



弾性板の音響反射特性に関する研究

阪上, 公博

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

1993-09-24

(Date of Publication)

2008-04-09

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

乙1760

(JaLCOI)

<https://doi.org/10.11501/3078464>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2001760>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



神戸大学博士論文

弾性板の音響反射特性に関する研究

1993年 8月

阪 上 公 博

目次

0 序章	1
0.1 まえがき	1
0.2 音響振動連成問題について	3
0.3 建築音響における音響反射問題	5
0.4 本研究の課題と本論文の構成	7
I 無限大弾性板の音響反射特性	11
1 第1部序論	13
2 基礎関係式	17
2.1 波動方程式と基本解	17
2.2 音場を求めるための積分方程式	18
2.3 弾性板の振動方程式	20
3 単一板の反射特性	23
3.1 はじめに	23
3.2 解析	26
3.3 計算結果と考察	32
3.4 結論	39
4 背後空気層の影響	41
4.1 はじめに	41
4.2 解析	43

4.3	板振動型吸音率の予測	46
4.3.1	実測値との比較	46
4.3.2	吸音機構に関する考察	49
4.4	反射特性の計算結果と考察	55
4.5	結論	60
5	背後層内の吸音層による影響	61
5.1	はじめに	61
5.2	解析	62
5.3	吸音率実測値との比較	66
5.3.1	背後層が吸音層のみの場合	67
5.3.2	吸音層および空気層の2層からなる背後層を有する場合	70
5.4	吸音層の効果	72
5.4.1	吸音層の位置の変化	72
5.4.2	背後吸音層の厚さ	75
5.4.3	吸音層の材質	77
5.4.4	斜め入射反射率の計算結果	79
5.5	結論	81
6	周期的なリブによる影響	83
6.1	はじめに	83
6.2	解析	85
6.3	計算結果と考察	96
6.3.1	リブから垂直力のみを受ける場合	97
6.3.2	リブから垂直力とモーメントを受ける場合	108
6.3.3	リブの材質による影響	118
6.3.4	リブの影響によるディップについて	123
6.4	結論	128
II	有限な弾性板の音響反射特性	129

7 第2部序論	131
8 剛パフル中の無限長 strip の反射特性 — 2次元音場における基礎的考察—	137
8.1 はじめに	137
8.2 近似的解析解	138
8.2.1 解析	138
8.2.2 計算結果と考察	142
8.3 固有関数展開による厳密解	146
8.3.1 解析	146
8.3.2 計算例と考察	149
8.4 結論	157
9 矩形板の反射特性 —有限要素法・境界要素法による数値解析—	159
9.1 はじめに	159
9.2 数値解析法	162
9.2.1 弾性板による反射音場	162
9.2.2 定式化	163
9.3 計算結果と考察	167
9.3.1 反射音場の計算例とその特徴	167
9.3.2 反射特性に対する板の諸定数の影響	170
9.4 板振動に対する音響負荷の取扱い	172
9.4.1 逐次代入による方法	172
9.4.2 ρc 近似による方法	176
9.5 結論	180
10 音響負荷の取り扱いに関する考察	183
10.1 はじめに	183
10.2 2次元音場における厳密解との比較	184
10.2.1 検討の方法と計算条件	184
10.2.2 結果と考察	187

10.3 結論	210
総括	213
謝辞	219
付録	221
A カットオフ周波数およびディップの鋭さ	221
A.1 カットオフ周波数	221
A.2 ディップの鋭さ Q について	222
B 背後吸音層のアドミタンス近似	227
C 矩形弾性板による過渡音場	231
D 無限大膜の反射特性	235
文献	241

序 章

0.1 まえがき

室内，屋外を問わず，一般にある空間内の音場を予測することは，室内音響学，騒音制御工学など音響学の応用において，最も基本的かつ重要な課題である。

このような問題の例として，オーディトリアムの音響設計を考えた場合，計画段階においてその音場を予測することは，設計上必要な音響性能を実現するための手段として有効である。また，屋外でも障壁（防音塀）あるいは建物などによる，騒音の減衰や伝播への影響を予め知ることは計画上必要である。さらに，音場を正確に解析することは，騒音防止対策上極めて有用な知見となる。

上述のような音場の予測，解析の問題については，これまでに多くの研究が行なわれ，様々な方法が試みられている。原理的には，波動方程式あるいはその積分表示である Helmholtz-Kirchhoff の積分公式から誘導される境界積分方程式を解析的，もしくは数値的に解くことになる。一方，不整形な大きい室の場合など，これまでは波動性を無視した幾何音響学 (geometrical acoustics) 的手法，すなわち，鏡像法 (image method) や音線法 (ray tracing method) が広く用いられてきた。

しかし，近年のデジタル計算機の発達によって，波動音響学 (wave acoustics) 的手法も用いられるようになり，多くの成果が報告されている。厳密な解法の場合，一般に計算の規模が大きくなり，特にオーディトリアムのような大空間の音場解析については実用上問題となる。その他にも実際の境界条件が複雑であること，すなわち形状が複雑であること，音響特性が一様でないことおよび対象とする周波数範囲が広いことも大きな支障となる。このような問題点については，基本的には計算の規模と計算機の性能の問題であって，本質的ではないが，波動音響的手法の適用に際して制約となり，境界の分割数と波長の関係から自ずと低周波数域に限られる。

これに対し、いま一つの問題は、従来行なわれてきた理論的な研究では、多くの場合境界面を剛、すなわち音波によって振動しないと仮定した解析が行なわれていることである。ところが、現実には入射音波によって境界面が振動し、放射音が発生するとともに、その放射音が振動にも影響を及ぼすため、周囲の音場だけでなく、境界面の振動自体も変化する。すなわち、音響振動連成問題となる。

音響振動連成問題としては、これまでに主として振動体からの音響放射および板における音の透過の問題が取り扱われ、議論されてきた。前者は、19世紀末の Rayleigh[1] によるピストン円板の放射問題に始まり、電気音響におけるスピーカなど、トランスデューサの開発のため多くの研究がなされている。後者については、建築音響における壁体の遮音問題として多くの研究がある。一方、前述のような振動の影響は、反射（散乱）波にも現れるが、これに関する研究は水中音響の分野を中心に行なわれてきている。

初めに述べたオーディトリウムなど、建築室内の音場の正確な予測、解析のためには、実際の建築材料が剛体でないことを考えると、壁、反射板など反射面の音響特性に対する振動の影響を考慮し、音響振動連成問題として取り扱うことが必要であると考えられる。しかし、建築音響の分野における反射（吸音）問題で、境界面の振動の影響を考慮したものとしては、板振動型吸音体に関する 2,3 の研究が見られるだけで、特に、理論的な研究は極めて少なく、板（反射面）が剛体であり、全く振動しない条件のもとで解析されたものがほとんどである。

実際のオーディトリウムなどにおいて、反射板、壁体などの材質や構造の違いによって、反射音の音色の差異が知覚される場合もあり、室内音響設計にとって、境界面の振動を考慮した音場の予測手法、特に、反射面の設計指針が確立されることが望ましい。

その他にも、例えば、障壁による騒音の回折減衰の効果を考える場合にも、障壁自体の振動による放射（透過）音の影響が、特に障壁の近傍音場において現れると思われる。障壁の材料の所要音響性能として、透過損失値が一部では定められていることが知られているが [2]、障壁自体の透過音を考慮して回折音場を取り扱った研究はほとんど見られない。

このように、音響振動連成問題すなわち境界面の振動を考慮して音場を解析することは、音場を正確に予測する上で必要であると言える。

上述のような問題点をふまえ、本研究では、特に弾性板による音響反射問題を取り上げ、主として建築音響設計への応用を考えて、理論的な研究を行なう。

音響振動連成問題を扱う場合、境界面（多くの場合弾性板）の振動応答を求める必要があるが、解析的手法による場合困難であることが多い。特に、板が有限な大きさである場合には、非常に困難な問題となる。また、放射音が振動自体に及ぼす影響、すなわち音響負荷の評価も、問題をいっそう複雑にしている。

一般に板が無限大の広がりを持つ場合には、音響負荷を考慮した厳密な解析解を得られることが多い。一方、板が有限の場合には板の振動性状が非常に複雑になり、解析解を得られない場合が多い。特に、任意の形状のものについては、一般的には不可能である。したがって数値解析的手法を用いざるを得ない。この点については、次節において詳しく述べる。

0.2 音響振動連成問題について

音響振動連成問題の概要については、前節にいくつかの具体的な例をあげ、その重要性について述べた。ここでは、その取り扱い上の問題点を中心に、若干の説明を加えておく。

機械的な励振、もしくは入射音波による板面上の音圧が外力となり、弾性体が振動し、その結果放射音が生ずる。この放射音は、音響負荷 (acoustic loading, radiation loading) と呼ばれ、振動系に新たな外力として加わり、その振動状態を変化させる。これは、媒質が空気のように軽い場合や、板が媒質に比べて十分に重い場合には無視して支障ない場合も多いと言われている。しかし、媒質が空気であっても、共振点近傍では振動変位の増大にともない、この音響負荷も大きくなるため、無視できなくなる場合が生ずる。また、キャビティを有する場合には、これが弾性を持つため、音響負荷が大きくなる。そのような場合には、外力がかなり変化することになり、振動状態が著しい影響を受けることになる。

この関係を図に示すと、Fig.0.1のようになるが、その中で音響負荷は一種の“feed-back loop”として、表わすことができる。

これを数式によって表現すれば、いま弾性体に加わる外力と振動速度応答の関係を表わす関数 γ_e 、音場の Green 関数 g を用いると、振動速度 v は、

$$v(\mathbf{R}_k) = - \int_S \gamma_e(\mathbf{R}_k|\mathbf{R}_j) \left[\int_S v(\mathbf{R}_0)g(\mathbf{R}_j|\mathbf{R}_0)dS(\mathbf{R}_0) \right] dS(\mathbf{R}_j) + \sum_{j=1}^N q(\mathbf{R}_j)\gamma_e(\mathbf{R}_k|\mathbf{R}_j) \quad (0.1)$$

のように表わされる。ここで、 $q(\mathbf{R}_j)$ は、点 \mathbf{R}_j に加わる機械的外力である。

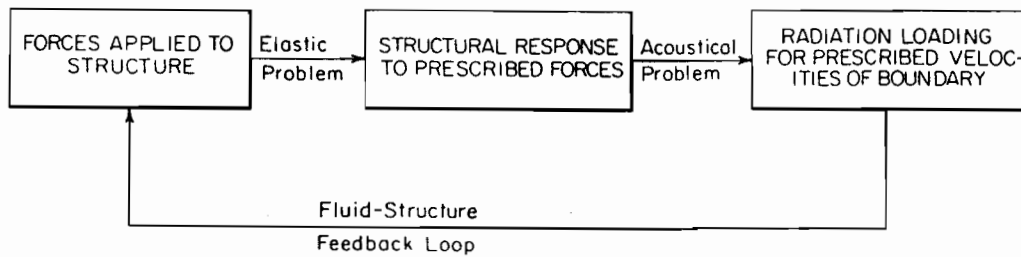


Figure 0.1: Diagram illustrating the dynamic interaction of an elastic structure and a fluid medium. [3]

第1項の [] 内は、点 \mathbf{R}_0 の振動速度 $v(\mathbf{R}_0)$ による放射音圧，すなわち音響負荷であるから，第1項全体は，それに対する振動応答を表わし，第2項は機械的外力に対する応答となる。

ここで，音波の入射によって振動する場合を考えれば，この第2項が次式のような形をとる。

$$- \int_S p_b(\mathbf{R}_j) \gamma_e(\mathbf{R}_k | \mathbf{R}_j) dS(\mathbf{R}_j) \quad (0.2)$$

ただし， $p_b(\mathbf{R}_j)$ は，物体が剛である場合の表面点 \mathbf{R}_j における音圧であり，音響負荷を考慮しない状態での外力である。これを，Fahy[4] は“blocked pressure”と呼んでいる。

(0.1) は，適宜変形することで，第2種 Fredholm 型積分方程式となり，非同次項が，機械的励振の場合その第2項，入射音波による励振の場合 (0.2) の形で表わされることになる。

(0.1) の場合には， $q(\mathbf{R}_j)$ が既知であるから，非同次項 (第2項) 自体が既知であるが，入射音波による振動を考える場合，非同次項 (0.2) において， $p_b(\mathbf{R}_j)$ が必ずしも既知ではない。

この $p_b(\mathbf{R}_j)$ は，無限大板や，無限大バフル中の板のように，無限大平面境界の場合には，陽な形で単純な表示ができるが，自由空間中の有限板については，回折効果による裏面への回り込み等により，複雑な分布を生じ，一般に陽な表示を得ることはできない。したがって，無限大境界の場合には解析的に解ける可能性が高いが，有限板に対しては，この点からも困難な問題となる。そのため，境界面が無限大の場合と有限の場合では，問題の取り扱いが自ずと異なったものになるであろう。

0.3 建築音響における音響反射問題

はじめに述べたように、音響反射問題は建築音響だけでなく、広く工学全般における課題であるが、本研究では主として建築音響設計への応用を目的とする立場から、ここで建築音響における音響反射問題に関する既往の研究を紹介し、問題点について述べておく。

建築音響設計における音響反射問題の代表的なものに、音響反射板¹の設計があげられる。音響反射板はオーディトリウムなどにおいて、聴衆に対しては直接音の補強、あるいは有効な初期反射音を供給するため、非常に重要視されている。初期反射音の聴感に対する効果については、多くの研究者によって実験的な研究が行なわれており [5]、その必要性が指摘されている [6]。一方、演奏者に対しても、合奏を容易にするために初期反射音を供給する必要性が指摘されており、ステージ反射板がそのために重要な役割を果たすと考えられている。

オーディトリウムにおいては、壁、天井など室の内壁面およびステージ反射板が反射面として、上述の働きをするのであるが、大規模な音楽ホールなどでは音源と室の内壁面の距離が大きくなりすぎ、反射音の遅れ時間が大きくなりすぎる傾向がある。そのような場合には、天井から“浮き雲 (clouds)”のように比較的小さい反射板をつるすことによって、有効な反射音を供給することが行なわれている [7, 8]。

無限大の平面からの反射波は、幾何学的な鏡面反射となり、単純な形で表わされる。したがって反射板の反射特性についても、板が波長との対比において十分大きい場合には、幾何学的な鏡面反射として扱う場合が多く、いわゆる幾何音響的手法である鏡像法や音線法はこの考えに基づくものである。しかし、板の大きさが波長と同等あるいは小さい場合には、回折による影響のため複雑な音場となる。この場合、解析も非常に複雑となり、一般的には厳密な解析解は得られないため、従来は主として実験的研究あるいは近似的な手法が用いられてきた。

1962年にオープンした New York Philharmonic Hall では、多数の“浮き雲”[7]が使用されていたが、そのサイズが小さすぎたために低音域で反射特性が低下し、低音不足につながったため不評であったと言われている。これを契機に“浮き雲”の反射特性に関する研究が行なわれている。Leonard, Delasso and Knudsen[9]は、矩形板およびその配列の反射特

¹本論文中では音響反射板という場合、反射音の供給のため特別に設けられる反射板の他に、壁、天井など内装面およびステージエンクロージャ（ステージ反射板）なども含める。すなわち、室内音響効果に対して反射面として関与するものの総称としてこの語を用いる。

性を測定し、矩形板の配列の反射特性が同じ面積をしめる一枚の矩形板のそれより劣ることを示した。また、E. Meyer and Kuttruff[10]はNew York Philharmonic Hallの“浮き雲”の1/50モデルを作成し、反射エネルギーより透過エネルギーのほうが大きいことを測定結果によって示している。

これらの実験的研究に対し、桜井と前川[11]はFresnel-Kirchhoffの近似回折理論に基づいて、剛な平板およびその配列の反射特性を解析した。その結果、遠距離音場においては、上述の近似的解析が十分に適用できることを示した。また、ある範囲においては、さらに粗い近似であるFraunhofer近似も使用できると結論している。

また、Rindel[12]はFresnel-Kirchhoffの近似回折理論に基づき、剛な矩形板およびその配列の反射特性の解析結果を、実用的な設計図表としてまとめている。ただし、この図表は鏡面反射に限定されたものである。

桜井[13]は、Helmholtz-Kirchhoffの積分公式に裏側のポテンシャルを0とするKirchhoff近似を適用し、Maggi-Rubinowicz変換を施して得られる線積分により、剛な平板による音場を解析する方法を提案している。また、剛な曲面板についてもFraunhofer近似による計算法を用い、解析を行なっている。

これまで述べたような実験的あるいは近似的手法に対し、厳密な解法としては、境界要素法（境界積分方程式法）によって数値的に解く方法があげられる[14, 15, 16]。この方法は原理的には任意の形状の境界に適用でき、精度よく音場を解くことができるので、近年の計算機の発達に伴って広く用いられるようになりつつある。

このように、剛な境界面の反射問題についてはかなりの知見が得られており、計算法もほぼ確立されているといえる。しかし、反射板の設計について考えた場合、上述のような方法によって大きさ、形状、配置については検討できるが、材質、構造については設計指針を与えることはできない。例えば、ある大きさの反射板を考えた場合、上述のように板を剛として解析すると、材質が何であっても表面の音響インピーダンスが同じであれば、反射特性は全く同じということになる。また、材質が同じであれば厚さがいくらであっても、背後の条件がどのようになっても、その違いは現れない。

実際にオーディトリウムなどで、反射板あるいは内装面の材質、構造によって反射音の音色の差異が経験されることがある。このような現象には、前節に述べたように反射面の振動（による放射）が関与していると考えられる。したがって、材質、構造に対する設計指針を

得るためには、境界面の振動を考慮して反射問題を取り扱うことが必要となる。

反射板の材質、構造については、これまでほとんど研究が行なわれておらず、“重量のあるものがよい”、“木が良い”、“合板とアスファルトの積層構造が軽いわりには良い”[17, 18, 19]などと言われているが、経験に基づくものであり明確な根拠があるものではない。極端な例としては、厚さ 1mm のプラスチック膜を用いても、ステージ反射板としては十分であったとの報告もある [20]。また、薄い鉄板を反射板に用い、制振処理を施すことで良好な効果を得た事例も報告されている [21]。

上に述べた経験的な知見のうち、“重量のあるものが良い”と言うことは、振動の影響が少ない方が良いとの意識からでたものと考えられるが、実際の建築における内装面やステージ反射板の構造などを考えると、背後の空気層、吸音層の影響、さらに野縁、根太のようなリップが存在し、単に重量のみで議論できる問題ではない。すなわち、境界面の材質、構造を考慮してその振動を解析し、音場を求めた上でその影響を議論する必要がある。

0.4 本研究の課題と本論文の構成

本論文では、建築音響設計における音響反射板の問題について、その材質、構造が及ぼす影響を明らかにし、設計上の指針となる知見を得ることを目標とする。そのため、0.3 節で指摘した問題点を整理し、以下に挙げる課題を取り上げる。これら各々の課題について、波動音響学的手法に基づいた理論的研究を行なう。

弾性板の音響反射特性に対する、

- 板の材質、厚さなど諸定数の影響。
- 背後空間の形態（背後空気層、吸音層）の影響。
- 構造的要因（野縁、根太など）の影響。

以上の考察によって、オーディトリウムなどの建築室内における、反射面の形態をほとんど網羅することができる。

また、0.2 節で述べたように、板が無量大の場合には解析的に扱える場合が多いが、有限の場合には数値解法によらなければならない場合が多く、両者では問題の取り扱いに大きな違いがある。基礎的な考察を詳細に行なうためには、解析解を得られることが重要であり、

その点から無限大板に対する解析的研究は有益である。また、反射板が室内壁面のように波長との比較において十分大きい場合は、かなり定量的な解としても有用である。そこで、本論文においては、まず第1部（第1章～第6章）において無限大弾性板の音響反射問題について、解析的手法によって考察する。一方、ホール内の“浮き雲”のような、自由空間中の比較的小さい有限板については、その基本的性質を考察するとともに、数値解析的な取り扱いを検討することも必要となる。本論文の第2部（第7章～第10章）では、有限な弾性板の音響反射特性の基本的な性質の考察だけでなく、数値解析手法を含む問題の取り扱いについて検討する。

したがって、本論文の構成は以下に示すとおりである。

まず第1章において、第1部の序論として、無限大弾性板の音響反射問題の意義を述べるとともに、既往の研究を概観し問題点を指摘する。第2章では、本論文で一貫して用いる基礎関係式を示す。第3章では、背後層を持たない単一の無限大弾性板による反射音場を解析し、厳密な解析解を導出する。また、一般的な特徴について述べるとともに、板の材質（物性値）、厚さ、表面の吸音特性が及ぼす影響を考察する。第4章では、背後空気層を有する無限大弾性板による反射音場の解析的厳密解を示す。理論の応用として、板振動型吸音特性の予測を試み、既存の実験結果との比較により、理論の妥当性を確認する。また、反射特性に対する各パラメタの影響を論ずる。第5章では、板の背後層を任意の媒質の組み合わせによる3重層として、反射音場の解析的な厳密解を示す。第4章と同様に、背後吸音層を持つ場合の板振動型吸音特性の予測を試み、実測値との比較によって理論の妥当性を確認する。また、背後吸音層による反射・吸音特性の変化、および吸音層の厚さ、位置など背後層の形態による変化を明らかにする。第6章では、板が背後層を有し、さらに板と背後壁がリブによって連結されている場合について、解析的な厳密解を示す。また、反射特性に対するリブの影響、および各パラメタの影響について考察する。

第7章では、第2部の序論として、有限な弾性板の反射音場に特有の問題点を挙げ、有限な弾性板の音響振動連成問題について、既往の研究を概観する。第8章では、解析的に扱うことができる条件のひとつとして、無限大剛パフル中のstripによる反射問題を取り上げ、近似解と厳密解を示す。これらによって、有限な弾性板の反射音場の基本的な性質を考察する。第9章では、任意の条件に適用できる数値解析法として、有限要素法と境界要素法を用いた定式化を示し、計算例として自由空間中の矩形弾性板の反射音場について考察する。ま

た、音響負荷の評価については簡便な方法をとることを目標として、2種類の方法を示し、若干の考察を行なう。第10章では、第9章で示した2種類の音響負荷の取り扱いについて、2次元音場における厳密解との比較を行ない、各々の適用範囲を明らかにする。

最後に総括として、以上の研究によって得られた成果をまとめる。

第1部

無限大弾性板の音響反射特性

第1章

第1部序論

序章で触れたように、弾性板による音響放射あるいは反射などの問題を扱う場合、厳密に解を求めるためには、板振動によって生じる放射音が板振動自体に及ぼす影響、すなわち音響負荷を考慮することが必要である。この音響負荷を明らかにするためには、板の振動変位が決定されなければならないが、板の振動変位を決定するためには、音響負荷を正確に知ることが必要である。

いま、このことを説明する具体的な一例として、無限大弾性板について考えてみる。

Fig.1.1に示すような、無限大の広がりを持つ非浸透性の弾性板に、音圧 p_i の音波が入射している場合を考える。

p_r, p_t を、それぞれ反射波および透過波の音圧とすると、この板には

$$p_z = (p_i + p_r) - p_t \quad (1.1)$$

の圧力が加わっていることになり、この p_z が板を振動させることになる。

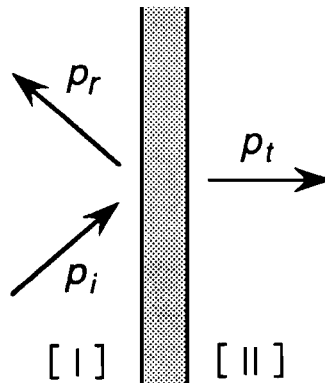


Figure 1.1: Reflection and transmission problem of an elastic plane plate of infinite extent.

