



ロボットマニピュレータ機構の運動学的・動力学的特性解析に関する基礎的研究

田所, 諭

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

1991-10-07

(Date of Publication)

2013-10-01

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

乙1581

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.11501/3062332>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2001581>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



神戸大学博士論文

ロボットマニピュレータ機構の
運動学的・動力学的特性解析
に関する基礎的研究

平成3年8月

田 所 諭

神戸大学博士論文

ロボットマニピュレータ機構の
運動学的・動力学的特性解析
に関する基礎的研究

平成 3 年 8 月

田 所 諭

本論文を最愛の妻裕子に捧げる。

目次

はじめに	1
I マニピュレータの特異点問題と器用さの評価	3
第I部で用いる記号	5
1 緒論	9
1.1 マニピュレータの特異点問題	9
1.2 マニピュレータの器用さに関する評価	15
1.3 第I部の構成	16
2 確率的特異性指標	19
2.1 概要	19
2.2 エンドエフェクタ速度の誤差	19
2.2.1 疑似逆行列による運動分解	19
2.2.2 エンドエフェクタ速度の誤差	21
2.3 エンドエフェクタ動作の確率的解釈	23
2.3.1 確率的解釈	23
2.3.2 確率的解釈の定式化	26
2.4 確率的特異性指標	29
2.4.1 確率的特異性指標の定義	29
2.4.2 全ての方向へのエンドエフェクタ動作の期待値が一様である場合	30
2.4.3 エンドエフェクタ速度の期待値のおよその情報がわかっている場合	33
2.5 2自由度マニピュレータへの適用	38
2.6 まとめ	40

3	確率的可操作度	43
3.1	概要	43
3.2	これまでの操作性評価指標	43
3.2.1	可操作楕円体	43
3.2.2	可操作度	45
3.2.3	調和平均形可操作性指標	46
3.2.4	その他の指標	47
3.3	関節速度に基づく操作性の評価	48
3.3.1	関節速度による操作性の評価	48
3.3.2	Baillieul の第 1 の評価法	49
3.4	平均値と確率的解釈に基づく評価	50
3.4.1	関節速度の 2 乗平均による評価	50
3.4.2	マニピュレータ動作の確率的解釈による評価	51
3.5	確率的可操作度	52
3.5.1	確率的可操作度の定義	52
3.5.2	全ての方向への動作速度の期待値が一様である場合	53
3.5.3	動作の偏りを考慮する場合	55
3.6	2 自由度、3 自由度、6 自由度マニピュレータへの適用	56
3.6.1	エンドエフェクタ動作の方向が一様である場合	58
3.6.2	エンドエフェクタ動作の方向に偏りがある場合	62
3.6.3	6 自由度マニピュレータへの適用	65
3.7	まとめ	71
4	確率的動的可操作度	73
4.1	概要	73
4.2	これまでの動的操作性評価指標	73
4.2.1	動的可操作楕円体	73
4.2.2	動的可操作度	76
4.2.3	その他の指標	77
4.3	関節トルクの平均値に基づく動的操作性の評価	78
4.3.1	関節トルクによる動的操作性の評価	78
4.3.2	平均値による評価	79
4.4	確率的動的可操作度	80

4.4.1	マニピュレータ動作の確率的解釈	80
4.4.2	確率的動的可操作度の定義	82
4.4.3	エンドエフェクタがすべての方向に一様に加減速する場合	83
4.4.4	加減速の方向に偏りがある場合	84
4.5	2自由度、3自由度マニピュレータへの適用	86
4.5.1	加減速方向に偏りがない場合	86
4.5.2	加減速方向が偏っている場合	89
4.5.3	冗長マニピュレータの姿勢決定	95
4.6	まとめ	98
5	結論	103
II	産業用マニピュレータの振動シミュレーション	105
	第II部で用いる記号	107
6	緒論	111
6.1	マニピュレータの振動問題	111
6.2	振動問題に関するこれまでの研究	112
6.3	本研究の目的と第II部の構成	115
7	逆動力学シミュレーション	117
7.1	概要	117
7.2	関節変形モデル	117
7.3	運動方程式	121
7.3.1	運動学	121
7.3.2	動力学	123
7.3.3	関節部のモデル	125
7.3.4	回転変換行列	127
7.3.5	位置決め誤差	127
7.4	逆動力学問題の解法	128
7.4.1	運動方程式の座標変換	128
7.4.2	逆動力学問題を解くためのアルゴリズム	129
7.4.3	初期変形を求めるためのアルゴリズム	132

7.5	6自由度マニピュレータへの適用	134
7.6	まとめ	140
8	順動力学シミュレーション	143
8.1	概要	143
8.2	マニピュレータのモデルと運動方程式	143
8.2.1	マニピュレータの運動方程式	143
8.2.2	関節部のモデル	145
8.2.3	位置決め誤差	147
8.3	順動力学問題の解法	147
8.3.1	順動力学問題を解くためのアルゴリズム	148
8.3.2	計算量及び計算時間について	149
8.4	各軸独立に PD 制御された 6 自由度マニピュレータへの適用	150
8.5	まとめ	157
9	閉リンクマニピュレータのための順動力学シミュレーション	159
9.1	概要	159
9.2	マニピュレータのモデルと運動方程式	159
9.2.1	マニピュレータのモデル	159
9.2.2	並進変形	160
9.2.3	回転変形	163
9.2.4	運動方程式	166
9.3	順動力学問題の解法	167
9.3.1	順動力学問題を解くためのアルゴリズム	167
9.3.2	計算量の評価	169
9.4	3 自由度閉リンクマニピュレータへの適用	171
9.5	まとめ	178
10	結論	179
	参考文献	181
	本論文に関連する論文・講演	189
	謝辞	197

はじめに

ロボットマニピュレータにおいて、アームをどの様に動かして要求された作業を実現させるか、という軌道計画問題は重要な問題の1つである。産業用ロボットにおいても、実機で教示されたエンドエフェクタの位置・姿勢を作業時に次々と実現できればよいというレベルから、工場における作業全体を考慮しながら個々のロボットの動作を決定する段階へと進みつつある。その際には、ロボット言語やシミュレータを用いてオフラインで軌道の計画が行なわれなければならない。また、原子炉内などの極限環境において作業を行なうマニピュレータにおいては、人間がロボットの作業の進行を確認しながら動作指令を与えることが難しい場合が多い。そのため、対象物体及びロボットの状態をロボット自身が判断して作業を進めることができるような自律化が望まれている。宇宙空間において作業をおこなうマニピュレータにおいても、大型構造物特有の振動の問題や、遠隔操縦にともなう時間遅れの問題があり、なんらかの外界モデルに基づいた自律的制御が必要となる。さらに、広範囲にわたる普及が期待されるサービスロボットとしては、人間のように巧みさに関するスキルをもつことができるような知能ロボットが期待されている。このようにロボットはオフライン化、自律化、知能化をキーワードとして、今後の研究が進められていくものと考えられる [1]。

しかしながら、現在の段階では、これらの研究を実用化できるだけの基礎技術が整っていない。様々な物理的制約、制御における問題点が解決されて初めてオフライン化、自律化、知能化を行なうことが可能となる。物理的制約としては、大きく分けて機械的な制約と電気的な制約とが考えられる。機械的制約には、アクチュエータの機能不足やマニピュレータの機構に起因する制約などがある。電気的制約には、アクチュエータを駆動するためのパワー源の性能不足や、知能処理を行なうための情報処理機能の不足などがある。また、制御における問題点としては、力制御や協調制御の問題、機械的・電気的制約を補うための制御法の問題などが挙げられる。

これらの問題点のうちで、マニピュレータ機構に起因する制約は、機械的構造を用いる限り避けることが不可能であるという点で、本質的かつ重要な問題である。この機構による問題点としては、特異点問題、操作性の問題、振動問題、伝動系の摩擦の問題、機構設

計問題などを挙げることができる。これらの中でも、特異点問題、操作性の問題、振動問題は、マニピュレータに効率的で器用な動作を行なわせるという目的のためには、詳細な解析が不可欠な基礎的問題であると考えられる。

特異点とは、マニピュレータ機構が持つ本来の自由度が失われ、ロボットの生命線である自由に器用な動作が不可能となるような姿勢である。マニピュレータが特異姿勢にあるときには特異方向に対してエンドエフェクタを動かすことができない。また、特異点近傍を通るような軌道をとらせた場合には急激な姿勢変化が起きてしまう。特異点上では、エンドエフェクタの動作を各関節の動作に変換する逆運動学問題の解が不連続になるため、軌道制御がきわめて困難となる。力制御においても、要求される方向に力を発生することができないという問題が生じる。このため、特異点問題を考慮しないならば、知能化という観点からは最適に生成された軌道であっても、現実のマニピュレータは十分にスキルを発揮することができなくなってしまうのである。

操作性とは、マニピュレータが与えられた作業をどの程度効率的に行なうことができるかという器用さに関する評価である。マニピュレータが与えられた作業に適さないような設計をなされていたり、作業をうまく遂行できないような姿勢をとっていた場合には、エンドエフェクタを小さく動かすために大きな姿勢変化が必要となったり、関節速度やトルクが不足して高い精度を得ることができない。そのため、操作性、器用さの評価を行ない、それを考慮しながらマニピュレータの軌道計画や設計を行なう必要がある。

マニピュレータに生じる振動は、アームを高速に動作させる際に特に問題となる。振動により動的な位置決め精度が低下するため、動く物体を操作することが難しくなる。また、位置決め精度を要する作業を開始する前には残留振動がおさまるのを待たなければならない。力制御においても、振動が原因となって要求される力・モーメント・コンプライアンス等を発生させることができない。最悪の場合には、アームや対象物が周囲の物体に接触する場合もある。したがって、軌道計画のオフライン化、自律化、知能化を進める上において、振動問題は考慮されなければならない必須の問題である。

以上のように、マニピュレータの知能化という最終目的のためには、特異点の性質、操作性、振動の特性を明らかにすることはきわめて重要な基礎的課題である。

本研究では、これら3つの問題に関する運動学的・動力学的特性解析を行なった。特異点と操作性の問題としては、特異点をもつ性質の評価法、マニピュレータの器用さの評価法について述べる。また、振動問題としては、開リンク構造及び閉リンク構造を持つマニピュレータに生じる振動の高速シミュレーション法について述べる。

第 I 部

マニピュレータの特異点問題と 器用さの評価

第I部で用いる記号

第I部で用いる記号を以下のように定義する。これ以外の記号については、文中において説明する。

自由度・次元

n : マニピュレータ機構の自由度

m : 作業空間の次元 (自由度)

r : ヤコビ行列 J のランク

エンドエフェクタの速度・加速度

x : エンドエフェクタの位置・姿勢 ($\in \mathcal{R}^m$)

\dot{x} : エンドエフェクタの速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

\dot{x}_d : エンドエフェクタに与えられる指令速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

\ddot{x}_d : エンドエフェクタに与えられる指令加速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

\ddot{x} : 特異性により実現不可能な成分を除いたエンドエフェクタ加速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

\ddot{x}_d : 特異性により実現不可能な成分を除いた目標エンドエフェクタ加速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

\dot{e}_d : エンドエフェクタの速度誤差 ($\in \mathcal{R}^m$)

\ddot{e}_d : エンドエフェクタの加速度誤差 ($\in \mathcal{R}^m$)

\hat{x}_i : m 次元空間内の単位ベクトル ($\in \mathcal{R}^m$)

\hat{x}_s : \hat{x}_i に重みづけされたベクトル ($\in \mathcal{R}^m$)

\tilde{x}_i : m 次元空間内の単位ベクトル ($\in \mathcal{R}^m$)

\tilde{x}_s : \tilde{x}_i に重みづけされたベクトル ($\in \mathcal{R}^m$)

\dot{y}_d : U_{IJ} により直交変換されたエンドエフェクタ速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

\dot{y}_d : U_{IJ} により直交変換されたエンドエフェクタ加速度 ($\in \mathcal{R}^m$)

a_r : エンドエフェクタ加速度の中の θ に関する項 ($\in \mathcal{R}^m$)

関節の角度・速度・トルク

θ : 関節角 ($\in \mathcal{R}^n$)

$\dot{\theta}_d$: エンドエフェクタの指令速度を実現するための関節角速度 ($\in \mathcal{R}^n$)

τ : 関節トルクベクトル ($\in \mathcal{R}^n$)

$\tilde{\tau}$: 加速度に関する非線形補償を行なった関節トルク ($\in \mathcal{R}^n$)

$\tilde{\tau}_d$: 目標加速度を実現するために必要な、非線形補償を行なった関節トルク ($\in \mathcal{R}^n$)

T : 関節の最大速度の逆数を要素とする対角行列 ($\in \mathcal{R}^{n \times n}$)

ヤコビ行列・慣性行列

J : エンドエフェクタ速度と関節角速度の間のヤコビ行列 $\partial \dot{x} / \partial \dot{\theta}$ ($\in \mathcal{R}^{m \times n}$)

M : 慣性行列 ($\in \mathfrak{R}^{n \times n}$)

U_{IJ} : $I_m - JJ^+$ を対角化する直交行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

Λ_{JJ} : $I_m - JJ^+$ の固有値を要素とする対角行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

U_J : ヤコビ行列を特異値分解するための直交行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

V_J : ヤコビ行列を特異値分解するための直交行列 ($\in \mathfrak{R}^{n \times n}$)

Σ_J : ヤコビ行列を特異値分解して得られた行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times n}$)

U_{JM} : JM^{-1} を特異値分解するための直交行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

V_{JM} : JM^{-1} を特異値分解するための直交行列 ($\in \mathfrak{R}^{n \times n}$)

Σ_{JM} : JM^{-1} を特異値分解して得られた行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times n}$)

σ_{Ji} : ヤコビ行列 J の i 番目の特異値 ($\sigma_{Ji} \geq \sigma_{Ji+1}$)

σ_{JM_i} : JM^{-1} の i 番目の特異値 ($\sigma_{JM_i} \geq \sigma_{JM_{i+1}}$)

運動方程式

h : 遠心力・コリオリ力に関する項 ($\in \mathfrak{R}^n$)

g : 重力に関する項 ($\in \mathfrak{R}^n$)

重み行列

G : 動作の偏りを取り扱うための重み行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

V_G : 重み行列 G を対角化するための直交行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

Σ_G : 重み行列 G の固有値からなる対角行列 ($\in \mathfrak{R}^{m \times m}$)

σ_{Gi} : 重み行列 G の i 番目の固有値

ϕ : 重みづけを行なう方向を制御する変数

g : 重みづけの大きさを制御する変数

定数

I_k : $k \times k$ の単位行列

c_m : (動的) 可操作楕円体の体積に関する係数

方向を表現するための m 次元球・楕円体

S_d : エンドエフェクタ速度 (加速度) を表わす作業空間内の m 次元単位球表面

S_t : m 次元空間内の単位球表面

S_s : S_t に重みづけすることにより得られる m 次元空間内の楕円体

dS_t : S_t の微小表面 (表面積)

dS_s : S_s の微小表面 (表面積)

確率密度関数

$P(dS_d)$: 微小表面 dS_d の方向に速度 (加速度) 指令が与えられる確率密度

P : 全方向に一様に動作するときの確率密度

P_g : 確率密度に関する定数

期待値

$E_{\dot{x}}(dS_d)$: 微小表面 dS_d の方向へのエンドエフェクタ速度の 2 乗の期待値

$E_{\dot{x}}(S_d)$: 全方向へのエンドエフェクタ速度の 2 乗の期待値

$E_{\ddot{x}}(dS_d)$: 微小表面 dS_d の方向へのエンドエフェクタ加速度の 2 乗の期待値

$E_{\ddot{x}}(S_d)$: 全方向へのエンドエフェクタ加速度の 2 乗の期待値

$E_{\dot{e}}(dS_d)$: 微小表面 dS_d の方向へのエンドエフェクタ速度誤差の 2 乗の期待値

$E_{\dot{e}}(S_d)$: 全方向に動くときのエンドエフェクタ速度誤差の 2 乗の期待値 (確率的特異性指標)

$E_{\dot{\theta}}(dS_d)$: 微小表面 dS_d の方向へ動くときの関節速度の 2 乗平均の期待値

$E_{\tau}(S_d)$: 全方向に動くときの関節トルクの 2 乗平均の期待値

操作性指標

V_{ellip} : 可操作楕円体の体積

V_{dellip} : 動的可操作楕円体の体積

w : 可操作度

w_d : 動的可操作度

w_g : 確率的可操作度

$w_{g,d}$: 確率的動的可操作度

$M(J)$: 調和平均形可操作性指標

$M(JM^{-1})$: 調和平均形可操作性指標と同様な考え方に基づく動的操作性評価指標

g_1 : Baillieul の第 1 の可操作性指標

g_{d1} : Baillieul の第 1 の可操作性指標と同様な考え方に基づく動的操作性評価指標

演算

$\text{rank}[\cdot]$: 行列のランク

$\text{diag}[\cdot]$: 対角行列

$\text{det}[\cdot]$: 行列式

$\text{adj}[\cdot]$: 随伴行列

$\text{tr}[\cdot]$: 行列のトレース

X^{-1} : X の逆行列

X^+ : X の Moore-Penrose 疑似逆行列

X^T : X の転置行列 (ベクトル)

$\|\cdot\|$: ベクトルのユークリッドノルム

$\Gamma(\cdot)$: Γ 関数

$\mathcal{R}(J)$: J の値域

$\mathcal{N}(J^T)$: J^T の零空間

\bar{S} : 空間 S の補空間

その他

l_i : マニピュレータのリンク長

α : 任意ベクトル ($\in \mathfrak{R}^n$)

第 1 章 緒論

1.1 マニピュレータの特異点問題

マニピュレータは特異点においてその機構が本来もつ自由度が失われ、エンドエフェクタを動かさない方向が生じる。マニピュレータの関節角速度 $\dot{\theta} \in \mathbb{R}^n$ とエンドエフェクタ速度 $\dot{x} \in \mathbb{R}^m$ との間には、

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (1.1)$$

の線形関係が成立する。 J はエンドエフェクタの位置と関節角の間の微小関係をあらわすヤコビ行列である。このことから、マニピュレータ機構は、関節角速度空間からエンドエフェクタ速度空間への写像を行なう機能を持つと考えられる。通常は図 1.1 (a) に示すように J の値域 $\mathcal{R}(J)$ が要求される \dot{x} の全空間となり、エンドエフェクタは要求された動作を行なうことができる。しかし、特異点においては (b) に示すように J の値域が要求される空間の部分空間となってしまう、その補空間 $\overline{\mathcal{R}(J)}$ の方向にエンドエフェクタを動かすことができない [2]。たとえば、図 1.2 の 3 自由度マニピュレータは特異姿勢にあり、x 方向にエンドエフェクタを動かすことができない。

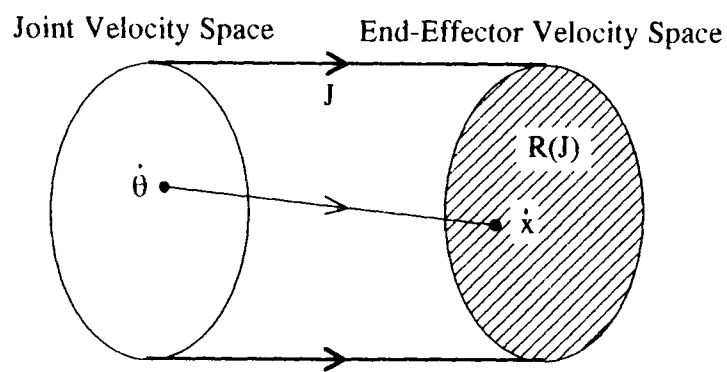
この特異点におけるマニピュレータのふるまいは、図 1.3 に示すような 1 自由度系で考えれば、エンドエフェクタ速度と関節角速度の関係を

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (1.2)$$

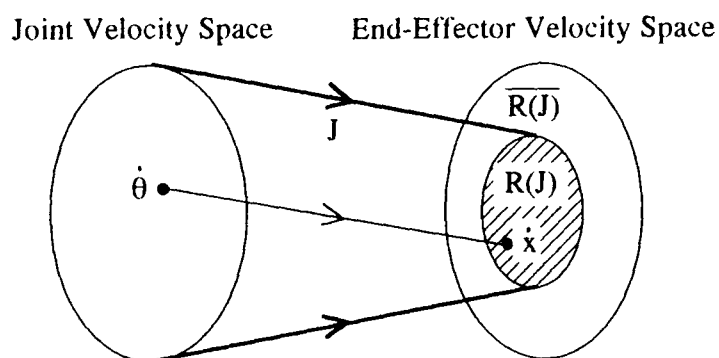
と表したとき、係数 J が 0 であることと等価である。特異点近傍においては、この係数 J の値が非常に小さい状態にあるため、エンドエフェクタを軌道に沿って動かすためにはきわめて大きな関節速度が必要になる。また、ある区間で J を定数であるとの近似を行なえば、

$$x = J\theta \quad (1.3)$$

となることから、小さな x の変化に対して大きな θ の変化が必要となり、エンドエフェクタを少し動かすために大きな姿勢変化を必要とする。たとえば、平面を動く 2 自由度マニ



(a) Except for Singular Points



(b) On Singular Points

☒ 1.1 Projection from Joint Velocity Space to End-Effector Velocity Space by Jacobian Matrix

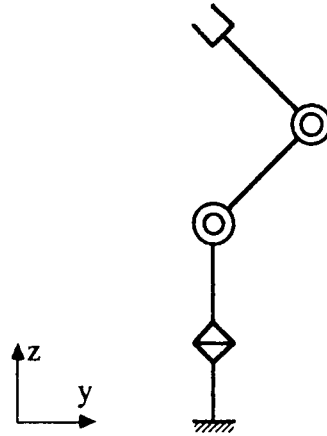


図 1.2 3-DOF Manipulator in Singular Configuration

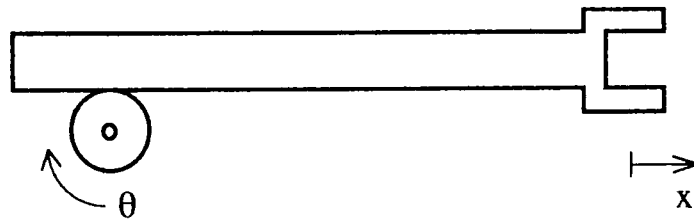


図 1.3 1-DOF Mechanism

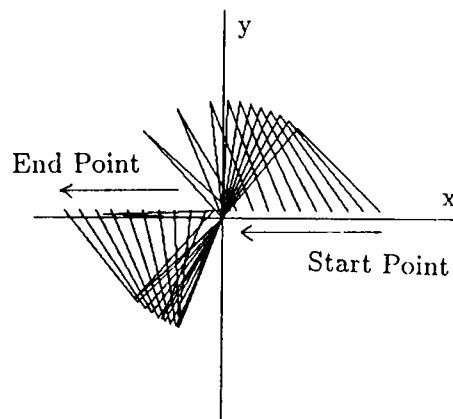


図 1.4 Motion of 2-DOF Planar Manipulator Near Singular Point

ピュレータでは図 1.4 に示すように、特異点である原点の近傍で大きな姿勢変化が起きている。また、図 1.4 の軌道の特異点に近づけて行ったとき、特異点を通る軌道では姿勢がその前後で不連続となる [3]。これらの現象はマニピュレータの制御を困難にし、実質上特異点の近傍は作業領域として利用することができないのが現状である。

特異点は位置制御のみならず力制御においても問題となる [4]。エンドエフェクタにおける力・モーメント $F \in \mathbb{R}^m$ と関節が必要とするトルク $\tau \in \mathbb{R}^n$ との間には、静止時において

$$\tau = J^T F \quad (1.4)$$

の関係が成立する。通常は図 1.5 (a) のように F を支えるトルクが一意に決まるが、特異点においては (b) のように J^T の零空間 $\mathcal{N}(J^T)$ に含まれる力・モーメントを支える関節トルクは同じ値となってしまう。たとえば、図 1.6 の特異姿勢にある 2 自由度マニピュレータ¹では、y 方向の成分をもつ力の大きさが変わってもそれを支えるに必要な関節トルクは変化しない。このことは、逆に考えれば、マニピュレータが特異方向の力を制御することが不可能であるということの意味している。図 1.6 の場合では、y 方向の力はマニピュレータの剛性や接触する対象物の剛性により決まり、関節トルクにより制御することはできない。

この特異点における現象は図 1.3 の 1 自由度系においてエンドエフェクタにおける力・モーメントと関節トルクの間を

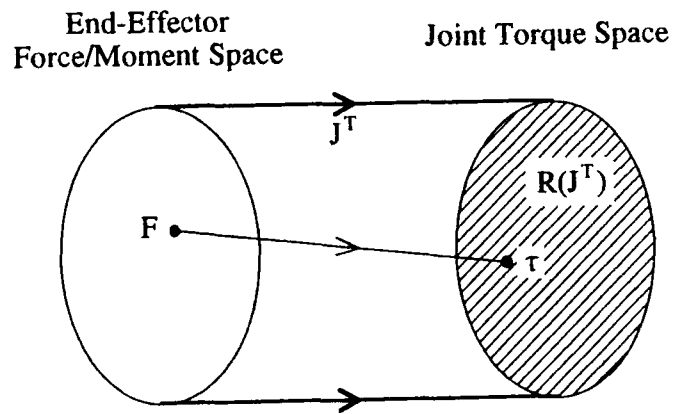
$$\tau = J' F \quad (1.5)$$

と表したとき、係数 J' が 0 であることと等価である。特異点近傍においては、 J' の値が非常に小さくなるため、小さな関節トルクでエンドエフェクタに大きな力・モーメントを発生することができる。しかしながら、現実のマニピュレータでは関節トルクの応答はきわめて高速であり、トルクを精度よく発生することは困難であるため、エンドエフェクタの力・モーメントを制御したときにはきわめて低い精度しか得られない。

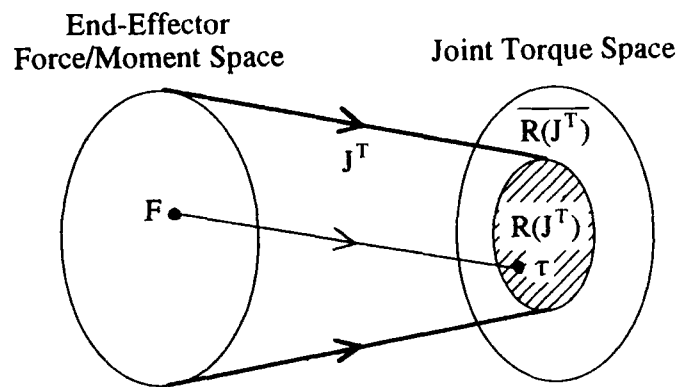
ところが、図 1.4 の軌道は図 1.7 のように特異点近傍において特異点を通るように変更することにより、大きな姿勢変化を避け、無理のないマニピュレータの動作を実現することができる。また、特異点においては特異方向以外には冗長性が生じ、図 1.6 の場合には x 方向の動作を実現するために 2 つの関節の運動を任意に組み合わせて用いることができる。

このように、特異点は制御上きわめて大きな困難を生じるが、その性質をうまく利用することにより従来よりも効率的な動作を実現することができる可能性をもっている。しかし、現在のところ特異点の性質に関して論じた研究 [5] はきわめて少なく、特異点を避ける

¹ このマニピュレータにおいてはエンドエフェクタが原点にあるときが本当の特異姿勢であるが、わかりやすく図に描くために特異点近傍の姿勢を示してある。

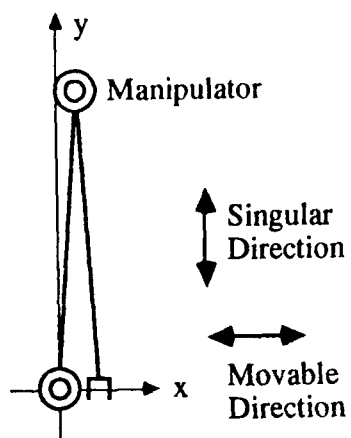


(a) Except for Singular Points

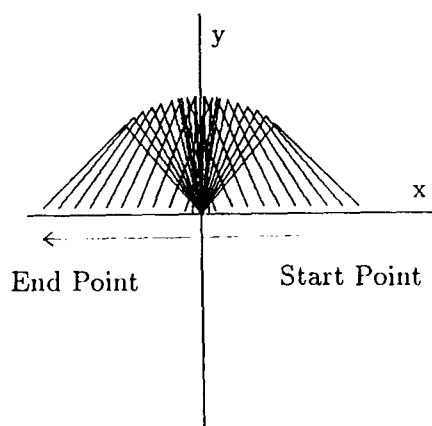


(b) On Singular Points

☒ 1.5 Projection from End-Effector Force/Moment Space to Joint Torque Space by Transposed Jacobian Matrix



☒ 1.6 2-DOF Manipulator in Singular Configuration



☒ 1.7 Motion of 2-DOF Manipulator Through Singular Point

方法に関する研究 [3] [6]、特異点が問題となりにくいような機構設計に関する研究 [7] [8] [9] がほとんどである。今後、特異点の性質を詳細にわたって解明することにより、その長所を活用した巧みな軌道計画や制御が行なわれなければならないと考える。

1.2 マニピュレータの器用さに関する評価

特異点ではエンドエフェクタを動かさない方向があるため、マニピュレータの器用さという観点からはきわめて不器用な姿勢にある。特異点から離れるほど前節で述べたような問題が生じず、マニピュレータは器用な状態にあると考えられる。

このマニピュレータの器用さ (操作性) という概念は次のように考えることができる。

器用さ (操作性) 与えられた作業をどれだけ問題なく、容易に遂行することができるかに関する評価

器用さの程度を定量的に評価することは、マニピュレータが作業に適した姿勢をとるような軌道計画を行なったり [10] [11] [12] [13] [14] [15]、操作性の高いマニピュレータ機構を設計する [7] [8] [9] ためにきわめて重要である。

このような目的のために、現在までにいくつかの操作性評価指標が研究されてきている。これらは大別すると、

1. 運動学的考察に基づくもの
2. 動力学的考察に基づくもの

の2つに分類することができる。

第1の運動学的考察に基づくものとしては、Paulら [16]、内山ら [17] によるヤコビ行列の行列式による評価法、吉川による可操作度 [18] [19] [20] [21]、Salisburyらによる条件数 [22]、Kleinによる最小特異値 [23]、橋本による調和平均型可操作性指標 [24] [25]、Baillieulによる第1の指標 [26]、岩月らによる可観測性に着目した評価法 [27] がある²。これらの指標は式 (1.1) の関係に基づき、ヤコビ行列の性質からスカラ量の指標を導き出したものである。しかしながら、これらはいずれもマニピュレータに与えられる作業の性質を全く考慮していない。器用さ (操作性) という概念を上のように考えるならば、作業の性質によって適切な評価基準は異なる。たとえば、溶接ロボットは必ずしも組み立て作業やバリ取り作業に向いているとは限らないが、溶接作業を効率的に遂行できるならば器用であるという評価を受けるべきであろう。

² これらの指標の詳細については後の章で述べることとする。

古荘らは障害物の影響を考慮して可操作度を求める方法 [28] を提案しているが、障害物により軌道が制約されるという意味において動作の性質を考慮していると考えられる。

第2の動力学的考察に基づくものとしては、吉川による動的可操作度 [29] [30] [31]、岩月らによる可制御性、出力可制御性に着目した評価法 [27] がある。また、吉川が指摘しているように、運動学的評価と同様な考え方によりいくつかの形の評価指標がありうる。しかし、この場合も上と同様に、マニピュレータの作業の性質を考慮できないという問題点がある。

以上のように、これまでに研究されてきた器用さの評価指標はマニピュレータに与えられる作業の性質を全く考慮していないという点で不十分であると考えられる。

1.3 第I部の構成

第2章では特異点がマニピュレータの運動に与える悪影響の大きさを評価する指標である「確率的特異性指標」 [32] について述べる。まず、この指標の基準となる特異点において生じるエンドエフェクタ速度の誤差の大きさについて説明する。ついで、作業のもつ性質の1つである動作方向の偏りを表すために、エンドエフェクタの動作を確率的な考え方により解釈する方法について述べる。これらに基づき、速度誤差の期待値によって確率的特異性指標を定義する。さらに、全ての方向にエンドエフェクタが一樣に動作する場合についての確率的特異性指標の計算式を導き、それが作業空間の次元(自由度)とヤコビ行列のランクにより一意に決まることを示す。また、動作方向に偏りがある場合について、重み行列を用いて確率的特異性指標を計算するための式を導く。2自由度マニピュレータにこれを適用することにより、確率的特異性指標は特異点が動作に与える悪影響を定量的に評価することができること、特異点であっても悪影響がない性質の動作があること、可操作楕円体の短軸方向への動作において悪影響が大きくなることを示す。

第3章では動作方向の偏りを考慮した運動学的器用さの評価関数である「確率的可操作度」 [33] について述べる。まず、これまでに研究されてきた運動学的器用さの評価指標について詳しく説明する。ついで、運動を実現するための関節速度の大きさによっても操作性を評価することができることを示す。これに基づき、平均をとることと動作の確率的解釈を導入することにより確率的可操作度を定義する。そして、偏りのない動作および偏りのある動作に対して確率的可操作度の計算式を導く。最後に、2自由度、3自由度、6自由度マニピュレータにこれを適用することにより、確率的可操作度によれば動作の偏りの性質に応じた器用さの評価が行えること、自由度の異なるマニピュレータ同士の比較を可能

にすること、特異点を実質上その特異性を失う場合があること、等高線を用いることにより軌道計画、設計問題に応用できることを示す。

第4章では動作方向の偏りを考慮した動力的器用さの評価関数である「確率的動的可操作度」[34]について述べる。まず、これまでに研究されてきた動力的器用さの評価指標について説明する。ついで、運動を実現するために必要となる関節トルクの大きさにより動力的操作性を評価できることを示す。これに基づき、平均を取ることと動作の確率的解釈を導入することにより確率的動的可操作度を定義する。そして、偏りが無い動作、偏りのある動作に対して、確率的動的可操作度の計算式を導く。最後に、2自由度、3自由度マニピュレータにこれを適用することにより、確率的動的可操作度は動作の偏りの性質に応じた動的器用さの評価が行えること、極端に動きにくい方向があるときに確実に悪い評価を下すこと、等高線により軌道計画、設計問題、冗長マニピュレータの姿勢決定問題などに応用できることを示す。

第 2 章 確率的特異性指標

2.1 概要

本章では、特異点がマニピュレータの運動に与える悪影響の大きさを定量的に評価する指標である「確率的特異性指標」[32]について述べる。確率的特異性指標は、エンドエフェクタがさまざまな方向に偏りをもって確率的に動作すると考え、その時に特異点上で生じる速度誤差の期待値に基づいて評価を行なう。動作方向に偏りがない場合には、悪影響の大きさは作業空間の次元とヤコビ行列のランクにより一意に決まる。動作方向に偏りがある場合には、重み行列を用いることにより偏りの方向と大きさを指定し、悪影響を評価することができる。2 自由度マニピュレータに確率的特異性指標を適用することにより、特異点であっても悪影響がない場合があること、可操作楕円体の短軸方向への動作において悪影響が大きくなることを示す。

2.2 エンドエフェクタ速度の誤差

2.2.1 疑似逆行列による運動分解

分解運動速度制御 [35] [36] の考え方に基づけば、図 2.1 に示すように、 m 次元空間内における n 自由度マニピュレータの軌道はエンドエフェクタの速度 $\dot{x}_d \in \mathcal{R}^m$ により与えることができる。時刻によって \dot{x}_d の方向や大きさを変えることにより、目的の作業を実現するようなマニピュレータの動作を指定することができる。

一般にある時刻における瞬間的なエンドエフェクタの速度 \dot{x} と関節速度 $\dot{\theta} \in \mathcal{R}^n$ との間には

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (2.1)$$

の線形関係が成立する。ここで、 $J = \partial \dot{x} / \partial \dot{\theta} \in \mathcal{R}^{m \times n}$ はエンドエフェクタ速度と関節速度の関係を表すヤコビ行列である。

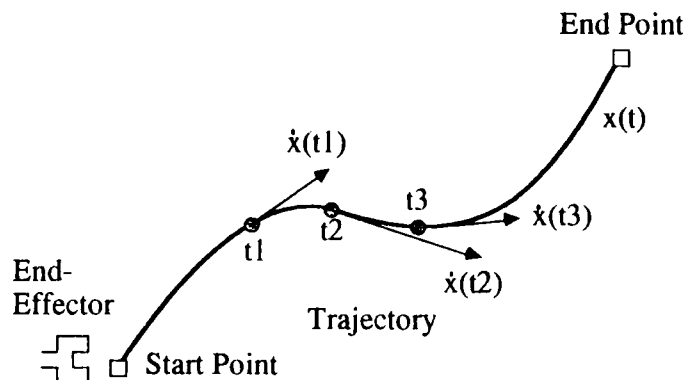


図 2.1 Resolved Motion Rate Control

マニピュレータが冗長でなく ($n = m$ のとき)、特異姿勢にもないときには、

$$\text{rank}[J] = n = m \quad (2.2)$$

となり、ヤコビ行列の逆行列 $J^{-1} \in \mathcal{R}^{n \times n}$ が存在する。ここで、 $\text{rank}[\cdot]$ は行列のランクを表わす。この場合には、運動分解

$$\dot{\theta}_d = J^{-1} \dot{x}_d \quad (2.3)$$

により、軌道に沿ってエンドエフェクタを動かすための関節速度 $\dot{\theta}_d$ を求めることができる。実際にはアクチュエータや機構の制約により $\dot{\theta}_d$ の速度を出すことができない場合もあるが、ここでは理想的に任意の $\dot{\theta}_d$ を実現することができるという仮定のもとに議論を進める。

マニピュレータが冗長である場合 ($n > m$ の場合) や、特異姿勢にある場合には、逆行列 J^{-1} は存在しない。このときには、Moore-Penrose 疑似逆行列 $J^+ \in \mathcal{R}^{n \times m}$ [37] [38] を用いて、

$$\dot{\theta}_d = J^+ \dot{x}_d + (I_n - J^+ J) \alpha \quad (2.4)$$

により運動分解を行なうことができる。ここで、 $\alpha \in \mathcal{R}^n$ は任意ベクトル、 I_n は $n \times n$ の単位行列である。

冗長なマニピュレータの場合には、式 (2.4) はエンドエフェクタ速度 \dot{x}_d を実現するための関節速度の一般解を与える。 α を指定することにより、一般解の中から動作目的に適した解を選ぶことができる。これらの一般解のうちで、 $\alpha = 0$ 、すなわち、

$$\dot{\theta}_d = J^+ \dot{x}_d \quad (2.5)$$

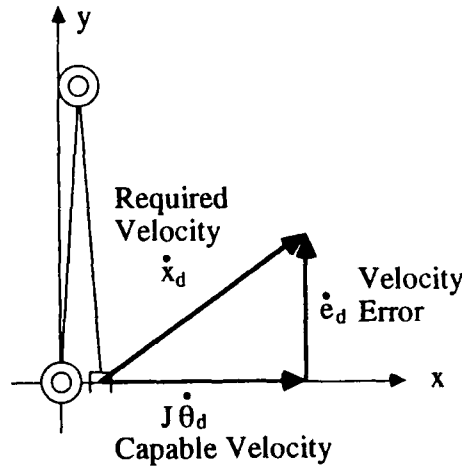


図 2.2 End-Effector Velocity Error

で与えられる解は、 $\dot{\theta}_d$ のユークリッドノルムを最小にする解である。

特異姿勢の場合には、正確な解は通常は存在しない。 J^+ を用いた式 (2.4) の解は、図 2.2 に示すエンドエフェクタの速度誤差

$$\dot{e}_d = \dot{x}_d - J\dot{\theta}_d \quad (2.6)$$

のユークリッドノルムを最小とするような一般近似解を与える。また、 α を 0 とした式 (2.5) の近似解は、一般近似解のうちで最小の $\dot{\theta}_d$ のユークリッドノルムを与える解となる。

このように、式 (2.4) は、エンドエフェクタの指令速度を実現する関節速度が存在すればその一般解を与え、存在しなければ誤差のユークリッドノルムを最小にする近似解の一般解を与えるという性質をもっている。また、式 (2.5) は、これらの一般解のうちで関節速度のユークリッドノルムが最小となるものを与えるという性質を持っている [31]。

2.2.2 エンドエフェクタ速度の誤差

あるマニピュレータの姿勢において、式 (2.4) により運動分解が行なわれるとき、速度誤差は次のような一意の値をとる。

$$\begin{aligned} \dot{e}_d &= \dot{x}_d - J(J^+\dot{x}_d + (I_n - J^+J)\alpha) \\ &= \dot{x}_d - JJ^+\dot{x}_d - (J - JJ^+J)\alpha \end{aligned} \quad (2.7)$$

疑似逆行列の性質から、

$$J = JJ^+J \quad (2.8)$$

であるから、

$$\dot{e}_d = (I_m - JJ^+) \dot{x}_d \quad (2.9)$$

ここで、 I_m は $m \times m$ の単位行列である。このように、ある姿勢のマニピュレータに速度指令 \dot{x}_d が与えられたとき、エンドエフェクタ速度が持つ誤差は式 (2.9) で与えられる。前節で述べた疑似逆行列の性質から、この値が誤差のうちでユークリッドノルムが最小となるものである。特異点以外では正確な運動分解の解が存在するため、 $\dot{e}_d = 0$ となる。特異点以外では通常は正確な解が存在しないため、0にはならない。

さて、特異点の悪影響を評価することを考えたとき、エンドエフェクタ速度の誤差が0であれば悪影響がないと考えられる。また、誤差が大きくなればなるほど悪影響が大きいと考えられる。したがって、速度誤差の2乗ユークリッドノルム $\|\dot{e}_d\|^2$ により、特異点の悪影響を評価することができる。

2乗ユークリッドノルムは、

$$\begin{aligned} \|\dot{e}_d\|^2 &= \dot{x}_d^T (I_m - JJ^+)^T (I_m - JJ^+) \dot{x}_d \\ &= \dot{x}_d^T (I_m - (JJ^+)^T) (I_m - JJ^+) \dot{x}_d \end{aligned} \quad (2.10)$$

ただし、 X^T は X の転置を表わす。疑似逆行列の性質から、

$$(JJ^+)^T = JJ^+ \quad (2.11)$$

であるから、

$$\begin{aligned} \|\dot{e}_d\|^2 &= \dot{x}_d^T (I_m - JJ^+) (I_m - JJ^+) \dot{x}_d \\ &= \dot{x}_d^T (I_m - 2JJ^+ + JJ^+JJ^+) \dot{x}_d \\ &= \dot{x}_d^T (I_m - JJ^+) \dot{x}_d \end{aligned} \quad (2.12)$$

と計算される。特異点以外では $JJ^+ = I_m$ となり、この値は0になる。特異点においては、式 (2.12) は正の値をとる。エンドエフェクタの動作が悪影響を受け、誤差が大きくなればなるほどこの値は大きくなる。このように、速度誤差の2乗ユークリッドノルムは特異点の悪影響を評価するための1つの指標であると考えられる。

しかしながら、この評価法をマニピュレータに適用しようとしたとき、次のような点が問題となる。

1. 与えられた速度が大きいほど誤差も大きくなること。特異点の悪影響を評価するという目的のためには、与えられる速度の大きさに影響されるような方法は望ましくない。なぜならば、マニピュレータは様々な速度で動くことが要求され、その大きさに

より評価値が変わることは不都合であるからである。したがって、マニピュレータの速度に依存しないような評価関数でなければならない。

2. 一方向の動作に関する悪影響しか評価できないこと。マニピュレータは様々な方向に動くことが要求されるため、全動作方向を考慮した評価を行なわなければならない。
3. さらに一步進んで、マニピュレータの作業の目的に応じた評価、すなわち、特定の性質をもつ作業に対してどの程度の悪影響があるかを評価しようとするときには、動作方向の偏りも考慮して評価を行えなければならない。

これらの問題を解決するために、次節で説明するようなエンドエフェクタ動作の確率的解釈を導入する。

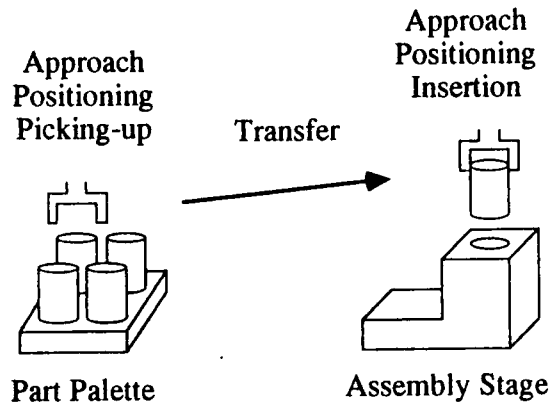
2.3 エンドエフェクタ動作の確率的解釈

2.3.1 確率的解釈

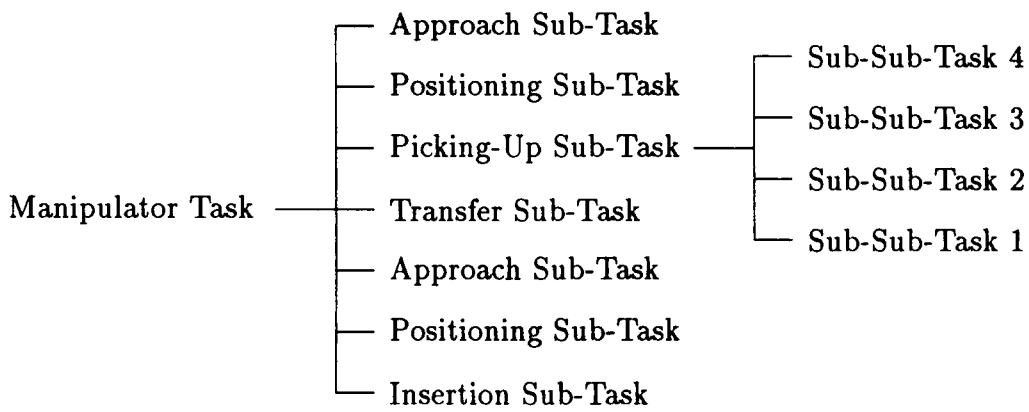
マニピュレータに与えられるタスクはいくつかのサブタスクに分割することができる。たとえば、図 2.3 のような組み立て作業を例にとって考えてみることにする。マニピュレータは部品パレットより軸部品を取り出し、組み立てている機械の穴の位置まで運び、挿入を行なう。この作業は、接近、位置決め、把握、取り出し、搬送、接近、位置決め、挿入、離脱のようなサブタスクから構成されると考えられる。また、これらのサブタスクもいくつかのさらに細かいサブタスクに階層的に分割していくことが可能である。

このように、細かいサブタスクに分割すると、1つのサブタスクの中では、エンドエフェクタを大きく動かす方向とあまり動かさない方向とが存在する。たとえば、搬送サブタスクを考えてみると、パレットから組み立て中の機械に向かう方向には大きな動作が要求されるが、その他の方向には動く必要がない。また、挿入サブタスクがなんらかのセンサフィールドバックにより行なわれている場合には、挿入方向には大きな動きが、その他の方向にはセンサ情報に基づいて位置決め誤差を修正する程度の小さな動きしか要求されない。

分解運動速度制御の考え方に基づけば、大きな動きの方向には大きな速度指令が与えられ、小さな動きの方向には相対的に小さな速度指令が与えられる。これは一定時間に動かねばならない距離が異なるためである。したがって、挿入作業の場合には、エンドエフェクタは挿入方向には大きな速度で動く必要があるが、その他の方向には小さな速度しか要求されないことになる。このことをより厳密に言えば、方向によって要求される速度の期待値が異なるということになる。速度の期待値は、大きな動きが要求される方向に対しては大きく、小さな動きの方向には小さい。



(a) Assembly Task



(b) Hierarchy of Assembly Task

☒ 2.3 Hierarchy of Manipulator Task

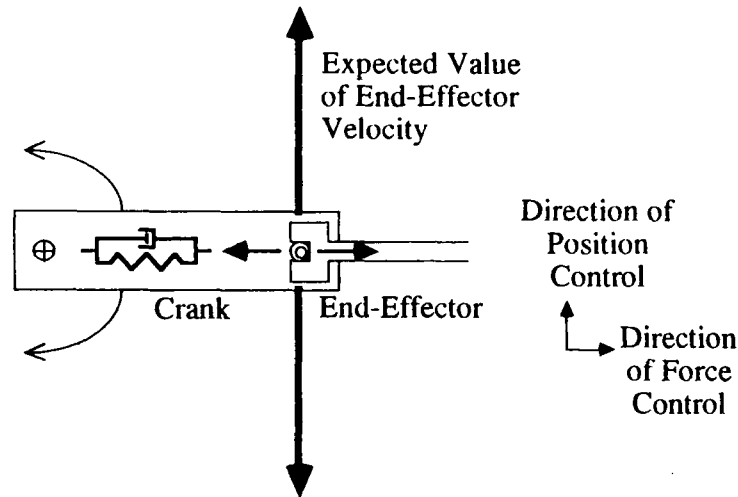


図 2.4 Crank Rotation by Hybrid Control

この議論は、位置制御の場合のみならず、力制御やインピーダンス制御、ハイブリッド制御の場合にも成立する。このときの制御量である力は、対象物体との接触により発生する。接触状態をばね系またはばね-ダッシュポット系などにモデル化すれば、力の大きさは接触時のエンドエフェクタの位置・速度により決定される。このように、位置などの変化により力が生じると考えれば、位置制御の場合と全く同じ議論が可能となる。たとえば、図 2.4 のように、力センサを用いてハイブリッド制御でクランク回しを行う場合を考えてみよう。この作業では、回転方向には位置制御が行なわれ、その他の方向には力制御が行なわれる。回転方向には位置制御により大きな速度の期待値が要求される。その他の方向には力が 0 になるような制御が行なわれるが、一般にクランク機構の剛性はきわめて高いため、力の制御に要する位置の変化はごくわずかである。したがって、力制御方向には小さな速度の期待値しか要求されないことになる。このように、力制御においても位置制御の場合と同様に、方向によって要求される速度の期待値は偏りをもつ。

マニピュレータの行なうべきタスクが次のサブタスクに移行したとき、主となる移動方向が変化するため、方向による期待値の偏りは変化する。このように、期待値の偏りはサブタスクの持つ性質に大きく依存し、作業の進行にともない変化していく。ただし、実際のマニピュレータでは、振動を抑えるためにサブタスク間の切り替わりは滑らかになるように行なわれるのが普通であるから、期待値は突然変化するのではなく、徐々に変化すると考える方が厳密には正しい。

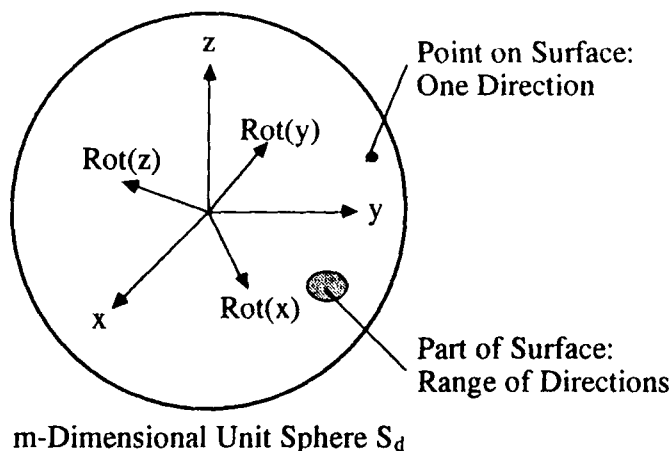


図 2.5 Sphere in m -Dimensional End-Effector Task Space

以上のように、マニピュレータ動作の偏りの性質は一般に期待値の概念を用いて解釈することができる。これを「動作の確率的解釈」と呼ぶことにする。

このようにマニピュレータの動作を確率的に解釈することにより、エンドエフェクタの速度誤差を用いた特異点の悪影響の評価法で問題となった点を解決することができる。すなわち、

1. エンドエフェクタ速度の期待値をなんらかの方法により正規化し、評価を行なうことで、速度の大きさにより評価値が影響を受けることを避けることができる。
2. 全方向への動作を期待値の概念により同時に取り扱うことで、全動作方向を考慮した評価を行なうことができる。
3. 動作方向の偏りは期待値の方向による偏りとして考慮することができる。

2.3.2 確率的解釈の定式化

エンドエフェクタの速度の方向は、 m 次元作業空間内のベクトルとして表わすことができる。たとえば、エンドエフェクタに6自由度の動きが要求される場合には、 x, y, z 方向の並進に加えて、 x, y, z 軸まわりの回転を考えた6次元空間のベクトルとなる。ここで、ベクトルの起点を m 次元空間の原点に固定する。方向のみを表わすためにはベクトルの長さ情報は冗長であるから、ベクトルは単位長さを持つものとする。すると、全動作方向ベクトルは図 2.5 に示すような m 次元作業空間内の単位球を形作る。

この単位球を用いれば、ある1つの方向は単位球表面上の1点で表わすことができる。また、ある方向の範囲は単位球の部分表面により表わすことができる。

この表現方法を用いて、エンドエフェクタに与えられる動作指令の方向を表わすための

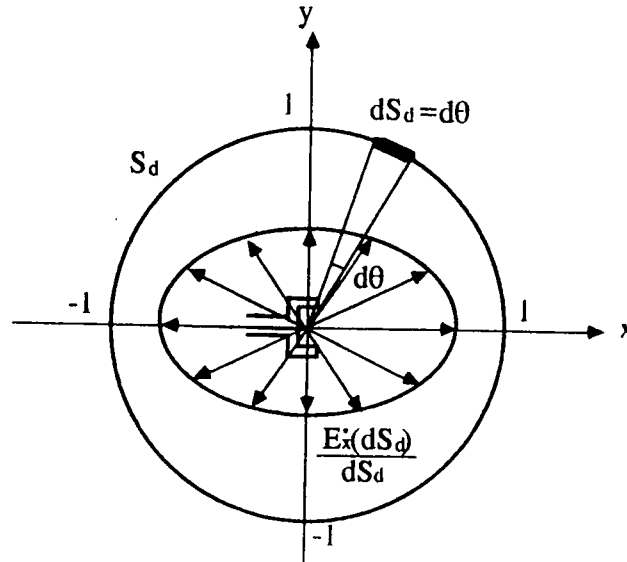


図 2.6 Stochastic Interpretation of 2-DOF Manipulator Motion

m 次元単位球を S_d とする。 S_d は m 次元の全動作方向を表わすことになる。 S_d 上の微小部分表面 dS_d で表わされる方向の微小範囲へのエンドエフェクタ速度の2乗の期待値 $E_{\dot{x}}(dS_d)$ は、

$$E_{\dot{x}}(dS_d) = P(dS_d) \|\dot{x}_d\|^2 dS_d \quad (2.13)$$

と表わされる。ここで、 $P(dS_d)$ は dS_d の方向に動作指令が与えられる確率密度関数である。

以上のことを、 xy 座標系で表わされる2次元空間 ($m=2$) で動作するマニピュレータにあてはめてみると、図 2.6 において、 S_d は2次元空間内の単位円であり、全動作方向を表わしている。方向の微小範囲 dS_d は極座標系 (r, θ) を用いれば、 $d\theta$ で表わすことができる。図 2.7 は θ と速度の2乗期待値を dS_d で割ったもの $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ との関係を示したものである。エンドエフェクタを大きく動かす方向には $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ は大きな値をとり、あまり動かさない方向では $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ は小さい。

