \mu g_1(x, u_1, \phi(x, u_1, q_2))$

(40)　$\dot{q}_1 = \rho q_1 - \dfrac{\partial}{\partial x} H^1(x, u_1, q_1, q_2, \mu)$

(41)　$\dot{\mu} = \rho \mu - \dfrac{\partial}{\partial q_2} H^1(x, u_1, q_1, q_2, \mu)$

(42)　$\mu(0) = 0$

(43)　$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} q_1 x = 0,\ \ \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} \mu q_2 = 0,\ \ \lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} q_2 x = 0$

リーダーの問題においては，フォロアーの問題に含まれる補助変数 q_2 が状態変数のひとつとみなされ，x と q_2 に関する動学方程式の制約のもとで最適化が行われる．上の条件の中で(42)だけが説明を要する．いま第 2 主体の問題に戻り，問題(28)における value function を次のように定めよう．

(44)　$V^2(x(t), u_1(t|\infty))$

$$\equiv \max_{u_2 \in \Omega_2} \left\{ \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} f^2(x(s), u_1(s), u_2(s))\, ds \,\middle|\, \dot{x} = g(x, u_1, u_2) \right\}$$

ただし $u_1(t|\infty)$ は $\{u_1(s)\}_{s=t}^{\infty}$を示している．さて， value functionの微分可能性を仮定すれば，周知のように $t=0$ において

$$(45)\quad q_2(0)=\frac{\partial V^2(x(0),\,u_1(0|\infty))}{\partial x}$$

という関係が成立する.[3] ここで注意すべきことは，フォロアーの補助変数の初期値 $q_2(0)$ は x_0 だけでなく， $u_1(t)$ の経路全体に依存して決まるということである．したがって $\{u_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$が確定しない限り， $q_2(0)$ の値も定まらない.[4] 一方，リーダーの value function を

$$(46)\quad V^1(x(t),q_2(t))$$
$$\equiv\max_{u_1\in\Omega_1}\left\{\int_t^{\infty}e^{-\rho(s-t)}f^2(x(s),u_1(s),\phi(x(s),u_1(s),\mu(s)))\,ds\right|$$
$$\left. s.t.\ (3\text{-}23),(3\text{-}24)\right\}$$

と定義すれば，(45) と同様に $t=0$ において

$$(47)\quad \mu(0)=\frac{\partial V^1(x(0),\ q_2(0))}{\partial q_2}$$

が成立する．ここで $x(0)=x_0$ は所与であるが， $q_2(0)$ は(45)が示すように $\{u_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$の選択によって決まるから，内生的に決定されねばならない． $V^1(\cdot)$ 関数が $x(t)$ と $q_2(t)$ に関して強凹であるとすれば， $q_2(0)$ の最適値は

$$\max_{q_2(0)}V^1(x(0),q_2(0)),\quad x(0)=x_0:\text{given}$$

という問題の解であり，その必要条件より

$$(48)\quad \mu(0)=\frac{\partial V^1(x_0,q_2(0))}{\partial q_2}=0$$

が成立する.[5] これは，その初期値が歴史的に与えられていない状態変数に対する補助変数が， $t=0$ において満足するべき横断条件を与える.[6]

条件(37)より u_1 は

$$(49)\quad u_1=\varphi(x,q_1,q_2,\mu)$$

のように一意に表せるとしよう．これを(38)～(41)へ代入すると，リーダ

一の最適条件は次の（x, μ, q_1, q_2）に関する$4n$次元の微分方程式のシステムで表現できる.

(50) $\dot{x}=G^1(x, \mu, q_1, q_2)$

(51) $\dot{\mu}=G^2(x, \mu, q_1, q_2)$

(52) $\dot{q}_1=G^3(x, \mu, q_1, q_2)$

(53) $\dot{q}_2=G^4(x, \mu, q_1, q_2)$

ここで，$\dot{x}=\dot{\mu}=\dot{q}_1=\dot{q}_2=0$が成立する定常解（$x^0$, μ^0, $q_1{}^0$, $q_2{}^0$）が上のシステムに存在すると仮定しよう．そしてこの点はregular saddle pointであり，定常点を含む$2n$次元の安定多様対Sが（少なくとも定常点の近傍において）存在するとしよう．すると$x(0)=x_0$と$\mu(0)=0$という2組の初期条件のもとで，$(q_1(0), q_2(0))\in S$となるように$q_1(0)$と$q_2(0)$をユニークに選ぶことができる．そして$t\to+\infty$に到るまでSの上に乗れば，最終的にシステムは定常点に収束し，横断条件(43)も満足される．

$t=0$において上に述べた条件が満たされ，最適な経路$\{x^*(t), \mu^*(t), q_1{}^*(t), q_2{}^*(t)\}_{t=0}^{\infty}$が見つかったとしよう．この解を$\tilde{t}$ (>0) 時点にたって見直せばどうなるだろう．(45)と(47)に対応する条件はすべてのtについて成立するから

$$(54)\quad q_2(\tilde{t})=\frac{\partial V^2(x^*(\tilde{t}), u_1(\tilde{t}|\infty))}{\partial x}$$

$$(55)\quad \mu(\tilde{t})=\frac{\partial V^1(x^*(\tilde{t}), q_2(\tilde{t}))}{\partial q_2}$$

が満たされる必要がある．ここで$x^*(\tilde{t})$は$t=0$において求めた最適経路上の$x(t)$の$t=\tilde{t}$における値であり，$u_1(\tilde{t}|\infty)\equiv\{u_1(t)\}_{t=\tilde{t}}^{\infty}$である．$t=0$における場合と全く同様に，$x^*(\tilde{t})$は歴史的に与えられているが$q_2(\tilde{t})$は内生的に決定されなければならない．$q_2(t)$は第2主体にとっての補助変数であるから，補助変数の性質から$q_2(t)$そのものはtに関して連続であっても，$\dot{q}_2(t)$は不連続なジャンプが可能である．したがって先に述べた理由により，$x^*(\tilde{t})$を所与として$q_2(\tilde{t})$は

$$(56)\quad \mu(\tilde{t})=\frac{\partial V^2(x^*(\tilde{t}),\,q_2(\tilde{t}))}{\partial q_2}=0$$

を成立させるように選ばれねばならない.(56)はすべての $\tilde{t}>0$ において成立するから,結局 $\mu(t)$ は任意の $t\geqq 0$ についてつねにゼロでなければならない.

(56)を考慮すると, $t=\tilde{t}\ (>0)$ において残余の期間にわたって解き直した問題の最適経路の初期値は, $t=0$ において求めた $(x_0, 0, q_1^*(0), q_2^*(0))$ を初期値とする最適経路上の $t=\tilde{t}$ における点 $(x^*(\tilde{t}), \mu^*(\tilde{t}), q_1^*(\tilde{t}), q_2^*(\tilde{t}))$ と一致する保証はない.例外的なケースを別にすれば,一般に $\mu^*(\tilde{t})\neq 0$ になるはずだったからである.つまり $t=\tilde{t}\ (>0)$ の時点において問題を解き直せば, $\{x^*(t), \mu^*(t), q_1^*(t), q_2^*(t)\}_{t=\tilde{t}}^{\infty}$ はもはや最適解にはならず,初期に定めた最適解は時間不整合になる.

このようにリーダーの最適解に時間不整合が発生する原因が本質的に第2節で示した簡単な例の場合と同じであることは,次のように考えれば明らかになる.(49)が示すように,第2主体の各時点の政策変数 $u_2(t)$ は $u_1(t), x(t)$ 及び $q_2(t)$ の関数で表される.しかし(54)より $q_2(t)$ は $u_1(t)$ の t 時点以降の全流列に依存している.そのため第1主体の目的関数 $\int_0^{\infty} f^2(x(t), u_1(t), u_2(t))e^{-\rho t}dt$ は表面上は time additive のかたちになっているが,実際は $u_2(t)$ が $\{u_1(s)\}_{s=t}^{\infty}$ によって決まるから $u_1(t)$ に関する time separability は成立していないのである.

Kydland and Prescott (1977) が最適化政策の時間不整合性を指摘したときには,シュタッケルベルク解を念頭においていた.民間対政府のゲームを考えれば,(つねにそうであるとはいえないが) 民間をフォロアー,政府をリーダーとみなすのは自然な発想であろう.もちろん同じ問題は,寡占企業間のゲーム,2国間の政策ゲーム等他の多くの領域において生じえる.

なお,リーダーとフォロアーの目的関数がたとえ同一であってもシュタッケルベルク解は一般に時間不整合である.たとえば政府の目的が民間の厚生の最大化である場合でも時間不整合性が生じえることの具体例は,

Calvo (1979) と Brock and Turnovsky (1980) が示している．本章の補論はこの種の議論の一般的な扱いを論じている．

8.4. Cheating

シュタッケルベルク・ゲームはドミナント・プレイヤー・ゲームとも呼ばれるが，必ずしもリーダーがフォロアーに対して何らかの強制的な支配力を持つと考える必要はない．われわれが前節で仮定したように，フォロアーはリーダーの行動を完全に把握しておらず，ただリーダーのアナウンスに従って行動するのに対し，リーダーはフォロアーの行動についての情報を持っておりそれを利用して自分の政策を決めることができると考えることもできる．前節で見たように，シュタッケルベルク解はリーダーにとっては時間不整合であり，各時点においてつねにより良い政策が見つかる．そのため，リーダーはフォロアーに対する情報の優位性を利用することによって，以前にアナウンスした政策を反古にして政策を選び直し，より良い成果をあげようとする可能性がある．このような戦略はゲーム理論では cheating として知られているが，本節ではこの cheating と時間整合性の関係について考えることにしよう．

静学ゲームにおける cheating

微分ゲームによる定式化を考える前に，静学的なフレームワークの中で cheating の問題を考えておこう．問題の本質は静学的フレームワークにおいてもはっきりと示せる．

非ゼロ和ゲームの説明のためによく用いられる図を考えよう．ここでは各主体の問題は費用最小化であり，第 1 主体と第 2 主体の費用関数の等高線は図 8.1 のようであるとする．ここで u_1 と u_2 はそれぞれの主体の政策変数であり，R_1 と R_2 はそれぞれの主体が相手の行動を所与と想定して最適化を行ったときの反応曲線を示している．また O_1 と O_2 は各主体の最良点を表わしている．容易にわかるようにナッシュ均衡は R_1 と R_2 の交点 N であり，第 1 主体がリーダーの場合のシュタッケルベルク均衡は

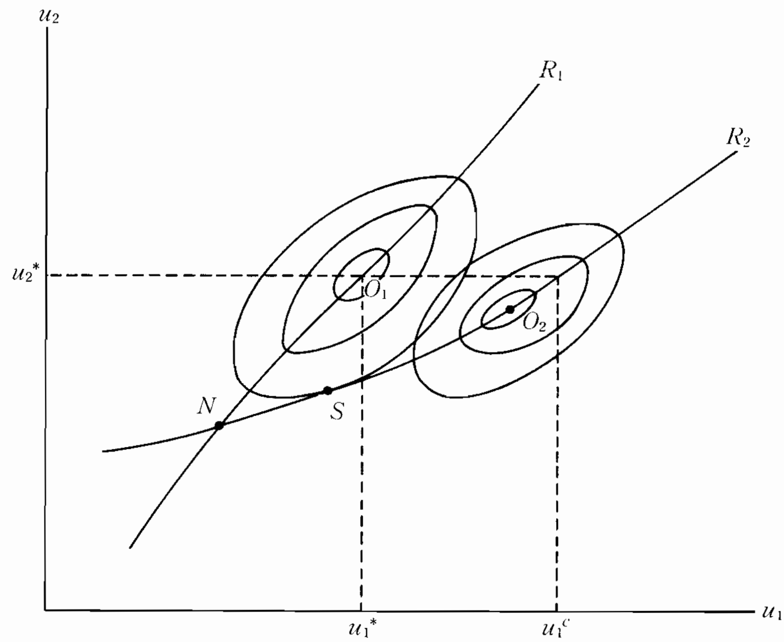


図8.1

R_2 上における第1主体の最適点 S である．

ここで，第1主体をリーダーと考えその目的関数を $f^1(u_1, u_2)$ と表わし，フォロアーである第2主体の反応曲線 R_2 を $u_2=\phi(u_1)$ と表そう．もし第2主体が第1主体のアナウンスを完全に信用するのであれば，第1主体が実行できる最良の政策は次のようになるだろう．第1主体はまず u_2 も自らの政策変数であるかのように考えて

(57)　$\min_{u_1, u_2} f^1(u_1, u_2)$

を解く．その解は図1の点 O_1 を示す $(u_1{}^*, u_2{}^*)$ である．次に第1主体は

(58)　$u_2{}^*=\phi(u_1{}^c)$

となるように $u_1{}^c$ という政策をアナウンスし，実際には $u_1{}^*$ を実行するのである．このようにリーダーが最良点を選択できるcheatingをHamalainen

(1981) に従いperfect cheatingと呼ぼう．もちろんperfect cheatingは実行不可能かもしれない．第2主体の反応を考慮すれば，先の問題は

(59)　$\min_{u_1} f^1(u_1, \phi(u_1))$

であるから，1階の条件は

(60)　$f^1{}_1 + f^1{}_2\phi' = 0$

となり，これがperfect cheatingの条件 $f^1_1 = f^1_2 = 0$ と一致するには，一般に $\phi'(u_1^*) \neq 0$ でなければならない．たとえば図8.2のように u_2^* が R_2 上で実行不可能であれば，$\tilde{u}_2 = \phi\ (u_1{}^c)$，$\phi'(u_1{}^c) = 0$ となるような $u_1{}^c$ を選ばねばならない．このように選ばれた点 c はもちろんperfect cheatingより劣った政策であるが，シュタッケルベルグ均衡よりは優れている．

Cheatingの方法はperfect cheating以外にも種々考えることができるが，その中でHamalainen (1981) がsecondary cheatingと呼ぶのは次

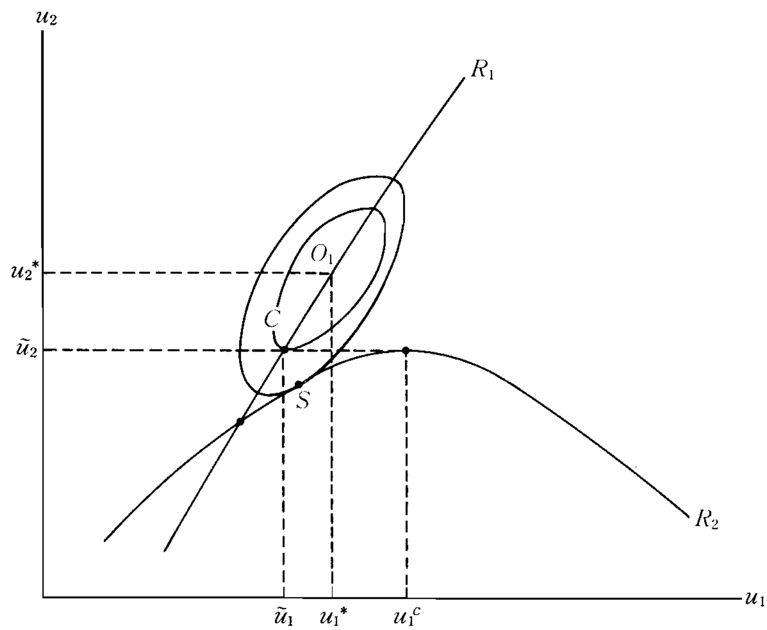


図8.2

のようである．リーダーはまず $u_1{}^s$ をアナウンスし，フォロアーにシュタッケルベルク解 $u_2{}^s$ を選ばせる．そして $u_2{}^s$ を与えられたものとして，この制約のもとでの最適点（図 8.3 の点 c）が実現するように $\tilde{u}_1$ という政策を実行する．シュタッケルベルク解が存在する限り，このような最適点は一般に存在するから，secondary cheating の実現可能性は perfect cheating のそれよりは大きいであろう．

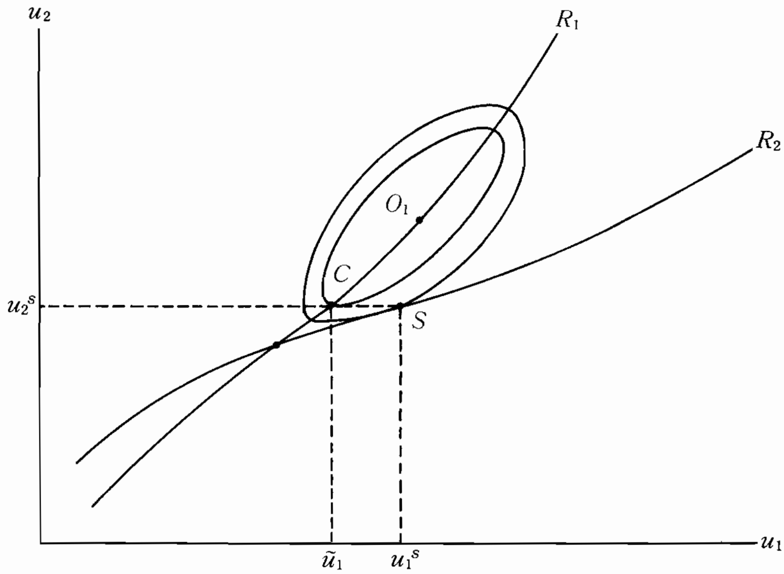


図8.3

以上ではフォロアーはリーダーのアナウンスを完全に信用することを仮定していた．しかしリーダーの政策がアナウンスされたものと異なることにフォロアーが気づけば当然結果は違ったものになる．最終的な結果がどうなるかは，フォロアーの反応をどう仮定するかに依存するが，最も簡単な結論は次のようになるだろう．いまフォロアーはリーダーのアナウンスを無視して u_1 に関してアド・ホックな期待を形成するとしよう．もしそうなれば，リーダーはフォロアーの行動を完全に把握しているが逆は成立

しないという情報の非対称性が依然成立しているとしても，リーダーはフォロアーの政策 u_2 が u_1 に反応すると想定できなくなる．すなわち，第1主体も第2主体と同様に，相手の戦略を所与と考えて行動しなければならなくなり，本質的にはナッシュ・プレイヤーになってしまうのである．その結果，ナッシュ均衡 N が実現するとすれば，結局アナウンスした政策を正直に実行して S を実現させた方が結果は良くなり， cheating は逆効果になる．

微分ゲームにおける cheating

以上の結果を念頭においたうえで，微分ゲームにおける cheating の問題を考えよう．まず perfect cheating を定式化しよう．静学の場合と同様に，リーダーである第1主体は，第2主体の政策変数 u_2 も自らの政策変数であるかのように考えて次の問題を解く

$$(61)\quad \max_{u_1, u_2}\int_0^{\infty} e^{-\rho t} f^1(x, u_1, u_2)\,dt$$

$$s.t.\ \dot{x}=g(x, u_1, u_2),\quad x(0)=x_0 : \text{given}.$$

これは普通の最適制御問題であるから， current value Hamiltonian

$$H^1(x, u_1, u_2, q)\equiv f^1(x, u_1, u_2)+q_1 g(x, u_1, u_2)$$

を u_1 と u_2 について最大化して得られる1階の条件から

$$(62)\quad u_1{}^*=\varphi^1(x, q_1),\quad u_2{}^*=\varphi^2(x, q_1)$$

となるように各時点の u_1 と u_2 を決めればよい．最適経路は x と q_1 についての canonical equations

$$(63)\quad \dot{x}=g(x, \varphi^1(x, q_1), \varphi^2(x, q_1))$$

$$(64)\quad \dot{q}_1=\rho q_1-f^1_1(x, \varphi^1(x, q_1), \varphi^2(x, q_1))$$
$$\qquad -q_1 g_1(x, \varphi^1(x, q_1), \varphi^2(x, q_1))$$

が与える解経路の中で，初期条件 $x(0)=x_0$ と横断条件 $\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t} q_1 x=0$ を満足するものである．

さて，次にリーダーは上で求めた最適経路が実現するようにフォロアーの行動を誘導しなければならない．リーダーがアナウンスする政策経路を

$\{u^c(t)\}_{t=0}^{\infty}$とすれば，フォロアーの問題は

(65) $\max\limits_{u_2 \in \Omega_2} \int_0^{\infty} e^{-\rho t} f^2(x^c, u_1{}^c, u_2)\, dt$

$$s.t.\ \dot{x}^c = g(x^c, u_1{}^c, u_2),\ x^c(0) = x_0$$

となる．ここで状態変数の値は初期値を除いて(63)によって決まるリーダーの真の問題の最適解経路と一致する保証はないから，$x^c(t)$と表し$x(t)$と区別されている．フォロアーの current value Hamiltonian を

$$H^2(x^c, u_1{}^c, u_2, q_2) \equiv f^2(x^c, u_1{}^c, u_2) + q_2 g(x^c, u_1{}^c, u_2)$$

と表せば，最大原理より各時点のu_2は

(66) $u_2 = \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2)$

となるように選ばれる．したがってフォロアーにとっての最適経路は，canonical equations

(67) $\dot{x}^c = g(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))$

(68) $\dot{q}_2 - f_1{}^2(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))$

$$- q_2 g_1(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))$$

を初期条件$x^c(0) = x_0$と横断条件$\lim\limits_{t \to \infty} q_2 e^{-\rho t} x^c = 0$を用いて解けば求まる．

リーダーは仮定により上のようなフォロアーの行動を完全に知っているわけであるから，(62)で与えられた$u_2{}^*$が(66)によって決まるu_2に一致するように$u_1{}^c(t)$を決めればよい．それゆえ， perfect cheating を実現するアナウンスは

(69) $\varphi^2(x, q_1) = \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2)$

より

(70) $u_1{}^c = \theta(x, x^c, q_1, q_2)$

と表せる．

もちろん(69)を成立させるような$u_1{}^c$が常に存在する保証はない．事実 Hamalainen (1981) は， 2次計画問題においても perfect cheating が実現するためには，かなり特殊な条件が満たされねばならないことを示している．しかし，もし上の条件を満たす perfect cheating 解が存在し，しかもフォロアーが自分の計画における状態変数$x^c(t)$と現実の状態変数$x(t)$

との乖離に気づかず（あるいは無視して），リーダーのアナウンスを信用し続けるとすればperfect cheatingが実現することになる．これがリーダーにとっては望みえる限り最良の結果であることは言うまでもない．

次にsecondary cheatingを定式化しよう．この場合も，フォロアーはリーダーのアナウンスする政策 $\{u_1{}^c(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を所与として最適問題

$$(71)\quad \max_{u_2\in\Omega_2}\int_0^\infty e^{-\rho t}f^2(x^c, u_1{}^c, u_2)\,dt$$

$$s.t.\ \dot{x}^c=g(x^c, u_1{}^c, u_2)\ :\ x^c(0)=x_0$$

を解く．先と同様にフォロアーの最適政策は

$$(72)\quad u_2=\varphi(x^c, u_1{}^c, g_2)$$

と表され， canonical eguationsは

$$(73)\quad \dot{x}^c=g(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, g_2))$$

$$(74)\quad \dot{q}_2=\rho q_2-f_1{}^2(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))$$
$$-q_2g_1(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))$$

のようになる．一方リーダーは $\{u_1{}^c(t)\}_{t=0}^{\infty}$ の最適経路を通常のシュタッケルベルク解と同様にして求める．問題はしたがって

$$(75)\quad \max_{u_1{}^c\in\Omega_1}\int_0^\infty e^{-\rho t}f^1(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))\,dt$$

$$s.t.\ \dot{x}^c=g(x^c, u_1{}^c, \varphi(x^c, u_1{}^c, q_2))$$

及び(73)，(74)， $x^c=(0)=x_0$.