この板の振動によって、板の裏側すなわち領域 [II] 側の表面に接する媒質も振動し、音波が放射される。これが透過音 p_t である。

一方、領域 [I] 側でもこれと同様に考えれば、反射音圧 p_r は、板が振動していないときの反射音圧 p_{rig} と、板振動による放射音圧 p_{rad} の和と解釈される。

したがって、(1.1) のうち、 p_t および p_r ともに、板振動による放射音を含んでいることになり、板の振動状態が決定されなければ、求められない。しかし、逆に板の振動状態は、(1.1) の各項が与えられなければ決定されない。すなわち、 p_r 、 p_t および板の振動は、全て連成した形で決定されなければならないので、音場の支配方程式と板の振動方程式を、連立して解くことが必要になる。

一般に板の振動方程式を解くことは、数学的に複雑な問題となるが、この例のように無限大板の場合、解析が比較的容易になる。

しかし板が有限の場合、境界条件によっては解析解が得られないことも多い。そのような場合には、近似もしくは有限要素法などの数値解法を用いることになる。さらに、有限板の場合は、回折効果のため、板振動の外力となる両面の音圧差が (1.1) のような単純な形では表わせなくなる。例えば、入射した音波は単に反射されるだけでなく、回折効果によって板の背後へ回りこみ、裏面にもポテンシャルの分布を生じる。放射波についても、同様に回折の影響を受ける。このように複雑な音場が形成されるため、板の表面上における音場の分布を求めるにも、解析的には不可能な場合がほとんどである。したがって、板振動の駆動力を求めること自体が困難であり、境界要素法などの数値解法を採らざるを得ない。そのため、有限板の場合には、剛な無限大バフルのある場合を除いて厳密な解析解を得ることはほとんど不可能である。

一般に現象の理解のためには、解析解が利用できることが望ましいことはいうまでもない。そのため、比較的容易に解析解が得られる無限大弾性板の音響特性については、これまでもいくつかの研究が行なわれている。

この種の問題として古くから関心を集めたのは、無限大板による音響放射の問題である。これは、建築音響においても、壁体の音響透過問題として研究が行なわれてきた [23, 56]。それらは主として、単一の無限大弾性板に平面波が入射する場合を考え、透過損失を求める問題を取り扱ったものである。

これに対し、無限大弾性板が点加振を受ける場合の音響放射特性は、Feit[24] によって求め

られている。また、無限大弾性板が分布荷重による加振を受ける場合については、Junger[25]により求められている。また、変分原理に基づいた理論により、Filippi et Saadat[26]は、音場と無限大板の連成問題、特に放射問題について考察している。

また、無限大弾性板の音響反射問題を取り扱ったものとしては、Morse and Ingard[27]および Junger and Feit[28]が、最も単純な場合として単一板に平面波が入射する場合の反射波を求めている。さらに、Rudger[29]は板の基礎式として Timoshenko-Mindlin の理論を用いて、積層構造の板（但し板の裏側は真空と仮定し、透過音の影響を無視）の反射特性および点加振に対する放射特性を求めている。

その他、弾性板による反射問題に関連の深いものとしては、板振動型吸音の問題がある。これは、弾性板の背後に空気層あるいは吸音層を設けた場合、板と背後層が構成する単一共振系の共振が起こり、ある周波数で選択的な吸音性を示すものである。その共振周波数は、一般的に低周波数域に生ずることから、低周波数域での吸音体として広く使用される。これについては、木村による実験的な研究があり、非常に多くの測定データを公表している [30]。しかし、板振動型吸音に関しては理論的な研究が少なく、その予測法やメカニズムは明らかにされていないため、その設計は専ら測定データ等を参考として行なわれているのが現状である。

また、建築室内の壁面の形態を考えた場合、板振動型吸音体と同様に背後層を持つことが多いが、さらに施工上の必要から、野縁あるいは根太などと呼ばれるリブが用いられる場合が多い。このような場合には、リブによる振動性状の変化のため、反射特性も変化を受けると考えられる。リブを有する弾性板の音響特性に関する研究は、比較的多くあるが、反射問題についてはこれまで発表された主なものは、単一の無限大弾性板がリブを有する場合であり、しかも板の背後を真空としたものしか見られない。したがって、本研究の立場から考えると、これらの条件では問題の解決とはならない。建築的条件としては、背後層の影響およびその媒質の影響も含めて、リブを有する板を解析する必要がある。

そこで、第1部では、本論文において共通に使用する基礎関係式を概説した後、無限大弾性板の音響反射特性について、次のような考察を行なう。

単一板の反射特性 単一の無限大弾性板、すなわち背後層など特別な構造を全く持たない単体の場合について、その反射特性を解析的に求め、板の諸定数、表面の吸音特性の影響について考察する。

背後空気層の影響 建築室内において一般的に見られる、背後空気層の影響を考察するため、無限大弾性板が背後空気層を持つ場合について解析解を求め、その影響を論ずる。また、理論を板振動型吸音率の予測に応用し、既存の実測値との比較により、理論の妥当性を検証する。

背後吸音層の影響 背後空気層内に吸音層を挿入した場合の影響について考察するため、まず任意媒質の任意の組み合わせによる多重背後層を有する板としてモデル化する。モデルに対し解析解を求め、背後吸音層の影響について論ずる。また、背後吸音層を有する場合の板振動型吸音率の予測を試み、実測値との比較を行なうことで理論の妥当性を確認する。

周期的なリブによる影響 実際の建築の室内壁面には、上に述べた背後層に加え、さらに野縁あるいは根太と呼ばれるリブが入る場合が多い。そのような構造上の変化の影響を、理論的な解析によって論ずる。

これらの無限大弾性板に対する結果は、定性的な解として現象の理解に役立つばかりでなく、建築室内の壁面、天井、床など、波長との関係で十分大きな面の場合は、そのまま実際に応用できる有用な知見となる。また、ここで扱う諸条件は、実際の建築室内の各面の構造を、ほぼ網羅するものと言える。

第2章

基礎関係式

本章では、本論文で共通して用いる基礎関係式、すなわち波動方程式、Helmholtz-Kirchhoffの積分公式から誘導される積分方程式、弾性板の振動方程式について以下にまとめておく。

2.1 波動方程式と基本解

均質な流体媒質である空気中における音波は、空気の粘性を無視すれば、 c_0 を空気中の音速、 Φ を速度ポテンシャルとして、音源のない領域では、波動方程式

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

により記述される。ここで速度ポテンシャル Φ は、音圧 p および粒子速度 v と次式によって関係づけられる。

$$p = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$v = -\text{grad} \Phi \quad (2.3)$$

ここに、 ρ_0 は空気の密度である。 p および v も波動方程式を充たす。

時間的に周期的に変化する場合には、速度ポテンシャルを $\Phi = \phi \exp(-i\omega t)$ とおいて、時間項 $\exp(-i\omega t)$ で除すると、

$$(\nabla^2 + k_0^2)\phi = 0 \quad (2.4)$$

$$p = -i\omega\rho_0\phi \quad (2.5)$$

$$v = -\text{grad}\phi \quad (2.6)$$

と表わせる。ただし、 $k_0 = \omega/c_0$ 波数であり、 $\omega = 2\pi f$ は角周波数、 f は周波数である。

境界のない無限空間中の一点 \mathbf{r}_s に置かれた強さ -1 の点音源が、点 \mathbf{r} に生ずる速度ポテンシャル $G(\mathbf{r}_s | \mathbf{r})$ を基本解と呼び、

$$(\nabla^2 + k^2)G(\mathbf{r}_s | \mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \quad (2.7)$$

の解であり、3次元空間では、

$$G(\mathbf{r}_s | \mathbf{r}) = \frac{e^{ik|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|}}{4\pi|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|} = \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \quad (2.8)$$

ただし、 $r = |\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|$ である。また、2次元空間の場合は、同様に考えて

$$G(\mathbf{r}_s | \mathbf{r}) = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(k|\mathbf{r}_s - \mathbf{r}|) = \frac{i}{4}H_0^{(1)}(kr) \quad (2.9)$$

となる。ここに、 $H_0^{(1)}$ は第1種0次のHankel関数である。

2.2 音場を求めるための積分方程式

Fig.2.1に示すように閉領域 Ω 内に点音源 P_s および物体 Ω_i (境界 F) がある場合の、受音点 P における速度ポテンシャル $\phi(P)$ を求める。領域 Ω は、 P 点および P_s 点の近傍を除いた領域とし、その境界は $\partial\Omega = \Sigma + \sigma_s + \sigma + F$ とする。ただし、 σ, σ_s はそれぞれ P, P_s を中心とする小球の表面である。

この領域 Ω に対し、 n を内向法線とした場合、Greenの公式

$$\iiint_{\Omega} (f\nabla^2 g - g\nabla^2 f) dV = \iint_{\partial\Omega} \left(f \frac{\partial g}{\partial n} - \frac{\partial f}{\partial n} g \right) dS \quad (2.10)$$

を適用し、 $f = \phi, g = G$ を代入すると、上式の左辺は

$$\iiint_{\Omega} (\phi\nabla^2 G - G\nabla^2 \phi) dV = \iiint_{\Omega} \{ \phi(-k^2)G - G(-k^2\phi) \} dV = 0 \quad (2.11)$$

となる。したがって、

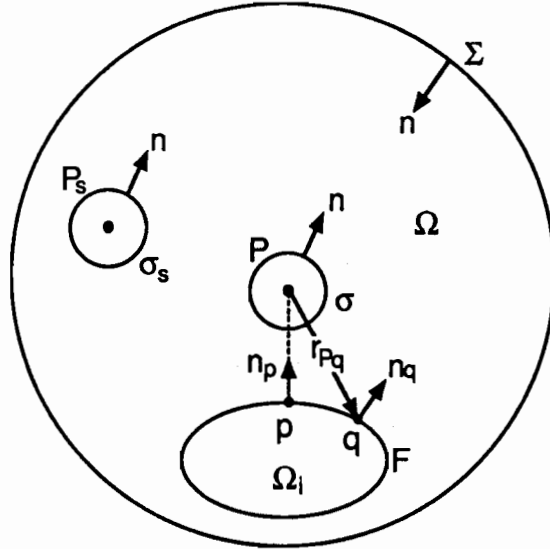


Figure 2.1: Domain and notation for derivation of the integral equation.

$$\iint_{\partial\Omega} \left\{ \phi(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial n} - \frac{\partial \phi(\mathbf{r}_0)}{\partial n} G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \right\} dS = 0 \quad (2.12)$$

が得られる。ただし、 \mathbf{r}_0 は各境界面上の点の位置ベクトルを示す。また、 \mathbf{r} は空間中の任意点（ここでは受音点 P とする）の位置ベクトルである。以下、境界面上の点には、添字 0 を付して示す。

ここで、 σ_s 上の積分は P 点での直接音 $\phi_D(\mathbf{r})$ 、 σ 上の積分は $-\phi(\mathbf{r})$ となることを考慮すると、次式が得られる。

$$\phi_D(\mathbf{r}) + \iint_{F+\Sigma} \left\{ \phi(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial n} - \frac{\partial \phi(\mathbf{r}_0)}{\partial n} G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \right\} d\mathbf{r}_0 = \phi(\mathbf{r}) \quad (P \in \Omega) \quad (2.13)$$

$$= 0 \quad (P \in \Omega_i) \quad (2.14)$$

いま、物体による反射、散乱など外部問題を考えると、境界面 Σ を P を中心とする半径 ∞ の球面とすれば、Sommerfeldの有界条件

$$|r\phi| < K, \quad K \text{ はある定数.} \quad (2.15)$$

および放射条件

$$r \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial r} - ik\phi \right\} \rightarrow 0 \quad (2.16)$$

を仮定することにより、その寄与を無視することができる。したがって、積分領域は F のみとすることができる。上式の積分の第1項を2重層ポテンシャル、第2項を1重層ポテン

シャルと呼ぶ。境界面上のポテンシャルおよびその勾配の分布 $\phi(\mathbf{r}_0)$, $\partial\phi(\mathbf{r}_0)/\partial n$ は、空間中の受音点 P (位置ベクトル \mathbf{r}) を面上の点 p (位置ベクトル $\bar{\mathbf{r}}_0$) に近づけた極限であり、ポテンシャルの跳びを考慮すると、次式が得られる。

$$\phi_D(\bar{\mathbf{r}}_0) \pm \int \int_F \left\{ \phi(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\bar{\mathbf{r}}_0 | \mathbf{r}_0)}{\partial n} - \frac{\partial \phi(\mathbf{r}_0)}{\partial n} G(\bar{\mathbf{r}}_0 | \mathbf{r}_0) \right\} d\mathbf{r}_0 = \frac{1}{2} \phi(\bar{\mathbf{r}}_0) \quad (2.17)$$

複号は n が内向きの場合は正、外向きの場合は負をとる。これに境界条件を代入して得られる積分方程式を解くことにより、面上のポテンシャルを求めることができる。面上のポテンシャル分布が与えられると、(2.14) から空間内のポテンシャル分布が求められる。

しかし、上式を解析的に解くことができる場合は非常に限られており、一般的には離散化することによって得られる連立方程式を数値的に解くことになる。第1部で取り扱う無限大弾性板の問題では、境界面が無限大であり単純であるので、解析的に解くことが可能である。それに対し、第2部で取り扱う有限板の場合には、近似もしくは前述の数値的解法を用いることになる。その方法については後に述べる。

2.3 弾性板の振動方程式

Hooke 固体¹により構成される一様な平面板の横振動変位 w は、古典的板理論によれば

$$D\nabla^4 w + \rho_p \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q \quad (2.18)$$

により表わされる。ここに、 $\nabla^4 = \nabla^2 \nabla^2$ は2重ラプラシアンである。 q は外力項を示す。また、 D は板の曲げ剛性であり、次式で表わされる。

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.19)$$

ただし、 E はヤング率、 h は板の厚さ、 ν は板のポアソン比、 ρ_p は板の密度である。板が内部損失を有する場合には、損失係数を η として、

$$D = \frac{E(1-i\eta)h^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.20)$$

となる。

¹ 応力とひずみの関係が等方線形な Hooke の法則にしたがう弾性物質。

いま、変位 w および外力 q が時間的に周期的変化をしている場合、時間依存項を $\exp(-i\omega t)$ とすると、

$$D(\nabla^4 - k_F^4)w = q \quad (2.21)$$

となる。ここに、 $k_F^4 = \rho_p h \omega^2 / D$ であり、 k_F は板を伝わる屈曲波の波数を表わす。

有限板の場合の境界条件は、固定、単純支持、すべり、自由の4つの場合が考えられる。 y 軸に平行な境界においては、各々の場合の境界条件は次式で与えられる。

$$\text{固 定:} \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0. \quad (2.22)$$

$$\text{単純支持:} \quad w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \quad (2.23)$$

$$\text{すべり:} \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = 0. \quad (2.24)$$

$$\text{自 由:} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^3} = 0. \quad (2.25)$$

矩形板の4辺の境界が単純支持の場合には、比較的容易に解析解が得られる。しかし、それ以外の場合には非常に複雑になり、解析が困難である [31]。そのような場合には、近似法あるいは有限要素法のような数値的解法が使われるのが普通である。有限要素法による数値解法については、後にくわしく述べることにする。なお有限板の場合、音場との連成問題である反射、透過等を扱う場合、音響負荷の影響を考慮に入れると、単純な形状および境界条件の場合でも、一般に解析的に厳密解を求めるのは極めて困難である。

さて、原点 $\mathbf{r} = 0$ に加わる単位力 $\delta(\mathbf{r})$ による、変位の応答すなわち単位応答を $u(\mathbf{r})$ とすると、 $u(\mathbf{r})$ は次式を充たす。

$$D(\nabla^4 - k_F^4)u(\mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}) \quad (2.26)$$

板の振動が1次元的で x だけに依存する場合、上式は

$$D \left(\frac{d^4}{dx^4} - k_F^4 \right) u(x) = \delta(x) \quad (2.27)$$

となる。無限大板の場合、上式は Fourier 変換を用いて解析的に解くことができる。

いま、 x の関数について、Fourier 変換を次式のように定義する。

$$F(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-ikx} dx \quad (2.28)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k)e^{ikx} dk \quad (2.29)$$

これを用いると、1次元の振動方程式(2.27)は波数空間で次式のように表わされる。

$$D(k^4 - k_F^4)U(k) = \frac{1}{2\pi} \quad (2.30)$$

ここに、 $U(k)$ は $u(x)$ の変換である。

したがって、これを解いて $U(k)$ を求めると、次のようになる。

$$U(k) = \frac{1}{2\pi D(k^4 - k_F^4)} \quad (2.31)$$

外力が空間的に分布を持つものである場合、これを $q(x)$ と表わすと、振動変位 $w(x)$ は $u(x)$ を用いて、たたみ込み積分 (convolution integral) によって、次式のように表わせる。

$$w(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\bar{x})q(x - \bar{x})d\bar{x} \quad (2.32)$$

上式中の x の関数 $w(x)$ および $u(x - \xi)$ を Fourier 変換形(2.29)で表わせば、

$$(\text{左辺}) = \int_{-\infty}^{\infty} W(k)e^{ikx} dk \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} (\text{右辺}) &= \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} U(k)e^{ikx} e^{-ik\xi} dk \right\} d\xi \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(k) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} q(\xi)e^{-ik\xi} d\xi \right\} e^{ikx} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} U(k)2\pi Q(k)e^{ikx} dk \end{aligned} \quad (2.34)$$

となる。したがって、変位応答の変換 $W(k)$ は波数空間で

$$W(k) = 2\pi U(k)Q(k) \quad (2.35)$$

のように得られる。ただし、 $Q(k)$ は外力 $q(x)$ の変換である。

これを、先に定義した(2.29)により Fourier 逆変換すれば、変位分布 $w(x)$ を求めることができる。

第3章

単一板の反射特性

3.1 はじめに

本章では無限大弾性板の音響反射問題のうち、最も基本的で単純な、背後層やリブを持たない単一板による反射問題を取り扱う。単一板の場合には解析が比較的容易であり、見通しの良い解が得られるため、考察の上で有利である。また、板自体の特性として、板の振動が反射特性に及ぼす影響や、板の諸定数などのパラメタの影響について基礎的な知見を得ることができる。また、実際に単一板と見なせる大きな壁面などの反射特性について、有用な知見となる。

これまでに、単一板の音響反射特性としては、Morse and Ingard[27] が導出した解がある。これは、無限大弾性板による音響透過問題を扱う中で得られたものであり、反射特性自体についての考察は全く行なわれていない。

Morse and Ingard は、単一の無限大弾性板に平面波が斜入射（入射角 θ ）する場合、板振動が1次元的で自由に進行する屈曲波のみであることを考慮して、振動変位 $w(x) = A \exp(ik_0 x \sin \theta)$ とおいた。すると、 $-z$ 方向へ進む入射平面波は、

$$p_i = P_i e^{ik_0(x \sin \theta - z \cos \theta)} \quad (3.1)$$

反射波は同じく平面波であり、

$$p_r = P_r e^{ik_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (3.2)$$

さらに透過波も同様に、

$$p_t = P_t e^{ik_0(x \sin \theta - z \cos \theta)} \quad (3.3)$$

と書けることから、1次元の板振動方程式は、次の代数方程式となる。

$$(k_0^4 \sin^4 \theta - k_F^4)A = \frac{k_F^4}{2\rho_p h \omega^2} (P_t - P_i - P_r) \quad (3.4)$$

また、板表面での速度の連続から、

$$-i\omega A = \frac{\cos \theta}{\rho_0 c_0} (-P_i + P_r) = \frac{\cos \theta}{\rho_0 c_0} P_t \quad (3.5)$$

が得られるので、(3.4)(3.5)を連立して、 P_t , P_r が決定できる。

彼らはこの方法で、次の解を得ている。

$$P_r = -\frac{iQ(\theta)P_i}{1 - iQ(\theta)}; \quad Q = \left\{ 1 - \left(\frac{k_0}{k_F} \right)^4 \sin^4 \theta \right\} \frac{\rho_0}{\rho_p h} k_0 \cos \theta \quad (3.6)$$

Junger and Feit[28]も、上述と基本的には同じ方法で、同様の解を得ている。ただし、Junger and Feitは、弾性板による反射波 p_r が、その板が振動しないとき、すなわち剛な物体と見なした場合の反射波 p_{rig} に、弾性振動によって生じる放射波 p_{rad} を加えたものであることを考慮して、別に得られた弾性板の屈曲波による放射音圧の式を利用している。すなわち、放射音圧 p_{rad} と振動加速度 \ddot{w} の関係式

$$p_{rad}(x, z) = \frac{i\rho_0 \ddot{w}}{k_0 \cos \theta} e^{ik_0(x \sin \theta - z \cos \theta)} \quad (3.7)$$

を予め別個に誘導しておき、これを Morse and Ingard と同様の、1次元振動方程式に代入することにより次式を得る。

$$\frac{D}{\omega^2} (k_0^4 \sin^4 \theta - k_F^4) \ddot{w} e^{ik_0 x \sin \theta} = \left(2P_i + \frac{i\rho_0 \ddot{w}}{k_0 \cos \theta} \right) e^{ik_0 x \sin \theta} \quad (3.8)$$

ここで、板面上では $p_{rig} = p_i$ であることを用いている。

(3.8)を解いて \ddot{w} を求めれば、(3.7)から p_{rad} が与えられるから、既知の p_{rig} と加え合わせ、結局次式を得ている。

$$p_r(x, z) = \frac{iP_i k_0 h (\rho_p / \rho_0) \{1 - (\omega / \omega_c)^2 \sin^4 \theta\} \cos \theta}{ik_0 h (\rho_p / \rho_0) \{1 - (\omega / \omega_c)^2 \sin^4 \theta\} \cos \theta - 2} e^{ik_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (3.9)$$

なお、(3.9)において、 $P_i = 1$ すなわち入射波の振幅を1とすると、Morse and Ingardの解(3.6)と一致することが確かめられる。

このように、単一の無限大弾性板の反射特性については、上述の2つの研究があるが、Morse and Ingardは透過現象の考察を目的とすることから、反射については全く触れていない。また、Junger and Feitも、透過について触れているのみであり、導出した反射音圧(3.9)については全く考察を行っていない。ただし、(3.9)を導出するに先立って、裏側が真空の場合を同様の手法で解析しており、次のような解を得ている。

$$p_r(x, z) = \frac{iP_i k_0 h (\rho_p / \rho_0) \{1 - (\omega / \omega_c)^2 \sin^4 \theta\} \cos \theta + 1}{ik_0 h (\rho_p / \rho_0) \{1 - (\omega / \omega_c)^2 \sin^4 \theta\} \cos \theta - 1} e^{ik_0(x \sin \theta + z \cos \theta)} \quad (3.10)$$

この解から、裏側が真空のときには、コインシデンス効果の起こる周波数あるいは角度で、 $p_r = -p_i$ となることを指摘している。

しかし、このような知見は、水中音響で見られるように、弾性板の両側で媒質の特性インピーダンスが極端に異なる場合は有用であるとしても、建築音響など空気中での音響特性を問題にする場合にはあまり興味がない。

なお、Rudger[29]は、厚い2種の弾性板を合わせた合板の反射特性を、同様な方法で求めている。その際、板振動の基礎式として、Timoshenko-Mindlinの厚板理論を用い、2つの板の間の境界条件の違いなどを考慮している。しかし、板の裏側を真空として解析している。また、計算結果は全く示されておらず、パラメトリックな考察も見られない。

音響反射板の問題の様に、本論文で目的とする建築音響的応用では、弾性板の物性値、厚さ等のパラメタに対する反射特性の変化を、明らかにしておくことが是非とも必要である。また、建築音響では考察の対象とする周波数領域が非常に広いことから、周波数特性が重要な意味を持つ。

これまでに述べた従来の研究では、板の表面の吸音性を無視し、音響的に剛(acoustically rigid)として取り扱っているが、建築に用いられる材料について考えると、この取り扱いは適当ではない。例えば、木材などは表面がある程度の吸音性を持っている(吸音率 $\alpha = 0.05 \sim 0.1$ 程度)。したがって、解析においては板面の吸音性も考慮し得る形で定式化することが必要

である。従来の解析法は、その点を考慮するにはあまり適切な方法とはいえない。また、さらに複雑な、背後空気層や吸音層あるいはリブなどの影響を含めて扱う場合には極めて煩雑になり、拡張性に欠けるといわざるを得ない。

そこで、本章では反射、放射、透過を一貫して扱うことができる、境界積分方程式による定式化を用いて解析を行ない、板面の吸音性も考慮した厳密な解を導出する。また、計算結果から板振動に関連するパラメタ、板面の吸音性、および入射条件に対する、反射特性の変化を周波数特性において検討し、それらの影響について考察する。

3.2 解析

第1章に述べたように、板振動と音場の連成を考慮して、反射音圧 p_r の厳密な解析解を誘導する。入射波 p_i を平面波とすれば、板が無窮大であることから、問題は2次元音場の問題として扱うことができる。また、時間因子 $\exp(-i\omega t)$ は省略し、周期的定常問題とする。さらに、板の表側、裏側各々表面の音響アドミタンス比 A_1, A_2 を導入し、板の表面における吸音性も考慮に入れてある。

まず、板の両側の境界面上における音圧と、板の振動変位の関係式を導出する。

板の振動変位を $w(x)$ とすると、板の表側（入射側）については、Fig.3.1に示すように、音響アドミタンス比 A_1 を有する無窮大平面が、入射音圧 p_i のもとで、変位 $w(x)$ で振動している場合の境界面上の音圧 p_1 を求める問題となる。

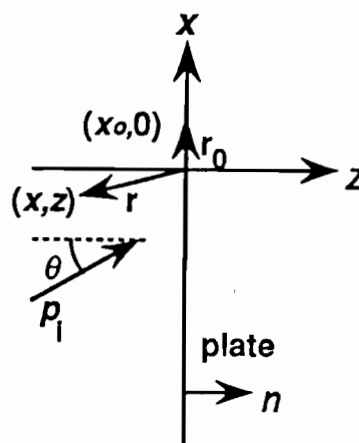


Figure 3.1: Geometry for the source side of an elastic plate of infinite extent.