さて、前に述べた第1の問題点を解決するために、すべての方向へのエンドエフェクタ速度指令の2乗期待値が1となるように正規化を行なう。 $E_{\dot{x}}(S_d)$ をすべての方向への期待値とすると、

$$E_{\dot{x}}(S_d) \equiv 1 \quad (2.14)$$

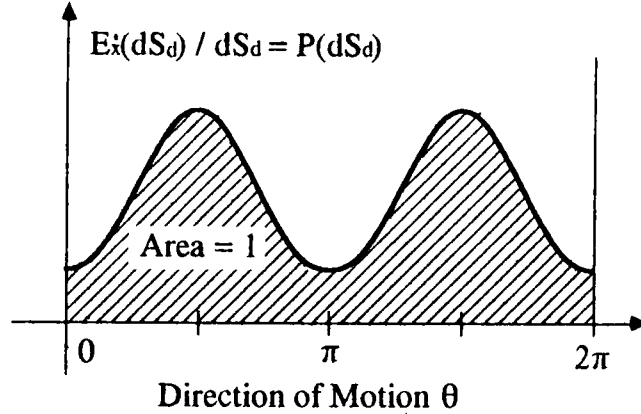


図 2.7 Relation of Expected Value of Squared End-Effector Velocity to Direction of Motion

となる。 $E_{\dot{x}}(S_d)$ は全ての方向について $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ を積分したものであるから、上式は

$$\iint_{S_d} E_{\dot{x}}(dS_d) = \iint_{S_d} P(dS_d) \|\dot{x}_d\|^2 dS_d \equiv 1 \quad (2.15)$$

と変形することができる。この正規化は図 2.7 では $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ と座標軸で囲まれる部分の面積を 1 にすることになる。

一方、確率密度関数の性質から、すべての方向について確率密度関数を積分すると 1 になるから、

$$\iint_{S_d} P(dS_d) dS_d = 1 \quad (2.16)$$

である。式 (2.15) と式 (2.16) とを比較すると、この正規化は式 (2.15) において、

$$\|\dot{x}_d\| = 1 \quad (2.17)$$

すなわち、エンドエフェクタの速度を 1 にした場合と同じ結果になることがわかる。このように考えると、 $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ は $P(dS_d)$ のみにより決めることができることがわかる。言うまでもなく、実際には $\|\dot{x}_d\|$ は 1 であるとは限らない。しかし、 $\|\dot{x}_d\|$ を 1 にしても $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ の値が変わらないように $P(dS_d)$ の値を変化させることにすれば、 $\|\dot{x}_d\| = 1$ と考えても差し支えない。すなわち、確率的観点からは大きな速度を頻度の高い単位速度と等価であると考えられるわけである。

すると、 $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ は $P(dS_d)$ と等しくなる。したがって、 $E_{\dot{x}}(dS_d)/dS_d$ と同様に $P(dS_d)$ が動作方向の偏りを表わす関数となる。すなわち、 $P(dS_d)$ は方向により異なる値をもち、大きな速度の期待値をもつ方向には大きな値を、小さな期待値の方向には小さな値をとる。また、図 2.7 の縦軸は $P(dS_d)$ に置き換えて考えてもかまわなくなる。

2.4 確率的特異性指標

2.4.1 確率的特異性指標の定義

特異点の悪影響の評価に際して、以上述べたエンドエフェクタ動作の確率的解釈を適用する。すなわち、マニピュレータは確率密度関数 $P(dS_d)$ で表わされる性質の動作を行なうと考え、このときの速度誤差の2乗期待値により特異点の悪影響を評価する。

さきに述べた第2の問題点を解決するために、全ての方向に対しての速度誤差の2乗期待値 $E_e(S_d)$ を考えることにすると、

$$\begin{aligned}
 E_e(S_d) &= \iint_{S_d} E_e(dS_d) \\
 &= \iint_{S_d} P(dS_d) \|\dot{e}_d\|^2 dS_d \\
 &= \iint_{S_d} P(dS_d) \dot{\mathbf{x}}_d^T (\mathbf{I}_m - \mathbf{J}\mathbf{J}^+) \dot{\mathbf{x}}_d dS_d \quad (2.18)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{\mathbf{x}}_d$ は式(2.17)のようにユークリッドノルムが1となるように正規化されている。

確率密度関数で指定されたエンドエフェクタの動作が特異点に悪影響を受ければ受けるほど、 $E_e(S_d)$ の値は大きくなる。また、悪影響がない場合には、値が0となる。したがって、この値は特異点の悪影響の大きさを定量的に評価することができることがわかる。第1の問題点は前に述べた正規化により解決され、第2の問題点はすべての動作方向を確率的解釈により考慮することで解決されている。また、第3の問題点に関しては、 $P(dS_d)$ が動作方向の偏りを表現していることから、作業の性質に応じた評価が行えることが明らかである。

このエンドエフェクタ速度誤差の2乗期待値 $E_e(S_d)$ を確率的特異性指標 (Stochastic Singularity Measure) と呼ぶことにする。

確率密度関数 $P(dS_d)$ はマニピュレータに与えられたタスクの性質により様々な関数となり得る。 $P(dS_d)$ の正確な関数の形が明らかである場合には、何らかの解析的または数値的方法により、確率的特異性指標を正確に計算することができる。この場合、一般に多くの計算量を要する。正確な関数の形が明らかでない場合には多くの厳密な計算をすることには意味がない。特異点の悪影響を近似的にしか計算できないとしても、単純な計算式で評価を行えることが望ましいと考えられる。

2.4.2 全ての方向へのエンドエフェクタ動作の期待値が一様である場合

本節ではエンドエフェクタ動作の期待値がすべての方向について一様である場合を考え、具体的に確率的特異性指標を計算するための解析式を導く。マニピュレータに与えられる動作の性質が全く明らかでない場合にも、エンドエフェクタがすべての方向に同じ期待値で動くという仮定を設けることにより以下の式で計算を行なうことができる。

このとき、確率密度関数 $P(dS_d)$ は方向によらない定数となる。式 (2.16) の確率密度関数の性質より、この値は、 m 次元単位球の表面積の逆数となり、

$$P \stackrel{\text{def}}{=} P(dS_d) = \frac{1}{\iint_{S_d} dS_d} \quad (2.19)$$

ここで、 $\Gamma(\cdot)$ をガンマ関数とすれば、公式

$$\iint_{\xi_j > 0, S_m} \xi_1^{\alpha_1-1} \cdots \xi_2^{\alpha_2-1} \xi_m^{\alpha_m-1} dS_\xi = \frac{\Gamma(\alpha_1/2) \cdots \Gamma(\alpha_m/2)}{2^{m-1} \Gamma(\frac{\alpha_1 + \cdots + \alpha_m}{2})} \quad (2.20)$$

が成立するから [39]、 $\alpha_i = 1$ ($i = 1, 2, \dots, m$) とおくことにより、

$$\begin{aligned} \iint_{S_d, \dot{x}_d > 0} dS_d &= \frac{\sqrt{\pi}^m}{2^{m-1} \Gamma(m/2 + 1) \cdot 2/m} \\ &= \frac{m\pi^{m/2}}{2^m \Gamma(m/2 + 1)} \end{aligned} \quad (2.21)$$

故に、

$$\begin{aligned} \iint_{S_d} dS_d &= 2^m \iint_{S_d, \dot{x}_d > 0} dS_d \\ &= \frac{m\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \end{aligned} \quad (2.22)$$

したがって、確率密度関数は定数

$$P = \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{m\pi^{m/2}} \quad (2.23)$$

となる。たとえば、2次元作業空間をもつマニピュレータの場合、 $P(dS_d)$ は定数 $1/2\pi$ となる。

$I_m - JJ^+$ は直交行列 $U_{IJ} \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ により対角化することができ、

$$I_m - JJ^+ = U_{IJ}^T \Lambda_{IJ} U_{IJ} \quad (2.24)$$

ここで、 $\Lambda_{IJ} \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ は $I_m - JJ^+$ の固有値をその要素とする対角行列である。

これらの固有値は 0 または 1 である。なぜならば、式 (2.12) の変形から、

$$(I_m - JJ^+)(I_m - JJ^+) = I_m - JJ^+ \quad (2.25)$$

したがって、

$$U_{IJ}^T \Lambda_{IJ}^2 U_{IJ} = U_{IJ}^T \Lambda_{IJ} U_{IJ} \quad (2.26)$$

U_{IJ} は直交行列だから、

$$\Lambda_{IJ}^2 = \Lambda_{IJ} \quad (2.27)$$

ここで、 $\text{diag}[\cdot]$ を対角行列を表すものとし、 $\Lambda_{IJ} = \text{diag}[\sigma_{IJ1}, \dots, \sigma_{IJm}]$ とおけば、

$$\sigma_{IJi}^2 = \sigma_{IJi} \quad (2.28)$$

したがって、 Λ_{IJ} の要素 σ_{IJi} は 0 または 1 となる。

また、

$$r = \text{rank}[J] \quad (2.29)$$

とすれば、

$$\text{rank}[\Lambda_{IJ}] = m - r \quad (2.30)$$

である。なぜならば、

$$I_m - JJ^+ = U_{IJ}^T \Lambda_{IJ} U_{IJ} \quad (2.31)$$

より、

$$I_m - \Lambda_{IJ} = U_{IJ} J J^+ U_{IJ}^T \quad (2.32)$$

ところが、

$$\text{rank}[I_m - \Lambda_{IJ}] = m - \text{rank}[\Lambda_{IJ}] \quad (2.33)$$

また、

$$\text{rank}[U_{IJ} J J^+ U_{IJ}^T] = r \quad (2.34)$$

であるから、 $\text{rank}[\Lambda_{IJ}] = m - r$ となる。

したがって、 Λ_{IJ} は $m - r$ 個の対角要素 1 と r 個の対角要素 0 をもち、

$$\Lambda_{IJ} = \begin{cases} \text{diag}[0, 0, \dots, 0] & (\text{if } r = m) \\ \text{diag}[1, 0, \dots, 0] & (\text{if } r = m - 1) \\ \text{diag}[1, 1, \dots, 0] & (\text{if } r = m - 2) \\ \dots & \dots \\ \text{diag}[1, 1, \dots, 1] & (\text{if } r = 0) \end{cases} \quad (2.35)$$

となる。

変数変換

$$\dot{\mathbf{y}}_d = \mathbf{U}_{IJ} \dot{\mathbf{x}}_d \quad (2.36)$$

により $\dot{\mathbf{y}}_d = [\dot{y}_1, \dots, \dot{y}_m]^T$ を定めれば、

$$\|\dot{\mathbf{y}}_d\|^2 = \dot{\mathbf{x}}_d^T \mathbf{U}_{IJ}^T \mathbf{U}_{IJ} \dot{\mathbf{x}}_d = \|\dot{\mathbf{x}}_d\|^2 \quad (2.37)$$

であるから、単位球表面 S_d は

$$S_d = \{\dot{\mathbf{y}}_d \mid \|\dot{\mathbf{y}}_d\| = 1\} \quad (2.38)$$

となる。また、

$$\det[\mathbf{U}_{IJ}] = 1 \quad (2.39)$$

したがって、確率的特異性指標は、

$$\begin{aligned} E_e(S_d) &= \iint_{S_d} P \dot{\mathbf{x}}_d^T \mathbf{U}_{IJ}^T \mathbf{U}_{IJ} (\mathbf{I}_m - \mathbf{J}\mathbf{J}^+) \mathbf{U}_{IJ}^T \mathbf{U}_{IJ} \dot{\mathbf{x}}_d dS_d \\ &= P \iint_{S_d} \dot{\mathbf{y}}_d^T \boldsymbol{\Lambda}_{IJ} \dot{\mathbf{y}}_d dS_d \end{aligned} \quad (2.40)$$

により計算することができる。ここで、 $\text{tr}[\cdot]$ を行列のトレースを表わすものとする、

$$\dot{\mathbf{y}}_d^T \boldsymbol{\Lambda}_{IJ} \dot{\mathbf{y}}_d = \text{tr}[\boldsymbol{\Lambda}_{IJ} \dot{\mathbf{y}}_d \dot{\mathbf{y}}_d^T] \quad (2.41)$$

の関係が成り立つから [38]、

$$E_e(S_d) = P \text{tr}[\boldsymbol{\Lambda}_{IJ} \iint_{S_d} \dot{\mathbf{y}}_d \dot{\mathbf{y}}_d^T dS_d] \quad (2.42)$$

一方、式 (2.20) で、 $\alpha_i = 3$, $\alpha_k = 1$ ($k \neq i$) または $\alpha_i = \alpha_j = 2$, $\alpha_k = 1$ ($k \neq i, j$) とおいて同様な計算を行なうことにより、

$$\begin{aligned} \iint_{S_d} y_i^2 dS_d &= \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \\ \iint_{S_d} y_i y_j dS_d &= 0 \quad (i \neq j) \end{aligned} \quad (2.43)$$

であるから、結局、確率的特異性指標は、

$$\begin{aligned} E_e(S_d) &= P \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \text{tr}[\boldsymbol{\Lambda}_{IJ}] \\ &= P \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} (m - r) \\ &= \frac{m - r}{m} \end{aligned} \quad (2.44)$$

という簡単な式により計算される。

この結果は、エンドエフェクタがすべての方向に一樣な確率で動くときには、確率的特異性指標の値はヤコビ行列のランク r と作業空間の次元 m のみにより決まることを示している。

ほとんどの特異点では、 $r = m - 1$ であるから、ほとんどの特異点が同じだけの悪影響 $E_e(S_d) = 1/m$ をエンドエフェクタの動作に及ぼすことがわかる。特異点以外の姿勢においては $r = m$ となるから、確率的特異性指標は最小値 0 をとる。ヤコビ行列のランクが減少していればいるほど確率的特異性指標は大きな値をとる。理論的には $r = 0$ の特異点において最大値 1 をとるが、これはエンドエフェクタがどの方向にも動けない状態であり、通常のマニピュレータでは起こり得ない。

このように、すべての方向に一樣にエンドエフェクタを動かそうとするときには、ヤコビ行列のランクがどれだけフルランクから減少しているかのみに留意することで、特異点の悪影響を知ることができる。

2.4.3 エンドエフェクタ速度の期待値のおよその情報がわかっている場合

第 2.3.1 節で述べたように、一般にマニピュレータの動作は偏りをもっている。このときには、確率密度関数に方向による偏りを与え、確率的特異性指標を計算することができる。ここでは、重み行列を用いることにより、簡単な計算で期待値の偏りを取り扱う方法について述べる。

言うまでもなく、動作の偏りにはいろいろな形態があり、この方法は一部の種類の偏りにしか適用することはできない。しかしながら、実際には偏りの度合いが定性的にしかわかっていない場合がほとんどである。このときには、正確な計算は本質的に不可能であり、以下で述べるような偏りを仮定して特異点の悪影響を評価しても差し支えないと考えられる。

\dot{x}_d と同じように、 \dot{x}_t を m 次元空間内の単位ベクトルとする。重み行列 G を用いてベクトル \dot{x}_t に重みづけを行ない、

$$\dot{x}_s = G\dot{x}_t \quad (2.45)$$

とする。図 2.8 は、作業空間が 2 次元の場合について、この関係を示したものである。ただし、重み行列 G は y 方向に重みづけされており、

$$G = \begin{bmatrix} G_{11} & 0 \\ 0 & G_{22} \end{bmatrix}, G_{11} < G_{22} \quad (2.46)$$

の場合である。図から明らかなように、重み行列により y 方向のベクトルが強調され、 x 方

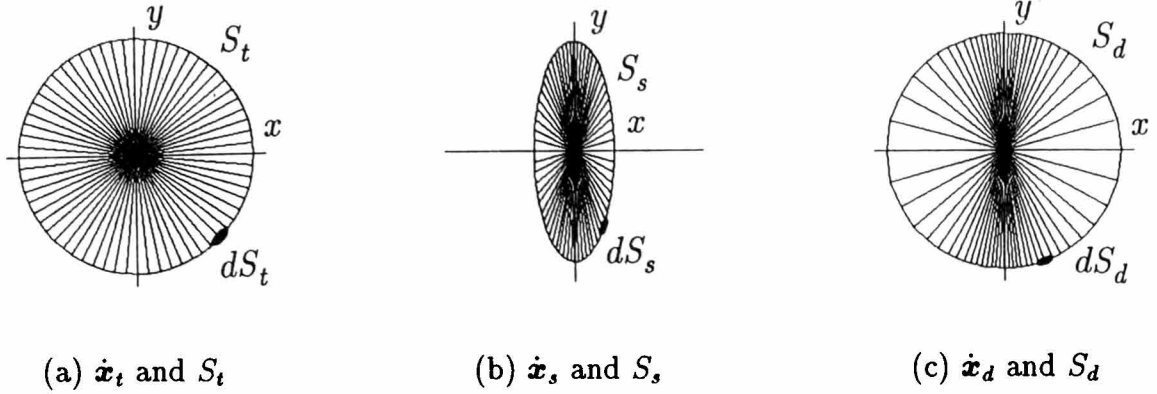


図 2.8 Relation between Three Transformations to Represent Deviation

向のベクトルが相対的に短くなっている。また、これによりベクトルの方向が変わり、等間隔の $\dot{\mathbf{x}}_t$ に対して、 $\dot{\mathbf{x}}_s$ の密度には偏りが生じている。

次に、重みづけされたベクトル $\dot{\mathbf{x}}_s$ が単位長さを持つように

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \frac{\dot{\mathbf{x}}_s}{\|\dot{\mathbf{x}}_s\|} \quad (2.47)$$

により正規化を行なう。図からわかるように、この変換によりベクトルの長さは単位長さとなったが、ベクトルの密度に関しては $\dot{\mathbf{x}}_s$ の性質が保存され、方向により $\dot{\mathbf{x}}_d$ の密度に偏りが生じている。

一方、ベクトル $\dot{\mathbf{x}}_t$ により作られる m 次元単位球表面

$$S_t = \{\dot{\mathbf{x}}_t \mid \|\dot{\mathbf{x}}_t\| = 1\} \quad (2.48)$$

は、式 (2.45) により m 次元楕円体表面

$$S_s = \{\dot{\mathbf{x}}_s \mid \dot{\mathbf{x}}_s = G\dot{\mathbf{x}}_t, \|\dot{\mathbf{x}}_t\| = 1\} \quad (2.49)$$

に写像される。 S_s は式 (2.47) により再び m 次元単位球表面

$$S_d = \{\dot{\mathbf{x}}_d \mid \dot{\mathbf{x}}_d = \dot{\mathbf{x}}_s / \|\dot{\mathbf{x}}_s\|, \dot{\mathbf{x}}_s = G\dot{\mathbf{x}}_t, \|\dot{\mathbf{x}}_t\| = 1\} \quad (2.50)$$

に写像される。

ベクトルの密度に偏りが生じているため、等分された S_t の部分表面に対応する S_d の部

分表面は、その $m-1$ 次元面積¹に偏りを持っている。図の例では、y 方向の面積²に比べて x 方向の面積が大きくなっている。したがって、 dS_t/dS_d の値も方向によって異なることになる。図では y 方向に大きく、x 方向に小さい値をとる。

ここで、エンドエフェクタ動作の確率密度関数を

$$P(dS_d) = P_g \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} \quad (2.51)$$

により定めることとする。ここで、 P_g は定数である。 $\|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2$ と dS_t/dS_d は同じ方向に偏りをもっているから、式 (2.51) の確率密度関数でエンドエフェクタ動作の期待値の偏りを表現できることがわかる。この図では $\|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2$ と dS_t/dS_d の両方が y 方向に大きくなるように偏っているから、確率密度関数も y 方向に大きく、x 方向に小さい値をとる。

式 (2.16) の確率密度関数の性質より、

$$\iint_{S_d} P(dS_d) dS_d = P_g \iint_{S_d} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} dS_d = 1 \quad (2.52)$$

したがって、定数 P_g は、

$$\begin{aligned} P_g &= \frac{1}{\iint_{S_d} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} dS_d} \\ &= \frac{1}{\iint_{S_t} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 dS_t} \\ &= \frac{1}{\iint_{S_t} \dot{\mathbf{x}}_t^T \mathbf{G}^T \mathbf{G} \dot{\mathbf{x}}_t dS_t} \\ &= \frac{1}{\text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G} \iint_{S_t} \dot{\mathbf{x}}_t \dot{\mathbf{x}}_t^T dS_t]} \\ &= \frac{1}{\text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G} \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)}]} \\ &= \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{\pi^{m/2} \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]} \end{aligned} \quad (2.53)$$

となる。

¹ $m=3$ の場合には正確に面積であるが、 $m=2$ の場合には長さ、 $m>4$ の場合には体積と呼ぶ方がわかりやすいかもしれない。

² この場合は 2 次元であるので長さになっている。

図の例では座標軸方向への偏りを示しているが、他の方向に動作が偏っている場合には、重み行列 G を

$$G = V_G \Sigma_G V_G^T \quad (2.54)$$

によって、方向を決めるための直交変換行列 $V_G \in \mathbb{R}^{m \times m}$ と偏りの大きさを制御するための対角行列 $\Sigma_G = \text{diag}[\sigma_{G1}, \sigma_{G2}, \dots, \sigma_{Gm}]$ を用いて定めてやればよい。

たとえば、作業空間が2次元の場合には、角度 ϕ の方向に大きな確率密度を与えるために V_G を角度 ϕ の回転変換行列

$$V_G = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

とし、確率密度の偏りを重みづけの大きさを指定する変数 g を用いて、

$$\Sigma_G = \begin{bmatrix} g & 0 \\ 0 & 1-g \end{bmatrix}, \quad 0 \leq g \leq 1 \quad (2.56)$$

により指定することとし、式 (2.54) を用いて重み行列 G を定めることができる。

図 2.9 は作業空間が2次元の場合について方向によって確率密度関数 $P(dS_d)$ がどのように偏るかを示したものである。ここでは、 $\phi = 0$ すなわち x 方向に重みづけを行ない、重み変数 g をさまざまな値にとったときの結果を示している。パラメータ g によって x 方向、 y 方向の重みが変わり、それにしたがって確率密度関数の値が変化している。 $g = 0.5$ の場合には x 方向と y 方向に対する重みが同じであるため、確率密度は全方向に対して一様となる。 g の値が 0.5 から大きくなるにつれ x 方向への重みづけが大きくなり、 x 方向の動作の確率密度が大きく、 y 方向には小さくなっていることがわかる。なお、確率密度の値は単純に g^2 や $(1-g)^2$ となるわけではない。

確率的特異性指標は、

$$\begin{aligned} E_e(S_d) &= P_g \iint_{S_d} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} \dot{\mathbf{x}}_d^T (I_m - J J^+) \dot{\mathbf{x}}_d dS_d \\ &= P_g \iint_{S_t} (\|\dot{\mathbf{x}}_s\| \dot{\mathbf{x}}_d)^T (I_m - J J^+) (\|\dot{\mathbf{x}}_s\| \dot{\mathbf{x}}_d) dS_t \\ &= P_g \iint_{S_t} \dot{\mathbf{x}}_s^T (I_m - J J^+) \dot{\mathbf{x}}_s dS_t \\ &= P_g \iint_{S_t} \dot{\mathbf{x}}_t^T G^T (I_m - J J^+) G \dot{\mathbf{x}}_t dS_t \\ &= \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{\pi^{m/2} \text{tr}[G^T G]} \text{tr}[G^T (I_m - J J^+) G \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)}] \\ &= \frac{\text{tr}[G^T (I_m - J J^+) G]}{\text{tr}[G^T G]} \quad (2.57) \end{aligned}$$

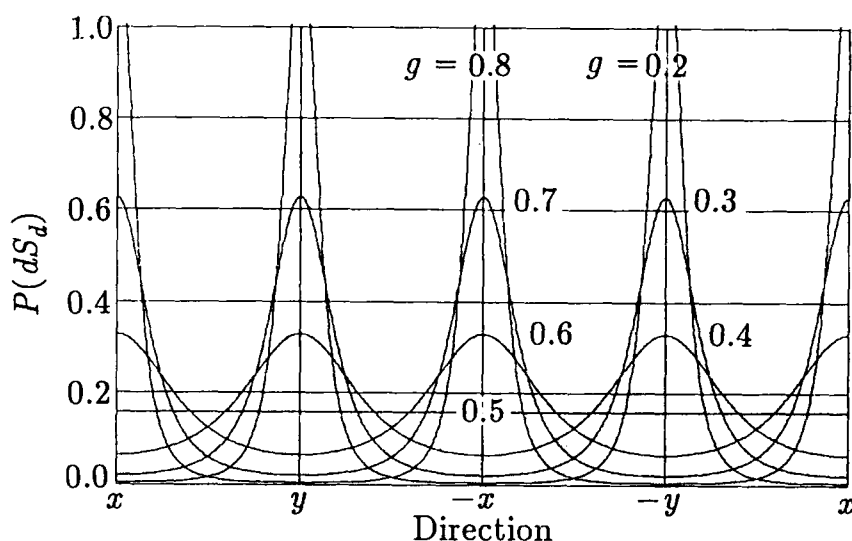


図 2.9 Relation of Probability Density Function to Direction of End-Effector Motion under Various g and $\phi = 0$

により計算することができる。

G が式 (2.54) を用いて定義されている場合には、上式は、

$$E_e(S_d) = \frac{\text{tr}[G^T(I_m - JJ^+)G]}{\sigma_{G1}^2 + \cdots + \sigma_{Gm}^2} \quad (2.58)$$

とも変形することができる。

この式による確率的特異性指標は、エンドエフェクタの動作方向が偏りをもつ場合において、その偏りの性質を考慮しながら特異点の悪影響を評価することができる。

この値は特異点以外で最小値 0 をとる。 G で指定された性質の偏りをもつ動作において速度誤差の期待値が大きくなればなるほどこの指標は大きな値をとる。エンドエフェクタが G で指定された性質の動作を行なうことができないときには、 $E_e(S_d)$ は最大値 1 をとる。このように、 $E_e(S_d)$ はエンドエフェクタ動作の偏りの性質を考慮しながら特異点のもつ悪影響を評価することができる。

G が $\text{rank}[G] < m$ のとき、確率的特異性指標が 0 となるような特異点が存在する。このことは、これらの特異点においては、エンドエフェクタが G で指定された性質をもつ動作を行なう際には特異性の悪影響を受けないということを意味している。軌道計画時にこのことを考慮に入れるならば、特異点が特に問題とならないように特異点を通る軌道を選択することが可能であると思われる。

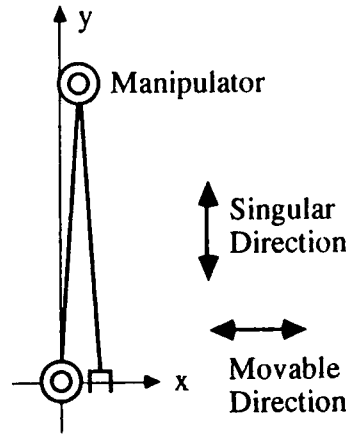


図 2.10 2-DOF Manipulator in Singular Configuration

2.5 2 自由度マニピュレータへの適用

確率的特異性指標を作業空間が xy 平面であるような 2 自由度マニピュレータに適用する。図 2.10 に示される特異姿勢³においては、

$$I_2 - JJ^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

であり、

$$\text{rank}[J] = 1 \quad (2.60)$$

である。

エンドエフェクタ動作の確率密度は G を用いて指定される。

確率密度関数が一様である場合

確率的特異性指標は式 (2.44) により計算することができ、

$$E_e(S_d) = 1/2 \quad (2.61)$$

いうまでもなく、

$$G = I_2 \quad (2.62)$$

として、式 (2.57) を用いて計算しても同じ結果が得られる。

³ ここでは、わかりやすくするため、特異点近傍の姿勢を示してある。

エンドエフェクタが x 方向のみに動く場合

このとき、重み行列は、

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

とすればよく、確率的特異性指標は、

$$E_e(S_d) = 0 \quad (2.64)$$

となる。この値は特異点でない場合と同じである。図 2.10 の特異姿勢においては、特異方向は y 方向であり、x 方向のエンドエフェクタの動作は速度誤差を生じない。したがって、この評価は適切であると考えられる。また、この結果は、特異点はその特異性を失っていると解釈することもできる。したがって、エンドエフェクタを x 方向のみに動かせばよいのであれば、マニピュレータはこの特異点を通っても差し支えないと考えられる。ただし、センサ等によりエンドエフェクタの位置がフィードバック制御されている場合などでは、位置決め誤差やセンサのノイズにより y 方向への動作指令も与えられるため、制御に関する特別の考慮なしに特異点を通ることは望ましくない。

エンドエフェクタが y 方向のみに動く場合

重み行列は、

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

とすることができ、確率的特異性指標は、

$$E_e(S_d) = 1 \quad (2.66)$$

となる。この値は、確率的特異性指標の最大値である。y 方向は特異方向であるため、エンドエフェクタは y 方向へはまったく動くことができない。したがって、動作が特異点に最も大きな悪影響を受ける場合であり、この結果は適切であると考えられる。このとき、マニピュレータはこの特異点を通る軌道をとることはできない。

エンドエフェクタが (1, 1) 方向のみに動く場合

このとき、式 (2.54) において、座標変換行列 V を 45° の回転変換行列とし、 Σ を $\text{diag}[1, 0]$ とすることにより、重み行列を

$$G = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

とすることができ、確率的特異性指標の値は、

$$E_e(S_d) = 1/2 \quad (2.68)$$

となる。この動作は x 方向の動作と y 方向の動作が 1:1 で組み合わせられた動作であるため、確率的特異性指標は一様な確率密度の場合と同じ結果となっている。

一般的な場合

一般的には、式 (2.54)、式 (2.55)、式 (2.56) を用いて重み行列 G を定めてやることができる。

図 2.11 は方向 ϕ と重み g を変化させたときの確率的特異性指標の値を示したものである。 $E_e(S_d)$ は g や ϕ の周期関数となっていることがわかる。この値は x または $-x$ の方向性をもつ動作において小さな値をとり、これらの方向への動作が特異点の悪影響を受けにくいことを示している。一方、 y または $-y$ 方向への動作では確率的特異性指標は大きな値をとり、これらの方向へはエンドエフェクタを動かしにくいことがわかる。

図 2.12 にこの特異点近傍の姿勢における可操作性楕円体 [18] [19] [20] を示す⁴。特異点においては可操作性楕円体は特異方向に完全につぶれた形となる。これを用いれば特異方向を知ることはできるが、確率的特異性指標のように特異点の悪影響の大きさを定量的に知ることはできない。しかし、図 2.11 の結果と図 2.12 を比較してみると、確率的特異性指標は楕円体の短軸方向の成分をもつ動作において 0 以外の値をとり、特異点の悪影響があることを示していることがわかる。これに対して、短軸方向に全く動かない動作の場合には値が 0 となり、特異点の悪影響がないことを示している。そして、短軸方向の成分が大きくなるほど指標の値も大きくなり、悪影響が大きいことがわかる。

以上のように、確率的特異性指標はエンドエフェクタの動作方向の偏りを考慮しながら特異点の悪影響の大きさを定量的に評価することができる。

2.6 まとめ

本章では、特異点がマニピュレータの運動に与える悪影響の大きさを定量的に評価する指標である「確率的特異性指標」について述べた。

確率的特異性指標は、エンドエフェクタの動作を確率的に解釈し、その時に特異点上で生じる速度誤差の期待値に基づき評価を行なう。動作方向に偏りが無い場合には、悪影響

⁴ 可操作性楕円体については、第 3 章で説明する。

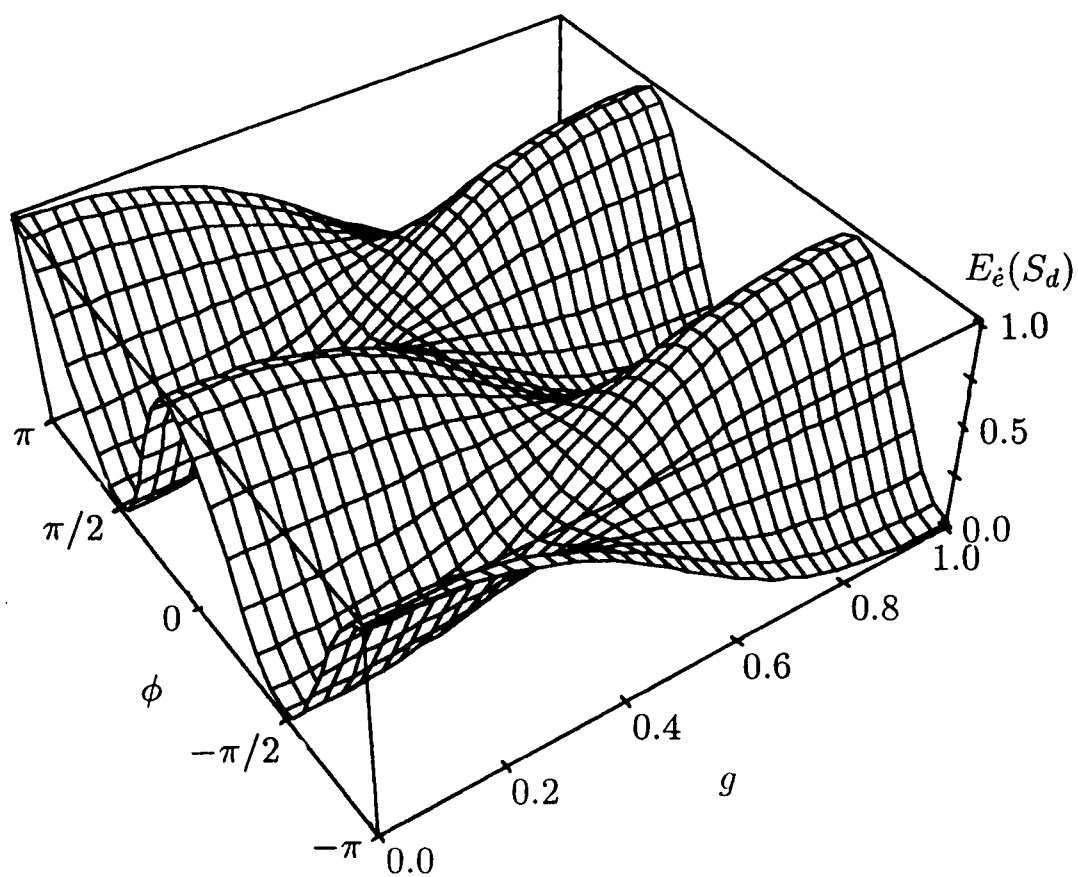


図 2.11 Stochastic Singularity Measure of 2-DOF Singular Manipulator under Various Deviations of End-Effector Motion

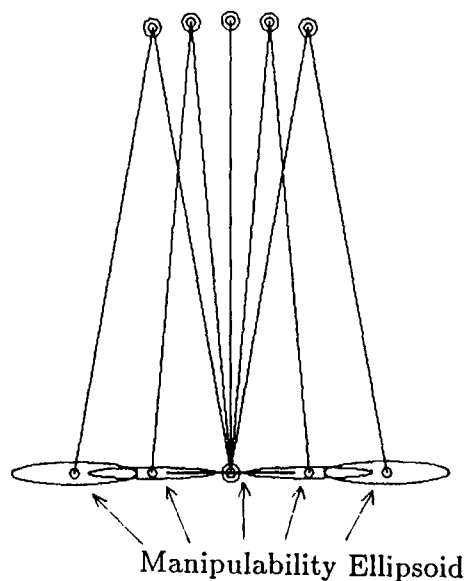


図 2.12 Manipulability Ellipsoids Near Singular Configuration

の大きさは作業空間の次元とヤコビ行列のランクにより一意に決まる。また、動作方向に偏りがある場合には、重み行列を用いることにより偏りの方向と大きさを指定し、悪影響を評価することができる。

2自由度マニピュレータにこれを適用することにより、確率的特異性指標は動作方向の偏りを考慮して特異点の悪影響を評価できること、特異点であっても悪影響がない場合があること、可操作楕円体の短軸方向への動作において悪影響が大きくなることを示した。

第 3 章 確率的可操作度

3.1 概要

本章では、マニピュレータに与えられる動作方向の偏りを考慮して運動学的操作性 (器用さ) を評価することができる指標「確率的可操作度」[33] について述べる。確率的可操作度は、マニピュレータに与えられる動作を確率的に解釈し、動作に必要な関節速度の平均の期待値に基づいて評価を行なう。動作方向の偏りは重み行列を用いて指定することができる。2 自由度、3 自由度、6 自由度マニピュレータに適用することにより、確率的可操作度は自由度の異なるマニピュレータ同士で操作性を比較することができること、操作性の評価において動作の偏りを考慮することは重要であること、特異点を実質上特異性を失う場合があること、確率的可操作度の等高線はマニピュレータの最適設計、設置計画問題に有効であること、ヤコビ行列の零空間に等高線を作ることにより冗長マニピュレータの最適軌道を決定することができることを示す。

3.2 これまでの操作性評価指標

ここでは、これまでに発表されてきた運動学的考察に基づく操作性評価指標について簡単に説明し、それらの問題点について述べる。

3.2.1 可操作楕円体

第 2 章で述べたように、エンドエフェクタの速度 \dot{x} と関節角速度 $\dot{\theta}$ との間にはヤコビ行列による関係

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (3.1)$$

が成立する。

関節速度のユークリッドノルムが

$$\|\dot{\theta}\| \leq 1 \quad (3.2)$$

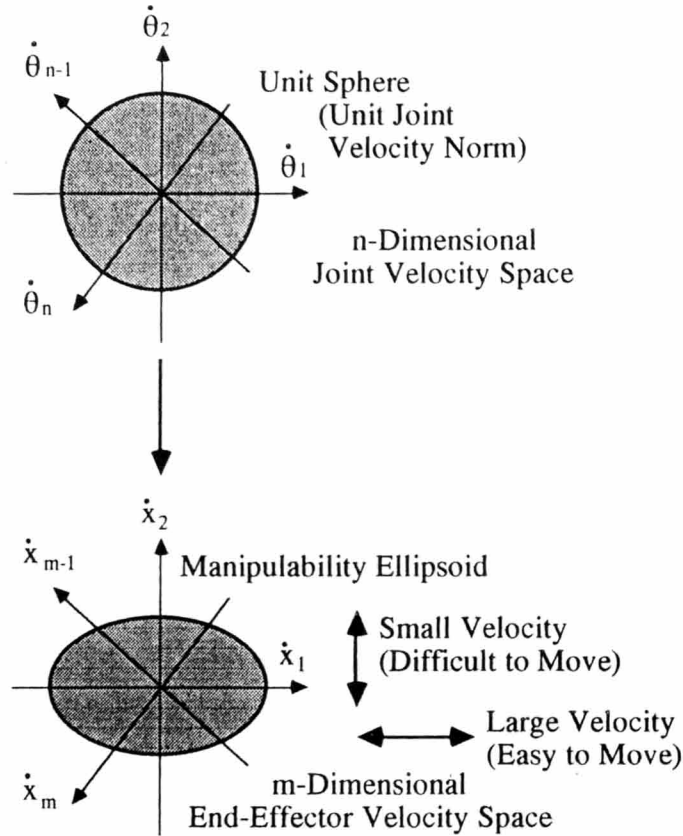


図 3.1 Manipulability Ellipsoid

を満足するような関節角速度 $\dot{\theta}$ を用いて実現できるエンドエフェクタの速度は図 3.1 に示すように m 次元作業空間内で楕円体を形作る。同じ大きさの関節速度のもとでは、この楕円体の長軸方向にはエンドエフェクタは容易に大きな速度を出すことができるが、短軸方向には小さい速度しか出すことができない。操作性は速度がどの程度出しやすいかに関する評価であると考え、この楕円体はエンドエフェクタの操作性を表わしていることがわかる。この楕円体は可操作楕円体と呼ばれる [18] [19] [20]。

可操作楕円体は

$$\dot{\mathbf{x}}^T (\mathbf{J}^+)^T \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} \leq 1, \dot{\mathbf{x}} \in \mathcal{R}(\mathbf{J}) \quad (3.3)$$

により与えられる。ここで、 $\mathcal{R}(\mathbf{J})$ は \mathbf{J} の値域を表わす。

可操作楕円体の主軸は次のようにして求められる。 \mathbf{J} を特異値分解すると、

$$\mathbf{J} = \mathbf{U}_J \boldsymbol{\Sigma}_J \mathbf{V}_J^T \quad (3.4)$$

ただし、 $U_J \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ と $V_J \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ は直交行列、 $\Sigma_J \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ は、

$$\Sigma_J = \left[\begin{array}{cccc|c} \sigma_{J1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{J2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{Jm} & 0 \end{array} \right] \quad (\sigma_{J1} \geq \sigma_{J2} \geq \cdots \geq \sigma_{Jm} \geq 0) \quad (3.5)$$

である。 σ_{Ji} は J の特異値で、 $J^T J$ の固有値の平方根を大きいものから順に m 個とったものであり、可操作楕円体の主軸の長さの $1/2$ の値をとる。 U_J の第 i 列ベクトルを u_{Ji} とすると、可操作楕円体の主軸は $\sigma_{Ji} u_{Ji}$ となる。したがって、特異値分解によりエンドエフェクタをどの方向にどの程度動かしやすいかを知ることができる。

3.2.2 可操作度

可操作楕円体の体積 V_{ellip} は

$$V_{ellip} = c_m w \quad (3.6)$$

であらわされる。ただし、

$$w = \prod_{i=1}^m \sigma_{Ji} \quad (3.7)$$

$$c_m = \begin{cases} \frac{(2\pi)^{m/2}}{2 \cdot 4 \cdots (m-2) \cdot m} & (m: \text{偶数}) \\ \frac{2(2\pi)^{(m-1)/2}}{1 \cdot 3 \cdots (m-2) \cdot m} & (m: \text{奇数}) \end{cases} \quad (3.8)$$

である。

可操作楕円体の体積が大きければ大きいほどあらゆる方向に対する操作性はよいと考えられる。 m を固定すれば w は体積に比例するから、 w を操作性を評価するための指標と考え、可操作度と呼ぶ。

可操作度は

$$w = \sqrt{\det[JJ^T]} \quad (3.9)$$

の形に変形することができ、計算に便利な式の形を得る [18] [19] [20] [21]。

岩月ら [27] は、可操作度は可観測性の強さを表わす可観測グラミアンの行列式に対応していることを示している。

ところが、可操作度には次のような問題点がある。

1. ある特異値が0に近づいても他の特異値が大きくなると値がそれほど変わらないこと [24] [25]。言い替えば、きわめて動きにくい方向があっても他の方向に動きやすくなれば評価値が変わらなくなってしまうのである。マニピュレータはあらゆる方向へ容易に動作できることが重要であるから、これは望ましくない性質であると考えられる。
2. マニピュレータ機構の自由度が異なる場合に評価基準が変化してしまうこと。そのため、マニピュレータの設計段階において、さまざまな自由度構成のマニピュレータを比較検討するという目的のためには、可操作度を利用することができない。
3. 並進速度と回転速度を区別して取り扱っていないため、評価値の物理的意味が明確でないこと。 $\dot{\alpha}$ は通常 x, y, z 方向への並進速度と x, y, z 軸まわりの回転角速度で与えられるが、式 (3.1) の中ではこれらを区別していない。評価値として並進速度と回転角速度からなる作業座標系での体積を考えたとき、単なる評価関数としては問題なくとも、その物理的な意味は希薄である。
4. エンドエフェクタの運動方向の偏りなどの作業の性質を考慮して操作性の評価を行なうことができないこと。操作性の評価はマニピュレータに与えられる作業の性質に応じて行なわれるべきであると考えられる。マニピュレータにはその機構に応じて得意な作業、不得意な作業がある。ある特定の作業を行なうことを目的としたマニピュレータでは、他の作業を器用に行なうことができなくても目的の作業を効率よく実行できるのであれば、その作業に対する操作性はよいという評価を受けるべきであろう。したがって、作業の性質を考慮した操作性の評価が行なわれることが望ましい。

第4の問題点に関して、吉川は各方向に対して要求される最大速度を用いて正規化することを提案している [31]。しかしながら、最大速度が要求される頻度が高い場合と低い場合とを区別することができないという意味において、動作の偏りを考慮しているとはいえない。実際に評価を行なう場面においても、各方向について可能性のある最大速度を指定することとなってしまう、実用的にも問題が多いと考えられる。

3.2.3 調和平均形可操作性指標

可操作度のもつ第1の欠点をなくすために、特異値の調和平均をとって

$$M(J) = \frac{1}{1/\sigma_{j_1}^2 + 1/\sigma_{j_2}^2 + \cdots + 1/\sigma_{j_m}^2} \quad (3.10)$$

により操作性の評価を行なうことができる。調和平均をとることにより、ある特異値が0に近づくとその項が支配的となり、評価値が0に近づく。したがって、第1の問題点を解

決することができる。この操作性評価指標を調和平均形可操作性指標と呼ぶ [24] [25]。

調和平均形可操作性指標は

$$M(J) = \frac{1}{\text{tr}[(JJ^T)^{-1}]} \quad (3.11)$$

と変形することもできる。

しかしながら、調和平均形可操作性指標もその他の問題点は依然として残っている。

3.2.4 その他の指標

その他に、ヤコビ行列の行列式の大きさ

$$|\det[J]| \quad (3.12)$$

により操作性を評価する方法があるが、これはマニピュレータの自由度が作業空間の次元と同じ場合にしか適用できず、このときには可操作度と同じものとなる。したがって、可操作度はヤコビ行列の行列式をより一般性をもつように拡張したものであると考えられる。

操作性を考える場合に、最も動きにくい方向への動きにくさの程度が問題となることがある。そのために、可操作楕円体の短軸の長さの2倍の値をもつ最小特異値

$$\sigma_{Jm} \quad (3.13)$$

により操作性を評価することが提案されている [23]。

また、動きやすい方向と動きにくい方向にどれだけ差があるかが問題となることもある。そのために、可操作楕円体の長軸と短軸の長さの比である条件数

$$\frac{\sigma_{J1}}{\sigma_{Jm}} \quad (3.14)$$

により操作性を評価する方法も提案されている [22]。

しかしながら、これらの評価法はすべての方向への動かしやすさを考慮していないという点で可操作度や調和平均形可操作性指標と比べて一般性に欠けると考えられる。

この他に、後で詳しく説明する Baillieul の第1の評価法 [26] がある。これも 3.2.2 節で述べた第2、第4の問題点をもっている。

なお、障害物がある場合に関する可操作性の拡張 [28] については、本論文では障害物を全く考慮していないため、ここでは詳しくは述べない。

3.3 関節速度に基づく操作性の評価

3.3.1 関節速度による操作性の評価

可操作度では、ある関節速度を与えたときにどれだけのエンドエフェクタ速度を出ることができるか、により操作性を評価した。ここでは、可操作度とは逆の考え方、すなわち、あるエンドエフェクタ速度を実現するためにはどれだけの関節速度が必要となるか、により操作性を評価する。すなわち、同じエンドエフェクタ速度を出すために、大きな関節速度を必要とすれば操作性が悪いとみなすことができ、小さな関節速度で済むならば操作性がよいと考える。同じ作業を行なうために大きな努力が必要となればなるほど効率が悪いと考えられるからである。

この考え方によれば、 m 次元作業空間におけるエンドエフェクタ速度をはじめに与えるため、並進速度と回転速度の問題は生じず、3.2.2節で述べた第3の問題点は自動的に解消される。したがって、関節変数として関節角あるいはアクチュエータの回転角をとった場合には、この考え方により評価値は明確な物理的意味をもつ。

ただし、直動関節と回転関節の両方をもつマニピュレータで、関節の並進距離を関節変数にとった場合には、関節の回転角速度と並進速度が混じってしまうためこの欠点は解消されない。

n 自由度マニピュレータの m 次元作業空間における軌道がエンドエフェクタ速度 \dot{x}_d で与えられたとき、特異姿勢以外では、第2章で述べたように、ヤコビ行列の Moore-Penrose 疑似逆行列を用いて

$$\dot{\theta}_d = J^+ \dot{x}_d + (I_n - J^+ J) \alpha \quad (3.15)$$

により \dot{x}_d を実現するための関節速度 $\dot{\theta}_d$ を求めることができる。ここで、 $\alpha = 0$ の解

$$\dot{\theta}_d = J^+ \dot{x}_d \quad (3.16)$$

は $\dot{\theta}_d$ のユークリッドノルムを最小にする解である。

この関節速度の2乗ユークリッドノルムは、疑似逆行列の性質より

$$\begin{aligned} \|\dot{\theta}_d\|^2 &= \dot{x}_d^T J^{+T} J^+ \dot{x}_d \\ &= \dot{x}_d^T (J J^T)^+ \dot{x}_d \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。ここでは特異姿勢以外を考えているので、

$$\text{rank}[J] = m \leq n \quad (3.18)$$

であるから、 $JJ^T \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ は、

$$\text{rank}[JJ^T] = m \quad (3.19)$$

であり、逆行列をもつ。このため、関節速度の2乗ユークリッドノルムの最小値は、

$$\|\dot{\theta}_d\|^2 = \dot{x}_d^T (JJ^T)^{-1} \dot{x}_d \quad (3.20)$$

となる。

この値が大きくなればなるほど与えられたエンドエフェクタ速度 \dot{x}_d を実現しにくく、操作性が悪いことになる。

3.3.2 Baillieul の第1の評価法

エンドエフェクタ速度による操作性の評価ではエンドエフェクタの速度の大きさにより評価値が変わってしまう。そこで、

$$\|\dot{x}_d\| = 1 \quad (3.21)$$

により、 $\|\dot{\theta}_d\|^2$ がエンドエフェクタの速度の大きさを1に正規化する。

これだけでは \dot{x}_d の方向に対する操作性しか評価することができない。そこで、すべての方向に対する操作性を評価するために、 $\|\dot{\theta}_d\|^2$ をすべての方向について積分することにする。方向を定式化するために、第2章で述べた m 次元作業空間内の単位球を用いた方向の表現を用いると、積分区間は、

$$S_d = \{\dot{x}_d \mid \|\dot{x}_d\| = 1\} \quad (3.22)$$

となる。積分値は、

$$\begin{aligned} \iint_{S_d} \|\dot{\theta}_d\|^2 dS_d &= \iint_{S_d} \dot{x}_d^T (JJ^T)^{-1} \dot{x}_d dS_d \\ &= \iint_{S_d} \text{tr}[(JJ^T)^{-1} \dot{x}_d \dot{x}_d^T] dS_d \\ &= \text{tr}[(JJ^T)^{-1} \iint_{S_d} \dot{x}_d \dot{x}_d^T dS_d] \\ &= \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \text{tr}[(JJ^T)^{-1}] \end{aligned} \quad (3.23)$$

となる。

Baillieul の第1の評価値 [26] は、この積分値に基づき、

$$g_1 = \text{tr}[(JJ^T)^{-1}] \quad (3.24)$$

により定義されている。操作性が悪いほど関節角速度が大きくなるため、積分値も大きくなり、 g_1 が大きくなる。操作性がよい場合には関節角速度が小さくて済み、 g_1 は小さくなる。したがって、可操作度とは逆に不操作性、不器用さを表わす指標となっている。

調和平均形可操作性指標 $M(J)$ は式 (3.11) のように表わされるから、Baillieul の第 1 の指標と調和平均形可操作性指標は、もともとの導出過程は異なるが、同じタイプの評価法となっていることがわかる。Baillieul の第 1 の指標では特異点近傍において値が無限大に発散するのに対し、調和平均形可操作性指標では値が 0 に近づく。軌道計画などにおいて数値計算を行なう際には、値が無限大となることは望ましくないため、実用的には調和平均形可操作性指標の方が優れていると考えられる。

しかしながら、Baillieul の第 1 の指標も 3.2.2 節で述べた第 2、第 4 の問題点を有している。第 2 の問題点、すなわち、マニピュレータの自由度により評価基準が変化してしまう原因は、 θ_d の要素の数が自由度にしたがって変化するためであると考えられる。ここで考えている 2 乗ユークリッドノルムは各関節角速度の 2 乗和であるため、関節の数が増加するほどユークリッドノルムの値も大きくなる。一方、1 つの関節の動かしやすさ動かしにくさは関節の数には依存しない。したがって、単純に和をとることには問題があると考えられる。第 4 の問題点、すなわち、動作の性質を考慮した操作性の評価を行なうことができない原因は、Baillieul の定式化において動作の性質を全く考慮していないことにある。

3.4 平均値と確率的解釈に基づく評価

ここでは、以上述べた欠点を克服するために、次のような改良を行なう。

1. 関節速度の和の代わりに、関節速度の平均値を用いる。
2. 第 2 章で述べたエンドエフェクタ動作の確率的解釈を、操作性の評価に適用する。

3.4.1 関節速度の 2 乗平均による評価

小さな動作を行なうために各関節が大きな速度で動いたり大きな関節角変化が必要となるならば、明らかに効率が悪く、操作性の低い状態であると考えられる。また、マニピュレータの各関節には、アクチュエータや機構の制限による関節速度の限界値が存在する。限界値に近い速度が各関節に要求されると、外乱などを抑えるための余裕が小さくなる上、機構に特有の振動や位置決め誤差も大きくなってしまふ。