となる．(36)と全く同様にcurrent value Hamiltonianを設定し，最適政策を求めるとそれは

$$(76)\quad u_1{}^c=\eta(x^c, q_1, q_2, \mu)$$

のように表せる．

ここまではシュタッケルベルク均衡を求める手続と同じであるが，リーダーにとっての真の問題は次のようになる．(72)と(76)よりフォロアーの政策は

$$(77)\quad u_2=\varphi(x^c, \eta(x^c, q_1, q_2, \mu), q_2)\equiv\tilde{\varphi}(x^c, q_1, q_2, \mu)$$

によって決まる．リーダーは(77)を考慮して

(78)　$$\max_{u_1 \in \Omega_1} \int_0^\infty e^{-\rho t} f^1(x, u_1, \tilde{\varphi}(x^c, q_1, q_2, \mu))\,dt$$

$$s.t.\ \dot{x} = g(x, u_1, \tilde{\varphi}(x^c, q_1, q_2, \mu)),\quad x(0) = x_0$$

を解けばよい．この場合 $x^c(t)$ を状態変数とする「架空の」システムのシュタッケルベルク均衡として $\{u_2(t)\}_{t=0}^{\infty}$ が(77)のように与えられるから，$x(t)$ を状態変数とする「真の」システムに対しては $\{u_2(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は外生的に与えられたパラメタの経路を表すとみなせる．したがって(78)はリーダーにとっては対自然ゲームであり，最適解の時間整合性は満足される．前に触れたように，perfect cheating は実行不可能な場合が多い．そこでシュタッケルベルク均衡を求め，そのうえで結果の改善を試みるというのが srecondary cheating の考えかたである．

以上のように，情報に関する優位性を利用することによりリーダーは自らの計画の時間不整合性を解決することが可能であるが，これはあくまでもフォロアーがリーダーのアナウンスを計画期間全体にわたって信じ続けることが前提となっている．しかし実際のシステムの動き $\{x(t)\}_{t=0}^{\infty}$ と，フォロアーが念頭におくシステムの動き $\{x^c(t)\}_{t=0}^{\infty}$ は，cheating が行われる限り一般に乖離するから，やがてはフォロアーはリーダーのアナウンスを信用しなくなるかもしれない．もしフォロアーがアナウンス $\{u^c(t)\}_{t=0}^{\infty}$ を無視して適当な推測 $\{\tilde{u}_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$ $(\neq \{u^c{}_1(t)\}_{t=0}^{\infty})$ を行えば，フォロアーの政策がリーダーのそれに反応することは期待できなくなる．そのため $\{u_2(t)\}_{t=0}^{\infty}$ はリーダーにとって所与になり，ゲームはナッシュ型になってしまう．つまりリーダーがフォロアーの行動を $\{\tilde{u}_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$ も含めて完全に知っていたとしても，リーダーはリーダーシップを失い単なるナッシュ・プレイヤーになるのである[7]．

8.5.　フィードバック制御

繰り返し述べたように，アナウンスあるいは，precommitment というかたちでリーダーがフォロアーの戦略を誘導するときには，一般にはリーダーに cheating の誘因が働く．しかし，前節で示した cheating 解は，フ

ォロアーがリーダーの目的や行動に関して十分な情報をもつ場合には一般に成立しえない．このような状況において，リーダーがリーダーシップ維持するためには，時間整合的な戦略を選ぶ以外に方法はない．すなわち，任意の時点にたって求めたゲームの解が初期時点に求めた解と同様になるような戦略をリーダーは選ばねばならないのである．これを実現する方法は，Kydland (1975)，(1977) が主張したように，リーダーとフォロアーがオープン・ループではなくフィードバック形式の戦略を選ぶことである．フィードバック形式のゲームの解は，以下に述べるように sub-game perfect 性を満たし，時間不整合の問題は生じない．

フィードバック解が意味をもつのは，フォロアーの情報が完全で cheating が不可能な場合だけではない．計画期全体にわたってひとつのリーダーが政策を担当せず，政策担当者が次々交替する場合を考えよう．このときには，最初の政策担当者が後の担当者たちの行動を完全に束縛できなければ，オープン・ループ形式の時間不整合な戦略を選んでも，後の担当者が後の選択した通りの政策を実行してくれる可能性はない．このような状況では各期のリーダーは，時間整合的なフィードバック戦略をとらねばならない．

本節では，フィードバック・シュタッケルベルク・ゲームについて考える．フィードバック制御は今まで論じたオープン・ループ政策と異なり，クローズド・ループ政策のかたちをとるから，本論に入る前に，オープン・ループとクローズド・ループの関係について整理しておこう．

オープン・ループとクローズド・ループ

まずナッシュ・ゲームの場合を考えよう．3 節で論じたように，オープン・ループのナッシュ・ゲームでは各主体は相手の政策変数の値そのものを各時点で所与とみなして自らの最適政策を決定した．それに対し，クローズド・ループの場合には，第 i 主体は第 j $(\neq i)$ 主体の政策変数の決定ルールを与えられたものとみなして自らの政策を決定する．再び問題(16)に戻ろう．

(79) $\max \int_0^{\infty} e^{-\rho t} f^i(x, u_1, u_2)\, dt \quad i=1, 2$

$s.t.\ \dot{x}=g(x, u_1, u_2),\ \ x(0)=\text{given}$

ここで，たとえば第 1 主体は第 2 主体が $u_2(t)$ を決める方法に関する知識を利用して問題を解くわけであるが，最も単純な方法は，$u_2(t)$ が状態変数 $x(t)$ と t のみに依有すると仮定するいわゆる no-memory ルールを用いることである．すなわち，第 1 主体は第 2 主体の政策が

(80) $u_2(t)=h_t^2(x(t))$

というかたちで決定されると想定したうえで自らの政策を決める．同様に第 2 主体も第 1 主体は $u_1(t)=h_t^1(x(t))$ という決定ルールを用いると想定する．$h_t^1(\cdot)$ と $h_t^2(\cdot)$ が単に任意に想定されれば，一般に一意な解は求まらないから，consistent な解を探す必要がある．そのためには，各主体の問題に対応する Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式

(81) $$\rho V_t^1(x(t))=\max_{u_1(t)}\{f^1[x(t), u_1(t), h_t^2(x(t))] + V_{tx}^1(x(t))g[(x(t)), u_1(t), h_t^2(x(t))]\}$$

(82) $$\rho V_t^2(x(t))=\max_{u_2(t)}\{f^2[x(t), h_t^1(x(t)), u_2(t)] + V_{tx}^2(x(t))g[(x(t), h_t^1(x(t)), u_2(t))]\}$$

に注目すれば良い．ただし $V_t^1(\cdot)$ は第 i 主体の optimal valne function である（8.3 節を参照.）(81), (82) を同時に満たす $u_1(t)$ と $u_2(t)$ を

$$u_i{}^*(t)=h_t^{i*}(x(t))$$

とすれば，consistent なクローズ・ループ解は

(83) $h_t^i(x(t))=h_t^{i*}(x(t))$

となるように第 $j\ (\neq i)$ 主体が $h_t^i(\cdot)$ を想定したときに得られる．

(83) を前提にすると，最適解を表現する canonical equations は次のようになる．

(84) $\dot{x}=g(x, h_t^{1*}(x), h_t^{2*}(x))$

(85) $\dot{q}_1=\rho q_1-f_1^1(\cdot)-f_3^1\dfrac{\partial h^{2*}}{\partial x}-q_1[g_1(\cdot)+g_3\dfrac{\partial h^{2*}}{\partial x}]$

(86)　$\dot{q}_2 = \rho q_2 - f_1^2(\cdot) - f_2^2 \dfrac{\partial h^{1*}}{\partial x} - q_2[g_1(\cdot) + g_2 \dfrac{\partial h^{1*}}{\partial x}]$

オープン・ループの canonical equations (26), (27) と比べれば明らかなように，クローズド・ループの場合には，第 i 主体の補助変数 q_i の運動方程式には，x の変化が相手の政策に及ぼす効果 $\partial h^{j*}/\partial x$ $(j \neq i)$ が含まれている．これは相手の u_j が x に依存することを前提にして問題を解いていることの当然の結果であり，したがって $\partial h^{j*}/\partial x = 0 (\forall t \geq 0)$ が成立する特殊ケースを除いて，オープン・ループとクローズド・ループの解経路は一致しない．

一方，クローズド・ループのシュタッケルベルク・ゲームの場合には，リーダーである第1主体は $\{u_1(t)\}_{t=0}^{\infty}$ ではなく，$u_1(t)$ の決定ルールをフォロアーにアナウンスする．ここでも最も単純な no-memory のケースに話を限れば，リーダーは $t=0$ において

(87)　$u_1 = h_t^1(x(t))$

という決定ルールを計画期間全体にわたってアナウンスする．フォロアーはオープン・ループの場合と同様に(87)を考慮して自らの政策 $u_2(t)$ を決定する．そしてリーダーはこのフォロアーの反応を前提にして最適な関数の流列 $\{h_t^1(x(t))\}_{t=0}^{\infty}$ を決める．つまり，クローズド・ループの場合，リーダーは初期時点 $t=0$ において政策決定ルールを計画期間全体にわたって pre-commit するのである．

このようにして求めた $\{h_t^1(\cdot)\}_{t=0}^{\infty}$ が時間整合性を満たすためには，$\{h_t^1(\cdot)\}_{t=0}^{\infty}$ が Hamilton＝Jacobi＝Bellman 方程式の解であり，ベルマンの最適性原理を満たしていなければならない．以下では，シュタッケルベルク・ゲームにおいて時間整合的なフィードバック解を求める手続きについてより詳しく検討しよう．

フィードバック制御

説明の便宜上，今までの定式化を少し変え，各主体の問題は離散形で定式化された有限視野の問題であるとしよう．（より一般的なケースについ

ては本節の終わりで簡単に触れる.) 今まで通り第1主体をリーダー, 第2主体をフォロアーとして各主体の問題を次のように与える.

$$(88)\quad \max_{u_i} \sum_{t=0}^{T} f_t^i(x_t, u_{1t}, u_{2t}) + S^i(x_{T+1}),\quad i=1,2$$

$$s.t.\ x_{t+1} = g_t(x_t, u_{1t}, u_{2t})$$

$$x_0 : \text{given}$$

リーダーは毎期入れかわると仮定し, 各期のリーダーを L_0, L_1, L_2, …, L_Tと呼ぼう. もし初期のリーダー L_0 が L_1, …, L_Tの行動を束縛できないにもかかわらず, 第2主体の反応$h_1^2(x_t, u_{1t})$ を考慮して問題をオープン・ループのかたちで解き, 最適解 $\{u_{10}^*, u_{11}^*, \cdots, u_{1T}^*\}$ を求めたとしよう. この政策のもとでの状態変数の流列を $\{x_t^*\}_{t=0}^T$とする. L_1 はもちろんu_{11}^*には従わず, x_1^*を初期値をして問題

$$(89)\quad \max_{u_{1t}} \sum_{t=1}^{T} f_t^1(x_t, u_{1t}, h_t^2(x_t, u_{1t})) + S^1(x_{T+1})$$

$$s.t.\ x_{t+1} = g_t(x_t, u_{1t}, h_t^2(x_t, u_{1t}))$$

$$x_1^* : \text{given}$$

を解く. この解を $\{u_{11}^{**}, u_{12}^{**}, \cdots, u_{1t}^{**}\}$ とし, 状態変数の流れを $\{x_t^{**}\}_{t=1}^T$ としよう. 以下同様に, L_2 はx_2^{**}を初期値にして $\{u_{12}^{***}, \cdots, u_{1T}^{***}\}$ を求め, L_3 はx_3^{***}を初期値にして……という計画の改訂をくりかえしていくと $\{u_{10}^*, u_{11}^{**}, u_{12}^{***}, \cdots\}$ という最適政策変数の流列が得られる.

しかしu_{10}^*が L_0 にとって最適な政策であるのは, 言うまでもなく L_1, …, L_Tがそれぞれu_{11}^*, …, u_{1T}^*を実行するときであり, L_1, …, L_Tが計画をたて直し独自の最適政策をとりu_{11}^*, …, u_{1T}^*は採用されないことが L_0 にわかっていれば, u_{10}^*は L_0 にとって最適な政策ではなくなる. 同様にu_{11}^{**}が L_1 にとって最適であるのは L_2, …, L_Tがu_{12}^{**}, …, u_{1T}^{**}をとることを前提にしている. 同じことは L_2 以下の主体にとっても成立するから, われわれの前提のもとでは $\{u_{10}^*, u_{11}^{**}, u_{12}^{***}, \cdots\}$ はL_Tを除くどの主体にとっても最適な政策ではないことになる. ここではオープン・ループ政策の場合を論じたが, 同じことは各 L_t がクローズド・ループ政策を前向きに求めた

場合にも生じる．いずれにせよ，L_t が本当にコントロールできるのは u_{1t} のみであり，しかも時間不整合性が存在するときには，各 L_t は問題を前向きに解いて最適解を決定することはできない．このような状態のもとで最適政策を求めるためには，各 L_t は $L_{t+1}, \cdots, L_T$がそれぞれの初期条件 $x_{t+1}, \cdots, x_T$のもとで最適化を行うことを前提にして自らの政策を「後向き」に決定しなければならない．

これを L_0 について具体的に考えると次のようになるだろう．L_0 の立場から見れば，$L_1, \cdots, L_T$はそれぞれ独自の行動をするわけであるから，まず最後のL_Tがどのように行動するかを考えねばならない．L_Tはx_Tを初期条件として最適化を行うから，フォロアーである第2主体の反応$h_t^2(x_T, u_{1T})$ を考慮して

$$(90)\quad \max_{u_{1T}}\{f_T^1(x_T, u_{1T}, h_t^2(x_T, u_{1T}))+S^1(x_{T+1})\}$$
$$s.t.\ x_{T+1}=g_T(x_T, u_{1T}, h_t^2(x_T, u_{1T}))$$
$$x_T\ ;\ \text{given}$$

を解く．この問題の解を$h_t^1(x_T)$としよう．ではL_{T-1}はどのように行動するだろう．L_{T-1}はL_Tが$h_t^1(x_T)$という政策をとることと，フォロアーが$h_{T-1}^2(x_{T-1}, u_{1T-1})$ という反応を示すことを前提にして次の問題を解く．

$$(91)\quad \max_{u_{1T-1}}\{f_{T-1}^1(x_{T-1}, u_{1T-1}, h_{T-1}^2(x_{T-1}, u_{1T-1}))+V_T^1(x_T)\}$$
$$s.t.\ x_T=g_{T-1}(x_{T-1}, u_{1T-1}, h_{T-1}^2(x_{T-1}, u_{1T-1}))$$
$$x_{T-1}:\ \text{given}$$

ただし $V_T^1(x_T)$はL_Tの optimal value function であり

$$V_T(x_T)\equiv\max_{u_{1T}}\{f_T^1(x_T, u_{1T}, h_t^2(x_T, u_{1T})) +S^1[g_T(x_T, u_{1T}, h_t^2(x_T, u_{1T}))]\}$$

と定義される．(91)が解を持てば，それは$h_{T-1}^1(x_{T-1})$と書ける．

以下同様にして，一般に L_t の問題は

$$(92)\quad \max_{u_{1t}}\{f_t^1(x_t, u_{1t}, h_t^2(x_t, u_{1t}))+V_{t+1}^1(x_{t+1})\}$$
$$s.t.\ x_{t+1}=g_t(x_t, u_{1t}, h_t^2(x_t, u_{1t}))$$
$$x_t:\ \text{given}$$

となり，その最適解は $u_{1t}=h_t^1(x_t)$と表わせる．ただし $V_{t+1}^1(x_{t+1})$は L_{t+1}

の問題の optimal value function である．したがって，最初の L_0 が解くべき問題は次のように書ける．

$$(93)\quad \max_{u_{10}}\{f_0^1(x_0, u_{01}, h_0^2(x_0, u_{10}))+V_1^1(x_1)\}$$
$$s.t.\ x_1=g_0(x_0, u_{01}, h_0^2(x_0, u_{10}))$$
$$x_0 : \text{given}$$

この問題の解が L_0 が $t=0$ においてとるべき最適政策 $u_{10}=h_0^1(x_0)$ を与える．

以上の操作は言うまでもなくダイナミック・プログラミングのアルゴリズムそのものである．すなわち L_0 は $t=0$ において問題を D.P. を用いて recursive に解き，フィードバック解 $\{h_0^1(x^0), h_1^1(x_1), \cdots, h_T^1(x_T)\}$ を求め，これをフォロアーにアナウンスするのである．もちろん L_0 にとって，これは(88)をオープン・ループで前向きに解いて求めた政策よりは劣っている．しかし，$L_1, \cdots, L_T$が自由に行動することを前提にすれば，上のようにして求めたフィードバック解が最適な政策になる．

このフィードバック解 $\{h_0^1(x_0), \cdots, h_T^1(x_T)\}$ は時間不整合性のもたらす問題から 2 重の意味でまぬがれている．まず第 1 に，この解は各時点において後のリーダー達がそれぞれ最適な政策をたてることを前提として求めたものであるから，明らかに時間整合的である．すなわちどの L_s ($s=1, \cdots, T$) にとっても L_0 がアナウンスした $\{h_t^1(x_t)\}_{t=0}^T$の部分列 $\{h_t^1(x_t)\}_{t=S}^T$ が最適な政策になる．第 2 に，フォロアーがリーダーの目的関数を知っており，しかも各 L_t が独立に行動することがわかっていれば，$\{h_0^1(x_0), \cdots, h_T^1(x_T)\}$ が時間整合的な解であることもわかっていることになるから，L_0 のアナウンスを信用して自らの行動を決めることができる．したがって cheating にまつわる問題も存在しない．

ところで以上のように各時点でリーダーが独立に行動する場合には，ゲームはリーダーとフォロアーの間だけではなく，リーダー達の間でも行われているとみなせる．このリーダー間のゲームでは，プレイヤーは L_0, $L_1, \cdots, L_T$であり，プレイヤー L_t の目的は

$$(94)\quad \max \sum_{s=t}^{T} f_S^1(x_S, u_{1S}, h_S^2(x_S, u_{1S})) + S^1(x_{T+1})$$

$$s.t.\ x_{t+1} = g_t(x_t, u_{1t}, h_t^2(x_t, u_{1t}))$$

$$x_t : \text{given}$$

を解くことである．ここで L_t は，先のようにして求めた $L_{t+1}, \cdots, L_T$ の政策 $\{h_{t+1}^1(x_{t+1}), \cdots, h_T^1(x_T)\}$ を所与とみなして自らの政策 $h_t^1(x_t)$ を決定する．すなわち，L_t は，$L_{t+1}, \cdots, L_T$ の政策を（クローズド・ループのかたちで）与えられたものと仮定して行動するナッシュ・プレイヤーとみなせる．しかしこのリーダー間のゲームは見方を変えるとシュタッケルベルク・ゲームの一種と考えることもできる．L_{T-1} は L_T の政策 $h_T^1(x_T)$ を前提にして $h_{T-1}^1(x_{T-1})$ を決めるから，L_T と L_{T-1} の間では先手を打つ L_{T-1} がリーダーであり，L_T はフォロアーの役割を果たしていることになる．次に L_{T-2} は L_{T-1} と L_T の政策 $h_T^1(x_{T-1})$，$h_T^1(x_T)$ を前提にして $h_{T-2}^1(x_{T-2})$ を決めるから，L_{T-2} は L_{T-1} と L_T に対してリーダーであり，L_{T-1} と L_T はフォロアーとみなせる．以下同様に考えれば，L_0 から見ると $L_1, \cdots, L_T$ はフォロアーであり，L_1 から見ると $L_2, \cdots, L_T$ はフォロアーであるというように，$L_0, \cdots, L_T$ の間ではヒエラルキー構造をもったシュタッケルベルク・ゲームが行われていると考えることができる．

いずれの見方をするにせよ，フィードバック解 $\{h_0^1(x_0), \cdots, h_T^1(x_T)\}$ は，その任意の部分列 $\{h_t^1(x_t), \cdots, h_T^1(x_T)\}(t=0, \cdots, T)$ がいずれも，$L_t, \cdots, L_T$ の間におけるゲームの（クローズド・ループの）ナッシュ均衡になっているので，ナッシュ部分ゲーム完全均衡（Nash sub-game perfect equilibrium）を示す解であるといえる．したがって，フィードバック解のもとでは，各リーダーとフォロアーの間では通常のシュタッケルベルク均衡が成立し，同時にリーダーの間ではナッシュ部分ゲーム完全均衡が成立していると解釈することができる．