このとき、板の入射側表面の音圧 p_1 は、(2.14)により次式で与えられる。

$$p_1(x, 0) = 2p_i(x, 0) - 2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ p_1(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial n} - G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} \right\}_{z=0} d\mathbf{r}_0 \quad (3.11)$$

ここで、 $\partial p_1(\mathbf{r}_0)/\partial n$ については、次のように考える。

いま、音響的に剛な面、すなわち表面のアドミタンスが0の面が、速度 v で振動しているとき、次の関係が成り立つ。

$$\frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} = \frac{\partial p_1(\mathbf{r})}{\partial z} \Big|_{z=0} = i\rho_0\omega v \quad (3.12)$$

一方、特性インピーダンス Z_1 を有する面が、それ自体は振動せず、音圧 p_1 のもとで静止した状態であれば、その面は等価的に $v' = p_1/Z_1$ のように表わされる速度で、振動していると思えることができる。したがって、このとき次式が成り立つ。

$$\frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} = \frac{\partial p_1(\mathbf{r})}{\partial z} \Big|_{z=0} = i\rho_0\omega v' = i\rho_0\omega \frac{p_1}{Z_1} = i \frac{\rho_0 c_0}{Z_1} k_0 p_1 = i A_1 k_0 p_1 \quad (3.13)$$

ただし、 $A_1 = \rho_0 c_0 / Z_1$ は板の入射側表面の音響アドミタンス比である。

以上から、音響アドミタンス比 A_1 を有する面が速度 v で振動している場合、

$$\frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} = \frac{\partial p_1(\mathbf{r})}{\partial z} \Big|_{z=0} = i\rho_0\omega v + i A_1 k_0 p_1 \quad (3.14)$$

となることが分かる。したがって、(3.11) において $\partial p_1/\partial n$ は、板の振動変位 $w(x)$ を用いて次式のように表わされる [32]。

$$\frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} = \rho_0\omega^2 w(x) + i A_1 k_0 p_1 \quad (3.15)$$

これを代入すれば、(3.11) は

$$p_1(x) = 2p_i(x) + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \rho_0\omega^2 w(x_0) + i A_1 k_0 p_1(x_0) \right\} H_0^{(1)}(k_0 | x - x_0 |) dx_0 \quad (3.16)$$

となる。ただし、境界面が平面の場合には、(3.11) の第1項が0となることを考慮した。

つぎに、Fig.3.2から裏側（透過側）境界面上における音圧 $p_2(x)$ について考えると、(2.14) より $p_1(x)$ と同様に導かれるが、この場合には音源からの直接音の項は省かれる。

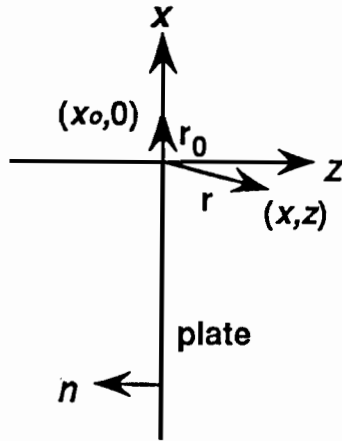


Figure 3.2: Geometry for the back side of an elastic plate of infinite extent.

したがって、次式のように書ける.

$$p_2(x, 0) = -2 \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ p_2(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial n} - G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \frac{\partial p_2(\mathbf{r}_0)}{\partial n} \right\}_{z=0} d\mathbf{r}_0 \quad (3.17)$$

ここで、(3.15)と同様に考えて

$$\frac{\partial p_2(\mathbf{r}_0)}{\partial n} = -\rho_0 \omega^2 w(x) + i A_2 k_0 p_2 \quad (3.18)$$

であるから、これを(3.17)に代入し、第1項が0となることを考慮すれば、結局 $p_2(x)$ は、

$$p_2(x) = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \rho_0 \omega^2 w(x_0) - i A_2 k_0 p_2(x_0) \right\} H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) dx_0 \quad (3.19)$$

と表わせる。これは、板の透過側境界面における透過音圧である。

なお、ここでは平面波入射（入射角 θ ）を考えているので、入射波 $p_i(\mathbf{r})$ は、

$$p_i(\mathbf{r}) = e^{i(k_0 \sin \theta x + k_0 \cos \theta z)} \quad (3.20)$$

である。したがって、(3.11)における $p_i(x, 0)$ 、すなわち入射側境界面上における入射音圧は、

$$p_i(x, 0) = e^{i k_0 \sin \theta x} \quad (3.21)$$

となる。

以上のように、板の入射側境界面上の音圧 $p_1(x)$ および透過側 $p_2(x)$ が、未知関数である板の振動変位 $w(x)$ との関係で表わされた。したがって、この状態で板に加わる z 方向の力 p_z は次式で表わされる。

$$p_z = p_1 - p_2 \quad (3.22)$$

この z 方向に加わる力 p_z に対する板の振動変位 $w(x)$ は、板の単位応答すなわち (2.27) の解 $u(x)$ を用いて、次式で表わされる。 [(2.32) 参照]

$$w(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi) u(x - \xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \{p_1(\xi) - p_2(\xi)\} u(x - \xi) d\xi \quad (3.23)$$

上式は、 $p_1(x)$ 、 $p_2(x)$ とともに $w(x)$ を含んでいるため、 $w(x)$ を未知関数とする積分方程式となっている。これを何らかの方法で解いて、 $w(x)$ を求めればよい。

(2.28)(2.29) で定義した Fourier 変換を用いて解くことを考えると、(3.23) は (2.35) と同様に、波数空間における各関数の変換の積として表わされる。すなわち、

$$W(k) = 2\pi \{P_1(k) - P_2(k)\} U(k) \quad (3.24)$$

ここに、 $W(k)$ 、 $P_1(k)$ 、 $P_2(k)$ はそれぞれ $w(x)$ 、 $p_1(x)$ 、 $p_2(x)$ の Fourier 変換であり、 $U(k)$ は $u(x)$ の Fourier 変換 (2.31) である。

また、 $P_1(k)$ については、

$$\begin{aligned} p_1(x) &= \\ & 2 \int_{-\infty}^{\infty} P_1(k) e^{ikx} dk + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \rho_0 \omega^2 \int_{-\infty}^{\infty} W(k) e^{ikx_0} dk + i A_1 k_0 \int_{-\infty}^{\infty} P_1(k) e^{ikx_0} dk \right\} \\ & \quad \times H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) dx_0 \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} P_1(k) e^{ikx} dk + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \rho_0 \omega^2 W(k) + i A_1 k_0 P_1(k) \right\} e^{ikx_0} dk \right] \\ & \quad \times H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) dx_0 \\ &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} P_1(k) e^{ikx} dk + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2 \{ \rho_0 \omega^2 W(k) + i A_1 k_0 P_1(k) \}}{\sqrt{k_0^2 - k^2}} e^{ikx} dk \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 2\delta(k - k_0 \sin \theta) + \frac{i \rho_0 \omega^2 W(k) - A_1 k_0 P_1(k)}{\sqrt{k_0^2 - k^2}} \right\} e^{ikx} dk \end{aligned}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P_1(k) e^{ikx} dk \quad (3.25)$$

したがって,

$$P_1(k) = \frac{2\delta(k - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^2} + i\rho_0 \omega^2 W(k)}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}} \quad (3.26)$$

となる。 $P_2(k)$ についても同様に計算して次式を得る。

$$P_2(k) = -\frac{i\rho_0 \omega^2 W(k)}{A_2 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}} \quad (3.27)$$

以上より, (3.26)(3.27) を (3.24) に代入して, $W(k)$ について解けば, 次式のように振動変位の変換形が得られる。

$$W(k) = F(k) \sqrt{k_0^2 - k^2} (A_2 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}) \delta(k - k_0 \sin \theta) \quad (3.28)$$

ここに,

$$F(k) = \frac{4\pi U(k)}{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2})(A_2 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}) - i2\pi\rho_0 \omega^2 \{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}) + (A_2 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2})\} U(k)} \quad (3.29)$$

である。

したがって, 板の振動変位 $w(x)$ は (3.28) を Fourier 逆変換することにより,

$$w(x) = k_0^2 \cos \theta (A_2 + \cos \theta) F(k_0 \sin \theta) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (3.30)$$

のように得られる。

次に, 空間中の任意点 \mathbf{r} における反射音圧 $p_r(\mathbf{r})$ を求める。 $p_r(\mathbf{r})$ は (2.14) において音源からの直接音の項を省いた形

$$p_r(\mathbf{r}) = - \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ p_1(\mathbf{r}_0) \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial n} - \frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) \right\} dx_0 \quad (3.31)$$

で与えられる。以下, 各項を計算する。

まず, $p_1(\mathbf{r}_0)$ は (3.26) に (3.28) を代入し, Fourier 逆変換することにより,

$$p_1(\mathbf{r}_0) = \frac{2 \cos \theta + i \rho_0 \omega^2 k_0 \cos \theta (A_2 + \cos \theta) F(k_0 \sin \theta)}{A_1 + \cos \theta} e^{i k_0 \sin \theta x_0} \quad (3.32)$$

となる。また、 $\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) / \partial n$ は $|z - z_0|$ の符号を考慮して、

$$\frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial n} = \frac{\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0)}{\partial z_0} \Big|_{z_0=0} = -\frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\{k(x-x_0) - \sqrt{k_0^2 - k^2}z\}} dk \quad (3.33)$$

と書ける。さらに、 $\partial p_1(\mathbf{r}) / \partial n$ については、(3.15) および (3.30) を考慮して、

$$\frac{\partial p_1(\mathbf{r}_0)}{\partial n} = \left\{ \left(1 + \frac{A_1}{A_1 + \cos \theta} \right) \rho_0 \omega^2 k_0^2 \cos \theta (A_2 + \cos \theta) F(k_0 \sin \theta) + \frac{2i A_1 k_0 \cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \right\} e^{i k_0 \sin \theta x_0} \quad (3.34)$$

となる。

以上より得られた $p_1(\mathbf{r}_0)$, $\partial p_1(\mathbf{r}_0) / \partial n$, $\partial G(\mathbf{r} | \mathbf{r}_0) / \partial n$ を、(3.31) に代入し積分を実行すれば、 $p_r(\mathbf{r}_0)$ は次式のように得られる。

$$p_r(\mathbf{r}) = \left\{ \frac{\cos \theta - A_1}{\cos \theta + A_1} + \frac{\cos \theta + A_2}{\cos \theta + A_1} i \rho_0 \omega^2 k_0 \cos \theta F(k_0 \sin \theta) \right\} e^{i(k_0 \sin \theta x - k_0 \cos \theta z)} \quad (3.35)$$

上式の第1項は板が振動しないときの反射波、第2項は板振動による放射波となる。これらはいずれも $-\theta$ 方向、すなわち鏡面反射方向へ進む平面波となっている。

また、板の両面ともに同一の音響性状を有する場合には $A_1 = A_2$ となる。この場合第2項は透過波と同じで、 $-z$ 方向に進む平面波となることが分かる。

さらに、板の両面とも音響的に剛であれば、 $A_1 = A_2 = 0$ である。このとき、

$$p_r(\mathbf{r}) = \left\{ 1 + i \rho_0 \omega^2 k_0 \cos \theta F(k_0 \sin \theta) \right\} e^{i(k_0 \sin \theta x - k_0 \cos \theta z)} \quad (3.36)$$

となり、表面が全く吸音性を持たない完全反射性の板でも、振動の影響により反射波に変化が生じることが分かる。

なお、 $A_1 = A_2 = 0$ の場合の解 (3.36) は、Junger and Feit[28] あるいは Morse and Ingard[27] によって得られた解と一致することを付記しておく。

(3.35) より、 $p_r(\mathbf{r})$ に影響を及ぼす因子としては、まず板の物性値、厚みがあげられ、これらは関数 $F(k_0 \sin \theta)$ に含まれている。また、板の表面の音響特性 A_1 は大きく影響すると

思われる一方、 A_2 も含まれていることから、板の裏面の音響特性も影響を及ぼすことが考えられる。

さて、解析においては入射平面波 p_i の振幅を 1 としたので、(3.35) に示す $p_r(\mathbf{r})$ は複素音圧反射係数を表わしていると解釈できる。したがって、一般的に広く使われるエネルギー反射率 r_e は次式で与えられる。

$$r_e = |p_r(\mathbf{r})|^2 \quad (3.37)$$

以下の考察においては、もっぱらこの r_e を用いて結果を示すことにする。

3.3 計算結果と考察

前節で得た解析解から、様々な板の物性値（ヤング率 E 、密度 ρ_p 、損失係数 η ）および厚さ h 、平面波の入射角 θ 、板の両面の音響アドミタンス A_1, A_2 について、エネルギー反射率 r_e の計算結果を示し、それらの影響を明らかにする。まず、板の E 、 ρ_p 、 h 、および入射角 θ を変化させた場合の計算結果を Fig.3.3 に示す。

Fig.3.3 では、板の諸定数および入射角の影響のみについて考察するため、 $A_1 = A_2 = 0$ としている。したがって、 r_e は周波数が高くなるにつれて 1.0（完全反射）に近づく。

Fig.3.3 に見られるように、一般的な特徴としては、まずコインシデンス周波数 f_c において r_e には著しいディップが現れる。 f_c は次式により与えられ、板のパラメタ E 、 h 、 ρ_p および入射角 θ によって決まる。

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi h \sin^2 \theta} \sqrt{\frac{12\rho_p(1-\nu^2)}{E}} \quad (3.38)$$

このとき、 $\eta = 0$ であれば、 $k_0 \sin \theta = k_F$ となるため、 $U(k_0 \sin \theta) \rightarrow \infty$ となる。したがって、反射音圧 $p_r(\mathbf{r})$ (3.35) のうち、放射成分を表わす第 2 項が -1 になるため、 $p_r = 0$ となり、 f_c においては理論的に $r_e = 0$ 、すなわち完全吸音となることが分かる。

もう一つの特徴としては、低周波数域において r_e が低下することがあげられる。このように、 $A_1 = A_2 = 0$ 、すなわち板の表面が完全反射性である場合でも、弾性振動の影響によって r_e が f_c および低域において低下することが、無限大弾性板の反射特性における大きな特徴である。

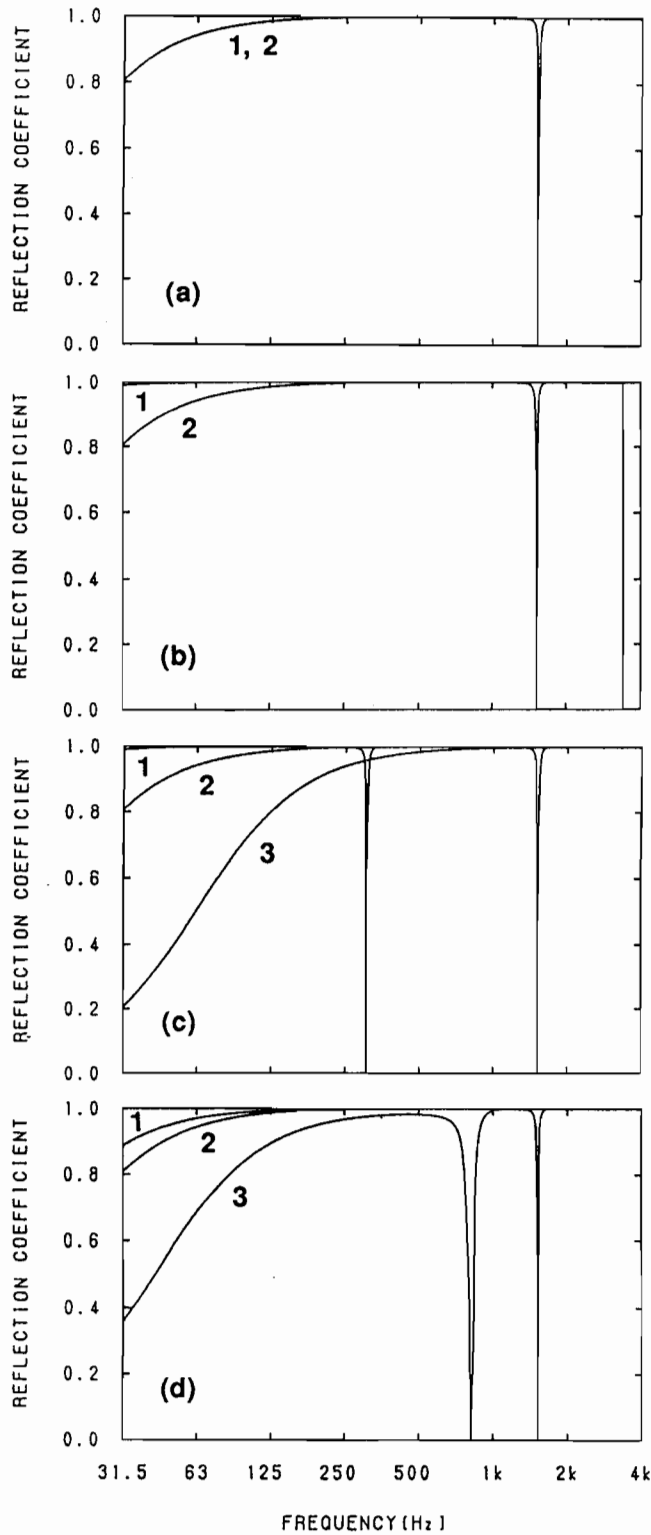


Figure 3.3: Effects of properties of plate and angle of incidence on the reflection coefficient of an infinite elastic plate: (a) $E=10^{10}\text{N/m}^2$ [1], 10^9N/m^2 [2], $\rho_p=600\text{kg/m}^3$, $h=0.02\text{m}$, $\eta=0$, $\theta = 45^\circ$, (b) $\rho_p=3000\text{kg/m}^3$ [1], 600kg/m^3 [2], $E=10^{10}\text{N/m}^2$, $h=0.02\text{m}$, $\eta=0$, $\theta = 45^\circ$, (c) $h=0.1\text{m}$ [1], 0.02m [2], 0.005m [3], $E=10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p=600\text{kg/m}^3$, $\eta=0$, $\theta = 45^\circ$, (d) $\theta = 15^\circ$ [1], 45° [2], 75° [3], $E=10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p=600\text{kg/m}^3$, $h=0.02\text{m}$, $\eta=0$. ($\nu = 0.3$ throughout.)

以下、主としてこれらの点について、板の物性値、厚さ、および入射角の影響を考察する。

ヤング率 E の影響

$E=10^9$ および 10^{10} (N/m^2) の場合の、 r_e の計算結果を Fig.3.3(a) に示す。 E の変化により f_c が変化するから、 E の影響は f_c におけるディップの移動として現れ、 E が小さいほど f_c が高くなるのに伴い、ディップは高域へ移動する。 なお、 $E=10^9 \text{N/m}^2$ の場合、 $f_c > 4\text{kHz}$ となるため、この図にはディップは現れていない。

また、低周波数域における r_e の低下には、 E は全く影響を及ぼさない。

密度 ρ_p の影響

$\rho_p = 600, 3000 \text{kg/m}^3$ の場合の、 r_e の計算結果を Fig.3.3(b) に示す。 ρ_p の変化に応じて f_c が変化するため、それに伴ってディップも移動し、 ρ_p が大きくなるほどディップは高域側に移る。

一方、 ρ_p の影響は低周波数域においても顕著に現れ、 ρ_p が小さい軽い板ほど、低周波数域における r_e の低下が著しくなる。

板厚 h の影響

$h = 0.005, 0.02, 0.1\text{m}$ の場合の、 r_e の計算結果を Fig.3.3(c) に示す。 h が大きいほど f_c は低くなるため、ディップは低域側へ移動する。 また、 h が小さい薄い板ほど、低周波数域における r_e の低下が著しくなる。

入射角 θ の影響

$\theta = 15^\circ, 45^\circ, 75^\circ$ の場合の、 r_e の計算結果を Fig.3.3(d) に示す。 θ が大きくなるほど f_c は低下するため、ディップが低域側へ移動する様子が見られる。 また、それに伴って低周波数域における r_e の低下が著しくなる。

以上の4つのパラメタについては顕著な影響が見られるが、板の損失係数 η の影響はそれらと比較すると少ない。Fig.3.4に $\eta = 0.001, 0.01, 0.1$ の場合の計算結果を示す。 η が大きくなると f_c におけるディップが広く、浅くなる。一方、低周波数域においては全く変化が見られない。 η は屈曲振動にのみ影響するものであり、屈曲振動が優勢な f_c 付近を除いて、その影響が全く現れないためである。

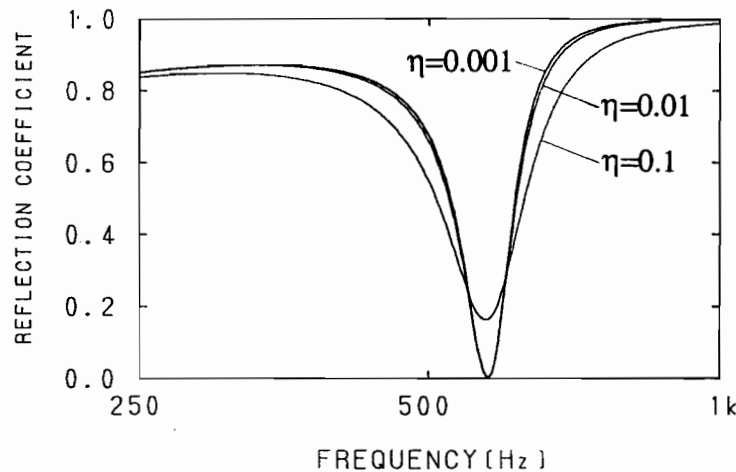


Figure 3.4: Effect of the loss factor of plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate: $\eta = 0.001, 0.01, 0.1, E=10^{10}\text{N/m}^2, \rho_p=600\text{kg/m}^3, h=0.02\text{m}, \eta=0, \theta = 45^\circ, \nu = 0.3$.

以上の結果から、低周波数域における r_e の低下については、透過損失における質量則と同様に、板全体がピストンのように振動することによるものであり、いわゆる質量制御 (mass-controlled) であることが分かる。質量則によれば、 ρ_p, h が小さいほど透過損失が小さくなるが、これは透過音すなわち板からの放射音が大きくなることを表わしており、反射に対しては放射の影響が大きくなることを意味する。エネルギー的に考えると、見かけ上透過するエネルギーが増加し、反射されるエネルギーがその分減少することになる。また、屈曲振動の影響が大きい f_c におけるディップに対する η の影響についても、放射 (=透過) エネルギーが減少することによって、反射エネルギーが増加することと対応する。なお、低周波数域での r_e の低下に対する θ の影響については、斜入射に対する質量則から同じように推論される。

次に、板の表面の吸音性を表わす、音響アドミタンス比 A_1, A_2 の影響について考察するため、以下の3つの場合について解析を行なった。

Case 1 板の両面ともに0でないアドミタンスを有し、その値が等しい場合。すなわち、両面ともに同じ吸音特性を持つ。 $A_1 = A_2 \neq 0$ 。

Case 2 板の入射側表面のみ 0 でないアドミタンスを有し, 透過側は 0 の場合. $A_1 \neq 0$, $A_2 = 0$.

Case 3 板の透過側表面のみ 0 でないアドミタンスを有し, 入射側は 0 の場合. $A_1 = 0$, $A_2 \neq 0$.

A_1, A_2 の周波数特性の影響もあわせて見るため, アドミタンスの周波数特性に対応する吸音率 (α_p) の特性として, Fig.3.5 の (1)(2)(3) に示すような 3 種類を仮定して計算に用いた. (1)(2)(3) はそれぞれ, 木質板, ロックウール吹き付け, グラスウールの吸音特性をモデル的に表現したものであり, 吸音特性の傾向として代表的なものである.

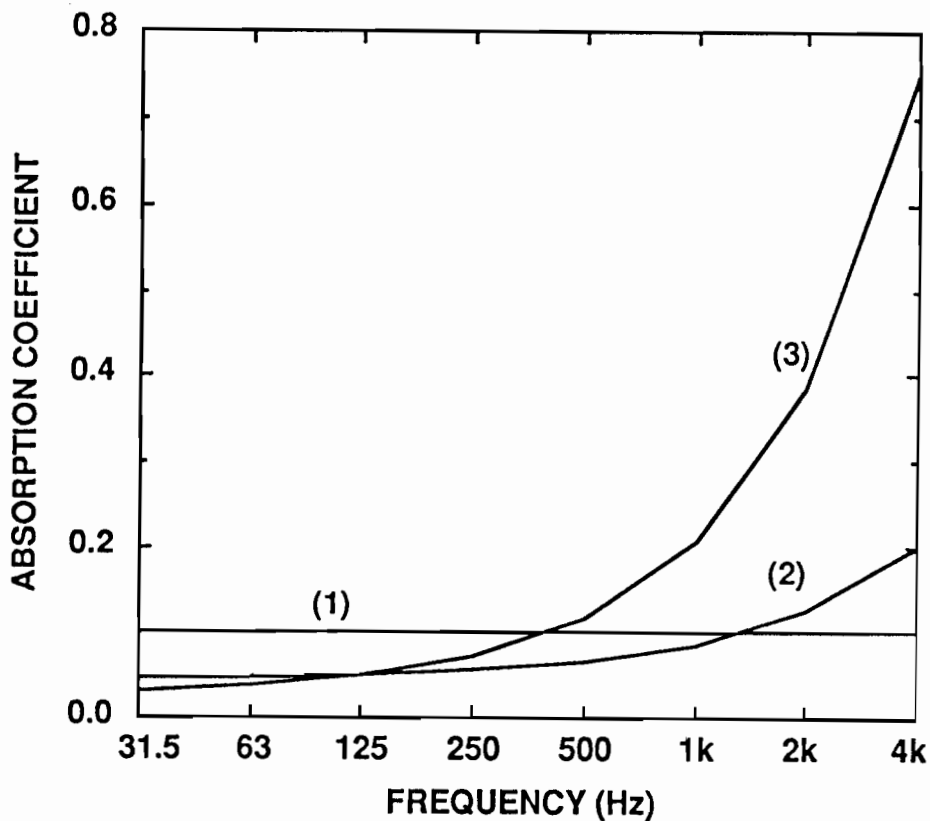


Figure 3.5: Assumed frequency characteristics of the absorption coefficient of the plate surface α_p . (1) $\alpha_p = 0.1$ const., (2) $\alpha_p = 0.00004f + 0.045$, (3) $\alpha_p = 0.00018f + 0.027$.