しかしながら、関節速度の和が大きいいということは必ずしも操作性が悪いことを意味していない。なぜならば、マニピュレータが多く関節をもつ場合には、和が大きくても、少

ない関節の場合と比べて各関節の速度はそれほど大きくならないからである。このときには、各関節は速度の限界値をはるかに下回る速度で動き、能力に十分な余裕をもっていることになる。調和平均形可操作性指標や Baillieul の指標では、操作性を和によって評価している。このため、多くの自由度をもつマニピュレータが過小評価されてしまうという望ましくない現象が生じる。

以上の考察から、各関節それぞれの速度が問題となると考えられる。したがって、操作性を評価するために、関節速度の平均値

$$\frac{\|\dot{\theta}_d\|^2}{n} \quad (3.25)$$

により評価を行なうことにする。これにより、異なる自由度をもつマニピュレータ同士を同じ評価基準により比較することが可能となると考える。

なお、各関節が出しうる速度の違いが問題となるときには、吉川が指摘しているように [31] 各関節速度を最大速度により正規化し、

$$\dot{\theta}_d' = T\dot{\theta}_d, \quad T = \begin{bmatrix} 1/\theta_{d1max} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1/\theta_{dnmax} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

を新たに正規化された関節速度 $\dot{\theta}_d'$ と考えて評価を行なえばよい。

3.4.2 マニピュレータ動作の確率的解釈による評価

操作性の評価に第 2 章で述べたマニピュレータ動作の確率的解釈を適用する。すなわち、マニピュレータはエンドエフェクタ速度の期待値¹で表わされる性質の動作を行なうと考え、その時に必要となる関節速度平均の 2 乗期待値により操作性を評価する。

第 2 章と同様に、すべての方向へのエンドエフェクタ速度指令の 2 乗期待値が 1 となるように正規化を行ない、

$$\iint_{S_d} P(dS_d) \|\dot{x}_d\|^2 dS_d \equiv 1 \quad (3.27)$$

とする。確率密度関数の性質から、

$$\iint_{S_d} P(dS_d) dS_d = 1 \quad (3.28)$$

¹ これは第 2 章の議論により確率密度関数 $P(dS_d)$ と等しい。

である。したがって、この正規化は

$$\|\dot{\boldsymbol{x}}_d\| = 1 \quad (3.29)$$

とした場合と結果的に同じになる。

このようにマニピュレータの動作を確率的に解釈することにより、確率密度関数を用いて動作方向の偏りを指定し、操作性の評価を行なうことができることから、第4の欠点は解決される。

S_d が m 次元作業空間内の単位球であるから、積分面 S_d の表面積は $m - 1$ 次元体積である。Baillieul の第1の指標においては、 S_d の表面積は、

$$\iint_{S_d} dS_d = \frac{m\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \quad (3.30)$$

の大きさを持ち、これが積分面の大きさとなっている。この値は作業空間の次元 m によって変化する。これに対し、式 (3.27) の正規化は各微小面に $P(dS_d)$ の重みづけを行なった積分であると解釈することができる。第2章で述べたように、大きな速度を頻度の高い単位速度と等価であると考えれば、 $\|\dot{\boldsymbol{x}}_d\|$ は1であるとしても差し支えない。すると、この正規化はすべての方向についての積分値が1となるように強制的に重みづけするものであると考えることができる。したがって、積分面の大きさを作業空間の次元 m やエンドエフェクタ速度の期待値によらずに実質上1とするような変換が導入されたことと等価であることになる。また、マニピュレータの作業の進行にしたがって確率密度関数 $P(dS_d)$ は徐々に変化するが、このときにも積分面の大きさは一定値1をとる。

3.5 確率的可操作度

3.5.1 確率的可操作度の定義

関節速度の2乗の平均値は、

$$\frac{\dot{\boldsymbol{x}}_d^T (\boldsymbol{J}\boldsymbol{J}^T)^{-1} \dot{\boldsymbol{x}}_d}{n} \quad (3.31)$$

速度の期待値 $E_{\dot{\boldsymbol{x}}}(S_d)$ を実現するようなエンドエフェクタ動作を行なったとき、関節速度の2乗平均の期待値は、第2章と同様に考えることにより、

$$E_{\dot{\boldsymbol{x}}}(S_d) = \iint_{S_d} P(dS_d) \frac{\dot{\boldsymbol{x}}_d^T (\boldsymbol{J}\boldsymbol{J}^T)^{-1} \dot{\boldsymbol{x}}_d}{n} dS_d \quad (3.32)$$

となる。

この値は Baillieul の指標と同様に非操作性を表わす指標となっており、特異点近傍においてこの値は無限大に発散し、実用上問題がある。また、以上では特異点以外における考察を行ってきたが、実用上は特異点も含めた操作性の評価を行なえる必要がある。

そこで、次の関数により操作性の評価を行なうこととする。

$$w_s = \begin{cases} \sqrt{\frac{n}{\iint_{S_d} P(dS_d) \dot{\mathbf{x}}_d^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}}_d dS_d}} & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \quad (3.33)$$

これは、特異点以外では関節角速度の 2 乗平均の期待値の逆数の平方根であり、特異点では強制的に 0 となるような関数である²。

この値は、 $P(dS_d)$ の性質をもつ動作において操作性が悪くなり、大きな関節速度が必要となるほど、小さな値をとる。通常の特異点においては 0 の値をとり、操作性が最も悪いことを示す。したがって、この関数により操作性の評価を行なうことができる。

これを、確率的可操作度 (Stochastic Manipulability Measure) と呼ぶことにする。

3.5.2 全ての方向への動作速度の期待値が一様である場合

$P(dS_d)$ の正確な関数の形が明らかである場合には、なんらかの解析的または数値的手法により確率的可操作度の値を計算することができる。しかし、一般にこのような計算は多くの計算量を必要とする。関数の形が明らかでない場合には、多くの精密な計算をすることは意味がない。近似的にしか操作性を評価できないとしても、簡単な解析式のほうが望ましいと考えられる。また、 $P(dS_d)$ の関数形に関する情報が全く得られない場合には、エンドエフェクタが全ての方向に等確率で動くという仮定を設けるのが適切であろう。

この節では、エンドエフェクタの動作が全ての方向に等確率で要求される場合に関して確率的可操作度を論ずることとする。

確率密度が全ての方向に一様であるため、第 2 章の議論から、 $P(dS_d)$ は

$$P(dS_d) = P = \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{m\pi^{m/2}} \quad (3.34)$$

の定数となる。

特異点以外における関節速度の 2 乗平均の期待値の値は、

$$E_{\dot{\theta}}(S_d) = \frac{P}{n} \iint_{S_d} \dot{\mathbf{x}}_d^T (\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}}_d dS_d$$

² 確率密度関数がある方向に 0 となるような関数でない限り、この評価値は特異点においても連続となる。

$$\begin{aligned}
&= \frac{P}{n} \iint_{S_d} \text{tr}[(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}}_d \dot{\mathbf{x}}_d^T] dS_d \\
&= \frac{P}{n} \text{tr}[(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \iint_{S_d} \dot{\mathbf{x}}_d \dot{\mathbf{x}}_d^T dS_d] \\
&= \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{nm\pi^{m/2}} \text{tr}[(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1} \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)}] \\
&= \frac{\text{tr}[(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}]}{nm} \tag{3.35}
\end{aligned}$$

したがって、確率的可操作度の値は、

$$w_s = \begin{cases} \sqrt{\frac{nm}{\text{tr}[(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}]}} & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \tag{3.36}$$

により計算することができる。

式 (3.35) と式 (3.24) とを比較すると、関節速度の2乗平均の期待値は Baillieul の第1の指標の $1/nm$ 倍となっていることがわかる。このうちの $1/n$ によりマニピュレータ機構の自由度によらないような正規化が行なわれている。また、式 (3.36) であらわされる確率的可操作度は、式 (3.35) に基づいていることから、マニピュレータの自由度が変化しない場合には Baillieul の第1の指標と同じ性質の評価を与えることがわかる。

式 (3.11) と式 (3.36) とを比較すると、確率的可操作度の値は調和平均形可操作性指標の nm 倍の平方根であることがわかる。このうちの n が正規化のための項である。上と同様に、マニピュレータの自由度が変化しない場合には確率的可操作度は調和平均形可操作性指標と同じタイプの評価を与えることがわかる。

確率的可操作度は、

$$w_s = \begin{cases} \sqrt{\frac{nm}{1/\sigma_{j_1}^2 + \dots + 1/\sigma_{j_m}^2}} & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \tag{3.37}$$

または、

$$w_s = \sqrt{\frac{nm \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T]}{\text{tr}[\text{adj}[\mathbf{J}\mathbf{J}^T]]}} \tag{3.38}$$

とも変形することができる。ここで、 $\text{adj}[\cdot]$ は随伴行列を表す。

式 (3.38) を式 (3.9) と比較することにより、確率的可操作度は可操作度の

$$\sqrt{\frac{nm}{\text{tr}[\text{adj}[\mathbf{J}\mathbf{J}^T]]}} \tag{3.39}$$

倍であることがわかる。 $\text{tr}[\text{adj}[JJ^T]]$ はマニピュレータの姿勢によって変化するため、確率的可操作度は可操作度とは異なるタイプの評価を与えることがわかる。すなわち、可操作度の意味で最適な姿勢は確率的可操作度の観点から最適な姿勢であるとは限らない。

1つの特異値だけが0となり、

$$\text{rank}[J] = m - 1 \quad (3.40)$$

となるような特異点の近傍では、確率的可操作度の値は

$$\sqrt{nm}\sigma_{Jm} \quad (3.41)$$

に近づく。なぜならば、これらの特異点の近傍においては、式 (3.37) の中で、

$$1/\sigma_{Jm} \gg 1/\sigma_{Jm-1} \geq \dots \geq 1/\sigma_{J1} \quad (3.42)$$

となるためである。また、特異点においては、確率的可操作度は最小特異値と同じ値すなわち0をとる。このことから、ある方向にきわめて動きにくい時にはその方向の可操作楕円体の主軸の長さに対応する最小特異値により評価値が決まり、他の方向に動きやすくなったときに評価値が大きくなってしまいうことを避けることができる。したがって、前に述べた第1の問題点は解決されている。また、最も動きにくい方向への操作性が問題となり、最小特異値による評価が適切であるような場合に対しても、確率的可操作度は有効であると考えられる。

3.5.3 動作の偏りを考慮する場合

第2章と同じ考え方により、エンドエフェクタの動作の方向による偏りを考慮にいて、確率的可操作度を単純な式で計算することができる。

すなわち、3種類のベクトル \dot{x}_t , \dot{x}_s , \dot{x}_d を重み行列 G を用いた2つの変換

$$\dot{x}_s = G\dot{x}_t \quad (3.43)$$

$$\dot{x}_d = \frac{\dot{x}_s}{\|\dot{x}_s\|} \quad (3.44)$$

により定義し、 m 次元空間内の単位球または楕円体 S_t , S_s , S_d を、

$$S_t = \{\dot{x}_t \mid \|\dot{x}_t\| = 1\} \quad (3.45)$$

$$S_s = \{\dot{x}_s \mid \dot{x}_s = G\dot{x}_t, \|\dot{x}_t\| = 1\} \quad (3.46)$$

$$S_d = \{\dot{x}_d \mid \dot{x}_d = \dot{x}_s/\|\dot{x}_s\|, \dot{x}_s = G\dot{x}_t, \|\dot{x}_t\| = 1\} \quad (3.47)$$

とする。これを用いて、確率密度関数を

$$P(dS_d) = P_g \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} \quad (3.48)$$

で定めることにする。前に述べたように $\|\dot{\mathbf{x}}_s\|$ および dS_t/dS_d によって $P(dS_d)$ は方向による偏りを表す関数となる。

このとき、

$$P_g = \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{\pi^{m/2} \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]} \quad (3.49)$$

特異点以外における関節速度の2乗平均の期待値の値は、

$$\begin{aligned} E_{\dot{\theta}}(S_d) &= P_g \iint_{S_d} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} \cdot \frac{\dot{\mathbf{x}}_d^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}}_d}{n} dS_d \\ &= \frac{P_g}{n} \iint_{S_t} (\|\dot{\mathbf{x}}_s\| \dot{\mathbf{x}}_d)^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} (\|\dot{\mathbf{x}}_s\| \dot{\mathbf{x}}_d) dS_t \\ &= \frac{P_g}{n} \iint_{S_t} \dot{\mathbf{x}}_s^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \dot{\mathbf{x}}_s dS_t \\ &= \frac{P_g}{n} \iint_{S_t} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{G}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{G} \dot{\mathbf{x}}_s dS_t \\ &= \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{n \pi^{m/2} \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]} \text{tr}[\mathbf{G}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{G} \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)}] \\ &= \frac{\text{tr}[\mathbf{G}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{G}]}{n \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]} \end{aligned} \quad (3.50)$$

したがって、確率的可操作度の値は

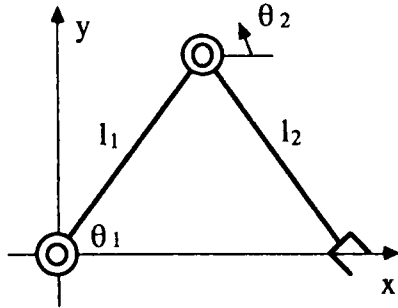
$$w_s = \begin{cases} \sqrt{\frac{n \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]}{\text{tr}[\mathbf{G}^T (\mathbf{J} \mathbf{J}^T)^{-1} \mathbf{G}]}} & (\text{if } \det[\mathbf{J} \mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J} \mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \quad (3.51)$$

となる。言うまでもなく、 \mathbf{G} が単位行列であるときのように重みづけがなされない場合には式(3.36)と同じ値となる。

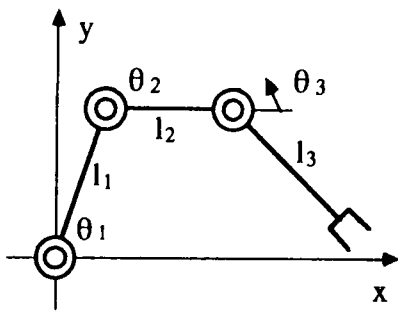
この式により、エンドエフェクタの動作の方向の偏りを重み行列 \mathbf{G} により考慮しながら、マニピュレータの操作性を評価することができる。

3.6 2自由度、3自由度、6自由度マニピュレータへの適用

確率的可操作度を図3.2に示すような平面を動く並列駆動型の2自由度、3自由度マニピュレータに適用する。作業空間が2次元であるため、3自由度マニピュレータは運動学

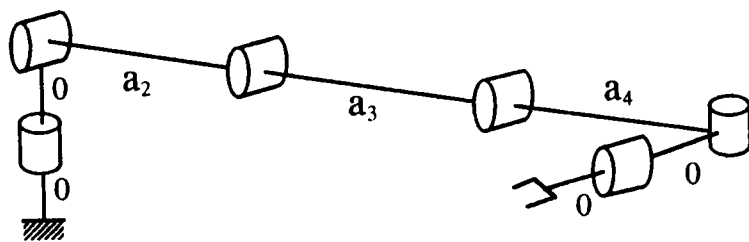


(a) 2-DOF Parallel-Driven Planar Manipulator



(b) 3-DOF Parallel-Driven Planar Manipulator

☒ 3.2 2-DOF and 3-DOF Parallel-Driven Planar Manipulators



☒ 3.3 6-DOF Elbow-Type Manipulator

的冗長性をもっている。また、確率的可操作度を図 3.3 に示す 6 自由度マニピュレータに適用する。この場合にはエンドエフェクタの x, y, z 座標とロール、ピッチ角の 5 自由度が制御されるため、1 自由度の運動学的冗長性をもっている。

マニピュレータの大きさが異なると同じ関節角の動きによりエンドエフェクタが動く距離が異なってくるため、公平な評価を行うことはできない。そこで、同じ基準の下に比較を行なうために、

$$\begin{aligned} l_1 = l_2 = 1.5 & \quad (2\text{-DOF Manipulator}) \\ l_1 = l_2 = l_3 = 1.0 & \quad (3\text{-DOF Manipulator}) \\ a_2 = a_3 = 1.4, a_4 = 0.2 & \quad (6\text{-DOF Manipulator}) \end{aligned} \quad (3.52)$$

と、マニピュレータの大きさを同じにすることにする。

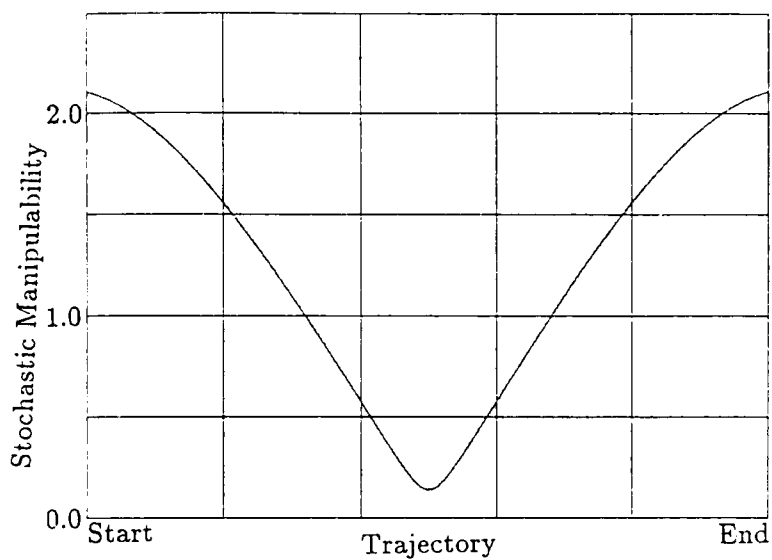
3.6.1 エンドエフェクタ動作の方向が一様である場合

図 3.2 の原点から 0.1 だけ離れた直線軌道上をエンドエフェクタが動く場合の確率的可操作度の変化の様子を図 3.4 に示す。3 自由度マニピュレータは冗長性を持っているため姿勢を決定する逆運動学の解は一意に決まらないが、ここでは確率的可操作度が最大となる姿勢をとるように軌道制御を行なっている。

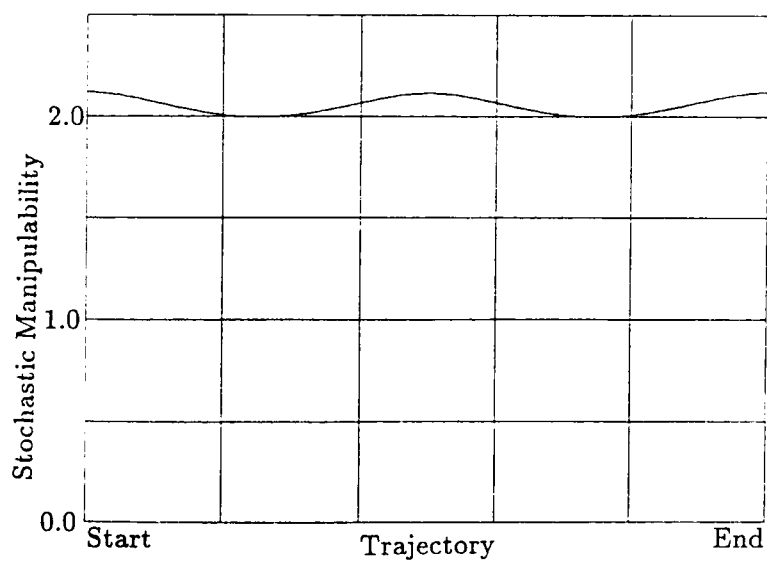
2 自由度マニピュレータの場合には原点が特異点であるため、エンドエフェクタが原点に近い位置にあるとき確率的可操作度は最小値をとっている。3 自由度マニピュレータはその運動学的冗長性を利用して高い操作性を維持している。また、両者を比較することにより、すべてのエンドエフェクタ位置において 3 自由度マニピュレータの方が 2 自由度マニピュレータよりも操作性がよいことがわかる。これは冗長性によるものであり、冗長マニピュレータはあらゆる位置・姿勢において高い操作性を保ち得ることがわかる。マニピュレータの設計問題にこの結果を適用するならば、原点近傍であらゆる方向に一様に動く必要がある作業のためには、3 自由度機構を採用する必要があることがわかる。

図 3.5 と図 3.6 は同じエンドエフェクタ軌道を実現したときの調和平均型可操作性指標と可操作度の変化および動作の様子を示したものである。3 自由度マニピュレータについては上の例と同様に各評価値が最良となる姿勢をとらせている。

いずれも確率的可操作度と同様な評価値の変化がみられる。調和平均型可操作性指標は動作の偏りが無い場合には確率的可操作度と同じタイプの評価を与えるから、常にグラフの形は同じになる。しかしながら、可操作度は確率的可操作度とは異なるタイプの評価を与えるため、必ずしも同じ形の評価値の変化を示すわけではない。

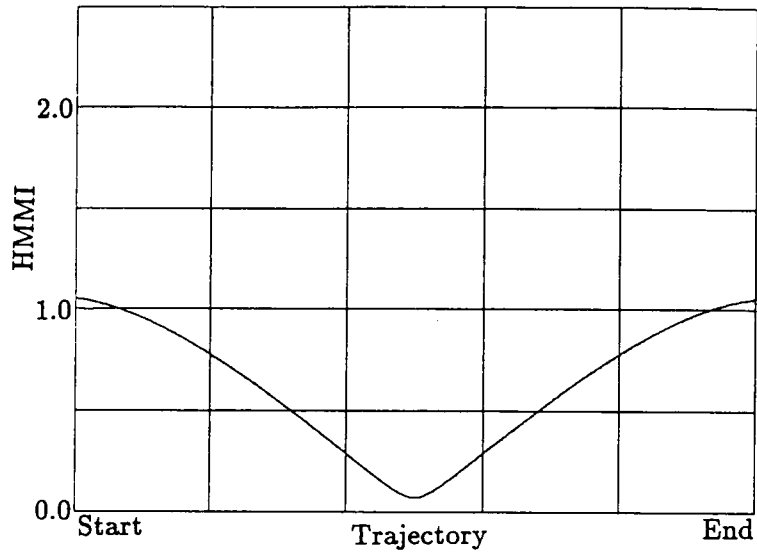


(a) 2-DOF Manipulator

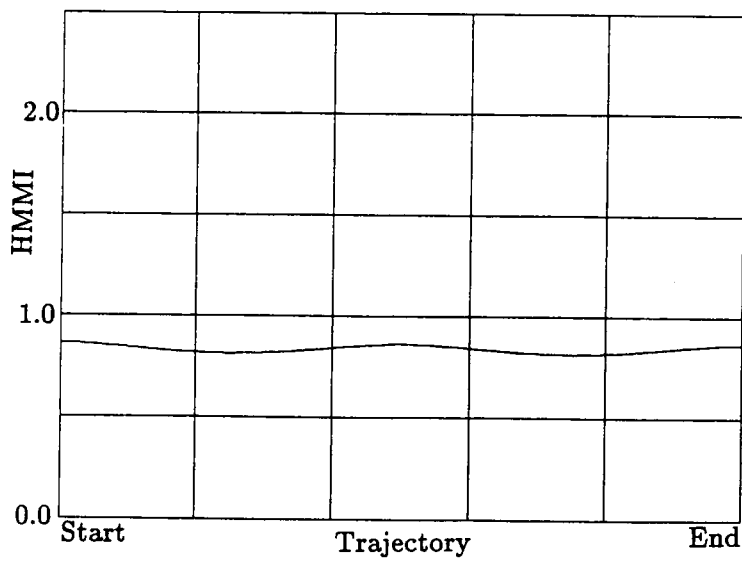


(b) 3-DOF Manipulator

☒ 3.4 Stochastic Manipulability under Straight Trajectory Near Singular Point

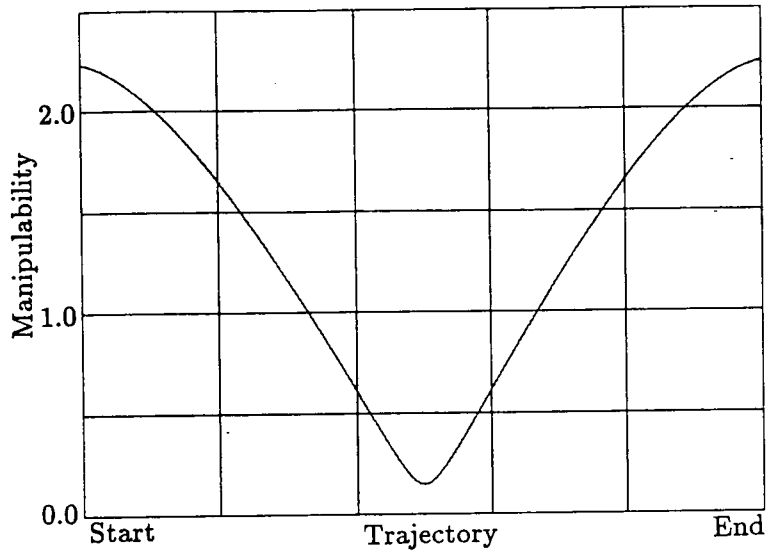


(a) 2-DOF Manipulator

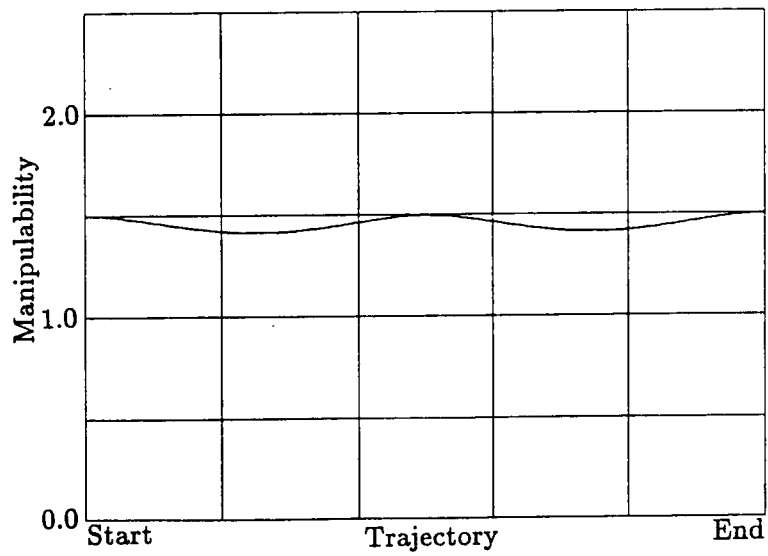


(b) 3-DOF Manipulator

☒ 3.5 Harmonic Mean Type Manipulability Index under Straight Trajectory Near Singular Point



(a) 2-DOF Manipulator



(b) 3-DOF Manipulator

☒ 3.6 Manipulability under Straight Trajectory Near Singular Point

ところが、これら2つの評価法による結果からは3自由度が2自由度に比べて操作性の点で有利であるという結論は得られない。これは直感的な考察とも食い違う結果である。この原因は前に述べた機構的自由度に関する正規化が行なわれていないためである。したがって、可操作度や調和平均型可操作性指標は異なる自由度を持つマニピュレータ同士を比較することはできないことがわかる。これに対し、確率的可操作度は機構的自由度の違いに影響を受けず、操作性の評価を行なうことができる。そのため、マニピュレータの設計時に異なる自由度同士を比較することが可能となる。

3.6.2 エンドエフェクタ動作の方向に偏りがある場合

動作方向に偏りがある場合について、確率的可操作度を上記の2自由度マニピュレータに適用する。x方向への速度の期待値がy方向に比べて大きい場合について考える。重み行列 G は

$$G = V_G \Sigma_G V_G^T \quad (3.53)$$

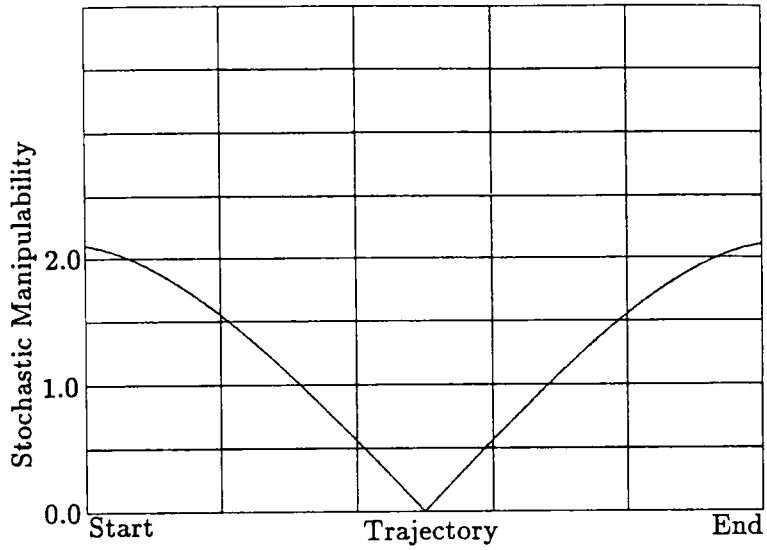
$$V_G = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_G = \begin{bmatrix} g & 0 \\ 0 & 1-g \end{bmatrix}, 0 \leq g \leq 1$$

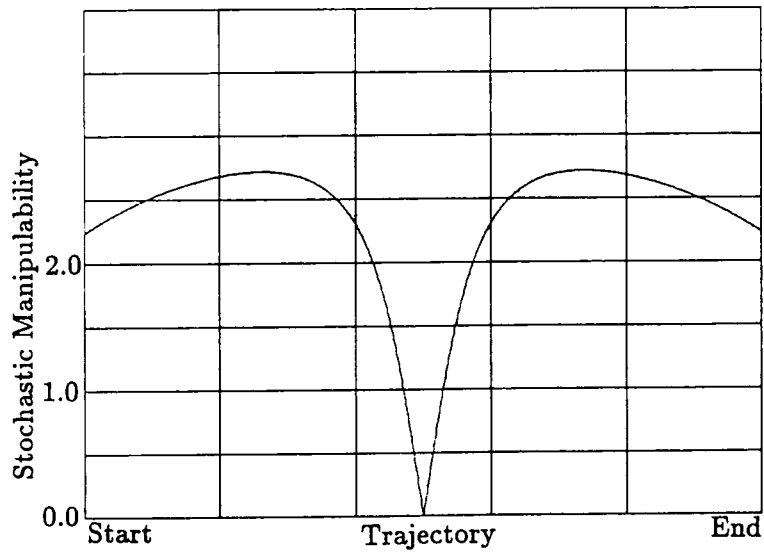
で定めることとし、 $\phi = 0$ 、すなわち、x方向に動作が偏っているものとする。

x軸に沿ってエンドエフェクタが動作する場合を考える。原点は特異点である。このときの確率的可操作度の変化の様子を図3.7に示す。(a)は動作に偏りが無い場合の確率的可操作度の変化である。このとき、特異点近傍において評価値が低い値をとっていることがわかる。これは特異点近傍ではy方向に動くことが難しいためである。

しかしながら、(b)のように動作指令が主としてx方向のみにしか与えられない場合には、特異点近傍であってもそれほど悪い評価値とはなっていない。 $x = \pm 0.8$ のあたりでは、偏りのない場合と異なり、 $x = \pm 2.0$ よりもむしろ良い値となっている。これは、 $g = 0.9$ によって指定された確率密度分布を持つ動作に関しては $x = \pm 0.8$ の方が効率のよい姿勢であることを示している。これは2つの関節がいずれもエンドエフェクタをx方向に大きく動かすような姿勢となっているためであると考えられる。このように、動作の性質が異なると最適な姿勢が変わる。確率的可操作度はこのことを考慮しながら操作性の評価を行なうことができる。この事実を軌道計画問題に応用するならば、特異点近傍であってもエンドエフェクタが主としてx方向に動けばよいのであれば操作性のよい作業領域として利

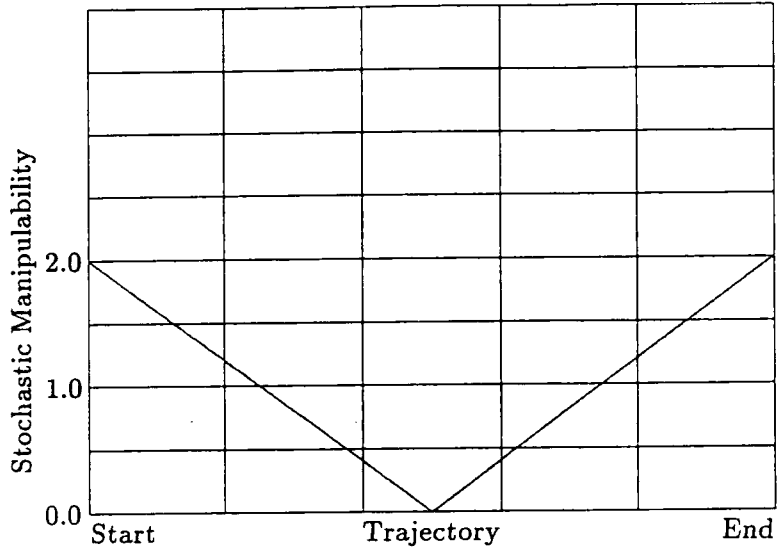
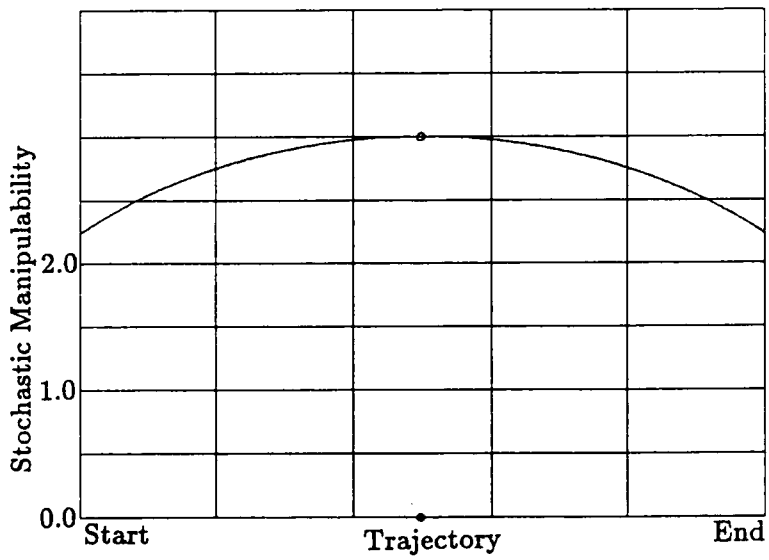


(a) $g = 0.5$



(b) $g = 0.9$

図 3.7 Stochastic Manipulability under Straight Trajectory Through Singular Point (Continued)

(c) $g = 0.1$ (d) $g = 1.0$

☒ 3.7 Stochastic Manipulability under Straight Trajectory Through Singular Point

用することができる。

(c)のように動作指令が主としてy方向のみにしか与えられない場合には、特異点近傍はきわめて悪い評価値となる。これは特異方向がy方向であり、y方向には動きにくい姿勢であるためである。したがって、y方向に主として動くような作業に関してはきわめて操作性の悪い作業領域であると考えられる。

(d)はエンドエフェクタがx方向のみに動作指令が与えられ、y方向には全く動く必要がない場合である。これは、作業座標系におけるセンサフィードバックなしに物体を搬送しているときなどに相当する。このとき、特異点は動作に全く悪影響を与えない。特異方向はy方向であり、x方向には特異でないためである。そのため、確率的可操作度は特異点近傍において小さな値をとらない。このことは特異点はその特異性を実質的に失っていることを示している。 $x \simeq 0$ においては他のエンドエフェクタ位置よりも大きな評価値となっている。x方向のみにエンドエフェクタを動かすという動作のためには $x \simeq 0$ の姿勢が最適であるためである。

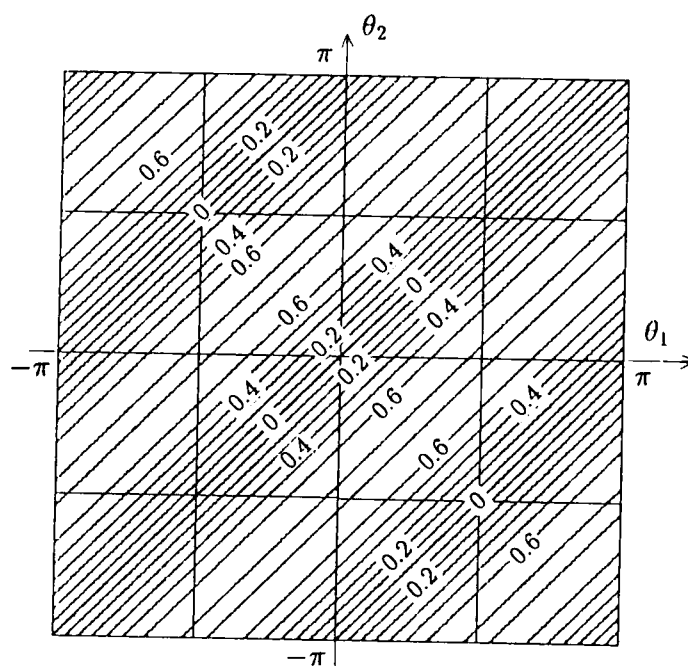
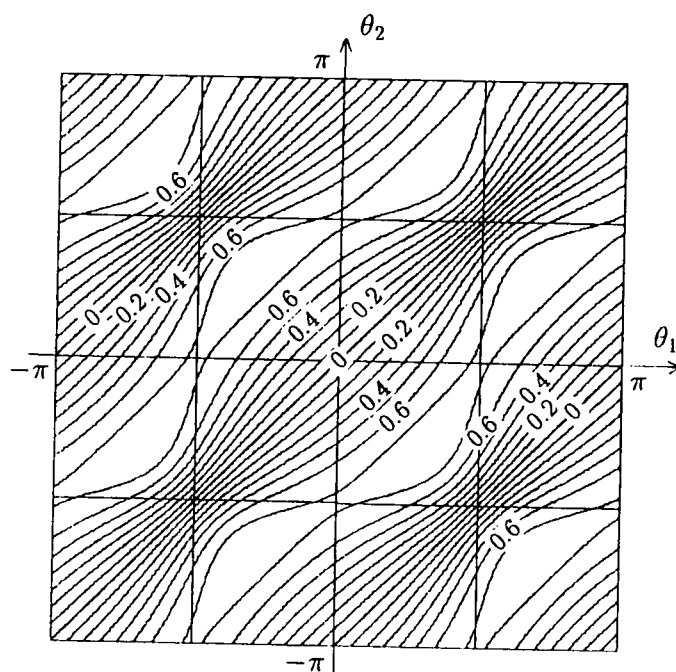
このとき、確率的可操作度は特異点において不連続に0となる。これは簡単な式で解析的に確率的可操作度の値を計算するために、特異点上では無理やりに値を0としているからである。本来ならば、特異点以外の姿勢から特異点に近づいていったときの極値として確率的可操作度を定義すべきであるが、計算が複雑になり、実用的ではない。軌道計画などの問題に適用する場合には、特異点上では直前のステップで計算された値をそのまま利用するなどの手段により不連続性を実用上問題なく取り扱うことができる。

図3.8は関節角空間における確率的可操作度の等高線を示したものである。(a)のように動作の確率に偏りがなく場合の等高線が(b), (c), (d)と偏りが大きくなるにつれ歪んでくる。これは動作の性質により最適な姿勢が異なってくることを意味している。また、(e), (f)のように動作の偏りの方向が変わっても、最適な姿勢は変化する。

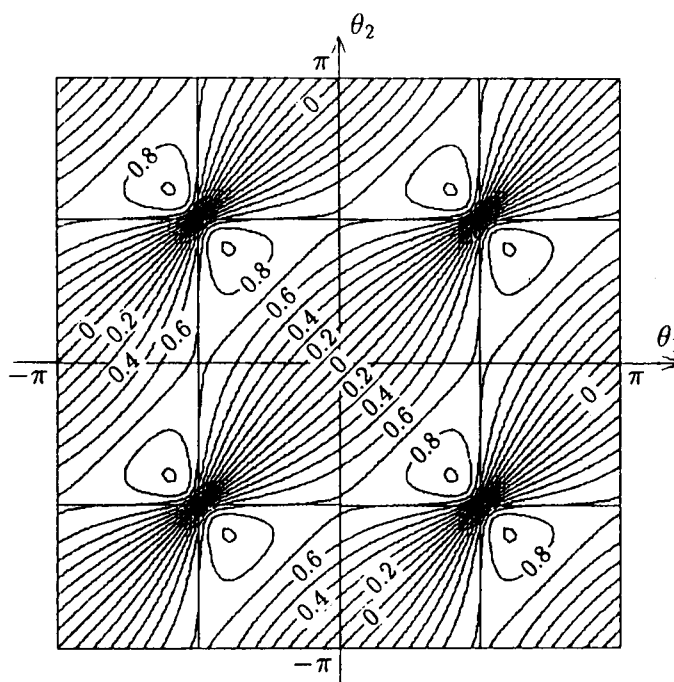
このような等高線をヤコビ行列の零空間に作ることにより冗長マニピュレータの最適軌道を決定することができる。また、様々な構成のマニピュレータの等高線を比較することにより要求される作業に適したマニピュレータの最適設計を行なうことができる。さらに、作業を行なう対象物とマニピュレータの位置関係を変化させながら等高線を比べることにより、最適なマニピュレータの設置計画問題にも応用することができる。

3.6.3 6自由度マニピュレータへの適用

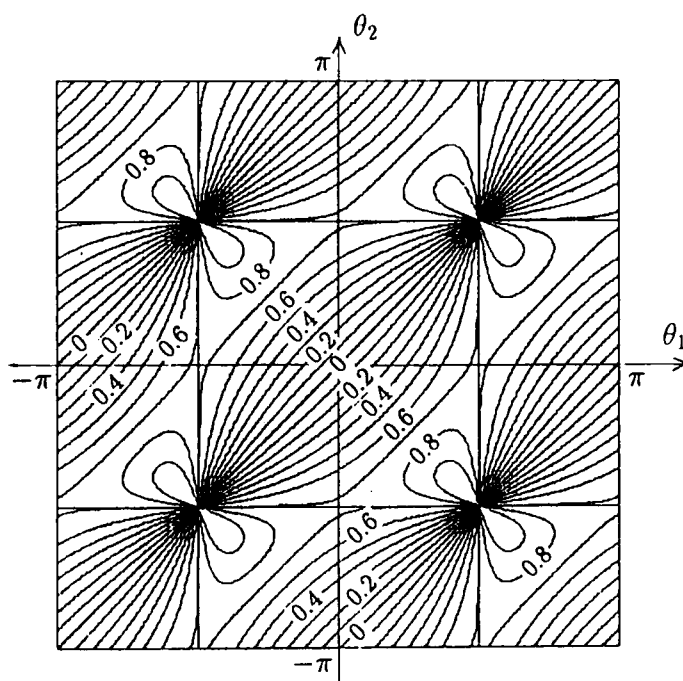
図3.3のマニピュレータを、 $(x, y, z, \text{roll}, \text{pitch}) = (-2, 1, 1, 0, 0)$ から $(2, 1, 1, 0, 0)$ への直線軌道に沿って局所的に確率的可操作度が最大となるような姿勢をとりながらエンド

(a) $g = 0.5, \phi = 0^\circ$ (b) $g = 0.7, \phi = 0^\circ$

☒ 3.8 Contour Line Map of Stochastic Manipulability on Joint Angle Space (Continued)



(c) $g = 0.9, \phi = 0^\circ$



(d) $g = 1.0, \phi = 0^\circ$

図 3.8 Contour Line Map of Stochastic Manipulability on Joint Angle Space (Continued)

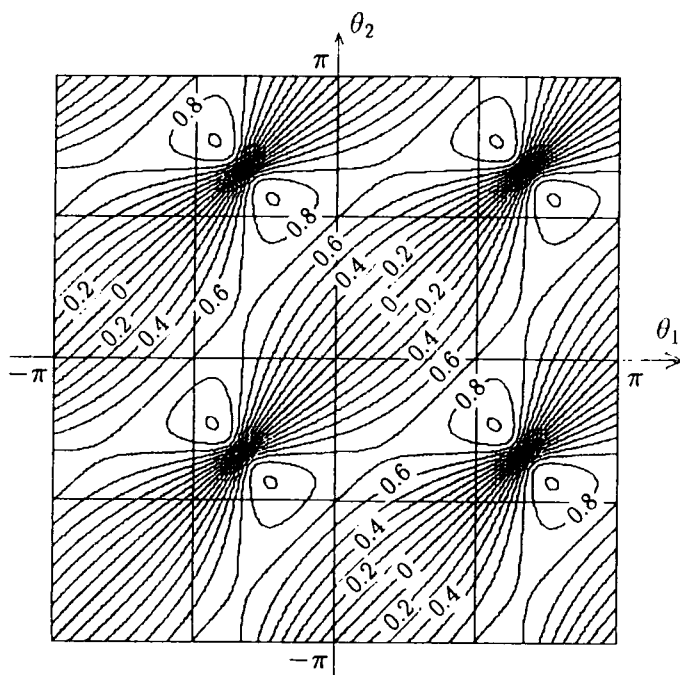
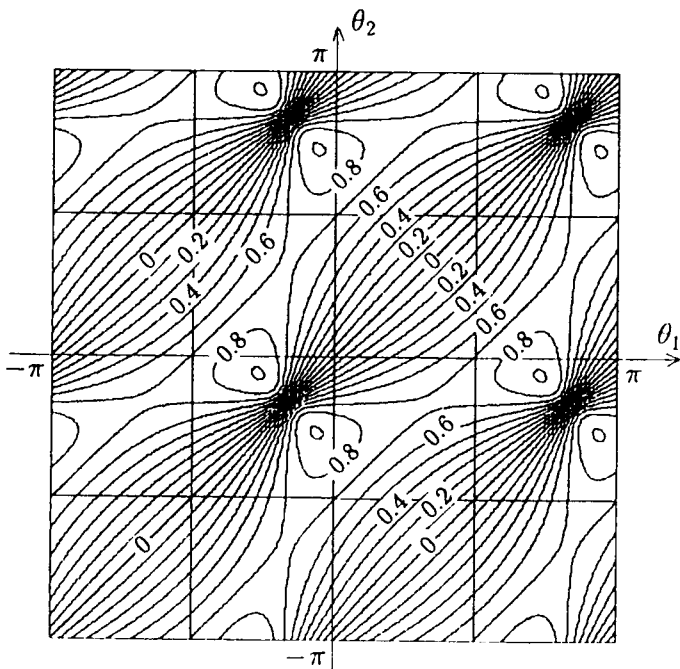
(e) $g = 0.9, \phi = 30^\circ$ (f) $g = 0.9, \phi = 60^\circ$

图 3.8 Contour Line Map of Stochastic Manipulability on Joint Angle Space

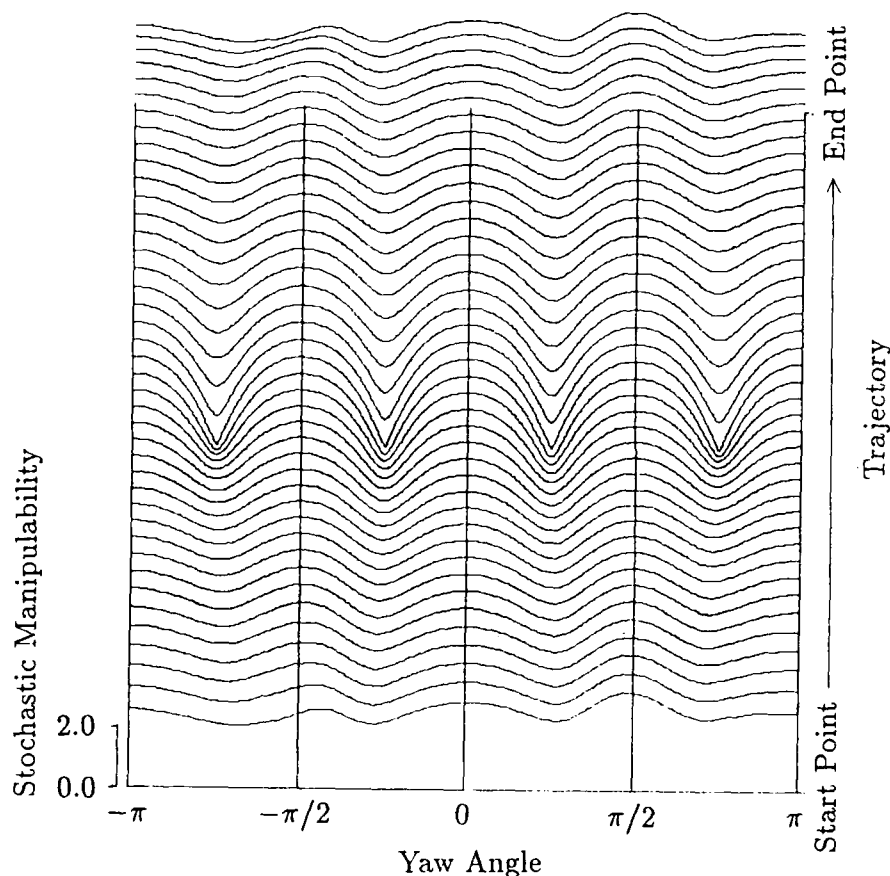
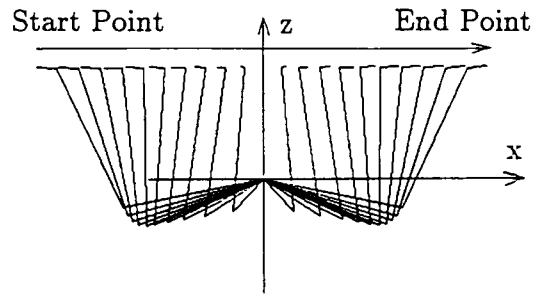


図 3.9 Relation of Stochastic Manipulability to Yaw Angle of End-Effector in Null Space of Jacobian Matrix at Each Trajectory Point

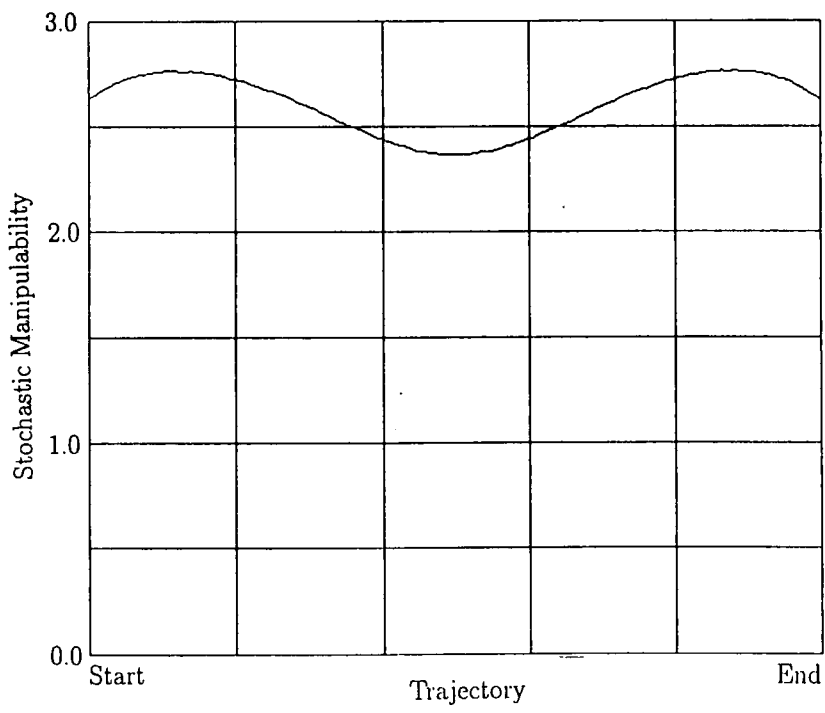
エフェクタを動かす問題を考える。

ここでは基底としてエンドエフェクタのヨー角をとり、ヤコビ行列の零空間におけるヨー角の値と確率的可操作度との関係³を各時刻のエンドエフェクタの位置・姿勢に関して求める。図 3.9 は各時刻におけるヨー角と確率的可操作度との関係の変化を示したものである。マニピュレータの軌道は、関節速度の最大値を超えない範囲で確率的可操作度が最も大きくなるように姿勢を変化させていく。図 3.10 と図 3.11 はこのときの動作の様子と確率的可操作度の変化を示したものである。この場合には図 3.9 の山の稜線をたどるようにして姿勢が変化している。このように、ヤコビ行列の零空間における確率的可操作度の値を調べることにより最も器用な姿勢をとらせながらマニピュレータを動作させることが可能に

³ 前節で述べた零空間における等高線と実質的に同じものである。ここでは、零空間が 1 次元であるため等高線の形で表現を行なわなかった。



☒ 3.10 Locally Optimal Trajectory of Elbow-Type Manipulator



☒ 3.11 Stochastic Manipulability along Locally Optimal Trajectory

なる。

ただし、場合によっては、ヨー角と確率的可操作度との関係がエンドエフェクタの位置・姿勢により急激に変化することがあり、稜線をたどるためにはきわめて大きな関節速度が必要となることがある。したがって、確率的可操作度がある値以下にならないという条件のもとに、関節速度の大きさと確率的可操作度との兼ね合いを考慮した評価基準を設け、動作全体として最適になるような軌道をとらせる方が望ましいと考えられる。

3.7 まとめ

本章では、マニピュレータに与えられる動作方向の偏りを考慮して運動学的操作性(器用さ)を評価することができる指標「確率的可操作度」について述べた。

確率的可操作度は、マニピュレータに与えられる動作を確率的に解釈し、その時に必要となる関節速度の平均の期待値に基づいて評価を行なう。動作の偏りは重み行列を用いて指定することができる。

2自由度、3自由度、6自由度マニピュレータに確率的可操作度を適用することにより、確率的可操作度は動作方向の偏りを考慮して操作性の評価を行なうことができること、自由度の異なるマニピュレータ同士の操作性を比較することができること、操作性の評価において動作の偏りを考慮することが重要であること、特異点を実質上特異性を失う場合があること、確率的可操作度の等高線はマニピュレータの最適設計、設置計画問題に有効であること、ヤコビ行列の零空間に等高線を作ることにより冗長マニピュレータの最適軌道を決定することができることを示した。