最後に連続形の場合のフィードバック制御について触れておこう．連続形で問題を定式化すると，リーダーが毎期交替するという状況は考えにくくなってしまうが，形式的には新しい問題は生じない．時点 t（≧0）にお

けるリーダーの問題は

$$(95)\quad \max\int_t^\infty e^{-\rho(t-s)}f^1(x(s),u_1(s),h^2(x(s),u_1(s)))\,ds$$

$$\text{s.t. } \dot{x}(t)=g(x(t),u_1(t),h^2(x(t),u_1(t)))$$

$$x(t)\ :\ \text{given}$$

である．それゆえ optimal value function

$$V_t^1(x(t))\equiv\max_{\{u_1(t)\}_{T}^{\infty}}\sum_{s=t}^{T}\left\{\int_t^\infty e^{-\rho(t-s)}f^1(\cdot)\,ds\,\middle|\,\dot{x}=g(\cdot),x(t)\ :\ \text{given}\right\}$$

を定義すると，フィードバック解は， Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式

$$(96)\quad \rho V_t^1(x(t))=\max_{u_1(t)}\{f^1[x(t),u_1(t),h^2(x(t),u_1(t))]$$
$$+V_{tx}^1(x(t))g[x(t),u_1(t),h^2(x(t),u_1(t)]\}$$

から求めることができ，それは $u_1(t)=h_t^1(x_t)$ と表わせる．もっとも $f^1(\cdot)$ や $g(\cdot)$ が一般的なかたちで与えられると $V_t^1(\cdot)$ 関数を具体的に求めることはほぼ不可能であるから，実際には，問題を離散型で再定式化したうえで，シミュレーションによって近似解を求める必要に迫られることが多い．

8.6. おわりに

本章では，動学ゲームのフレームワークを用いて，最適化政策の時間不整合性にまつわる諸問題を考えた．従来の最適成長論や最適安定化政策の定式化で仮定される対自然ゲーム（one-player ゲーム）を離れ，民間の最適化行動を明示すれば，政府の動学的最適化政策ははるかに複雑になる．政府（リーダー）が，民間（フォロアー）の反応をよみこんだ政策をとらざるをえないからである．本章で示したように，オープン・ループ解は一般に時間不整合であり，リーダーが cheating を行なう誘因が存在する．したがって，リーダーの pre-commitment の実行を強制するメカニズムが存在しない限り，時間整合的なフィードバック解が選ばれねばならない．しかし，一般にフィードバック解はリーダーにとってはオープン・ループ

解よりも劣るから，時間不整合性の存在するケースは，本来ならば（pre-commitment を実行して）より良い結果が得られるにもかかわらず，それが実現できないという困難をもたらす．

本章では，以上のような主要な結果を示すために一般的なフレームワークを用いて定式化をした．一応シュタッケルベルク・ゲームのリーダーを政府と考え，フォロアーを民間と考えたが，具体的な政策問題には全く触れていない．以下の 9 章と 10 章では，簡単で具体的な例を用いて，最適安定化ゲームに含まれる問題をより詳しく考えよう．

補　　論

政府と民間が同一の目的関数をもつ場合

この補論では，政府と民間が同一の目的関数をもつときの時間整合性問題を論じる．たとえば，政府の目的が代表的家計の厚生の最大化であるときにも，時間不整合な政策が最適になる可能性はあるだろうか．この問題は，形式的にはリーダーとフォロアーが同じ目的関数をもつオープン・ループのシュタッケルベルク・ゲームの問題である．

まずフォロアーの問題を

$$\text{(A1)}\quad \max_{u^*}\int_0^\infty e^{-\rho t}F(y, u, u^*)\,dt$$

$$s.t.\ \dot{y}=G(y, u, u^*)\ ;\ y(0)=y_0(=\text{given})\ ;$$

$$y\in R^n\ ;\ u^*\in B^*\subseteq R^v,$$

としよう．y は状態変数のベクトル，u と u^* はそれぞれリーダーとフォロアーのコントロール変数のベクトルを示す．フォロアーは(A1)を解くときに，y の初期値と u の経路を所与と考える．この問題の最適化条件を求めるために，ハミルトニアン関数

$$\text{(A2)}\quad H^*(y, \psi, u^*, u)\equiv F(y, u, u^*)+\psi G(y, u, u^*)$$

とその最大値関数

$$\text{(A3)}\quad \hat{H}^*(y, \psi, u)\equiv\max_{u^*\in B^*}H^*(y, \psi, u^*, u)$$

を設定しよう．このとき，最適化の条件は次のようになる．

(A4)　$\dot{y}=\hat{H}^*{}_{\psi}(y, \psi, u)$,

(A5)　$\dot{\psi}=\rho\psi-\hat{H}^*{}_y(y, \psi, u)$.

(A6)　$\lim_{t\to\infty}\psi_i y_i e^{-\rho t}=0 \quad i=1, \cdots, n.$

以上の条件を満たす解が存在すると仮定すると，まず（$A3$）より u^* は $u^*=u^*(y,\ \psi,\ u)$ と表せる．そのため，関数 F と G も

(A7)　$F^*(y, \psi, u)\equiv F(y, u, u^*(y, \psi, u))$,

(A8)　$G^*(y, \psi, u)\equiv G(y, u, u^*(y, \psi, u))$.

のように，$(y,\ \psi,\ u)$ の関数になる．したがって，リーダーの問題は次のように定式化できる．

(A9)　$$\max_u \int_0^\infty e^{-\rho t}F^*(y, \psi, u)\,dt$$

$$s.t.\ \dot{y}=G^*(y, \psi, u),$$

$$\dot{\psi}=\rho\psi-F^*{}_y(y, \psi, u)-\psi G^*{}_y(y, \psi, u),$$

$$y\in R^n,\quad \psi\in R^n,\quad u\in B\subseteq R^m,$$

ただし，B はリーダーの政策変数のベクトルの許容集合である．すなわちリーダーの目的は，フォロアーの瞬時的最大値関数の総和の現在値を，状態変数とフォロアーの問題の補助変数の運動方程式の制約のもとで最大化することである．

問題(A9)を解くためには（y,　ψ）の初期値を特定化しなければならない．8.3で述べたように ψ の初期値は横断条件より $\psi(0)=0$ である．また状態変数の中にも，6章と7章で論じたように forward-looking な変数が含まれていれば，それらの初期値も内生的に決められねばならない．そこで，状態変数 y のうちで初期値が歴史的に定まっている backward-looking な変数を y_1 ($\in R^1$) とし，初期値がジャンプできる変数を y_2 ($\in R^{n-r}$) としよう．そうすると，リーダーの問題は次のように書き直せる．

(A9′)　$$\max_u \int_0^\infty e^{-\rho t}f(x_1, x_2, u)\,dt$$

$$s.t.\ \dot{x}_1=g_1(x_1, x_2, u),$$

$$\dot{x}_2 = g_2(x_1, x_2, u),$$
$$x_1(0) = x_1^0 \ (=\text{given}), \ \ x_2(0) = \text{free},$$
$$x_1 \in R^r, x_2 \in R^{2n-r}, \ \ u \in B \subseteq R^m$$

ただし

$$x_1 \equiv y_1, \ \ x_2 \equiv (y_2, \psi),$$
$$f(x_1, x_2, u) \equiv F^*(y, \psi, u),$$
$$g_1(x_1, x_2, u) \equiv (G^*{}_1(\cdot), \cdots, G^*{}_r(\cdot)),$$
$$g_2(x_1, x_2, u) \equiv (G^*{}_{r+1}(\cdot), \cdots, G^*{}_n(\cdot), \ \ \rho\psi_1 - \frac{\partial F^*}{\partial y_1} - \sum_{i=1}^{n} \psi_i \frac{\partial G^*{}_i}{\partial y_1},$$
$$\cdots, \ \ \rho\psi_n - \frac{\partial F^*}{\partial y_n} - \sum_{i=1}^{n} \psi_i \frac{\partial G^*{}_i}{\partial y_n}).$$

この問題のハミルトン関数を

(A10)　$H(x_1, x_2, u, q_1, q_2) \equiv f(x_1, x_2, u) + q_1 g_1(x_1, x_2, u)$
$\qquad + q_2 g_2(x_1, x_2, u)$

のように定めれば，最適化条件は以下のようになる．

(A11)　$\dot{x}_1 = g_1(x_1, x_2, u),$

(A12)　$\dot{x}_2 = g_2(x_1, x_2, u),$

(A13)　$\dot{q}_1 = \rho q_1 - f_1(x_1, x_2, u) - q_1 g_{11}(x_1, x_2, u) - q_2 g_{21}(x_1, x_2, u),$

(A14)　$\dot{q}_2 = \rho q_2 - f_2(x_i, x_2, u) - q_1 g_{12}(x_1, x_2, u) - q_2 g_{22}(x_1, x_2, u),$

(A15)　$0 = f_3(x_1, x_2, u) + q_1 g_{13}(x_1, x_2, u) + q_2 g_{23}(x_1, x_2, u).$

(A16)　$\lim_{t\to\infty} q_{1i} x_{1i} e^{-\rho t} = 0 \ ; \ \lim_{t\to\infty} q_{2j} x_{2j} e^{-\rho t} = 0 \quad i = 1, \cdots, r,$
$\qquad j = 1, \cdots 2n - r.$

ここで optimal value function を次のように定めよう．

(A17)　$$V(x_1(t), x_2(t)) \equiv \max_u \left\{ \int_t^\infty e^{-\rho(s-t)} f(x_1(s), x_2(s), u(s))\, ds : \right.$$
$$\left. x_1(t) = \text{given}, \ \ \dot{x}_1 = g_1(x_1, x_2, u), \ \ \dot{x}_2 = g_2(x_1, x_2, u) \right\}.$$

関数 V の微分可能性を仮定すれば，8.3 節で述べたように，初期値が与えられていない x_2 に対応する補助変数 q_2 は，所与の x_1^0 のもとで

(A18)　$\dfrac{\partial}{\partial x_2}V(x_1^0, x_2(0))=q_2(0)=0$

を満たさねばならない．しかしこの条件は，任意の時点 $\tilde{t}\,(>0)$ において(A9′)を解き直したときにも満足されねばならない．すなわち

(A19) $\dfrac{\partial}{\partial x_2}V(\hat{x}_1(\tilde{t}), x_2(\tilde{t}))=q_2(\tilde{t})=0.$

(A19)は，時間整合的な解をリーダーが求めようとすれば，すべての t $(\geqq 0)$ について $q_2(t)=0$ となるような解を探さねばならないことを意味している．(A13)，(A14)，(A15)より，そのような解は

(A13′)　$\dot{q}_1=\rho q_1-f_1(x_1, x_2, u)-q_1g_{11}(x_1, x_2, u),$

(A14′)　$0=-f_2(x_1, x_2, u)-q_1g_{12}(x_1, x_2, u),$

(A15′)　$0=f_3(x_1, x_2, u)+q_1g_{13}(x_1, x_2, u).$

を満足しなければならない．(A14′)と(A15′)を x_2 と u について解けば，$x_2=x_2(x_1,\ q_1)$ と $u=u(x_1,\ q_1)$ を得る．一方，最適化条件は x_2 の運動を規定する独立な方程式(A12)も含んでいる．したがって，一般的には(A11)，(A12)，(A13′)，(A14′)，(A15′)を同時に満足するような解を見つけることはできない．つまり，たとえリーダーの目的がフォロアーの目的関数の最大化であっても，リーダーがオープン・ループ型のシュタッケルベルク解を求めようとすれば，時間不整合問題の発生は一般に避けられないのである．静学的なわく組では，たとえば政府が代表的家計の間接効用関数の値を最大化するように税率を決めるというような厚生経済学的な問題がよく論じられる．しかし，同様のアプローチを動学的なフレームワークにおいて適用しようとすれば，時間整合性問題にも対処しなければならなくなる．

ただし，上の問題において，すべての状態変数が forward-looking であれば，時間不整合性が生じない可能性がある．この場合には(A1)におけるベクトル $y(t)$ はすべてジャンプ可能な変数のみから成るので，$x(t)=(y(t),\ \psi(t))$ とすれば，(A11)－(A15)は次のようにまとめられる．

(A20)　$\dot{x}=g(x, u),$

(A21)　$\dot{q}=\rho q-f_x(x,u)-qg_x(x,u)$,

(A25)　$0=f_u(x,u)+qg_u(x,u)$,

ただし $x \in R^{2n}$ であり，$q \in R^{2n}$ は x に対応する補助変数である．時間整合性を保つためには，すべての $t \geqq 0$ について $q(t)=0$ でなければならないことに注意すれば，(A20)－(A22)の定常解（$\bar{x}$, $\bar{u}$）は，以下の条件を満たさねばならない．

(A23)　$g(\bar{x},\bar{u})=0$,

(A24)　$f_x(\bar{x},\bar{u})=0$

(A25)　$f_u(\bar{x},\bar{u})=0$

(A23)－(A25)は $4n+m$ 本の式と $2n+m$ 個の変数を含むから一般には過剰決定である．しかし，実際の経済モデルでは目的関数 $f(\cdot)$ がすべての変数を含んでいることはまれである．もし $f(\cdot)$ が x の要素の中で v（$<2n$）個のみと u の要素の中で z（$<m$）個のみを含み，かつ $v+z=m$ であれば，(A23)－(A25)は一意な（$\bar{x}$, $\bar{u}$）を決定しえる．この場合には，初期時点において定常点へジャンプするように（$q(0)$, $u(0)$）＝(0, $\bar{u}$) という選択をすれば，$x(0)=\bar{x}$ となるから，そのままそこに留れば，最適解は時間整合的である．

このようなタイプの問題の典型は Calvo (1978a) や Turnovsky and Brock (1980) などである．そこでは第6章と同様の完全予見を仮定したシドラウスキー型モデルが扱われている．政府は6章のモデルのように政府支出や貨幣成長率等を一定に保つのではなく，民間が所与の政策（の経路）のもとで最大にした効用の総和をもう一度最大にするよう政策変数の経路を選ぶ．Calvo や Turnovsky and Brock のモデルではジャンプできない状態変数が含まれないと仮定されているため，上で述べたような定常点における静学的なティンバーゲン流の手段と目的の数の一致問題に帰することができる．しかし言うまでもなく，資本ストックのようにジャンプできない変数を含めば，彼らの手法は適用できないから，資本蓄積を含む場合にモデルを拡張すると時間不整合性問題の発生を避けることは不可能である．

以上からわかるように，リーダーとフォロアーの目的が同一であっても，一般的な状況で時間不整合性を回避するためには，やはりフィードバック解が採られねばならない．フィードバック制御を考えるために，まずフォロアーの optimal value function を

$$\text{(A26)}\quad V=\max_{u^*\in B^*}\left\{\int_t^{\infty}e^{-\rho(s-t)}F(y(s),u(s),u^*(s))\,ds:\ \dot{y}=G(y,u,u^*)\right\}$$

のように定めよう．フォロアーのフィードバック解は次の Hamilton=Jacobi=Bellman 方程式から求めることができる．

$$\text{(A27)}\quad \rho V(y(t),u(t))=\max_{u^*\in B^*}H^*$$
$$=\max_{u^*\in B^*}\{F(y(t),u(t),u^*(t))+V_y(y(t),u(t))G(y(t),u(t),u^*(t))\}$$

(A27)の右辺の最大化の1階条件は

$$\text{(A28)}\quad F_{u^*}(y,u,u^*)+V_y(y,u)G_{u^*}(y,u,u^*)=0$$

である．これが一意な最適解 u^* を与えるとすれば， u^* は

$$\text{(A29)}\quad u^*=z(y,u)$$

と表せる．これがフォロアーの「反応関数」である．

(A29)を(A28)の右辺に代入すると，フォロアーの最大値関数を次のように得ることができる．

$$\text{(A30)}\quad V(y(t),u(t))=1/\rho[F(y(t),u(t),z(y(t),u(t)))+V_y(y(t),u(t))G(y(t),u(t),z(y(t),u(t)))]$$

このとき，リーダーの問題は(A30)を $u(t)$ について各時点において最大化することである．すなわち

$$\text{(A31)}\quad \max_{u\in B}V(y(t),u(t))$$

この問題の1階条件は

$$\text{(A32)}\quad F_u(y,u,z(x,u))+V_{yu}(x,u)G(y,u,z(x,u))+V_y(y,u)G_u(y,u,z(y,u))=0$$

である．再び(A32)を満たす u が一意に決まるとすれば，リーダーのフィードバック解

(A33)　$u=k(y)$

を定めることができる．このとき，フォロアーの解も

(A34)　$u^*=z(y, k(y))=z(y)$

のように，状態変数のみに依存するように表せる．このようにして求めた解が時間整合性を保つ理由は，本文で述べた通りである．

第８章　注

1）動学的最適化問題における時間不整合性は Strotz (1955) によってつとに指摘されているから，数学的には目新しい問題ではない．Kydland and Prescott の貢献は，この現象が分権的経済システムの最適制御問題において非常に一般的に生じえることを示した点にある．なお Lucas and Sargent (1981) もこの問題の解説を含んでいる．

2）この定理のオリジナルな出所は Simaan and Crutz (1973) である．またシュタッケルベルク解については Kydland (1975), (1977) も参照．定理の応用例としては Pohjola (1983) がある．

3）この関係に関する一般的な議論は Benveniste and Scheinkman (1982) にみられる．

4）特殊なケースには $q(0)$ は $u_1(0|\infty)$ から独立に決まる可能性がある．たとえば，$f^2(\cdot)$ が u_1 について強分離可能であり，$g(\cdot)$ が u_1 を含まない場合がそれである．

5）注４で触れたケースでは，$q_2(0)$ が(45)によって決まってしまうから，(48)は成立しない可能性があり，最適解の存在に関して問題が生じる．

6）Bryson and Ho (1975) pp. 54-56 を参照．

7）目的関数が２次式で制約が線型の場合に perfect cheating とリーダーシップの喪失の解を具体的に計算しているのは，Millar and Salmon (1983) と Buiter (1983) である．

第９章　完全情報下の安定化政策

9.1. は じ め に

本章では，安定化政策を動学的ゲームとしてとらえた簡単な例を検討する．議論の基本になるフレームワークは，Barro and Gordon（1983b）が示した失業とインフレーションのトレードオフをめぐる安定化ゲームである．このモデルは，自然失業率仮説のもとで，失業とインフレのコストを最小化するようにインフレ率をコントロールする政策当局と，合理的なインフレ期待をする民間との間のゲームとして定式化されている．バロー・ゴードン・モデルは，古典派的な色彩の強い極めて簡単なモデルであり現実との距離は大きい．また，モデルは状態変数を含まない反復ゲーム（repeated game）であり，真に動学的なものではない．しかし，その簡明さゆえに，安定化政策ゲームにおいて生じえる種々の問題を考察するためには便利なフレームワークを提供する．

以下ではまず完全情報下のゲームについて整理をしたうえで，バロー・ゴードン・モデルを説明する．そしてこのモデルで導けるいくつかの解の性質について分析をする．本章の後半では，バロー・ゴードン・モデルに価格の粘着性（price inertia）を導入したモデルを検討する．価格が完全に伸縮的ではないとすると，モデルは反復ゲームではなく，前章で論じた微分ゲームのかたちになる．前章で示した抽象的な解概念を具体的なモデルを用いて検討することが，後半の目的である．

9.2. 完全情報下の反復ゲーム

まず１回限り（one shot）のゲームの場合を考えよう．この場合，情報が完全であれば，リーダーの pre-commitment が必ず実行される保証（外生的な規制や物理的非可逆性）が存在しない限り，シュタッケルベルク解は実現せず，前章で述べたようにナッシュ解が成立する．リーダーの立場

からすれば，一般にナッシュ解はシュタッケルベルク解よりも劣るから，pre-commitment を守る方が引きあうことになる．しかし，リーダーの pre-commitment を強制的に守らせる条件がない場合には，フォロアーがリーダーを信用していなければならない．1回限りのゲームでこの点を考えようとすれば，リーダーが信用されるかどうかを先験的に仮定する他ないから，議論はこれ以上進展しない．ではゲームが1回限りではなく，反復される場合はどうなるだろう．

ひとつの考えかたは，フォロアーがリーダーの過去の行動を考慮して将来の行動を予想するという仮定の導入である．たとえば過去に cheating が行われていないときには，フォロアーは来期もリーダーが commitment を守ると判断し，一度 cheating が行われると，それから後の一定期間（極端な場合は永久に）リーダーを信用しないという仮定がそれである．このような仮定のもとでは，リーダーは cheat することのコスト（credibility の失墜によるナッシュ解の実現）とその便益を同時に考慮したうえで，「限界コスト」と「限界便益」がつり合うように，pre-commit した戦略から適当に乖離をくり返す戦略を選ぶことができる．

ただしこのような cheating の断続的実行は，ゲームの時間視野が有限であり，しかも期末の時点が確定しているときには不可能である．なぜなら，最期の期（T 期）にはリーダーは信用の失墜を恐れることなく cheating が実行できる．合理的なフォロアーはその点を理解しているから，リーダーのアナウンスした T の戦略は信用されず，結局 T 期について実現するのは one-shot ゲームのナッシュ解である．次に T-1 期において考えると，リーダーは自らが T 期においてフォロアーに信用されないことがわかっているから，T-1 期において pre-commitment を守り credibility を保つ誘因をもっていない．それゆえ T-1期においてもリーダーは cheat をしようとし，またフォロアーはこのことを知っているからやはりリーダーを信用せず，ここでも one-shot ゲームのナッシュ均衡が成立してしまう．T 期と T-1 期でナッシュ解が成立することがわかっている以上，T-2 期においても結果は同じである．以下同様にして各期において one-shot