これらをアドミタンスに変換するにあたっては, 局所作用を仮定し次式より求めた.

$$A_1, A_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha_p e^{2ik_0\delta}}}{1 + \sqrt{1 - \alpha_p e^{2ik_0\delta}}} \quad (3.39)$$

なお、ここで仮想反射面のずれ δ は、周波数によらず一定値 $\delta = 3\text{mm}$ とした。

Case 1～Case 3の結果を Fig.3.6に示す。図中の(1)～(3)は、それぞれ A_1 , A_2 に対応する α_p の特性 (Fig.3.5)を表わす。また、比較のため板が振動しない場合(剛板)に、同じ(1)～(3)の A_1 を与えた場合の結果を(d)として示してある。

Case 1とCase 2ではほとんど同じ結果になることから、 A_1 が支配的であることが分かる。しかし、Case 3では A_2 が大きくなるほど、わずかではあるが r_e が高くなることが確認された。

また、剛板の結果(d)と比較すると、弾性板の反射特性と剛板の反射特性の差は、主として f_c 付近および低周波数域において、前述のような形で現れることがよく分かる。

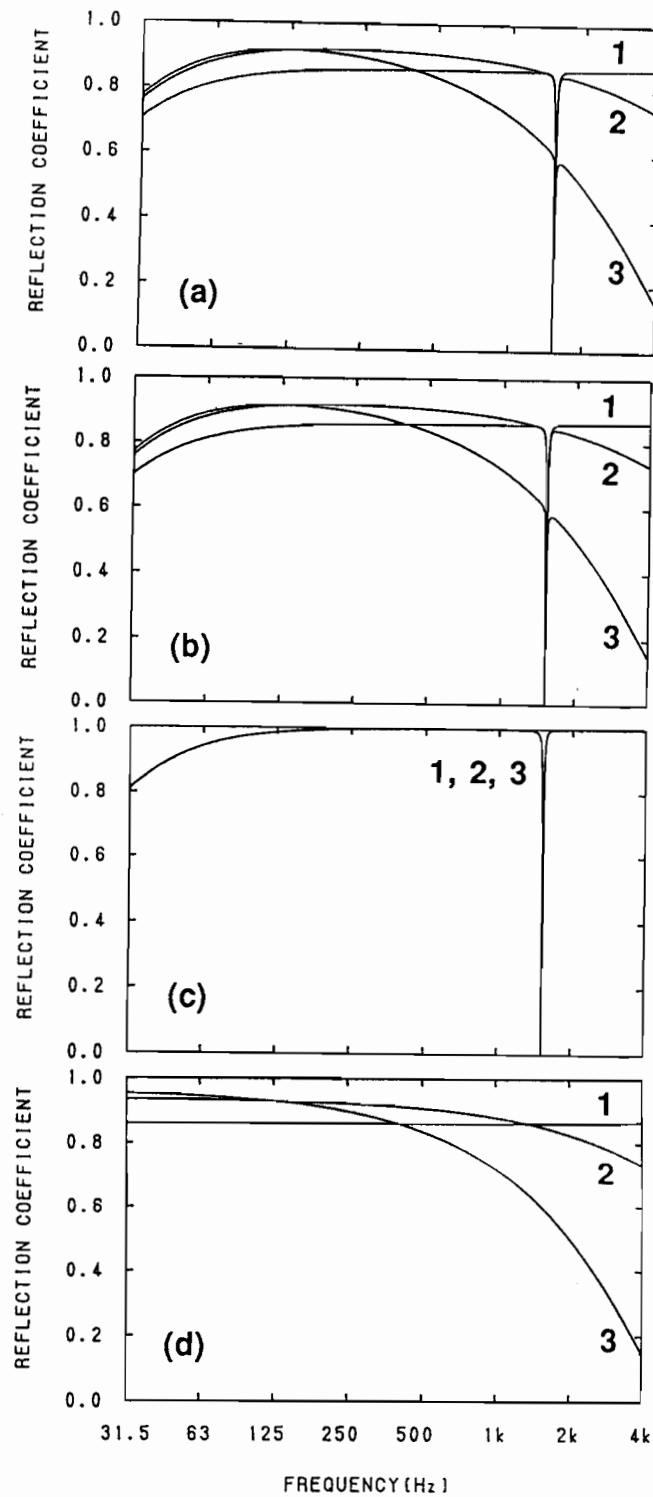


Figure 3.6: Effects of acoustic admittance of plate in the (a) Case 1, (b) Case 2 and (c) Case 3. $E = 10^{10} \text{N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{kg/m}^3$, $h = 0.02 \text{m}$, $\eta = 0$, $\theta = 45^\circ$, $\nu = 0.3$. Reflection coefficient of an immovable (rigid) plate with acoustic admittance on the source side surface is shown in (d) for comparison. The numbers 1, 2 and 3 in each figure denote the assumed absorptive characteristics shown in Fig.3.5.

3.4 結論

本章では、単一の無限大弾性板の音響反射特性を理論的に解析し、陽な形の厳密な解析解を得た。解析に当たっては、従来の研究とは異なり、放射、反射、透過を一貫して扱うことができ、しかも拡張性の高い境界積分方程式による定式化を用い、さらに従来は全く考慮されていなかった板表面の吸音特性を、その音響アドミタンス比として導入した。

計算結果から、単一板の反射特性の特徴として、コインシデンス周波数付近に著しいディップを生じること、低周波数域で反射率が低下することが見られ、これらが無限大弾性板が剛板と最も異なる点である。また、それらに及ぼす板の物性値、厚さ、入射角の影響を明らかにした。

板の表面のアドミタンスの影響としては、入射側表面のアドミタンスが支配的であるが、透過側表面のアドミタンスもわずかに影響し、これが大きくなると反射率がわずかに高くなることが分かった。

第4章

背後空気層の影響

4.1 はじめに

前章では単一の無限大弾性板の反射特性を解析し、板の物性値、厚さなどのパラメータが、どのように影響するかを考察した。それによって、弾性板の単体での音響反射特性を把握することができた。しかし、実際の建築物などで見られる反射板は、板が単体で存在している状況ばかりでなく、さらに複雑な構造を有している場合が多い。例えば、オーディトリウムで反射板として大きな寄与を持つ内装面を考えると、厚いコンクリート壁など建築躯体との間に空気層を有する場合がしばしば見られる。したがって、このような場合には背後空気層の影響によって、内装面の反射特性が変化すると考えられる。そこで、反射板の設計など室内音響計画のためには、背後空気層の影響を理論的な解析によって明らかにしておくことが必要である。

背後空気層を有する弾性板の音響特性に関する研究の一つとして、中空二重壁の音響透過問題がある。London[33]は、2枚の無限大弾性板と、それらによって形成される空気層からなる、中空二重壁の透過損失を理論的に解析している。これは、空気層内の定在波音場を考慮し、2枚の板の各々の機械インピーダンスを用いて解くものであり、前章で紹介したMorse and Ingard[27]の方法と本質的には同じである。この解法では、境界面が吸音性を持つ場合や、厚い吸音層が付された場合などは取り扱いが容易でなく、見通しが悪いため、拡張性に欠けることは既に指摘したとおりである。

また、住宅の戸界壁などについては、このモデルは実態をよく表わしているものの、オーディトリウムなどの反射板の問題に対しては適切とはいえない。

オーディトリウムなどでは、建築躯体は十分に剛な壁体と見なせるため、弾性板は剛な背

後壁とによって構成される背後空気層を持つものとして扱う方が適切であり、問題の取り扱いやすさからも有利であるといえる。

この種の問題について関連の深いものとしては、板振動型吸音がある。これには、従来いくつかの研究があるが、板振動型吸音特性のピーク周波数 f_{res} を求める式として、古くから次式がよく知られている [34].

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2}{mL}} \quad (4.1)$$

ここで、 $m = \rho_p h$ は板の面密度、 L は背後空気層の厚さである。

これは、板の質量と背後空気層の剛性によって構成される単一共振系を考えると、その音響インピーダンス Z_m が板の内部損失などによる抵抗を R_1 として、

$$Z_m = R_1 - i \left(\omega m - \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \right) \quad (4.2)$$

と表わされるので、虚数部（リアクタンス分）を 0 とおいて得たものであり、板自体の剛性は無視されている。これに対し、Brüel[34] はさらに単純支持矩形板に対して、その剛性を考慮した式を示している。木村 [30] は、板自体の剛性を K とおいて、次式のようにまとめた形で表わしている。

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_0 c_0^2}{mL} + \frac{K}{m}} \quad (4.3)$$

また、ピークにおける吸音率の予測については若干の研究があり、予測式が発表されているが適用が難しく、実用的でないためほとんど使われていない。さらに、吸音率周波数特性については、適当な予測手法は全く提案されていない。

木村 [30] は、板振動型吸音について実験的研究を行ない、ベニヤ合板、石綿スレート板、プラスチック板など各種板状材料について残響室法吸音率を測定している。また、(4.3) に基づき、ピーク周波数の実測値から K の値を求めた図表を発表している。

一方、理論的な研究は非常に少なく、Ford and McCormick[35] および平泉ら [36] によるものが見られる程度である。Ford and McCormick は、背後空気層を持つ小さな矩形弾性板の吸音特性を、平面波垂直入射の条件の下で理論的に解析している。また、平泉らは円板について同様な研究を行なっている。

しかし、これらは平面波垂直入射に限られている上に、数値解しか得られない。したがって、板振動型吸音のメカニズムや、各パラメタの影響を十分に説明するには至っておらず、実際の設計等の問題にも利用できない。そのため、現状では上述の木村の実験データなど資料として公表されている測定値 [37] を参考に、試行錯誤的に所望の特性を得るよう調整している。

以上述べたように、背後空気層を有する弾性板の反射特性については、吸音を含めても理論的な研究は非常に少なく、明らかにされていない面が多い。

そこで、本章では、前章で示した理論を応用し、背後空気層を有する無限大弾性板の反射特性を理論的に解析する。また、理論の応用として板振動型吸音率の予測を試み、実測値との比較を行ない、理論の妥当性を検討するとともに、吸音のメカニズムについても考察を行なう。さらに、前章で考察した各パラメタも含めて、反射特性に関係する個々のパラメタの影響を明らかにする。

4.2 解析

本節では、背後空気層を有する無限大弾性板の音響反射特性を理論的に解析し、解析解を導出する。

Fig.4.1に示す様に、無限大弾性板が $z = 0$ すなわち xy 平面内にあり、入射角 θ の平面波のもとで振動している場合の反射音圧を考える。板の背後には厚さ z_1 の空気層をはさんで、剛な振動しない背後壁が存在する。板の入射側および透過側の表面は、それぞれ音響アドミタンス比 A_1, A_2 を有する。また、背後壁の表面は、音響アドミタンス比 A_b を有する。

Fig.4.1に示す板による反射音場を解析するためには、両面の音圧差による板の振動変位を求めることが必要である。まず、板の入射側表面における音圧の境界値 p_1 は、単一板の場合と同じであり、次式で与えられる。

$$p_1(x) = 2p_i(x) + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \rho_0 \omega^2 w(x_0) + iA_1 k_0 p_1(x_0) \right\} H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) dx_0 \quad (4.4)$$

記号等は、前章で定義したものと同一である。

次に、透過側表面における音圧の境界値 p_2 を導出するため、まず、背後空気層内における音圧および粒子速度を、次式のように書き表わす。

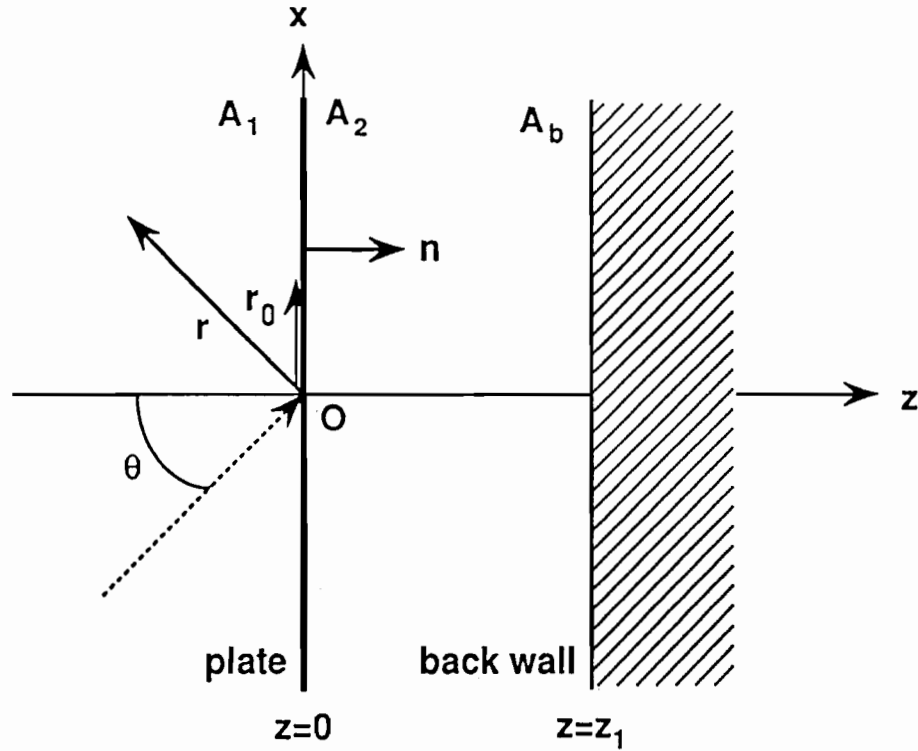


Figure 4.1: Geometry of the plate with air-back cavity. The plate with infinite extent is placed parallel to the back wall at the distance z_1 from the wall.

$$p_2(x, z) = \{p_2^+ e^{ik_0 \cos \theta z} + p_2^- e^{-ik_0 \cos \theta z}\} e^{ik_0 \sin \theta x}, \quad (4.5)$$

$$v_2(x, z) = \frac{\cos \theta}{\rho_0 c_0} \{p_2^+ e^{ik_0 \cos \theta z} - p_2^- e^{-ik_0 \cos \theta z}\} e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (4.6)$$

ここで、 p_2^\pm は、それぞれ $+z$ 、 $-z$ 方向に進む進行波の音圧振幅を表わす。

また、背後空気層内における境界条件は、板の透過側表面 ($z = 0$) において、

$$v_2 |_{z=0} = -i\omega w - \frac{A_2}{\rho_0 c_0} p_2 |_{z=0} \quad (4.7)$$

であり、背後壁表面 ($z = z_1$) において、

$$v_2 |_{z=z_1} = \frac{A_b}{\rho_0 c_0} p_2 |_{z=z_1} \quad (4.8)$$

となる。

(4.7)(4.8) を考慮して、(4.5)(4.6) を連立させて解けば、 p_2^\pm が得られる。したがって、結局、板の透過側表面における音圧 $p_2(x)$ は、次式で与えられる。

$$p_2(x) = -i\rho_0 c_0^2 k_0 \zeta w(x) \quad (4.9)$$

ここに,

$$\zeta = \frac{1}{\cos \theta} \frac{1 + \gamma e^{2ik_0 \cos \theta z_1}}{1 - \gamma e^{2ik_0 \cos \theta z_1} + \frac{A_2}{\cos \theta} (1 + \gamma e^{2ik_0 \cos \theta z_1})} \quad (4.10)$$

であり,

$$\gamma = \frac{\cos \theta - A_b}{\cos \theta + A_b} \quad (4.11)$$

である.

したがって, 両者の差 $p_1(x) - p_2(x)$ は板の両面の音圧差であり, これが板振動の駆動力となる. そこで, 前章 (3.23) と同様に板の振動変位 $w(x)$ は, 板の単位応答 $u(x)$ を用いて次式で表わされる.

$$w(x) = \int_{-\infty}^{\infty} p_z(\xi) u(x - \xi) d\xi = \int_{-\infty}^{\infty} \{p_1(\xi) - p_2(\xi)\} u(x - \xi) d\xi \quad (4.12)$$

これに対し, x に関する Fourier 変換を用いれば, 前章 (3.24) と同様に解くことができ, 振動変位の解 $w(x)$ は次式のように波数空間で与えられる.

$$W(k) = F(k) \sqrt{k_0^2 - k^2} \delta(k - k_0 \sin \theta) \quad (4.13)$$

ここに,

$$F(k) = \frac{4\pi U(k)}{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}) - 2\pi U(k) \{i\rho_0 c_0^2 k_0 \zeta (A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}) + i\rho_0 \omega^2\}} \quad (4.14)$$

である.

そこで, (4.13) の逆変換をとれば,

$$w(x) = F(k_0 \sin \theta) k_0 \cos \theta e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (4.15)$$

のように, 振動変位が得られる.

空間中の任意点 r における反射音圧 $p_r(r)$ を求めるには, (2.14) から直接音の項を省いた形 (3.31) を用い, 前章の場合と同様に計算すればよい. その結果, 次のような解が得られる.

$$p_r(\mathbf{r}) = \frac{\cos \theta - A_1 + i\rho_0\omega^2 \cos \theta F(k_0 \sin \theta)}{\cos \theta + A_1} e^{ik_0(\sin \theta x - \cos \theta z)} \quad (4.16)$$

また、エネルギー反射率は、やはり前章の場合と同様に考えて、

$$r_e = |p_r(\mathbf{r})|^2 \quad (4.17)$$

である。これに相当する吸音率は、 $\alpha_e = 1 - r_e$ である。

4.3 板振動型吸音率の予測

4.3.1 実測値との比較

ここでは前節に述べた理論の応用として、板振動型吸音率の予測を試みる。また、本理論の妥当性を確認するため、板振動型吸音体の残響室法吸音率に関する既存の実測値との比較を行なう。

板振動型吸音率については、多くの実測データが公表されているが、理論的な予測手法は確立されておらず、実際に使用する場合にはそれらのデータをもとに経験に基づいて設計され、試行錯誤的に所望の特性を得るように改良されているのが現状である。

本理論によって得られたエネルギー反射率 r_e (4.17)、および吸音率 $\alpha_e = 1 - r_e$ は、いずれも平面波斜入射に対する値である。一方、実測値は残響室法吸音率である。したがって両者を比較する場合には、拡散入射に対する理論値を使用することが必要である。そこで、 α_e の計算結果を入射角 $0^\circ \sim 78^\circ$ で統計的に平均処理したもの、すなわち次式に示す音場入射吸音率を求め、理論値として用いる [38]。

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2Q} \int_{0^\circ}^{78^\circ} \alpha_e \sin 2\theta d\theta, \quad Q = 0.4784 \quad (4.18)$$

実測値としては、木村 [30] によって測定された、ベニヤ合板の残響室法吸音率を用いた。木村の実験では、試料として定尺(90cm×180cm)のラワンベニヤを2枚並べて180cm×180cmとし、これを木の枠組みに釘打ちしたものを用いている。また、板の背後には野縁(リブ)を打ち付けてあり、その間隔については45cm×45cmおよび90cm×180cmの2種類を作成し、影響を調べている。本理論では板を無限大としており、野縁については全く考慮していないため、理想的には板の有限性があまり著しく影響しないようにできる限り大きく、かつ、

野縁のない板の実測値と比較することが望ましい。したがって、ここでは野縁の影響が比較的少ないと思われる、野縁間隔 90cm×180cm のものと比較を行なった。

また、計算にあたっては A_1, A_2 の値として、ベニヤ合板の音響アドミタンス比を、音響管による定在波法によって測定し、Fig.4.2に示すように多項式で近似した実験式を用いた。

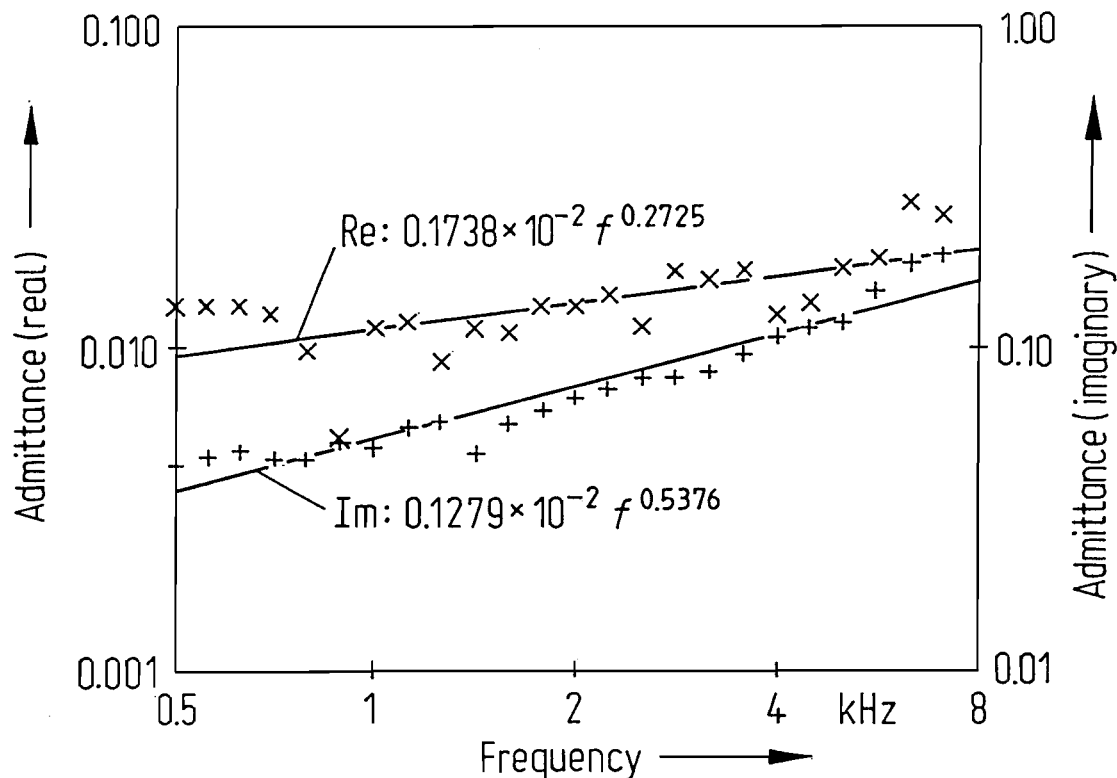


Figure 4.2: Measured frequency characteristics of the specific acoustic admittance of a wood plate. The symbols, \times and $+$ indicate the real and imaginary part of the specific acoustic admittance of the wood plate measured by the tube method without back cavity, respectively. The lines show the empirical formula, for the real and imaginary part which were obtained by interpolating the measured values, used in the theoretical calculation.