第 4 章 確率的動的可操作度

4.1 概要

本章では、マニピュレータに与えられる動作の方向の偏りを考慮して動力学的操作性 (器用さ) を評価することができる指標「確率的動的可操作度」[34] について述べる。確率的動的可操作度は、マニピュレータに与えられる加速度指令を確率的に解釈し、その時に必要となる関節トルクの平均の期待値に基づいて評価を行なう。動作の偏りは重み行列を用いて指定し、評価を行なうことができる。2 自由度、3 自由度マニピュレータに適用することにより、操作性の評価に動作方向の偏りを考慮することは重要であること、確率的動的可操作度はエンドエフェクタが極端に動きにくい方向がある場合に確実に悪い評価を下すこと、特異点が実質上その特異性を失う場合があること、関節空間内における確率的動的可操作度の等高線により最適な軌道計画を行なうことができること、作業空間内における等高線はマニピュレータの最適設計、設置計画問題に対して有効であること、ヤコビ行列の零空間における等高線により冗長マニピュレータの姿勢決定を行なうことができることを示す。

4.2 これまでの動的操作性評価指標

4.2.1 動的可操作楕円体

マニピュレータの運動方程式は一般に

$$M\ddot{\theta} + h + g = \tau \quad (4.1)$$

と表わされる。ここで、 $M(\theta) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は慣性行列、 $h(\theta, \dot{\theta}) \in \mathbb{R}^n$ は遠心・コリオリ力、 $g(\theta) \in \mathbb{R}^n$ は重力に関するベクトル、 $\tau \in \mathbb{R}^m$ は関節トルクのベクトルである。

エンドエフェクタ速度 \dot{x} と関節角速度 $\dot{\theta}$ との間には

$$\dot{x} = J\dot{\theta} \quad (4.2)$$

の関係が成立する。両辺を微分すれば、エンドエフェクタの加速度 \ddot{x} と関節角速度 $\dot{\theta}$ 、角加速度 $\ddot{\theta}$ との関係

$$\ddot{x} = J\ddot{\theta} + a_r \quad (4.3)$$

$$a_r = J\dot{\theta} \quad (4.4)$$

が成立する。ここで、 a_r は θ と x の座標系間の関係が非線形であることに起因する項である。

a_r は、

$$\begin{aligned} a_r &= JJ^+ a_r + (I_m - JJ^+) a_r \\ &= JM^{-1}MJ^+ a_r + (I_m - JJ^+) a_r \end{aligned} \quad (4.5)$$

と変形することができる。右辺のうちで、 $(I_m - JJ^+) a_r$ の項はマニピュレータが特異姿勢にあるとき関節トルクにより実現することが不可能な加速度の成分であり、この式は a_r を実現可能な成分と不可能な成分に分解するものである。

式(4.1)から、

$$\ddot{x} - (I_m - JJ^+) a_r = JM^{-1}(\tau - h - g + MJ^+ a_r) \quad (4.6)$$

の関係が成立する。

新たに、 $\ddot{\tilde{x}}$ および $\tilde{\tau}$ を、

$$\ddot{\tilde{x}} = \ddot{x} - (I_m - JJ^+) a_r \quad (4.7)$$

$$\tilde{\tau} = \tau - h - g + MJ^+ a_r \quad (4.8)$$

とおけば、

$$\ddot{\tilde{x}} = JM^{-1}\tilde{\tau} \quad (4.9)$$

が成立する。ここで、 $\ddot{\tilde{x}}$ は \ddot{x} から特異性により実現不可能な成分を取り除いたエンドエフェクタの加速度ベクトルであると考えられ、 $\tilde{\tau}$ は τ に対して加速度に関する非線形補償と重力補償を行なった関節トルクベクトルであると考えられる。

ユークリッドノルムが、

$$\|\tilde{\tau}\| \leq 1 \quad (4.10)$$

を満足するような関節トルクベクトル $\tilde{\tau}$ により実現できるエンドエフェクタの加速度は、図4.1に示すように、 m 次元作業空間内で楕円体を形作る。可操作度の場合と同様に、この

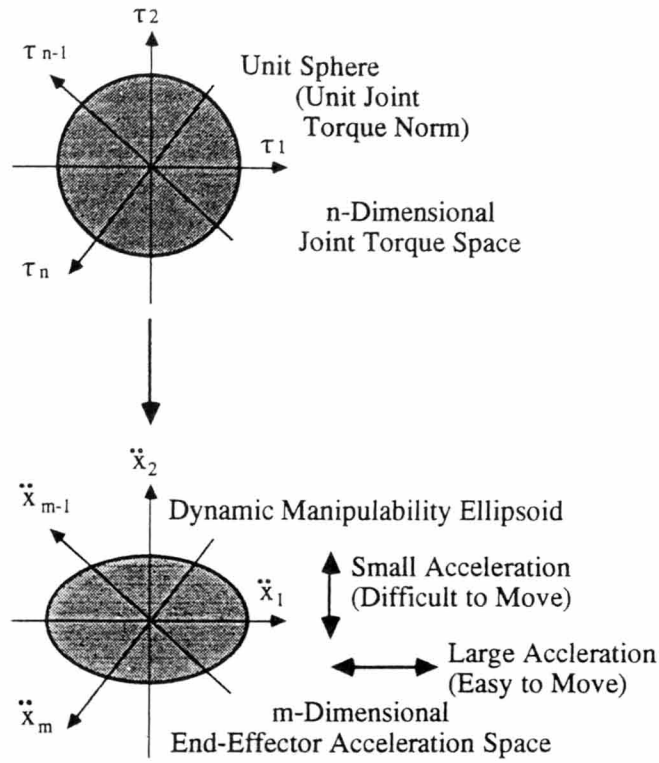


図 4.1 Dynamic Manipulability Ellipsoid

楕円体の長軸方向にはエンドエフェクタは容易に大きな加速度を出すことができるが、短軸方向には小さな加速度しか出すことができない。どの程度加速度を出しやすいかによって動的な操作性を評価することにすれば、この楕円体はエンドエフェクタの動的な操作性を表わしていることがわかる。この楕円体は動的可操作楕円体と呼ばれる [29] [30] [31]。

動的可操作楕円体は、

$$\{\ddot{\mathbf{x}} \mid \ddot{\mathbf{x}}^T (\mathbf{J}^+)^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} \mathbf{J}^+ \ddot{\mathbf{x}} \leq 1, \ddot{\mathbf{x}}_d \in \mathcal{R}(\mathbf{J})\} \quad (4.11)$$

により与えられる。

第3章と同様に、動的可操作楕円体の主軸は $\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1}$ を次のように特異値分解することによって得られる。

$$\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{U}_{\mathbf{J}\mathbf{M}} \boldsymbol{\Sigma}_{\mathbf{J}\mathbf{M}} \mathbf{V}_{\mathbf{J}\mathbf{M}}^T \quad (4.12)$$

ただし、 $U_{JM} \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ と $V_{JM} \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ は直交行列、 $\Sigma_{JM} \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ は、

$$\Sigma_{JM} = \left[\begin{array}{cccc|c} \sigma_{JM1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{JM2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{JMm} & 0 \end{array} \right] \quad (\sigma_{JM1} \geq \sigma_{JM2} \geq \cdots \geq \sigma_{JMm} \geq 0) \quad (4.13)$$

である。 σ_{JM_i} は JM^{-1} の特異値であり、動的可操作楕円体の主軸の長さの $1/2$ の値をとる。 U_{JM} の第 i 列ベクトルを u_{JM_i} とすると、動的可操作楕円体の主軸は $\sigma_{JM_i} u_{JM_i}$ となる。したがって、特異値分解によりエンドエフェクタがどの方向にどの程度加速度を出しやすいかを知ることができる。

4.2.2 動的可操作度

動的可操作楕円体の体積 V_{dellip} は、

$$V_{dellip} = c_m w_d \quad (4.14)$$

$$w_d = \prod_{i=1}^m \sigma_{JM_i} \quad (4.15)$$

$$c_m = \begin{cases} \frac{(2\pi)^{m/2}}{2 \cdot 4 \cdots (m-2) \cdot m} & (m: \text{偶数}) \\ \frac{2(2\pi)^{(m-1)/2}}{1 \cdot 3 \cdots (m-2) \cdot m} & (m: \text{奇数}) \end{cases} \quad (4.16)$$

となる。

動的可操作楕円体の体積が大きければ大きいほどあらゆる方向に加速度を出しやすいと考えるならば、 w_d は動的な操作性を表わす指標となる。 w_d は、動的可操作度と呼ばれている。

可操作度の場合と同様に、動的可操作度 w_d は、

$$w_d = \sqrt{\det[(JM^{-1})(JM^{-1})^T]} \quad (4.17)$$

の形に変形することができ、容易に計算を行なうことができる [29] [30] [31]。

岩月ら [27] は、動的可操作度は出力可制御性の強さを表わす出力可制御グラミアンの行列式に対応していることを示している。

ところが、第3章で述べた可操作度の場合と同様に、動的可操作度には次のような問題点がある。

1. きわめて加速度を出しにくい方向があっても、他の方向に加速度を出しやすくなれば評価値が変わらなくなってしまうこと。
2. マニピュレータ機構の自由度により評価基準が変化してしまうこと。¹
3. 並進加速度と回転加速度とを区別して取り扱っていないため、評価値の物理的意味が明確でないこと。
4. エンドエフェクタの動作方向の偏りなどの作業の性質を考慮して動的操作性の評価を行なうことができないこと。

4.2.3 その他の指標

第3章と同様に次のような評価方法が考えられる。

調和平均形可操作性指標 [24] [25] と同様な考え方で、 JM^{-1} の特異値の調和平均をとることにより、

$$\begin{aligned} M(JM^{-1}) &= \frac{1}{1/\sigma_{JM1}^2 + 1/\sigma_{JM2}^2 + \cdots + 1/\sigma_{JMm}^2} \\ &= \frac{1}{\text{tr}[(JM^{-1})(JM^{-1})^T]^{-1}} \end{aligned} \quad (4.18)$$

により動的操作性の評価を行なうことができる。ある方向にきわめて加速度を出しにくくなり特異値が0に近づくと、その項が支配的となるため、評価値も0に近づく。したがって、第1の欠点はなくすことができる。しかし、その他の問題点は依然として残っている。

Baillieul の第1の指標 [26] と同様な考え方で、

$$g_{d1} = \text{tr}[(JM^{-1})(JM^{-1})^T]^{-1} \quad (4.19)$$

により動的操作性の評価を行なうことができる。この場合も同様に、第2、第4の問題点がある。

最も加速度を出しにくい方向のみが問題となる場合には、 JM^{-1} の最小特異値 [23]

$$\sigma_{JMm} \quad (4.20)$$

により動的操作性を評価することができる。加速度を出しやすい方向と出しにくい方向の差が問題となる場合には、条件数 [22]

$$\frac{\sigma_{JM1}}{\sigma_{JMm}} \quad (4.21)$$

¹ 第3章で述べたように評価基準が変化するはずであるが、これを明らかに示す例を発見することはできなかった。これは、同じ大きさ、質量のマニピュレータでは自由度が大きくなるほど各リンクの慣性が小さくなり、評価値がきわめて大きくなるためであると考えられる。

により評価を行なうことができる。しかし、これらはすべての方向への加速度の出しやすさを考慮していないという点で一般性に欠けると考えられる。

なお、浅田らの一般化慣性楕円体による評価法 [40] [41] があるが、これはエンドエフェクタが外力によりどの程度動きにくいかを評価するもので、操作性の評価とは言いがたいと思われる。

4.3 関節トルクの平均値に基づく動的操作性の評価

4.3.1 関節トルクによる動的操作性の評価

動的可操作度では、ある関節トルク²を与えたときにどれだけの加速度をエンドエフェクタが出すことができるか、により動的操作性を評価した。ここでは、動的可操作度と逆の考え方、つまり、あるエンドエフェクタの加速度を実現するためにどれだけの関節トルクが必要となるか、により動的操作性を評価する。同じ加速度を出すために大きな関節トルクを必要とすれば動的な操作性が悪いと考えられ、小さな関節トルクで済むならば動的な操作性はよいと考えられるからである。

マニピュレータが回転関節のみからなる場合や、関節トルクとしてアクチュエータトルクをとった場合には、この方法による評価値は明確な物理的意味をもち、第3の問題点は解決される。なぜならば、エンドエフェクタの加速度ベクトルがはじめに与えられ、その際に自動的に並進加速度と回転加速度とが区別して取り扱われるためである。

特異点以外においては、

$$JJ^+ = I_m \quad (4.22)$$

となるため、式 (4.9) は

$$\ddot{x} = JM^{-1}\tilde{\tau} \quad (4.23)$$

となる。

n 自由度マニピュレータの m 次元作業空間における加速度軌道 \ddot{x}_d を実現するために必要な関節トルク $\tilde{\tau}_d$ は、 JM^{-1} の Moore-Penrose 疑似逆行列 [37] [38] を用いて、

$$\tilde{\tau}_d = (JM^{-1})^+\ddot{x}_d + (I_n - (JM^{-1})^+(JM^{-1}))\alpha \quad (4.24)$$

² 厳密には非線形補償と重力補償の項が差し引かれているが、表現が複雑なることを避けるために、ここでは「関節トルク」と呼ぶことにする。

により求めることができる。ここで、 $\alpha = 0$ の解、

$$\bar{\tau}_d = (JM^{-1})^+ \ddot{x}_d \quad (4.25)$$

は $\bar{\tau}_d$ のユークリッドノルムを最小にする解である。

この関節トルクの最小ユークリッドノルムは、特異点以外においては

$$\text{rank}[(JM^{-1})(JM^{-1})^T] = m \quad (4.26)$$

であることに注意すれば、

$$\begin{aligned} \|\bar{\tau}_d\|^2 &= \ddot{x}_d^T ((JM^{-1})^+)^T (JM^{-1})^+ \ddot{x}_d \\ &= \ddot{x}_d^T ((JM^{-1})(JM^{-1})^T)^+ \ddot{x}_d \\ &= \ddot{x}_d^T ((JM^{-1})(JM^{-1})^T)^{-1} \ddot{x}_d \end{aligned} \quad (4.27)$$

となる。

この値が大きければ大きいほど、与えられたエンドエフェクタの加速度 \ddot{x}_d を実現しにくく、動的な操作性が悪いといえることができる。

4.3.2 平均値による評価

式(4.27)による評価では、多くの自由度をもつマニピュレータが過小評価されてしまうという問題点が生じる。この2乗ユークリッドノルムは各関節トルクの2乗和であるから、関節が多い場合には関節が少ない場合と比べて和が大きくなってしまうためである。各関節のトルクが大きくなってしまふことが問題であるから、その和が大きくなって必ずしも操作性が悪いとはいえない。したがって、確率的可操作度と同様に関節トルクの平均値により評価を行なうことにする。

関節トルクの2乗の平均値は、

$$\frac{\|\bar{\tau}_d\|^2}{n} = \frac{\ddot{x}_d^T ((JM^{-1})(JM^{-1})^T)^{-1} \ddot{x}_d}{n} \quad (4.28)$$

である。

これにより、異なる自由度をもつマニピュレータ同士を同じ評価基準にしたがって比較することができる。

なお、各関節の出しうるトルクの違いが問題となる場合には、第3章の議論と同様にし、各関節の最大トルクにより関節トルクベクトルを正規化してやればよい [31]。

4.4 確率的動的可操作度

4.4.1 マニピュレータ動作の確率的解釈

分解運動速度制御 [35] [36] の考え方によれば、マニピュレータの動作をエンドエフェクタの速度 \dot{x}_d により表わすことができた。これと同様に、マニピュレータの動作はエンドエフェクタの加速度 \ddot{x}_d によっても指定することができる。これが分解加速度制御 [42] の考え方である。エンドエフェクタの速度 \dot{x}_d で軌道が与えられているときには、その時間微分をとることにより \ddot{x}_d を求め、これを軌道として与えてやることになる。

第2章では、マニピュレータの動作方向の偏りを速度の期待値が方向により異なると考えることにより確率的に取り扱った。分解加速度制御の考え方に基づけば、動作方向の偏りはエンドエフェクタの加速度の期待値が方向により偏っているとして取り扱うこともできるはずである。

すなわち、1つのサブタスクを考えた場合には、エンドエフェクタを大きく加減速する必要がある方向と定速で運動させる方向とが存在する。これは、方向によって要求される加速度の期待値が異なると考えることができる。このようにして、マニピュレータの動作の性質を加速度の期待値により取り扱うことができる。

この偏りは図 4.2 の例に示すように速度の偏りとは本質的に異なっていることに注意する必要がある。加速度の偏りは加減速を行なう場合に大きくなる。

第2章では式 (2.1) のエンドエフェクタ速度 \dot{x} と関節速度 $\dot{\theta}$ の関係に基づいて確率的解釈の定式化を行なった。ここでは、式 (4.9) のエンドエフェクタ加速度 \ddot{x} と関節加速度 $\ddot{\theta}$ の関係に基づいて同様な方法により定式化を行なう。

m 次元作業空間の方向を表わすための単位球を S_d とする。 S_d 上の微小部分表面 dS_d で表わされる微小方向範囲へのエンドエフェクタ加速度の2乗の期待値 $E_{\ddot{x}}(dS_d)$ は、確率密度関数 $P(dS_d)$ を用いて、

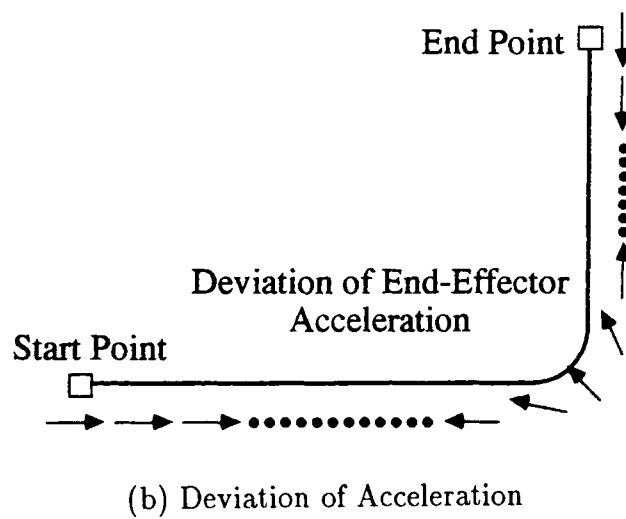
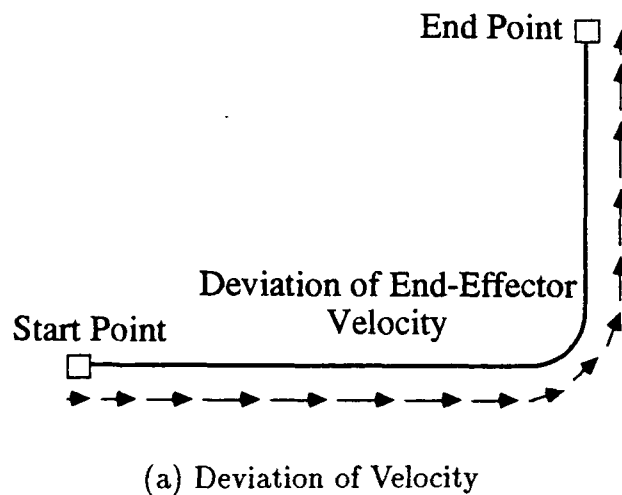
$$E_{\ddot{x}}(dS_d) = P(dS_d) \|\ddot{x}_d\|^2 dS_d \quad (4.29)$$

すべての方向へのエンドエフェクタ加速度指令の2乗期待値が1となるように正規化を行なうと、

$$\iint_{S_d} E_{\ddot{x}}(dS_d) = \iint_{S_d} P(dS_d) \|\ddot{x}_d\|^2 dS_d = 1 \quad (4.30)$$

となる。確率密度関数の性質から、

$$\iint_{S_d} P(dS_d) dS_d = 1 \quad (4.31)$$



☒ 4.2 Deviations of Velocity and Acceleration of End-Effector

であるから、この正規化は、

$$\|\ddot{x}_d\| = 1 \quad (4.32)$$

すなわち、エンドエフェクタの加速度を1とした場合と同じ結果となる。これは、確率的観点からは大きな加速度を頻度の高い単位加速度と等価であると考えたことになる。

すると、 $E_{\ddot{x}}(dS_d)/dS_d$ は $P(dS_d)$ と等しくなり、 $P(dS_d)$ により加減速方向の偏りを表現することができる。

4.4.2 確率的動的可操作度の定義

加速度の期待値 $E_{\ddot{x}}(S_d)$ を実現するようなエンドエフェクタの動作を行なったときに必要となる関節トルクの2乗平均の期待値は、第3章と同様にして、

$$E_{\tau}(S_d) = \iint_{S_d} P(dS_d) \frac{\ddot{x}_d^T ((JM^{-1})(JM^{-1})^T)^{-1} \ddot{x}_d}{n} dS_d \quad (4.33)$$

この値は、エンドエフェクタが確率密度関数 $P(dS_d)$ で表された性質をもつ動作を行なう際、大きなトルクを必要とするほど大きくなる。いいかえれば、エンドエフェクタが加速度を出しにくいほど、値が大きくなる。したがって、この値は動的な非操作性、不器用さを表わす指標となっている。

第3章で述べたと同様な議論により、前節で述べた正規化は Baillieul の定式化において積分面の大きさを作業空間の次元 m や加減速方向の偏りによらず実質的に1とするような変換を導入したことと等価である。したがって、作業の進行にしたがって確率密度関数の偏りを変化させる際に評価の基準が変わらないことがわかる。

式(4.33)は特異点近傍で無限大に発散し、数値計算上不便が生じる。また、上の議論は特異点以外における評価法に関するものであったが、実用上は特異点も含めた動的操作性の評価を行える必要がある。

そこで、次式により動的操作性の評価を行なうことにする。

$$w_{sd} = \begin{cases} \sqrt{\frac{n}{\iint_{S_d} P(dS_d) \ddot{x}_d^T ((JM^{-1})(JM^{-1})^T)^{-1} \ddot{x}_d dS_d}} & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \quad (4.34)$$

これは特異点以外では関節トルクの2乗平均の期待値の逆数であり、特異点では強制的に0となるような関数である。確率密度関数がある方向に0となるような関数でない限り、この評価値は特異点において連続な関数となる。

この値は、加速度が $P(dS_d)$ の偏りをもつ動作において、動的操作性が悪くなり大きな関節トルクが必要となるほど、小さな値をとる。通常の特異点においては0の値をとり、操作性が最も悪いことを示す。したがって、この関数を用いることによって動的操作性の評価を行なうことができる。

これを確率的動的可操作度 (Stochastic Dynamic Manipulability Measure) と呼ぶことにする。

4.4.3 エンドエフェクタがすべての方向に一様に加減速する場合

ここでは、エンドエフェクタの加減速がすべての方向に等確率で要求される場合に関して、確率的動的可操作度の解析式を求める。

確率密度がすべての方向に一様であるため、第2章の議論により $P(dS_d)$ は方向によらない定数

$$P = \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{m\pi^{m/2}} \quad (4.35)$$

となる。

特異点以外における関節トルクの2乗平均の期待値の値は、

$$\begin{aligned} E_{\tau}(S_d) &= \frac{P}{n} \iint_{S_d} \ddot{\mathbf{x}}_d^T ((\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T)^{-1} \ddot{\mathbf{x}}_d dS_d \\ &= \frac{P}{n} \text{tr} [((\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T)^{-1} \iint_{S_d} \ddot{\mathbf{x}}_d \ddot{\mathbf{x}}_d^T dS_d] \\ &= \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{nm\pi^{m/2}} \text{tr} [((\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T)^{-1}] \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \\ &= \frac{\text{tr} [((\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T)^{-1}]}{nm} \end{aligned} \quad (4.36)$$

したがって、確率的動的可操作度は、

$$w_{sd} = \begin{cases} \sqrt{\frac{nm}{\text{tr} [((\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T)^{-1}]}} & (\text{if } \det[\mathbf{JJ}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{JJ}^T] = 0) \end{cases} \quad (4.37)$$

により計算することができる。

上式は、

$$w_{sd} = \sqrt{\frac{nm \det[(\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T]}{\text{tr}[\text{adj}[(\mathbf{JM}^{-1})(\mathbf{JM}^{-1})^T]]}} \quad (4.38)$$

または、

$$w_{sd} = \begin{cases} \sqrt{\frac{nm}{1/\sigma_{JM1}^2 + \cdots + 1/\sigma_{JMm}^2}} & (\text{if } \det[\mathbf{JJ}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{JJ}^T] = 0) \end{cases} \quad (4.39)$$

と変形することもできる。ここで、 $\text{adj}[\cdot]$ は随伴行列を表わす。

式(4.17)と式(4.38)との比較により、動的可操作度と確率的動的可操作度とは、

$$\sqrt{\frac{nm}{\text{tr}[\text{adj}[(JM^{-1})(JM^{-1})^T]]}} \quad (4.40)$$

だけの評価値の違いがある。 $\text{adj}[(JM^{-1})(JM^{-1})^T]$ の値は姿勢により変化することから、両者は異なった評価を与えることがわかる。

1つの特異値だけが0となり、 $\text{rank}[J] = m - 1$ となるような特異点の近傍では、確率的動的可操作度の値は

$$\sqrt{nm}\sigma_{JMm} \quad (4.41)$$

に近づき、 JM^{-1} の最小特異値の \sqrt{nm} 倍となる。なぜならば、これらの特異点の近傍では式(4.39)の中で、

$$1/\sigma_{JMm} \gg 1/\sigma_{JMm-1} \geq \dots \geq 1/\sigma_{JM1} \quad (4.42)$$

となるためである。また、特異点においては確率的可操作度の値は0となる。したがって、ある方向にきわめて加速度を出しにくい場合にはその方向の動的可操作楕円体の軸の長さに対応する最小特異値により評価値が決まる。そのため、他の方向に加速/減速しやすくなっても評価値が大きくなる。したがって、最も加速度を出しにくい方向への動的操作性が問題となり、最小特異値による評価が適切であるような場合に対しても、確率的動的可操作度は有効であると考えられる。

4.4.4 加減速の方向に偏りがある場合

第2章と同様な考え方により、エンドエフェクタの加速度の方向による偏りを考慮に入れて、確率的動的可操作度を単純な式で計算することができる。ただし、第2章では速度に関する変換を考えたが、ここでは加速度に関する変換を考える必要がある。

すなわち、3種類のベクトル $\ddot{\mathbf{x}}_t$, $\ddot{\mathbf{x}}_s$, $\ddot{\mathbf{x}}_d$ を重み行列 G を用いた2つの変換

$$\ddot{\mathbf{x}}_s = G\ddot{\mathbf{x}}_t \quad (4.43)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_d = \frac{\ddot{\mathbf{x}}_s}{\|\ddot{\mathbf{x}}_s\|} \quad (4.44)$$

により定義し、 m 次元空間内の単位球または楕円体 S_t , S_s , S_d を、

$$S_t = \{\ddot{\mathbf{x}}_t \mid \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| = 1\} \quad (4.45)$$

$$S_s = \{\ddot{\mathbf{x}}_s \mid \ddot{\mathbf{x}}_s = G\ddot{\mathbf{x}}_t, \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| = 1\} \quad (4.46)$$

$$S_d = \{\ddot{\mathbf{x}}_d \mid \ddot{\mathbf{x}}_d = \ddot{\mathbf{x}}_s / \|\ddot{\mathbf{x}}_s\|, \ddot{\mathbf{x}}_s = G\ddot{\mathbf{x}}_t, \|\ddot{\mathbf{x}}_t\| = 1\} \quad (4.47)$$

とする。これを用いて、確率密度関数を

$$P(dS_d) = P_g \|\ddot{\mathbf{x}}_s\|^2 \frac{dS_t}{dS_d} \quad (4.48)$$

で定めることにする。これらの変換は加速度に基づいて定義されているが、前に述べたと同様な議論が成り立ち、 $\|\ddot{\mathbf{x}}_s\|$ および dS_t/dS_d によって $P(dS_d)$ は方向による偏りを表す関数となる。また、定数 P_g は、

$$P_g = \frac{\Gamma(m/2 + 1)}{\pi^{m/2} \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]} \quad (4.49)$$

となる。

特異点以外における関節トルクの 2 乗平均の期待値の値は、

$$\begin{aligned} E_\tau(S_d) &= \frac{P_g}{n} \iint_{S_t} \ddot{\mathbf{x}}_s^T ((\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})^T)^{-1} \ddot{\mathbf{x}}_s dS_t \\ &= \frac{P_g}{n} \iint_{S_t} \text{tr}[\mathbf{G}^T ((\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})^T)^{-1} \mathbf{G} \ddot{\mathbf{x}}_s \ddot{\mathbf{x}}_s^T] dS_t \\ &= \frac{P_g}{n} \text{tr}[\mathbf{G}^T ((\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})^T)^{-1} \mathbf{G}] \frac{\pi^{m/2}}{\Gamma(m/2 + 1)} \\ &= \frac{\text{tr}[\mathbf{G}^T ((\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})^T)^{-1} \mathbf{G}]}{n \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]} \end{aligned} \quad (4.50)$$

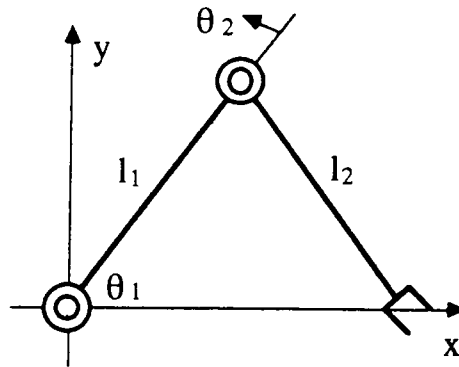
したがって、確率的動的可操作度は、

$$w_{sd} = \begin{cases} \sqrt{\frac{n \text{tr}[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]}{\text{tr}[\mathbf{G}^T ((\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})(\mathbf{J}\mathbf{M}^{-1})^T)^{-1} \mathbf{G}]}} & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] \neq 0) \\ 0 & (\text{if } \det[\mathbf{J}\mathbf{J}^T] = 0) \end{cases} \quad (4.51)$$

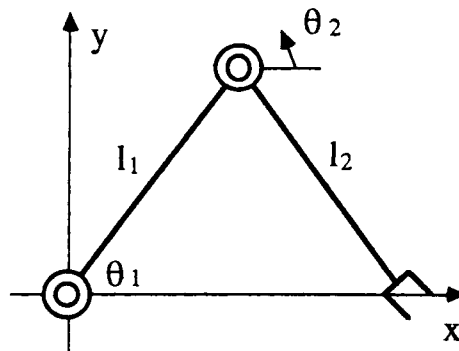
となる。この値は、重み行列 \mathbf{G} で表される加速度の偏りをもつ動作が大きなトルクを必要としないほど、すなわち、大きな加速度を実現しやすいほど、大きな値をとり、動的操作性を評価する関数となっている。

$\text{rank}[\mathbf{G}] < m$ のとき、特異点近傍において確率的可操作度の値が 0 に近づかず、不連続となることがある。このことは、特異点近傍であっても \mathbf{G} の性質をもつ動作では大きなトルクを必要とせず、特異点の悪影響が少ないことを示している。この事実は、確率的動的可操作度を用いれば、特異点の悪影響を受けないような特異点近傍をとる軌道の計画を行なうことができる可能性を示している。このとき、特異点上で値が不連続に 0 となるが、なんらかの軌道計算上の工夫により問題とならないと考える。

なお、 \mathbf{G} が単位行列のときには、確率密度関数が一樣になるため、この結果は前節の結果と一致することはいうまでもない。



(a) Series-Driven 2-DOF Manipulator



(b) Parallel-Driven 2-DOF Manipulator

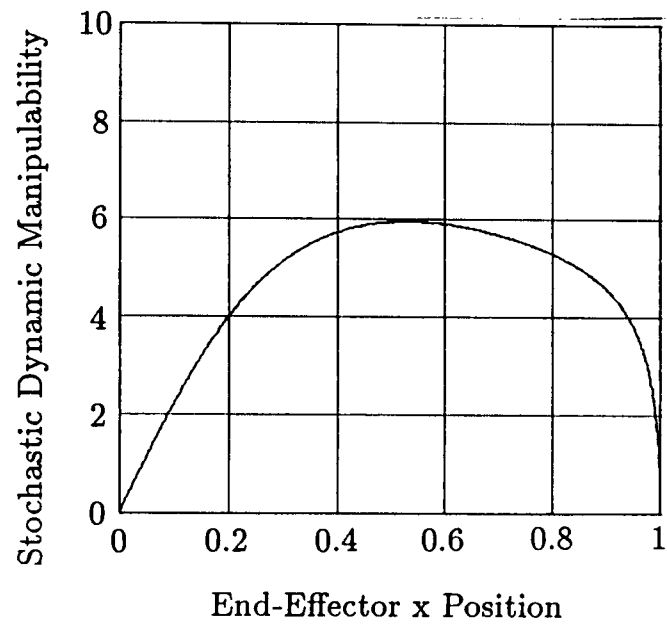
図 4.3 Series/Parallel-Driven 2-DOF Planar Manipulators

4.5 2自由度、3自由度マニピュレータへの適用

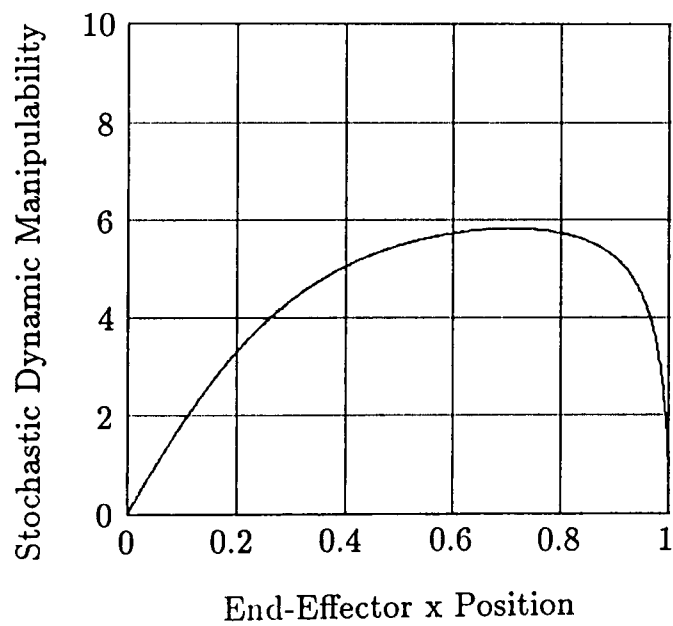
4.5.1 加減速方向に偏りがない場合

図 4.3 に示すような直列駆動型 2 自由度マニピュレータ、並列駆動型 2 自由度マニピュレータに以上に述べてきた確率的動的可操作度を適用する。

図 4.4 にエンドエフェクタが x 軸上にあるときの x 座標と確率的動的可操作度の値との関係を、図 4.5 にこのときの動的可操作楕円体を示す。直列駆動型マニピュレータでは $x = 0.3$ から $x = 0.8$ において確率的動的可操作度が大きくなっているが、 x 座標がこれよりも大きいところでは極端に動きにくい方向が生じるため評価値が小さくなっていることがわかる。これに対して、並列駆動型マニピュレータでは $x = 0.9$ まで極端に動きにくい方向がなく、高い動的操作性を維持できていることがわかる。しかし、逆に x 座標が小さ

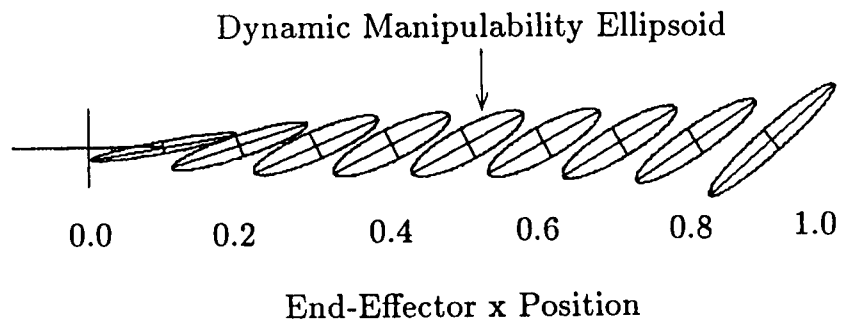


(a) Series-Driven Manipulator

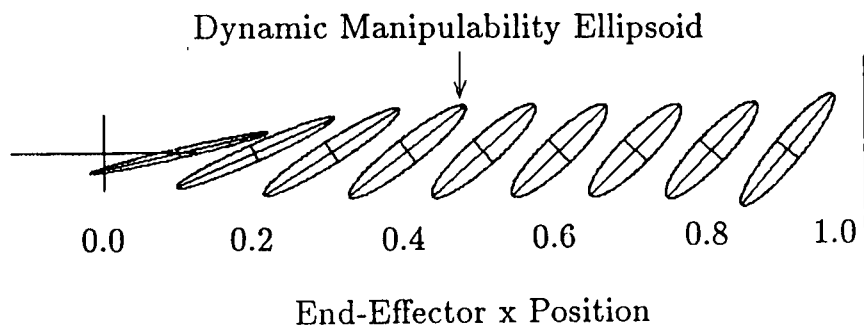


(b) Parallel-Driven Manipulator

☒ 4.4 Stochastic Dynamic Manipulability of 2-DOF Manipulators



(a) Series-Driven Manipulator



(b) Parallel-Driven Manipulator

图 4.5 Dynamic Manipulability Ellipsoids of 2-DOF Manipulators

いところでは動きにくい方向が生じて直列駆動型マニピュレータよりも動的操作性が悪くなっている。この結果から、マニピュレータのベースから比較的近いところで作業をするためには直列駆動型マニピュレータが有利であり、比較的遠いところの作業には並列駆動型マニピュレータが適しているといえる。

図 4.6 は同じ場合の動的可操作度の値を示したものである。直列駆動型と並列駆動型とは動的可操作楕円体の形に大きな違いがあるにも関わらず、動的可操作度は同じ値を示している。また、直列駆動型マニピュレータにおいて $x = 0.9$ では極端に動きにくい方向があるにもかかわらず $x = 0.5$ と同程度の評価を下している。これは前に述べた第 1 の欠点、すなわち、きわめて加速度を出しにくい方向があっても他の方向に加速度を出しやすくなれば評価値が変わらないことによるものである。

4.5.2 加減速方向が偏っている場合

重み行列 G を第 2 章で述べたように

$$G = V_G \Sigma_G V_G^T \quad (4.52)$$

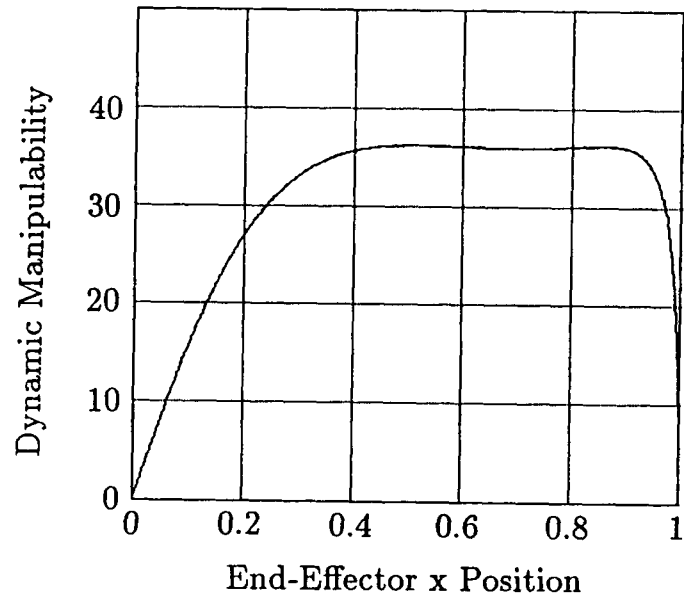
$$V_G = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi \\ \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_G = \begin{bmatrix} g & 0 \\ 0 & 1-g \end{bmatrix}, \quad 0 \leq g \leq 1$$

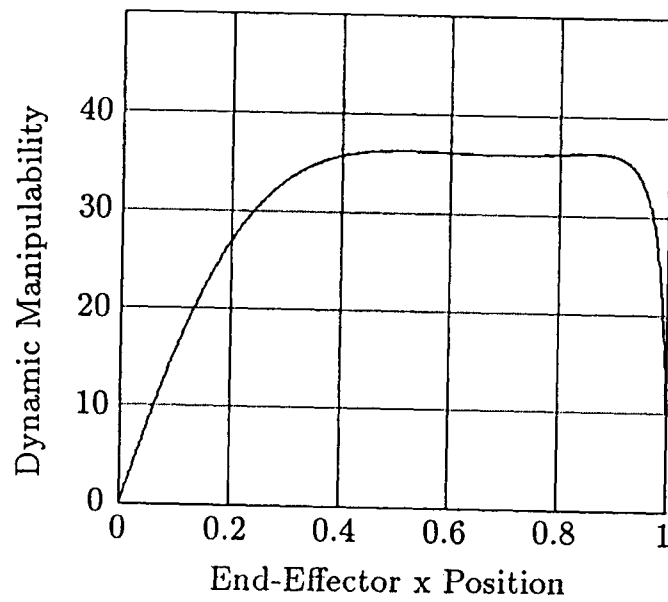
とする。

図 4.7 は直列駆動型 2 自由度マニピュレータについて、加減速方向の偏りを ϕ, g により変えた場合に、エンドエフェクタ位置と確率的動的可操作度の値の関係がどのように変化するかを示したものである。図 4.7 (b) を見ると、加減速の偏りが $\phi = 0$ すなわち主として x 方向に加減速する場合には、エンドエフェクタがベースに近いところでも x 方向には加減速しやすいために比較的大きな評価値を得ている。また、 $\phi = 30^\circ$ の場合には、偏りの方向がほとんどのところで動的可操作楕円体の長軸方向に近いので、全体に確率的動的可操作度が高くなっている。 $\phi = 60^\circ, 90^\circ$ の偏りをもつ場合には、 $x = 1.0$ に近いところで高い値をとっている。これはエンドエフェクタがベースから遠ざかるにつれて動的可操作楕円体が y 方向に立ち、その方向へ動きやすくなっているためである。このように、確率的動的可操作度においては加減速方向の偏りが評価に反映され、その方向に加速/減速しやすい場合には高い評価値が与えられていることがわかる。

図 4.7 (c) を見ると、 $g = 1.0$ すなわち加減速方向の偏りがきわめて大きい場合、すなわ

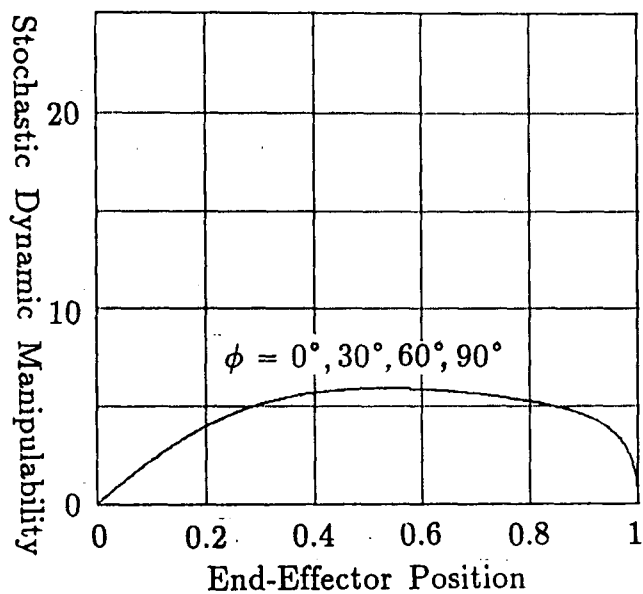


(a) Series-Driven Manipulator

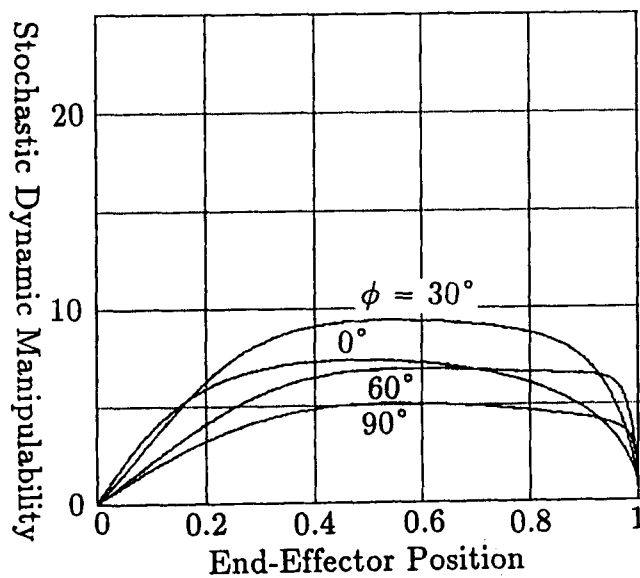


(b) Parallel-Driven Manipulator

☒ 4.6 Dynamic Manipulability of 2-DOF Manipulators



(a) $g = 0.5$



(b) $g = 0.7$

図 4.7 Stochastic Dynamic Manipulability under Various Deviation of End-Effector Acceleration (Continued)

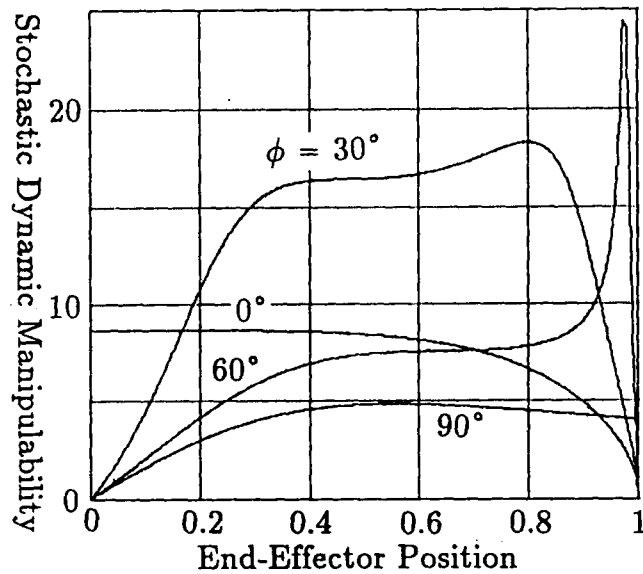
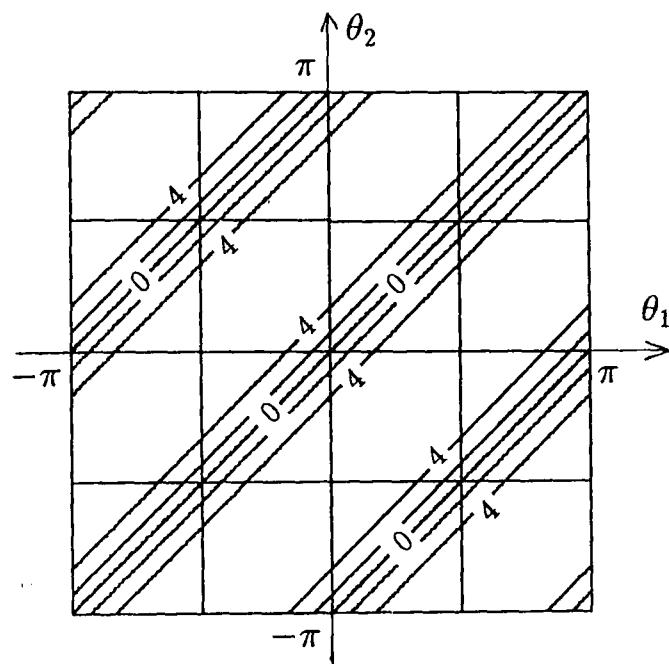
(c) $g = 1.0$

図 4.7 Stochastic Dynamic Manipulability under Various Deviation of End-Effector Acceleration

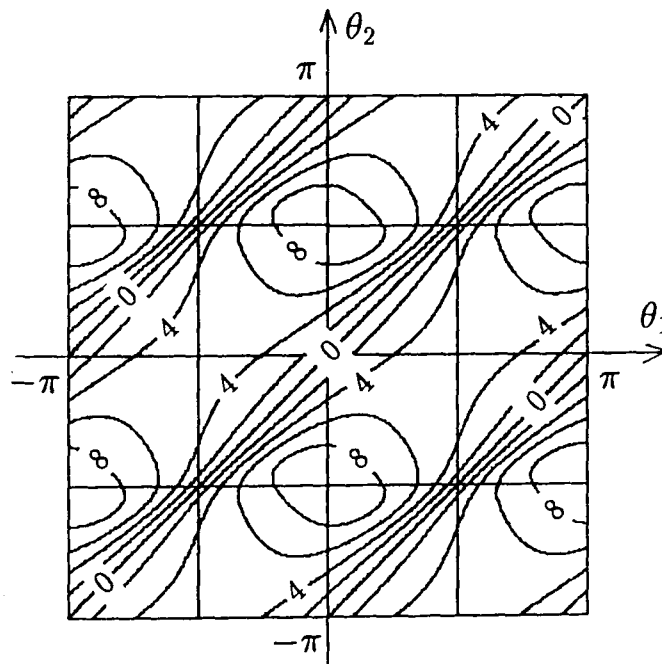
ち、1方向にしかエンドエフェクタを加減速しない場合には、特異点近傍であっても確率的動的可操作度が低くならない姿勢がある。たとえば、 $\phi = 0^\circ$ の $x = 0$ の点や、 $\phi = 90^\circ$ の $x = 1.0$ の点である。これは、図 4.5 の動的可操作楕円体が y 方向または x 方向につぶれた姿勢である。 $x = 0$ においては y 方向には加減速することができないが、 x 方向のみになら加減速を行うことができ、 $g = 1.0$, $\phi = 0^\circ$ の動作には支障がない。同様に、 $x = 1.0$ では x 方向には特異であるが、 y 方向には自由に加減速することができ、 $g = 1.0$, $\phi = 90^\circ$ の動作は特異点の悪影響を受けない。このように、特異点近傍であっても与えられた偏りの加減速を自由に行うことができるため、確率的動的可操作度は大きな値をとっているのである。このことは、特異点を実質的に特異性を失っていると解釈することができる。

図 4.8 は、並列駆動型の 2 自由度マニピュレータに関して、 x 方向に加減速が偏っている³場合について、偏りの大きさによって関節空間における確率的動的可操作度の等高線がどの様に変化するかを示したものである。この結果から、偏りの変化にしたがって評価値が変わっていることがわかる。たとえば、偏りが無い場合には $\theta = [0^\circ, 90^\circ]^T$ は操作性のよい姿勢だが、偏りの大きい場合には操作性が非常によいとはいえない。特に $g = 1.0$ の

³ すなわち、 $\phi = 0^\circ$ である。



(a) $g = 0.5$



(b) $g = 0.7$

図 4.8 Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Joint Space under Various Deviation (Continued)

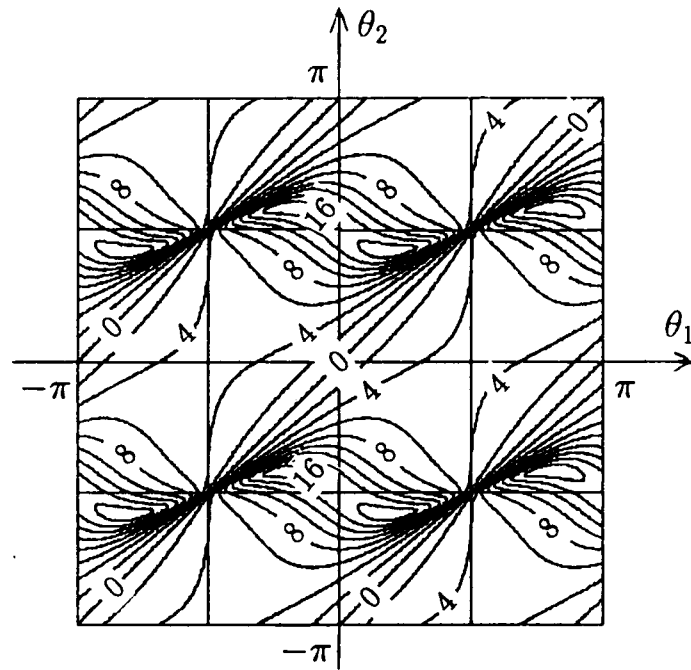
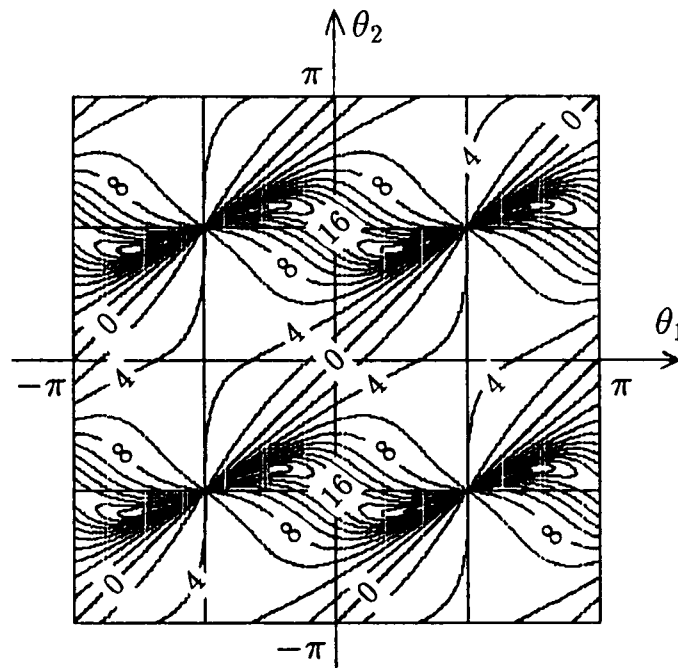
(c) $g = 0.9$ (d) $g = 1.0$

图 4.8 Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Joint Space under Various Deviation

場合に関していえば、 $\theta = [-60^\circ, 100^\circ]^T$ の姿勢では2つの関節がx方向への動作に関与しているのに対して、 $\theta = [0^\circ, 90^\circ]^T$ の姿勢では θ_2 のみがx方向への動作を実現しているためである。したがって、軌道計画を行なう場合や、マニピュレータに与えられる動作の性質が明らかで加減速方向の偏りをあらかじめ知ることができる場合には、その偏りを考慮して動的操作性の評価を行なう必要がある。