ゲームのナッシュ均衡のみが実現する．

したがって，先に述べたフォロアー側の punishment による信用の失墜を考慮したうえでリーダーが行動し，しかも1回限りのゲームのナッシュ解とは異なる型の解が生じるためには，①フォロアーの情報が不完全か，あるいは②ゲームが無限回反復されるかのいずれかが，少なくとも必要である．本章では完全情報を前提にした場合に議論を限るから，以下では②の場合について具体的な例を用いて検討しよう．

9.3.　バロー・ゴードン・モデル

前節で述べた論点について，極めて簡単な安定化政策モデルを用いて論じている研究に Barro and Gordon (1983b) がある．彼らの議論は，単純で扱いやすいこともあり，最近のゲーム論的政策決定問題の研究においてひとつのプロト・タイプとして非常によく利用されている．バロー・ゴードン・モデルは次のようなものである．まず政府の目的関数を

$$(1)\quad \min_{\{\pi_t\}} \sum_{t=0}^{\infty} (1+\rho)^{-t} f_t$$

$$f_t \equiv (a/2)\pi_t^2 - b(\pi_t - \pi_t^e), \quad a, b > 0$$

とする．ここで π_t は現実のインフレ率であり，政府は金融政策を通して π_t を直接コントロールできると仮定する．一方，π_t^eは民間の予想するインフレ率てある．インフレは政府にとってはマイナス要因であり $(a/2)\pi_t^2$というかたちで政府の費用関数 f_t に含まれているが，同時に予想されないインフレ率 $\pi_t - \pi_t^e$は自然率仮説により失業率を自然率以下に引き下げるため，政府にとっては望ましい要因として f_t に含められている．政府の目的は，この f_t の総和の割引かれた現在値を最小にするようにインフレ率の流列 $\{\pi_t\}_{t=0}^{\infty}$を決めることである．

この問題を考える前に，次の静学的問題を考え，種々の均衡概念の意味を明らかにしておこう．

$$(2)\quad \min_{\pi_t} \{(a/2)\pi_t^2 - b(\pi_t - \pi_t^e)\}$$

Barro and Gordon (1983, b) では，民間の行動に関しては π_t^e を「合理的に」決定するという以外には行動仮説が明示されていない．しかし d'Autume (1984) が指摘するように，民間の行動基準として

$$(3)\quad \min_{\pi_t}(1/2)(\pi_t-\pi_t^e)^2$$

を仮定すると，問題のゲーム論的性格がよりはっきりとする．すなわち民間の目的はできるだけ正しい予想をすることであると仮定する．もっとも，民間が π_t^e を戦略変数として積極的に用いるとすれば，合理的期待をすることがつねに妥当な目的と考えてよいかどうかについては疑問が残るから，ここでは一応説明を明解にするための便宜上の仮説であるとしておこう.[1]

このゲームの解は簡単に図解することができる．図 9.1 において，政府（第 1 プレイヤー）の反応関数 R_1 は，π_t^e を所与として (1) を解いた解 $\pi = b/a$ を示し，民間（第 2 プレイヤー）の反応関数は π_t を所与として (3)

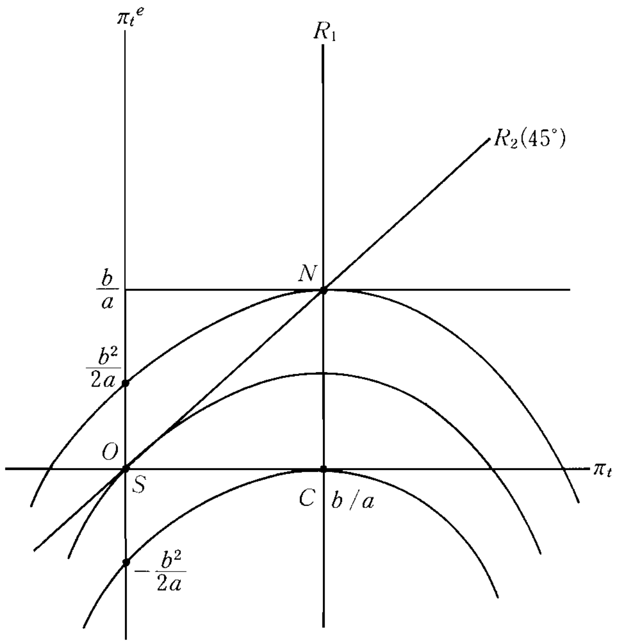


図9.1

を解いた $\pi_t^e=\pi_t$ である．したがって，ナッシュ均衡解は R_1 と R_2 の交点 N であり，このとき政府の目的関数の値は政府の費用関数と縦軸との切辺 $b^2/2a$ になる．もし政府の credibility が確立しており，民間が政府のアナウンスを信用すれば，$\pi=0$ というシュタッケルベルク解 S が実現し，このときの政府のコストはゼロになる．Barro and Gordon はこれをルールと呼んでいる[2)]．さらに政府が $\pi=0$ をアナウンスし民間に $\pi_t^e=0$ を選ばせたうえで cheating を行うときには，secondary cheating を示す C 点が選ばれ，政府の費用は $-b^2/2a$ となりシュタッケルベルク解よりも改善される．

他方，政府の credibility が確立しておらず，政府のアナウンスが信用されていないときには，民間は明らかに $\pi_t^e=b/a$ を選ぶはずである．なぜなら，アナウンスされたルール $\pi=0$ を信じたうえで cheating が行われると，民間は $(1/2)(b/a)^2$ だけのコストを支払わなければならないが，$\pi_t^e=b/a$ という予想をしておけば，政府は $\pi_t^e=b/a$ のもとにおける最適解である $\pi=b/a$ 以外の政策を選べなくなるから，期待は実現しコストをゼロに保つことができるからである．政府のアナウンスが信用されず，しかも民間が政府の目的関数を知っていれば，ナッシュ均衡が成立しえる唯一の均衡になる．Barro and Gordon に従えば，裁量政策（discretion）の帰結は，政府が信用されれば cheating の解を生み，信用されていなければナッシュ解を生むということになる．以上をまとめると表 9.1 のようになる．

表 9.1

	政府の戦略	民間の戦略	政府のコスト
ナッシュ	b/a	b/a	$b^2/2a$
シュタッケルベルク	0	0	0
cheating	b/a	0	$-b^2/2a$

上で述べたことを，民間と政府の行動のタイミングに注意して展開形のゲームとしてとらえ直すと図 9.2 のようになる．完全情報のもとで政府が

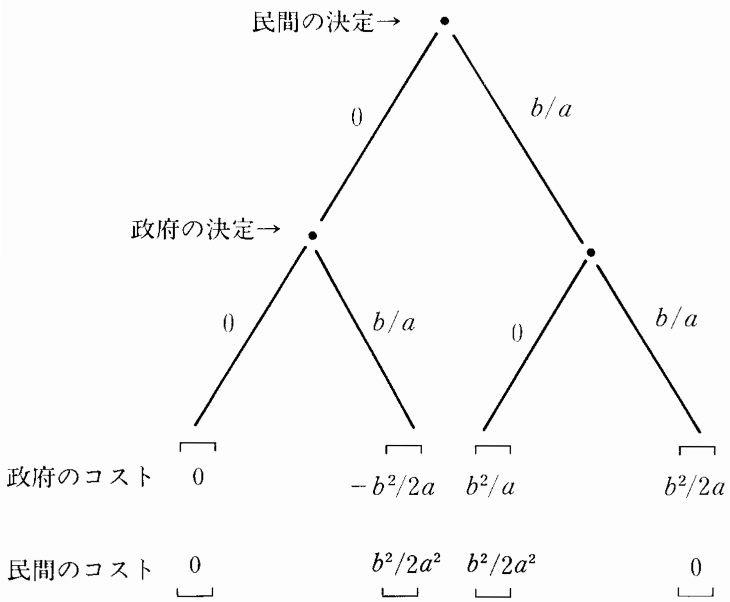


図9.2

pre-commitment というかたちで先手をとれないとすれば，このゲームで先に行動をするのは民間である．民間は図 9.2 のツリー構造を知っているわけだから，$\pi^e=0$ という期待をすれば，政府が $\pi=b/a$ を選び，民間のコストが $(1/2)(b/a)^2$ になることもわかっている．他方，政府のアナウンスのいかんにかかわらず，$\pi^e=b/a$ という予想をすると，政府は $\pi=b/a$ 以外の戦略はとりえない．したがって民間の最適戦略は $\pi^e=b/a$ である．結局このゲームにおける sub-game perfect な解は $(\pi,\ \pi^e)=(b/a,\ b/a)$ であり，credibility をもたない政府は $b^2/2a$ のコストの負担を強いられるのである.[1)]

以上の結果を念頭においたうえで，動学ゲーム(1)に戻ろう．問題は状態変数を含まないから，政府が credibility を確立している場合のシュタッケルベルク解はもちろん $\{\pi_t\}_{t=0}^{\infty}=\{0\}_{t=0}^{\infty}$である．この解は時間整合的ではないから，各時点においてナッシュ解（裁量）$\pi_t=b/a$ を採用させる誘

因が存在する．逆に政府の pre-commitment が全く信用されておらず，もしゲームの終了時点 T が有限であれば，前に述べた理由により民間はつねに $\pi_t^e = b/a$ という予想をするため，政府も $\{\pi_t\}_{t=0}^{T} = \{b/a\}_{t=0}^{T}$ という政策を選ばざるをえなくなり，ナッシュ解が各時点で成立する．すなわち，情報が完全で民間が政府の目的を知っているときに政府が信用されるかされないかという二者択一的な分類をすると，動学ゲームの結果は静学の場合と同じものになる．

では，政府の credibility が政府の過去の行動によって左右されるときにはどうなるだろう．たとえば，民間の予想について次の仮定をおいてみよう．

$$(4)\quad \begin{cases} \pi_{t+1}^e = 0 & \text{if} \quad \pi_t^e = \pi_t \\ \pi_{t+1}^e = b/a & \text{if} \quad \pi_t^e \neq \pi_t \end{cases}$$

すなわち，もし政府がシュタッケルベルク解を正直に実行すれば，民間は次期も政府を信用しアナウンス通りの予想 $\pi_{t+1}^e = 0$ を行うが，t 期に cheating が行われると政府は信用を失い，政府の pre-commitment のいかんにかかわらず民間は裁量政策 b/a の実行を予想する．この仮定のもとでは，t 期に cheating が行われると $t+1$ 期には $\pi_{t+1} = \pi_{t+1}^e = b/a$ となりナッシュ解が成立して民間の予想は実現するから，政府の信用は回復し $\pi_{t+1}^e = 0$ となる．つまり政府の信用失墜期間は 1 期間だけであると仮定されている．割引率 ρ が正である限り，この仮定のもとでは政府にとって cheating が引き合う戦略になることは明らかである．t 期に cheat を行ったときのゲインと $t+1$ 期にナッシュ解が実現することによるコストの総和は

$$(5)\quad -\frac{b^2}{2a} + \frac{1}{1+\rho}\frac{b^2}{2a} < 0 \quad (\rho > 0)$$

であるから，シュタッケルベルク解を両方の期間にわたって実現させた場合よりもコストは小さくなる．したがって(4)のもとでは，1 期間おきに cheating をくり返す政策がとられることになる．

上の結果は，民間の punishment の期間が 1 期間であるという仮定に依存している．そこで，民間の戦略を

$$(6)\begin{cases}\pi^e_{t+1}=0 \quad \text{if} \quad \pi_0=\pi_1, \cdots=\pi_t=0 \\ \pi^e_{t+1}=b/a \quad (\pi_0=\cdots\pi_t=0 \text{ 以外のすべての場合}) \end{cases}$$

のように変えてみよう．これは，過去に一度でも政府が正のインフレ率（b/a）を選べば，民間は以後永久に b/a を予想するという極端な仮定である．このときには，安孫子・早川（1986）が証明しているように，割引率 ρ が一定以下の大きさであれば，政府の最適戦略はすべての t について $\pi_t=0$ となる．すなわち，民間が極端な punishment strategy を採用すれば，パレート効率的な均衡が実現する可能性がある．

Barro and Gordon (1983b) は民間の戦略に関して次の仮定をおいている．

$$(7)\quad \pi^e_{t+1}=\begin{cases}\bar{\pi} \quad \text{if} \ \pi_t=\pi^e_t, \pi_{t-1}=\pi^e_{t-1}, \cdots, \pi_{t-T+1}=\pi^e_{t-T+1} \\ b/a \quad (\text{上記以外のすべての場合}) \end{cases}$$

これは，過去の T 期間にわたって政府が cheat を行っていなければ，民間は来期のインフレ率をある一定値 $\bar{\pi}$ ($<b/a$) と予想し，それ以外は b/a と予想するという仮定である．つまり，この場合は，民間の punishment の期間は T 期間である．もし政府が0期から T 期まで cheat をせず $\pi_t=\bar{\pi}$ を守れば，T 期間にわたる政府のコストの総和は

$$C=\sum_{t=0}^{T}(1+\rho)^{-t}(1/2)\bar{\pi}^2$$

である．もし0期に政府が cheat をすれば，0期の政府のコストは $b\bar{\pi}-(b^2/2a)$ となるが，1期から T 期までのコストの総和は

$$\hat{C}=\sum_{t=1}^{T}(1+\rho)^{-t}(b/2a)^2$$

となる．したがって，もし

$$b\bar{\pi}-(b^2/2a)+\hat{C}<C$$

であれば，0期の cheat は引き合い，逆の場合は引き合わない．

ここで $b\bar{\pi}-(b^2/2a)+\hat{C}=C$ を成立させる $\bar{\pi}$ を $\bar{\pi}^*$ とすると，民間が $\pi^e_t=\bar{\pi}^*$ という予想をすれば，政府の cheat は発生せず，時間整合的な解が実現する．逆に言えば，政府が $\pi_t=\bar{\pi}^*$ ($\forall t\geqq 0$) という政策をアナウンス

すれば，民間は，それが cheat の誘因を含まない政策であることをわかっているから，$\pi_t^e = \bar{\pi}^*$（$\forall t \geqq 0$）という戦略をとり，均衡が実現する．Barro and Gordon (1983b) が示すように，この $\bar{\pi}^*$ は① T の減少関数，② ρ の増加関数，③ $\rho < 1$ のときには $\lim_{T \to \infty} \bar{\pi}^* = 0$，という性質をもつ．

これらの例が示すように，無限回の反復ゲーム（スーパー・ゲーム）のわく組の中で考えると，民間の punishment 行動のいかんに応じて様々な解が生じえる.[3] one-shot ゲームのときには実現しえなかったパレート効率的な解（$\pi_t^e = \pi_t = 0$；$\forall t \geqq 0$）さえも，極端な場合には成立し，その他の場合でも one-shot のときよりも低いインフレ率が実現できる．ただし，このアプローチでは，民間の戦略についてアド・ホックな仮定をおかねばならず，しかもその仮定に応じてほとんどあらゆる結果が生じてしまう．この不決定性は，現実のインフレーションの解釈や安定化政策の評価にこのモデルを適用することを困難にしている．

9.4.　バロー・ゴードン・モデルの拡張

以上で利用したバロー・ゴードン・モデルは，インフレーションと失業の関係を示す自然率仮説に基づく式のみが与えられ，その背後にある経済構造は明示されていない．また価格の伸縮性が暗黙のうちに仮定され，over time に変化する変数を含まないため，ゲームは反復ゲームのかたちになり，前章で説明した微分（あるいは定差）ゲームにはなっていない．本節以降では，経済構造を明示化したうえで，価格変化が瞬時に生じないという仮定を置き，政策ゲームを定式化し直すことにしよう．

以下で用いるモデルは次のようである．

(8)　$y = a_1 y - a_2 (i - \pi^e) + z$；　$0 < a_1 < 1$，$a_2 > 0$

(9)　$m = b_1 y - b_2 i$；　$b_1 > 0$，$b_2 > 0$

(10)　$\pi^d = \lambda (y - \bar{y}) + \omega$；　$\lambda > 0$

(11)　$\dot{\tilde{\pi}} = \gamma (\pi^d - \tilde{\pi})$；　$\gamma > 0$

(12)　$\pi = \phi \pi^d + (1 - \phi) \tilde{\pi}$；　$0 \leqq \phi \leqq 1$

(13)　$\pi^e = \omega$

ここで用いられている記号は次の通りである．

y＝実質産出量，　　　　$\bar{y}$＝潜在産出量（一定）

m＝実質貨幣残高，　　　z＝外生需要（一定）

i＝名目利子率，　　　　π^e＝期待インフレ率

π＝インフレ率，　　　　ω＝貨幣賃金変化率

π^d＝要求価格上昇率，　$\tilde{\pi}$＝粘着的価格変化率

(8)は線形近似した財市場の均衡条件である．右辺の総需要は，投資需要を通じて実質利子率（$i-\pi^e$）の減少関数であると仮定されている．(9)は貨幣の需給一致条件を線形で表している．(10)は4章で用いたものと同様のマークアップ原理に基づく価格調整式である．企業が要求する価格変化率（π^d）は，産出高の潜在水準からの乖離（$y-\bar{y}$）と貨幣賃金変化率（ω）を反映して決まる．

通常は，企業の要求する価格変化は常に実現し，(10)によって現実のインフレ率が決まると仮定される．しかしここでは，一部の企業は瞬時的な価格調整を行うことはできず，価格変化は over time になされると仮定しよう．この仮定は，多くの寡占企業にみられるように，種々の調整コストの存在のために，価格調整にタイム・ラグが生じる可能性を想定している．このような部門の価格変化率を $\tilde{\pi}$ で表し，これは(10)で決まる要求値 π^d と $\tilde{\pi}$ の差をうめるように，(11)に従って調整されるとしよう．[4] ただし，即時に要求する価格変化を実現できる部門もあるとし，現実のインフレ率（π）は π^d と $\tilde{\pi}$ の加重平均で(12)のように与えられると仮定する．ϕ は価格調整の伸縮性を反映するパラメタであり，ϕ が小さいほど，price inertia の程度が大きいことを意味している．

期待インフレ率の決定については，4章と同様に，一種の構造的期待形成を仮定する．すなわち，インフレ期待は経済構造についての情報を利用して形成されるが，通常の合理的期待モデルで仮定されるよりは，はるかに弱い仮定をおく．ここでは(13)のように，期待インフレ率（π^e）は，貨幣賃金変化率に等しいとする．現実のインフレ率は貨幣賃金変化率と密接に関係するが，経済が定常状態にない限り両者は一致しない．しかし以下

で仮定するように，ω は代表的労働組合によって決定されアナウンスされるので，民間の経済主体がインフレ率を予想するために利用しやすい情報である．また経済が定常点から大きく離れていないときには，$\pi^e=\omega$ とすることにより平均的にほぼ正しい予想ができる．

以上の前提のもとで，ゲームは次のように展開される．まず政府の目的はバロー・ゴードン・モデルと同様に経済の最適安定化である．政府の瞬時的コストは

(14) $G=(1/2)[(y-k\bar{y})^2+s\pi^2],\ \ k>1,\ \ s>0$

で定義される．すなわち，政府は，物価安定と所得水準を潜在水準以上に引き上げることが望ましいと考えている．政府は，無限期間にわたる総費用の現在価値

$$\int_0^\infty e^{-\eta t}G\,dt$$

を最小にするように，実質貨幣供給（m）をコントロールする．ここでは，政府がインフレ率を直接コントロールするという仮定をとらないが，われわれの仮定の方がより実際的であろう．一方，民間の行動については，バロー・ゴードン・モデルと異なり，組織化された労働者の集団が貨幣賃金変化率を決める力をもつと仮定する．労働組合の瞬時的コストは

(15) $W=(1/2)[(\pi-\omega)^2+g(y-\bar{y})^2],\ \ g>0$

である．これは，労働組合が実質賃金の安定と雇用の安定を共に望んでいることを表現している．労働組合の行動は，総費用の現在値

$$\int_0^\infty e^{-\theta t}W\,dt$$

を最小にするように，貨幣賃金変化率（ω）をコントロールすることである．

まず価格が完全に伸縮的であるケースをみておこう．(8)と(9)から名目利子率を消去し，(13)を考慮すれば均衡産出量は次のようになる．(ただし簡単のために，(8)において $z=0$ としている．)

(16) $y=\alpha m+\beta\omega$

$$\alpha=(a_2/b_2)(1-a_1+a_2b_1/b_2)^{-1}>0$$
$$\beta=a_2(1-a_1+a_2b_1/b_2)^{-1}>0$$

すなわち，m の増大は LM 曲線を右へシフトさせるから y は上昇し，ω の増大は実質利子率を引き下げるから y は上昇する．

もし価格が完全に伸縮的であれば，$\phi=1$ となるから，インフレ率は(10)，(12)，(16)より

(17)　$\pi=\lambda(\alpha m-\bar{y})+(\lambda\beta+1)\omega$

のように決まる．以下の議論との比較のために，ゲームが1回限りのときの均衡を検討しよう．いま，労働組合がまず貨幣賃金上昇率を決め，その後に政府が m を決めるとしよう．労働組合が戦略を決定する前に政府が政策をアナウンスし，それに確実に commit すれば政府はシュタッケルベルクのリーダーシップをとれる．労働組合は(17)の制約のもとで

$$\max_{\omega}(-1/2)[(\pi-\omega)^2+g(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})^2]$$

を解くから，その反応関数は

(18)　$m=-\dfrac{\beta}{\alpha}\omega+\dfrac{\bar{y}}{\alpha}$

となる．政府は(17)と(18)の制約のもとで

$$\max_{m}(-1/2)[(\alpha m+\beta\omega-k\bar{y})^2+s\pi^2]$$

を解く．簡単な計算からわかるように，このときの政府の最適戦略は

(19)　$m=\bar{y}/\alpha$

であり，均衡インフレ率と労働組合の戦略は

(20)　$\pi=\omega=0$

である．

しかし，政府のアナウンスが信用されなければ，先に行動する労働組合がリーダーシップをもつ．これも簡単に確かめられるように，この場合の解はナッシュ解と同じである．(17)の制約のもとで，政府と労働組合がナッシュ的に行動すれば，労働組合の反応関数は(18)になり，政府の反応関