なお、実測値の実験条件では背後壁がコンクリートであるため、背後壁の吸音性は無視できるものと考え、 $A_b = 0$ として計算した。

まず、背後空気層の厚さ $z_1 = 45\text{mm}$ の場合の、実測値との比較結果を Fig.4.3に示す。

板振動型吸音の一般的な特徴としては、まず、板の質量と背後空気層の弾性によって構成される単一共振系の共振によって生じる、低周波数域の顕著なピークがあげられ、これは板厚 h が増加するに伴ってさらに低域へ移動する。また、板のコインシデンス効果のために、コインシデンス周波数 f_c 近傍にも小さなピークを生じる。結果に見られるように、理論値はこれらの特徴をよく表わしており、全体的な傾向はおおむねよく一致している。特に、

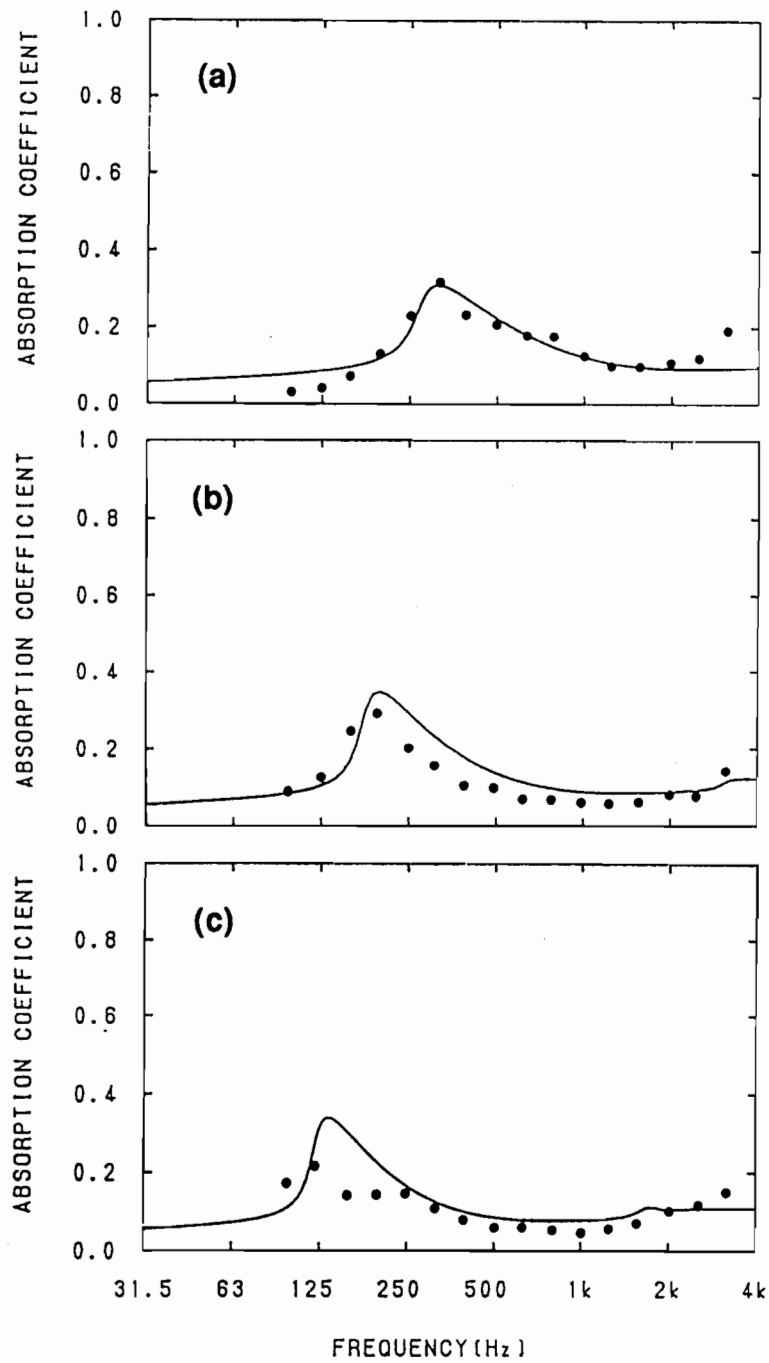


Figure 4.3: Absorption coefficient of the wood panel absorbers predicted by the present theory (solid line) in comparison with the measured results (\bullet) after Kimura[30]. h and ρ_p are (a) 2mm, 610kg/m³, (b) 6mm, 510kg/m³, (c) 12mm, 550kg/m³, respectively. E and η are assumed as 6×10^9 N/m² and 0.01, respectively, in the calculation. $z_1 = 45$ mm, $\nu = 0.3$ throughout.

$h = 2, 6\text{mm}$ のように薄い板の場合、理論値は実測値と非常によく一致している。しかし、板厚が増すにしたがって徐々に一致が悪くなる傾向が見られる。

次に、 $z_1 = 90\text{mm}$ の場合の比較結果を Fig.4.4 に示す。

背後空気層が厚くなるにしたがって、単一共振系によるピークは低域へ移動しているようすが分かる。また、それとともにピークにおける吸音率も低くなっていることが見られる。

この場合、 $h = 2, 6\text{mm}$ でも、 $z_1 = 45\text{mm}$ の場合と比べると、理論値と実測値の差異が増大しており、 z_1 の増加に伴って両者の一致は悪くなる傾向を示すと言える。

理論では板を無限大としているのに対し、実験では板が有限であるため、条件に違いはあるものの、以上示したようにかなりよい一致が得られることが分かった。これは、本理論が妥当であることを示すものと考えてよい。また、有限板でもある程度の大きさであれば、本理論がほぼ適用できるものであると考えられる。

なお、 h あるいは z_1 が大きい場合の不一致の原因の一つとしては、野縁の影響が考えられる。野縁の影響について、木村 [30] は (4.1) によるピーク周波数の予測値 f_{res} を実測値と比較し、厚い板ほど両者が一致しないことから、野縁による板の剛性の増加が原因であると考察している。これについては次項においてくわしく考察する。

4.3.2 吸音機構に関する考察

野縁 (リブ) の影響

実際の建築において使用される板振動型吸音体では、施工上の必要から通常は下地として野縁が配され、その上に釘打ち等の方法で板が取り付けられることになる。この野縁によって板の振動状態が変化し、その結果、板振動型吸音特性も影響を受けることになる。

前項で行なった理論値と実測値の比較結果から、板厚 h の増加とともに両者の一致が悪化する傾向が見られたが、これは主として実験試料に用いられた野縁による影響であると考えられる。そこで、まず野縁の影響について、以下で簡単に考察しておく。

Fig.4.5 に、板の屈曲波長 λ_b と周波数の関係を、各々の板について、 h をパラメータとして示す。また、図中には、 $z_1 = 45\text{mm}$ の場合における板振動吸音のピーク周波数 [理論値、実測値 (野縁間隔 $45\text{cm} \times 45\text{cm}$, $90\text{cm} \times 180\text{cm}$ とも)] と、その周波数における板振動の屈曲波長 λ_b を、プロットによって示してある。

図に見られるように、 h が大きくなるほどピーク周波数は低域側に移っていくとともに、 λ_b

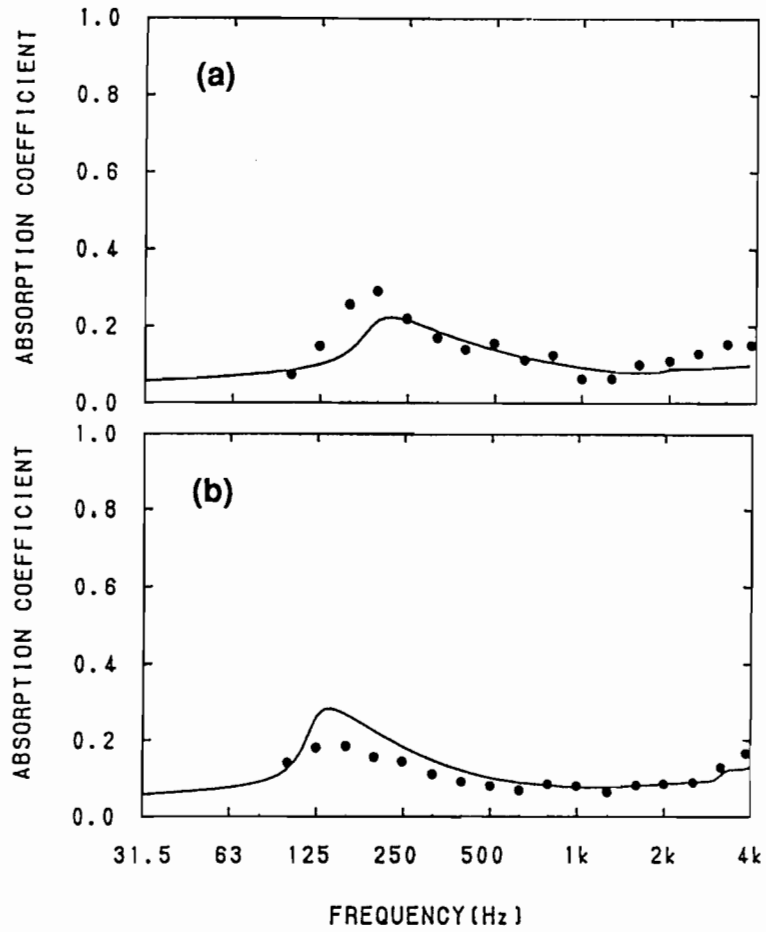


Figure 4.4: Absorption coefficient of the wood panel absorbers predicted by the present theory (solid line) in comparison with the measured results (\bullet) after Kimura[30]. The thickness of the plate h and the density ρ_p are (a) 2mm, 610kg/m³, (b) 6mm, 510kg/m³, respectively. The Young's modulus E and the loss factor η of the plate are assumed as 6×10^9 N/m² and 0.01, respectively, in the calculation. The cavity depth $z_1 = 90$ mm. The Poisson's ratio $\nu = 0.3$ throughout.

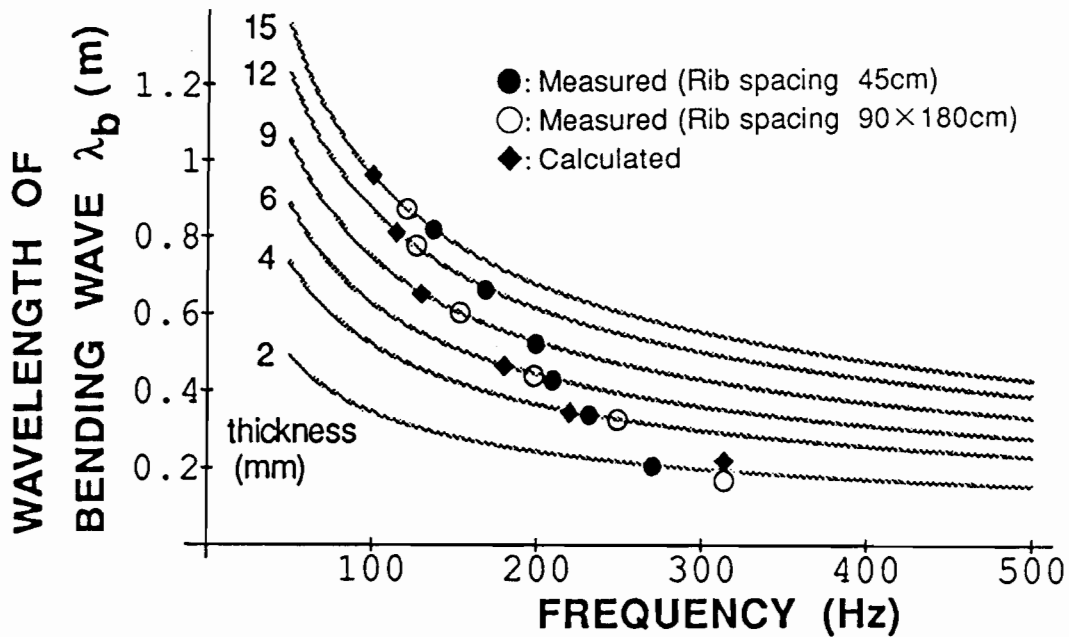


Figure 4.5: Relationship between the peak frequency (measured by Kimura[30] and calculated) of the panel absorbers and the wavelength of the bending wave in the plate with the air back cavity of 45mm deep.

は長くなっていく。しかし、実測値のピーク周波数の変化について図中のプロットを見ると、野縁間隔 45cm×45cm の場合、ピーク周波数は一様に低下していくのではなく、200Hz 付近に来ると変化の度合いが少なくなり、プロットのカーブが折れ曲がっていることが分かる。つまり、野縁間隔 45cm×45cm の板については、ピーク周波数が 200Hz すなわち $\lambda_b = 45\text{cm}$ となる付近では、 h が変化してもあまり変わらない。

同様の傾向は、野縁間隔 90cm×180cm の場合にも見られる。この場合には、ピーク周波数における λ_b が 90cm 前後となるときは、 h が変化してもピーク周波数はあまり変化しない。

これらのことから、ピーク周波数における λ_b が野縁間隔に近付くと、野縁が板振動型吸音特性に及ぼす影響が著しくなると言える。

同様の検討を $z_1 = 90\text{mm}$ の場合について行なったものを、Fig.4.6に示す。 z_1 が大きくなったことにより、全体にピーク周波数が低域側へ移動しており、その結果、対応する λ_b が長くなっている様子が見られる。この場合も、 λ_b が野縁間隔付近になると、 h に対するピーク周波数の変化が少なくなっている。特に、薄い板でもピーク周波数における λ_b が長くなるため、野縁間隔に近付き、 $h = 2, 4\text{mm}$ の場合でも影響を受けるようになると考えられる。

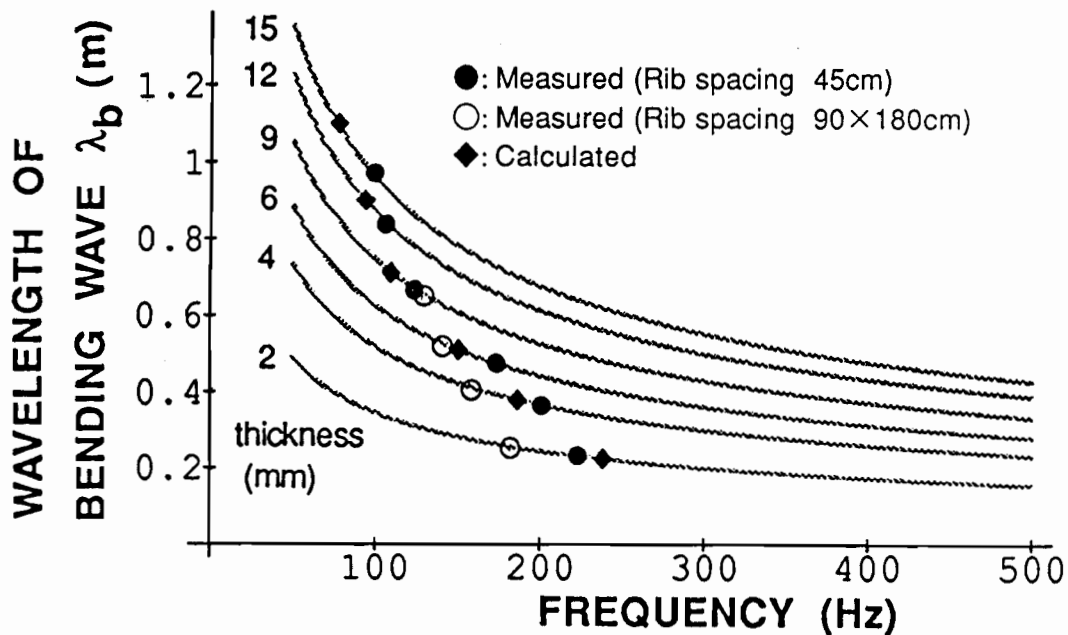


Figure 4.6: Relationship between the peak frequency (measured by Kimura[30] and calculated) of the panel absorbers and the wavelength of the bending wave in the plate with the air back cavity of 90mm deep.

板振動型吸音機構の解釈

従来、板振動型吸音のメカニズムは、板振動によるエネルギーの消費によるものと考えられてきた。教科書類では、例えば、「入射音波によって板が振動し、その振動を維持するためにエネルギーが消費される」[34]、あるいは「音のエネルギーの一部は内部摩擦によって消費される」[17]、「板の内部摩擦や取り付け周辺部の振動による摩擦等によって、音エネルギーが熱エネルギーに変わり吸音される」[39]、「曲げ振動によって音エネルギーが熱に変換される」[40]のように、若干の表現の違いはあるものの、板の振動に伴う損失によって、音エネルギーが他のエネルギーに変換されるという形で説明されている。

しかし、Ford and McCormick[35]の計算および実測結果を見ると、板の共振点に限って鋭い選択的吸音性を示しており、他の周波数では全く吸音していない。彼らは、板材料として金属板を用い、背後壁など他の部分も全て金属を使用していることから、この場合のエネルギー損失は板の内部損失に限られると見てよい。したがって、彼らの結果は、板の内部損失による吸音への寄与は、共振点においてのみ現れることを示唆するものといえる。

また、平泉ら[36]は、背後壁の吸音性が板振動型吸音特性に著しい影響を与えることを示

しており、板の損失係数の影響は第2共振点においてのみ見られると述べている。

これらの知見から、板振動型吸音のメカニズムは、板の内部損失だけでは説明できないと考えられる。

そこで、まず、板振動型吸音率に対する板の内部損失の寄与を明らかにするため、 $A_1 = A_2 = A_b = 0$ 、すなわち板両面及び背後壁表面全てを、全く吸音性を持たないものとして解析を行なった。この条件では、エネルギーの損失は板の内部損失だけに限られることになる。したがって、もし板振動型吸音が板の内部損失だけに依存しているならば、結果はこれまでに見た理論値あるいは実測値と、全く同じ振る舞いを示すはずである。

計算結果を Fig.4.7 に示す。なお、縦軸のスケールは 10 倍に拡大してある。

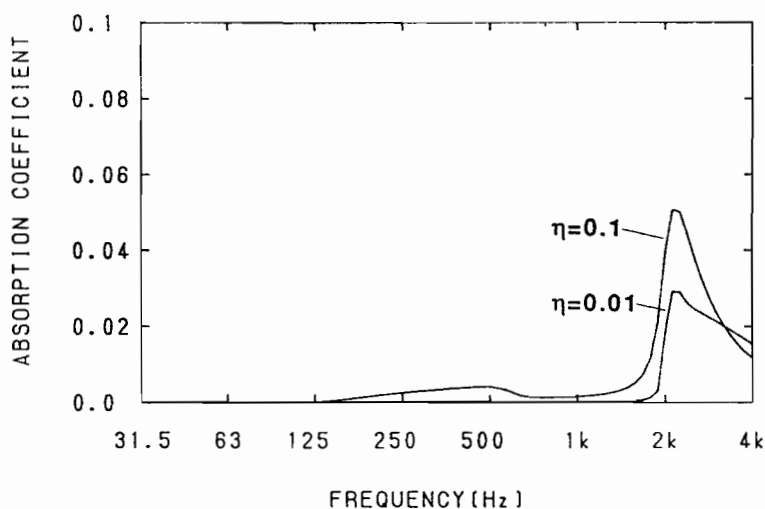


Figure 4.7: Effect of the plate loss factor on the absorptivity of the panel absorbers. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{kg/m}^3$, $h = 0.01 \text{m}$, $z_1 = 45 \text{mm}$. $A_1 = A_2 = A_b = 0$ is assumed. ($\nu = 0.3$ throughout.)

図に見られるとおり、 $A_1 = A_2 = A_b = 0$ の場合、吸音はコインシデンス周波数 f_c の近傍および単一共振系の共振周波数より少し高い周波数領域のみに現れ、その他の領域ではほとんど吸音しない。さらに、損失係数が非常に大きい $\eta = 0.1$ の場合でも、ピーク値は 0.05 程度であり、大変小さい。この結果を見ると、板振動型吸音は板の内部損失だけでは説明できないものと言える。なお、 $A_1 = A_2 = A_b = 0$ に加えて $\eta = 0$ とした場合は、吸音率はどの周波数でも常に 0 となることが、(4.16) より理論的に証明される。

次に、吸音面の位置の変化が及ぼす影響について考察するため、以下の 4 つの場合につい

て計算を行なった。

Case 1 板の両面ともに吸音性を有し、アドミタンスの値は等しい。背後壁は完全反射（アドミタンスが0）。 $A_1 = A_2 = 0.026, A_b = 0$ 。

Case 2 板の入射側表面のみ吸音性を有し、透過側および背後壁は完全反射。 $A_1 = 0.026, A_2 = A_b = 0$ 。

Case 3 板の透過側表面のみ吸音性を有し、入射側および背後壁は完全反射。 $A_1 = A_b = 0, A_2 = 0.026$ 。

Case 4 板は両面とも完全反射で、背後壁のみ吸音性を有する。 $A_1 = A_2 = 0, A_b = 0.026$ 。

Case 1 は、板振動型吸音体の一般的な形態であり、これまでに見た理論値および実測値と同じ条件である。

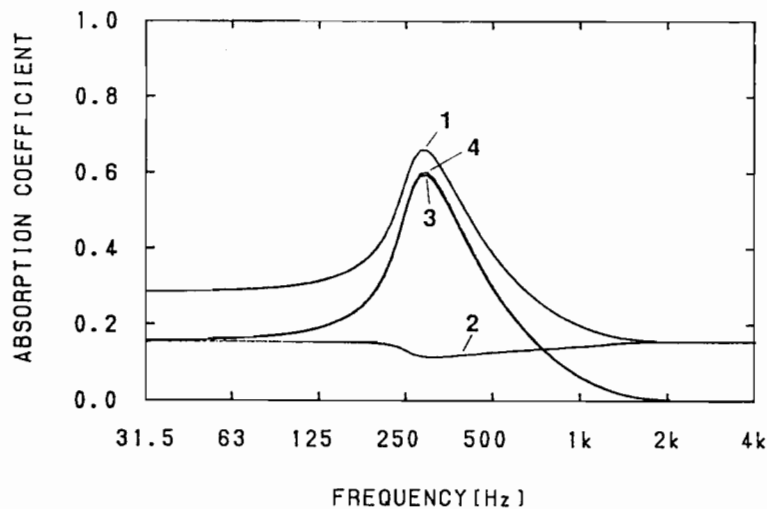


Figure 4.8: Effect of the change in position of the absorbing surface on the absorptivity of the panel absorbers. [1] Case 1, [2] Case 2, [3] Case 3 and [4] Case 4. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 610 \text{kg/m}^3$, $h = 0.002 \text{m}$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 45 \text{mm}$. ($\nu = 0.3$ throughout.)

計算結果を Fig.4.8に示す。Case 2 の場合には全くピークが現れず、むしろ単一共振系の共振周波数でわずかにディップとなっているように見える。この場合、表面のアドミタンスが等しい剛な板の音場入射吸音率と、ほとんど等しい特性となる。

Case 3 と Case 4 は、ピークの値がわずかに異なる以外、ほとんど同じ結果となっており、板振動型吸音の一般的特徴である顕著なピークが現れている。これは、単一共振系の共振

によって板が激しく振動し、その結果背後層内に放射（透過）された音が、背後層内の吸音力 (A_2 あるいは A_b) によって吸収されることを示していると考えられる。このように考えると、Case 2 でピークが現れなかったのは、背後層内に吸音力が存在しないため、背後空気層内へ透過した音は吸収されずにそのまま背後壁で反射され、再び板を透過して入射側へ戻ってくるため、ピークが現れないものと推論される。

ピークの値は Case 4 の方がわずかに高くなっているが、いずれも Case 1 のそれと非常に近い形になっており、値もかなり近い。また、Case 3 および Case 4 では、 A_1 が 0 であるため、ピークより高い周波数では、吸音率は徐々に 0 に収束していく。さらに、Case 1 の結果は、Case 2 の結果に Case 3 の結果を加えたものにほぼ等しいことが分かる。このことから見て、板振動型吸音は、 A_1 による吸収と A_2 , A_b による背後層内での透過音の吸収からなるものと言える。従来から板振動型吸音体の表面に、布などの多孔質吸音材を付加することで、低域の吸音特性はそのまま高周波数域の吸音率をあげることができていることが知られているが [18]、以上の結果からも妥当に解釈できる。

以上の考察により、板振動型吸音では背後層内の吸音力の果たす役割が大きく、これにより吸音特性はほぼ決定されると結論できる。

4.4 反射特性の計算結果と考察

前節までは、板振動型吸音の予測および吸音機構に関する考察のため、入射角について統計的に平均処理した音場入射吸音率を用いて、理論計算の結果を表示してきた。音場入射吸音率（実測の場合は、残響室法吸音率）は、室内音響設計のための基礎的な資料として広く用いられている。一般に室内音響設計においては、残響調整が重要な位置をしめており、その場合残響時間の公式が拡散音場理論に基づくことから、室内境界面の音響特性として音場入射あるいは残響室法吸音率を用いることは妥当である。

しかし、序章に述べたオーディトリウムにおける初期反射音の重要性と、それに対する音響反射板の使用目的を考えると、室内境界面の音響特性として、入射角の情報を持たない音場入射あるいは残響室法吸音率だけでは十分ではない。すなわち初期反射音は、主として音源からの直接波が境界面で反射されたものであり、この場合の境界面に対する音波の入射条件としては拡散入射と見なすことはできない。したがって、初期反射音の効果を考慮して音響反射板を設計する場合、境界面の音響特性の把握のためには、むしろ斜入射反射率の方がよ

り適切であり、室内音響設計のためには、境界面の斜入射反射率の予測が必要である。そこで、本節では、背後空気層を有する無限大弾性板の斜入射反射率の計算結果を示し、板の物性値 (E, ρ_p) および板厚 (h)、背後空気層の厚さ (z_1)、背後壁表面の音響アドミタンス比 (A_b)、入射角 (θ) の影響について考察を行なう。

計算結果を Fig.4.9 に示す。ここに示した計算例では、上述のパラメタの影響だけを表わすため、板の両側表面の音響アドミタンス比 A_1, A_2 はいずれも 0 とした。また、 A_b の影響 Fig.4.9(d) は、背後壁表面の吸音率 α_b の影響として示してある。なお、板の損失係数 $\eta = 0$ かつ $A_b = 0$ であれば、全周波数でエネルギー反射率 $r_e = 1$ となることが、(4.16) より理論的に証明される。したがって、全ての計算には背後壁表面の吸音を考慮 ($A_b \neq 0$) してある。