軌道計画にこのような関節空間における等高線を用いれば、操作性が悪くならないような軌道を選ぶことが可能になる。また、加減速方向の偏りを考慮することによって、動作の性質により適した軌道を計画することができる。さらに、冗長マニピュレータのヤコビ行列の零空間に等高線を作ることによって、動的操作性が高くなるような最適姿勢を求めることもできる。

同様に、図4.9は作業空間における等高線の変化を示したものである。この2自由度マニピュレータでは、1つのエンドエフェクタの位置を実現するための逆運動学の解が通常2つ存在する。動作の偏りを考慮した場合には、解によって評価値が異なるので注意が必要である。x軸上にエンドエフェクタがある場合を例にとれば、 $\theta = [+ , -]^T$ の解では動的可操作楕円体が+方向に傾いているため+方向の角度の偏りをもつ動作は容易である。しかし、もう1つの解 $\theta = [- , +]^T$ では動的可操作楕円体が-方向に傾いており、+方向の動作に関しては動的操作性が悪い。

このような作業空間での確率的動的可操作度の等高線をマニピュレータの基本機構設計に利用するならば、動作目的により適した動的操作性の分布を持つようにアームの長さなどを変更し、最適な機構構成を得ることができる。また、要求される動作に適するような動的操作性の分布を持つマニピュレータを選定したり、分布が動作に適合するように工場における設置形態を選ぶという問題にも応用することができると思われる。

4.5.3 冗長マニピュレータの姿勢決定

7自由度機構で6次元のエンドエフェクタの位置・姿勢を実現する際のようにマニピュレータが機構的冗長性をもつ場合には、与えられた位置・姿勢を実現する関節角は無数に存在し、なんらかの決定基準なしには逆運動学の解を一意に決定することができない。

ここでは、図4.10に示す並列駆動型冗長3自由度マニピュレータについて、ヤコビ行列の零空間⁴での等高線を作り、確率的動的可操作度が最大となるように姿勢を決定する。

図4.11は加減速の偏りの大きさが変わった場合に $x = 0.5$ を実現するための最適姿勢が

⁴ここでは、同じエンドエフェクタ位置を実現する逆運動学の解の集合により形作られる空間と考えてよい。

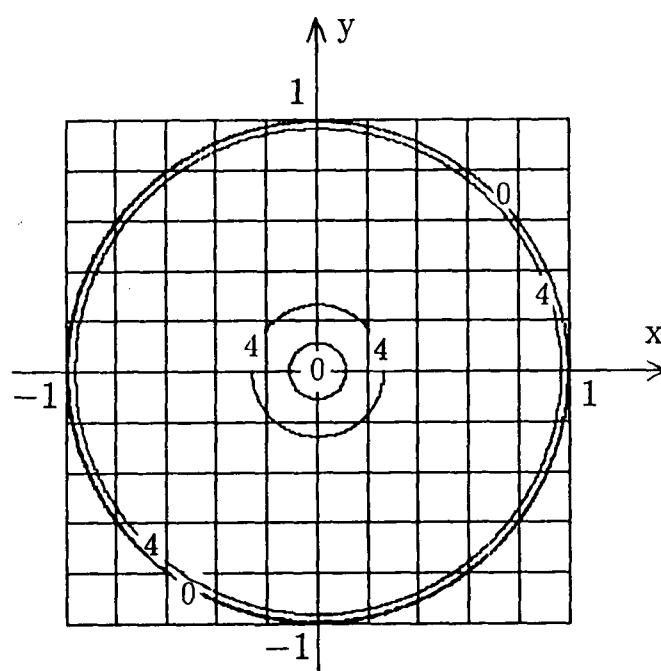
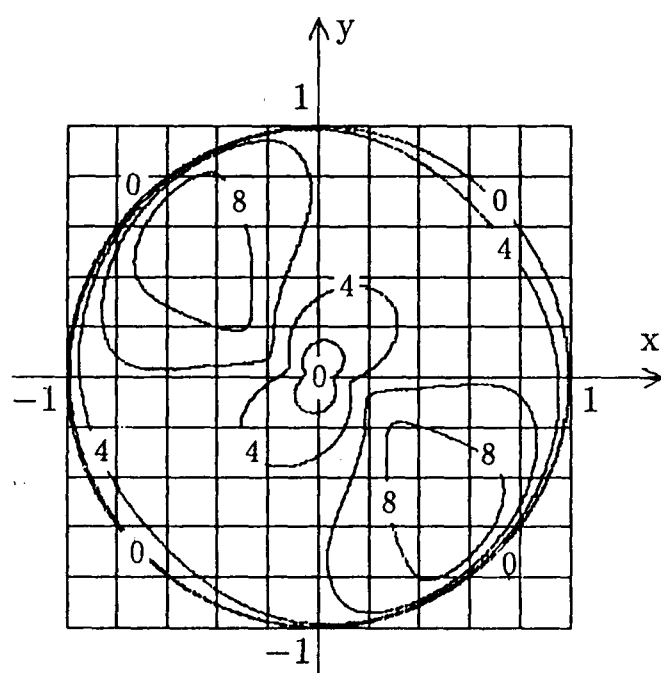
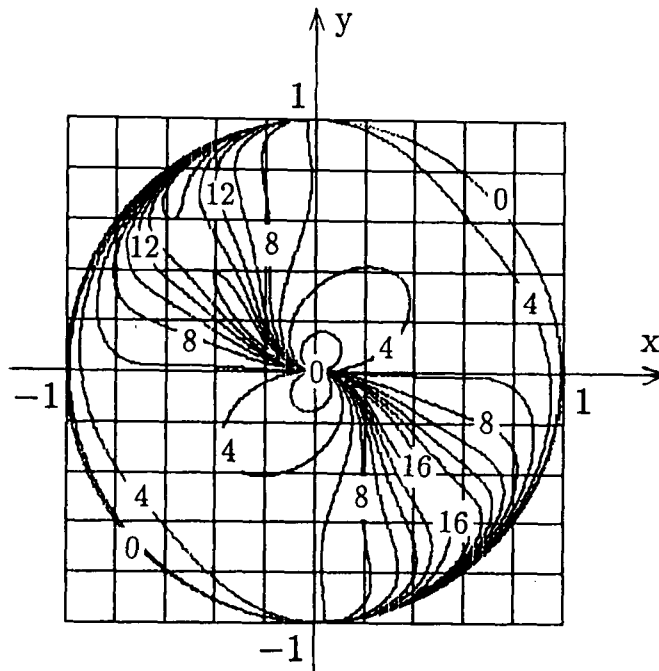
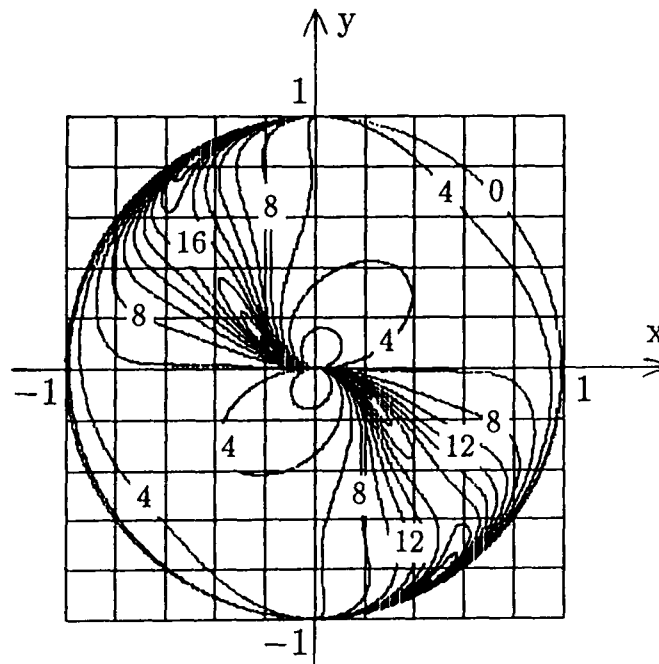
(a) $g = 0.5$ (b) $g = 0.7$

图 4.9 Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Task Space under Various Deviation (Continued)



(c) $g = 0.9$



(d) $g = 1.0$

図 4.9 Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Task Space under Various Deviation

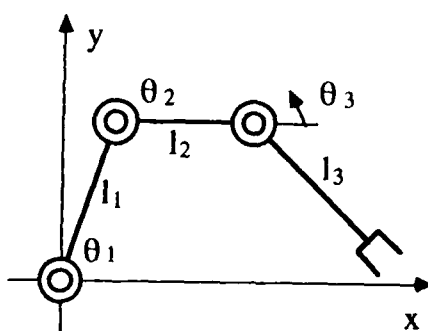


図 4.10 Parallel-Driven 3-DOF Manipulator with Mechanical Redundancy

どのように変わるかを示したものである。具体的には、式 (4.52) において $\phi = 60^\circ$ とし、 g を変化させている。加減速が 60° 方向に偏れば偏るほど動的可操作楕円体が 60° 方向に大きくなるような姿勢をとっていることがわかる。(a) の偏りを考慮しない場合の最適姿勢は、 60° 方向が主となる動作に対して悪い姿勢とはいえないが、決してよい姿勢ではないからである。

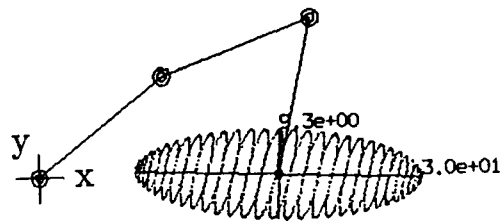
また、図 4.12 は加減速の偏りの方向が変わった場合に最適姿勢がどのように変わるかを示したものである。動的可操作楕円体の形から、それぞれの動作方向に有利な姿勢をとっていることがわかる。このように、あらかじめ加減速の偏りがわかっている場合にはこの偏りを考慮して姿勢決定を行なうことが望ましい。

4.6 まとめ

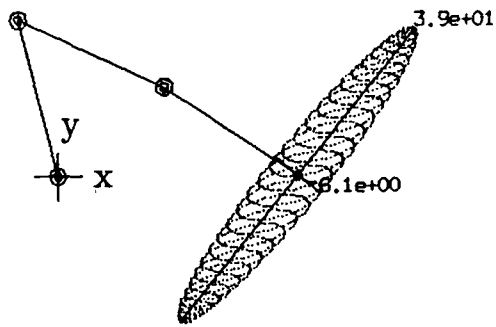
本章では、マニピュレータに与えられる動作の方向の偏りを考慮して動力的操作性(器用さ)を評価することができる指標「確率的動的可操作度」について述べた。

確率的動的可操作度は、マニピュレータに与えられる加速度指令を確率的に解釈し、その時に必要となる関節トルクの平均の期待値に基づいて評価を行なう。動作の偏りは重み行列を用いて指定することができる。

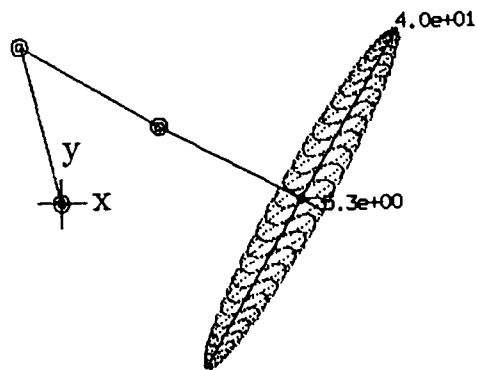
2自由度、3自由度マニピュレータに適用することにより、確率的動的可操作度はエンドエフェクタの動作方向の偏りを考慮して操作性を評価することができること、操作性の評価に動作方向の偏りを考慮することは重要であること、確率的動的可操作度はエンドエフェクタが極端に動きにくい方向がある場合に確実に悪い評価を下すこと、特異点が実質上その特異性を失う場合があること、関節空間内における確率的動的可操作度の等高線により最適な軌道計画を行なうことができること、作業空間内における等高線はマニピュレータ



(a) $g = 0.5$

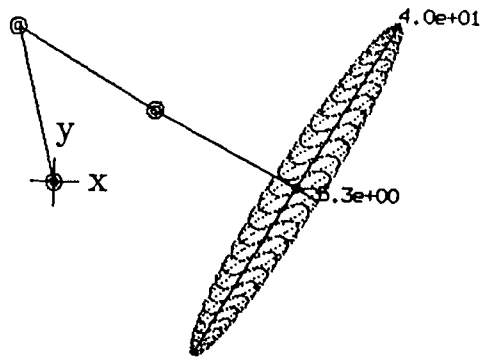


(b) $g = 0.7$



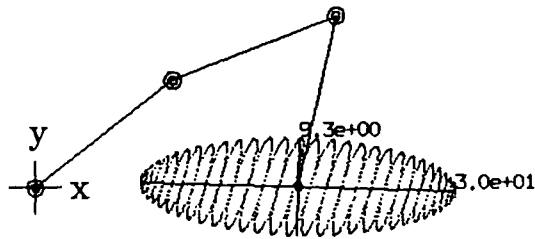
(c) $g = 0.9$

図 4.11 Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Magnitude of Deviation of Acceleration/Deceleration (Continued)

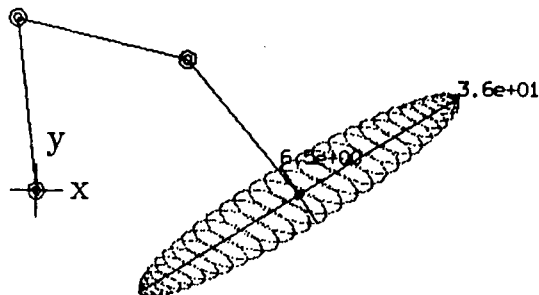


(d) $g = 1.0$

図 4.11 Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Magnitude of Deviation of Acceleration/Deceleration



(a) $\phi = 0^\circ$



(b) $\phi = 30^\circ$

図 4.12 Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Direction of Deviation of Acceleration/Deceleration (Continued)

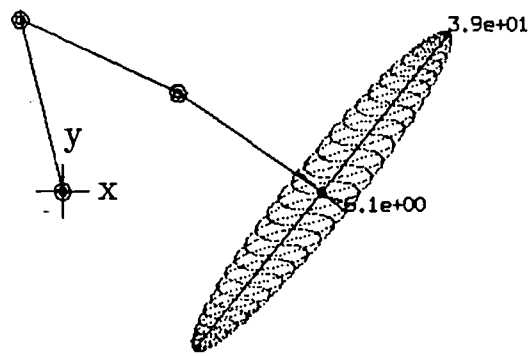
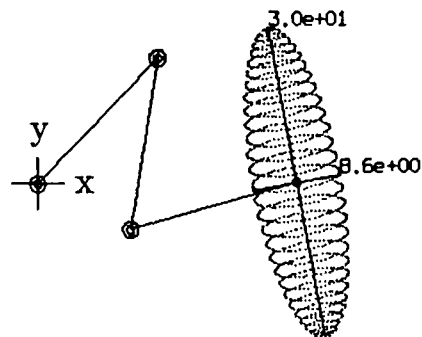
(c) $\phi = 60^\circ$ (d) $\phi = 90^\circ$

図 4.12 Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Direction of Deviation of Acceleration/Deceleration

の最適設計、設置計画問題に対して有効であること、ヤコビ行列の零空間における等高線により冗長マニピュレータの姿勢決定を行なうことができることを示した。

第 5 章 結論

第 I 部では、特異点の悪影響の評価法である「確率的特異性指標」[32]、マニピュレータの器用さを運動学の立場から評価する指標である「確率的可操作度」[33]、器用さを動力学の立場から評価する指標である「確率的動的可操作度」[34]について述べた。

確率的特異性指標に関しては次のことが明らかとなった。

1. エンドエフェクタの動作方向の偏りを確率的に解釈し、特異点においてエンドエフェクタに生じる速度誤差の期待値に基づき定義された確率的特異性指標を用いることにより、特異点の悪影響を定量的に評価することができる。
2. エンドエフェクタの動作方向に偏りが無い場合には、その大きさは作業空間の次元とヤコビ行列のランクにより決まる。
3. 可操作楕円体の短軸方向の動作において特異点の悪影響は大きくなる。
4. 特異点であっても悪影響がない動作がある。

確率的可操作度に関しては次のことが明らかになった。

1. エンドエフェクタの動作を確率的に解釈し、関節速度の 2 乗平均の期待値に基づき定義された確率的可操作度を用いることにより、運動学的観点からのマニピュレータの器用さを定量的に評価することができる。
2. マニピュレータの動作がもつ性質の 1 つである動作方向の偏りを考慮して器用さの評価を行なうことが出来る。
3. 自由度の異なるマニピュレータ同士であっても、同じ評価基準にしたがって器用さの評価を行なうことが出来る。
4. 特異点を実質上その特異性を失う場合がある。
5. ヤコビ行列の零空間における等高線を用いることにより、軌道計画問題、設計問題に有効である。

確率的動的可操作度に関しては次のことが明らかとなった。

1. マニピュレータの動作を確率的に解釈し、関節トルクの 2 乗平均の期待値に基づき定義された確率的動的可操作度を用いることにより、動力学的立場からマニピュレータの器用さを評価することができる。

2. 動作の性質の1つである加減速方向の偏りに応じて動的器用さを評価することが出来る。
3. 極端に動きにくい方向がある場合に確実に不器用であるという評価を下す。
4. 確率的動的可操作度の等高線はマニピュレータの軌道計画、設計問題、冗長マニピュレータの姿勢決定問題などに有効である。

ロボットのオフライン化、自律化、知能化を妨げる要因の1つである特異点問題、器用さに関する問題は、まだ完全に解決されたわけではない。しかしながら、本研究はこれらの問題を解決するための1ステップとなり得たと確信する次第である。

第 II 部

産業用マニピュレータの 振動シミュレーション

第 II 部で用いる記号

第 II 部で用いる記号を以下のように定義する。これ以外の記号については、文中において説明する。この中で、左上肩の文字はベクトルや行列が表現された座標系を、右下足の文字はベクトルや行列が関係する座標系、リンク、関節等を表わす。

座標変換に関する記号

\bar{A}_i^k : 関節の変形を考えないときの座標系 k から座標系 i への回転変換行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

A_i^k : 関節の変形を考慮した座標系 k から座標系 i への回転変換行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

z_i : 座標系 i の z 軸方向の単位ベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

関節の変形に関する記号

d_i : 関節 i における並進変形ベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

δ_i : 関節 i における回転変形ベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

Δ_i : 関節 i における回転変形を行列形式で表現したもの ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

u_i : 関節 i における着力点のずれベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

d_{i1}, d_{i2} : 関節 i の軸受の変形 ($\in \mathfrak{R}^3$)

p : 関節中心から軸受に至るベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

関節の弾性に関する記号

\bar{K}_i : 関節 i における並進変形に関する剛性行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

\bar{B}_i : 関節 i における並進変形に関する粘性行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

\bar{K}_i : 関節 i における回転変形に関する剛性行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

\bar{B}_i : 関節 i における回転変形に関する粘性行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

b_i : 関節 i におけるバックラッシュベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

関節角に関する記号

q_i : 関節角に換算した関節 i のアクチュエータ軸の回転角 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\dot{q}_i : 関節角に換算した関節 i のアクチュエータ軸の回転速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\ddot{q}_i : 関節角に換算した関節 i のアクチュエータ軸の回転加速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

リンクの運動に関する記号

ω_i : 座標系 i の回転角速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

$\dot{\omega}_i$: 座標系 i の回転角加速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

v_i : 座標系 i の並進速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\dot{v}_i : 座標系 i の並進加速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\hat{v}_i : リンク i の重心の並進速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

$\hat{\dot{v}}_i$: リンク i の重心の並進加速度 ($\in \mathfrak{R}^3$)

$p_{i,j}$: リンク i から求められる関節 j の位置 ($\in \mathfrak{R}^3$)

r_i : リンク i の座標系原点の位置 ($\in \mathfrak{R}^3$)

$j_{i,j}$: リンク i の座標系原点から関節 j にいたるベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

$j_{i,H}$: エンドエフェクタのあるリンク i の座標系原点からエンドエフェクタにいたるベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

R_i : リンク i の姿勢 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

$P_{i,j}$: リンク i から求められる関節 j の姿勢 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

$J_{i,j}$: リンク i に対する関節 j の相対姿勢 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

力やモーメントに関する記号

τ_i : アクチュエータが発生する (必要とする) トルク

f_i : 関節 i においてリンク $i-1$ (it) がリンク i (ir) に及ぼす力 ($\in \mathfrak{R}^3$)

n_i : 関節 i においてリンク $i-1$ (it) がリンク i (ir) に及ぼすモーメント ($\in \mathfrak{R}^3$)

f_H : エンドエフェクタが外界に及ぼす力 ($\in \mathfrak{R}^3$)

n_H : エンドエフェクタが外界に及ぼすモーメント ($\in \mathfrak{R}^3$)

F_i : リンク i が受ける力の総和 ($\in \mathfrak{R}^3$)

N_i : リンク i が受けるモーメントの総和 ($\in \mathfrak{R}^3$)

マニピュレータの設計値に関する記号

p_i^* : 座標系 $i-1$ の原点から座標系 i の原点にいたるベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

\hat{s}_i : 座標系 i の原点からリンク i の重心にいたるベクトル ($\in \mathfrak{R}^3$)

I_i : リンク i の重心周りの慣性テンソル ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

\tilde{I}_i : 関節 i のアクチュエータ軸の慣性テンソル ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

i_j : 関節 j のアクチュエータ軸の慣性モーメント

b_i : 関節 i のアクチュエータ軸における粘性係数

m_i : リンク i の質量

a_i : 関節 i の駆動力伝達系における減速比

エンドエフェクタの位置に関する記号

h : エンドエフェクタの位置 ($\in \mathfrak{R}^3$)

h_r : エンドエフェクタの目標位置 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\tilde{h} : 内界センサにより測定可能なエンドエフェクタ位置 ($\in \mathfrak{R}^3$)

e : エンドエフェクタの位置決め誤差 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\tilde{e} : 内界センサのみにより測定可能な位置決め誤差 ($\in \mathfrak{R}^3$)

制御系に関する記号

k_m : モータ定数

k_v : 速度フィードバック定数

k_p : 比例制御定数

定数

g : 重力加速度

g : 重力ベクトル $[0, 0, g]^T$

z : $[0, 0, 1]^T$

E_3 : 3×3 の単位行列

演算に関する記号

$R_{oi}(z, q)$: z 軸まわりに q の角度の回転をおこなう回転変換行列 ($\in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$)

$r_{oi}(\Delta)$: 回転変換行列を回転ベクトルに変換する等価回転角回転軸変換 ($\in \mathfrak{R}^3$)

\times : ベクトルの外積

$\|\cdot\|$: ベクトルのユークリッドノルム

X^{-1} : X の逆行列

X^T : X の転置行列 (ベクトル)

リンク番号・自由度

n : マニピュレータの自由度

it : 関節 j で接続されたエンドエフェクタに近い方のリンク番号

ir : 関節 j で接続されたベースに近い方のリンク番号

計算量

C : アルゴリズムが要する計算量

C_L, C_A, C_P, C_J : 係数

L : リンク数

J_A : 能動関節数

J_P : 受動関節数

J_{Li} : リンク i の関係する関節数

第6章 緒論

6.1 マニピュレータの振動問題

機械の振動問題は古くて新しい問題である。産業用ロボットにおいても、高速化の要求が高まるにしたがって非常に重要かつ本質的な問題としてクローズアップされてきている。

マニピュレータの振動は動作時におけるエンドエフェクタの動的位置決め精度を低下させる。たとえば、溶接ロボットでは溶接トーチを1mm程度の精度で揺動させながら溶接部位をなぞっていく必要があるが、低速時には高い精度が得られても、高速な動作を行なう場合には1mmの精度を実現することは難しい。また、マニピュレータの剛性がかなり低い場合には動的な場合のみならず静的な位置決め精度も低下してしまうことがある。

メンテナン스로ボットのように、入り組んだ管路のような障害物の間をぬってアームを動作させる必要がある場合には、理想的な環境モデルのもとではうまく計画された軌道であっても、予期しない振動によって周囲との接触が生じる危険性がある。また、組み立て作業において軸を穴に挿入する場合においても、振動により軸が穴と予測できない接触を起こし、軸の把持状態が変化してしまうことがある。この問題を避けるためには残留振動がおさまるのを待つ必要が生じ、アームの動作を高速にしても作業効率はそれほど向上しなくなってしまう。

また、ハイブリッド制御やインピーダンス制御により接触力を制御しながら作業を進める場合においても、振動により接触力が変化するため、予期した力制御の効果をあげることは難しい。

さらに、振動によって各関節のアクチュエータに逆トルクが加わるため、設計時にアクチュエータの余裕トルクをかなり大きくみておく必要がある。これは、粘性抵抗が少なく、減速機による逆トルク低減効果の得られないダイレクトドライブマニピュレータにおいて特に大きな問題となる。

マニピュレータの振動の原因としては、大きく分けて機構の弾性と制御系の弾性がある。機構の弾性には、

1. ハーモニックドライブ等の減速機の弾性

2. 軸受等の関節部の弾性

3. アームの弾性

がある。現在の産業用ロボットでは、短く剛性の高いアームを持つものが多く、減速機を含む関節部の弾性が支配的であることが多い。一方、宇宙用ロボットにおいては、長いアームを極端に軽量化したフレキシブルアームと呼ばれる構造をもっており、アームの弾性が支配的になる。

これらの原因をふまえた上で、振動を低減し、あるいは、振動が問題とならないような方策を確立することは、マニピュレータの効率的な作業を実現し、ひいては、軌道計画をオフライン化、自律化、知能化するために必要不可欠であると考えられる。

6.2 振動問題に関するこれまでの研究

マニピュレータの振動問題を解決するためにこれまでに多くの研究が行なわれているが、それらは大別して次の3つのアプローチに分類することができる。

1. 振動が起きにくいような機構の設計
2. 制御による振動の抑制
3. 振動が起きにくいような軌道の計画

第1の振動が起きにくいような機構設計は古くから機械設計の重要な要素として研究がなされてきている。マニピュレータの設計においても、これらの研究結果をふまえて、振動理論、有限要素法、モーダル解析などを用いて各部の剛性を最適化し、高剛性材料、防振材料などを用いてできる限りの振動防止策が図られている。マニピュレータ機構は、リンクがアクチュエータをもつ関節を介して直列に連結されているという特徴的な構造をもっている。このため、剛性を高めるためにリンクなどを太くするとアクチュエータが駆動しなければならない部分の質量や慣性が大きくなり、高速な動作が不可能になってしまう。逆に高速動作を実現するために軽量化を図ると、剛性不足のため振動が生じてしまう。このように、マニピュレータにおいては、軽量化・高速化と高剛性化・防振とが相反関係にある。また、マニピュレータの構造は本質的に片持ちばり構造であり、高い剛性を実現することは難しく、もともと振動が起きやすい構造である。この構造的問題を解決するために、産業用ロボットではベースに近いところに閉リンク構造を設けている例が多い。さらに、関節部には剛性が高く、回転むらの少ない軸受を使用するなどの工夫がなされているが、それにもおのずと限界がある。減速機としては軽量化とバックラッシュ防止のためにハーモニックドライブギアが用いられていることが多いが、これは一般に剛性が低く、振動の大

きな原因となっている。その他の歯車機構ではバックラッシュを無くすことが難しかったり、重量が大きくなってしまふなどの問題があり、ハーモニックドライブギアに代わる減速機構は現在のところ開発されていない。これら機構設計上の工夫により振動を低減することは現在までにほとんど限界まで至っていると考えられ、今後新しい軽量高剛性材料や出力重量比の高いアクチュエータなどが開発されない限り、飛躍的な振動問題の解決には結びつかないと考えられる。

第2の制御により振動を抑制する方法は、現在のところフレキシブルアームマニピュレータを中心として精力的に研究が進められている [44] [45] [46] [47] [48] [49] [50] [51]。フレキシブルアームにおいては、リンクの振動特性がはりの振動理論にのりやすく、問題となっている振動周波数が低いという特徴があり、最近ではかなり有効に振動を抑制することができるようになってきている。産業用マニピュレータにおいても多くの研究がなされており [52] [53] [54] [55]、製品として実用化されているものもある。しかしながら、振動周波数が高いためにきわめて高速の補償演算計算機が必要となり、高周波域においては振動特性が各マニピュレータ、各個体により異なるため制御系のチューニングが困難であるなどの問題がある。また、姿勢による振動特性の変化や経年変化による振動パラメータの変化があり、完全に振動を抑えるまでには至っていないのが現状である。

第3の振動が少なくなるような軌道計画に関しては、まだそれほど多くの研究がなされていない。加減速曲線を滑らかにする方法はカム曲線的设计などの延長上にある技術として採用されているが、マニピュレータの機構はカムに比べてきわめて複雑であり姿勢によって振動特性が変化することから、最適な加減速曲線を得るまでには至っていない。また、エンドエフェクタが方向転換する際に、直角に曲がらず、曲線軌道を取らせることにより振動を低減することも実用化されているが、最適な曲線を求める作業は勘と経験に基づき行なわれている。位置決め時に生じる残留振動がおさまるまでの待ち時間についてもティーチング時に実機を使って試行錯誤的に行なわれているのが現状である。さらに、軌道全体を振動が起きにくいように計画することも考えられるが、これに関してはまだ研究が行なわれていない。

振動が少ない軌道を求める問題は、振幅の時間積分値などの評価関数を最小にする最適化問題として考えることができるが、これを解くためにはマニピュレータの振動特性を比較的精度よく高速に推定することができるシミュレータが必要不可欠である。加減速曲線や曲線軌道の決定に際しても、シミュレーションを繰り返すことにより最適化を行なうことができる。また、与えられた軌道に沿ったマニピュレータの運動をシミュレーションすることにより、軌道計画時にオフラインで残留振動の持続時間を推定することができる。さ

らに、振動が問題とならないような機構の設計や振動を抑制する制御方式の開発のためにもマニピュレータの振動をモデル化し、シミュレーションすることは重要である。このように、シミュレーションは振動問題の解決を与えるためのきわめて現実的かつ有効な基盤技術であるといえる。

このような目的のシミュレータに要求される性能は次のようなものである。

1. シミュレーションの正確さ
2. 計算の高速性
3. 現実の産業用ロボットへの適用容易性

この観点に基づいて、これまでに発表されているシミュレーション方式について以下に検討する。振動問題を取り扱うことのできるシミュレーション方式は次の3つに大別できる。

1. 有限要素法を用いる方式
2. 分布定数系モデルに基づく方式
3. 集中定数系モデルに基づく方式

有限要素法は古くより機械の構造設計などに用いられてきたが、マニピュレータの機構の特徴を特に考慮して全体の振動をシミュレーションするものは Sunada らの研究 [56] が最初であるといわれている。その後、Tompson ら [57]、遠山ら [58] [61]、三好 [59]、Usoro ら [60]、小島ら [62] など、数多くの研究が行なわれてきた。有限要素法によるシミュレーション方式は、複雑な形状・機構をもつマニピュレータの振動をかなり正確にモデル化し、シミュレーションできるという点ですぐれた方式である。しかしながら、一般に膨大な計算時間が必要であるという致命的な欠点をもっている。したがって、機構設計に適用する場合には、メインフレームやスーパーコンピュータを利用するなどしてシミュレーションを行なうことができるが、軌道計画問題に適用しようとする、計算機やコストの制約が厳しく、有効なシミュレーション法であるとはいえない。

分布定数系モデルに基づくシミュレーション方式としては、Book の方法 [63] が有名である。これは、宇宙用マニピュレータのように単純な形状の長尺アームをもつフレキシブルアームマニピュレータに対しては、きわめて有効である。これに対して、産業用ロボットでは、減速機を含む関節部の弾性が振動の主な原因となっている上、剛性がアーム全体で一様でなく、複雑な構造をもっているなどの理由により、分布定数系モデルによりマニピュレータをモデル化することが困難である。したがって、通常の産業用ロボットにおいては分布定数系モデルに基づいて振動のシミュレーションを行なうことは現実的でない。

集中定数系モデルによるシミュレーション方式としては、増田らの研究 [64] [65] [66]、長松らの研究 [67] [68] [69]、田所らの研究 [70] [71] [72]、小島らの研究 [73] がある。これ

らはいずれも剛体モデルによるシミュレーション方式 [74] [75] [76] [77] [78] [79] [80] [81] で用いられるマニピュレータの機構的特徴を活かしたモデル化を参考にしている。これらの方法はいずれも、計算時間の点で有利であるという長所の反面、アームの弾性を近似的にしか取り扱うことができないという欠点を合わせもっている。増田らの方法や長松らの方法では、アクチュエータ軸の回転方向のみの弾性を考えているため、マニピュレータの姿勢によっては大きな問題となるねじれ振動を取り扱うことができず、機構的に無理な構造になりがちなマニピュレータの振動問題を考えるためには不十分であると考えられる。小島らの方法は特定のマニピュレータのみを対象としたもので、一般性はない。

6.3 本研究の目的と第 II 部の構成

本研究では、アームに比べて減速機を含む関節部の剛性が比較的低い産業用マニピュレータを対象とし、高速にシミュレーションを行なうことができるアルゴリズムについて研究を行なった。これらのアルゴリズムは「関節変形モデル」と呼ばれる関節部における 6 自由度の弾性変形を取り扱えるモデルに基づいており、ねじれ振動を含むマニピュレータの振動を高速にシミュレーションすることができる。

第 7 章では、マニピュレータに与えられた動作軌道をもとにしてアクチュエータが必要とするトルクと各関節における変形量を求める逆動力学シミュレーション法について述べる [70]。まず、本シミュレーション法の基礎となる関節変形モデルについて説明する。次に、関節変形モデルに基づくマニピュレータの動力学を、運動学の関係、Newton-Euler 運動方程式、変形量と力・モーメントの関係を用いて定式化する。そして、計算アルゴリズムを高速化するために、これらの方程式を座標変換する。これを用いて逆動力学問題を解くアルゴリズム、初期変形量を求めるアルゴリズムについて述べる。計算量に関する考察により、本逆動力学アルゴリズムは剛体モデルのためのシミュレーションアルゴリズムの 1.6 倍程度の計算量しか要しないことを示す。6 自由度マニピュレータにこれら 2 つのアルゴリズムを適用することにより、振動の様子やアクチュエータトルクを求めることができること、加速度曲線により振動の振幅や残留時間が影響を受けること、バックラッシュが大きくなるにつれて振動の高周波成分が大きくなることなどを示す。

第 8 章では、アクチュエータの発生するトルクをもとにして振動を含めたマニピュレータの運動を求める順動力学シミュレーション法について述べる [71]。まず、第 7 章で述べた方程式を座標変換する。関節部が減速機がある場合、ダイレクトドライブ関節の場合、非線形弾性特性をもつ場合のそれぞれについてモデル化する。これに基づき順動力学問題

を解くためのアルゴリズムについて述べる。計算量の比較により、このアルゴリズムは剛体モデルに基づく順動力学問題の解法と同程度の計算量しか要しないことを示す。PD コントローラにより制御される6自由度マニピュレータにこのアルゴリズムを適用することにより、本方式がオフラインで振動の大きさや持続時間等を推定できること、エンコーダ等の内界センサでは測定できない振動成分が大きいこと、設計時に振動特性を考慮することでより適切なアクチュエータの選定が行えること、バックラッシュの大きさによりアクチュエータトルクが大きく影響を受けることなどを示す。

第9章では、閉リンク機構をもつマニピュレータを対象として、アクチュエータの発生するトルクをもとに振動を含むマニピュレータの運動を求める順動力学シミュレーション法について述べる [72]。まず、閉リンクマニピュレータにおける変形を定式化し、Newton-Euler 運動方程式を導く。これに基づき、順動力学問題を解くためのアルゴリズムについて述べる。計算量の評価により、このアルゴリズムは剛体モデルに基づく順動力学問題の解法の高々2倍程度の計算量しか要しないことを示す。産業用として典型的な構造をもつ3自由度マニピュレータに本アルゴリズムを適用することにより、位置決め誤差や振動の様子をオフラインで推定することができること、アクチュエータ軸の角度センサなどにより測定不可能な位置決め誤差がかなり大きいこと、関節の剛性や粘性の大きさによりアクチュエータトルクが大きく影響を受けることを示す。

第7章 逆動力学シミュレーション

7.1 概要

本章では、産業用ロボットのように関節部の弾性が振動の主な原因となるマニピュレータを対象とした逆動力学シミュレーション法について述べる [70]。本逆動力学シミュレーション法は、関節における6自由度の変形を取り扱うための「関節変形モデル」に基づいており、バックラッシュなどの非線形弾性特性を取り扱うことができ、ねじれ振動をモデル化できるという特徴をもつ。Newton-Euler 運動方程式を用いた逆動力学問題を解くためのアルゴリズムは、弾性変形を考慮しない逆動力学問題の解法と比べて1.6倍程度の計算量しか要しない。本アルゴリズムは、初期変形を求めるアルゴリズムと組み合わせることにより、振動を含む逆動力学シミュレーションを行なうことができる。6自由度マニピュレータに本方式を適用することにより、各関節における変形量、振動の様子、アクチュエータが必要とするトルクなどを計算することができること、Bang-Bang 加速度曲線に比べて1次加速度曲線、2次加速度曲線では振幅や残留時間が小さくなること、減速機のバックラッシュが大きくなるにつれて振動波形の高周波成分が増加することを示す。

7.2 関節変形モデル

マニピュレータの振動の原因は機械構造の柔らかさと制御系の柔らかさの2つに分類できる。機械構造的要因としては、駆動系を含む関節部の弾性、アームの弾性の2つが考えられる。一般に産業用ロボットは宇宙用マニピュレータなどとは異なり、短いアームを持つものが多い。したがって、ハーモニックドライブなどからなる関節部の剛性がアームの剛性に比べて低いといえる。このため、産業用ロボットの振動の主な原因は関節の弾性であり、ほとんどの場合アームの弾性は関節部の弾性に集約して考えることができる。以上の考察から、アームは剛体であり、関節が6自由度弾性変形を行なうというモデルを考えることにする。したがって、フレキシブルアームのようにアームの弾性が大きく問題となる場合については本研究の対象外である。

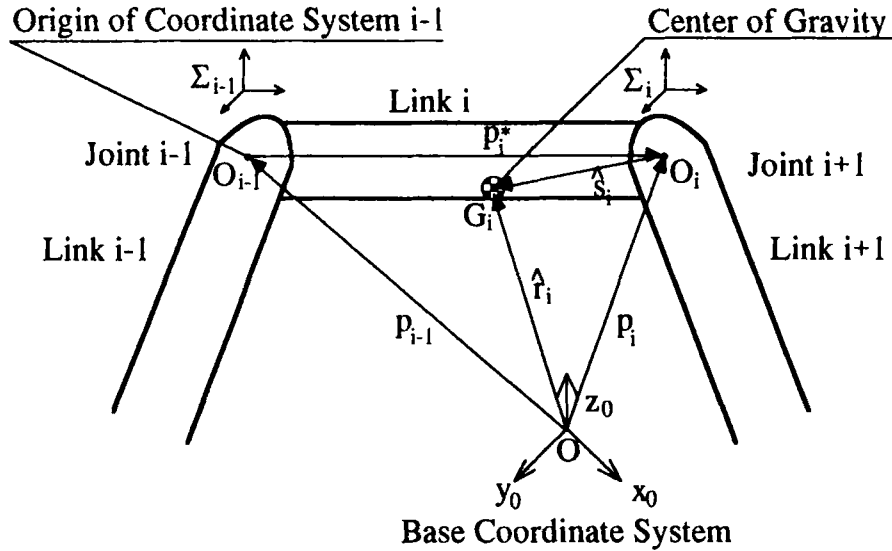


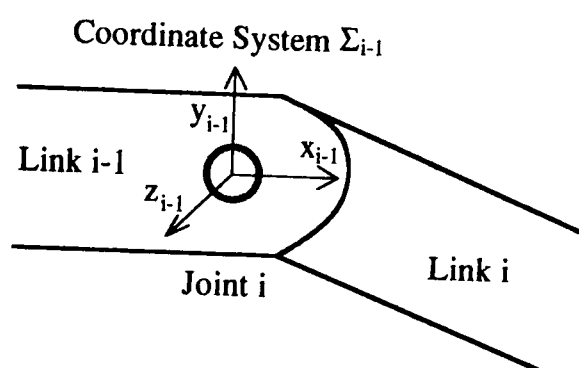
図 7.1 Rigid-Body Model of Open-Link Manipulators

図 7.1 は関節の弾性を考慮しない場合に一般に用いられている開リンクマニピュレータのモデル (剛体モデルと呼ぶ) である。各リンクおよび関節にはベースより順番に番号がつけられ、各リンクに固定された座標系が Denavit-Hartenberg 記法 [82] にしたがって定められている。

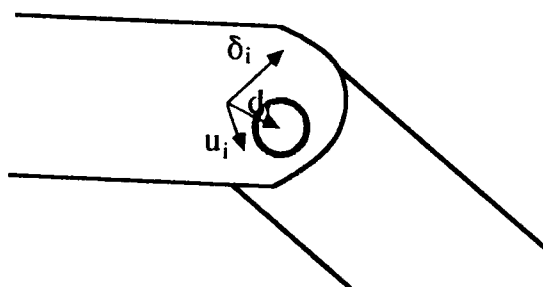
このモデルに加えて、関節部において図 7.2 に示すような 6 自由度の変形を考えることにする。本来 (a) のような位置関係にあるリンク i とリンク $i+1$ が関節部の変形により (b) のような位置関係となっている。

この変形は、一般に並進変形ベクトル d_i と回転変形ベクトル δ_i の 2 つのベクトルにより表わすことができる。 d_i は関節の中心が変形前の状態と比べてどれだけずれているかを表わし、ベクトルの方向がずれの方向を、ベクトルの長さがずれの大きさを表わしている。 δ_i は関節の向いている方向がどれだけ回転しているかを表わし、ベクトルの方向が回転軸を、ベクトルの長さが回転角を表わす。これにより、関節においてリンク間に作用する力の着点もずれる。このずれを u_i で表現することにする。

この変形により、座標系の原点も剛体モデルの場合と比べてずれることになる。したがって、Denavit-Hartenberg 記法をそのままの形で用いることはできない。そこで、ここでは座標系 Σ_i の原点 O_i をリンク i の関節 $i+1$ の中心に固定することにする。座標軸のうち、 z 軸は変形がない場合の回転軸方向にとることとし、 x, y 軸は座標系間の関係式が簡単な形になるように適当な方向にとることにする。

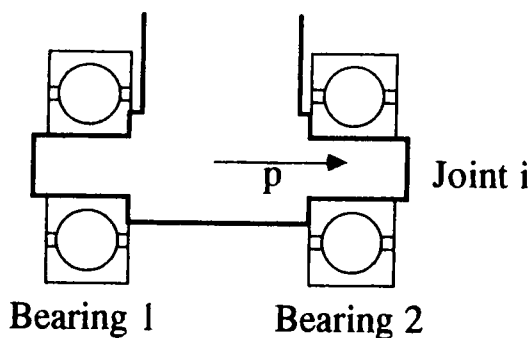


(a) Before Deformation

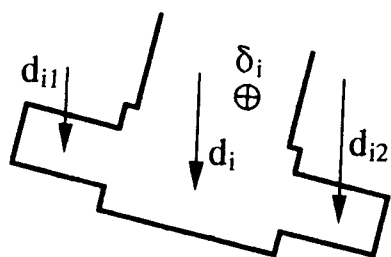


(b) After Deformation

☒ 7.2 Joint Deformation Model



(a) Before Deformation



(b) After Deformation

図 7.3 Joint Structure of Typical Manipulator

この関節変形のモデル及びその表現法を「関節変形モデル」と呼ぶことにする。

図 7.3 は代表的なマニピュレータの関節構造を示したものである。ここで軸受 1 と軸受 2 が d_{i1} , d_{i2} だけ変形したとすると、並進変形ベクトル d_i と回転変形ベクトル δ_i は

$$d_i = \frac{d_{i1} + d_{i2}}{2} \quad (7.1)$$

$$\delta_i = \frac{\mathbf{p} \times (d_{i2} - d_i)}{\|\mathbf{p} \times (d_{i2} - d_i)\|} \cdot \frac{\|d_{i2}\|}{\|\mathbf{p}\|} \quad (7.2)$$

となる。また、歯車等の変形は δ_i の z 成分として表わすことができる。このように、関節変形モデルによれば、ねじれ方向の変形も含めた任意の関節部の変形を d_i , δ_i の 2 つの変形ベクトルで表現することができる。

7.3 運動方程式

関節の変形を考慮すると、マニピュレータの運動方程式は剛体モデルの場合 [75] とは異なってくる。本節では、関節変形モデルに基づき、 n 自由度開リンクマニピュレータの運動方程式を定式化する。あとで述べるシミュレーション計算アルゴリズムが効率的になるような式の形を得るために、ここでは Newton-Euler 運動方程式に基づいて定式化を行なう [83]。

7.3.1 運動学

境界条件

ベース座標系 Σ_0 の慣性座標系に対する速度 v_0 、加速度 \dot{v}_0 、角速度 ω_0 、角加速度 $\dot{\omega}_0$ はすべて 0 である。しかし、重力を式の上で簡単に取り扱うために、マニピュレータ全体が重力と逆の方向に重力加速度 g の等加速度運動をしていると考えることにする。すると、マニピュレータのベースの運動は

$$\omega_0 = \dot{\omega}_0 = v_0 = 0, \dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

と表わすことができる。

座標系の角速度の関係

座標系 Σ_{i+1} は、座標系 Σ_i に対して、関節 $i+1$ に取り付けられたアクチュエータによる関節速度 \dot{q}_{i+1} と関節 $i+1$ の回転変形速度 $\dot{\delta}_{i+1}$ により回転運動を行なう。関節の回転軸は回転変形のために本来の方向 z_i から $\delta_{i+1} \times z_i$ だけずれ、 $z_i + \delta_{i+1} \times z_i$ の方向となっている。したがって、となりあう座標系間の角速度の関係は、

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \dot{\delta}_{i+1} + \frac{z_i + \delta_{i+1} \times z_i}{\|z_i + \delta_{i+1} \times z_i\|} \dot{q}_{i+1} \quad (7.4)$$

と表わすことができる。

回転変形 δ_{i+1} は一般には微小であると考えられるため、 δ_{i+1} の 2 次以上の項を無視すれば、上式は、

$$\omega_{i+1} = \omega_i + \dot{\delta}_{i+1} + (z_i + \delta_{i+1} \times z_i) \dot{q}_{i+1} \quad (7.5)$$

と変形できる。

座標系の角加速度の関係

となりあう座標系間の角加速度の関係は、式(7.4)を時間微分することにより、

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_{i+1} = & \dot{\omega}_i + \ddot{\delta}_{i+1} + \frac{z_i + \delta_{i+1} \times z_i}{\|z_i + \delta_{i+1} \times z_i\|} \ddot{q}_{i+1} \\ & + \frac{(\omega_i + 2\dot{\delta}_{i+1}) \times z_i + \delta_{i+1} \times \{(\omega_i + \dot{\delta}_{i+1}) \times z_i\}}{\|z_i + \delta_{i+1} \times z_i\|} \dot{q}_{i+1} \\ & - \frac{(z_i + \delta_{i+1} \times z_i)[(\delta_{i+1} \times z_i)\{\dot{\delta}_{i+1} \times z_i + \delta_{i+1} \times ((\omega_i + \dot{\delta}_{i+1}) \times z_i)\}]}{\|z_i + \delta_{i+1} \times z_i\|^3} \dot{q}_{i+1}\end{aligned}\quad (7.6)$$

となる。

δ_{i+1} の2次以上の項や $\delta_{i+1} \times \dot{\delta}_{i+1}$ の項を微小であるとして省略すると、上式は、

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_{i+1} = & \dot{\omega}_i + \ddot{\delta}_{i+1} + (z_i + \delta_{i+1} \times z_i) \ddot{q}_{i+1} \\ & + [(\omega_i + 2\dot{\delta}_{i+1}) \times z_i + \delta_{i+1} \times (\omega_i \times z_i)] \dot{q}_{i+1}\end{aligned}\quad (7.7)$$

と変形できる。

座標系の並進速度の関係

座標系 Σ_{i+1} の座標系 Σ_i に対する並進速度は、関節 $i+1$ における並進変形速度 \dot{d}_{i+1} と座標系 Σ_{i+1} 自身の回転角速度 ω_{i+1} によりきまる。したがって、 Σ_i の原点から Σ_{i+1} の原点へ向かうベクトルを p_{i+1}^* とすれば、

$$v_{i+1} = v_i + \dot{d}_{i+1} + \omega_{i+1} \times p_{i+1}^* \quad (7.8)$$

となる。

座標系の並進加速度の関係

となりあう座標系間の並進加速度の関係は式(7.8)を時間微分することによって得られ、

$$\dot{v}_{i+1} = \dot{v}_i + \ddot{d}_{i+1} + \dot{\omega}_{i+1} \times p_{i+1}^* + \omega_{i+1} \times (\omega_{i+1} \times p_{i+1}^*) \quad (7.9)$$

となる。

リンク重心の並進速度

リンク i の重心の並進速度 \hat{v}_i は、座標系の並進速度 v_i に座標系の回転角速度 ω_i によって生じる並進速度を加えたものであり、 Σ_i 原点から重心にいたるベクトルを \hat{s}_i とすれば、

$$\hat{v}_i = \omega_i \times \hat{s}_i + v_i \quad (7.10)$$

となる。

リンク重心の並進加速度

リンク i 重心の並進加速度 $\dot{\hat{v}}_i$ は式 (7.10) を時間微分することにより得られ、

$$\dot{\hat{v}}_i = \dot{\omega}_i \times \hat{s}_i + \omega_i \times (\omega_i \times \hat{s}_i) + \dot{v}_i \quad (7.11)$$

となる。

7.3.2 動力学

境界条件

エンドエフェクタが対象物に対して発生する力 f_H とモーメント n_H はリンク n が仮想的なリンク $n+1$ に及ぼす力 f_{n+1} とモーメント n_{n+1} であると便宜上考えることにより、

$$f_{n+1} = f_H, \quad n_{n+1} = n_H \quad (7.12)$$

とすることができる。この操作により、エンドエフェクタにかかる力とモーメントをリンク間に働く力やモーメントと同等に取り扱うことが可能になる。

回転運動の運動方程式

剛体の回転運動を支配するオイラー運動方程式をリンク i に適用すると、

$$N_i = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i) \quad (7.13)$$

となる。ここで、 N_i はリンク i にかかるモーメントの総和、 I_i はリンク i の慣性テンソルである。

並進運動の運動方程式

剛体の並進運動を支配するニュートン運動方程式をリンク i に適用すると、

$$F_i = m_i \dot{v}_i \quad (7.14)$$

となる。ここで、 F_i はリンク i に働く力の総和、 m_i はリンク i の質量である。

リンクに働く力の総和

リンク i に働く力の総和は、リンク $i-1$ がリンク i に及ぼす力を f_i とすると、

$$f_i = f_{i+1} + F_i \quad (7.15)$$

である。

リンクに働くモーメントの総和

リンク i に働くモーメントの総和は、リンク $i-1$ がリンク i に及ぼすモーメントを n_i とすると、

$$\begin{aligned} N_i = n_i - n_{i+1} + (-\hat{s}_i + u_{i+1}) \times (-f_{i+1}) \\ + (-\hat{s}_i - p_i^* - d_i + u_i) \times f_i \end{aligned} \quad (7.16)$$

となる。

着力点が力の働く方向に変位すると仮定し、式 (7.15) を用いることにより、上式は、

$$N_i = n_i - n_{i+1} - \hat{s}_i \times F_i - (p_i^* + d_i) \times f_i \quad (7.17)$$

と変形できる。

アクチュエータトルク

アクチュエータが必要とするトルクは、関節に働くモーメントの回転軸方向成分とアクチュエータ軸に存在する粘性抵抗であるから、減速比を a_i とすれば、

$$\tau_i = \frac{n_i^T z_{i-1}}{a_i} + b_i a_i \dot{q}_i \quad (7.18)$$

となる。

7.3.3 関節部のモデル

変形と力との関係

となりあうリンク間に働く力はそれらを連結する関節の並進変形により伝達されると考えることができる。したがって、関節の変形とリンク間に働く力との関係は、一般に、

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_i(\mathbf{d}_i, \dot{\mathbf{d}}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{d}_i) \quad (7.19)$$

の形の関係式で表わすことができる。

関節の変形は具体的には軸受やその周囲の機構の変形である。この変形と力との関係がヒステリシスや非線形特性を無視でき、線形近似できるとするならば、剛性行列 \bar{K}_i と粘性行列 \bar{B}_i を用いることにより、この関係は

$$\mathbf{f}_i = -\bar{K}_i \mathbf{d}_i - \bar{B}_i(\dot{\mathbf{d}}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{d}_i) \quad (7.20)$$

のように表わすことができる。 $\dot{\mathbf{d}}_i$ は関係するリンクと関節の全体が回転することによる成分を含んでいるため、粘性により働く力を求めるためには、 $\boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \mathbf{d}_i$ を差し引く必要がある。

変形とモーメントとの関係

力の場合と同様に、隣合うリンク間に働くモーメントはそれらを連結する関節の回転変形によって伝えられると考えられる。したがって、変形とモーメントとの関係は

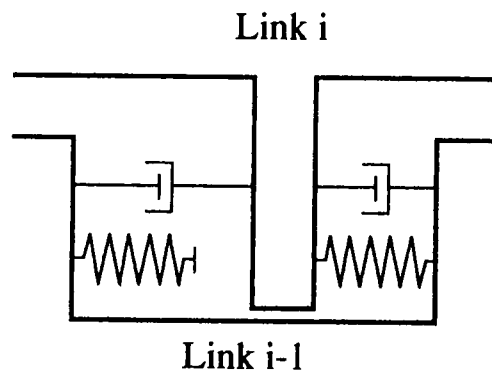
$$\mathbf{n}_i = \mathbf{n}_i(\boldsymbol{\delta}_i, \dot{\boldsymbol{\delta}}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \boldsymbol{\delta}_i) \quad (7.21)$$