数は

(21)　$m=-\frac{\beta}{\alpha}(\frac{1+s\lambda^2+s\lambda}{1+s\lambda^2})\omega+\frac{k+s\lambda^2}{\alpha(1+s\lambda^2)}\bar{y}$

このとき，均衡インフレ率と賃金上昇率は共に

(22)　$\pi=\omega=(k-1)\bar{y}/s$

となり，最適な m は

(23)　$m=\frac{1}{\alpha}[1+\frac{\beta}{s}(k-1)\bar{y}]$

のように決まる．政府がシュタッケルベルク・ゲームのリーダーになるケースも，ナッシュ解のケースも共に均衡では $y=\bar{y}$ が成立するから，ナッシュ解はインフレを伴う分だけ高いコストを生み，パレートの意味で劣っている．

このように，価格が完全に伸縮的であれば，モデルを一般化しても基本的にはバロー・ゴードンの結論と同じ結果が得られる．したがって，価格の伸縮性についての仮定をそのままにして，モデルを反復ゲームに改めても，前節と全く同様の結果になる．

9.5.　Price Inertia のもとでの政策ゲーム

では，$0\leqq\phi<1$ であり，すべての企業が瞬時に要求する価格調整をできるとは限らない場合にはどうなるだろう．その場合には， over time に動く $\tilde{\pi}$ が状態変数になり，モデルは単なる反復ゲームではなく，微分ゲームのかたちになる．以下では，計算の簡単化のために， $\phi=0$ という極端なケースを考えよう．すなわち，経済のすべての部門で瞬時的価格調整が不可能であると仮定する．

$\phi=0$ であれば， $\pi=\tilde{\pi}$ であるから, (10), (11), (16) より，インフレ率は次の式にしたがって変化をする．

(24)　$\dot{\pi}=\gamma[\lambda(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})+\omega-\pi]$

まず，オープン・ループのナッシュ均衡を検討しよう．この場合，政府は与えられたπの初期値と (24) の制約のもとで

$$\max_{\{m\}} -\frac{1}{2}\int_0^{\infty} e^{-\eta t}[(\alpha m+\beta\omega-k\bar{y})^2+s\pi^2]dt$$

を解き，労働組合は同じ制約のもとで

$$\max_{\{\omega\}} -\frac{1}{2}\int_0^{\infty} e^{-\theta t}[(\pi-\omega)^2+g(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})^2]dt$$

を解く．第 8 章で説明したように，政府と労働組合のハミルトン関数をそれぞれ

(25)　$H_G=(-1/2)[(\alpha m+\beta\omega)^2+s\pi^2]$
$\qquad +v\gamma[\lambda(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})+\pi^e-\pi]$

(26)　$H_W=(-1/2)[(\pi-\omega)^2+g(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})^2]$
$\qquad +q\gamma[\lambda(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})+\pi^e-\pi]$

のように定めれば，最適化の条件は以下のようにまとめられる．

(27)　$\max_m H_G \Rightarrow m=(1/\alpha)(k\bar{y}-\beta\omega+\lambda\gamma v)$

(28)　$\max_\omega H_W \Rightarrow \omega=(1+g\lambda^2)^{-1}[\pi-g\alpha\beta m+g\beta\bar{y}$
$\qquad\qquad +(\beta\lambda+1)q]$

(29)　$\dot{\pi}=[(\lambda-g\beta)(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})+q\gamma(\beta\lambda+1)]$

(30)　$\dot{v}=(\beta+\gamma)vrs\pi$

(31)　$\dot{q}=[\theta+\gamma(2+\beta\lambda)]q+g\beta(\alpha m+\beta\omega-\bar{y})$

(32)　$\lim_{t\to\infty}\pi v e^{-\eta t}=0$；$\lim_{t\to\infty}\pi q e^{-\theta t}=0$

ここでは，$\dot{\pi}=\dot{q}=\dot{v}=0$ となる定常状態にのみ注目しよう．すぐにわかるように，定常点では

(33)　$y=\alpha m+\beta\omega=\bar{y}$,

(34)　$q=0$

が成立する．したがって定常インフレ率は (27) と (28) より

(35)　$\omega=\pi=\dfrac{(k-1)\bar{y}}{s\lambda}(\dfrac{\eta}{\gamma}+1)$

のように定まる．

(22) と (35) を比較すれば，次のことがあきらかになる．まず one-shot ゲームの場合よりも，定常点の均衡インフレ率は高い．そしてその差は，他

を一定とすると，政府の割引率（η）が大きいほど，あるいは，インフレ率の調整速度（γ）が小さいほど拡大する．

同様に，第8章の定理2を適用すれば，政府がリーダーであり，民間がフォロアーになるようなオープン・ループのシュタッケルベルク解も求めることができる．ここではこの時間不整合な解の導出は行わないが，シュタッケルベルク均衡のときには定常状態におけるインフレ率が

$$(36)\quad \omega=\pi=\frac{(k-1)\bar{y}}{s\lambda}\left(\frac{\eta}{\gamma}\right)$$

のようになることが確かめられる．すなわち，オープン・ループのシュッタッケルベルク・ゲームの定常状態では，価格調整のラグのためにインフレ率は one-shot ゲームのようにゼロにはならない．しかし(35)と(36)を比べるとわかるように，オープン・ループのナッシュの場合よりは低いインフレ率が定常状態において実現できる．

しかしいずれにせよ，オープン・ループ・シュタッケルベルク解は，政府に credibility がありかつ cheat が行われない限り成立しえない．このようなときに不整合性を回避するためには，8章で述べたフィードバック戦略が採用されねばならない．

われわれのゲームにおいてフィードバック形式のシュタッケルベルク解を求めるためには，まず民間の戦略をフィードバック形式で表さなければならない．民間の optimal value function を

$$(37)\quad \tilde{W}=\max_{\{\pi^e\}}-\int_t^{\infty}e^{-\theta(s-t)}W(s)\,ds$$

と定義しよう． Hamilton＝Jacobi＝Bellman 方程式は

$$(38)\quad \theta\tilde{W}=\max_{\pi^e}\{(-1/2)[(\pi-\pi^e)^2+g(\alpha m+\beta\pi^e-\bar{y})^2] \\ +W_\pi\gamma[(\alpha m+\beta\pi^e-\bar{y})\lambda+\pi^e-\pi]\}$$

のようになる．このように定まる $\tilde{W}$ を

$$(39)\quad \tilde{W}=(1/2)A\pi^2+B\pi+C\pi m+Dm+Em^2$$

と表そう．ただし A, B, C, D, E は未定係数である．(38)の右辺における π^e についての最大化の1階条件は

(40)　$(\pi-\pi^e)-g\beta(\alpha m+\beta\pi^e-\bar{y})+W_\pi\beta(\beta\lambda+1)=0$

となる．ただし，$W_\pi=A\pi+Cm+B$ である．(40)を π^e について解けば，民間の戦略は，

(41)　$$\pi_e=(1+g\beta^2)^{-1}\{\pi-g\alpha\beta m-\bar{y}+W_\pi\beta(\beta\lambda+1)\}$$
$$=A'\pi+B'm+C'$$

のように状態変数 π と，政府（リーダー）の戦略（m）の関数になる．

一方，政府は民間が(41)というかたちの戦略をとることを利用してフィードバック形式の最適戦略を求める．政府の optimal value function を

(42)　$$\tilde{G}=\max_{\{m\}}-\int_t^\infty e^{-\eta(s-t)}G(s)\,ds$$

とすると，Hamilton=Jacobi=Bellman 方程式は次のようになる．

(43)　$$\eta\tilde{G}=\max_m\{(-1/2)[(\alpha m+\beta\pi^e-k\bar{y})^2+s\pi]$$
$$+G_\pi\gamma[\lambda(\alpha m+\beta\pi^e-\bar{y})+\pi^e-\pi]\}$$

ただし(43)の右辺に含まれる π^e は(41)で与えられる．(43)の右辺から m を maximize out すれば，$\tilde{G}$ は

(44)　$$\tilde{G}=(1/2)P\pi^2+Q\pi+R$$

のように π についての2次式で表される．(P，Q，R は未定係数)．(43)の右辺における m についての最適化の1階条件は

(45)　$$(\alpha+\beta B')[\alpha m+\beta(A'\pi+B'm+C')-k\bar{y})+s\pi]$$
$$+G_\pi\gamma[\alpha+(\beta\lambda+1)B']=0$$

のようになる．(ただし，$G_\pi=P\pi+Q$.）これを m について解けば

(46)　$$m=P'\pi+Q'$$

のように，π についての1次式で表せる．これが政府のフィードバック戦略であり，したがって民間の戦略も(41)と(46)より

(47)　$$\pi^e=(A'+B'+P')\pi+Q'+\beta'Q'$$

のように π の関数で表現できる．

定常点においては $\pi=\pi^e$ が成立しなければならない．そのため(47)から，定常点におけるインフレ率は

(48)　$$\pi=-(Q'+B'Q'+C')/(A'+B'P')$$

のように定まる．

以上のようにして求めたフィードバック・シュタッケルベルク解は，8章で述べたように時間不整合性を伴わない sub-game perfect な解である．ただし上で示した A'，B'…等の未定係数は，モデルのパラメタ（α，β，…等）の複雑な非線形関数になるので explicit に求めるのは困難である．フィードバック解についての安定性の判定や比較静学については，α，β…等に具体的に数値を与えてシミュレーションを行わざるをえない．

9.6. おわりに

本章では，簡単な例を用いて，完全情報下の安定化政策ゲームについて考えた．ゲームが1回限りであれば，政府の時間不整合な pre-commitment を強制的に守らせるルールが存在しない限り，パレート非効率な高インフレ均衡が実現する．しかし，ゲームを反復するときには，民間が政府の過去の実績を考慮してインフレ期待を形成するという行動をとれば，より効率的な低インフレ均衡が実現できた．すなわち，民間の punishment が政府の行動に制約を加え，その制約に従うことによって政府の credibility が確立するという一種の “reputational constraint” が存在しえるのである．

ただし，本文でも述べたように，反復ゲームの解は，民間の戦略に応じてあらゆるかたちをとりえる．民間の punishment 行動（とりわけ punishment の期間の長さ）を先験的に規定することはできないから，完全情報下の反復ゲームの中では，安定化政策の効果について確定的な判断を下すのは難しい．

本章の後半では，価格が完全な伸縮性をもたない場合の政策ゲームを考えた．このときには，問題は微分ゲームのかたちになったが，われわれはオープン・ループ解と sub-game perfect なフィードバック解を検討した．sub-game perfect な解は，時間不整合なオープン・ループ解よりは一般にパレート非効率であるから，この場合にも，民間の punishment 行動を考慮すると，より効率的な解が実現する可能性がある．しかし，微分ゲーム

において，反復ゲームにおけるような民間の多様な反応を仮定することは，技術的に極めて困難である．

もっとも，本章で仮定した完全情報が現実の経済で満たされることはまずないだろう．現実には情報は非対称的である．とりわけ，少なくとも政策決定に直接かかわる情報（たとえば政府の目的や政策決定のプロセスについての情報）に関しては，政府が優位に立つと考えるのが自然である．もし政策決定問題を不完全情報下のゲームとしてとらえれば，完全情報モデルのもたらす困難を避けつつ，より効率的な結果が実現しえる．次章では，この事実について具体的に考察しよう．

第９章　注

1）ゲームの樹を用いたより詳しい説明については安孫子・早川（1986）を参照．

2）Barro＝Gordon は，この $\bar{\pi}^*$ を維持する政策を the best enforceable rule と呼んでいる．

3）これは無限回の反復ゲーム（スーパー・ゲーム）にみられるいわゆる Folk Theorem に他ならない．（Folk Theorem については，たとえば Friedman（1986）を参照．）

4）このような定式化は Gartler（1979a，b）によって行われている．

第 10章　不完全情報下の安定化政策

10.1. は じ め に

前章でみたように，安定化政策を民間と政府との間の反復ゲームとして定式化すると，完全情報のもとではあまり興味深い結果が得られない．有限回の反復ゲームのときには，政府の，pre-commitment を強制的に実行させるメカニズムが存在しない限り，一般に非効率的なナッシュ解しか実現しない．無限回の反復ゲームのときには，様ざまな種類の解が得られる可能性があるが，それらの中から特定の解を選択することは難しい．解を選ぶための仮説が十分な説得力を持たないからである．純粋なゲーム理論の立場からは，これらは必ずしも困難とはみなされないかもしれないが，具体的な安定化政策の問題を考えるときには，魅力のある結論だとは言い難い．政策決定を反復ゲームとしてとらえたうえでより興味深い結果を得るためのひとつの方法は，完全情報の仮定を捨てることである．すなわちモデルに不確実性と情報の非対称性を導入し，不完全情報下の反復ゲームとして安定化政策の問題を定式化するのである．この場合には，ゲームが進むに従い新しい情報が利用可能になるから，民間や政府の戦略は情報という“状態変数”にフィードバックして毎期改訂されることになり，単純な完全情報下の反復ゲームの場合とは異なる解が得られる可能性がある．

このような観点から，最近になって不完全情報下の政策ゲームの分析が盛んに行われるようになった．その代表的な例は Backus and Driffill (1985a, 1985b)，Canzoneri (1985)，Barro (1986b)，Vickers (1986) などである．また，これらの研究を含むこの分野についての広範なサーベイが Rogoff (1986) によって行われている.[1] これらの研究はすべて前章で説明したバロー・ゴードン・モデルを利用しているが，基本的なアイディアは次の通りである．

まず前章のモデルと異なり，民間は政策当局の目的関数を正確には知らないと仮定される．すなわち，民間は自分達の政府がインフレを重視して失業を軽視するドライなタイプであるのか，あるいはインフレよりも失業を重視するウェットなタイプであるかを事前には知らない．そのかわり，彼らは，自分達の政府がいずれのタイプであるかということに関して主観的な確率を割り当てる．そして，現実にとられた政策を観察することにより，主観的確率をベイズ・ルールに従い改訂する．それに対し，政策当局はもちろん自分自身のタイプを知っており，さらに民間が政府の行動を観察することによりその主観的確率を毎期改訂していることも知ったうえで，自らの政策を決定する．このような定式化は，形式的には，Kreps and Wilson (1982a, 1982b) と Milgrom and Roberts (1982a, 1982b) などが参入企業と既存企業間のゲームを分析するために考案した不完全情報（非対称情報）下のゲームと同じである．

Backus and Driffill (1985a, 1985b) と Barro (1986b) は，このようなフレームワークのもでは，ウェットなタイプの政策当局がゲームの初期の段階においてドライなタイプのふりをして，真の選好よりも低い水準のインフレ率を選択することを明らかにした．(ただしドライなタイプは，自らの選好通りに行動をする．) すなわち，ウェットな政策当局の戦略に対しては reputational constraint が作用し，完全情報の場合には達成できない低いインフレ率が，pre-commitment について何も仮定をしなくとも実現するのである．

しかし，Rogoff (1986) が指摘しているように，これらの研究には二つの欠点がある．ひとつは，上述のモデルでは政府のタイプが二つだけであると仮定されている点である．この仮定はもちろん分析を簡明にするためには役立つ．しかし，この前提は，政策当局の選択する戦略が有限個——上述の諸論文では，ゼロ・インフレと正のインフレのいずれか——という仮定と合いまって，ゲームのある段階でウェットな当局が混合戦略をとるという結果を生みだす．言うまでもなく，政策担当者がいわばコインを投げて自らの行動を randomize するという状況は現実的ではない．

第二の問題は，Backus-Driffill などのアプローチに従うと，モデルを少し変えただけで，大きく性質の異なる結果が得られる可能性があるという点である．たとえば，Vickers (1986) は Backus and Driffill (1985a) と同一のモデルを用いるが，政府の戦略が有限個であるという仮定は採用していない．彼の分析によれば，ドライなタイプの政策当局が，ゲームの初期の段階において真の選好以下にインフレ率を引き下げ（必要以上にドライなふりをして），自らがウェットではないことを顕示しようとする separating equilibrium が成立する．それに対し，ウェットな政策当局がドライなふりをするという結果は生じない．つまり，基本的には同一のモデルであるにもかかわらず，戦略集合についての仮定の差のために，Vickers (1986) のモデルでは，reputational constraint はドライなタイプの政策当局の行動に影響を与えるのである．

本章では以上の問題を考慮したうえで，より一般的な仮定のもとで分析を行なう．基本的なフレームワークは，Vickers (1986) と同様に，Backus and Driffill (1985a) のモデルの 2 期間版である．ただし，本章のモデルは従来の議論とは二つの点で異なっている．まず，本章のモデルでは，政策当局のタイプが有限個ではなく連続に分布していると仮定する．具体的には，政策当局の目的関数に含まれるパラメタが正規分析をする確率変数であると考える．第二に，Canzoneri (1985) と Cukierman and Meltzer (1986) と同様に，当局はインフレ率そのものを直接コントロールできないと仮定する．外生的なショックや政府のコントロール・エラーにより，インフレ率は政策変数（たとえば貨幣供給量）から乖離すると考えるのである．そのため，民間が実現したインフレ率を観察して当局の選好を推定するとき，民間は noisy な情報に基づいて推測しなければならない．その意味で，本章のモデルは，参入をねらう企業がノイズを含む情報（実現価格）を用いて既存企業の費用構造を推測するという，Matthews and Mirman (1983) のモデルと形式的には似ている．

以上のような一般化を行なうと，モデルに含まれるパラメタについてゆるい仮定のもとでナッシュ解がユニークに定まり，しかもそれは trigger

タイプの不連続な解ではなく，連続な解であることが示せる．また，reputational constraint は特定のタイプの政策当局ではなく，すべてのタイプの政策当局に作用することも示すことができる．

ゲームは２回繰り返されるが，これは当局の政策担当期間に対応すると仮定する．ゲームが開始する前に，“Nature” が政策当局のタイプを選択する．第１期目の期首には，民間は政策当局の真の選好は知らないが，モデルの構造や主要なパラメタの値は知っている．これらの情報を用いて民間は，１期目のインフレ率を予想する．第２期目の期首には，民間は第１期に実現したインフレ率を観察し，今までの情報集合にそれを加えたうえで第２期のインフレ率を予想する．一方，政策当局は，民間のこのような予想行動を考慮しつつ，第１期と第２期の政策変数を選び，自らのコストの期待値の最小化を図る．

もし情報が対称であれば，本章のモデルは従来と同じ結果をもたらす．すなわち，第１期と第２期のどちらにおいても正のインフレ率と自然失業率が実現する．情報が非対称な場合には，すべてのタイプの政策当局が，各自の真の選好よりも低い値の政策変数を第１期において選択する．したがって，reputational constraint はあらゆるタイプに作用する．本章のモデルの結果から考えれば，Backus-Driffill タイプのモデルにまつわる前述の問題は，モデルの前提条件の特殊性によるものであり，仮定をゆるめることにより回避できるようである．

また，本章では従来の分析ではほとんど論じられていないパラメタの変化が均衡解に及ぼす効果についても言及する．特に，第１期に実現するインフレ率に関する “relative ambiguity” を定義し，これが変化するとき，第１期に作用する reputational constraint がどのように変わるかに注目して，比較静学分析を行なう．

本論に入る前に，本章に近い分析意図をもつ Rogoff (1986) の Appendix と Cukierman and Meltzer (1986) に触れておこう．Rogoff (1986) は Barro (1986) のモデルを一般化し，政策当局のタイプが連続に分布するという仮定を導入する．当局のタイプは，Barro (1986) と同様

に民間を cheat したとき生じるコストによって区分されるが，このコストを示すパラメタが連続に分布し，政策当局にとっても private information であると仮定される．しかし，この定式化のもとでは，cheat のコストが十分に高いときにはたとえ情報が対称であっても低インフレが実現するので，情報の不完全性と reputational constraint との関係ははっきりしなくなる．われわれのモデルでは，先に述べたように，情報の非対称性が reputational constraint を生みだす必要条件である．すなわち，第1期目のインフレ率が発するシグナルを通して，reputational constraint は内生的に生まれるのである．

Cukierman and Meltzer (1986) は，民間が観察する情報——彼らのモデルでは貨幣供給量——がノイズを含んでいると仮定する．政策当局の時間視野は無限大であり，その選好は所与の確率過程に従い時間と共にシフトする．また民間は，無限の過去にわたる貨幣供給の実現値についての情報をもっており，この情報を用いて，将来の貨幣供給量の流れを予想すると仮定される．このように，将来と過去の両方にわたって無限視野の仮定をおくことにより，Cukierman and Meltzer (1986) は最適な定常解を求めることに成功している．しかし，この仮定は，彼らのモデルをゲームとしてとらえることを困難にする（事実，彼らは，ゲーム論的解釈を避けている）．また，無限視野の仮定は，タイプがよくわからない新しい政策当局が有限期間政策を担当するという状況を分析するためには適さない．実際，このような状況では，彼らが導出する定常的な解は生じず，よりダイナミックな結果が得られるはずである．以下の分析の目的は，不完全情報下の動学ゲームのフレームワークを用いて，このような非定常的現象を考察することにある．

10.2. モ　デ　ル

先に述べたように，本章では Backus and Driffill (1985a) のモデルの2期間版を用いる．政策当局の第 t 期の費用関数は

$$z_t=(1/2)\tilde{\pi}_t^2-c(\tilde{\pi}_t-\pi_t^e),\quad t=1,2$$

である．ここで $\tilde{\pi}_t$ は現実のインフレ率，$\pi_t{}^e$ は t 期の期首に予想された t 期の期待インフレ率である．自然率仮説のもとでは，インフレの予想誤差 $\tilde{\pi}_t-\pi_t{}^e$ は現実の所得水準と自然率水準との間の差に比例する．したがって，上の費用関数に含まれる係数 c が大きいほど政策当局はインフレよりも失業を重視していることになる．政策当局の計画期間は 2 期間であるから，当局の目的関数は

$$z=z_1+rz_2=(1/2)\tilde{\pi}_1{}^2-c(\tilde{\pi}_1-\pi_1{}^e)$$
$$+r[(1/2)\tilde{\pi}_2^2-c(\tilde{\pi}_2-\pi_2^e)]$$