図に見られるとおり、コインシデンス周波数 f_c 付近には顕著なディップが現れている。先に見た板振動型吸音の場合には、コインシデンス効果による吸音のピークはほとんど目立たなかったが、斜入射反射率ではこのように著しいディップとなる。これは、コインシデンス効果によるディップが非常に鋭く、入射角によってその周波数が大きく変化するため、音場入射あるいは残響室法のような統計入射では、平均操作によってほとんど目立たなくなるためである。その周波数は単一板の場合と異なり、 f_c から若干ずれる傾向にある。このディップ周波数の差異は、背後空気層の弾性の影響によるものと考えられ、背後空気層に関するパラメタ z_1 および A_b の他、板の諸定数も関与している。また、 f_c における r_e の値は、背後壁表面の吸音率 (α_b) のみによって決まり、 $1 - \alpha_b$ となる。

一方、いくつかのケースにおいては、低周波数域においてもディップが現れている。これは、先に板振動型吸音の考察において述べた、板と背後空気層の弾性による共振である。このディップの周波数および r_e の値については、板振動型吸音と同様に ρ_p, h, z_1, A_b が関係しているが、音場入射吸音率の場合と異なり、入射角によってダイナミックに変化している様子が見られる。また、 $h = 0.003\text{m}$ の場合など、ディップにおいてほとんど $r_e = 0$ まで、反射率が低下している。このような場合、音場入射吸音率としてはそれほど高くはないとしても、初期反射音には著しく低音が欠如することになる。Morimoto and Maekawa[41] によれば、低周波成分は音像の見かけの大きさ (ASW) に対して著しい効果を持っており、100~200Hz の成分による ASW の増加が顕著である。ASW はオーディトリウムにおける重要な音響効果のひとつであり、この低周波数域のディップは室内音響の主観評価に大きな影響を及ぼすものと考えられる。

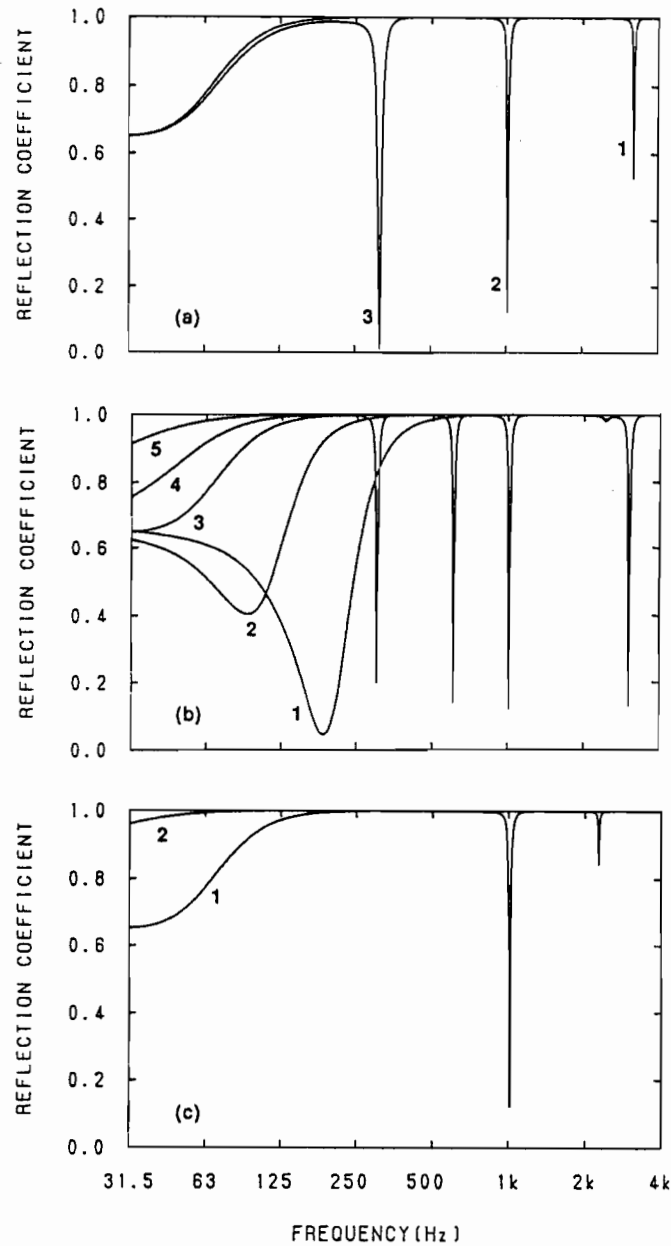


Figure 4.9: Effects of the properties of the plate, the absorption coefficient of the back wall (α_b), the depth of the air-back cavity (z_1) and the angle of incidence on the oblique incident reflection coefficient of an infinite elastic plate with a back cavity; (a) $E = 10^9$ [1], 10^{10} [2], 10^{11} [3] N/m^2 , $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.03\text{m}$, $\eta = 0.01$, $\theta = 45^\circ$, $z_1 = 0.1\text{m}$, $\alpha_b = 0.25$, (b) $h = 0.003$ [1], 0.01 [2], 0.03 [3], 0.05 [4], 0.1 [5] m , $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\theta = 45^\circ$, $z_1 = 0.1\text{m}$, $\alpha_b = 0.25$, (c) $\rho_p = 600$ [1], 3000 [2] kg/m^3 , $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $h = 0.03\text{m}$, $\eta = 0.01$, $\theta = 45^\circ$, $z_1 = 0.1\text{m}$, $\alpha_b = 0.25$, (d) $\alpha_b = 0.05$ [1], 0.25 [2], 0.5 [3], 0.95 [4], $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.03\text{m}$, $\eta = 0.01$, $\theta = 45^\circ$, $z_1 = 0.1\text{m}$, (e) $z_1 = 0.025$ [1], 0.05 [2], 0.1 [3], 0.2 [4], 0.4 [5] m , $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.03\text{m}$, $\eta = 0.01$, $\theta = 45^\circ$, $\alpha_b = 0.25$, (f) $\theta = 15^\circ$ [1], 45° [2], 75° [3], $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.03\text{m}$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 0.1\text{m}$, $\alpha_b = 0.25$. ($\nu_p = 0.3$ throughout).

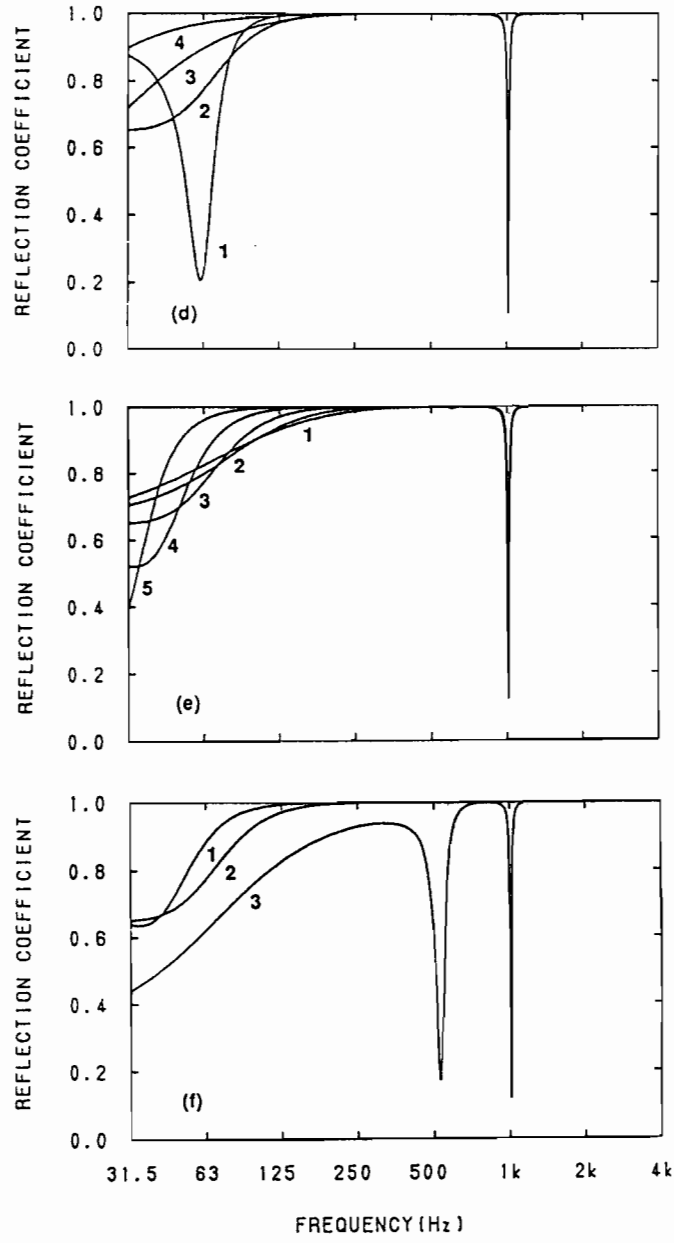


Figure 4.9: Continued.

板の単体での反射率が低い周波数，すなわち板振動が大きく，反射特性への影響が顕著である周波数領域では，(4.14)に含まれる ζ (4.10)の周期性のため，反射特性にはディップが現れる．しかし，板単体での反射率が高い場合，たとえば板が厚く，重い場合反射特性に対する振動の影響が小さい場合には， ζ が周期性のため極小となっても，反射特性にはわずかなディップしか現れない．そのため，高周波数域では（コインシデンス領域を除いて）板の振動自体が小さいため，この種のディップは起こらない．

4.5 結論

本章では、背後空気層を有する無限大弾性板の音響反射特性を理論的に解析し、陽な形の解析的厳密解を得た。解析に当たっては、背後空気層内の定在波音場を考慮した他は、前章で取り扱った単一板の問題と同様に、境界積分方程式による定式化を用いた。

理論の応用例として、板振動型吸音率の予測を試みた。板振動型吸音体は古くから建築音響設計に用いられているが、その設計のための予測手法はこれまでには確立されていなかったものである。本章では、まず既存の実測値との比較により、理論の妥当性を確認した。その結果、理論値は板振動型吸音特性の全般的傾向をよく捉えており、特に、背後空気層の厚さおよび板厚が比較的小さい場合には、実測値と良好な一致を示す結果を得た。したがって、本理論の解析は妥当であり、これに基づいて、板振動型吸音特性をかなりの範囲で予測できることが分かった。

なお、板が比較的厚い場合には、理論値と実測値の対応は悪くなる傾向が見られたが、この原因として施工の際に用いられる野縁の影響について考察した。その結果、ピーク周波数における板の屈曲波長が野縁間隔に近付くと、その影響が著しくなることが分かった。

さらに、板振動型吸音のメカニズムについて考察するため、板の内部損失および吸音面の位置の変化が及ぼす影響を、理論計算によって検討した。従来の解釈では、板振動型吸音は板の内部損失によって起こると説明されていたが、今回の計算結果からは、内部損失のみでは説明できず、背後空間内の吸音力の寄与が大きいことが明らかになった。

最後に、オーディトリアムの音響設計における斜入射反射率の重要性を考慮して、背後空気層を有する無限大弾性板の斜入射反射率の計算結果を示し、各パラメタが及ぼす影響について考察を行なった。背後空気層を有する無限大弾性板の斜入射反射率は、板の諸定数、背後空気層の厚さ、入射角、および背後壁の吸音性によって影響を受け、コインシデンス効果によって高周波数域に顕著なディップが現れるとともに、薄く、軽い板の場合には低周波数域にも著しいディップを生ずる場合があることを示した。特に、この低域のディップについては、室内音場の主観評価に関する従来の知見から考えて、大きな影響を及ぼす可能性があることを指摘した。

第5章

背後層内の吸音層による影響

5.1 はじめに

前章では、建築室内における壁面の最も単純化したモデルとして、背後空気層を有する無限大弾性板の反射特性を理論的に解析し、背後空気層の影響について考察した。また、理論の応用として、板振動型吸音率の予測についても検討を行なった。

建築室内における壁面の形態としては、このような背後空気層を有するものだけでなく、背後層内に吸音層が挿入されている例がしばしば見られる。特に板振動型吸音体の場合、低周波数域での吸音率を大きくするため、背後層内に吸音層が挿入されることが多く、これによって吸音特性を調整している。

このように、背後吸音層は実際にはよく使用されているが、その効果に関する研究は少なく、前章でも取り上げた木村 [30] による板振動型吸音に関する実験的研究のほかには、ほとんど見られない。

木村は、板振動型吸音体の背後層内に、吸音材（グラスウール）を挿入した場合の効果について、ピークでの吸音率が高くなることと、ピーク周波数が低くなることを実験によって示している。これらの結果に対し、前者の理由としては、板振動の透過音が多孔質材によって吸収されるためであると解釈している。また、後者の理由としては、多孔質材の pore 内の空気が恒熱的に変化するため音速が低下し、見かけ上背後層の厚みが増したのと同じ現象が生じたと考察している。しかし、このような結果が得られたのは、厚さ 2~9mm のベニヤ合板に対してであり、厚さ 12, 15mm ではほとんど効果がなかったと報告している。

一方、2枚の弾性板によって構成される、2重壁の中空層に吸音層を挿入した場合の効果については、Takahashi[42] が理論的に解析を行なっている。これは、理論として的一般性

を持たせ、2枚の板の両表面および両者に挟まれた空間の全てを、任意の媒質からなる層として解析されたものである。したがって、板の両面に吸音層が付され、中空層である場合や、板は単体で中間に吸音層を持つ場合など、任意のケースに対応できるものである。

これに対し室内内装面については、前章と同様に弾性板の背後に剛な振動しない背後壁があり、両者の間に背後層が形成されているものとしてモデル化できる。また、背後層については最も一般的な形態を考え、3つの層から構成されているものとし、いずれも任意の媒質をとり得るものとしてモデル化することにより、背後層内での吸音層の位置、厚みなどの影響についても考察が可能となる。

本章では、このように空気層、吸音層の任意の組み合わせからなる多重背後層を有する、無限大弾性板の音響反射特性を理論的に解析し、背後層内の吸音層の影響を明らかにする。また、板振動型吸音の子測についても、実測値との比較により理論の妥当性の確認を行ない、様々な背後層の形態についてその影響を考察する。

5.2 解析

本節では、空気層および吸音層の任意の組み合わせによって構成される、多重背後層を有する無限大弾性板の音響反射特性を、これまでと同様の境界積分方程式による定式化を用いて理論的に解析する。

Fig.5.1に示す様にモデル化する。xy平面内にある無限大弾性板に、入射角 θ で平面波が入射する場合を考える。板の背後には、背後層をはさんで、剛な振動しない背後壁が存在する。板の入射側および透過側の表面は、それぞれ音響アドミタンス比 A_1, A_2 を有する。また、背後壁の表面は、音響アドミタンス比 A_b を有する。背後層は3つの層より構成され、空気または吸音材など任意の媒質の組み合わせである。

この様にモデル化することによって、次の様な構造に対応できる。

- 空気層のみ、または吸音材を充填する場合（単層）
- 吸音材を板側、または背後壁側に挿入する場合（2層）
- 吸音材を背後壁の中央、または板と背後壁の両方に挿入する場合（3層）

入射側表面上の音圧 $p_0(x)$ は、単一板の場合の(3.16)と同様に、次式で与えられる。

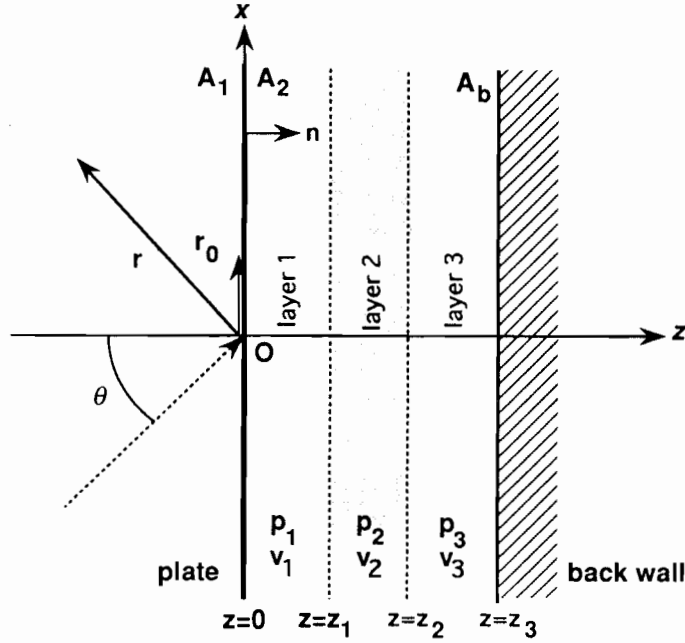


Figure 5.1: Geometry of the plate with multi-layered back cavity. The plate with infinite extent is placed parallel to the immovable back wall. The back cavity is composed with three layers which is of air or absorbent.

$$p_0(x) = 2p_i(x) + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \rho_0 \omega^2 w(x_0) + iA_1 k_0 p_0(x_0) \right\} H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) dx_0 \quad (5.1)$$

記号等はこれまでと同じである。

次に、透過側表面における音圧の境界値 $p_1(x)$ を導出する。

まず、背後層内の第 j 層 ($j = 1, 2, 3$) における、音圧と粒子速度を次式のように表す。

$$p_j(x, z) = (p_j^+ e^{-q_j z} + p_j^- e^{q_j z}) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (5.2)$$

$$v_j(x, z) = \frac{q_j}{Z_j} (p_j^+ e^{-q_j z} - p_j^- e^{q_j z}) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (5.3)$$

ここで、第 j 層について、

$$q_j = \gamma_{jz} \sqrt{1 + \frac{k_0 \sin \theta}{\gamma_{jx}^2}} \quad (5.4)$$

ただし、 γ_{jx}, γ_{jz} は、各々第 j 層の x, z 方向の伝搬定数、 Z_j は第 j 層における媒質の特性インピーダンス、 $\bar{q}_j = q_j / \gamma_{jz}$ である。ここでは、一般的な形で x, z それぞれの方向に対する伝搬定数を導入している。したがって、 γ_{jx} と γ_{jz} が異なるという形で、多孔質吸音材などに見られる媒質の異方性を考慮することができる。なお、第 j 層が空気層の場合は、 $\gamma_{jx} = \gamma_{jz} = -ik_0 \sin \theta$ より、 $q_j = -ik_0 \cos \theta$ となる。

また、各層間における境界条件は、弾性板の透過側表面 ($z = 0$) で、

$$v_1(x, 0) = -i\omega w(x) - \frac{A_2}{\rho_0 c_0} (p_2^+ + p_2^-) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (5.5)$$

第1層と第2層間 ($z = z_1$) で、

$$p_1(x, z_1) = p_2(x, z_1) \quad (5.6)$$

$$v_2(x, z_1) = v_1(x, z_1) \quad (5.7)$$

第2層と第3層間 ($z = z_2$) で、

$$p_2(x, z_2) = p_3(x, z_2) \quad (5.8)$$

$$v_3(x, z_2) = v_2(x, z_2) \quad (5.9)$$

背後壁表面 ($z = z_3$) で、

$$v_3(x, z_3) = \frac{A_b}{\rho_0 c_0} p_3(x, z_3) \quad (5.10)$$

となる。

したがって、(5.2)(5.3) を (5.5)~(5.10) の境界条件に代入すると、次の連立方程式を得る。

$$\frac{\bar{q}_1}{Z_1} (p_1^+ - p_1^-) e^{ik_0 \sin \theta x} = -i\omega w(x) - \frac{A_2}{\rho_0 c_0} (p_1^+ + p_1^-) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (5.11)$$

$$p_1^+ e^{-q_1 z_1} + p_1^- e^{q_1 z_1} = p_2^+ e^{-q_2 z_1} + p_2^- e^{q_2 z_1} \quad (5.12)$$

$$p_2^+ e^{-q_2 z_2} + p_2^- e^{q_2 z_2} = p_3^+ e^{-q_3 z_2} + p_3^- e^{q_3 z_2} \quad (5.13)$$

$$\frac{\bar{q}_1}{Z_1} (p_1^+ e^{-q_1 z_1} - p_1^- e^{q_1 z_1}) = \frac{\bar{q}_2}{Z_2} (p_2^+ e^{-q_2 z_1} - p_2^- e^{q_2 z_1}) \quad (5.14)$$

$$\frac{\bar{q}_2}{Z_2} (p_2^+ e^{-q_2 z_2} - p_2^- e^{q_2 z_2}) = \frac{\bar{q}_3}{Z_3} (p_3^+ e^{-q_3 z_2} - p_3^- e^{q_3 z_2}) \quad (5.15)$$

$$\frac{\bar{q}_3}{Z_3} (p_3^+ e^{-q_3 z_3} - p_3^- e^{q_3 z_3}) = \frac{A_b}{\rho_0 c_0} (p_3^+ e^{-q_3 z_3} - p_3^- e^{q_3 z_3}) \quad (5.16)$$

(5.11)~(5.16) を解いて p_1^\pm を求め、 $p_1(x, 0) = (p_1^+ + p_1^-)$ に代入すると、結局 $p_1(x, 0)$ は次式となる。

$$p_1(x, 0) = \left(\frac{B_2}{B_1} + \frac{B_3}{B_1} + \frac{1}{B_1 B_4 + B_5 B_6} \right) i\omega w(x) \quad (5.17)$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \frac{\bar{q}_1}{Z_1} \sinh q_1 z_1 + \frac{A_2}{\rho_0 c_0} \cosh q_1 z_1 \\
 B_2 &= -\cosh q_1 z_1 \\
 B_3 &= \frac{\bar{q}_2}{Z_2} (\Gamma_1 - \Gamma_2) \\
 B_4 &= \Gamma_1 + \Gamma_2 \\
 B_5 &= \Gamma_1 - \Gamma_2 \\
 B_6 &= \frac{A_2 Z_1 \bar{q}_2}{\rho_0 c_0 \bar{q}_1 Z_2} \sinh q_1 z_1 + \frac{\bar{q}_2}{Z_2} \cosh q_1 z_1 \\
 \Gamma_1 &= \frac{Z_2}{2\bar{q}_2} \left\{ \left(\frac{\bar{q}_2}{Z_2} + \frac{\bar{q}_3}{Z_3} \right) e^{-q_3 z_2} + \frac{\rho_0 c_0 \frac{\bar{q}_3}{Z_3} - A_b}{\rho_0 c_0 \frac{\bar{q}_3}{Z_3} + A_b} \left(\frac{\bar{q}_2}{Z_2} - \frac{\bar{q}_3}{Z_3} \right) e^{-q_3(z_2 - 2z_3)} \right\} e^{q_2(z_2 - z_1)} \\
 \Gamma_2 &= \frac{Z_2}{2\bar{q}_2} \left\{ \left(\frac{\bar{q}_2}{Z_2} + \frac{\bar{q}_3}{Z_3} \right) \frac{\rho_0 c_0 \frac{\bar{q}_3}{Z_3} - A_b}{\rho_0 c_0 \frac{\bar{q}_3}{Z_3} + A_b} e^{-q_3(z_2 - 2z_3)} + \left(\frac{\bar{q}_2}{Z_2} - \frac{\bar{q}_3}{Z_3} \right) e^{-q_3 z_2} \right\} e^{q_2(z_1 - z_2)}
 \end{aligned}$$

以上により弾性板の両面の音圧差 $p_0(x) - p_1(x)$ が得られたので, 弾性板の振動変位 $w(x)$ はこれまでと同様の手法により求められる.

$P_0(k), P_1(k)$ を, 各々 $p_0(x), p_1(x)$ の Fourier 変換とすると, 変位は波数空間で次式のよりに表される.

$$W(k) = 2\pi \{P_0(k) - P_1(k)\} U(k) \quad (5.18)$$

(5.18) より, $W(k)$ は結局次式となる.

$$W(k) = F(k) \sqrt{k_0^2 - k^2} \delta(k - k_0 \sin \theta) \quad (5.19)$$

ただし,

$$F(k) = \frac{4\pi}{\frac{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}}{U(k)} - 2\pi i \omega \left\{ \rho_0 \omega - (A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}) \left(\frac{B_2}{B_1} + \frac{B_3}{B_1} \frac{1}{B_1 B_4 + B_5 B_6} \right) \right\}} \quad (5.20)$$

したがって, $w(x)$ は $W(k)$ を Fourier 逆変換することで得られる. すなわち,

$$w(x) = F(k_0 \sin \theta) k_0 \cos \theta e^{i k_0 \sin \theta x} \quad (5.21)$$

$p_0(x)$ は $P_0(k)$ を Fourier 逆変換することで得られる. すなわち,

$$p_0(x) = \frac{2 \cos \theta + i \rho_0 \omega^2 F(k_0 \sin \theta) \cos \theta}{A_1 + \cos \theta} e^{i k_0 \sin \theta x} \quad (5.22)$$

以上, $p_0(x), w(x)$ が得られたので, これまでと同様に (3.31) より, 次式のように反射音圧 $p_r(\mathbf{r})$ が得られる.

$$p_r(\mathbf{r}) = \frac{\cos \theta - A_1 + i\rho_0\omega^2 F(k_0 \sin \theta) \cos \theta}{A_1 + \cos \theta} e^{ik_0(\sin \theta x - \cos \theta z)} \quad (5.23)$$

(5.23) は, 形の上では背後空気層の場合の解 (4.16) と同じであり, 背後層の変化は関数 $F(k)$ の違いとして含まれている. なお, この場合のエネルギー反射率 r_e および吸音率 α_e は, これまでと同様にして求められる.