の形の関係で表わすことができる。

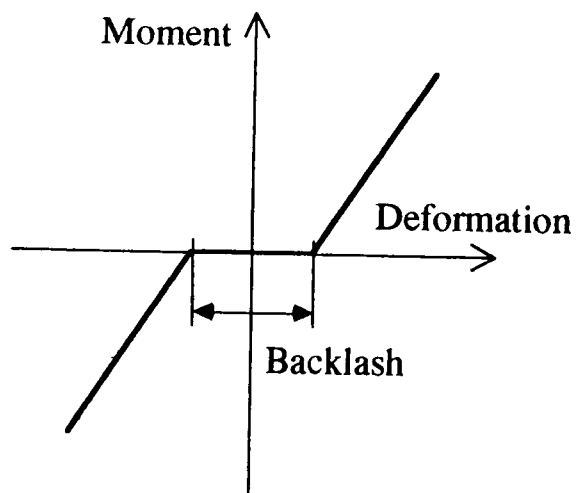
この関係のうち、回転軸方向の成分は、歯車や軸の変形およびバックラッシュにより決まる。これを図 7.4 (a) のようなすきまのあるばね-ダッシュポットモデルで近似すると、変形量とモーメントの大きさとの静的な関係は (b) のようになる。また、回転軸方向以外の成分は、軸受やその周囲の機構の変形により決まる。これを剛性行列と粘性行列を用いた線形関係式で近似すれば、

$$\mathbf{n}_i = \begin{cases} -K_i(\boldsymbol{\delta}_i - \mathbf{b}_i) - B_i(\dot{\boldsymbol{\delta}}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \boldsymbol{\delta}_i) & (\text{if } \boldsymbol{\delta}_i^T \mathbf{z}_{i-1} > \mathbf{b}_i^T \mathbf{z}_{i-1}) \\ -B_i(\dot{\boldsymbol{\delta}}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \boldsymbol{\delta}_i) & (\text{if } \mathbf{b}_i^T \mathbf{z}_{i-1} \geq \boldsymbol{\delta}_i^T \mathbf{z}_{i-1} \geq -\mathbf{b}_i^T \mathbf{z}_{i-1}) \\ -K_i(\boldsymbol{\delta}_i + \mathbf{b}_i) - B_i(\dot{\boldsymbol{\delta}}_i - \boldsymbol{\omega}_{i-1} \times \boldsymbol{\delta}_i) & (\text{if } -\mathbf{b}_i^T \mathbf{z}_{i-1} > \boldsymbol{\delta}_i^T \mathbf{z}_{i-1}) \end{cases} \quad (7.22)$$

と表わすことができる。ここで、 \mathbf{b}_i はバックラッシュの存在する方向と大きさを表わすベクトルである。



(a) Spring-Dashpot System with Clearance



(b) Relation of Moment to Deformation

☒ 7.4 Backlash Model

7.3.4 回転変換行列

各座標系間の回転変換行列 A_i^k は関節の変形により影響を受け、

$$A_i^k = \bar{A}_i^{i-1}(\Delta_i + E_3)\bar{A}_{i-1}^{i-2}(\Delta_{i-1} + E_3)\cdots\bar{A}_{k+1}^k(\Delta_{k+1} + E_3) \quad (k < i) \quad (7.23)$$

となる。ここで、 \bar{A}_i^{i-1} は変形が存在しないときの座標系 Σ_{i-1} から Σ_i への回転変換行列、 E_3 は 3×3 の単位行列、 Δ_j は回転変形の行列表現であり、

$$\Delta_j \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} 0 & -\delta_{jz} & \delta_{jy} \\ \delta_{jz} & 0 & -\delta_{jx} \\ -\delta_{jy} & \delta_{jx} & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \delta_{jx} \\ \delta_{jy} \\ \delta_{jz} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} A_{j-1}^0 \delta_j \quad (7.24)$$

である。

この式は

$$A_i^k = \bar{A}_i^k + \sum_{j=k+1}^i \bar{A}_i^{j-1} \Delta_j \bar{A}_{j-1}^k + \mathcal{O}(\delta^2) \quad (7.25)$$

のように変形することもできる。この第2項以降が変形が回転変換行列に及ぼした影響に関する項である。

7.3.5 位置決め誤差

エンドエフェクタの位置 h は次式により計算することができる。

$$h = \sum_{i=1}^n (p_i^* + d_i) \quad (7.26)$$

したがって、エンドエフェクタの位置決め誤差 e は、目標位置を h_r とすれば、

$$e = h - h_r \quad (7.27)$$

により計算することができる。

ところが、アクチュエータに取り付けられたポテンショメータやエンコーダなどの内界センサでは h は測定できない。これらにより測定される関節から求めることができるエンドエフェクタの位置 \tilde{h} は、

$$\tilde{h} = \sum_{i=1}^n p_i^* \quad (7.28)$$

であるから、ロボットが外界センサを使わずに知ることができるエンドエフェクタの位置決め誤差 \tilde{e} は

$$\tilde{e} = \tilde{h} - h_r \quad (7.29)$$

となり、実際に生じる位置決め誤差と比べて、 $h - \bar{h}$ の違いを生じていることがわかる。

マニピュレータの動作が高速化するにつれ、この差が大きくなり、ワークを予期しない場所へ接触させる可能性が大きくなる。これを避けるためには、オフラインティーチング時に位置決め誤差の推定を行なっておくことが重要である。

7.4 逆動力学問題の解法

ここでは、上で述べた方程式を用いて、効率的に振動を含むマニピュレータの逆動力学問題を解くアルゴリズムについて述べる。ここで言う逆動力学問題とは、マニピュレータに与えられた動作軌道を元にして、アクチュエータが必要とするトルクと各関節における変形量を求める問題である。

7.4.1 運動方程式の座標変換

前節で述べた運動方程式を、各座標系に固定された値 (例えば、慣性テンソル、重心の位置ベクトルなど) が定数となるように座標変換を行なう。これによりあとで述べるアルゴリズムにおける計算を効率化することができる。各方程式の両辺に式 (7.23) の座標変換行列をかけることにより、次のように座標変換する。

$${}^0\omega_0 = {}^0\dot{\omega}_0 = {}^0v_0 = 0, \quad {}^0\dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (7.30)$$

$${}^i\omega_i = A_i^{i-1}({}^{i-1}\omega_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\delta}_i + ({}^{i-1}z_{i-1} + {}^{i-1}\delta_i \times {}^{i-1}z_{i-1})\dot{q}_i) \quad (7.31)$$

$$\begin{aligned} {}^{i-1}\ddot{\delta}_i &= A_{i-1}^i \dot{\omega}_i - {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} - ({}^{i-1}z_{i-1} + {}^{i-1}\delta_i \times {}^{i-1}z_{i-1})\ddot{q}_i \\ &\quad - \{({}^{i-1}\omega_{i-1} + 2{}^{i-1}\dot{\delta}_i) \times {}^{i-1}z_{i-1} + {}^{i-1}\delta_i \times ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}z_{i-1})\}\dot{q}_i \end{aligned} \quad (7.32)$$

$${}^i v_i = A_i^{i-1}({}^{i-1}v_{i-1} + {}^{i-1}\dot{d}_i) + {}^i\omega_i \times {}^i p_i^* \quad (7.33)$$

$${}^{i-1}\ddot{d}_i = A_{i-1}^i \{ {}^i\dot{v}_i - {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i p_i^* - {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i p_i^*) \} - {}^{i-1}\dot{v}_{i-1} \quad (7.34)$$

$${}^i\dot{v}_i = {}^i\omega_i \times {}^i\hat{s}_i + {}^i v_i \quad (7.35)$$

$${}^i\ddot{v}_i = {}^i\dot{v}_i - {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i\hat{s}_i - {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i\hat{s}_i) \quad (7.36)$$

$${}^n f_{n+1} = A_n^0 f_H, \quad {}^n n_{n+1} = A_n^0 n_H \quad (7.37)$$

$${}^i\dot{\omega}_i = {}^i I_i^{-1} \{ {}^i N_i - {}^i\omega_i \times ({}^i I_i {}^i\omega_i) \} \quad (7.38)$$

$${}^i\dot{v}_i = \frac{{}^i F_i}{m_i} \quad (7.39)$$

$${}^i F_i = {}^i f_i - A_i^{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} \quad (7.40)$$

$${}^n F_n = {}^n f_n - {}^n f_{n+1} \quad (7.41)$$

$${}^i N_i = {}^i n_i - A_i^{i+1} {}^{i+1} n_{i+1} - {}^i \hat{s}_i \times {}^i F_i - ({}^i p_i^* + A_i^{i-1} {}^{i-1} d_i) \times {}^i f_i \quad (7.42)$$

$${}^n N_n = {}^n n_n - {}^n n_{n+1} - {}^n \hat{s}_n \times {}^n F_n - ({}^n p_n^* + A_n^{n-1} {}^{n-1} d_n) \times {}^n f_n \quad (7.43)$$

$$\tau_i = {}^i n_i^T (A_i^{i-1} {}^{i-1} z_{i-1}) + b_i \dot{q}_i \quad (7.44)$$

$${}^i f_i = {}^i f_i(A_i^{i-1}, {}^{i-1} d_i, {}^{i-1} \dot{d}_i - {}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} d_i) \quad (7.45)$$

$${}^i f_i = -A_i^{i-1} ({}^{i-1} \bar{K}_i {}^{i-1} d_i + {}^{i-1} \bar{B}_i ({}^{i-1} \dot{d}_i - {}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} d_i)) \quad (7.46)$$

$${}^i n_i = {}^i n_i(A_i^{i-1}, {}^{i-1} \delta_i, {}^{i-1} \dot{\delta}_i - {}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} \delta_i) \quad (7.47)$$

$${}^i n_i = \begin{cases} -A_i^{i-1} ({}^{i-1} K_i ({}^{i-1} \delta_i - {}^{i-1} b_i) + {}^{i-1} B_i ({}^{i-1} \dot{\delta}_i - {}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} \delta_i)) \\ \quad (\text{if } ({}^{i-1} \delta_i)_z > ({}^{i-1} b_i)_z) \\ -A_i^{i-1} ({}^{i-1} B_i ({}^{i-1} \dot{\delta}_i - {}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} \delta_i)) \\ \quad (\text{if } ({}^{i-1} b_i)_z \geq ({}^{i-1} \delta_i)_z \geq -({}^{i-1} b_i)_z) \\ -A_i^{i-1} ({}^{i-1} K_i ({}^{i-1} \delta_i + {}^{i-1} b_i) + {}^{i-1} B_i ({}^{i-1} \dot{\delta}_i - {}^{i-1} \omega_{i-1} \times {}^{i-1} \delta_i)) \\ \quad (\text{if } -({}^{i-1} b_i)_z > ({}^{i-1} \delta_i)_z) \end{cases} \quad (7.48)$$

$${}^0 h = {}^0 d_1 + A_0^1 ({}^1 p_1^* + {}^1 d_2 + A_1^2 ({}^2 p_2^* + {}^2 d_3 + A_2^3 (\cdots + A_{n-1}^n {}^n p_n^*) \cdots)) \quad (7.49)$$

$${}^0 e = {}^0 h - {}^0 h_r \quad (7.50)$$

$${}^0 \bar{h} = \bar{A}_0^1 ({}^1 p_1^* + \bar{A}_1^2 ({}^2 p_2^* + \bar{A}_2^3 (\cdots + \bar{A}_{n-1}^n {}^n p_n^*) \cdots)) \quad (7.51)$$

$${}^0 \bar{e} = {}^0 \bar{h} - {}^0 h_r \quad (7.52)$$

ただし、上の式の中で、

$${}^i z_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad {}^{i-1} \delta_i = A_{i-1}^0 \delta_i \quad (7.53)$$

である。

7.4.2 逆動力学問題を解くためのアルゴリズム

ある時刻における並進変形 ${}^{i-1} d_i$ と回転変形 ${}^{i-1} \delta_i$ およびその速度 ${}^{i-1} \dot{d}_i$, ${}^{i-1} \dot{\delta}_i$ がわかっているとき、その時刻におけるアクチュエータトルク τ_i および変形加速度 ${}^{i-1} \ddot{d}_i$, ${}^{i-1} \ddot{\delta}_i$ をつぎのアルゴリズムによって計算することができる。

1. リンクの回転角速度 ${}^i \omega_i$ を、式 (7.31) を用いて、リンク 1 から n の順に求める。

2. 関節に働く力 ${}^i f_i$ とモーメント ${}^i n_i$ を、式 (7.46)、式 (7.48) (または、式 (7.45)、式 (7.47)) および式 (7.37) を用いて、関節 1 から n の順番に求める。
3. アクチュエータトルク τ_i を、式 (7.44) を用いて、関節 1 から n の順番に求める。
4. リンク全体に働く力 ${}^i F_i$ とモーメント ${}^i N_i$ を、式 (7.40)、式 (7.42)、および、式 (7.41)、式 (7.43) を用いて、リンク 1 から n の順に求める。
5. リンクの重心の加速度 ${}^i \ddot{v}_i$ を、式 (7.39) を用いて、リンク 1 から n の順に求める。
6. リンクの並進速度 ${}^i \dot{v}_i$ を、式 (7.33) を用いて、リンク 1 から n の順に求める。
7. リンクの回転角加速度 ${}^i \ddot{\omega}_i$ を、式 (7.38) を用いて、リンク 1 から n の順に求める。
8. リンクの並進加速度 ${}^i \ddot{v}_i$ を、式 (7.36) を用いて、リンク 1 から n の順に求める。
9. 並進変形加速度 ${}^{i-1} \ddot{d}_i$ と回転変形角加速度 ${}^{i-1} \ddot{\delta}_i$ を、式 (7.34) と式 (7.32) を用いて、関節 1 から n の順に求める。

このアルゴリズムの計算手順、計算により得られる値との関係を図 7.5 に示す。以上のアルゴリズムにより、ある時刻におけるアクチュエータのトルク及び関節の変形を計算することができる。また、必要に応じてエンドエフェクタの位置 ${}^0 h$ 、位置決め誤差 ${}^0 e$ 、内界センサから推定されるエンドエフェクタの位置 ${}^0 \bar{h}$ 、位置決め誤差 ${}^0 \bar{e}$ を式 (7.49)、式 (7.50)、式 (7.51)、式 (7.52) により計算することができる。

明らかに計算量はリンクの数に比例して増加する。表 7.1 は、本アルゴリズムが要する計算量と剛体モデルの逆動力学を解くための Luh のアルゴリズム [75] が必要とする計算量を比較したものである。本アルゴリズムは変形も考慮にいられて逆動力学を解くにもかかわらず、6 自由度マニピュレータの場合で 1.6 倍程度の計算量しか必要としていない。さらに、計算式間の依存性が少ないために複数の CPU による並列計算にきわめて有利である。Luh のアルゴリズムは強い計算順序に関する依存性をもっているため、並列計算には不利である。そのため、並列計算が行なえる場合には、剛体モデルのシミュレーションよりも本アルゴリズムによる弾性を考慮したシミュレーションの方が高速に計算が行える可能性がある。これらの利点が生じる理由は、個々のリンクの運動を独立に計算しているためであり、本アルゴリズムの特徴となっている。

連続時間におけるトルクの変化や振動のような変形の変化の様子を計算するためには、Runge-Kutta 法のような常微分方程式の数値解法を用いる必要がある。積分すべき値は変形加速度 $\ddot{\delta}_i, \ddot{d}_i$ 、変形速度 $\dot{\delta}_i, \dot{d}_i$ である。ただし、運動方程式は慣性座標系での運動方程式を各リンク座標系に変換して得られたものであるから、変形加速度・速度は慣性座標系で時間微分された値となっている。したがって、慣性座標系に変換して積分する必要があることに注意しなければならない。

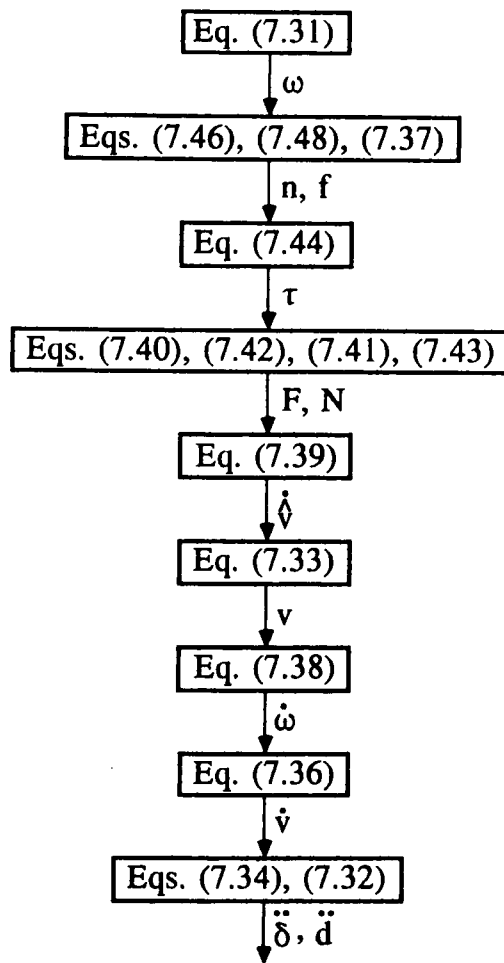


図 7.5 Algorithm for Inverse Dynamics Problem

	n -DOF Manipulator		6-DOF Manipulator	
	+	×	+	×
Luh's Algorithm for Rigid-Body Manipulators	$137n - 22$	$101n - 11$	800	595
The Proposed Algorithm	$212n - 6$	$192n - 12$	1266	1140

表 7.1 Computational Complexity of Algorithm for Inverse Dynamics Problem

Runge-Kutta 法により数値積分を行なう場合には、最も短い固有周期よりも十分に短い時間刻み幅で計算しなければならない。一般に剛体モデルの場合と比べて固有周期はかなり短くなるため、全体としてのシミュレーション計算時間は長いものになってしまう。計算時間を短くするためには、Newmark の β 法のような 2 次振動系のための数値計算法を用いれば、シミュレーションを短時間で済ませることができる [84]。

7.4.3 初期変形を求めるためのアルゴリズム

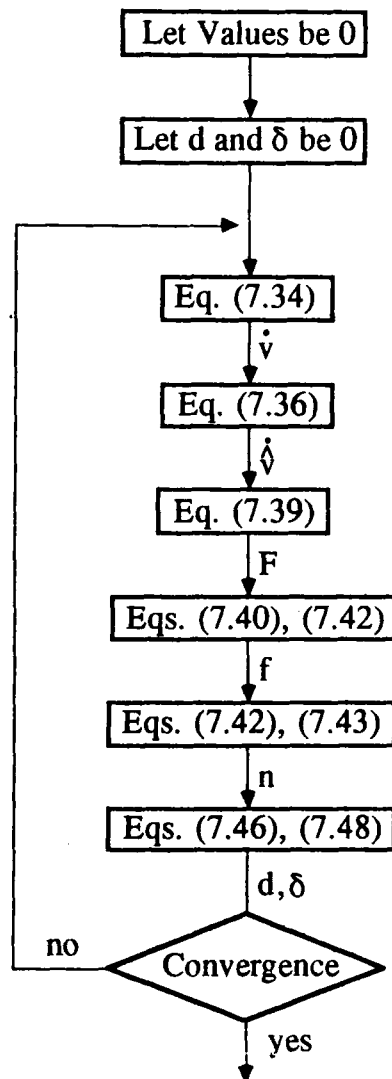
次のアルゴリズムにより、各関節の初期変形量を求めることができる。

1. ${}^{i-1}\delta_i$, ${}^{i-1}\dot{\delta}_i$, ${}^{i-1}d_i$, ${}^{i-1}\dot{d}_i$, ${}^i\omega_i$, ${}^i\dot{\omega}_i$, ${}^i v_i$, ${}^i N_i$ をそれぞれ 0 とし、 \dot{q}_i , \ddot{q}_i を 0 とする。
2. 回転変形 ${}^{i-1}\delta_i$ と並進変形 ${}^{i-1}d_i$ を 0 と仮定する。
3. リンクの並進加速度 ${}^i\dot{v}_i$ を、式 (7.34) を用いて、リンク 1 から n の順に計算する。
4. リンク重心の並進加速度 ${}^i\ddot{v}_i$ を、式 (7.36) を用いて、リンク 1 から n の順に計算する。
5. リンクに働く力 ${}^i F_i$ を、式 (7.39) を用いて、リンク 1 から n の順に計算する。
6. 関節に働く力 ${}^i f_i$ を、式 (7.40) および式 (7.41) を用いて、リンク n から 1 の順に計算する。
7. 関節に働くモーメント ${}^i n_i$ を、式 (7.42) および式 (7.43) を用いて、リンク n から 1 の順に計算する。
8. 並進変形 ${}^{i-1}d_i$ および回転変形 ${}^{i-1}\delta_i$ を、式 (7.46) および式 (7.48) (または、式 (7.45) および式 (7.47)) を用いて、リンク 1 から n の順に計算する。
9. ステップ 3 から 8 を変形量 ${}^{i-1}d_i$ と ${}^{i-1}\delta_i$ が収束するまで繰り返す。

このアルゴリズムの手順および計算により得られる値との関係を図 7.6 に示す。

変形 ${}^{i-1}d_i$ と ${}^{i-1}\delta_i$ により各ステップで起きる姿勢の変化は微小であるから、関節の伝動系におけるバックラッシュが無い場合には、上記のアルゴリズムの収束性は明らかに保証されている。実際に初期変形を求めたすべての姿勢において 3 回以内の繰り返し計算により収束している。初期変形ははじめに 1 回だけ求めればよいため、これで十分であると考えられる。

バックラッシュがある場合には、収束しない場合が存在する。これはバックラッシュのために関節角が一意に決まらない場合である。たとえば、関節にバックラッシュを有する 1 自由度のマニピュレータにおいて、アームを鉛直に立てた場合がこの状態に相当する。このときには、重力と釣り合う安定な姿勢が 2 つ存在し、関節角の値を一意に決めることはできない。しかしながら、実際のマニピュレータにおいても姿勢が正確に決まらないため、このような初期姿勢をとること自体が適切でなく、軌道計画時に避けるべきであろう。ま



☒ 7.6 Algorithm for Initial Deformation Problem

Link (Joint) No.		1	2	3	4	5	6
Mass (kg)		116	50	20	10	3	1
Moment of Inertia (kg·m ²)	x	24.4	1	0.23	0.05	0.02	0.003
	y	5.2	2.54	0.38	0.1	0.02	0.003
	z	24.4	2.54	0.38	0.1	0.02	0.05
Translational Stiffness (10 ⁶ N·m)	x	16.5	12.6	7.9	5.68	2.32	1.01
	y	16.5	12.6	7.9	5.68	2.32	1.01
	z	16.5	12.6	7.9	5.68	2.32	1.01
Rotational Stiffness (10 ⁴ N·m/rad)	x	154	36.1	9.58	3.95	1.00	0.26
	y	154	36.1	9.58	3.95	1.00	0.26
	z	154	36.1	9.58	3.95	1.00	0.26
Translational Damping (10 ² N·sec/m)	x	309	140	50	20	37.3	14.2
	y	309	140	50	20	37.3	14.2
	z	309	140	50	20	37.3	14.2
Rotational Damping (10N·sec·m/rad)	x	550	54.4	8.1	1.7	0.19	0.04
	y	550	54.4	8.1	1.7	0.19	0.04
	z	550	54.4	8.1	1.7	0.19	0.04

表 7.2 Parameters of Simulated Manipulator

た、一般にはバックラッシュの角度はきわめて小さく、収束しない姿勢はきわめて少ないため、実用上はほとんど問題とされないと考えられる。

なお、関節における力とモーメントが単に関節変形のみによって決まらない場合や、力とモーメントを ${}^{i-1}\delta_i$ と ${}^{i-1}d_i$ の陽関数として表わすことができない場合には、ステップ 6 と 7 において ${}^i f_i$ と ${}^i n_i$ を求めることができないため、このアルゴリズムを適用することはできない。

以上述べた 2 つのアルゴリズムを用いることにより、振動を含む逆動力学シミュレーションを行なうことができる。

7.5 6 自由度マニピュレータへの適用

本節では、図 7.7 に示す 6 自由度マニピュレータにこれらのアルゴリズムを適用し、逆動

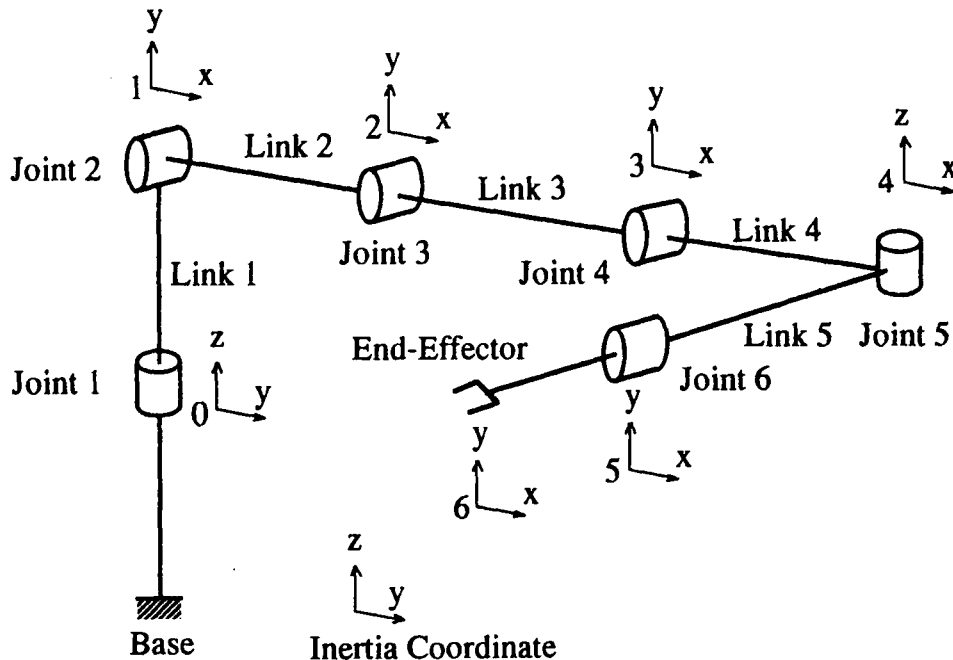
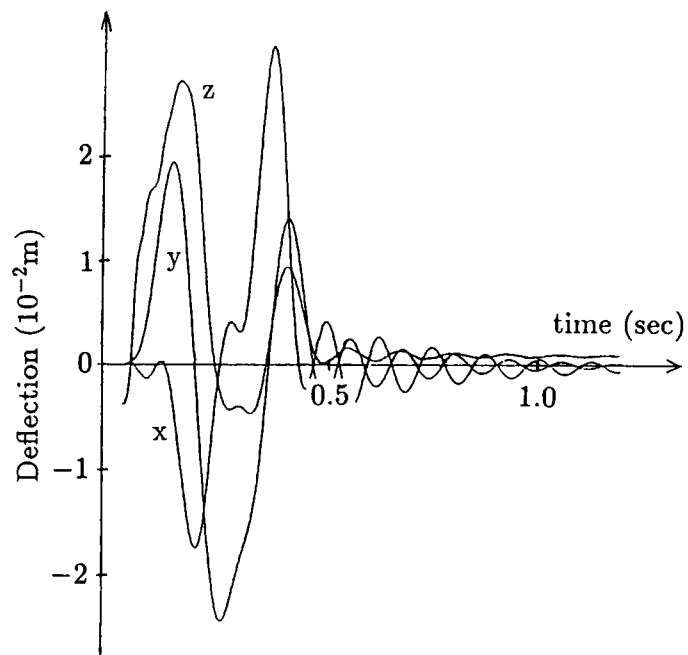


図 7.7 6-Degree-of-Freedom Manipulator

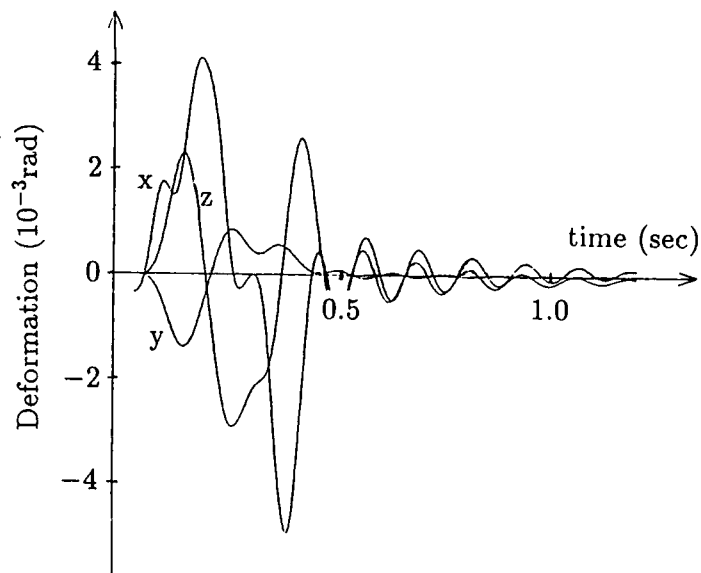
力学シミュレーションを行なった例について述べる。このマニピュレータの力学パラメータを表 7.2 に示す。ここでは、トルク変化と変形量の変化を計算するための積分法として、4 次の Runge-Kutta 法を用いた。このマニピュレータの最も高い固有振動数は 110Hz であり、シミュレーションにあたっての時間刻み幅は 0.05msec とした。Newmark の β 法を用いれば、刻み幅を 1msec まで大きくとることができる。

図 7.8 は、バックラッシュのないマニピュレータに 2 次加速度曲線を与えた場合の、エンドエフェクタの位置決め誤差、関節 1 における回転変形、アクチュエータトルクの変化を示したものである。加速は 0 ~ 0.24sec、減速は 0.26 ~ 0.5sec の間で行なった。図から、加減速時に大きな位置決め誤差が生じ、その後、残留振動が残っていることがわかる。また、アクチュエータはアームを加減速するために大きなトルクを必要とし、その後も振動から受ける慣性力を抑えるためのトルクを必要としていることがわかる。このように、本手法を用いればアクチュエータ軸の運動を元にして、各関節の変形量、振動の様子、アクチュエータが必要とするトルクなどを求めることができる。

図 7.9 と図 7.10 はそれぞれ Bang-Bang 加速度曲線と 1 次加速度曲線を与えた場合のエ

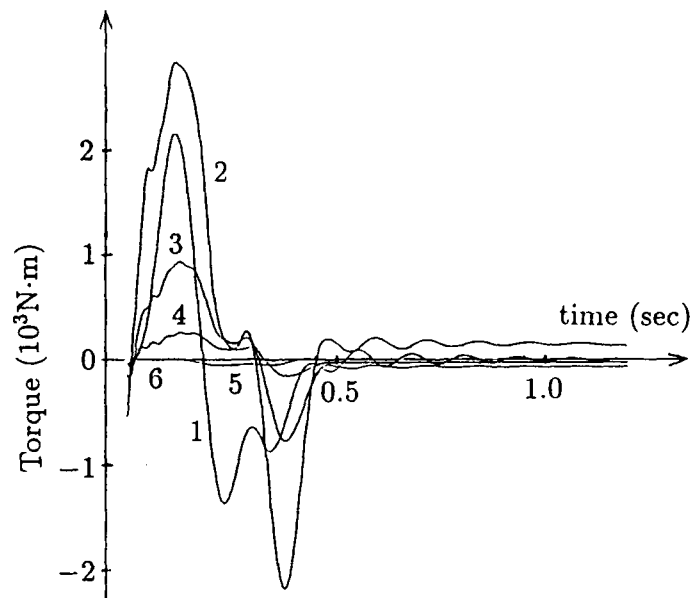


(a) Error at End-Effector



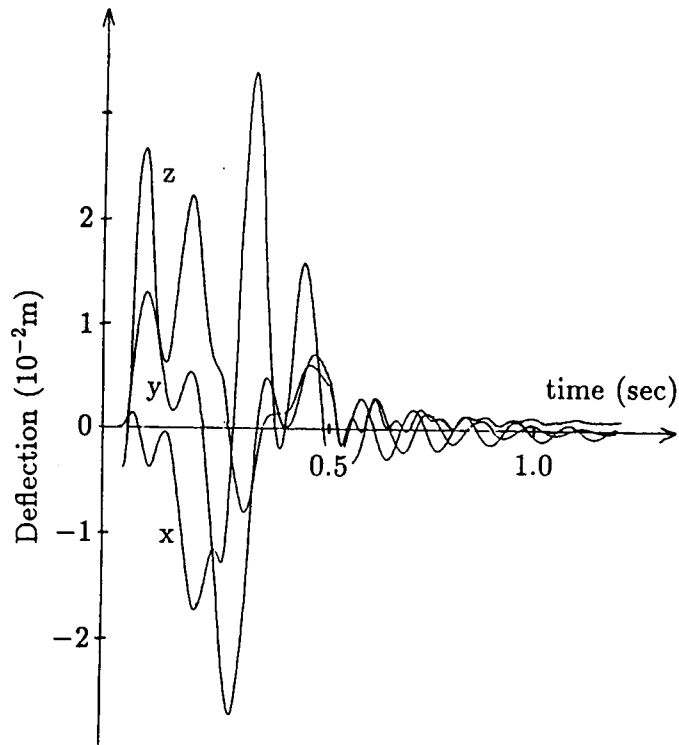
(b) Rotational Deformation of Joint 1

☒ 7.8 Simulation Results under 2nd-degree Acceleration Curve (Continued)

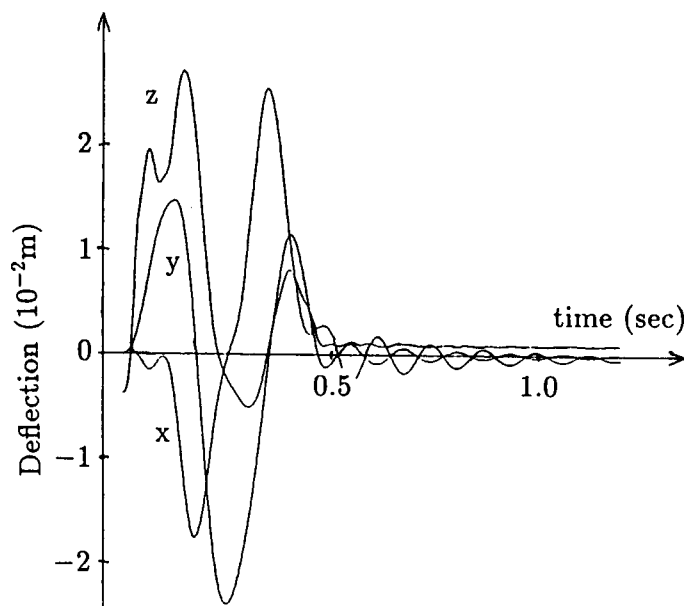


(c) Torque Curve

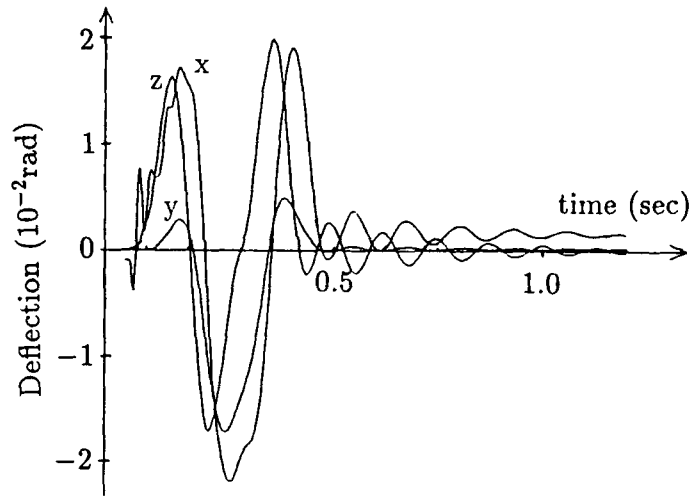
☒ 7.8 Simulation Results under 2nd-degree Acceleration Curve



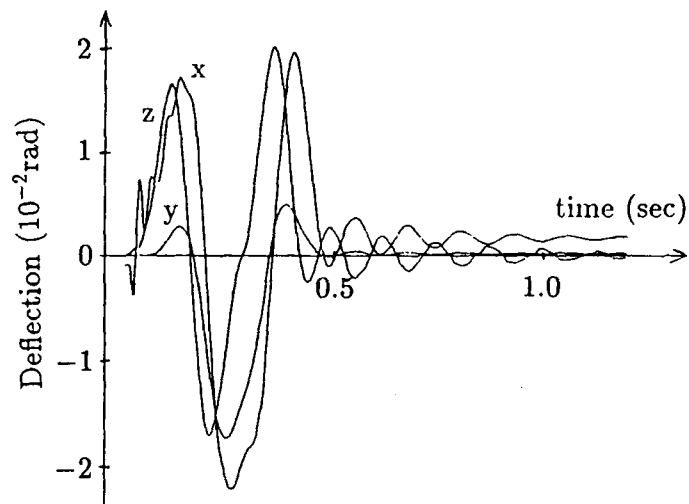
☒ 7.9 Error at End-Effector under Bang-Bang Acceleration Curve



☒ 7.10 Error at End-Effector under Triangular Acceleration Curve



(a) No Backlash

(b) Backlash: 1×10^{-4} rad

☒ 7.11 Orientation Error at End-Effector of Manipulator with Backlashes (Continued)

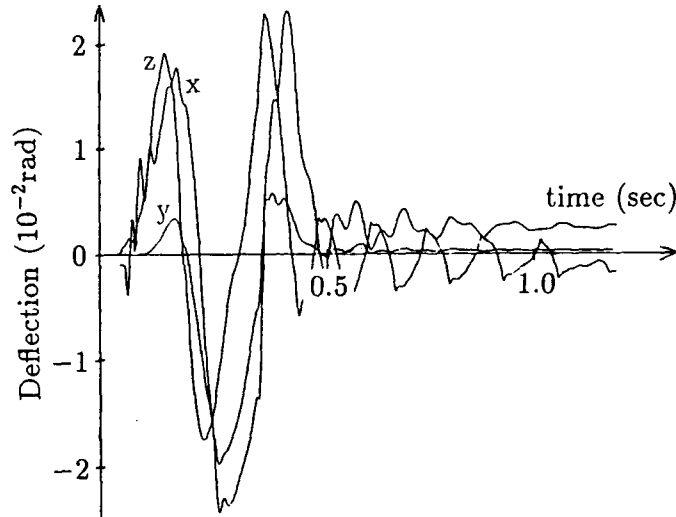
(c) Backlash: 1×10^{-3} rad

図 7.11 Orientation Error at End-Effector of Manipulator with Backlashes

ンドエフェクタにおける位置決め誤差を計算した結果である。図 7.8 と比較すれば、加速度曲線が高次になるほど振動曲線が滑らかになっていることがわかる。Bang-Bang 加速度曲線では、振幅が大きく、残留振動が長く残っている。それに対して、1 次加速度曲線では、振幅や振動の残留時間は 2 次加速度曲線とそれほど変わらない。これは、2 次加速度曲線では同じ時間で目標姿勢を実現するためには加速度の大きさが大きくなるためであると考えられる。

図 7.11 はバックラッシュのあるマニピュレータに対して本手法を適用したときのエンドエフェクタにおける姿勢の誤差の変化を示したものである。バックラッシュが大きくなるにしたがって、振動波形が三角波状になり、振動の高周波成分が増えていることがわかる。

7.6 まとめ

本章では、関節部の弾性が振動の主原因であるマニピュレータを対象とし、逆動力学シミュレーションを行なうアルゴリズムについて述べた。

本方法は関節変形モデルにより関節における 6 自由度の弾性変形を取り扱うことができ、バックラッシュなどの非線形弾性特性を考慮して振動を含む逆動力学シミュレーションを

行なうことができる。Newton-Euler 運動方程式を用いた定式化により、本アルゴリズムは弾性変形を考慮しない逆動力学問題の解法と比べて 1.6 倍程度の計算量しか要しないという特徴をもっている。

6 自由度マニピュレータにこれを適用することにより、本方式を用いれば、各関節における変形量、振動の様子、アクチュエータトルクなどを推定することが可能であることを示した。また、Bang-Bang 加速度の代わりに 1 次加速度曲線、2 次加速度曲線を用いることにより振動の振幅や残留時間を小さくすることができること、減速機におけるバックラッシュが大きくなるにつれ振動波形の高周波成分が増加することが明らかになった。

第 8 章 順動力学シミュレーション

8.1 概要

本章では、関節変形モデルに基づく順動力学シミュレーション法について述べる [71]。このアルゴリズムによれば、バックラッシュ等の非線形弾性特性、制御系の特性などを考慮しながら、マニピュレータに生じる振動の様子をオフラインで見積ることができる。本アルゴリズムは、弾性変形を考慮しない順動力学問題の解法とほぼ同程度の計算量で振動のシミュレーションが行えるという特徴を持っている。PD 制御系で制御される 6 自由度マニピュレータに本方式を適用することにより、アクチュエータ軸に取り付けられた内界センサでは測定不可能な位置決め誤差が大きく、あらかじめ振動シミュレーションを行っておくことが重要であること、設計時に振動特性を考慮して必要な関節トルクを見積るべきであること、バックラッシュの大きさがアクチュエータトルクに大きく影響を与えることを示す。

8.2 マニピュレータのモデルと運動方程式

8.2.1 マニピュレータの運動方程式

第 7 章で述べたように、関節の剛性がアームの剛性に比べて低いマニピュレータを対象とし、関節変形モデルを用いることによりモデル化を行なう。後に述べる順動力学問題を解くアルゴリズムのために、前に述べた Newton-Euler 運動方程式を次のような形に変形する。ただし、第 7 章と同様に、関節変形 d_i , δ_i の 2 乗以上の項は微小であるとして省略した。

境界条件

$${}^0\omega_0 = {}^0\dot{\omega}_0 = {}^0v_0 = 0, \quad {}^0\dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (8.1)$$

リンクの回転角速度・角加速度の関係

$${}^i\omega_i = A_i^{i-1} [{}^{i-1}\omega_{i-1} + {}^{i-1}\dot{\delta}_i + ({}^{i-1}z_{i-1} + {}^{i-1}\delta_i \times {}^{i-1}z_{i-1})\dot{q}_i] \quad (8.2)$$

$$\begin{aligned} {}^{i-1}\ddot{\delta}_i &= A_{i-1}^{i-1} \dot{\omega}_i - [{}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1} + ({}^{i-1}z_{i-1} + {}^{i-1}\delta_i \times {}^{i-1}z_{i-1})\ddot{q}_i \\ &+ \{({}^{i-1}\omega_{i-1} + 2{}^{i-1}\dot{\delta}_i) \times {}^{i-1}z_{i-1} + {}^{i-1}\delta_i \times ({}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}z_{i-1})\} \dot{q}_i] \end{aligned} \quad (8.3)$$

リンクの並進速度・加速度の関係

$${}^i v_i = A_i^{i-1} ({}^{i-1}v_{i-1} + {}^{i-1}\dot{d}_i) + {}^i\omega_i \times {}^i p_i^* \quad (8.4)$$

$${}^{i-1}\ddot{d}_i = A_{i-1}^{i-1} [{}^i\dot{v}_i - \{ {}^i\dot{\omega}_i \times {}^i p_i^* + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i p_i^*) \}] - {}^{i-1}\dot{v}_{i-1} \quad (8.5)$$

重心の並進速度・加速度の関係

$${}^i\hat{v}_i = {}^i v_i + {}^i\omega_i \times {}^i\hat{s}_i \quad (8.6)$$

$${}^i\hat{\dot{v}}_i = {}^i\dot{\hat{v}}_i - [{}^i\dot{\omega}_i \times {}^i\hat{s}_i + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^i\hat{s}_i)] \quad (8.7)$$

Newton-Euler 運動方程式

$${}^i\dot{\omega}_i = {}^i I_i^{-1} [{}^i N_i - {}^i\omega_i \times ({}^i I_i {}^i\omega_i)] \quad (8.8)$$

$${}^i\dot{\hat{v}}_i = \frac{{}^i F_i}{m_i} \quad (8.9)$$

リンク力・モーメントと関節力・モーメントとの関係

$${}^i F_i = {}^i f_i - A_i^{i+1} {}^{i+1} f_{i+1} \quad (8.10)$$

$${}^n F_n = {}^n f_n - A_n^0 {}^0 f_H \quad (8.11)$$

$${}^i N_i = {}^i n_i - [{}^i\hat{s}_i \times {}^i F_i + ({}^i p_i^* + A_i^{i-1} {}^{i-1} d_i) \times {}^i f_i + A_i^{i+1} {}^{i+1} n_{i+1}] \quad (8.12)$$

$${}^n N_n = {}^n n_n - [{}^n\hat{s}_n \times {}^n F_n + ({}^n p_n^* + A_n^{n-1} {}^{n-1} d_n) \times {}^n f_n + A_n^0 {}^0 n_H] \quad (8.13)$$

回転変換行列

$$A_i^k = \tilde{A}_i^{i-1} (\Delta_i + E_3) \tilde{A}_{i-1}^{i-2} (\Delta_{i-1} + E_3) \cdots \tilde{A}_{k+1}^k (\Delta_{k+1} + E_3) \quad (8.14)$$

$$\Delta_j = \begin{bmatrix} 0 & -\delta_{jz} & \delta_{jy} \\ \delta_{jz} & 0 & -\delta_{jx} \\ -\delta_{jy} & \delta_{jx} & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \delta_{jx} \\ \delta_{jy} \\ \delta_{jz} \end{bmatrix} = {}^{j-1}\delta_j \quad (8.15)$$

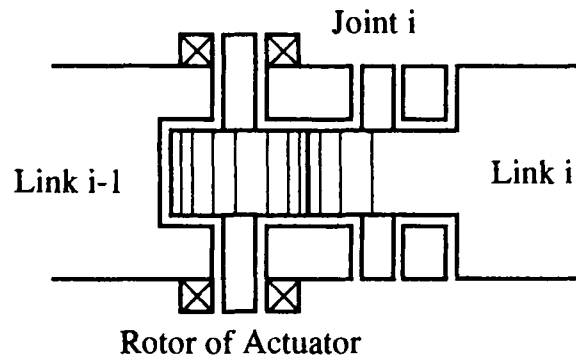


図 8.1 Typical Joint Mechanism

なお、上の方程式において、

$${}^j z_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

である。

関節に働く力、モーメントがわかれば、以上の方程式により各リンクの運動を求めることができる。

8.2.2 関節部のモデル

第7章で述べたように、関節に働く力・モーメントは、関節における変形から求めることができる。図8.1のような歯車を持つ関節構造のマニピュレータでは、アクチュエータによって発生したトルクはアクチュエータ軸と歯車を介して伝達される。一方、ダイレクトドライブマニピュレータでは、歯車などの動力伝達系は存在しない。したがって、これらは以下に示すように別々にモデル化する必要がある。

歯車などにより動力が伝達される場合

トルクの伝達にともない、歯車や駆動軸に変形が生じる。これは、関節変形モデルにおける回転変形ベクトル δ_i の回転軸方向成分に対応している。リンク間、リンクとアクチュエータ間では、このような関節部の変形により力やモーメントが伝達されていると考えら

れる。この関係はバックラッシュも含めて考えると次のようになる。

$${}^i f_i = -A_i^{i-1}({}^{i-1}\bar{K}_i {}^{i-1}d_i + {}^{i-1}\bar{B}_i({}^{i-1}\dot{d}_i - {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}d_i)) \quad (8.17)$$

$${}^i n_i = \begin{cases} -A_i^{i-1}({}^{i-1}K_i({}^{i-1}\delta_i - {}^{i-1}b_i) + {}^{i-1}B_i({}^{i-1}\dot{\delta}_i - {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\delta_i)) \\ \quad \text{(if } ({}^{i-1}\delta_i)_z > ({}^{i-1}b_i)_z) \\ -A_i^{i-1}({}^{i-1}B_i({}^{i-1}\dot{\delta}_i - {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\delta_i)) \\ \quad \text{(if } ({}^{i-1}b_i)_z \geq ({}^{i-1}\delta_i)_z \geq -({}^{i-1}b_i)_z) \\ -A_i^{i-1}({}^{i-1}K_i({}^{i-1}\delta_i + {}^{i-1}b_i) + {}^{i-1}B_i({}^{i-1}\dot{\delta}_i - {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\delta_i)) \\ \quad \text{(if } -({}^{i-1}b_i)_z > ({}^{i-1}\delta_i)_z) \end{cases} \quad (8.18)$$

これらの式により、変形ベクトル d_i , δ_i から関節力 f_i , n_i を求めることができる。

制御系の動作も含めて順動力学問題を解くためには、アクチュエータの回転軸の運動もモデル化する必要がある。アクチュエータの回転軸は、本来の軸の回転に加えてアームの運動による回転を行なう。軸にかかるトルクは、アクチュエータトルク、アームから逆に加えられるトルク、粘性抵抗である。したがって、運動方程式は次のようになる。

$$\ddot{q}_i = [{}^{i-1}\tilde{I}_i^{-1}[(\tau_i - (A_{i-1}^i {}^i n_i)^T {}^{i-1}z_{i-1}/a_i - b_i a_i \dot{q}_i) {}^{i-1}z_{i-1} - ({}^{i-1}\omega_{i-1} + a_i q_i {}^{i-1}z_{i-1}) \\ \times [{}^{i-1}\tilde{I}_i({}^{i-1}\omega_{i-1} + a_i q_i {}^{i-1}z_{i-1})] - {}^{i-1}\dot{\omega}_{i-1}]^T {}^{i-1}z_{i-1}/a_i] \quad (8.19)$$

ただし、アクチュエータの回転によりアームに加えられるコリオリ力はここでは考慮にされていない。

ダイレクトドライブの場合

ダイレクトドライブ関節においては、回転軸がアームと一体構造となっているため、回転方向の変形を考えることはできない。すなわち、アクチュエータトルクが直接アームに加えられるというモデル化を行なうのが適切である。また、バックラッシュはダイレクトドライブ関節では存在しない。したがって、式(8.18)の代わりに次式の関係が成立する。

$${}^i n_i = \begin{cases} A_i^{i-1}[{}^{i-1}B_i({}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\delta_i - {}^{i-1}\dot{\delta}_i) - {}^{i-1}K_i {}^{i-1}\delta_i] & \text{(x and y contents)} \\ \tau_i & \text{(z content)} \end{cases} \quad (8.20)$$

非線形の弾性を持つ場合

Hertzの弾性接触理論によれば、軸受にかかる力は軸受の変形の3/2乗に比例する[85]。遠山[58][61]、三好[59]はこの問題についての解析を行ない、有限要素法によるマニピュ

レータのシミュレーション方式を提案している。また、ハーモニックドライブはトルクと変形との間にヒステリシス特性を持つことが知られている。このような非線形特性を考慮してシミュレーションを行なう必要がある場合でも、変形と力・モーメントとの関係は次のような関数として定式化できることには変わりがない。

$${}^i f_i = {}^i f_i(A_i^{i-1}, {}^{i-1}d_i, {}^{i-1}\dot{d}_i - {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}d_i) \quad (8.21)$$

$${}^i n_i = {}^i n_i(A_i^{i-1}, {}^{i-1}\delta_i, {}^{i-1}\dot{\delta}_i - {}^{i-1}\omega_{i-1} \times {}^{i-1}\delta_i) \quad (8.22)$$

8.2.3 位置決め誤差

エンドエフェクタの位置 0h および位置決め誤差は第7章で述べたように、

$${}^0h = {}^0d_1 + A_0^1({}^1p_1^* + {}^1d_2 + A_1^2({}^2p_2^* + {}^2d_3 + A_2^3(\cdots + A_{n-1}^n {}^n p_n^*) \cdots)) \quad (8.23)$$

$${}^0e = {}^0h - {}^0h_r \quad (8.24)$$

により計算することができる。

また、ポテンショメータやエンコーダなどの内界センサから求めることができるエンドエフェクタの位置 ${}^0\tilde{h}$ および位置決め誤差 ${}^0\tilde{e}$ は、

$${}^0\tilde{h} = \tilde{A}_0^1({}^1p_1^* + \tilde{A}_1^2({}^2p_2^* + \tilde{A}_2^3(\cdots + \tilde{A}_{n-1}^n {}^n p_n^*) \cdots)) \quad (8.25)$$

$${}^0\tilde{e} = {}^0\tilde{h} - {}^0h_r \quad (8.26)$$

により求められる。

8.3 順動力学問題の解法

ここでいう順動力学問題とは、アクチュエータの発生トルクを入力として、振動を含めたアームの運動、アクチュエータ軸の回転角を求める問題である。

すなわち、制御系により与えられるアクチュエータトルクをもとに順動力学問題を解くことにより、連続時間におけるアームの運動を求めることができる。これにより、位置決め誤差や振動のようすをあらかじめ見積ることができる。また、その時のアクチュエータトルク、アクチュエータに流れる電流などを知ることができる。

初期状態は制御系に与える目標値を一定値として十分な時間のシミュレーションを行ない、定常状態に至らせることにより求めることができる。その際、第7章で述べた初期値

を求めるアルゴリズムで得られた値を初期値とすることにより定常状態に至るまでの計算時間を短縮することができる。なお、制御系の特性により初期値が変化するため、順動力学問題においては第7章のように一般的な場合について陽に初期値を求めるアルゴリズムを導出することは困難である。

運動の時間変化は数値積分を行なうことにより得られるので、ここではある時刻におけるアクチュエータ軸及び変形の加速度が計算できればよい。

8.3.1 順動力学問題を解くためのアルゴリズム

前節で述べた運動方程式に基づき、次のアルゴリズムで、ある時刻におけるアクチュエータ軸の角加速度、関節変形加速度を求めることができる。

1. 式 (8.2) により、リンクの回転角速度 ${}^i\dot{\omega}_i$ を、リンク 1 から n の順で求める。
2. 式 (8.17) と式 (8.18) (ダイレクトドライブ関節の場合には、式 (8.17) と式 (8.20)、非線形弾性特性をもつ関節の場合には、式 (8.21) と式 (8.22)) により、関節において働く力 ${}^i f_i$ とモーメント ${}^i n_i$ を、関節 1 から n の順で求める。
3. 式 (8.10) と式 (8.11) により、リンクに働く力の総和 ${}^i F_i$ を、リンク 1 から n の順で求める。
4. 式 (8.12) と式 (8.13) により、リンクに働くモーメントの総和 ${}^i N_i$ を、リンク 1 から n の順で求める。
5. 式 (8.8) と式 (8.9) により、リンクの回転角加速度 ${}^i\ddot{\omega}_i$ 、リンクの重心の並進加速度 ${}^i\ddot{v}_i$ を、リンク 1 から n の順で求める。
6. 式 (8.7) により、リンクの並進速度 ${}^i\dot{v}_i$ を、リンク 1 から n の順で求める。
7. 式 (8.19) により、アクチュエータ軸の回転角速度 \ddot{q}_i を、リンク 1 から n の順で求める。
8. 式 (8.3) と式 (8.5) から、回転変形加速度 ${}^{i-1}\ddot{\delta}_i$ 、並進変形加速度 ${}^{i-1}\ddot{d}_i$ を、リンク 1 から n の順で求める。