で与えられる．ただし r は割引要素（割引率＋ 1 の逆数）であり，$0<r<1$ であるとする．

既存の研究と同様に，われわれも係数 c が確率変数であると仮定する．しかし，ここでは通常の仮定とは異なり，c は 2 つの値だけをとるのではなく連続に分布していると仮定する．以下では，分析の便宜のために c は正規分布をすると考え

$$E[c]=m\ (>0),\qquad Var[c]=h$$

と仮定しよう．情報の非対称性により，政策当局は c の実現値を知っているが，民間には c の値は事前にはわからない．[2]

さて政策当局はインフレ率 $\tilde{\pi}_t$ をコントロールしようとするのであるが，直接 $\tilde{\pi}_t$ を思い通りに動かすことはできないものとしよう．この仮定は，当局が $\tilde{\pi}_t$ を直接コントロールできるという通常の仮定よりも現実的である．なぜなら，価格統制を行わない限り，物価のコントロールは一般に貨幣供給の調整などによる間接的手段を用いて実行されるからである．それらの政策手段とインフレ率の間にはさまざまな攪乱要因が介在する可能性があり，また貨幣供給のように完全な制御が不可能な政策手段もある．われわれのモデルでは経済の構造は明示されていないので，政策変数（π_t で表す）は，実現するインフレ率（$\tilde{\pi}_t$）と

$$(1)\quad \tilde{\pi}_t=\pi_t+v_t,\qquad v_t\sim N(o,s),\qquad t=1,2$$

という関係にあるとしよう．(1)において，v_t は期待値がゼロ，分散が s の正規分布に従う系列相関のないホワイト・ノイズである．たとえば，π_t

が貨幣供給の成長率であるとすれば，v_t は貨幣供給の変化とインフレ率の間に存在する外生的撹乱と当局の貨幣量のコントロール・エラーを集約したものである．

民間の行動については，インフレ率を合理的に予想するとだけ仮定する．前章で触れたように，これは民間がインフレの予想誤差（の期待値）を最小にするようにインフレの予想値を決めた結果であると考えられるが，ここでも民間の経済主体は個別的には atomic であり，“戦略的な”期待形成は行わないとしよう．したがって，各期の期待インフレ率は

（2） $\pi_1^e = E[\tilde{\pi}_1|\Omega]$，$\pi_2^e = E[\tilde{\pi}_2|\Omega, \tilde{\pi}_1]$

によって与えられる．ただし Ω は第 1 期の期首に利用可能な民間の情報集合であり，仮定により c の実現値を含まない．[3]

形式的に言えば，ゲームは次のように行われる．まずゲームの開始時点において，“Nature”が c の値を指定し，政策当局のタイプを決定する．そして政策当局は自らに割り当てられたタイプが何であるかを知らされる． Vickers (1986) が述べているように，以上のプロセスは二通りに解釈できる．第一は，政策当局はひとつだけしか存在しないが，当局の選好に確率的な要素が含まれると考えることである．この場合，当局は不確定要素が確定した後に政策を決定する．もうひとつは，c の分布通りに無数の潜在的政策当局が存在すると仮定することである．各政策当局は自らのタイプを知っており， Nature がどの当局を選ぶかを決める前に，政策の決定を行なう．いずれの解釈をするにせよ，われわれのフレームワークにおいては，政策当局は c の実現値に contingent して π_t を決めることになる．

以上の前提のもとで，われわれは政策当局がナッシュ・プレイヤーとして行動すると仮定する．これは，当局が民間の合理的期待行動を所与として，自らの戦略を選択することを意味する．このときゲームの均衡は，所与の情報集合のもとで，政策当局が自らの戦略を変更しようとする誘因をもたない状態であると定義される．

なお，民間と政策当局の行動のタイミングについては二通りの仮定が可

能である．ひとつは，民間がまず期待を形成し，次に当局が政策を決めるという仮定である．たとえば，各期において政策が決まる前に賃金契約が結ばれ，労働者は実質賃金を安定させるようにできるだけ正しいインフレ予想を行おうとするケースがそれである（Canzoneri (1985) を参照）．もうひとつは，政策当局と民間が同時に行動するという仮定である．われわれの簡単なモデルでは，どちらの仮定をとっても同じ均衡解が得られることが簡単に確かめられる．

10.3.　ナッシュ均衡

本節ではわれわれのゲームの均衡解を導出し，その性質を調べよう．まず民間のインフレ期待の決定について検討しよう．先に述べたように，政策当局は費用の期待値を最小にするように，π_1 と π_2 を決めるが，その戦略は c の実現値に contingent しているので，π_t $(t=1,2)$ は c の関数とみなせる．以下では具体的に解を求めるために，政策当局の戦略は，線形のフィードバック形式をとると仮定する．

（3）　$\pi_t=y_t+x_tc \qquad t=1,2$

(3)における x_t と y_t は，均衡条件によって決まる未定係数である．[4]

上のような政策当局の行動のもとで，t 期のインフレ率は

（4）　$\tilde{\pi}_t=y_t+x_tc+v_t\,; \qquad t=1,2$

のように定まる．民間はインフレ率が(4)のように決まることを知っているから，第1期の期待インフレ率は

（5）　$\pi_1^e=E[\tilde{\pi}_1|\Omega]=y_1+x_tm$

となる．第2期には，民間は第1期のインフレ率 $\tilde{\pi}_1$ を観察し，それを $\tilde{\pi}_2$ の予想に用いようとするから，線形の signal extraction の公式に従うと，π_2^eは

（6）　$\pi_2^e=E[\tilde{\pi}_2|\Omega,\tilde{\pi}_1]=a_0+a_1\tilde{\pi}_1$

のように決まる．ただし a_0 と a_1 は，最小2乗推定の正規方程式

$$a_0+a_1E[\tilde{\pi}_1]=E[\tilde{\pi}_2]$$

$$a_0E[\tilde{\pi}_1]+a_1E[\pi_1^2]=E[\tilde{\pi}_1\tilde{\pi}_2]$$

を満たす．(3)と(4)を用いると

(7)　$a_0=[hx_1(y_2x_1-x_2y_1)+s(y_2+x_2m)][hx_1^2+s]^{-1}$

(8)　$a_1=hx_1x_2[hx_1^2+s]^{-1}$

となることがわかる．

次に政策当局の最適化問題を考えよう．政策当局の問題を解くには二つの方法がある．第一は，z の c についての条件付期待値を求め，それを π_1 と π_2 について最小化する方法である．そうして求めた必要条件を用いて，(3)と民間の期待行動の両方と矛盾しない x_t と y_t の値を決めると，最適政策がわかる．第二は，z の（条件なしの）期待値を求め，それを直接 x_t と y_t について最小化するやり方である．ここでは，計算が幾分簡単な後者の方法を利用しよう[6]．(4)と(6)を z へ代入し期待値をとれば，次のようになる．

(9)　$$\begin{aligned}E[z]=&(1/2)[y_1^2+x_1^2(h+m^2)+2y_1x_1m+s]\\&-my_1-x_1(h+m^2)-m\pi_1^e\\&+r(1/2)[y_2^2+x_2^2(h+m^2)+2y_2x_2m+s]\\&-r[my_2+x_2(h+m^2)-a_0m-a_1(y_1m+(h+m^2)x_1)].\end{aligned}$$

これを x_t と y_t について最小化すると，1階条件は以下のようになる．

(10)　$\partial E[z]/\partial y_2=r(y_2+mx_2-m)=0,$

(11)　$\partial E[z]/\partial x_2=r[(h+m^2)x_2+y_2m-(h+m^2)]=0,$

(12)　$\partial E[z]/\partial y_1=y_1+x_1m-m+ra_1m=0,$

(13)　$$\begin{aligned}\partial E[z]/\partial x_1=&(h+m^2)x_1+y_1m-(h+m^2)\\&+r(h+m^2)a_1=0\end{aligned}$$

2階の条件が満足されていることは簡単に示せる．ただし，上の最適化において，π_1^e，a_0，a_1 は政策当局にとって所与であると仮定されていることに注意しよう．これは，政策当局がナッシュ・プレイヤーであると仮定されているからである．もし当局が π_1^e，a_0，a_1 が(5)，(7)，(8)で示されているように x_t と y_t の関数であるという事実を利用して最適化を行えば，政策当局は民間の“反応関数”を考慮して戦略を決めるという意味でシュタッケルベルクのリーダー性をもつことになる．しかし，その場合

には第 8 章で述べた時間不整合性の問題が生じる．本章ではこの問題を避けるために，ナッシュ解のみに議論を限ることにする．

方程式(10)～(13)より，ただちに

(14)　$x_2=1,\ y_1=y_2=0$

を得る． $y_2=0$ かつ $x_2=1$ だから，第 2 期の政策当局の戦略は $\pi_2=c$ である．これは第 2 期が最終期であり，当局は自らの選好からあえて乖離する政策をとる誘因をもたないことを考えれば当然の結果である．

一方, (12)と(14)から

(15)　$x_1-1+ra_1=0$

が導ける．この方程式は，第 1 期の戦略が第 2 期のそれのように簡単ではないことを示唆している．これは，第 1 期のインフレ率が民間の第 2 期のインフレ期待に影響することを考慮して，当局が行動することの結果である. (15)は reputational effect を分析する際の基本式である．

(15)の意味を明示するために， c で条件をつけた政策当局の各期の期待コストを考えよう．

$$E[z_1|c]=x_1^2c^2/2+s/2-c(x_1c-p_1^e),$$

$$E[z_2|c]=c^2/2+s/2-c[c-(a_0+a_1(x_1c))]$$

(14)より， $p_1=x_1c$ だから，上の式は第 1 期の政策が第 2 期のコストに影響することを表している． x_1 の変化が各期の期待コストに与える効果は

(16)　$\partial E[z_1|c]/\partial x_1=(x_1-1)c^2,$

(17)　$\partial E[z_2|c]/\partial x_1=(-c)\partial E[(p_2-p_2^e)|c]/\partial x_1=a_1c^2.$

のようになる．これらの式は， x_1 の変化（したがって第 1 期のインフレ率の変化）が二つの効果をもつことを示している．まず(16)は “non-reputational” な効果を表現している. (16)が示すように， z_1 の期待値は $x_1=1$，すなわち真の選好通りに政策を選ぶときに最小になるから，第 2 期を無視すれば，当局に reputation を考慮しない行動をとらせる誘因が存在している．それに対し, (17)は “reputational” な効果を示している．この式から明らかなように，第 2 期の期待コストは，民間の期待誤差が最

大のときに最小化できる．したがって，政策当局にとっては，第1期に自らの真の選好から離れた政策をとり，第2期の民間の期待の誤りを拡大しようとする誘因が存在する．

最適な x_1 は，これらの相反する二つの効果を同時に考慮して決められる．(8)，(14)，(15)から

$$(x_1-1)=rhx_1/[hx_1^2+s]$$

となるが，これを

(18) $F(x_1)=x_1^3-x_1^2+[(s/h)+r]x_1-s/h=0$

と書き直そう．$F(0)=-s/h<0$ かつ $F(1)=r>0$ だから，(18)は $0<x_1<1$ において少なくともひとつの実根をもつ．また $x_1>1$ のとき $F(x_1)>0$，$x_1<0$ のとき $F(x_1)<0$ だから，$[0,\ 1]$ の外部に根は存在しない．$F'(x_1)=3x_1^2-2x_1+(s/h)+r$，$F'(0)=(s/h)+r>0$ かつ，$F'(1)=1+(s/h)+r>0$ となるから，もし $F'(x_1)=0$ が，$0<x_1<1$ において根をもたなければ，$F(x_1)=0$ は $0<x_1<1$ においてユニークな実根をもつ．そのためには $F'(x_1)=0$ の判別式が負でなければならないが，それは

(19) $s/h>(1/3)-r$

を意味する．もし割引率が200％以下（したがって r が1/3以上）であれば(19)は常に成立するから，割引率があまり大きくない限り，われわれのゲームはユニークなナッシュ均衡をもつ．[7]

ユニークな均衡解が存在する場合には，$0<x_1<1$ となる最適な x_1 がひとつだけ存在するから，c の値のいかんにかかわらず，第1期目の政策は真の選好値より低くおさえられる．すなわち，すべてのタイプの政策当局に対し，reputational constraint が作用する．この点は，Backus and Driffill (1985a, b) や Vickers (1986) などと異なり，政策当局のタイプが連続的に分布していると仮定したことによっていると思われ，彼らの結果を特殊ケースとして含むと言えるだろう．

10.4. Reputational Constraint と均衡解の性質

本節では，モデルのパラメタの変化が，reputational constraint の強

さをどのように変えるかをみよう.(19)が満たされると仮定し,(18)のユニークな根を $x_1{}^*$ と表そう．すると次の関係が得られる.

(20)　$\partial x_1{}^*/\partial r = -x_1{}^*/[3x_1{}^{*2}-2x_1{}^*+s/h+r]<0,$

(21)　$\partial x_1{}^*/\partial(s/h) = (1-x_1{}^*)/[3x_1{}^{*2}-2x_1{}^*+s/h+r]>0.$

(20)は割引要因（r）の上昇が reputational constraint を強めることを示している．r の上昇は割引率の低下を意味するから，政策当局は第 2 期を第 1 期よりも相対的により重視するようになる．そのため，第 2 期のインフレ率についての民間の予想は当局にとってより重要な意味をもつようになり，第 1 期に真の選好から乖離した政策をとる誘因は大きくなる．逆に割引率が上昇し r が下がれば，第 2 期の重要性は相対的に低下し，reputational constraint は弱まる．$x_1{}^* \in (0, 1)$ より，$r \to 0$ のとき $x_1{}^* \to 1$ となるが，これは r がゼロのとき第 2 期は全く無視されることを考えれば当然の結果である.

(21)は，v_t と c の分散の比 s/h が $x_1{}^*$ といかに関係するかを示している．ここで s/h という値に注目する理由は，これが第 1 期のインフレ率（$\tilde{\pi}_1$）という情報がもつ“あいまいさ”の程度を表現しているとみなせるからである．この解釈は，h を所与として s が上昇した場合には自明である．s の上昇は $\tilde{\pi}_1$ の含むノイズの増大を意味するからである．逆に，s を所与として h が大きくなると,“あいまいさ”が下がるというのは直観的にとらえにくいが，これをみるには第 2 期の民間の期待誤差に注目すればよい．先の結果を利用すれば，第 2 期の期待インフレ率は，$\pi_2^e = [sm + hcx_1^2 + v_1]\cdot[hx_1^2+s]^{-1}$となる．$v_1$ と v_2 の実現値を簡単のためにゼロとすると，第 2 期の期待誤差は

$$\tilde{\pi}_2 - \pi_2^e = T(c-m)$$

となる．ただし $T \equiv (s/h)(x_1^2+s/h)^{-1}$ である．ここで

$$\partial T/\partial(s/h) = x_1^2(x_1^2+s/h)^{-2}>0$$

だから，s/h の下落は民間の期待誤差を（平均的に）低下させる．つまり，h が上昇し，政策当局の選好の不確実性が増せば，第 1 期のインフレ率の情報がもつ意味は大きくなり，期待誤差の縮小をもたらす．その意味

で，s/h が小さいほど $\tilde{\pi}_1$ の情報としてのあいまいさは減るのである．

このように s/h を解釈すれば，(21)の経済的意味は明白である．s/h が増大し，$\tilde{\pi}_1$ のあいまいさが上昇すれば，民間の予想にとって $\tilde{\pi}_1$ の重要性は減少する．それゆえ，政策当局は第1期のインフレ率が第2期のコストに及ぼす効果を相対的に小さく評価するようになる．その結果，reputational constraint は弱まり，$x_1{}^*$ は上昇をする．$x_1{}^*$ の上限は1だから，極端なケースを考えると $s/h \to \infty$ のとき $x_1{}^* \to 1$ となる．s が所与で h がゼロになれば，政策当局の選好は私的な情報ではなくなるから，民間は $\tilde{\pi}_1$ を利用しなくとも π_2 を予想できる．したがって当局にとっての reputational constraint は意味をもたず，$x_1{}^*=1$ が選ばれる．逆に $s=+\infty$ になったとすると，$\tilde{\pi}_1$ は無限大のノイズを含むことになり，情報としての価値を失う．そのため，政策当局は $\tilde{\pi}_1$ が第2期のコストに及ぼす効果を無視して $\pi_1=c$ を選択できる．

$s/h \to 0$ のときには $x_1 \to 0$ となるが，$h=+\infty$ の場合には問題は意味をもたなくなるので，$s \to 0$ の場合を考えよう．所与の h のもとで s がゼロに近付けば，$\tilde{\pi}_1$ の“あいまいさ”は減少し，reputational constraint が強まる．ただし，$s=0$ のときには(6)で示した線形推定が不可能になってしまうため，$s=0$ の場合は，われわれのフレームワークでは扱えないことに注意する必要がある．(このケースは Vickers (1986) における pooling equilibrium に対応すると考えられる．)

10.5.　情報の非対称性の効果

以上のように，情報の非対称性によって第1期のインフレ率は平均して低く押さえられるようになるが，特定のタイプの政策当局にとって私的情報を保有することが有利に作用するかどうかはまだわからない．本節ではこの問題を考えよう．

まず1回限りのゲームの場合を検討しよう．もし c の実現値が民間に知られていれば，ナッシュ均衡は $\pi=\pi^e=c$ であり，当局のコストは $(1/2)\cdot(m^2+h+s)$ である．しかし c の実現値が民間にはわからなければ，$\pi^e=$

m であり，コストは $(1/2)(m^2+h+s)-(m^2+h)+m^2=(1/2)(m^2-h+s)$ である．したがって，情報の非対称性は政策当局の期待コストを平均的に引き下げ，h が大であるほどその効果は大きくなる．一方，特定の c の条件付期待コストは，情報が非対称なときには $(1/2)(c^2+s)-c(c-m)$ である．すなわち，政策当局が平均よりもドライであれば $(c<m)$，非対称情報のもとでのコストの方が対称情報のもとにおけるコストよりも大きくなる．逆に $c>m$ のタイプの政策当局にとって，私的情報を保有する方が有利である．

われわれの2期間モデルでも同様な結果が得られる．もし c の値が民間にわかっていれば $x_1{}^*=1$ であったことを思い出そう．したがって情報が対称的な場合の政策当局の期待コストは

$$
\begin{aligned}
E[z]_s&=E[(1/2)(c+v_1)^2+r(1/2)(c+v_2)^2]\\
&=(1/2)[(m^2+h+s)(1+r)]
\end{aligned}
$$

である．非対称情報のもとでは，期待コストは

$$
\begin{aligned}
E[z]_a&=E[(1/2)(cx_1{}^*+v_1)^2-c(x_1{}^*c+v_1-mx_1{}^*)\\
&\quad+r(1/2)(c+v_2)^2-rc(c+v_2-\{a_0+a_1(x_1{}^*c+v_1)\}]\\
&=(1/2)[(m^2+h)(x_1{}^{*2}+r)+s(1+r)]\\
&\quad-h[x_1{}^*+r(1-a_1x_1{}^*)].
\end{aligned}
$$

となるから，$0<x_1{}^*<1$に注意すると，それらの差は

$$
\begin{aligned}
&E[z]_a-E[z]_s\\
&\quad=(1/2)(x_1{}^{*2}-1)(m^2+h)-h[x_1{}^*+r(1-a_1x_1{}^*)]<0.
\end{aligned}
$$

となる．すなわち，情報の非対称性によって期待コストは平均的に低下する．

特定のタイプの政策当局にとっての期待コストは次のようである．

$$
\begin{aligned}
E[z|c]_a&=(1/2)(r+x_1{}^{*2})c^2+(1/2)s(1+r)-c^2(r+x_1{}^*)\\
&\quad+x_1{}^*cm+rc(a_0+a_1x_1{}^*c).
\end{aligned}
$$

情報が対称な場合には，特定のタイプの当局の期待コストは $E[z|c]_s=(1/2)(c^2+s)(1+r)$ であるから，その差は

$$
E[z|c]_a-E[z|c]_s
$$

$$=(1/2)(x_1{}^{*2}-1)c^2+c(m-c)[x_1{}^*+(rs/h)/(x_1{}^{*2}+s/h)].$$

となる．c が下のように与えられる c^* よりも小さければ，両者の差は正になる．

$$0<c^*=mk/[k+(1-x_1{}^{*2})/2]<m,$$

ただし $k\equiv x_1{}^*+(rs/h)(x_1{}^{*2}+s/h)^{-1}>0$．このように，たとえ平均（$m$）よりもドライなタイプの当局であっても，$c^*$ 以上であれば，非対称情報が期待コストを引き下げる働きをする．しかし，c^* よりもドライなタイプの政策当局にとっては，私的情報の保有はかえって不利である．そのため，これらの当局は私的情報を公開し，c の値を民間に知らせる誘因をもつといえる．ただし，われわれの前提のもとでは，情報は第1期のインフレ率を通してのみ民間に伝達でき，しかもそれにはノイズが含まれているから，たとえ真の c の値を伝える誘因を当局がもっていたとしても，それを実現する有効なメカニズム（いわゆる revelation mechanism）は存在しない．このような情報伝達手段をいかに設計するかは，本章の範囲を越えているが，重要な問題である．

10.6.　インフレと失業の関係

最後に，産出水準とインフ率の関係について考えよう．本章のモデルは自然率仮説を前提にしているから，産出水準の自然率からの乖離は，インフレ率の事後的な予想誤差に比例する．したがって産出水準の動きを見るには，予想誤差（$\tilde{\pi}_t-\pi_t{}^e$）に注目すればよい．簡単のためにホワイト・ノイズ（v_t）を除けば，各期の予想誤差は次のように与えられる．

$$u_1\equiv\tilde{\pi}_1-\pi_1^e=x_1^*(c-m)$$

$$u_2\equiv\tilde{\pi}_2-\pi_2^e=T_1^*(c-m)$$

ただし $T^*=(s/h)(x_1{}^{*2}+s/h)^{-1}$．

これらから直ちに次のことがわかる．$0<x_1{}^*$，$T^*<1$ だから，産出水準の自然率からの乖離の大きさは，情報が対称な場合よりも小さくなる．なぜなら，対称情報の場合には予想誤差は $c-m$ になるからである．この意味で，reputational constraint は経済変動幅を平均的に縮小する．