5.3 吸音率実測値との比較

本理論の妥当性の確認および応用として, 前章で背後空気層の場合に行なったのと同様に, 木村 [30] による残響室法吸音率の実測値との比較を行なう. 比較に際しては, 理論値は前に述べた音場入射吸音率 (4.18) とし, 実測値はベニヤ合板に対するものを用いた. なお, 実験試料に用いられている野縁については, 前章 4.3.2 項で考察したとおり, 野縁間隔が狭い方が影響を受けやすい. したがって, 解析の条件を考えると野縁間隔の広い方が望ましいが, 木村の実験では, 野縁間隔 $45\text{cm} \times 45\text{cm}$ の場合しか測定されていないため, これと比較する.

理論計算に際しては, 多孔質材の伝搬定数 γ_x, γ_z を与える必要がある. γ_z については, 次式に示す Delany and Bazley [43] の実験式を用いた.

$$\gamma_z = 1.88 \times 10^{-3} f \left(\frac{f}{R_f} \right)^{-0.5} - i 1.83 \times 10^{-4} f \left\{ 1 + 10.8 \left(\frac{f}{R_f} \right)^{-0.7} \right\} \quad (5.24)$$

ここで, R_f は材料の流れ抵抗である. また, γ_x については, 材料の異方性を考慮し,

$$\gamma_x = 0.6\gamma_z \quad (5.25)$$

として用いる.

木村の実験では, 背後層にグラスウールを充填した場合 (背後層が吸音層のみで単層の場合), 背後層が吸音層および空気層の 2 層からなる場合の 2 つを測定しているので, 解析も両者について行ない, 実測値と比較する.

また、計算にあたっては A_1, A_2 の値として、前章と同様に、ベニヤ合板の音響アドミタンス比の実験式 Fig.4.2 を用い、背後壁については $A_b = 0$ とした。

5.3.1 背後層が吸音層のみの場合

背後層の厚さ 45mm で、吸音材（グラスウール）が充填されている場合について比較を行なう。解析においては、グラスウールの流れ抵抗 $R_f = 5000 \text{ MKSrayls/m}$ とした。

結果を Fig.5.2 に示す。背後空気層の場合と同様に、低周波数域には顕著なピークが現れるが、空気層の場合 (Fig.4.3(a)) よりその周波数は低くなり、ピーク値はかなり大きくなる。例えば、 $h = 2\text{mm}$ の場合について見ると、空気層の場合ピーク周波数は約 315Hz で吸音率約 0.3 であったが、吸音層の場合には 220Hz へ低下するとともにピーク値は 0.83 に増加している。また、 h が大きくなるにしたがって、ピーク値は低くなる傾向が見られる。これは、空気層の場合と同様に、面密度の増加および野縁の影響も含めて、板の振動が小さくなることがひとつの原因と考えられる。さらに、多孔質吸音材の一般的性質として、周波数が低くなるほど吸音力が小さくなる傾向があり、 h の増加とともにピーク周波数が下がるにしたがって、吸音材の効果が小さくなることも推測される。全般的に見て、理論値はこのような傾向を、定性的にはかなりよく捉えていると言える。

$h = 2\text{mm}$ の場合、低周波数域のピークについて見ると、実測値に比べて理論値の方が周波数、吸音率ともに若干高めにでているものの、全体によく一致していると言える。また、ピークよりも高い周波数領域では、非常によい一致を示す。 $h = 6\text{mm}$ の場合は、両者のピーク周波数はよく一致しているものの、ピーク値の差は若干大きくなる。この傾向は $h = 9\text{mm}$ ではさらに顕著となり、 h の増加とともに、両者のピーク値の差が大きくなる傾向が見られる。さらに h が大きくなると、 $h = 12\text{mm}$ ではピーク周波数についても両者の差が顕著となる。このような、 h の増加に伴うピーク周波数の差異には、前章に述べた野縁の影響が関与していると考えられる。しかし、空気層の場合と比較すると、ピーク周波数における差異は若干少ないように思われる。

以上から、空気層の場合と同様に h の小さい板については、理論値と実測値との一致は比較的良好であり、本理論の妥当性を示すものと結論できる。したがって、 h が小さい場合には、背後吸音層の場合にも、本理論によってかなり良好な板振動型吸音率の予測値が得られると思われる。

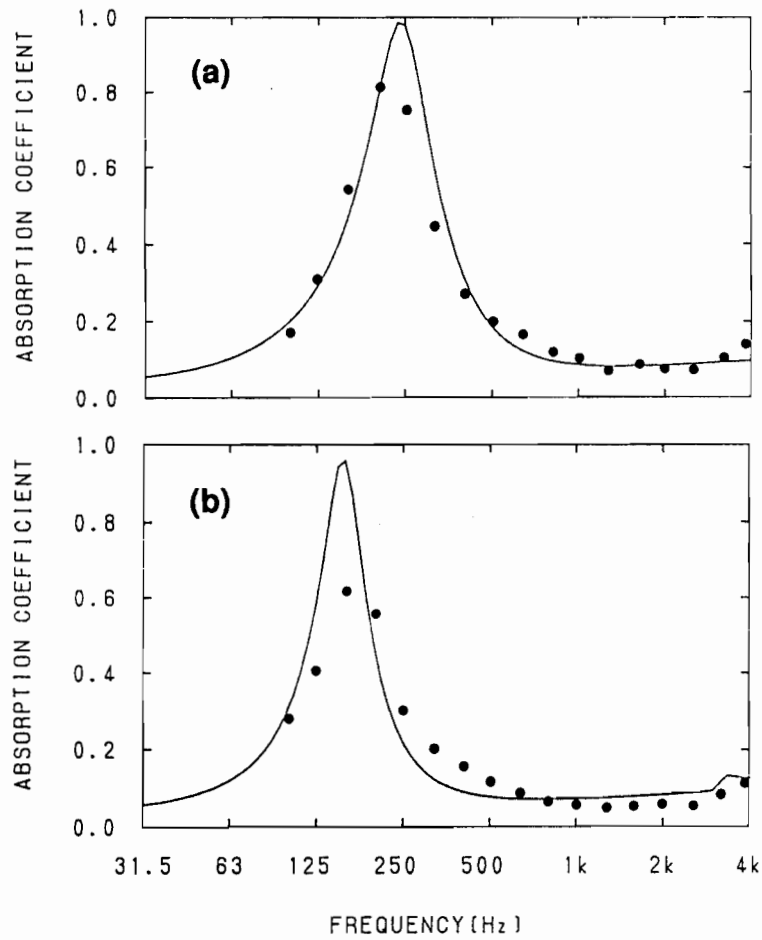


Figure 5.2: Absorption coefficient of the wood panel absorbers predicted by the present theory (solid line) in comparison with the measured results (\bullet) after Kimura[30]. The thickness of the plate h and the density ρ_p are (a) 2mm, 610kg/m³, (b) 6mm, 510kg/m³, (c) 9mm, 570kg/m³, and (d) 12mm, 550kg/m³, respectively. E and η are assumed as 6×10^9 N/m² and 0.01, respectively, in the calculation. $z_1 = 45$ mm. $\nu = 0.3$ and $R_f = 5000$ MKSrays/m (glass wool) are also assumed in the calculation.

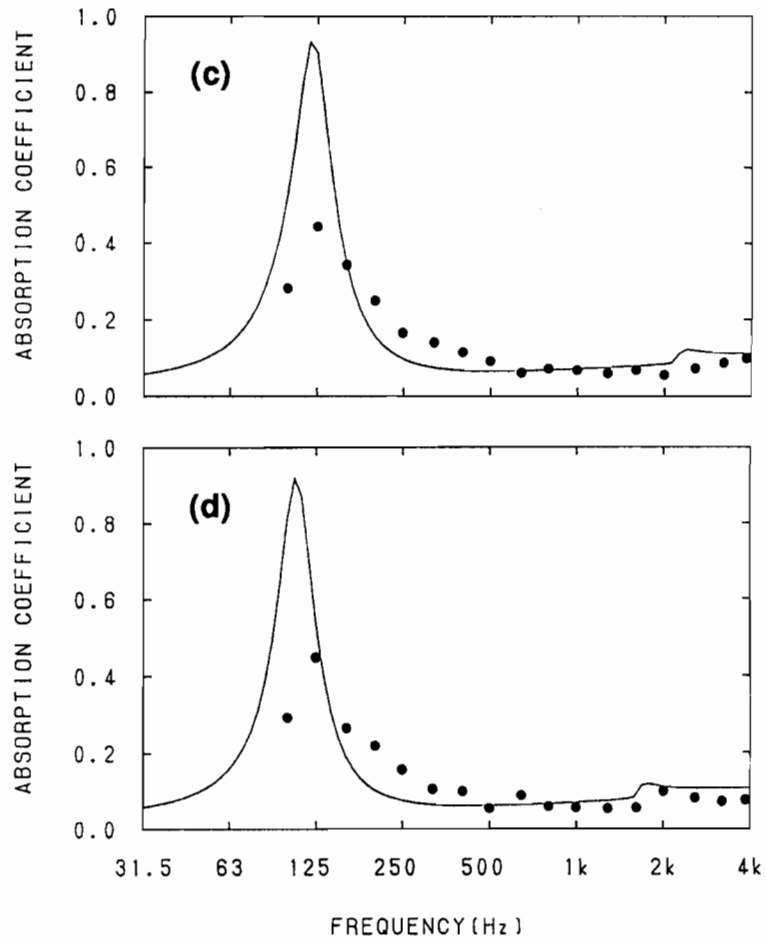


Figure 5.2: Continued.

5.3.2 吸音層および空気層の2層からなる背後層を有する場合

背後層が吸音層および空気層によって構成される2重層である場合について、理論値と実測値の比較を行なう。この場合も木村による実測値を用いるが、文献[30]には吸音層および空気層の各々の厚さが明示されておらず、背後空気層90mmの試料において、板と野縁の間に厚さ50mmのグラスウールをはさみ、釘打ちによって固定したとある。この場合、野縁と板によってはさまれているところでグラスウールが圧縮されるため、背後層全体の厚さにはあまり大きな変化はないと思われる。また、それ以外の部分でもグラスウールはかなり圧縮されていると推測される。これらの施工状態を考慮し、理論計算では吸音層の厚さ30mm、空気層の厚さ65mm、背後層全体として厚さ95mmと推定した。

比較は、これまでの結果を踏まえ、理論値と実測値の対応が良い比較的薄い板($h = 2, 4, 6$ mm)について行なった。結果をFig.5.3に示す。

この場合も、吸音層の効果はピーク周波数の低下、およびピーク値の上昇という形で現れていることが分かる。しかし、背後層全体に吸音層を充填した場合に比べ、その程度は小さくなっている。 $h = 2$ mmの場合、理論値と実測値ではピーク値の差がやや大きいですが、ピーク周波数はほぼ一致しており、傾向として良い一致を示している。しかし、 $h = 4, 6$ mmでは、実測値にははっきりしたピークが見られなくなり、やや低い値で平坦な特性を示す。それに対し、理論値には鋭いピークが現れており、両者の様相はかなり異なっている。実測値において、このような傾向が現れた原因については、例えばグラスウールが板に密着し、野縁との間にはさまれた形で固定されることによって、機械的に板の振動がダンピングされるような影響も考えられる。また、釘打ちによる固定の状態が変化することも考えられる。それに対し、本理論ではこのような影響は考慮できないため、両者の差が大きく現れたものと推論される。

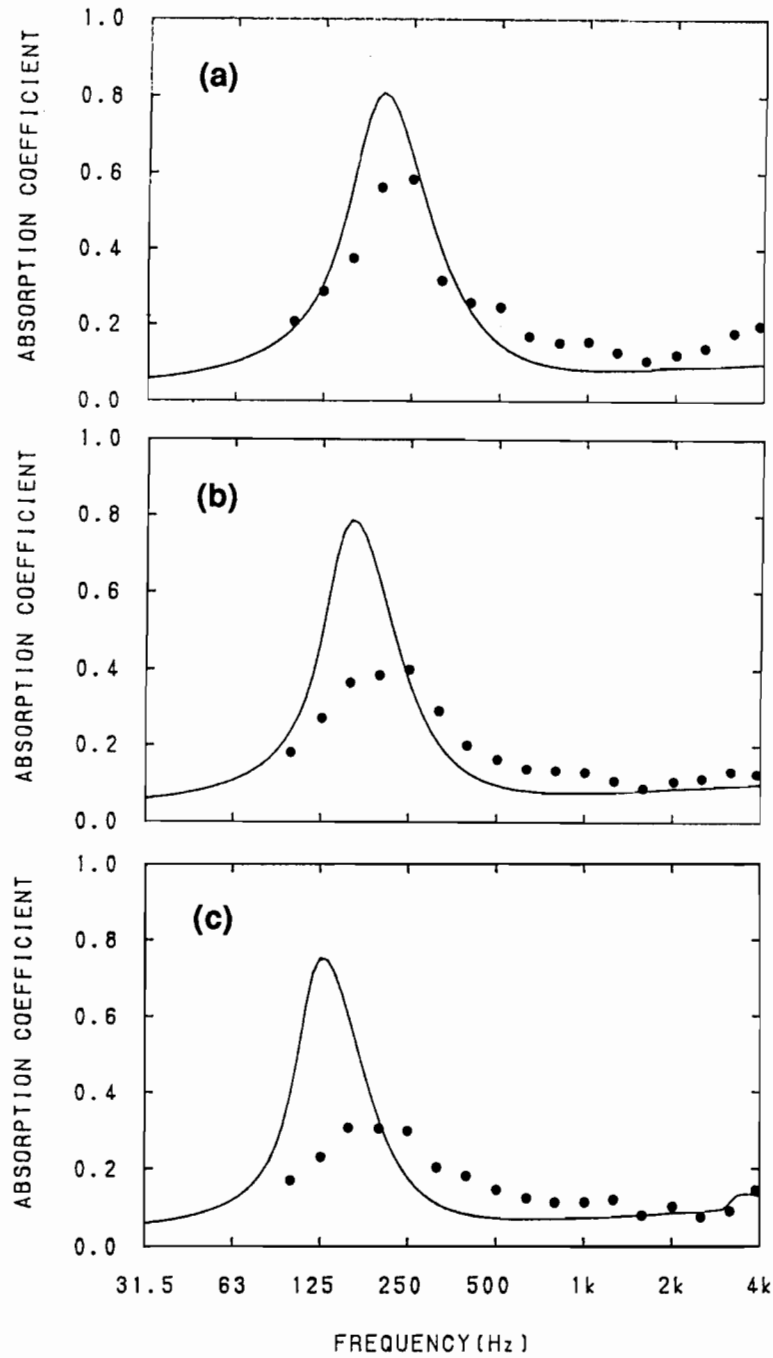


Figure 5.3: Absorption coefficient of the wood panel absorbers with double layered [glass wool 30mm and air 65mm] back cavity predicted by the present theory (solid line) in comparison with the measured results (\bullet) after Kimura[30]. The thickness of the plate h and the density ρ_p are (a) 2mm, 610kg/m³, (b) 4mm, 480kg/m³, (c) 6mm, 510kg/m³, respectively. The Young's modulus E and the loss factor η of the plate are assumed as 6×10^9 N/m² and 0.01, respectively, in the calculation. . The Poisson's ratio $\nu = 0.3$ and the flow resistant of the glass wool $R_f = 5000$ MKSrayls/m are also assumed in the calculation.

5.4 吸音層の効果

本節では、板振動型吸音特性に対する、背後層内での吸音層の位置、吸音層の厚さおよび物性値（流れ抵抗）の変化による影響を、理論計算によって考察する。

5.4.1 吸音層の位置の変化

一般に実務関係者の間では、背後層内に吸音材を挿入する場合、板のすぐ背後においた方がその効果が大きいと言われている。しかし、これまでに実験的なデータあるいは理論的な検討は見られないため、その根拠は明確ではない。そこで、ここでは理論計算によって、背後層内における吸音層の位置の変化が、板振動型吸音特性に及ぼす影響を考察する。背後層内での吸音層の位置として、以下の3種類を考える。

Case 1 弾性板のすぐ背後に、弾性板に接する形で吸音層を配置した場合。（ただし、吸音材が板に接することによる機械的なダンピングは考慮しない。）

Case 2 弾性板と背後壁の中間に吸音層を配置した場合。

Case 3 背後壁の直前に、背後壁に接する形で吸音層を配置した場合。

まず、背後層全体の厚さが150mmの場合について、上記のCase 1～3を計算した。その場合には、吸音層の厚さは全体の1/3である50mmとした。したがって、

Case 1 では $z_1 = 50\text{mm}$ （吸音層）、 $z_2 = 100\text{mm}$ 、 $z_3 = 0\text{mm}$ （空気層）、

Case 2 では $z_1 = 50\text{mm}$ （空気層）、 $z_2 = 50\text{mm}$ （吸音層）、 $z_3 = 50\text{mm}$ （空気層）、

Case 3 では $z_1 = 0\text{mm}$ 、 $z_2 = 100\text{mm}$ （空気層）、 $z_3 = 50\text{mm}$ （吸音層）、

として計算することになる。

計算結果を Fig.5.4に示す。低周波数域のピークにおいて、その周波数はCase 1～3とも約157Hzで一致しているが、ピーク値には差が現れている。ピーク値は吸音層の位置によって異なり、Case 1が最も高く、以下Case 2、Case 3の順にほぼ一定の割合で（約0.08ずつ）低くなっている。すなわち、吸音層を弾性板のすぐ背後においた方が、ピーク吸音率が高くなることを示している。

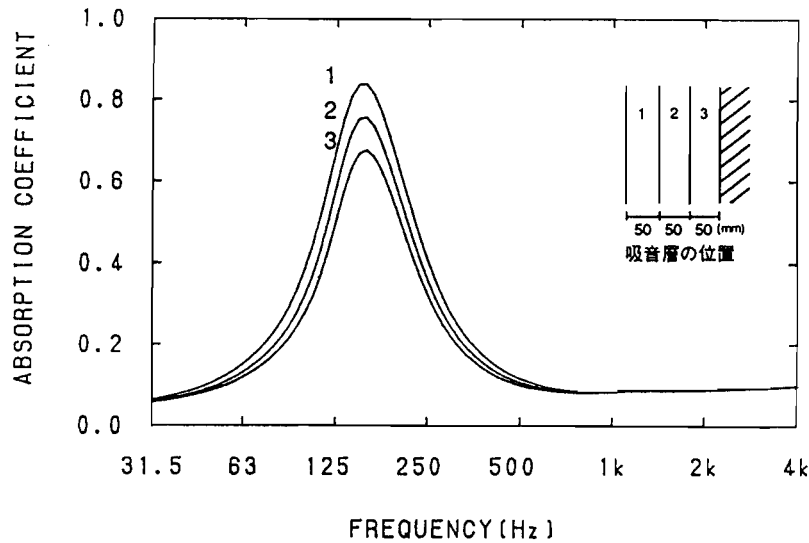


Figure 5.4: Effect of the change in position of the absorptive layer in the back cavity on the absorption characteristics of the panel absorber. 1: Case 1 (absorbent of 50 mm thick contacting the plate), 2: Case 2 (absorbent of 50mm thick in the middle of the cavity), 3: Case 3 (absorbent of 50mm thick contacting the back wall). The depth of the back cavity is 150mm in total. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 2\text{mm}$, $\rho_p = 610\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $R_f = 5000\text{MKSrays/m}$.

これは、多孔質吸音材の吸音メカニズムから次のように解釈できる。多孔質による吸音は、主として細孔中の摩擦抵抗に起因し、その抵抗損失が流れの速度圧に比例することから考えると、音波の粒子速度の大きい位置におくほど効果が大きいことになる。したがって、同じ厚さ、同じ物性値の吸音材ならば、粒子速度の大きい板のすぐ背後においた方が効果が大きいと考えられる。

次に、背後層全体の1/2に相当する吸音層（厚さ50mm）を

Case 4 弾性板のすぐ背後に、弾性板に接する形で配置した場合、

Case 5 半分に分割して厚さ25mmずつとしたものを、弾性板および背後壁のそれぞれに接して配置した場合、

Case 6 背後壁の直前に、背後壁に接する形で配置した場合、

の3つの場合について計算を行なった。Case 4~6は、いずれも吸音層の厚みの合計は同じである。計算結果を Fig.5.5に示す。

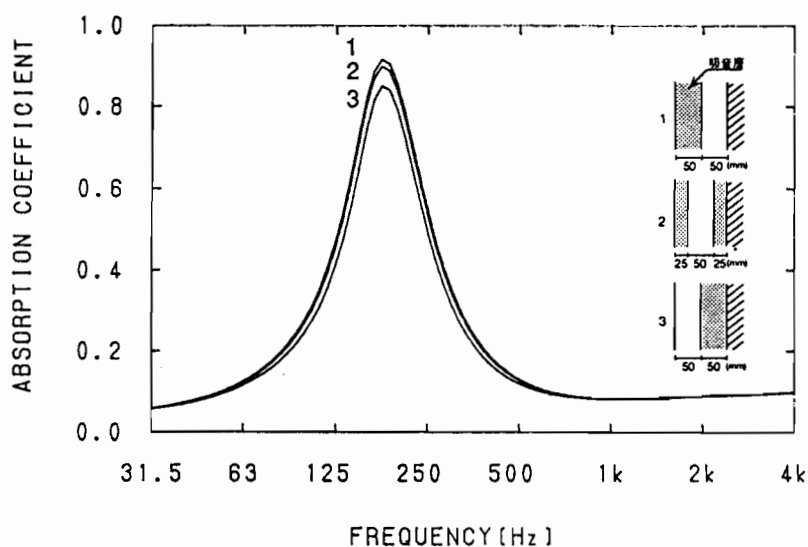


Figure 5.5: Effect of the change in position of the absorptive layer in the back cavity on the absorption characteristics of the panel absorber. 1: Case 4 (absorbent of 50mm thick contacting the plate), 2: Case 5 (absorbent is divided into two layers of 25mm thick), 3: Case 6 (absorbent of 50mm thick contacting the back wall). The depth of the cavity is 100mm in total. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 2\text{mm}$, $\rho_p = 610\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $R_f = 5000\text{MKSrays/m}$.

この場合も、ピーク周波数は Case 4~6 全て同じである。これは、背後層内における吸音層の厚さの合計が等しいためである。しかし、ピーク値は Case 4 が最も高く、以下 Case 5, Case 6 の順に低くなる。したがって、吸音層の厚さの合計が等しくても、その配置の仕方によって差が生じ、弾性板のすぐ背後に集中させた方が、大きな吸音力を得ることができる。

なお、Case 1~3 と同様の 3 種類の配置について、背後層全体の厚みを 45mm (吸音層の厚さは 15mm) とした場合の結果を、Fig.5.6 に示す。この場合、ピーク値の大きさの順序は Fig.5.4 の場合と同じであるが、その差はごくわずかであり、吸音特性にほとんど違いが見られない。これは、吸音層の厚さが小さいことに加えて、背後層全体の厚さが小さいために、層内での粒子速度の差が小さく、位置によってあまり変化しないためであると考えられる。したがって、背後層全体の厚さが小さい場合には、吸音層の位置の違いによる影響は小さいと考えてよい。

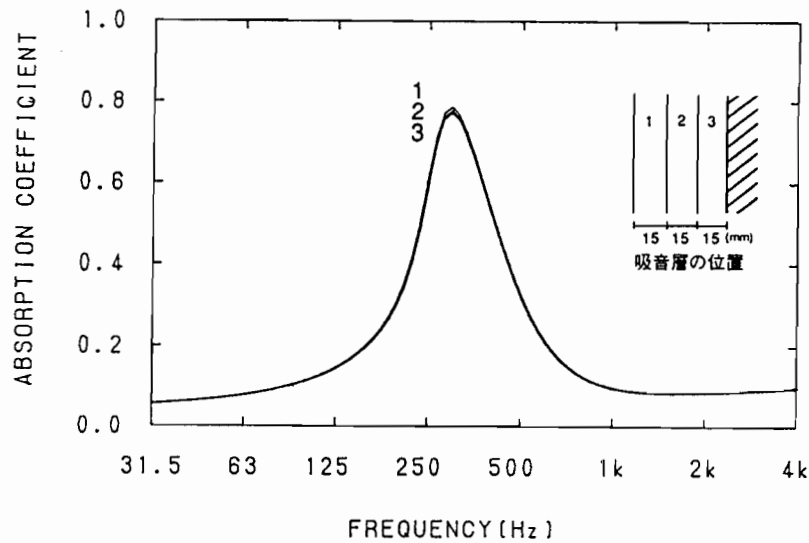


Figure 5.6: Effect of the change in position of the absorptive layer in the back cavity on the absorption characteristics of the panel absorber. (The case of small cavity depth.) 1: Case 1 (absorbent of 15mm thick contacting the plate), 2: Case 2 (absorbent of 15mm thick in the middle of the cavity), 3: Case 3 (absorbent of 15mm thick contacting the back wall). The depth of the back cavity is 45mm in total. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 2\text{mm}$, $\rho_p = 610\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $R_f = 5000\text{MKSrayls/m}$.