各ステップと計算される値との関係を図 8.2 に示す。

連続時間における挙動をシミュレーションするためには、Runge-Kutta 法や Newmark の β 法などの常微分方程式の数値解法を用いる必要がある。積分すべき値は、変形加速度 $\ddot{\delta}_i$ 、 \ddot{d}_i 、変形速度 $\dot{\delta}_i$ 、 \dot{d}_i 、アクチュエータ軸の回転加速度 \ddot{q}_i 、回転速度 \dot{q}_i である。第7章で述べた理由により、変形加速度・速度は基準座標系に変換して積分する必要があることに注意しなければならない。

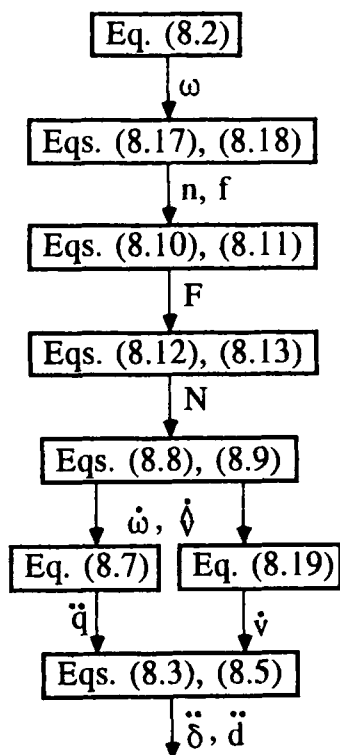


図 8.2 Algorithm for Direct Dynamics Problem

8.3.2 計算量及び計算時間について

本アルゴリズムが要する計算量を表 8.1 に示す。弾性を考えない順動力学問題の解法である Walker らの方法 [77] とほぼ同程度の計算量で振動のシミュレーションを行なうことが可能であることがわかる。

Walker らの方法においては、慣性行列、その逆行列の計算が大きな部分を占めている。しかし、本方式においては、隣合うリンク間の 6 自由度の変形を利用することにより各リンクの運動を独立に取り扱い、これらの計算を不要にしている。そのため、弾性変形を考えながら計算量はそれほど変わらないものとなっている。

計算量がマニピュレータの自由度に比例することから、Walker らの方法と比べて自由度が大きいほど有利である。また、計算の順序に関する制約が少ないので、並列計算の効果が高いことが予想される。

シミュレーションを行なうに要する計算時間は、数値積分の際の時間刻み幅に大きく依存する。制御系の剛性と関節の剛性が同程度の時には、刻み幅は弾性を考慮しないシミュレーションと同じでよく、全体としての計算時間は Walker らの方法とほぼ同じになる。一方、関節の剛性がかなり高い場合には、刻み幅を短くとる必要が生じ、計算時間は長くなっ

	n-Degree-of-Freedom Manipulator		6-DOF Manipulator	
	×	+	×	+
Walker's Method	$\frac{1}{6}n^3 + \frac{27}{2}n^2 + \frac{577}{3}n - 49$	$\frac{1}{6}n^3 + 8n^2 + \frac{995}{6}n - 64$	1627	1255
Proposed Method (Gear Drive)	$280n - 87$	$236n - 74$	1593	1342
Proposed Method (Direct Drive)	$251n - 71$	$210n - 60$	1435	1200

表 8.1 Computational Complexity

てしまう。このような場合には、なんらかの数値計算上の工夫を行なう方がよいと考えられる。一部の関節の剛性だけが高い場合には、その部分に関する計算の刻み幅を短くすることにより、計算時間を短縮することができる [84]。

また、弾性を考慮しないシミュレーションは、このモデルにおいて関節の剛性がきわめて高い場合であると考えられることができるが、本アルゴリズムでシミュレーションを行なうためには時間の刻み幅をきわめて短くとる必要があり、現実的には不可能である。

8.4 各軸独立に PD 制御された 6 自由度マニピュレータへの適用

図 8.3 に示すような 6 自由度マニピュレータを図 8.4 のような PD 制御系により制御した場合についてのシミュレーション結果について述べる。マニピュレータ及び制御系のパラメータは表 8.2 の値を用いた。動作軌道は第 1 軸を 0.5 秒間で 1rad だけ動かすものであり、加減速はそれぞれ 0.238 秒間 2 次加速度曲線で行なった。また、計算の際の数値積分法としては Newmark の β 法を用い、計算の刻み幅は 0.05msec とした。

図 8.5 は、エンドエフェクタにおける位置決め誤差 0e である。このように、マニピュレータを実際に動作させる前に振動の大きさや残留振動の持続時間の推定を行なうことが可能である。

図 8.6 はアクチュエータに取り付けられたエンコーダやポテンショメータから計算されたエンドエフェクタの位置決め誤差 ${}^0\bar{e}$ である。図 8.5 と比較すると、位置決め誤差の波形にかなりの違いがみられ、回転角センサによって検出できない位置決め誤差がかなり大

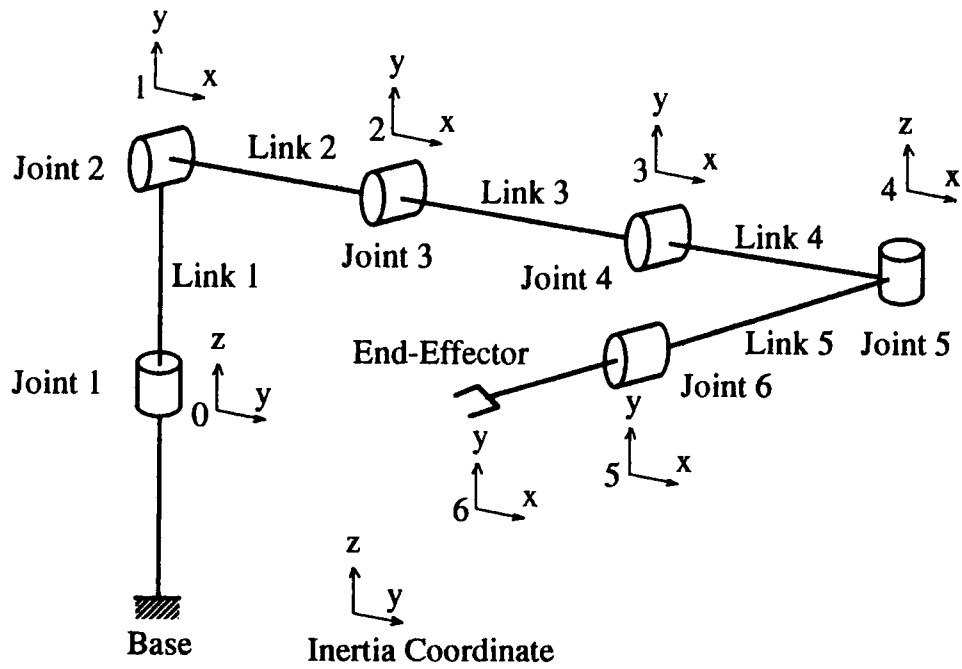


図 8.3 6-DOF Manipulator

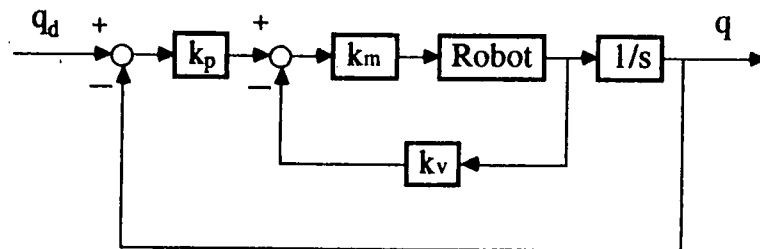


図 8.4 PD Controller of Each Joint

Axis		1	2	3	4	5	6
Moment of Inertia (kg·m ²)	x	2.44 × 10	1.00	2.25 × 10 ⁻¹	5.00 × 10 ⁻²	1.75 × 10 ⁻²	3.33 × 10 ⁻³
	y	5.22	2.54	3.79 × 10 ⁻¹	1.00 × 10 ⁻¹	1.75 × 10 ⁻²	3.33 × 10 ⁻³
	z	2.44 × 10	2.54	3.79 × 10 ⁻¹	1.00 × 10 ⁻¹	1.50 × 10 ⁻²	5.00 × 10 ⁻³
Length of Arm (m)		1.50	7.00 × 10 ⁻¹	4.00 × 10 ⁻¹	3.00 × 10 ⁻¹	2.00 × 10 ⁻¹	1.00 × 10 ⁻¹
Position of Gravity Center (m)		-7.50 × 10 ⁻¹	-3.50 × 10 ⁻¹	-2.00 × 10 ⁻¹	-1.50 × 10 ⁻¹	-1.00 × 10 ⁻¹	-5.00 × 10 ⁻²
Mass of Link (kg)		1.16 × 10 ²	5.00 × 10	2.00 × 10	1.00 × 10	3.00	1.00
Translational Stiffness (N/m)	x	1.65 × 10 ⁷	1.26 × 10 ⁷	7.90 × 10 ⁶	5.68 × 10 ⁶	2.32 × 10 ⁶	1.01 × 10 ⁶
	y	1.65 × 10 ⁷	1.26 × 10 ⁷	7.90 × 10 ⁶	5.68 × 10 ⁶	2.32 × 10 ⁶	1.01 × 10 ⁶
	z	1.65 × 10 ⁷	1.26 × 10 ⁷	7.90 × 10 ⁶	5.68 × 10 ⁶	2.32 × 10 ⁶	1.01 × 10 ⁶
Translational Viscous Damping (N·sec/m)	x	3.09 × 10 ⁴	1.40 × 10 ⁴	5.00 × 10 ³	2.00 × 10 ³	3.73 × 10 ²	1.42 × 10 ²
	y	3.09 × 10 ⁴	1.40 × 10 ⁴	5.00 × 10 ³	2.00 × 10 ³	3.73 × 10 ²	1.42 × 10 ²
	z	3.09 × 10 ⁴	1.40 × 10 ⁴	5.00 × 10 ³	2.00 × 10 ³	3.73 × 10 ²	1.42 × 10 ²
Rotational Stiffness (N·m/rad)	x	4.00 × 10 ⁵	3.61 × 10 ⁵	9.58 × 10 ⁴	3.95 × 10 ⁴	9.95 × 10 ³	2.58 × 10 ³
	y	4.00 × 10 ⁵	3.61 × 10 ⁵	9.58 × 10 ⁴	3.95 × 10 ⁴	9.95 × 10 ³	2.58 × 10 ³
	z	4.00 × 10 ⁵	3.61 × 10 ⁵	9.58 × 10 ⁴	3.95 × 10 ⁴	9.95 × 10 ³	2.58 × 10 ³
Rotational Viscous Damping (N·m·sec/rad)	x	5.50 × 10 ³	5.44 × 10 ²	8.10 × 10	1.70 × 10	1.87	4.14 × 10 ⁻¹
	y	5.50 × 10 ³	5.44 × 10 ²	8.10 × 10	1.70 × 10	1.87	4.14 × 10 ⁻¹
	z	5.50 × 10 ³	5.44 × 10 ²	8.10 × 10	1.70 × 10	1.87	4.14 × 10 ⁻¹
Viscous Damping of Motor (N·m·sec/rad)		1.00 × 10 ⁻⁴	1.00 × 10 ⁻⁴	1.00 × 10 ⁻⁴	1.00 × 10 ⁻⁴	1.00 × 10 ⁻⁴	1.00 × 10 ⁻⁴
Moment of Inertia of Rotors (kg·m ²)	x	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³
	y	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³
	z	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³	1.00 × 10 ⁻²	5.50 × 10 ⁻³
Gear Ratio		60	60	60	60	60	60
Motor Constant k_m (N·m)		3.00 × 10 ⁻²	3.00 × 10 ⁻²	3.00 × 10 ⁻²	3.00 × 10 ⁻²	3.00 × 10 ⁻²	3.00 × 10 ⁻²
D Coefficient k_v (sec/rad)		4.55 × 10	3.17 × 10	1.37 × 10	3.95	3.57	3.52
P Coefficient k_p (/rad)		7.96 × 10	6.22 × 10	2.68 × 10	7.76	7.01	6.91

表 8.2 Dynamic Parameters of 6-DOF Manipulator

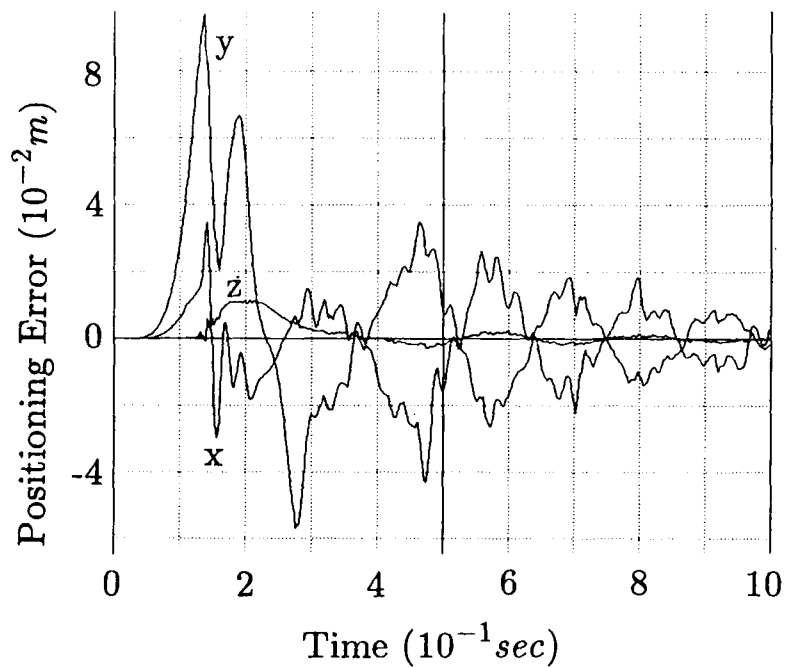


図 8.5 Actual Positioning Error

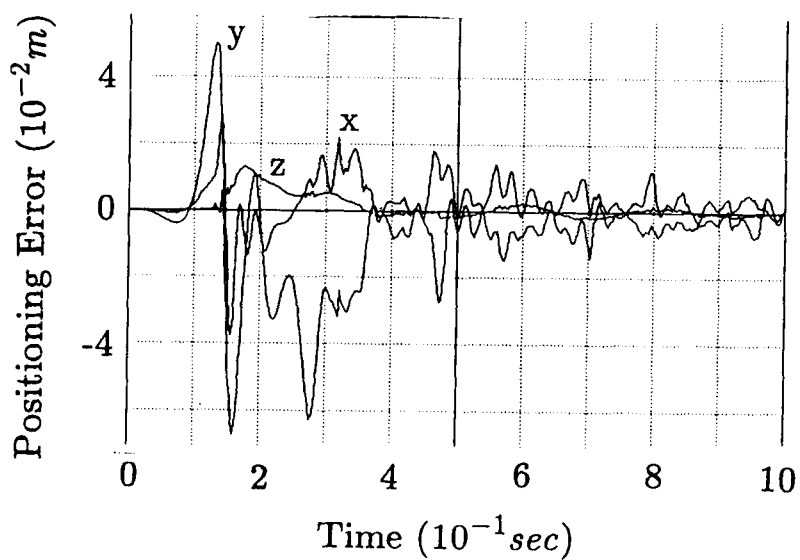
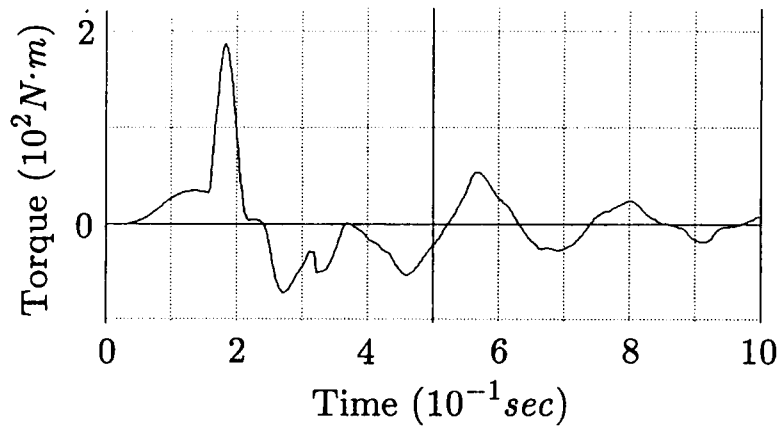
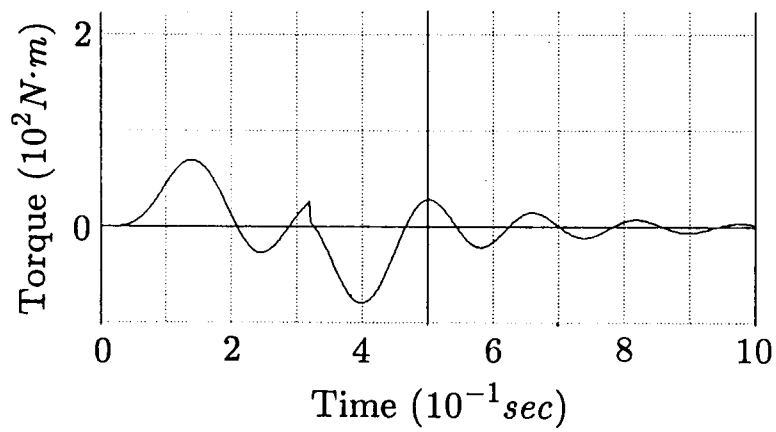


図 8.6 Positioning Error Calculated by Angular Sensors at Joints

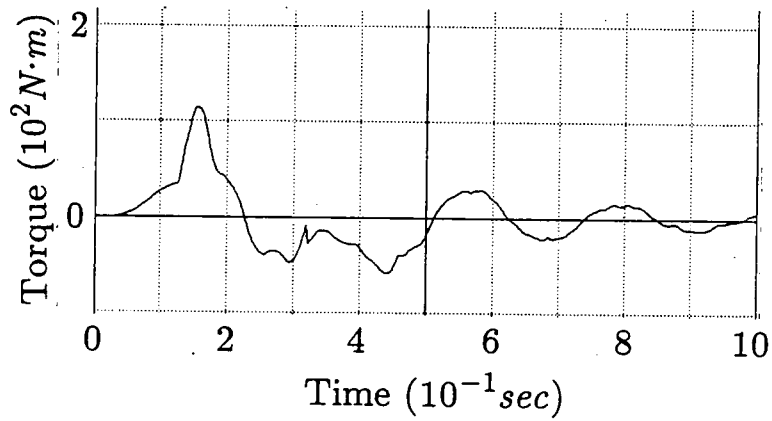


(a) Solution by Joint Deformation Model

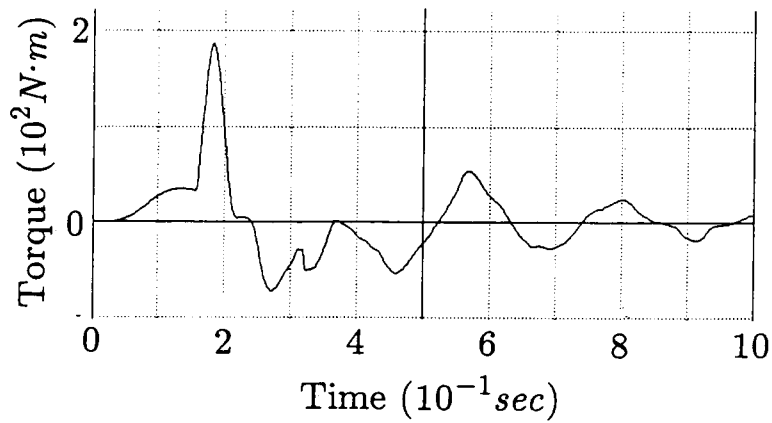


(b) Solution by Rigid-Body Model

図 8.7 Torque Curves under Joint Deformation Model and Rigid-Body Model

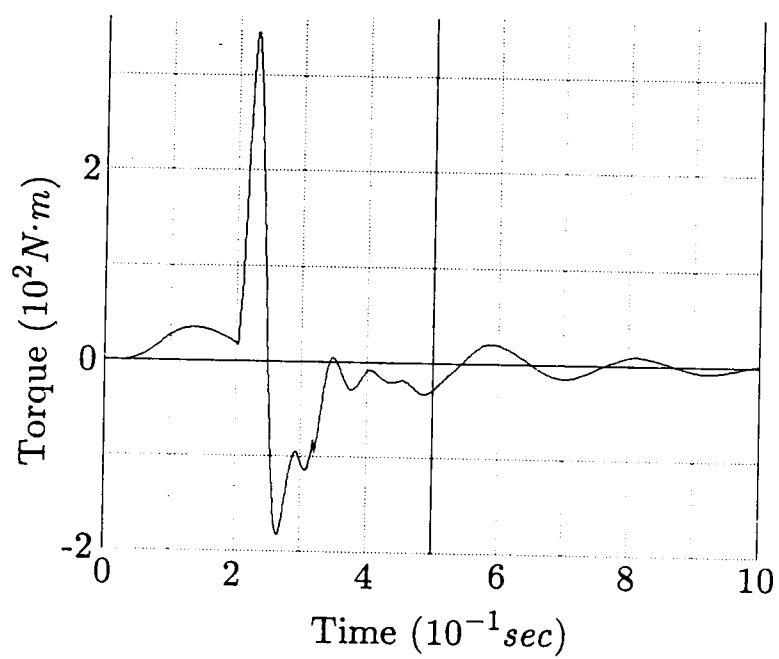


(a) Backlash: $5 \times 10^{-5} rad$



(b) Backlash: $2 \times 10^{-4} rad$

☒ 8.8 Torque Curves under Various Amount of Backlashes (Continued)

(c) Backlash: 5×10^{-4} rad

☒ 8.8 Torque Curves under Various Amount of Backlashes

きいことがわかる。したがって、オフラインティーチング時にシミュレーションを行なうことの意義は大きい。

図 8.7 は関節の変形を考えた場合と考えない場合との第 1 軸のトルクカーブを比較したものである。変形を考慮した場合には大きなトルクを必要としていることがわかる。このことは、設計時のアクチュエータの仕様決定に本方式がより有効であることを示している。すなわち、弾性変形を考えたシミュレーションを行なうことにより、アクチュエータの余裕トルクを最低限に抑えることができると考えられる。なお、各関節軸のサーボ剛性が低い場合には、トルクの差異はほとんど見られなかった。

図 8.8 は第 1 軸のトルクカーブをバックラッシュの大きさの違いにより比較したものである。バックラッシュの大きい場合には飛躍的に大きなトルクを必要としていることから、歯車の設計がかなり重要であることがわかる。

8.5 まとめ

本章では、関節部の弾性が振動の主原因であるマニピュレータを対象とし、順動力学シミュレーションを行なうアルゴリズムについて述べた。

このアルゴリズムは、関節変形モデルによりバックラッシュ等の関節の非線形弾性特性を取り扱うことが可能であり、制御系の特性を考慮してマニピュレータに生じる振動の様子をオフラインで推定することができる。本手法は弾性変形を考慮しない順動力学問題の解法とほぼ同程度の計算量で振動や位置決め誤差のシミュレーションを行なうことができるという特徴を有している。

各軸独立の PD 制御系で制御された 6 自由度マニピュレータに本手法を適用することにより、本方式が各関節における変形量や振動の様子、アクチュエータトルクなどを推定する際に有効であることを示した。また、アクチュエータ軸の角度センサでは測定不可能な位置決め誤差が大きいこと、設計時に振動特性を考慮してアクチュエータの選定を行なうべきであること、バックラッシュの大きさがアクチュエータトルクに大きく影響することが明らかになった。

第9章 閉リンクマニピュレータのための 順動力学シミュレーション

9.1 概要

本章では、関節変形モデルに基づき、閉リンク構造をもつマニピュレータを対象とした順動力学シミュレーション方式について述べる [72]。本アルゴリズムは、剛体モデルに基づく開リンクマニピュレータの順動力学問題の解法と比べて高々2倍程度の計算量で閉リンクマニピュレータの振動シミュレーションを行なうことができるという特徴をもっている。産業用として典型的な構造をもつ閉リンク3自由度マニピュレータに本方式を適用することにより、アクチュエータ軸に取り付けられた内界センサでは測定できない振動成分がかなり大きく、軌道計画時に振動シミュレーションを行なう意義は大きいこと、関節部における弾性や粘性の大きさによりアクチュエータが必要とするトルクが大きく異なることを示す。

9.2 マニピュレータのモデルと運動方程式

9.2.1 マニピュレータのモデル

閉リンクマニピュレータに対しても第7章、第8章と同様に関節変形モデルを適用し、関節における6自由度の弾性変形を考えることにする。

閉リンクマニピュレータは開リンクマニピュレータと同じ形での定式化を行なうことはできない。その理由は次の通りである。

1. 構造が閉じているために、各変形量が独立とはならず、互いに依存関係にあること。
2. 各リンクに関節が2つ以上存在し、それらの回転軸はどのような方向を向いていてもかまわないこと。

第1の理由のため、開リンクマニピュレータの場合のように変形量を基準として積分を

行ない、計算を進めて行くことはできない。アームの慣性座標系における位置・速度・加速度を基準として積分を行ない、そこから変形量等を求め、連続時間における運動を得る必要がある。

また、第2の理由のため、閉リンクマニピュレータにおける Denavit-Hartenberg 記法のようにシステマティックにリンクや関節の番号付け、座標系の設定を行なうことは難しい。

そこで、リンクに固定する座標系の原点はリンクの重心にとることとし、 x, y, z 方向は適当な方向にとることとする。関節の位置や姿勢に関しては独立した座標系を設け、リンク座標系に対する相対位置・相対姿勢として記述を行なう。ただし、関節の回転軸は相対姿勢の z 方向となるように関節の座標系を定めることとする。

リンクや関節には適当な番号づけを行ない、接続関係を表またはリスト [86] の形で表現することにする。関節は2つのリンクを結合するが、関節において働く力やモーメントの向きを考慮するために、ベースに近い側のリンクとエンドエフェクタに近い側のリンクを区別した記述を行なう。

これらの表現は閉リンク構造をなさない場合に関しても適用することができるため、通常の産業用ロボットのように閉リンク構造と開リンク構造が混在している場合に関しても適用可能である。

なお、以下の定式化において、 ${}^0\mathbf{p}_{i,j}$ などのベクトル記号を用いるが、左肩の添字はそのベクトルが定義された座標系の番号を示す。0 は慣性座標系とする。また、右足の添字はそのベクトルが関係するリンク、関節などの番号を示す。

9.2.2 並進変形

リンク i 上にある関節 j の位置 ${}^0\mathbf{p}_{i,j}$ は、図 9.1 に示すように、リンク i の座標系原点の位置 ${}^0\mathbf{r}_i$ とこの座標系に対する関節 j の相対位置 ${}^0\mathbf{j}_{i,j}$ を用いて、

$${}^0\mathbf{p}_{i,j} = {}^0\mathbf{r}_i + {}^0\mathbf{j}_{i,j} \quad (9.1)$$

により計算することができる。関節 j の相対位置は通常リンク i の座標系に固定された値 ${}^i\mathbf{j}_{i,j}$ で与えられる。式 (9.1) の ${}^0\mathbf{j}_{i,j}$ は慣性座標系による記述であるため、リンク i 座標系の慣性座標系に対する姿勢 ${}^0\mathbf{R}_i$ を用いることにより、

$${}^0\mathbf{j}_{i,j} = {}^0\mathbf{R}_i {}^i\mathbf{j}_{i,j} \quad (9.2)$$

により座標変換を行なう必要がある。

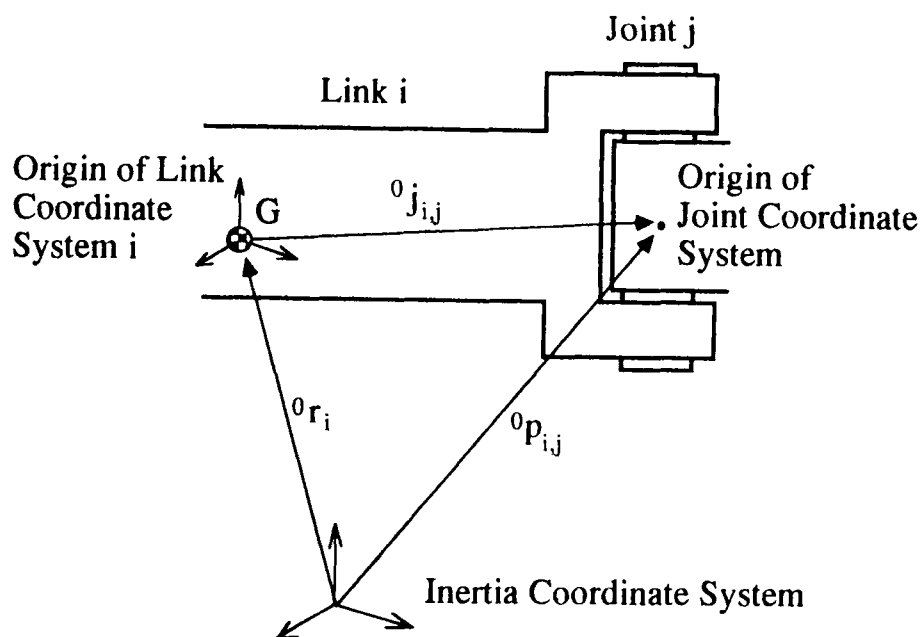


図 9.1 Position of Joint

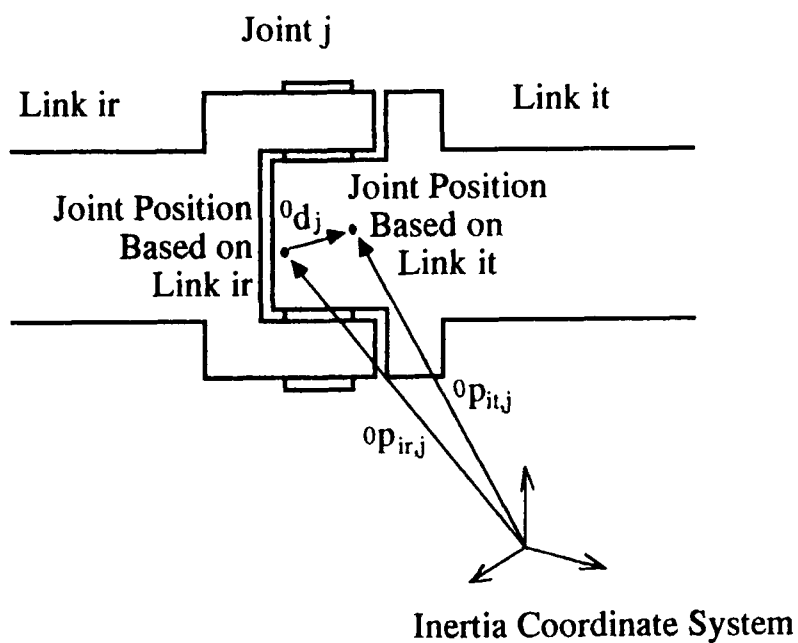


図 9.2 Translational Deformation

1つの関節は2つのリンクを結合しているため、ある関節 j の位置は関係する2つのリンク ir, it のそれぞれの位置や姿勢から2つの式により独立に計算することができる。関節が弾性変形している場合にはそれら2つの値は一致しない。図9.2に示すように、並進変形はこれら2つの位置の差であると考えることができる。したがって、ベースに近い方のリンクを ir 、エンドエフェクタに近い方のリンクを it と番号を付けることにすれば、並進変形 0d_j はそれぞれのリンクから計算される関節の位置ベクトル ${}^0p_{ir,j}, {}^0p_{it,j}$ の差となり、

$${}^0d_j = {}^0p_{it,j} - {}^0p_{ir,j} \quad (9.3)$$

と表わすことができる。

関節 j の速度 ${}^0\dot{p}_{i,j}$ は、リンク i の速度を ${}^0\dot{r}_i$ 、関節 j のリンク i 座標系に対する相対速度を ${}^0\dot{j}_{i,j}$ とすると、

$${}^0\dot{p}_{i,j} = {}^0\dot{r}_i + {}^0\dot{j}_{i,j} \quad (9.4)$$

となる。リンク i 座標系からみた関節 j の位置は動かないため、 ${}^0\dot{j}_{i,j}$ はリンク i の姿勢変化速度 ${}^0\dot{R}_i$ により生じ、

$${}^0\dot{j}_{i,j} = {}^0\dot{R}_i {}^i j_{i,j} \quad (9.5)$$

となる。ただし、リンク i の姿勢変化速度 ${}^0\dot{R}_i$ は

$$\begin{aligned} {}^0\dot{R}_i &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{{}^0R_i(t+dt) - {}^0R_i(t)}{dt} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & -{}^0\omega_{iz} & {}^0\omega_{iy} \\ {}^0\omega_{iz} & 0 & -{}^0\omega_{ix} \\ -{}^0\omega_{iy} & {}^0\omega_{ix} & 0 \end{bmatrix} {}^0R_i \\ &= {}^0\omega_i \times {}^0R_i \end{aligned} \quad (9.6)$$

により定義されている。ここで、 ${}^0\omega_i = [{}^0\omega_{ix}, {}^0\omega_{iy}, {}^0\omega_{iz}]^T$ はリンク i の角速度ベクトルであり、 \times はベクトル(行列)の外積を表す。

この定義からわかるように、 ${}^0\dot{R}_i$ は 0R_i を慣性座標系の上で時間微分したものであるから、 ${}^0\dot{R}_i$ を慣性座標系の上で時間について積分すると、 0R_i が得られる。

関節 j における並進変形速度 ${}^0\dot{d}_j$ は、隣合うリンク ir, it から求められた2つの関節速度ベクトル ${}^0\dot{p}_{ir,j}, {}^0\dot{p}_{it,j}$ の差であるから、

$${}^0\dot{d}_j = {}^0\dot{p}_{it,j} - {}^0\dot{p}_{ir,j} \quad (9.7)$$

である。

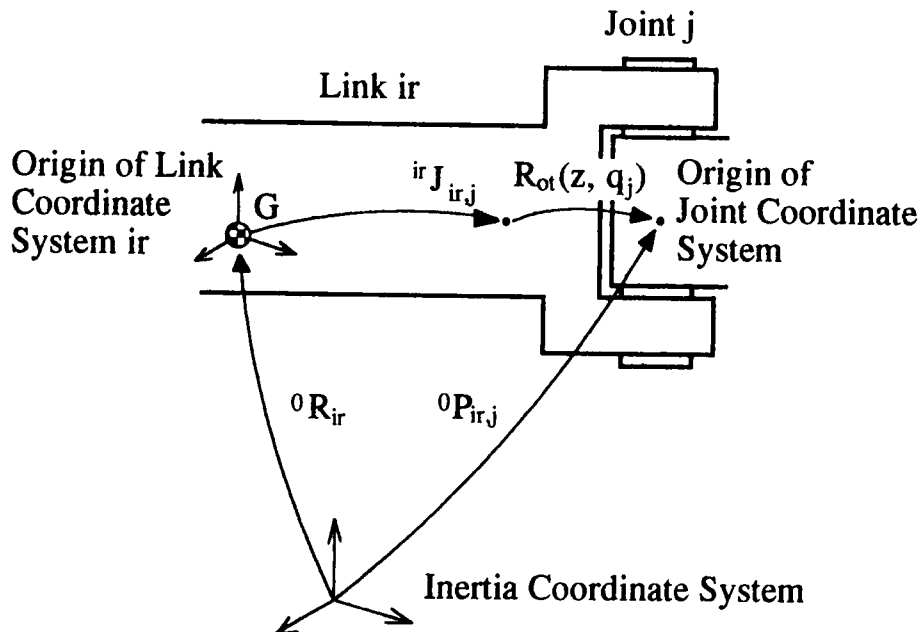


図 9.3 Joint Orientation Based on Orientation of Link near the Base

リンク it がリンク ir に及ぼす力 0f_j は関節 j における並進変形によって伝えられると考えることができるから、第 7 章、第 8 章と同様な議論が成立する。変形と力の関係が線形近似できるならば、剛性行列 ${}^0\tilde{K}_j$ と粘性行列 ${}^0\tilde{B}_j$ を用いることにより、

$${}^0f_j = {}^0\tilde{K}_j {}^0d_j + {}^0\tilde{B}_j ({}^0\dot{d}_j - {}^0\omega_{ir} \times {}^0d_j) \quad (9.8)$$

という関係が成立する。

9.2.3 回転変形

関節 j の姿勢は、リンク i の姿勢 0R_i とリンク i に対する関節 j の相対姿勢 ${}^iJ_{i,j}$ を用いて、

$${}^0P_{i,j} = {}^0R_i {}^iJ_{i,j} \quad (9.9)$$

により定義することができる。

しかしながら、回転変形がない状態となりあうリンクから求められた 2 つの姿勢を一致させるためには、アクチュエータの回転や受動的な回転による姿勢の変化を考慮に入れる必要がある。したがって、ここではベースに近い方のリンク ir を基準とする場合の関節姿勢については、図 9.3 に示すように、関節角 q_j によりさらに回転された姿勢を関節の姿勢と考えることにより、

$${}^0P_{ir,j} = {}^0R_{ir} {}^{ir}J_{ir,j} Rot(z, q_j) \quad (9.10)$$

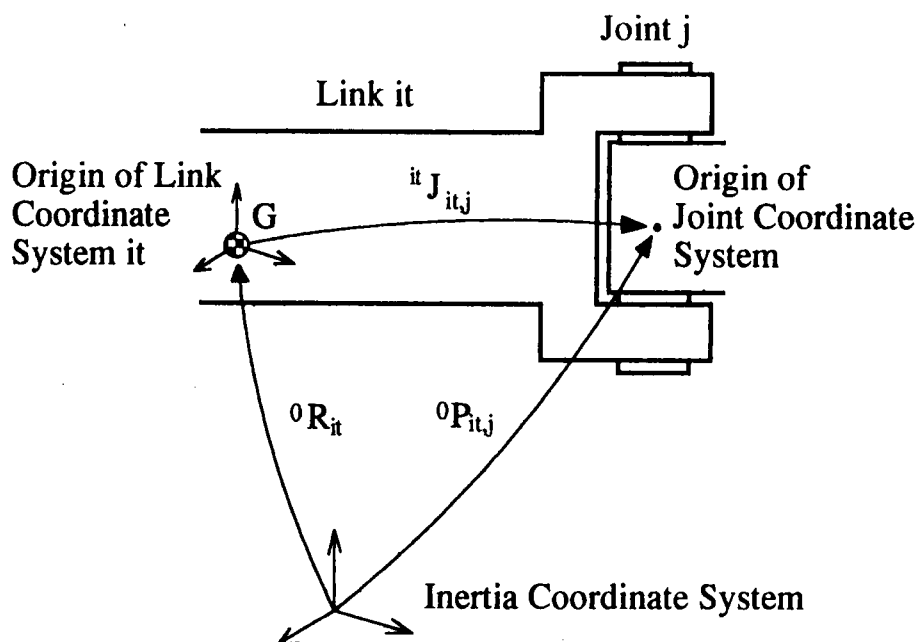


図 9.4 Joint Orientation Based on Orientation of Link near the End-Effector

を関節 j の姿勢と定義する。ここで、 $R_{ot}(z, q_j)$ は z 軸まわりに q_j だけ回転させる回転変換行列である。エンドエフェクタに近い方のリンク it から計算する場合には、図 9.4 に示すように関節角の影響は無視して

$${}^0P_{it,j} = {}^0R_{it} {}^{it}J_{it,j} \quad (9.11)$$

により姿勢を定義する。閉リンク構造のマニピュレータの関節にはアクチュエータにより駆動される能動関節とアクチュエータを持たない受動関節がある。受動関節の場合には一般的機構について関節角を求めるのが困難な場合もあり得るが、このときには後に述べる理由により、ベースに近いリンクを基準とする計算においても式 (9.11) により姿勢を定義してもかまわない。

関節が回転変形した状態では、図 9.5 に示すように隣合うリンクからそれぞれ求められた 2 つの関節姿勢は等しくならない。回転変形ベクトル ${}^0\delta_j$ はこれら 2 つの姿勢の違いを表わしたものである。いいかえれば、ベースに近いリンク ir から求められた関節 j の姿勢 ${}^0P_{ir,j}$ を ${}^0\delta_j$ だけ回転させることによりエンドエフェクタに近い方のリンク it から求められた関節 j の姿勢 ${}^0P_{it,j}$ が得られると考えることができる。この回転を等価な行列形式 ${}^0\Delta_j$ で表わせば、

$${}^0\Delta_j {}^0P_{ir,j} = {}^0P_{it,j} \quad (9.12)$$

となる。行列形式 ${}^0\Delta_j$ は等価回転角回転軸変換 $r_{ot}(\cdot)$ により容易にベクトル形式に変換す

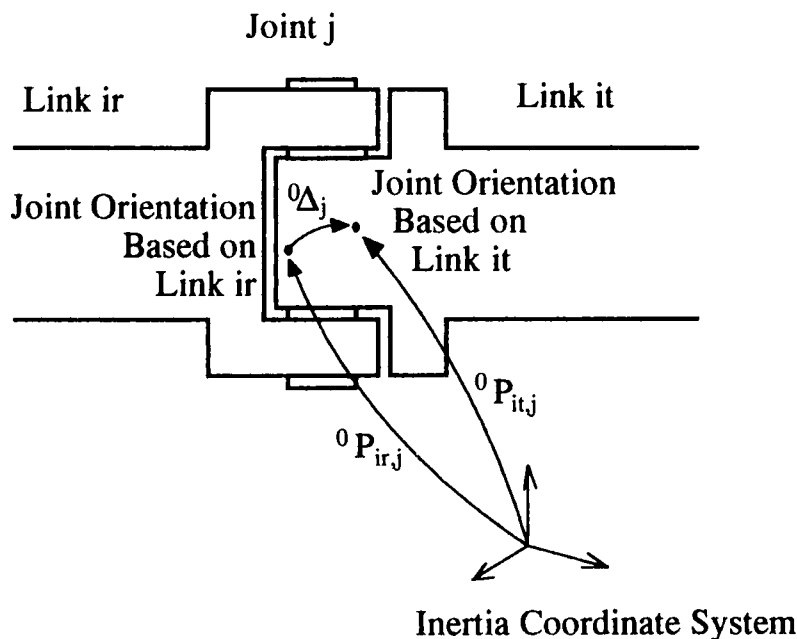


図 9.5 Rotational Deformation

ることができ、

$${}^0\delta_j = r_{ot}({}^0\Delta_j) \quad (9.13)$$

となる。

回転変形速度 ${}^0\dot{\delta}_j$ は隣合うリンク ir, it の回転角速度の差であり、能動関節においてはアクチュエータの回転や受動的な回転の角速度 \dot{q}_j を考慮することにより、

$${}^0\dot{\delta}_j = {}^0\omega_{it} - ({}^0\omega_{ir} + \dot{q}_j {}^0P_{ir,j}z) \quad (9.14)$$

となる。ただし、 $z = [0, 0, 1]^T$ である。受動関節においては、アクチュエータ軸の回転がないため、ベースに近い方を基準とする関節姿勢として式 (9.11) を用いた場合には、

$${}^0\dot{\delta}_j = {}^0\omega_{it} - {}^0\omega_{ir} \quad (9.15)$$

により回転変形速度 ${}^0\dot{\delta}_j$ を求める。

リンク it がリンク ir に及ぼすモーメント 0n_j は回転変形 ${}^0\delta_j$ によって伝達されると考えられるから、線形近似が行えるならば、回転剛性行列 0K_j と回転粘性行列 0B_j を用いることにより、

$${}^0n_j = {}^0K_j {}^0\delta_j + {}^0B_j ({}^0\dot{\delta}_j - {}^0\omega_{ir} \times {}^0\delta_j) \quad (9.16)$$

と表わすことができる。

受動関節においては、回転軸方向に対する剛性は0となる。したがって、数値計算上の誤差が無視できるならば、回転軸方向に対して本来ないはずの回転変形の成分が存在しても、計算されたモーメント 0n_j の値は正しいものとなる。そのため、ベースに近いリンクを基準とした受動関節の姿勢は式 (9.10) の代わりに式 (9.11) で定義してもかまわない。ただし、長時間にわたるシミュレーションを行なう場合や、受動関節がきわめて大きく回転する場合には、数値計算上の誤差が問題となってくるため、式 (9.11) を用いることは望ましくない。また、受動関節の場合には、回転粘性行列のうちの回転軸方向成分は関節の回転の粘性抵抗に関する係数となる。

動力伝達系にバックラッシュがある場合や、ハーモニックドライブ歯車のように非線形弾性特性を持つ場合には、式 (9.8), (9.16) のような線形方程式で変形と力・モーメントの関係を表わすことはできない。しかしながら、第7章、第8章と同様に、このような場合であっても、

$${}^0f_j = {}^0f_j({}^0d_j, {}^0\dot{d}_j - {}^0\omega_{ir} \times {}^0d_j) \quad (9.17)$$

$${}^0n_j = {}^0n_j({}^0\delta_j, {}^0\dot{\delta}_j - {}^0\omega_{ir} \times {}^0\delta_j) \quad (9.18)$$

の形の方程式に表わすことができれば、変形量から力やモーメントを求めることは可能である。

9.2.4 運動方程式

リンク i に及ぼされる力の総和 0F_i は、通常のリンクにおいては

$${}^0F_i = \sum_{j \in +i} {}^0f_j - \sum_{j \in -i} {}^0f_j + m_i {}^0g \quad (9.19)$$

であり、エンドエフェクタが取り付けられたリンクにおいては、

$${}^0F_i = \sum_{j \in +i} {}^0f_j - \sum_{j \in -i} {}^0f_j + m_i {}^0g - {}^0f_H \quad (9.20)$$

である。

モーメントの総和 0N_i は、通常のリンクにおいては、

$${}^0N_i = \sum_{j \in +i} ({}^0n_j + {}^0j_{i,j} \times {}^0f_j) - \sum_{j \in -i} ({}^0n_j + {}^0j_{i,j} \times {}^0f_j) \quad (9.21)$$

であり、エンドエフェクタが取り付けられたリンクにおいては、

$${}^0N_i = \sum_{j \in +i} ({}^0n_j + {}^0j_{i,j} \times {}^0f_j) - \sum_{j \in -i} ({}^0n_j + {}^0j_{i,j} \times {}^0f_j) - {}^0n_H - {}^0j_{i,H} \times {}^0f_H \quad (9.22)$$

である。

ここでは、関節 j において働く力 0f_j やモーメント 0n_j がリンクに対して正に働くか負に働くかを区別するために、それぞれ集合 $+_i, -_i$ を用いている。すなわち、式 (9.3) の中でベースに近いリンク ir として定式化した関節 j に関しては、 $j \in +_{ir}$ であり、エンドエフェクタに近いリンク it として取り扱われた関節 j に関しては、 $j \in -_{it}$ となる。したがって、 $+_i, -_i$ の要素はリンクと関節の接続関係を記述した際に決定される。

リンク i の並進加速度 ${}^0\ddot{r}_i$ は Newton 運動方程式から求められ、リンク i の質量を m_i とすれば、

$${}^0\ddot{r}_i = \frac{{}^0F_i}{m_i} \quad (9.23)$$

となる。

回転角速度 ${}^0\dot{\omega}_i$ は Euler 運動方程式から求められ、リンク i の慣性行列を 0I_i とすれば、

$${}^0\dot{\omega}_i = {}^0I_i^{-1}({}^0N_i - {}^0\omega_i \times ({}^0I_i {}^0\omega_i)) \quad (9.24)$$

となる。

アクチュエータ軸の角加速度を関節角に換算したもの \ddot{q}_j は、アクチュエータが取り付けられたリンクの運動による軸の回転は通常小さいため無視することにすれば、運動方程式は、

$$\ddot{q}_j = \frac{\tau_j - \frac{z^T ({}^0P_{irj} {}^0n_j)}{a_j^2} - b_j \dot{q}_j}{i_j} \quad (9.25)$$

となる。ただし、 τ_j はアクチュエータが発生するトルク、 a_j は減速比、 i_j はアクチュエータ軸の慣性モーメント、 b_j は粘性抵抗係数である。

9.3 順動力学問題の解法

9.3.1 順動力学問題を解くためのアルゴリズム

以上述べてきた方程式に基づき、閉リンク構造を持つマニピュレータの順動力学問題を解くためのアルゴリズムについて述べる。ここでいう順動力学問題とは、アクチュエータが発生するトルクを基にして振動を含む各リンクの運動を計算する問題である。

1ステップの計算で得られる出力値は、リンク重心の並進加速度、姿勢変化角加速度、アクチュエータ軸の回転加速度である。計算のための入力値は、質量などのマニピュレータの設計値、アクチュエータが発生するトルク、関節角、関節角速度、リンク重心の位置、速

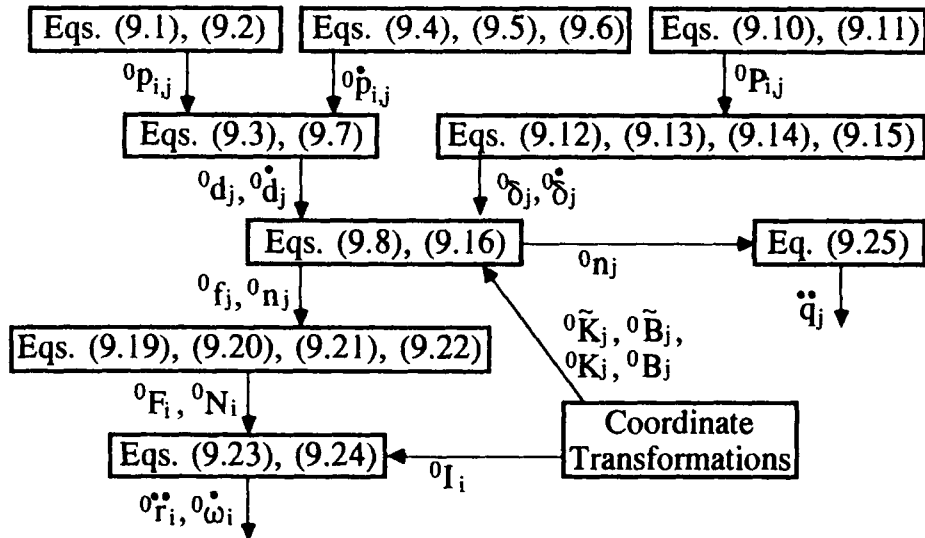


図 9.6 Algorithm for Direct Dynamics Problem of Closed-Link Manipulators

度、姿勢、姿勢変化速度である。各時刻における関節角などは数値積分によって求めることができる。

次の手順で計算を行なう。

1. 慣性行列、剛性行列、粘性行列などのようなリンク座標系で表現された値を、リンクの姿勢 0R_i を用いて慣性座標系に変換する。
2. 関節位置 ${}^0p_{i,j}$ を、式 (9.1), (9.2) を用いて計算する。
3. 関節速度 ${}^0\dot{p}_{i,j}$ を、式 (9.4), (9.5), (9.6) を用いて計算する。
4. 関節の姿勢 ${}^0P_{i,j}$ を、式 (9.10) または式 (9.11) を用いて計算する。
5. 並進変形 0d_j および並進変形速度 ${}^0\dot{d}_j$ を、式 (9.3), (9.7) を用いて計算する。
6. 回転変形 ${}^0\delta_j$ および回転変形速度 ${}^0\dot{\delta}_j$ を、式 (9.12), (9.13), (9.14), (9.15) を用いて計算する。
7. 関節における力 0f_j およびモーメント 0n_j を、式 (9.8), (9.16) (または、式 (9.17), (9.18)) により計算する。
8. リンクに働く力 0F_i およびモーメント 0N_i を、式 (9.19), (9.20), (9.21), (9.22) により計算する。
9. リンクの並進加速度 ${}^0\ddot{r}_i$ および回転角加速度 ${}^0\ddot{\omega}_i$ を、式 (9.23), (9.24) により計算する。
10. アクチュエータ軸の角加速度 \ddot{q}_j を、式 (9.25) により計算する。

Operation	C_L	C_A	C_P	C_J
+	45	133	108	36
×	78	188	151	33
sin	0	4	2	0
sqrt	0	2	2	0
$X^{-1} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$	1	0	0	0

表 9.1 Coefficients in Formula of Computational Complexity

11. 次の時刻のリンク重心の位置 0r_i 、速度 ${}^0\dot{r}_i$ を数値積分によって求める。
12. 次の時刻のリンク姿勢 0R_i 、姿勢変化速度 ${}^0\omega_i$ (${}^0\dot{R}_i$) を数値積分によって求める。姿勢変化速度からリンク姿勢を求める際には、式 (9.6) の行列の形式で積分を行なう。
13. 次の時刻のアクチュエータ軸の回転角 q_j 、回転速度 \dot{q}_j を数値積分によって求める。
14. 以上を繰り返す。

このアルゴリズムの主要部の計算手順、計算により得られる値の関係を図 9.6 に示す。

初期状態に関しては、制御系に与える目標値を一定にして十分な時間のシミュレーションを行ない、定常状態に至らせることにより求めることができる。なお、制御系の特性により初期値が変化するため、陽に初期値を求めるアルゴリズムを導出することは困難である。

9.3.2 計算量の評価

このアルゴリズムが要する計算量 C は、リンク数 L 、能動関節数 J_A 、受動関節数 J_P 、リンク i の関係する関節数 J_{Li} により決まり、+、× などの各演算に対して、

$$C = C_L L + C_A J_A + C_P J_P + C_J \sum_{i=1}^n J_{Li} \quad (9.26)$$

と表わされる。係数 C_L , C_A , C_P , C_J の値は、ベースに近いリンクを基準としたリンク姿勢として式 (9.11) を用いた場合には、表 9.1 のようになる。ただし、ここでは座標変換のための三角関数の計算等も含めて考えている。