また，政策当局のタイプが平均よりもウェット（ドライ）であれば，産出水準は第1期，第2期の両方で自然率よりも高く（低く）なる．すなわち，好況あるいは不況は2期にわたって持続し，安定化政策は自然率仮説と合理的期待の仮定のもとにおいても，実物面にシステマティックに影響を及ぼすのである．

ただし，第1期と第2期の変動幅（自然率からの乖離の大きさ）の大小関係は一義的には決まらない．u_1 と u_2 の差は

$$u_1-u_2=(c-m)(x_1{}^*-T^*)$$
$$=(c-m)x_1{}^*(x_1{}^*-r)/[x_1{}^{*2}+s/h]$$

である．すぐにわかるように，$x_1{}^*<r$ のときには $|u_1|<|u_2|$，$x_1{}^*>r$ のときには $|u_1|>|u_2|$ である．(20)と(21)より，r の上昇あるいは s/h の下落は $x_1{}^*$ を引き下げ，第1期の産出の変動幅を第2期のそれよりも小さくする傾向をもつ．逆に r の下落あるいは s/h の上昇は，第1期よりも第2期の産出水準の変動幅を小さくする．そして $x_1{}^*=r$ となる特殊ケースにおいてのみ，両期の変動幅は平均して等しくなる．これに対し，先にみたように，政策当局のタイプのいかんにかかわらず，インフレ率は第1期よりも第2期の方が平均的に高くなる．そのため，産出水準（あるいは失業率）とインフレ率との関係は一義的には決まらない．第2期においてインフレと失業の両方が高まり，スタグフレーションが発生する可能性も十分にある．

10.7.　お　わ　り　に

本章では Backus and Driffill (1985a) のモデルの2期間版を用いて，不完全情報下の政策ゲームを分析した．われわれは，従来の研究とは異なり，政策当局のタイプが連続的に分布し，しかも民間が観察する情報にはノイズが含まれると仮定した．この一般化の結果，どのタイプの政策当局も，情報が対称な場合よりも第1期のインフレ率を平均的に低くおさえるという結論を得た．したがって，Rogoff (1986) が指摘した既存の研究結果がもつ欠点は，われわれのモデルでは現れない．また，本章のモデルの

ナッシュ均衡は，triggerタイプではないから，既存のモデルの大半で現れる混合戦略解が成立することもなかった．そして，弱い条件のもとで，ユニークな均衡解を得ることができ，パラメタの変化が均衡解に及ぼす効果について論じることが可能になった．

本章のモデルは，いくつかの方向で拡張できる．ひとつは，政策当局の計画期間の数を延ばすことである．ただし，本章の分析方法を3期間以上のモデルに適用しようとすると均衡解の計算は極めて複雑になるから，数値解析に頼らざるをえないだろう．本章の簡単な2期間モデルにおいても，問題の本質を示すには十分であるが，より長期のモデルを用いることにより，reputational effectが経済の変動経路にいかに影響するかを調べることができるから興味深い．

第二の拡張の方向は，Alesina (1987) が行っているように，政策当局の再選可能性を考慮することである．ただし，Alesina (1987) では，政策当局の担当期間終了後の再選可能性を示す確率は外生的に与えられている．しかし，より現実的な仮定は，再選可能性が担当期間における政策当局のパフォーマンスに依存するというものであろう．この場合には，再選可能性の考慮が，当局の行動に影響し，またその事実が民間の期待形成にも効果を及ぼすから，成立するゲームの解の性質は，本章の結果とは大きく異なるかもしれない．再選可能性とそれにまつわるポリティカル・ビジネス・サイクルをゲーム論的に分析する研究は既にいくつか存在するが[8]，本章のフレームワークを用いて分析する価値のある問題だと思われる．

第10章 注

1）同様のサーベイはDriffill (1988) によっても行われている．またPersson (1988) も参照．

2）正規分布を仮定することのひとつの問題は，cが負の値をとる可能性があることである．負のcをもつ政策当局は失業の発生をより選好することになり，現実的とはいえない．もっとも，$c<0$となる確率が極めて小さいような分布を考えれば，奇妙な選好をする政策当局の存在可能性はゼロではないが非常に少ないと仮定できる．ただし，Erickson (1969) が寡占のシグナリング・ゲームで用いた方法に従えば，この問題を数学的に回避することはできる．また，cについては必ずしも正規分布

を仮定しなくとも，ガンマ分布やベータ分布を仮定しても以下の議論は成立する．正規分布を用いることの利点は，分散と平均に注目することにより，比較静学が容易に行えることである．

3）第9章と同様に，民間の最適化行動を明示すれば

$$E[(\tilde{\pi}_1-\pi_1^e)^2|\Omega]+qE[(\tilde{\pi}_2-\pi_2^e)^2|\Omega,\tilde{\pi}_1]$$

を最小化するように，π_1^eとπ_2^eを決めると考えることができる．ここでqは，民間の主観的割引要因である．このように各期の予測誤差の期待値を最小化するとすれば，1階の条件は(2)のようになり，合理的期待形成が最適になる．ただし，9章でも述べたように，民間はあくまでatomicでありπ_t^eの決定が$\tilde{\pi}_t$に影響を与える可能性は無視するという意味で，ナッシュ的に行動すると仮定している．

4）よく知られているように，プレイヤーの計画視野が無限大であれば，たとえ問題がlinear quadraticであってもフィードバック解は非線形にもなりえる．しかし本章で分析している簡単な2期間のシグナリング・ゲームのケースでは，フィードバック（Nash sub-game perfect）解は(3)のようなかたちのものに限られる．(たとえば，Gal-Or (1985) を参照．)

5）これはベイズ・ルールにより$\tilde{\pi}_2$を推定していることに他ならない．

6）ここでは(14)と(15)を第一の方法で導出しよう．π_1とπ_2はcの値にcontingentするから

$$E[z|c]=(1/2)(\pi_1^2+s)-c(\pi_1-E[\pi_1^e|c])$$
$$+r(1/2)(\pi_2^2+s)-c(\pi_2-E[\pi_2^e|c])$$

となる．$\pi^*=a_0+a_1(\pi_1+v_1)$ を用いると

$$E[\pi_2^e|c]=a_0+a_1\pi_1$$

である．$E[z|c]$ をπ_1とπ_2について最小化すると1階の条件は次のようになる．

$$\pi_1-c+rca_1=0$$
$$r(\pi_2-c)=0$$

これらに$\pi_t=y_t+x_tc$　$(t=1,2)$ を代入すると

$$y_1+(x_1-1+ra_1)c=0$$
$$r[y_2+(x_2-1)c]=0$$

となるが，これらは恒等式だから，以下が成立する．

$$y_1=y_2=x_1-1+ra_1=x_2-1=0$$

これらは(14)と(15)に等しい．

7）(19)は十分条件であり，もっとゆるい条件のもとでもユニークな解が得られることに注意．

8）政策担当者の選挙を考慮した議論の簡単なサーベイがAlesina and Tabellini (1988) で行われている．

参　考　文　献

第Ｉ部

足立英之（1974a），“循環的成長における保証成長率と自然成長率の調整——自発的な投資・消費の役割——”『国民経済雑誌』1974年６月，38-61.

足立英之（1982），『経済変動の理論』日本経済新聞社.

青木昌彦（1975），「競争的独占体系における所得分配と双対的安定性」『季刊理論経済学』，26巻，81-89.

青木昌彦（1978），『企業と市場の模型分析』岩波書店.

Aoki, M., (1977), “Dual Stability in a Cambridge-type Model”, *Review of Economic Studies,* 143-152.

Aoki, M., and S. Marglin, (1973), “Notes on Three Models of Capitalist Economy,”（青木編『ラディカル・エコノミックス』中央公論社，1973，所収.）

Atsumi, H., and H. Nikaido, (1968), “Income Distribution and Growth in a Monopolist Economy,” *Zeischrift für Nationalökonomie,* 28, 399-416.

Batra, R. N., (1972), “Monopoly Theory in a General Equilibrium and the Two Sector Model of Growth,” *Journal of Economic Theory,* 4,355-371.

Blaug, R., (1975), *The Cambridge Revolution: Success or Failure?——A Critical Analysis of Cambridge Theories of Value and Distribution,* revised ed.（福岡正夫，松浦保訳『ケンブリッジ革命』東洋経済新報社，1977.）

Brock, W. A. and L. Mirman., (1972), “Optimal Economic Growth and Uncertainty: the Discounted Case”, *Journal of Economic Theory,* 4, 479-513.

Bruno, M., (1969), “Fundamental Duality Relations in the Pure Theory of Capital and Growth,” *Review of Economic Studies,* 36, 39-53.

Burmeister, E., and R. Dobell, (1970), *Mathematical Theories of Economic Growth,* Macmillan,（佐藤隆三・大住栄治訳，『現代経済成長論』勁草書房，1976年）.

Burmeister, E., and K. Kuga, (1970), “The Factor- Price Frontier in a Neo-Classical Multi Sector Model”, *International Economic Review,* 11, 162-174.

Chang, W. W. and D. J. Smith, (1971), “The Existence and Persistence of Cycle in a Non-Linear Model; Kaldor's 1940's Model Re-examined,” *Review of Economic Studies,* 37-44.

Coddington, E. A. and N. Levinson, (1955), *Theory of Ordinal Differential Equations,*（吉田節三訳『常微分方程式論』吉岡書店，1969）

Desai, M., (1973), “Growth Cycles and Inflation in a Model of Class Stuggle,” *Journal of Economic Theory,* 527-545.

Eichner, A. S., (1976), *The Megacorp and Oligopoly: Micro Foundations of Macro*

Dynamics, Cambridge Unive. Press.

Eichner, A. S., and J. Kregel, (1975), "An Essay on Post-Keynesian Theory: A New Paradigm in Economics," *Journal of Economic Literature,* 13, 1293-1314.

藤本喬雄，久我　清（1974）"均斉成長のオールターナティブ・ヴィジョンへの覚書"『季刊現代経済』No. 14, 205-208.

Fundenberg, D., and J. Tirole, (1986), *Dynamic Models of Oligopoly,* Harwood Academic Publishers.

Harcourt, G. C., and P. Kenyon, (1976), "Pricing and the Investment Decision," *Kyklos,* 29, 449-477.

Harrod, R. F., (1936), *The Trade Cycle; An Essay,* Oxford.（宮崎義一，浅野栄一訳『景気循環論』東洋経済新報社，1954）.

Harrod, R. F., (1939), "An Essay in Dynamic Theory" *Economic Journal,* 49, 15-33.

Harrod, R. F., (1973), *Economic Dynamics,* Macmillan.（宮崎義一訳『経済動学』丸善，1976）

Hicks, J. R., (1950), *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle,* Clarendon Press.（古谷弘訳『景気循環』岩波書店，1951）.

Hicks, J. R., (1965), *Capital and Growth,* Oxford,（福岡正夫，安井琢磨訳『資本と成長』岩波書店，1970）

Hirsch, W and S. Smale, (1974), *Differential Equations, Dynamic Systems, and Linear Algebra,* Academic Press.（田村一郎他訳『力学系入門』岩波書店，1976）.

石川経夫（1977），"現代資本主義経済の基本的動態類系——1つの巨視的分析——，"『季刊経済学論集』（東京大），1977年4月，2-22.

Kaplan, A. D. H., J. D. Dirlman and R. F. Lanzillotti, (1958), *Pricing in Big Business: A Case Approach,* (1958),（武山泰雄訳『ビッグ・ビジネスの価格政策』東洋経済新報社，1960）

Katzner, D. W., and S. Weintraub, (1974), "An Approach to Unified Micro-Macro Economic Model," *Kyklos,* 27, 1974, pp. 449-475.

Kikumoto, Y., (1977), "An Explanation of the Recent Stagflation," Working Paper No. 36, Institute of Economic Research, Kobe University of Commerce.

King, R. G. ., C. I. Plosser, and T. S. Rebelo (1988), "Growth and Business Cycles I, II." *Journal of Monetary Economics* 21, 195-232, 309-342.

Kydland, F. E. and E. C. Prescott (1982), "Time to Build and Aggregate Fluctuations", *Econometrica,* 50, 1345-70.

Lanzillotti, R. F., (1958), "Pricing Objectives in Large Companies," *American Economic Review,* 48, 921-940.

Lucas, R. E. (1987), *Models of Business Cycles,* Basil Blackwell.

Marglin, S. A. (1984), *Growth, Distribution, and Prices,* Harvard University Press.

Matthews, R. C. O., (1959), *The Trade Cycle.* (海老沢道進訳『景気筑環』至誠堂, 1961).

三野和雄 (1977a),「循環的成長について——ハロッド的接近」『広島大学経済論叢』1巻1号, 113-144.

三野和雄 (1977b),「価格・利潤・均衡成長」『広島大学経済論叢』1巻2号, 111-136.

三野和雄 (1978),「Wage-Price Spiral の長期分析」『季刊理論経済学』29, 121-131.

三野和雄 (1984),「市場構造と所得分配」『広島大学年報経済学』5, 71-82.

Mino, K. (1979), "Wage-Profit Frontier and the Consumption Possibility Frontier in a Monopolistic Economy",『広島大学経済論叢』3巻2号, 117-132.

森 誠, 瀬岡吉彦 (1980),「三野和雄 "Wage-Price Spiral の長期分析" へのコメント」,『季刊理論経済学』31, 181-186.

森嶋通夫 (1955),『資本主義経済の変動理論』創文社.

Morishima, M., (1971), "Consumption-investment Frontier and Wage-profit Frontier in the von Neumann Growth Equilibrium", in *Contributions to the von Neumann Growth Models,* (eds. by G. Bruckmann and W. Weber), Springer, 31-38.

Morishima, M., and G. Catephores (1978), *Value, Exploitation and Growth,* McGraw-Hill.

Murata, Y., (1977), "Prices, Rate of Profit and Dual Stability in Leontief Systems", *Economic Studies Quarterly,* 28, 142-154.

Murata, Y., (1977), *Mathematics for Stability and Optimization of Economic Systems,* Academic Press.

Nikaido, H., (1968), *Convex Structures and Economic Theory,* Academic Press.

Nikaido, H., and S. Kobayashi, (1978), "Dynamics of Wage-Price Spirals and Stagflation in the Leontief-Sraffa System", *International Economic Review,* 19, 83-102.

置塩信雄 (1959),「階級対立の一表現としてのインフレーション」,『国民経済雑誌』1959年11月.

置塩信雄 (1960),「Wage-Price Spiral について」『季刊理論経済学』, 11, 11-16.

置塩信雄 (1976),『近代経済学批判』, 有斐閣, 1976.

置塩信雄 (1977),『現代経済学』筑摩書房, 1977.

置塩信雄 (編著), (1988),『景気循環』, 青木書店.

Okishio, N., (1955), "Monopoly and the Rate of Profit", *Kobe University Economic Review,* 1, 71-88.

Robinson, J., (1962), *Essays in the Theory of Economic Growth,* Macmillan. (山田克巳訳『経済成長論』東洋経済新報社, 1963)

Robinson, J., (1969), *The Accumulation of Capital* (3rd. ed.) Mcmillan.

Robinson, J., (1970), "Harrod After Twenty-One Years" *Economic Journal,* 81.

Robinson, J., and J. Eatwell, (1973), *An Introduction to Modern Economics,* McGraw-Hill.（宇沢弘文訳『現代経済学』，岩波書店，1975.）

Roemer, J. E., (1978), "Marxian Models of Repreduction and Accumulation," *Cambridge Journal of Economics,* 37-53.

Rose, H., (1967), "On the Non-Linear Theory of the Employment Cycle," *Review of Economic Studies,* 37, 153-173.

Ross, S. A. and M. L. Wachter, (1975), "Pricing and Timing Decisions in Oligopoly Industries," *Quarterly Journal of Economics,* 89, pp. 115-137.

Solow, R. M, (1988), "Growth Theory: Twenty Years After," *American Economic Review,* 78, 307-317.

Spence, M., (1977), "Entry, Capacity Investment and Oligopolistic Pricing", *Bell Journal of Economics,* 8, 1977, 536-544.

Stein, J and K. Nagatani, (1969), "Stabilization Policies in a Growing Economy" *Review of Economic Studies,* 39, 165-184.

Steindl, J., (1952), *Maturity and Stagnation in American Capitalism.*（宮崎義一他訳『アメリカ資本主義の成熟と停滞』日本評論社，1962年）

Stiglitz, J. E., (1974), "The Cambridge-Cambridge Controversy in the Theory of Capital; A View from New Heaven: A Review Article," *Journal of Political Economy,* 82, 893-902.

鈴村興太郎（1973），「均斉成長のオールターナティブ・ビジョン」，『季刊現代経済』，No. 10, 70-81.

寺西重郎（1967），「参入阻止価格と意図された過剰能力」，『季刊理論経済学』，18, pp. 7-17.

Tirole, J., (1988), *Theory of Indurstrial Organization,* MIT Press.

鴇田忠彦（1976），『マクロ・ダイナミックス』東洋経済新報社.

Uzawa, H., (1969), "Time Preference and Penrose Effect in a Two-Class Model of Economic Growth," *Journal of Political Economy,* 77, 628-652.

吉川　洋（1984），『マクロ経済学研究』東京大学出版会.

第II部

Abel, A. B. (1979), *Investment and the Value of Capital,* Garland Publishing.

Benhabib, J., and T. Miyao. "Some New Results on the Dynamics of the Generalized Tobin Model." *International Economic Review* 22 (October 1981), 589-96.

Black, F., (1974), "Uniqueness of Price Level in Monetary Growth Models with Rational Expectations", *Journal of Economic Theory* 7, 53-65.

Blanchard, O. J., (1979), "Backward and Forward Solutions for Economies with

Rational Expectations", *American Economic Review*, 69, 114-118.

Blinder, A. S. and R. M. Solow, (1973), "Does Fiscal Policy Matter?" *Journal of Public Economics*, 2, 319-337.

Blinder, A. S. and R. M. Solow, (1976), "Does Fiscal Policy Still Matter?" *Journal of Monetary Economics*, 2, (1976), 501-10.

Brock, W. A., (1974), "Money and Growth: The Case of Long-run Perfect Foresight,", *International Economic Review*, 15, 750-777.

Brock, W. A., (1975), "A Simple Perfect Foresight Monetary Model", *Journal of Monetary Economics*, 1, 133-150.

Brock, W. A., (1982), "Speculative Hyperinflation in Maximizing Models: Corrigendum and Clarification", mimeo.

Brock, W. A. and S. J. Turnovsky (1981), "The Analysis of Macroeconomic Policies in Perfect-Foresight Equilibrium", *International Economic Review*, 22, 179-209.

Buiter, W. H. (1976), " 'Crowding Out' and the Effectiveness of Fiscal Policy," *Journal of Political Economy*, 309-328.

Buiter, W. H. (1984), "Saddle Point Problems in Continuous Time Rational Expectations Modelling; A General Method and Some Macroeconomic Examples", *Econometrica*, 52, 665-680.

Burmeister, E. (1980), "On Some Conceptual Issues in Rational Expectations Modelling", *Journal of Money, Credit, and Banking*, 12, 800-816.

Burmeister, E. (1980), *Capital Theory and Dynamics*, Cambridge University Press.

Burmeister, E. (1985), "On the Assumption of Convergent Expectations", in *Problems in Macroeconomics* (ed. by G. R. Feiwel), Macmillan.

Cagan, P. D. (1956), "The Monetary Dynamics of Hyperinflation", in *Studies in the Quantity Theory of Money* ed. by M. Friedman (University of Chicago Press, Chicago), 25-120.

Calvo, G. A. (1979a), "Fiscal Policy, Welfare, and Employment with Perfect Foresight", *Journal of Macroeconomics* 1, 149-166.

Calvo, G. A. (1979b), "On Models of Money and Perfect Foresight", *International Economic Review*, 20, 83-103.

Calvo, G. A. (1985), "Macroeconomic Implication of the Government Budget: Some Basic Considerations", *Journal of Monetary Economics* 15, 95-112.

Christ, C. F. (1968), "A Simple Macroeconomic Model with a Government Budget Restraint," *Journal of Political Economy*, 76, pp. 53-67.

Christ, C. F. (1979), "On Fiscal and Monetary Policies and the Government Budget Constraint," *American Economic Review*, 69, pp. 526-538.

Diba, B. T. and H. I. Grossman (1988), "Rational Inflationary Bubbles", *Journal of Monetary Economics* 21, 35-46.

Drabicki, J. D., and A. Takayama. (1981) "The Symmetry of Real Purchasing Power and the Neoclassical Monetary Growth Model." *Journal of Macroeconomics* 4, 357-62.

Drabicki, J. D., and A. Takayama. (1984a) "Money, National Debt, and Economic Growth." *Journal of Economic Theory* 33, 356-67.

Drabicki, J. D., and A. Takayama. (1984b) "The Stability of a Neoclassical Monetary Growth Model." *Economic Studies Quarterly* 35, 262-68.

Drazen, A. (1981), "Inflation and Capital Accumulation under a Finite Horizon," *Journal of Monetary Economics,* 8, 247-260.

Feldstein, M. (1980), "Fiscal Policies, Inflation and Capital Formation," *American Economic Review,* 70, 636-650.

Fischer, S. (1979), "Capital Accumulation on the Transition Path in a Monetary Optimizing Model", *Econometrica* 52, 223-228.

Fischer, S. (1983), "Inflation and Economic Growth", NBER Working Paper, No. 1235.

Friedman, M. (1948), "A Monetary and Fiscal Framework for Economic Stability," *American Economic Review,* 38, 245-264.

Friedman, M. (1968), "The Role of Monetary Policy," *American Economic Review,* 58, 1-17.

Gray, J. A. (1984), "Dynamic Instability in Rational Expectations Models: An Attempt to Clarify", *International Economic Review* 25, 93-122.

Green, J., M. Feldstein and E. Sheshinski (1978), "Inflation and Tax in a Growing Economy with Debt and Equity Finance," *Journal of Political Economy,* 86, 53-70.

Hadjimichalakis, M. G. (1971a), "Equilibrium and Disequilibrium Growth With Money: The Tobin Models." *Review of Economic Studies* 457-79.

Hadjimichalakis, M. G. (1971b), "Money, Expectations and Dynamics: An Alternative View." *International Economic Review* 12, 381-402.

Hadjimichalakis, M. G. (1981) "Expectations of the 'Myopic Perfect Foresight' Variety in Monetary Dynamics." *Journal of Economic Dynamics and Control* 3, 157-76.

Hadjimichalakis, M. G., and K. Okuguchi. (1979) "The Stability of the Generalized Tobin Model," *Review of Economic Studies* 46, 157-78.

Hahn, F., (1965) "Equilibrium Dynamics and Heterogenous Capital Goods", *Quarterly Journal of Economics* 80.

Hayakawa, H. (1979) "Real Purchasing Power in the Neoclassical Monetary Growth Model." *Journal of Macroeconomics* 1, 19-31.

Hayakawa, H., (1984) "A Dynamic Generalization of the Tobin Model." *Journal of Economic Dynamics and Control* 7, 209-32.

Hayashi, F. (1982), "Tobin's Marginal q and Average q: Neoclassical Interpretation," *Econometrica,* 50, 213-224.

Kan, T., (1988), "Long-Run Effects of Govenment's Deficit Financing Policies in a Neoclassical Growth Model", Working Paper No. 30, Department of Economics, Hiroshima University.

Howitt, P. and R. P. McAfee (1988), "Stability of Equilibria with Externalities", *Quarterly Journal of Economics,* 103, 261-278.

Ihori, T. and Y. Kurosaka (1985), "Fiscal Policies, Government Deficits and Capital Formation",『季刊理論経済学』36, 106-120.

Infante, E. F. and J. L. Stein (1976), "Does Fiscal Policy Matter?", *Journal of Monetary Economics,* 3, 473-500.

Infante, E. F., and J. L. Stein, (1980) "Money Financed Fiscal Policy in a Growing Economy." *Journal of Political Economy* 88, 259-87.

Kingston, G. H., (1982), "The Semi-log Portfolio Balance Schedule is Tenuous", *Journal of Monetary Economics* 9, 389-399.

Kouri, P. J. K. (1982), "Profitability and Growth," *Scandinavian Journal of Economics* 84, 317-353.

Laitner, J., (1982) "The Definition of Stability in Models with Perfect Foresight". *Journal of Economic Theory,* 28, 347-353.

Liviatan, N. (1982), "Neutrality of Government Bonds Reconsidered", *Journal of Public Economics,* 19, 261-270.

McCallum, B. T., (1981) "Monetarist Principles and the Money Stock Growth Rule," *American Economic Review,* 72, papers and proceedings, 134-38.

McCallum, B. T., (1983) "On Non-Uniqueness in Rational Expectations Models", *Journal of Monetary Economics,* 11, 139-168.

McCallum, B. T., (1984), "Are Bond-Financed Deficits Inflationary?", *Journal of Political Economy,* 92, 123-133.

McGrath, N. B., (1980) "The Government Budget Constraint and Effects of Government Financing," Ph. D. Thesis, Brown University.

Mino, K., (1984) "The Analysis of Alternative Money Supply Policies in a Perfect-Foresight Optimizing Model", Discussion Paper No. 14 Department of Economics, Hiroshima University.

Mino, K. (1986) "Multiple Convergent Equilibria Under Perfect Foresight: The

Case of Endogenous Money Growth." *Hiroshima University, Japan*. Mimeo.
Mino, K., (1988), "Stabilization Effect of Endogenous Money Supply in a Descriptive Neoclassical Growth Model", *Journal of Macroeconomics* 10, 125-137.
Mino, K., (1989), "Implication of Endogenous Money Supply Policies in Dynamic Models with Perfect Foresight", *Journal of Macroeconomics* (forthcoming).
Mino, K. and J. L. Stein (1985), "Money Supply Policy Regimes and Built-in Stabilizers", Working Paper 85-6, Brown University.
村田安雄（1984），「政府予算制約下の長期的政策効果—— Tobin Buiter Model について」『オイコノミカ』，20.
Murata, Y. (1977), *Mathematics for Stability and Optimization of Economic Systems*, Academic Press.
Mussa, M. (1984a), "Economically Sensible Solutions for Linear Rational Expctations Model with Forward and Backward Looking Dynamic Process", NBER Working Paper No. 1398.
Mussa, M., (1984b) "Rational Expectations Models with Continuum of Convergent Solutions", NBER Technical Working Paper No. 41.
Nagatani, K. (1970), "A Note on Professor Tobin's Money and Economic Growth," *Econometrica* 38, 171-75.
中谷　武（1984），「マクロ政策効果と政府の予算制約」『国民経済雑誌』150，116-147.
Niehans, J. (1977), *The Theory of Money*, The Johns Hopkins University Press.
Obstfeld, M. and K. Rogoff (1983), "Speculative Hyperinflation in Maximizing Models: Can We Rule them Out?, *Journal of Political Economy* 91, 675-687.
Obstfeld, M. (1984), "Multiple Stable Equilibria in an Optimizing Perfect-Foresight Model," *Econometrica* 52, 223-228.
翁　邦雄（1985），『期待と投機の経済分析』，東洋経済新報社.
置塩信雄（1980a），「自然失業率について」，『季刊理論経済学』，31，1-9.
置塩信雄（1980b），「マネタリストの black box」，『国民経済雑誌』，141，
奥野正寛（1988），「政府予算制約と経済の動学的安定性」，（石川・鬼塚編『現代経済学の展開』東京大学出版会），67-82.
Pesaran, M. H. (1986), *Limitations of Rational Expectations*, Cambridge University Press.
Rau, N. (1985), "Simplifying the Theory of the Government Budget Restraint", *Oxford Economic Papers*, 210-229.
Sargent, T. J. and N. Wallace (1973), "The Stability of Models of Money and Growth with Perfect Foresight", *Econometrica*, 41, 1043-1048.
Shell, K. and J. E. Stiglitz (1967), "The Allocation of Investment in a Dynamic Economy", *Quarterly Journal of Economics*, 81, 592-609.

Sidrauski, M. (1967), "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy", *American Economic Review* 57, 534-544.

Smith, G. (1979), "The Long-Run Consequences of Monetary and Fiscal Policies when Government Budget is not in Balance," *Journal of Public Economics,* 11, 59-79.

Smith, G. (1982), "Monetarism, Bondism, and Inflation", *Journal of Money, Credit, and Banking,* 14, 278-286.

Stein, J. L. (1971), *Money and Capacity Growth,* (Columbia University Press).

Stein, J. L., (1976) "Inside the Monetarist Black Box," in *Monetarism,* (ed. by J. L. Stein,) (North-Holland), 183-232.

Stein, J. L. (1982), *Monetarist, Keynesian, and New Classical Economics.,* Basil Blackwell.

Taylor, J. B. (1977), "Conditions for Unique Solutions in Stochastic Macroeconomic Models with Rational Expectations", *Econometrica,* 45, 1377-1385.

Tobin, J. (1965), "Money and Economic Growth," *Econometrica,* 33, 671-684.

Tobin, J. and W. H. Buiter. (1976), "Long-run Effects of Fiscal and Monetary Policy on Aggregate Demand," in *Monetarism* ed. J. L. Stein, (North-Holland), 273-309.

Turnovsky, S. J. (1977), *Macroeconomic Analysis and Stabilization Policy,* Cambridge University Press.

Turnovsky, S. J. (1978), "Macroeconomic Dynamics and Growth in a Monetary Economy: A Synthesis," *Journal of Money, Credit and Banking,* 10, 1-26.

Turnovsky, S. J. and W. A. Brock, (1980), "Time Consistency and Optimal Government Policies in Perfect Foresight Equilibrium," *Journal of Public Economics,* 13, 183-212.

Uzawa, H. (1969), "Time Preference and the Penrose Effect in a Two Class Model of Economic Growth," *Journal of Political Economy,* 70,

Yoshikawa, H. (1979), "On the 'q' Theory of Investment," *American Economic Review,* 69, 739-743.

第III部

安孫子勇一，早川英男（1986)，「政策当局に対する『信認』とその意義——金融政策の有効性確保のための基礎条件」，『金融研究』 5，81-106.

Alesina, A. (1987) "Macroeconomic Policy in a Two-Party System as a Repeated Game", *Quarterly Journal of Economics* 102, 651-678.

Alesina, A. (1988) "Macroeconomics and Policies" in *NBER Macroeconomics*

Annual 1988, (ed. by S. Fischer), MIT Press, 13-62.

Alesina, A. and Tabellini, G. (1988), "Credibility and Politics", *European Economic Review* 32, 542-551.

d'Autume, A. (1984), "Closed-Loop Dynamic Games and the Time-Inconsistency Problem", (mimeo), Brown University.

Arrow, K. J. and Kurz, M. (1970), *Public Investment, the Rate of Return and Optimal Fiscal Policy,* The Johns Hopkins University Press.

Backus, D. and Driffill, J. (1985a), "Inflation and Reputation", *American Economic Review* 75, 530-538.

Backus, D. and Driffill, J. (1985b), "Rational Expectations and Policy Credibility Following a Change in Regime", *Review of Economic Studies* 52, 211-221.

Backus, D. and Driffill, J. (1985c), "Credibility and Commitment in Economic Policy", Discussion Paper No. 602, Department of Economics Queen's University.

Barro, R. J. (1986a), "Recent Developments in the Theory of Rules versus Discretion", *Economic Journal* 96, 23-67.

Barro, R. (1986b), "Reputation in a Model of Monetary Policy with Incomplete information", *Journal of Monetary Economics* 17, 3-20.

Barro, R. and Gordon, D., (1983a) "A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model.", *Journal of Political Economy,* 91, 589-610.

Barro, R. and Gordon, D., (1983b), "Rules, Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy", *Journal of Monetary Economics,* 12, 101-121.

Basar, T. (1978), 'Decentralized Multicriteria Optimization of Linear Stochastic Systems', *IEEE Transactions on Automatic Control* 23, 233-243.

Basar, T, Haurie, A., and Ricci, C. (1985), "On the Dominance of Capitalists Leadership in a 'Feedback-Stackelberg' Solution of a Differential Game Model of Capitalism", *Journal of Economic Dynamics and Control* 9, 101-125.

Basar, T. and Olsder, G. J. (1982), *Dynamic Noncooperative Game Theory,* Academic Press.

Basar, T., Turnovsky, S. J., and d'Orey, V. (1986), "Optimal Strategic Monetary Policies in Dynamic Interdependent Economies" in *Dynamic Games and Application in Economics,* ed. by T. Basar, Springer, 134-178.

Benveniste, M. L. and Scheinkman, J. A. (1979), "On the Differentiability of the Value Function in Dynamic Models of Economics", *Econometrica* 47, 727-732.

Benveniste, M. L. and Scheinkman, J. A. (1982), "Duality Theory for Dynamic Optimization Models of Economics", *Journal of Economic Theory* 27, 1-19.

Binmore, K. (1987) "Remodeled Rational Players", Discussion Paper No. 149, *STICERD,* London School of Economics and Political Science.

Blanchard, O. J. (1985), "Credibility, Disinflation and Gradualism", *Economics Letters* 17, 211-217.

Bryson, A and Ho, Y (1975), *Applied Optimal Control,* Hemisphere Publishing Corporation.

Buiter, W. H. (1983a), "Optimal and Time-Consistent Policies in Continuous Time Rational Expectations Models", NBER Technical Paper Series.

Buiter, W. H. (1983b), "Expectations and Control Theory", *Economic Appliqué,* 36, 129-156.

Calvo, G. (1978a), "On the Time Consistency of Optimal Policy in a Monetary Economy", *Econometrica* 46, 1411-1428.

Calvo, G. (1978b), "Optimal Seignorage from Money Creation", *Journal of Monetary Economics* 4, 503-517.

Canzoneri, M. B. (1985), "Monetary Policy Games and the Role of Private Information", *American Economic Review* 75, 1056-1070.

Chow, G. C. (1975), *Analysis and Control of Dynamic Economic Systems,* John Wiley.

Chow, G. (1981), *Econometric Analysis by Control Methods,* John Wiley and Sons.

Cooley, T. F., LeRoy, S. F. and Raymon, N. (1983), "Modeling Policy Interventions", University of California at Santa Barbara.

Cukierman, A. and Meltzer, A. H. (1985) 'A Theory of Ambiguity, Credibility, and Inflation under Discretion and Asymmetric Information', *Econometrica* 54, 1099-1128.

Dixit, A. (1982), "Recent Development in Oligopoly Theory", *American Economic Review* 72, No. 2, 12-17.

Driffill, J. (1985), "Macroeconomic Stabilization Policy and Trade Union Behavior as a Repeated Game", *Scandinavian Journal of Economics* 87, 300-326.

Driffill, J. (1987) 'Macroeconomic Policy Games with Incomplete Information: Some Extensions', Discussion Paper No. 150, *Center for Economic Policy Research,* London.

Ericson, W. A. (1969) "A Note on the Posterior Mean of a Population Mean", *Journal of the Royal Statistical Society* 31, 332-334.

Fischer, S. (1980), "Dynamic Inconsistency, Cooperation, and the Benevolent Dissembling Government", *Journal of Economic Dynamics and Control,* 2, 93-107.

Foley, D. and Sidrauski, M. (1971), *Monetary and Fiscal Policy in a Growing Economy,* Macmillan.

Friedman, J. W. (1986), *Game Theory with Applications to Economics,* Oxford University Press.

Gal-Or, E. (1985), "Information Sharing in Oligopoly", *Econometrica* 53, 329-343.

Gal-Or, E. (1987), "First Mover Disadvantage with Private Information", *Review of Economic Studies* 16, 521-536.

Gertler, M. (1979a), "Money, Price, and Inflation in Macroeconomic Models with Rational Inflation Expectations", *Journal of Economic Theory* 21, 222-234.

Gertler, M. (1979b), "Imperfect Price Adjustment and the Optimal Assignment of Monetary and Fiscal Policies", *Journal of Economic Dynamics and Control,* 1, 305-320.

Green, E. J. and Porter, R. H. (1984) "Noncooperative Collusion under Imperfect Price Information", *Econometrica* 52, 87-100.

Grossman, H. I., (1984), "Counterfractuals, Forecasts, and Choice-Theoretic Modelling of Policy", NBER Working Paper No. 1381.

Gylfason, T. and Lindbeck, A. (1986), "Endogenous Unions and Governments: A Game Theoretic Approach", *European Economic Review,* 30, 5-26.

Hallett, A. J. H., (1984), "Non Cooperative Strategies for Dynamic Policy Games and Problem of Time Consistency", *Oxford Economic Papers,* 36, 381-99.

Hamalainen, R. (1981), "On the Cheating Problem in Stackelberg Games", *International Journal of System Science,* 12, 753-770.

Hiller, B. and Malcomson, J., (1984), "Dynamic Inconsistency, Rational Expectations, and Optimal Government Policy", *Econometrica,* 52, pp. 1473-51.

Ho, Y. C., Luh, P. B., and Olsder, G. J., (1982) "A Control-Theoretic View on Incentives", *Automatica* 18, 197-179.

Kamien, M. I. and Schwartz, N. L. (1971), "Sufficient Conditions in Optimal Control Theory", *Journal of Economic Theory* 3, 207-214.

Kreps, D. and Wilson, R. (1982a) "Reputation and Imperfect Information" *Journal of Economic Theory* 27, 253-279.

Kreps, D. and Wilson, R. (1982b) "Sequential Equilibria", *Econometrica* 50, 443-459.

Kydland, F. E. (1975), "Non-cooperative and Dominant Game Solutions in Discrete Dynamic Game",*International Economic Review* 16, 321-334.

Kydland, F. E. (1977), "Equilibrium Solutions in Dynamic Dominant Player Models", *Journal of Economic Theory,* 15, 307-324.

Kydland, F. E. and Prescott, E. L. (1977), "Rules Rather Than Discretion: The Time Consistency of Optimal Plans", *Journal of Political Economy* 85, 473-491.

Kydland, F. E. and Prescott, E. L. (1980), "Dynamic Optimal Taxation, Rational Expectations and Optimal Control", *Journal of Economic Dynamics and Control* 2, 79-92.

Li, L (1985) "Cournot Oligopoly with Information Sharing", *Rand Journal of Economics* 16, 521-536.

Lucas, R. E., (1976), "Econometric Policy Evaluation: A Critique", in K. Brunner and A. Meltzer eds. Carnegie-Rochester Series on Public Policy Vol. 1. North-Holland, 19-46.

Lucas, R. E. and Sargent, T. J. (1981), "Introduction" to *Rational Expectations and Econometric Practice* (eds. by R. E. Lucas and T. J. Sargent), University of Minnesota Press.

Lucas, R. E. and Stokey, N., (1983), "Optimal Fiscal and Monetary Policy in an Economy without Capital", *Journal of Monetary Economics,* 12, 55-93.

Matthews, S. and Mirman, L. (1983) "Equilibrium Limit Pricing: The Effect of Private Information and Stochastic Demand", *Econometrica* 51, 981-996.

Milgrom, P. and Roberts, J. (1982a), "Predation, Reputation and Entry Deterrence", *Journal of Economic Theory* 27, 253-279.

Milgrom, P. and Roberts, J. (1982b), "Limit Pricing and Entry under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis", *Econometrica* 50, 443-459.

Miller, M. and Salmon, M. (1983), "Dynamic Games and the Time Inconsistency of Optimal Policy in Open Economies". *Economic Journal,* 95 (Supplement), 124-137.

三野和雄 (1984),「経済システムの最適制御と時間整合性問題 I 」,『広島大学経済論叢』8, 55-81.

三野和雄 (1985),「経済システムの最適制御と時間整合性問題II」,『広島大学経済論叢』8, 73-98.

Mino, K., (1986), "Optimality, Credibility, and Time Consistency",『広島大学経済論叢』10, 59-77.

Mino, K., and Tsutsui, S. (1988), "Reputational Constraints and Signalling Effects in a Monetary Policy Game", Working Paper, University of Georgia.

Novshek, W. and Sonnenshein, H. (1982), "Fulfilled Expectations in Cournot Duopoly with Information Acquisition and Release" *Bell Journal of Economics* 13, 214-218.

Oudiz, G. and Sachs, J. (1984a), "Macroeconomic Policy Coordination Among the Industrial Economies", *Brooking Papers on Economic Activity,* 1, 1-64.

Oudiz, G. and Sachs, J. (1984b), "International Policy Coordination in Dynamic Macroeconomic Models", NBER Working Paper No. 1417.

Oudiz, G. and Sachs, J. (1985), "International Policy Coordination in Dynamic Macroeconomic Models", in *International Policy Coordination* eds. by W. H. Buiter and R. C. Marston, Cambridge University Press.

Persson, T. (1988), "Credibility and Macroeconomic Policy: An Introduction and a Broad Survey", *European Economic Review* 32, 519-532.

Persson, T. and Svensson, L. E. O. (1984), "Time-Consistent Fiscal Policy and Government Cash-Flow", *Journal of Monetary Economics,* 14, pp. 365-74.

Phelps, E. S. and Pollak, R. A (1968), "On Second Best National Saving and Game Equilibrium Growth", *Review of Economic Studies,* 35, 185-99.

Pindyck, J. C. (1973), *Optimal Planning for Economic Stabilization,* North-Holland.

Pitchford, J. D. and Turnovsky, S. J. (1977), *Applications of Control Theory to Economic Analysis,* North-Holland.

Pohjola, M. (1983), "Nash and Stackelberg Solutions in a Differential Game Model of Capitalism" *Journal of Economic Dynamics and Control,* 6, 173-186.

Prescott, E. C. (1977), "Should Control Theory Be Used for Economic Stabilization?" in *Optimal Policies, Control Theory and Technology Exports,* eds, by K. Brunner and A. H. Meltzer, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Vol. 7, North Holland.

Rogoff, K. (1985), "The Optimal Degree of Commitment to Intermediate Monetary Target", *Quarterly Journal of Economics* 100, 1169-1190.

Rogoff, K. (1986) "Reputational Constraints on Monetary Policy", Working Paper No. 1986, National Bureau of Economic Research.

Rogoff, K. and Sibert, A. (1988), "Elections and Macroeconomic Policy Cycles", *Review of Economic Studies* 60, 1-16.

Rubinstein, A. (1988) "Comments on the Interpretation of Game Theory," Discussion Paper No. 181, *STICERD,* London School of Economics and Political Science

Simaan, M and Crutz, J. B. (1973), "On the Stackelberg Strategy in Non-Zerosum Games", *Journal of Optimization and Applications* 11, 533-555.

Stemp, P. J. and Turnovsky, S. J. (1984), "Optimal Stabilization Policies under Perfect Foresight", in *Applied Decision Analysis and Economic Behavior* ed. by A. J. H. Hallett, Martinus Nijhoff Publishing, 3-22.

Strotz, R. H. (1955) "Myopia and Inconsistency in Dynamic Utility Maximization", *Review of Economic Studies* 23, 165-80.

Tsutsui, S. (1986), "Information Structure and Dynamic Game: Characterization of Equilibria", (mimeo), University of Gerogia.

Turnovsky, S. J. and Brock, W. A. (1980), "Time Consistency and Optimal Control Policies in Perfect Foresight Equilibria", *Journal of Public Economics* 13, 183-211.

Vickers, J. (1986) 'Signalling in a Model of Monetary Policy with Incomplete Information', *Oxford Economic Papers*, 38, 443-455.