例として、6 自由度開リンクマニピュレータ、図 9.7 に示す 3 自由度閉リンクマニピュレータの場合の計算量を、表 9.2 に示す¹。弾性変形を考えない開リンクマニピュレータの

¹ ここでは、座標変換行列の計算も含めて計算量の比較を行なっているため、Walker のアルゴリズムは第 8 章の計算量とは異なっている。

Operation	6-DOF Open-Link Arm		3-DOF Closed-Link Arm
	Walker's Algorithm	Proposed Algorithm	Proposed Algorithm
+	1255	1464	1131
×	1627	1959	1770
sin	12	24	18
sqrt	0	12	12
$X^{-1} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3}$	0	6	5

表 9.2 Computational Complexity for 6-DOF and 3-DOF Manipulators

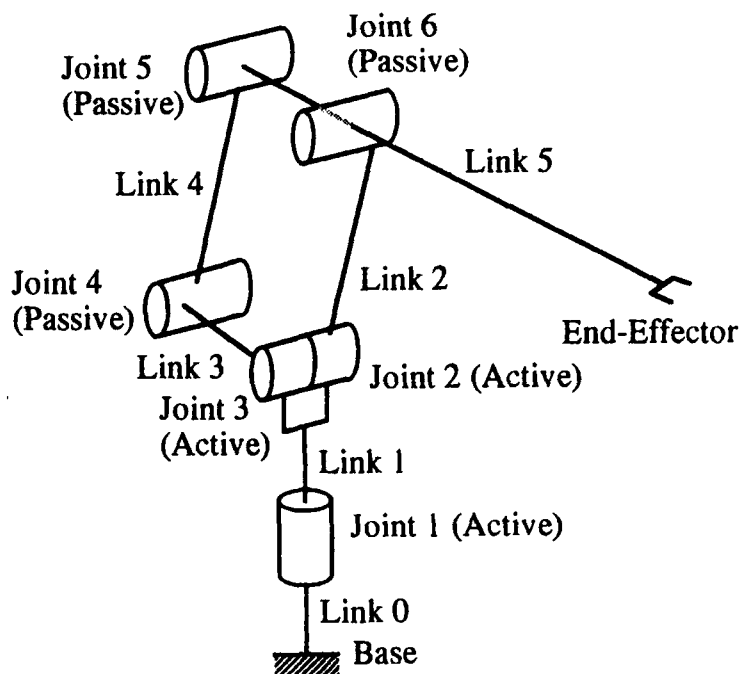


図 9.7 3-DOF Closed-Link Manipulator

Link No. i	Joint(s) in $+_i$	Joint(s) in $-_i$
1	2, 3	1
2	6	2
3	4	3
4	5	4
5	6	5

表 9.3 Sets which Represent Direction of Force and Moment

順動力学問題の解法である Walker のアルゴリズム [80] と比較すれば、上で述べたアルゴリズムは高々2倍程度の計算量しか要しないことがわかる。

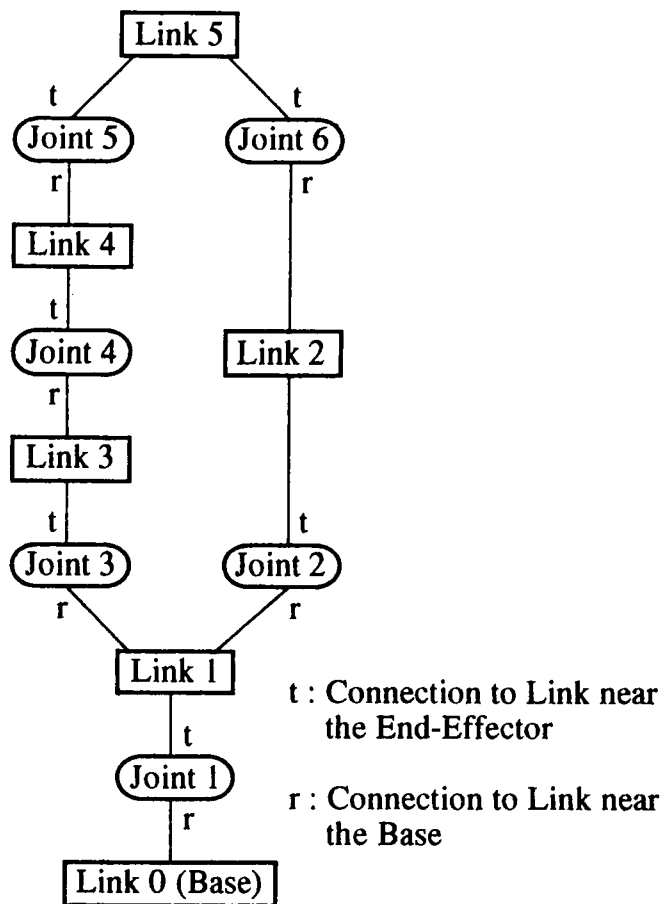
このアルゴリズムでは、慣性行列等の慣性座標系への座標変換や等価回転軸回転角変換に多くの計算量を費やしている。しかしながら、関節における6自由度の変形を利用することにより、各リンクの運動を独立に計算しているため、Walker のアルゴリズムにおいて計算量の多くを占めていた慣性行列の計算を行なう必要がなく、総合的には計算量が少なくなっている。

第7章、第8章で述べたように、シミュレーションに必要な計算時間は数値積分のための時間刻み幅に大きく依存する。制御系の剛性が関節の剛性と同程度である場合には、高々2倍程度の計算時間で済む。しかし、マニピュレータが剛性の高い関節を持つ場合には、刻み幅を小さくする必要があり、全体としてのシミュレーション時間は長くなってしまふ。このような場合には、なんらかの数値計算上の工夫を行なうことにより、シミュレーション時間を短縮することができる。

剛体モデルのシミュレーションはこの場合において関節の剛性がきわめて高い場合であると考えることができるが、時間刻み幅をきわめて短くする必要があり、現実的には不可能である。

9.4 3 自由度閉リンクマニピュレータへの適用

上記のアルゴリズムを図 9.7 に示すような産業用ロボットとして典型的な構造を持つマニピュレータに適用する。このマニピュレータのリンクや関節は図 9.8 に示すような接続関係で記述される。したがって、集合 $+_i$, $-_i$ は表 9.3 のようなものとなる。また、各パラメータは表 9.4 のとおりである。各軸は独立に PD 制御系により制御されるものとする。与



☒ 9.8 Relation of Connection between Links and Joints

(a) Parameters of Links

Link		1	2	3	4	5
Length of Link (m)		0.2	0.5	0.3	0.5	1.0
Mass of Link (kg)		50	5	3	5	10
Moment of Inertia of Link (kg·m ²)	x	1.21	8.30×10^{-3}	5.00×10^{-3}	8.30×10^{-3}	1.67×10^{-2}
	y	1.21	1.08×10^{-1}	2.50×10^{-2}	1.08×10^{-1}	8.42×10^{-1}
	z	2.08	1.08×10^{-1}	2.50×10^{-2}	1.08×10^{-1}	8.42×10^{-1}

(b) Parameters of Joints

Joint		1	2	3	4	5	6
Translational Stiffness (N/m)	x	4.13×10^5	8.20×10^5	8.20×10^5	5.00×10^5	1.00×10^5	1.00×10^5
	y	4.13×10^5	8.20×10^5	8.20×10^5	5.00×10^5	1.00×10^5	1.00×10^5
	z	4.13×10^5	8.20×10^5	8.20×10^5	5.00×10^5	1.00×10^5	1.00×10^5
Translational Viscous Damping (N·sec/m)	x	1.50×10^3	1.73×10^3	1.73×10^3	1.20×10^3	2.00×10^2	2.00×10^2
	y	1.50×10^3	1.73×10^3	1.73×10^3	1.20×10^3	2.00×10^2	2.00×10^2
	z	1.50×10^3	1.73×10^3	1.73×10^3	1.20×10^3	2.00×10^2	2.00×10^2
Rotational Stiffness (N·m/rad)	x	1.00×10^5	2.50×10^5	2.50×10^5	1.50×10^5	5.00×10^4	5.00×10^4
	y	1.00×10^5	2.50×10^5	2.50×10^5	1.50×10^5	5.00×10^4	5.00×10^4
	z	1.00×10^5	2.50×10^5	2.50×10^5	1.50×10^5	5.00×10^4	5.00×10^4
Rotational Viscous Damping (N·m·sec/rad)	x	2.50×10^2	2.50×10^2	2.50×10^2	1.50×10^2	5.00×10	5.00×10
	y	2.50×10^2	2.50×10^2	2.50×10^2	1.50×10^2	5.00×10	5.00×10
	z	2.50×10^2	2.50×10^2	2.50×10^2	1.50×10^2	5.00×10	5.00×10
Rotor Inertia (kg·m ²)		1.00×10^{-2}	5.50×10^{-3}	5.50×10^{-3}	—	—	—
Rotor Damping (N·m·sec/rad)		1.00×10^{-4}	1.00×10^{-4}	1.00×10^{-4}	—	—	—
Gear Ratio		50	50	50	—	—	—
Motor Constant k_m (N·m)		3.00×10^{-2}	3.00×10^{-2}	3.00×10^{-2}	—	—	—
D Coefficient k_v (sec/rad)		4.00×10^2	3.00×10^2	3.00×10^2	—	—	—
P Coefficient k_p (/rad)		7.00×10^4	6.00×10^4	6.00×10^4	—	—	—

表 9.4 Dynamic Parameters

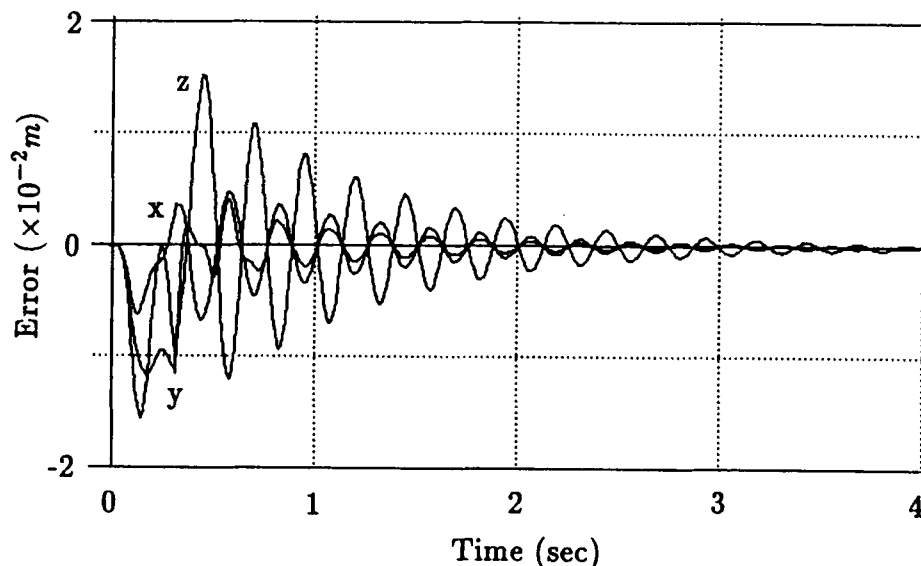


図 9.9 Positioning Error of End-Effector

える動作は、すべての関節を 0.5sec に 0.5rad だけ 2 次速度曲線にそって動かすものとする。

図 9.9 はエンドエフェクタの位置決め誤差である。マニピュレータが加減速されるときに不規則な位置決め誤差が生じ、その後、残留振動が残っていることがわかる。図 9.10 は各アクチュエータ軸の位置決め誤差を示したものである。この図から、加減速の後にはアクチュエータ軸ははかかなりよく位置決めされていることがわかる。図 9.11 はアクチュエータ軸に取り付けられた角度センサにより推定された位置決め誤差である。この図から、角度センサにより直接推定できない位置決め誤差がかなり大きいことがわかる。これを修正するためには作業時のセンサフィードバックが必要となる。また、このことは、溶接や組み立てなどの作業計画を行なう際や障害物回避を行なう際にマニピュレータの振動特性を考慮しないならば、アームやエンドエフェクタを周囲に接触させてしまう危険性があることを意味している。したがって、高速に動作するマニピュレータの場合には、軌道計画時に振動シミュレーションを行なうことはこれらの危険性を避ける意味で非常に重要であると考えられる。

図 9.12 はアクチュエータが必要とするトルクカーブを示したものである。関節の剛性や粘性が異なる場合にはトルクカーブの形や最大トルクの値が異なっていることがわかる。ただし、ここでは表 9.5 のパラメータを用いた。マニピュレータの設計においてアクチュエータの選定を行なう場合、これらの影響があるために十分にトルクの余裕を見た選定が行なわれている。しかしながら、関節の弾性を考慮したシミュレーションをあらかじめ行

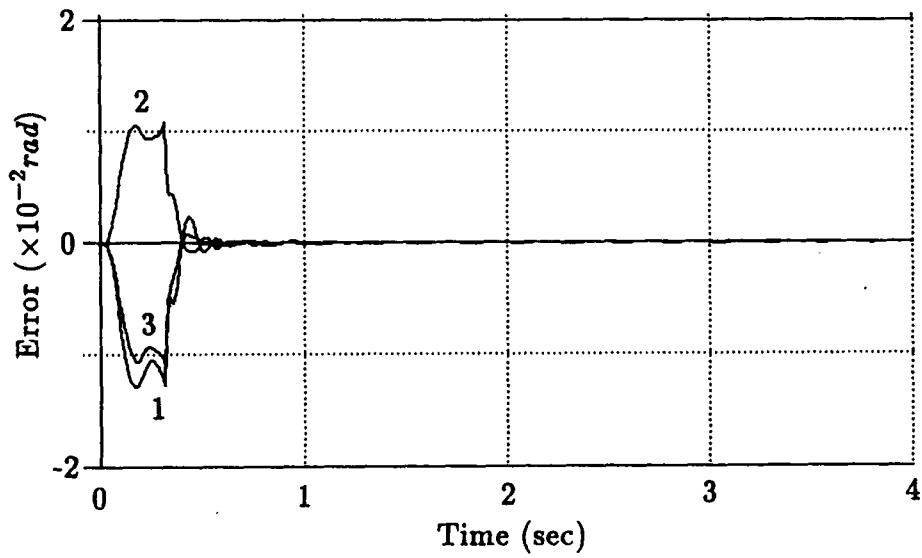


図 9.10 Positioning Errors of Actuator Axes

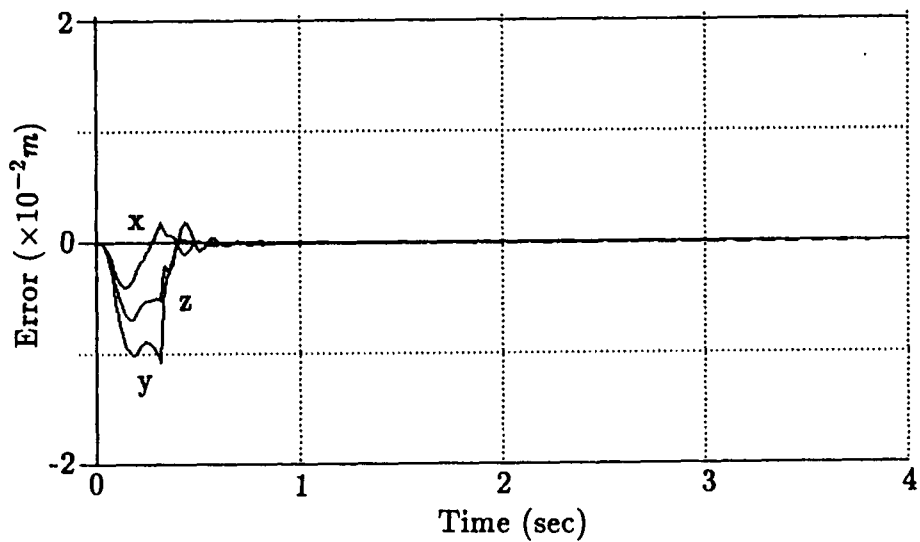
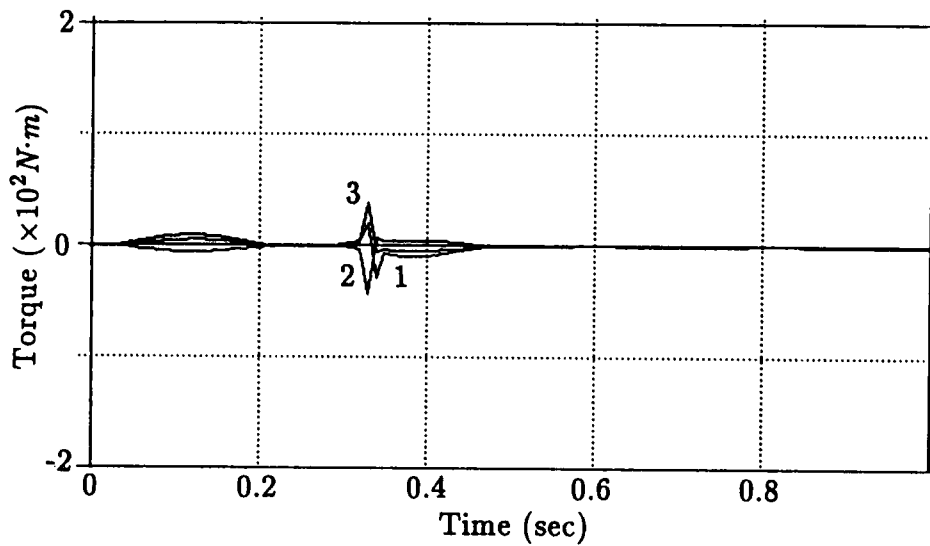
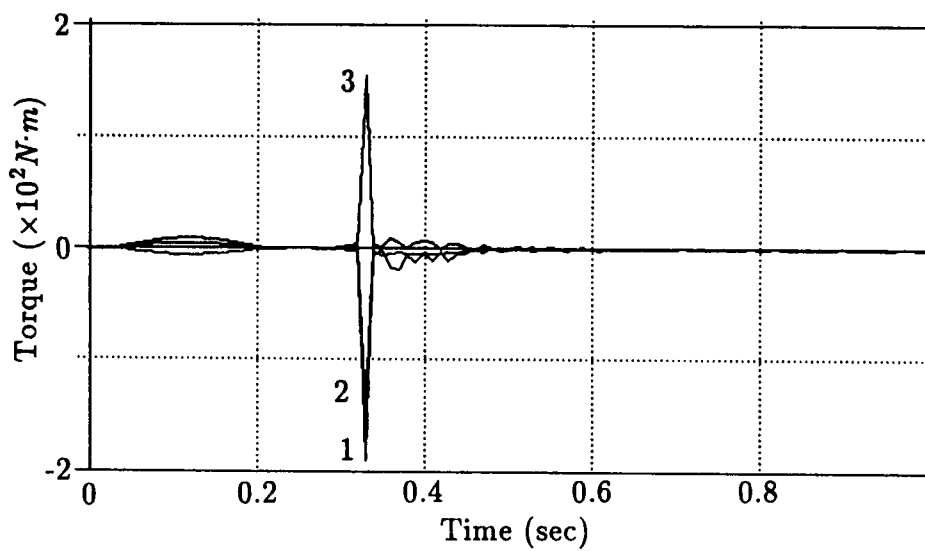


図 9.11 Positioning Error Estimated by Angular Sensors at Actuator Axes



(a) Manipulator with Small Stiffness and Large Damping



(b) Manipulator with Large Stiffness and Small Damping

☒ 9.12 Torque Curves under Various Elasticity of Joints

(a) Manipulator with Small Stiffness and Large Damping

Joint		1	2	3	4	5	6
Translational Stiffness (N/m)	x	4.13×10^5	8.20×10^5	8.20×10^5	5.00×10^5	1.00×10^5	1.00×10^5
	y	4.13×10^5	8.20×10^5	8.20×10^5	5.00×10^5	1.00×10^5	1.00×10^5
	z	4.13×10^5	8.20×10^5	8.20×10^5	5.00×10^5	1.00×10^5	1.00×10^5
Translational Viscous Damping (N·sec/m)	x	4.50×10^3	5.19×10^3	5.19×10^3	3.60×10^3	6.00×10^2	6.00×10^2
	y	4.50×10^3	5.19×10^3	5.19×10^3	3.60×10^3	6.00×10^2	6.00×10^2
	z	4.50×10^3	5.19×10^3	5.19×10^3	3.60×10^3	6.00×10^2	6.00×10^2
Rotational Stiffness (N·m/rad)	x	1.00×10^5	2.50×10^5	2.50×10^5	1.50×10^5	5.00×10^4	5.00×10^4
	y	1.00×10^5	2.50×10^5	2.50×10^5	1.50×10^5	5.00×10^4	5.00×10^4
	z	1.00×10^5	2.50×10^5	2.50×10^5	1.50×10^5	5.00×10^4	5.00×10^4
Rotational Viscous Damping (N·m·sec/rad)	x	7.50×10^2	7.50×10^2	7.50×10^2	4.50×10^2	1.50×10^2	1.50×10^2
	y	7.50×10^2	7.50×10^2	7.50×10^2	4.50×10^2	1.50×10^2	1.50×10^2
	z	7.50×10^2	7.50×10^2	7.50×10^2	4.50×10^2	1.50×10^2	1.50×10^2
D Coefficient k_v (sec/rad)		1.00×10^4	7.50×10^3	7.50×10^3	—	—	—
P Coefficient k_p (/rad)		5.00×10^7	4.00×10^7	4.00×10^7	—	—	—

(b) Manipulator with Large Stiffness and Small Damping

Joint		1	2	3	4	5	6
Translational Stiffness (N/m)	x	3.30×10^6	6.56×10^6	6.56×10^6	4.00×10^6	8.00×10^5	8.00×10^5
	y	3.30×10^6	6.56×10^6	6.56×10^6	4.00×10^6	8.00×10^5	8.00×10^5
	z	3.30×10^6	6.56×10^6	6.56×10^6	4.00×10^6	8.00×10^5	8.00×10^5
Translational Viscous Damping (N·sec/m)	x	1.50×10^3	1.73×10^3	1.73×10^3	1.20×10^3	2.00×10^2	2.00×10^2
	y	1.50×10^3	1.73×10^3	1.73×10^3	1.20×10^3	2.00×10^2	2.00×10^2
	z	1.50×10^3	1.73×10^3	1.73×10^3	1.20×10^3	2.00×10^2	2.00×10^2
Rotational Stiffness (N·m/rad)	x	8.00×10^5	2.00×10^6	2.00×10^6	1.20×10^6	4.00×10^5	4.00×10^5
	y	8.00×10^5	2.00×10^6	2.00×10^6	1.20×10^6	4.00×10^5	4.00×10^5
	z	8.00×10^5	2.00×10^6	2.00×10^6	1.20×10^6	4.00×10^5	4.00×10^5
Rotational Viscous Damping (N·m·sec/rad)	x	2.50×10^2	2.50×10^2	2.50×10^2	1.50×10^2	5.00×10	5.00×10
	y	2.50×10^2	2.50×10^2	2.50×10^2	1.50×10^2	5.00×10	5.00×10
	z	2.50×10^2	2.50×10^2	2.50×10^2	1.50×10^2	5.00×10	5.00×10
D Coefficient k_v (sec/rad)		1.00×10^4	7.50×10^3	7.50×10^3	—	—	—
P Coefficient k_p (/rad)		5.00×10^7	4.00×10^7	4.00×10^7	—	—	—

表 9.5 Dynamic Parameters of Manipulators with Various Stiffness and Damping

なっておけば、余裕トルクを最小限に抑えてアクチュエータを選定することができることがわかる。

9.5 まとめ

本章では、関節部の弾性が振動の主原因である閉リンク構造をもつマニピュレータを対象とし、順動力学シミュレーションを行なうアルゴリズムについて述べた。

このアルゴリズムは、関節変形モデルにより関節の弾性特性を考慮し、制御系の特性を含めてマニピュレータに生じる振動の様子をシミュレーションすることができる。本方式は振動を考慮しない開リンクマニピュレータの順動力学問題の解法と比べて、高々2倍程度の計算量しか要しないという特徴を有している。

3自由度平行リンクマニピュレータに適用することにより、本手法は振動特性やアクチュエータトルクなどの推定に有効であることを示した。また、アクチュエータ軸の回転角センサでは測定不可能な振動成分が大きいこと、関節部における弾性や粘性の大きさがアクチュエータトルクに大きく影響することが明らかになった。

第 10 章 結論

第 II 部では、開リンクマニピュレータを対象とした逆動力学振動シミュレーション法 [70]、順動力学振動シミュレーション法 [71]、閉リンクマニピュレータを対象とした順動力学振動シミュレーション法 [72] について述べた。

開リンクマニピュレータの逆動力学振動シミュレーション法に関しては次のことが明らかとなった。

1. 逆動力学問題を解くアルゴリズムと初期値問題を解くアルゴリズムにより、マニピュレータに与えられた動作軌道をもとにしてアクチュエータが必要とするトルクと各関節における変形量を求めることができ、振動を含む逆動力学シミュレーションを行なうことができる。
2. 逆動力学を解くアルゴリズムは剛体モデルのための逆動力学の解法と比べて 1.6 倍程度の計算量しか必要としない。
3. Bang-Bang 加速度曲線は 1 次加速度曲線や 2 次加速度曲線に比べて振動の振幅が大きくなり、残留時間が長くなる。
4. バックラッシュが大きくなるにつれ、振動の高周波成分が大きくなる。

開リンクマニピュレータのための順動力学シミュレーション法では次のことが明らかとなった。

1. 本アルゴリズムにより、アクチュエータの発生トルクをもとに振動を含むマニピュレータの運動を求めることができ、任意のコントローラを含めた振動シミュレーションを行なうことができる。
2. 本アルゴリズムは、剛体モデルのための順動力学の解法と比べて同程度の計算量しか必要としない。
3. エンコーダ等の内界センサにより計測不可能な振動成分が大きく、軌道計画時に振動シミュレーションを行なうことの意義は大きい。
4. 関節の弾性やバックラッシュの大きさにより必要となるアクチュエータトルクは大きく影響をうけるため、設計時に振動特性を考慮したシミュレーションを行なうことによりアクチュエータの余裕トルクを最小限に抑えることが可能となる。

閉リンクマニピュレータの順動力学シミュレーション法では次のことが明らかとなった。

1. 本アルゴリズムにより、アクチュエータが発生するトルクをもとに振動を含む閉リンクマニピュレータの運動を求めることができ、任意の制御系を含めた振動シミュレーションが可能である。
2. 本アルゴリズムは開リンクマニピュレータの剛体モデルに基づく順動力学問題の解法の高々2倍程度の計算量しか必要としない。
3. アクチュエータ軸に取り付けられた角度センサなどにより測定不可能な位置決め誤差、振動が大きく、軌道計画時に振動シミュレーションを行なうことの意義は大きい。
4. 関節の剛性や粘性の大きさによりアクチュエータトルクは大きく影響されるため、マニピュレータの設計時に振動特性を考慮したシミュレーションを行なっておくべきである。

本研究の成果により、軌道計画時に高速にマニピュレータの振動特性を推定することが可能となった。そのため、周囲との接触を避けるような動作軌道を選んだり、オフラインで最適な残留振動の待ち時間を推定することができる。これをロボットの知能として組み込むことにより、より自律的な動作が可能になると確信する。

参考文献

- [1] 高瀬 国克, “ロボットスキルと知能”, 日本ロボット学会誌, 8(1), pp. 101–102 (1990)
- [2] H. Asada and J.-J. E. Slotine, “*Robot Analysis and Control*”, John Wiley & Sons (1986)
- [3] 中村 仁彦, 花房 秀郎, “関節型ロボットアームの特異点低感度運動分解”, 計測自動制御学会論文集, 20(5), pp. 453–459 (1984)
- [4] 中村 仁彦, “ロボットマニピュレータの操作力発生の必要十分条件”, 日本ロボット学会誌, 4(1), pp. 3–8 (1985)
- [5] M. Sampei and K. Furuta, “*Robot Control in the Neighborhood of Singular Points*”, IEEE Journal of Robotics and Automation, 4(3), pp. 303–309 (1988)
- [6] 内山 勝, “人工の手の運動制御に関する研究 (第 1 報, 特異点を考慮した協調運動の計算)”, 日本機械学会論文集 (C 編), 45(391), pp. 314–322 (1979)
- [7] I. M. Hollerbach, “*Optimum Kinematic Design for a Seven Degree of Freedom Manipulators*”, Robotics Research: The 2nd International Symposium, The MIT Press, pp. 215–222 (1985)
- [8] R. Vijaykumar, M. J. Tsai and K. J. Waldron, “*Geometric Optimization of Manipulator Structures for Working Volume and Dexterity*”, Proceedings of 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 228–236 (1985)
- [9] J. P. Trevelyan et al., “*ET-A Wrist Mechanism Without Singular Positions*”, International Journal of Robotics Research, 4(4), pp. 71–85 (1986)
- [10] 中村 仁彦, 花房 秀郎, “関節型ロボットアームの最適冗長性制御”, 計測自動制御学会論文集, 21(5), pp. 79–85 (1985)

- [11] Y. Nakamura and H. Hanafusa, “*Task Priority Based Redundancy Control of Robot Manipulators*”, Robotics Research: The 2nd International Symposium, The MIT Press, pp. 155–162 (1985)
- [12] A. Ghosal and B. Roth, “*A New Approach for Kinematic Resolution of Redundancy*”, The International Journal of Robotics Research, 7(2), pp. 22–35 (1988)
- [13] D. R. Baker and C. W. Wampler II, “*On the Inverse Kinematics of Redundant Manipulators*”, The International Journal of Robotics Research, 7(2), pp. 3–21 (1988)
- [14] L. Sciavicco and B. Sciciliano, “*Solution Algorithm to the Inverse Kinematic Problem for Redundant Manipulators*”, IEEE Journal of Robotics and Automation, 4(4), pp. 403–410 (1988)
- [15] I. D. Walker and S. I. Marcus, “*Subtask Performance by Redundancy Resolution for Redundant Robot manipulators*”, IEEE Journal of Robotics and Automation, 4(3), pp. 350–354 (1988)
- [16] R. P. Paul and C. N. Stevenson, “*Kinematics of Robot Wrists*”, International Journal of Robotics Research, 2(1), pp. 31–38 (1983)
- [17] 内山 勝, 清水 邦敏, 箱森 京次郎, “ヤコビ行列式によるロボットアームの機構評価”, 計測自動制御学会論文集, 21(2), pp. 82–88 (1985)
- [18] T. Yoshikawa, “*Analysis and Control of Robot Manipulators with Redundancy*”, Robotics Research: The 1st International Symposium, The MIT Press, pp. 735–747 (1983)
- [19] 吉川 恒夫, “ロボットアームの可操作度”, 日本ロボット学会誌, 2(1), pp. 63–67 (1984)
- [20] T. Yoshikawa, “*Manipulability and Redundancy Control of Robotic Mechanisms*”, Proceedings of 1985 IEEE Conference on Robotics and Automation, St. Louis, pp. 1004–1009 (1985)
- [21] 吉川 恒夫, “ロボット機構の運動特性評価”, 日本ロボット学会誌, 5(4), pp. 312–316 (1987)
- [22] J. K. Salisbury and J. J. Craig, “*Articulated Hands: Force Control and Kinematic Issues*”, International Journal of Robotics Research, 1(1), pp. 4–17 (1982)

- [23] C. A. Klein, "Use of Redundancy in the Design of Robotic System", Robotics Research: The 2nd International Symposium, The MIT Press, pp. 207-214 (1985)
- [24] 橋本 亮一, "ロボットアームの調和平均型可操作性指標", 計測自動制御学会論文集, 21(12), pp.1351-1353 (1985)
- [25] 橋本 亮一, "マニピュレータの2次調和平均型可操作性指標について", 計測自動制御学会論文集, 25(11), pp.1172-1177 (1989)
- [26] J. Baillieul, "A Constraint Oriented Approach to Inverse Problem form Kinematically Redundant Manipulators", Proceedings of 1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Raleigh, NC, pp. 1827-1833 (1987)
- [27] 岩月 正見, 川又 政征, 樋口 龍雄, "可制御性と可観測性に着目したロボットアームの性能評価", 計測自動制御学会論文集, 23(2), pp. 49-54 (1987)
- [28] 古荘 純次, 白井 広幸, 佐野 明人, "障害物の影響を考慮したマニピュレータの可操程度", 日本ロボット学会誌, 6(3), pp. 12-20 (1987)
- [29] T. Yoshikawa, "Analysis and Design of Articulated Robot Arms from the Viewpoint of Dynamic Manipulability", Robotics Research: The 3rd International Symposium, The MIT Press, pp. 273-279 (1986)
- [30] 吉川 恒夫, "ロボットアームの動的可操作性", 計測自動制御学会論文集, 21(9), pp. 84-89 (1985)
- [31] 吉川 恒夫, "ロボット制御基礎論", コロナ社 (1988)
- [32] S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, "An Evaluation of Characteristics of Singular Points Based on a Stochastic Interpretation of Manipulator Motion", Proceedings of 1st International Symposium on Measurement and Control in Robotics, Houston, TX, pp. D2.2.1-D2.2.7 (1990)
- [33] S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, "A Dexterity Measure for Trajectory Planning and Kinematic Design of Redundant Manipulators", Proceedings of Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society '89, Philadelphia, PA, pp. 415-420 (1989)

- [34] S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, “*A Measure for Evaluation of Dynamic Dexterity Based on a Stochastic Interpretation of Manipulator Motion*”, Proceedings of International Conference on Advanced Robotics '91, Pisa, Italy (1991)
- [35] D. E. Whitney, “*Resolved Motion Rate Control of Manipulators and Human Prostheses*”, IEEE Transactions on Man-Machine Systems, 10(2), pp. 47–53 (1969)
- [36] D. E. Whitney, “*The Mathematics of Coordinated Control of Prosthetic Arms and Manipulators*”, Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 94, pp. 303–309 (1972)
- [37] 柳井 晴夫, 竹内 啓, “射影行列・一般逆行列・特異値分解”, 東京大学出版会 (1983)
- [38] 児玉 慎三, 須田 信英, “システム制御のためのマトリクス理論”, 計測自動制御学会 (1978)
- [39] 溝畑 茂, “数学解析”, 朝倉書店 (1973)
- [40] 浅田 春比古, “ロボットアーム動特性の幾何学的解析法”, 計測自動制御学会論文集, 19(6), pp. 62–67 (1983)
- [41] 浅田 春比古, 小川 一男, “逆慣性行列を用いたロボットアームの動特性解析とその作業計画ならびにエンドエフェクタ設計への応用”, 計測自動制御学会論文集, 23(9), pp. 81–88 (1987)
- [42] J. Y. S. Luh, M. W. Walker and R. P. C. Paul, “*Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulators*”, IEEE Transactions on Automatic Control, 25(3), pp. 468–474 (1980)
- [43] R. P. Paul, 訳 吉川 恒夫, “ロボット・マニピュレータ”, コロナ社 (1984)
- [44] R. H. Cannon, Jr. and E. Schmitz, “*Initial Experiments on the End-Point Control of a Flexible One-Link Robot*”, The International Journal of Robotics Research, 3(3), pp. 62–75 (1984)
- [45] A. G. Ulsoy, “*Vibration Control in Rotating or Translating Elastic Systems*”, Transactions of the ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 106, pp. 6–14 (1984)

- [46] 福田 敏男, “フレキシブルロボットアームの制御 (第1報, 一, 二自由度系の位置決め時の振動制御)”, 日本機械学会論文集 (C編), 51(468), pp.2140-2144 (1985)
- [47] 花房 秀郎, 中村 仁彦, 門川 嘉男, “フレキシブルアームの振動制御”, 豊田機械技報, 12, pp. 11-15 (1985)
- [48] H. Kanoh and H. G. Lee, “*Vibration Control of One-Link Flexible Arm*”, Proceedings of 24th Conference on Decision and Control, Ft. Lauderdale, FL, pp. 1172-1177 (1985)
- [49] H. Kanoh, S. Tzafestas, H. G. Lee and J. Kalat, “*Modelling and Control of Flexible Robot Arms*”, Proceedings of 25th Conference on Decision and Control, Athens (1986)
- [50] 姜 兆彗, 内山 勝, “フレキシブルロボットアームの可補償性”, 日本ロボット学会誌, 6(5), pp. 52-59 (1988)
- [51] 背戸 一登, “弾性アームにおける振動のアクティブ制御”, 日本ロボット学会誌, 7(4), pp. 391-398 (1989)
- [52] A. Zalucky and D. E. Hardt, “*Active Control of Robot Structure Deflections*”, Transactions of ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 106, pp. 63-69 (1984)
- [53] H. Kuntze and A. H. K. Jacobasch, “*Control Algorithms for Stiffening an Elastic Industrial Robot*”, IEEE Journal of Robotics and Automation, 1(2), pp. 71-78 (1985)
- [54] 和田 多加夫, 西 義和, 宇野 知之, 久保 貞夫, “オブザーバを用いたロボットアームの防振制御の開発”, 川崎重工技報, 93, pp. 42-50 (1986)
- [55] 丸山 次人, 内山 隆, 秋田 正, “加速度フィードバックを用いたロボットアームの振動抑制法”, 計測自動制御学会論文集, 22(5), pp. 588-590 (1986)
- [56] W. Sunada and S. Dubowsky, “*On the Dynamic Analysis and Behavior of Industrial Robotic Manipulators with Elastic Members*”, ASME Journal on MTAD, 105, pp. 42-51 (1983)
- [57] B. S. Tompson and C. K. Sung, “*A Variational Formulation for the Dynamic Viscoelastic Finite Element Analysis of Robotic Manipulators Constructed from Composite Materials*”, Transactions of the ASME Journal on Mech. Trans. Auto. Design, 106(2), pp.183- (1984)

- [58] S. Toyama and M. Takano, "Development of Simulation System of Robot Motion", Proceedings of 1985 International Conference on Advanced Robotics, pp. 227-234 (1985)
- [59] 三好 俊郎, "有限要素法によるロボットの動力学解析", 精密機械, 51(11), pp. 2020-2027 (1985)
- [60] P. B. Usoro, R. Nadira and S. S. Mahil, "A Finite Element/Lagrange Approach to Modeling Light-Weight Flexible Manipulators", Transactions of the ASME Journal on Dynamics, Systems, Measurement and Control, 108(3), pp.198- (1986)
- [61] 遠山 茂樹, "ロボットのシミュレーションに関する研究 (第1報) -振動解析-", 精密機械, 53(8), pp. 1177-1182 (1987)
- [62] 小島 宏行, 坂本 賢治, 角田 隆, 八木 昇, "有限要素法によるフレキシブルアーム位置制御系の過渡振動の解析- 電流フィードバックを適用した場合 -", 精密機械, 54(4), pp. 737-739 (1988)
- [63] W. J. Book, "Recursive Lagrangian Dynamics of Flexible Manipulator Arms", International Journal of Robotics Research, 3(3), pp. 87-101 (1984)
- [64] 増田 隆宏, 萩原 史朗, "ロボットアームの逆変換とダイナミックスの数値解法", 日本ロボット学会誌, 2(4), pp. 359-365 (1984)
- [65] 増田 隆広, 二川 暁美, 古賀 英士, 井上 健二, "シミュレーション解析によるロボットアームの振動に関するパラメータスタディ", 日本ロボット学会誌, 3(3), pp. 25-34 (1985)
- [66] 増田 隆宏, 二川 暁美, 有本 卓, 宮崎 文夫, "アッペル法による閉ループ力学系の運動解析", 日本ロボット学会誌, 4(1), pp. 9-15 (1986)
- [67] 長松 昭男, 斉藤 俊, 一柳 高時, "ロボットのシミュレーションに関する研究 (第1報, 位置, 速度および加速度の数値解析)", 日本機械学会論文集 (C編), 51(470), pp. 2668-2676 (1985)
- [68] 長松 昭男, 斉藤 俊, 一柳 高時, "ロボットのシミュレーションに関する研究 (第2報, 力の数値解析)", 日本機械学会論文集 (C編), 51(470), pp. 2677-2683 (1985)
- [69] 長松 昭男, 斉藤 俊, 桜井 康雄, "ロボットのシミュレーションに関する研究 (第3報, 振動解析)", 日本機械学会論文集 (C編), 51(470), pp. 2684-2690 (1985)

- [70] S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, "A Solution of Inverse Dynamics of Manipulators with Elasticity and Backlashes at Joints", Proceedings of Japan-USA Symposium on Flexible Automation, Kyoto, pp. 37-44 (1986)
- [71] 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, "関節変形モデルに基づくマニピュレータの振動シミュレーション", システム制御情報学会論文誌, 2(2), pp. 46-53 (1989)
- [72] S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, "An Efficient Simulation Method for Vibration of Manipulators Including Closed-Link Mechanisms", Proceedings of 1989 International Symposium on Industrial Robots, Tokyo, pp. 627-634 (1989)
- [73] 小島 宏行, 高橋 決, 桑名 秀晴, "機構部の弾性を考慮した水平多関節形ロボットの数値シミュレーション", 日本ロボット学会誌, 7(4), pp. 80-86 (1989)
- [74] E. J. Givens and J. C. Wolford, "Dynamic Characteristics of Spatial Mechanisms", ASME Transactions on Engineering for Industry, 91(2), pp. 228-234 (1969)
- [75] J. Y. S. Luh, M. W. Walker and R. P. C. Paul, "On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators", Transactions of the ASME Journal on Dynamic Systems, Measurement and Control, 102, pp. 69-76 (1980)
- [76] J. M. Hollerback, "A Recursive Lagrangian Formulation of Manipulator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity", IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 10(11), pp. 730-736 (1980)
- [77] M. Walker and D. Orin, "Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms", Transactions of the ASME Journal on Dynamic Systems, Measurement and Control, 104, pp. 205-221 (1982)
- [78] M. Vukobratovic and V. Potknjak, "Scientific Fundamentals of Robotics 1 (Dynamics of Manipulation Robots)", Springer-Verlag, pp. 141-148 (1982)
- [79] 遠山 茂樹, 高野 政晴, "ロボットの運動解析シミュレータの開発 -動特性シミュレーション-", 精密機械, 51(8), pp. 1607-1609 (1985)
- [80] S. Y. Oh and D. Orin, "Dynamic Computer Simulation of Multiple Closed-Chain Robotic Mechanisms", Proceedings of 1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 15-20 (1986)

- [81] R. Featherstone, "*Robot Dynamics Algorithms*", Kluwer Academic Publishers (1987)
- [82] J. Denavit and R. S. Hartenberg, "*A Kinematic Notation for Lower Pair Mechanism Based on Matrices*", Transactions of the ASME Journal of Applied Mechanics, 22, pp. 215–221 (1955)
- [83] F. P. Beer, E. R. Johnston Jr., 訳 長谷川 節, "工学のための力学", プレイン図書出版 (1982)
- [84] 戸川 隼人, "マトリクスの数値計算", オーム社 (1971)
- [85] 吉沢 武男, "機械要素設計", 裳華房 (1966)
- [86] N. Wirth, 訳 片山 卓也, "アルゴリズム+データ構造=プログラム", 日本コンピュータ協会 (1979)

本論文に関連する論文・講演

本論文に関連する論文・講演は次の通りである。

1. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “多関節ロボットのシミュレータ”, フレキシブルオートメーションシンポジウム (1985)
2. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “多関節ロボットのシミュレータ”, 精機学会秋期大会学術講演会 (1985)
3. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節部の弾性等を考慮したロボットシミュレータ”, ソフトウェアコンファレンス (1986)
4. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節部の変形, バックラッシュ等を考慮したロボットシミュレーション”, 精密工学会春期大会学術講演会 (1986)
5. S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, “A Solution of Inverse Dynamics of Manipulators with Elasticity and Backlashes at Joints”, Proceedings of Japan-USA Symposium on Flexible Automation, Kyoto, pp. 37-44 (1986)
6. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節変形モデルによるマニピュレータの順動力学シミュレーション”, 計測自動制御学会学術講演会 (1986)
7. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節変形モデルに基づくマニピュレータの順動力学の解法”, 日本ロボット学会学術講演会 (1986)
8. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節変形モデルに基づくマニピュレータの順動力学問題の解法”, 計測自動制御学会関西支部シンポジウム—ロボット・アクチュエータ・コントロール (1987)
9. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節変形モデルに基づく閉リンクマニピュレータの振動シミュレーション”, 日本ロボット学会学術講演会 (1987)

10. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “マニピュレータの確率的可操作度”, 自動制御連合講演会 (1988)
11. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “マニピュレータの特異姿勢の定量的評価法”, 日本ロボット学会学術講演会 (1988)
12. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “マニピュレータの確率的可操作度”, 精密工学会春期大会学術講演会 (1989)
13. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “関節変形モデルに基づくマニピュレータの振動シミュレーション”, システム制御情報学会論文誌 2(2), pp. 46-53 (1989)
14. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “マニピュレータ動作の確率的解釈に基づく可操作性の一評価法”, システム制御情報学会研究発表講演会 (1989)
15. S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, “*An Efficient Simulation Method for Vibration of Manipulators Including Closed-Link Mechanisms*”, Proceedings of 1989 International Symposium on Industrial Robots, Tokyo, pp. 627-634 (1989)
16. S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, “*A Dexterity Measure for Trajectory Planning and Kinematic Design of Redundant Manipulators*”, Proceedings of Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society '89, Philadelphia, pp. 415-420 (1989)
17. 田所 諭, 木村 一郎, 高森 年, “マニピュレータ動作の確率的解釈に基づく動的操作性の一評価法”, 日本機械学会ロボティクスメカトロニクス講演会 (1990)
18. S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, “*An Evaluation of Characteristics of Singular Points Based on a Stochastic Interpretation of Manipulator Motion*”, Proceedings of 1st International Symposium on Measurement and Control in Robotics, Houston, pp. D2.2.1-D2.2.7 (1990)
19. S. Tadokoro, I. Kimura and T. Takamori, “*A Measure for Evaluation of Dynamic Dexterity Based on a Stochastic Interpretation of Manipulator Motion*”, Proceedings of International Conference on Advanced Robotics '91, Pisa, Italy (1991)

目 一 覽

1.1	Projection from Joint Velocity Space to End-Effector Velocity Space by Jacobian Matrix	10
1.2	3-DOF Manipulator in Singular Configuration	11
1.3	1-DOF Mechanism	11
1.4	Motion of 2-DOF Planar Manipulator Near Singular Point	11
1.5	Projection from End-Effector Force/Moment Space to Joint Torque Space by Transposed Jacobian Matrix	13
1.6	2-DOF Manipulator in Singular Configuration	14
1.7	Motion of 2-DOF Manipulator Through Singular Point	14
2.1	Resolved Motion Rate Control	20
2.2	End-Effector Velocity Error	21
2.3	Hierarchy of Manipulator Task	24
2.4	Crank Rotation by Hybrid Control	25
2.5	Sphere in m -Dimensional End-Effector Task Space	26
2.6	Stochastic Interpretation of 2-DOF Manipulator Motion	27
2.7	Relation of Expected Value of Squared End-Effector Velocity to Direction of Motion	28
2.8	Relation between Three Transformations to Represent Deviation	34
2.9	Relation of Probability Density Function to Direction of End-Effector Motion under Various g and $\phi = 0$	37
2.10	2-DOF Manipulator in Singular Configuration	38
2.11	Stochastic Singularity Measure of 2-DOF Singular Manipulator under Various Deviations of End-Effector Motion	41
2.12	Manipulability Ellipsoids Near Singular Configuration	42
3.1	Manipulability Ellipsoid	44

3.2	2-DOF and 3-DOF Parallel-Driven Planar Manipulators	57
3.3	6-DOF Elbow-Type Manipulator	57
3.4	Stochastic Manipulability under Straight Trajectory Near Singular Point .	59
3.5	Harmonic Mean Type Manipulability Index under Straight Trajectory Near Singular Point	60
3.6	Manipulability under Straight Trajectory Near Singular Point	61
3.7	Stochastic Manipulability under Straight Trajectory Through Singular Point (Continued)	63
3.7	Stochastic Manipulability under Straight Trajectory Through Singular Point	64
3.8	Contour Line Map of Stochastic Manipulability on Joint Angle Space (Con- tinued)	66
3.8	Contour Line Map of Stochastic Manipulability on Joint Angle Space (Con- tinued)	67
3.8	Contour Line Map of Stochastic Manipulability on Joint Angle Space . . .	68
3.9	Relation of Stochastic Manipulability to Yaw Angle of End-Effector in Null Space of Jacobian Matrix at Each Trajectory Point	69
3.10	Locally Optimal Trajectory of Elbow-Type Manipulator	70
3.11	Stochastic Manipulability along Locally Optimal Trajectory	70
4.1	Dynamic Manipulability Ellipsoid	75
4.2	Deviations of Velocity and Acceleration of End-Effector	81
4.3	Series/Parallel-Driven 2-DOF Planar Manipulators	86
4.4	Stochastic Dynamic Manipulability of 2-DOF Manipulators	87
4.5	Dynamic Manipulability Ellipsoids of 2-DOF Manipulators	88
4.6	Dynamic Manipulability of 2-DOF Manipulators	90
4.7	Stochastic Dynamic Manipulability under Various Deviation of End-Effector Acceleration (Continued)	91
4.7	Stochastic Dynamic Manipulability under Various Deviation of End-Effector Acceleration	92
4.8	Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Joint Space under Various Deviation (Continued)	93
4.8	Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Joint Space under Various Deviation	94

4.9	Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Task Space under Various Deviation (Continued)	96
4.9	Contour-Line Map of Stochastic Dynamic Manipulability of Parallel-Driven 2-DOF Manipulator in Its Task Space under Various Deviation	97
4.10	Parallel-Driven 3-DOF Manipulator with Mechanical Redundancy	98
4.11	Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Magnitude of Deviation of Acceleration/Deceleration (Continued) . .	99
4.11	Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Magnitude of Deviation of Acceleration/Deceleration	100
4.12	Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Direction of Deviation of Acceleration/Deceleration (Continued) . . .	100
4.12	Optimum Configuration of Parallel-Driven 3-DOF Manipulator Under Various Direction of Deviation of Acceleration/Deceleration	101
7.1	Rigid-Body Model of Open-Link Manipulators	118
7.2	Joint Deformation Model	119
7.3	Joint Structure of Typical Manipulator	120
7.4	Backlash Model	126
7.5	Algorithm for Inverse Dynamics Problem	131
7.6	Algorithm for Initial Deformation Problem	133
7.7	6-Degree-of-Freedom Manipulator	135
7.8	Simulation Results under 2nd-degree Acceleration Curve (Continued) . . .	136
7.8	Simulation Results under 2nd-degree Acceleration Curve	137
7.9	Error at End-Effector under Bang-Bang Acceleration Curve	138
7.10	Error at End-Effector under Triangular Acceleration Curve	138
7.11	Orientation Error at End-Effector of Manipulator with Backlashes (Continued)	139
7.11	Orientation Error at End-Effector of Manipulator with Backlashes	140
8.1	Typical Joint Mechanism	145
8.2	Algorithm for Direct Dynamics Problem	149
8.3	6-DOF Manipulator	151
8.4	PD Controller of Each Joint	151
8.5	Actual Positioning Error	153

8.6	Positioning Error Calculated by Angular Sensors at Joints	153
8.7	Torque Curves under Joint Deformation Model and Rigid-Body Model . .	154
8.8	Torque Curves under Various Amount of Backlashes (Continued)	155
8.8	Torque Curves under Various Amount of Backlashes	156
9.1	Position of Joint	161
9.2	Translational Deformation	161
9.3	Joint Orientation Based on Orientation of Link near the Base	163
9.4	Joint Orientation Based on Orientation of Link near the End-Effector . . .	164
9.5	Rotational Deformation	165
9.6	Algorithm for Direct Dynamics Problem of Closed-Link Manipulators . . .	168
9.7	3-DOF Closed-Link Manipulator	170
9.8	Relation of Connection between Links and Joints	172
9.9	Positioning Error of End-Effector	174
9.10	Positioning Errors of Actuator Axes	175
9.11	Positioning Error Estimated by Angular Sensors at Actuator Axes	175
9.12	Torque Curves under Various Elasticity of Joints	176

表一覽

7.1	Computational Complexity of Algorithm for Inverse Dynamics Problem . .	131
7.2	Parameters of Simulated Manipulator	134
8.1	Computational Complexity	150
8.2	Dynamic Parameters of 6-DOF Manipulator	152
9.1	Coefficients in Formula of Computational Complexity	169
9.2	Computational Complexity for 6-DOF and 3-DOF Manipulators	170
9.3	Sets which Represent Direction of Force and Moment	171
9.4	Dynamic Parameters	173
9.5	Dynamic Parameters of Manipulators with Various Stiffness and Damping	177

謝辞

本研究を行なうにあたり、高森 年先生、木村 一郎先生には終始多大な御援助、御助言、励ましの御言葉をいただきました。ここに心より感謝致します。論文の執筆に際しては、北村 新三先生、池田 雅夫先生に多くのご意見を賜りました。厚く御礼申し上げます。

理論的な検討やシミュレーションプログラムの作成では、瀬川 浩一君(現クボタ)、兼田 敏弘君(現ダイキン工業)に御協力いただきました。ここに心より御礼申し上げます。

関西ロボット研究会においては渡部 透先生(立命館大学)、前田 浩一先生(大阪大学)、宮崎 文夫先生(大阪大学)をはじめとして多くの先生方に貴重な御意見をいただきました。また、吉川 恒夫先生(京都大学)、杉本 浩一氏(日立製作所)をはじめとしてここには書ききれないほど多くの方々に学会などで貴重な御意見御指摘を賜りました。ここに深く御礼申し上げます。

また、英語の論文執筆にあたっては、廣嶋 孝策先生に多大なご助言をいただきました。深く感謝の意を表します。

さらに、吉川 弘之先生(東京大学)、岩田 一明先生(大阪大学)はロボットの研究を始める機会を御与え下さいました。故小田原 豪太郎先生(東京大学)、高野 正晴先生(東京大学)、新井 民夫先生(東京大学)、樋口 俊郎先生(東京大学)には暖かい励ましのお言葉をいただきました。ここに心より感謝致します。

最後に、山崎 義治先生、藤本 憲司君をはじめとする研究室の方々、計測工学科の諸先生方にはさまざまな御援助をいただきました。深く感謝致します。