5.4.2 背後吸音層の厚さ

前項で考察した結果、背後層に挿入する吸音層の厚さが同じであれば、弾性板に接するよう配置する方が、ピーク吸音率が高くなることが分かった。一方、背後層全体の厚さが小さく、吸音層自体も薄い場合は、その位置の変化による影響が非常に小さいことが明らかになった。この結果から考えても、吸音層の厚さおよび背後層内に占める割合が、その影響の程度に関係していることは明らかである。しかし、その影響については従来の研究では考察されておらず、実測データなどもほとんど公表されていない。そこで、背後層内の吸音層の厚さを変化させた場合の、板振動型吸音特性に対する影響を、理論計算によって考察する。

まず、背後層全体の厚さを 45mm で一定とし、吸音層を弾性板に接する形で配置する。この場合に、吸音層の厚みを背後層全体の (1) 1/6 (7.5mm), (2) 1/3 (15mm), (3) 2/3 (45mm), (4) 1/1 (45mm) のように変化した。したがって、(1) から (4) と吸音層が厚くなるに伴って、その背後の空気層は薄くなっている。計算結果を Fig.5.7 に示す。

低周波数域のピークに着目すると、吸音層の厚さが増すほどピーク周波数が低くなり、ピー

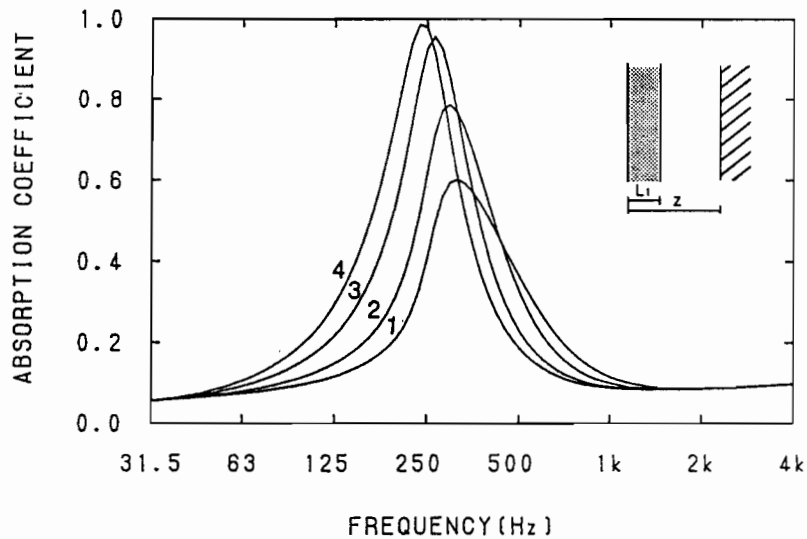


Figure 5.7: Effect of the thickness of the absorptive layer in the back cavity on the absorption characteristics of the panel absorber. The thickness of the absorptive layer is 1: 7.5mm, 2: 15mm, 3: 30mm and 4: 45mm. The depth of the back cavity is 45mm in total. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 2\text{mm}$, $\rho_p = 610\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $R_f = 5000\text{MKSrays/m}$.

ク値は高くなっている。その変化の仕方については、吸音層の厚さが背後層全体の $1/6 \sim 2/3$ の範囲では、ピーク値、ピーク周波数ともほぼ一定の割合で変化しており、吸音層の厚さが 2 倍になるにしたがって、ピーク値は約 0.18 ずつ上昇し、ピーク周波数は約 25Hz ずつ低下する。しかし、吸音層の厚さがある程度小さくなると、吸音層の効果が少なくなるため、ピーク値、ピーク周波数ともに変化の割合が少なくなり、空気層のみの場合の吸音特性に近づく。逆に吸音層の厚さがある程度以上になった場合も、変化の割合が小さくなり、背後層全体が吸音材で充填されている場合 (4) の特性に近づく。

また、ピークより低い周波数領域では、吸音層の厚さが増すほど吸音率が高くなる。しかし、吸音層の厚さとともにピークが低周波数域へ移動するので、ピークより高い周波数領域では吸音層が薄い方が高い吸音率を示す範囲がある。

次に、吸音層の厚さを一定とし、背後層全体の厚さを変えた場合についても、計算を行ない検討した。吸音層の厚さを 15mm とし、板に接するように配置し、背後層全体の厚さを (1)45mm, (2)90mm, (3)180mm とした場合の結果を、Fig.5.8に示す。

この場合は、(1)~(3)では吸音層の背後の空気層が、(1)30mm, (2)75mm, (3)165mm と増加していることになり、背後層全体に占める吸音層の割合が (1) $1/3$, (2) $1/6$, (3) $1/12$ の

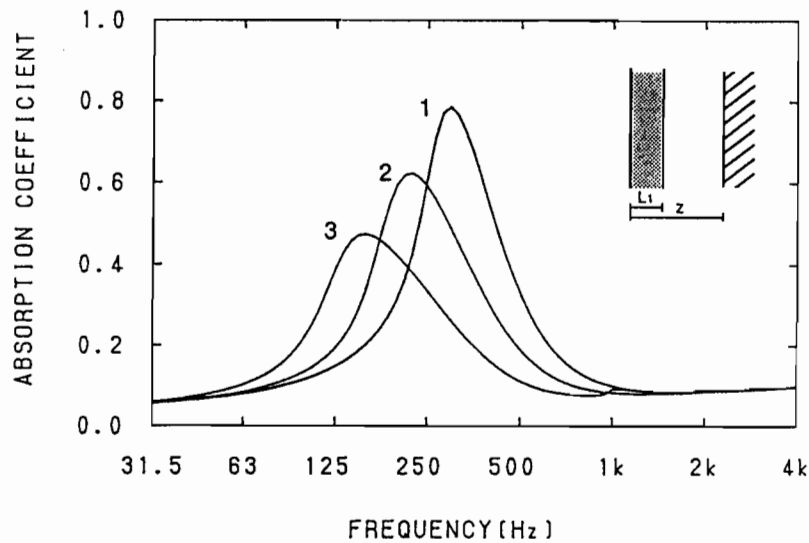


Figure 5.8: Effect of the ratio of the thickness of the absorptive layer to the back cavity on the absorption characteristics of the panel absorber. The thickness of the absorptive layer 15mm, and the depth of the back cavity is 1: 45mm, 2: 90mm and 3: 180mm in total. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 2\text{mm}$, $\rho_p = 610\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $R_f = 5000\text{MKSrayls/m}$.

ように減少している。低周波数域のピークについては、背後層の厚さが増すにしたがって背後層の弾性が低下し、ピーク周波数が低域側へ移動する。また、ピーク値はそれに伴って低くなっている。背後層全体の厚さが2倍になると、両者ともほぼ一定の割合（ピーク周波数は約70Hz、ピーク値は約0.15ずつ）で変化している様子が見られる。

なお、さらに吸音層の背後の空気層を大きくしていった場合は、はっきりしたピークは現れなくなり、単一板の特性に近付いていく。また、逆に小さくしていくとピークは鋭くなっていき、吸音材を充填した場合の特性に近づく。

以上から、背後層内の吸音層は厚いほど効果が大きく、また、背後層内に占める吸音層の割合が高いほど、大きな吸音力が得られることが分かる。しかし、吸音層の厚さが大きく、あるいは背後層内での割合が大きくなるほど、吸音特性のピークが鋭くなるため、周波数選択性が強くなり、ある周波数領域では逆に吸音率が低くなる。

5.4.3 吸音層の材質

前項までに、背後層内の吸音層の位置、厚さの変化が、板振動型吸音特性に及ぼす影響を考察した。その際、吸音層の物性値、すなわち流れ抵抗 R_f は一定 (5000MKSrayls/m) とし

て計算した。しかし、多孔質吸音材の吸音特性は、流れ抵抗によって大きく変化するものであり、これは背後層内に挿入する吸音材料を選択する上で、考慮されるべき問題である。従来の研究においては、この点について考察されたものはなく、実測データなどの資料も十分ではない。

本項では、吸音層の流れ抵抗の変化が、板振動型吸音特性に及ぼす影響について、理論計算結果から考察を行なう。流れ抵抗の影響は、背後層内における音波の伝搬定数の変化に対応するものである。

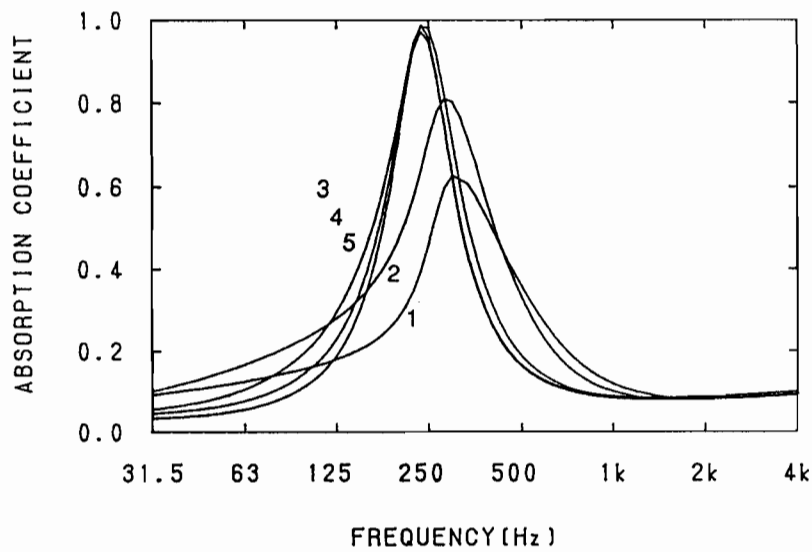


Figure 5.9: Effect of the flow resistant of the absorptive layer in the back cavity on the absorption characteristics of the panel absorber. $R_f = 1: 1 \times 10^2, 2: 5 \times 10^2, 3: 5 \times 10^3, 4: 1 \times 10^4$ and $5: 2 \times 10^4$ (MKSrayls/m). The depth of the back cavity, which is fulfilled with absorbent, is 45mm. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2, h = 2\text{mm}, \rho_p = 610\text{kg/m}^3, \eta = 0.01, \nu = 0.3$.

Fig.5.9に、 $R_f = 1 \times 10^2, 5 \times 10^2, 5 \times 10^3, 1 \times 10^4, 2 \times 10^4$ (rayls/m) の計算結果を示す。 $R_f = 1 \times 10^2 \sim 5 \times 10^3$ (rayls/m) の範囲では、 R_f が大きくなるにしたがって、低周波数域のピーク値が高くなり、ピーク周波数はさらに低域側へ移動する。しかし、 $R_f = 1 \times 10^4$ になると、 $R_f = 5 \times 10^3$ とほとんど変化がなくなり、ピーク値はほぼ1.0である。さらに R_f が大きくなると、 $R_f = 2 \times 10^4$ では、逆にピーク値がわずかながら低下している。これは、多孔質吸音材の R_f に対する特性に起因するものと考えられる。したがって、 R_f がある一定の値を超えると、ピーク値はほとんど変化しなくなり、さらに R_f を大きくしていくと、逆にピーク値が低下すると言えるが、その場合もピークの鋭さについては、 R_f の増加にした

がって鋭くなっていく。

5.4.4 斜め入射反射率の計算結果

本項では、背後層内に吸音材を挿入することによる、弾性板の斜入射反射特性の変化について、計算例を示し考察を行なう。

まず、Fig.5.10に斜入射エネルギー反射率の計算結果の一例を、背後層が空気層の場合の結果と比較して示す。吸音材の効果は、板と背後層の単一共振系によって生ずる低周波数域のディップにおいて顕著に見られ、ディップが深くなるとともに低域側へ移動する。一方、高周波数域にはコインシデンス効果による鋭いディップが見られる。このディップについて両者を比較すると、周波数は1Hz程度しか変化しないが、ディップでの値は空気層の場合 $r_e = 0.175$ であるのに対し、吸音層の場合 0.25 となり、吸音層の影響によって反射率が若干高くなっている。

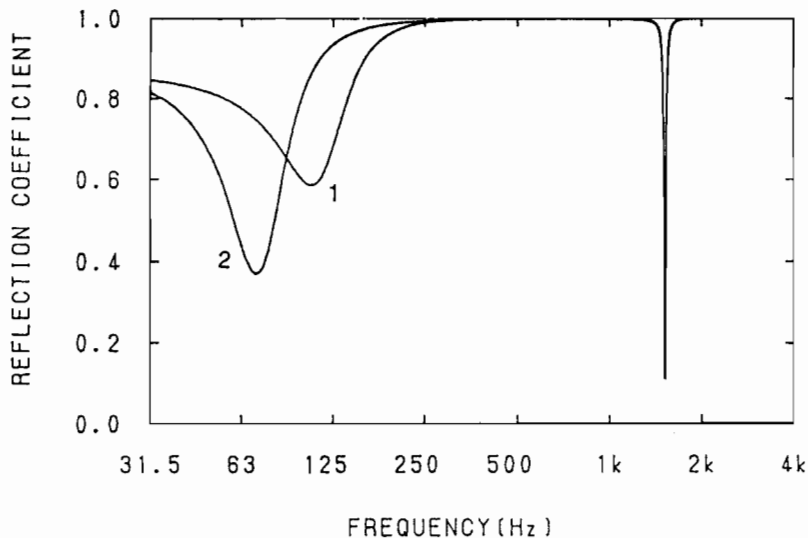


Figure 5.10: An example of the calculated reflection coefficient of an infinite elastic plate with absorptive back cavity[1] in comparison with a result of the plate with air-back cavity[2]. The depth of the back cavity is 45mm. $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 20 \text{mm}$, $\rho_p = 610 \text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $A_b = 0.026$, $R_f = 5000 \text{MKSrayls/m}$, $\theta = 45^\circ$.

Fig.5.11は、低周波数域のディップが空気層の場合において、ほぼ $r_e = 0$ となる条件での計算例である。この場合は吸音材を充填しても、ディップの周波数がさらに低域側に移動するだけで、値は変化しない。また、ディップの形状については、その幅が広くなり、板と背

後層の共振による影響を受ける周波数範囲が広がっている様子が見られる。

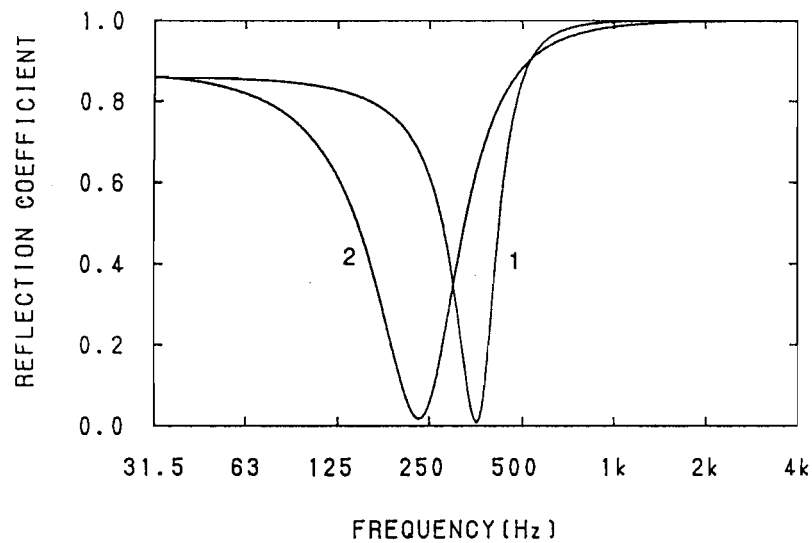


Figure 5.11: An example of the calculated reflection coefficient of an infinite elastic plate with absorptive back cavity in comparison with a result of the plate with air-back cavity. In this case the value at the dip becomes almost 0.0 when the air-back cavity. The depth of the back cavity is 45mm. $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $h = 2\text{mm}$, $\rho_p = 610\text{kg/m}^3$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $A_b = 0.026$, $R_f = 5000\text{MKSrayls/m}$, $\theta = 45^\circ$.

板振動型吸音としては、入射角について平均操作するため、むしろ吸音特性の周波数選択性が強くなる傾向にあったが、斜入射反射率としてみると、吸音層の影響によってより広い周波数領域において反射性が低下することが分かる。

5.5 結論

本章では、無限大弾性板が任意媒質の多重背後層を有する場合について、その音響反射特性を理論的に解析し、陽な形の解析解を得た。解析の方法としては、前章で取り扱った背後空気層の場合と同様に、背後層内の定在波音場を考慮して、境界積分方程式を用いた定式化によった。

本理論を応用し、板振動型吸音特性に対する、背後吸音層の影響について考察を行なった。まず、既存の実測値との比較により、板が薄い場合については、本理論によってかなり良好に予測できることを示した。また、従来は理論的にも実験的にも考察されていない、背後層内での吸音層の位置、厚さ、吸音層が背後層内に占める割合、および吸音層の流れ抵抗について、理論計算結果に基づいて各々の影響を考察した。なお、多孔質吸音材中の音波の伝搬については、Delany and Bazley[43]の実験式によるモデルを利用した。その結果、以下の知見を得た。まず吸音層の位置については、弾性板のすぐ背後に接するように配置する場合が、最も大きな吸音力を得られることが明らかになった。また、吸音層の厚さおよび背後層内に占める割合が大きいほど吸音力は大きく、ピーク周波数は低域側に移動することを示した。さらに、吸音層の流れ抵抗については、ある一定の値（本研究では 1×10^4 MKSrayls/m）までは、流れ抵抗の増加によってピーク値が上昇し、ピーク周波数が低下するが、それを超えると逆にピーク値が低下する傾向が見られた。

また、音響反射板の基本的な特性として重要な斜入射反射率の計算例を示し、背後吸音層による影響について述べた。背後吸音層の影響によって、低周波数域でのディップが、空気層の場合より低域側に移動し、深くなるとともに幅が広がるため、より広い周波数領域において反射性が低下することが明らかになった。

第6章

周期的なリブによる影響

6.1 はじめに

前章までに、無限大弾性板の音響反射特性について、単一板の場合、背後空気層を有する場合、任意媒質の多重背後層を有する場合を各々理論的に解析し、考察を行なった。その結果、弾性板の反射特性に対する板の諸定数などのパラメタの影響に関する、基礎的知見を得るとともに、背後空気層、背後吸音層の影響を明らかにした。

実際の建築物における室内壁面の形態としては、反射面となる内装材（弾性板）と建築躯体（剛性の高い背後壁）の間には、一般的に野縁あるいは根太と呼ばれるリブが入れられ、両者の間を構造的に連結している場合が多く見られる。したがって、反射面である弾性板は背後層およびリブを有することになる。

このような構造的変化は、板の振動特性に大きく影響することが考えられ、その結果、反射特性にも変化を生じるものと思われる。例えば、第3章で考察した板振動吸音特性に対する野縁の影響もその一つの例であり、リブの影響を考慮した解析が必要であると言える。

リブを有する弾性板の問題は複雑である。しかし、板が無限大でリブが周期的であれば、周期的無限大問題として扱うことができるため、積分変換を有効に利用することにより、解析が比較的容易になる。そのため、リブを有する弾性板の音響特性を、理論的に取り扱ったものとしては、これまでにもいくつかの研究が見られる。

周期的なリブを有する単一の無限大弾性板の振動および放射特性は、Evseev[44], Rumerman [45], Mace[46, 47, 48] が解析を行なっている。これらは、解法としてはいずれも基本的には同じである。すなわち、リブを有する板を、リブのない板にリブから受ける反力に相当する、周期的な外力が加わるものとしてモデル化し、Fourier 変換を用いて解くものである。

Evseev[44] は、リブから垂直力のみを受けるものとしてモデル化し、一点加振される場合の放射音圧、および平面波入射に対する透過音圧を求め、計算例を示している。Rumerman[45] は、リブによって垂直力およびモーメントを受ける板について、平面波入射を受ける場合の振動速度の解を得ている。Mace は、リブから垂直力およびモーメントを受ける板の振動を、点加振力および線加振力 [47]、平面波入射 [46] に対して解き、振動特性および放射音圧について、音響負荷を考慮した場合と無視した場合を比較し考察している。ただし、板の背後は真空としている。

以上は、一方向のみにリブが入っている場合であったが、直交する 2 方向にリブが入っている場合については、Mace[48] が平面波入射により加振される場合の放射特性を求めている。ただし、これも板の裏側を真空としている。また、拡散音場入射に対する透過の問題として、Maidanik[49] は統計的な手法により、リブを有するバフル中の有限板の遮音特性について、近似解を得ている。

一方、反射問題についても、若干の研究が見られる。

Maidanik and Dickey[50] は、周期的なリブを有する単一の無限大弾性板の反射特性を解いているが、これも板の裏側は真空と仮定されている。Photiadis[51] は、周期的でないリブを有する場合について、数値解析的手法でシミュレーションを行なっている。また、Leppington[52] は、剛バフル内の strip が変位の拘束を受ける場合の散乱問題を、近似的に解いている。

2 枚の弾性板が、周期的なリブで連結されている場合については、Lin and Garrelick[53] が、その透過について解析解を得ている。その際、リブからは垂直力のみを受けるとしてモデル化し、さらに、リブは音響的に透明であると仮定している。点加振時の放射特性については、Takahashi[54] が、2 枚の弾性板が周期的に点で結合されている場合、一方向のみあるいは直交 2 方向のリブで結合されている場合について解いている。解析においては、音響負荷を無視しているが、結合部では垂直力およびモーメントの両方を考慮している。しかし、直交 2 方向にリブが入る場合については、解が複雑であるため計算例はなく、考察は行なわれていない。

以上にあげた従来の研究の結果を総合すると、リブを有する板の特徴としては、有限板の共振現象と類似の性質が現れることが分かっている。例えば、放射や振動特性については、共振、反共振に対応するピーク、ディップが現れていることである。

また、反射問題については、無限大弾性板ではないが、内側にリブを有する円筒シェルの

散乱が, Klauson and Metsaveer[55]により解かれている。ただし, シェルの内部は真空と仮定して取り扱っている。

このように, リブを有する弾性体からの反射問題を取り扱ったものは, 板の裏側を真空と仮定しているものがほとんどであるため, 本研究のような建築的条件に対しては十分有用な知見とはならないことは, 第3章で述べたとおりである。

さらに, 室内壁面のモデルとしては, コンクリートのような剛性の高い背後壁, すなわち建築躯体とによって背後層が形成されるため, これを含めてモデル化し, 解析することが必要である。

そこで本章では, 実際の建築における室内壁面の構造に対応するものとして, 無限大弾性板(内装材)が背後層(空気層または吸音層)を有し, 剛な背後壁(建築躯体)とリブによって構造的に結合されているものとしてモデル化する。そのモデルについて, 反射特性を理論的に解析し, 計算結果からリブの影響について考察する。

6.2 解析

建築室内における壁面すなわち反射面の構成として, 最も一般的に見られる内装材と基本構造体からなる2重構造体を, Fig.6.1に示すようにモデル化する。板は無限大に広がっているものとし, その背後には振動しない剛な背後壁が存在する。両者は周期的に配置されたリブ(野縁あるいは根太)によって, 構造的に連結されており, 背後層は任意の媒質(空気または吸音材など)で満たされているものとする。

これを解析するにあたって, さらに次のような近似および簡略化を行う。

1. リブは一方向(y 方向)のみに, 周期的に(周期 l)入っている。 $(x = nl, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$
2. リブと板, 背後壁は剛に結合されている。
3. リブは波動性を無視した形で, 垂直力およびモーメントを板に加える。
4. リブは音響的に透明とする。すなわち背後空間内の音場には影響しない。
5. 入射波は平面波とし, その波面とリブは板面上で平行とする。すなわち, 板面上における入射音圧は y 方向については一様であり, x だけの関数となるため, 2次元音場として考える。

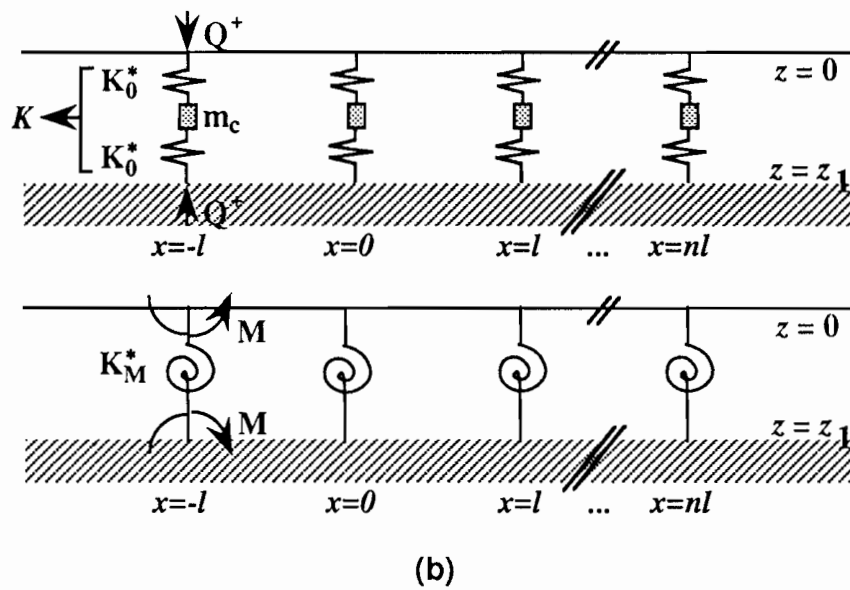
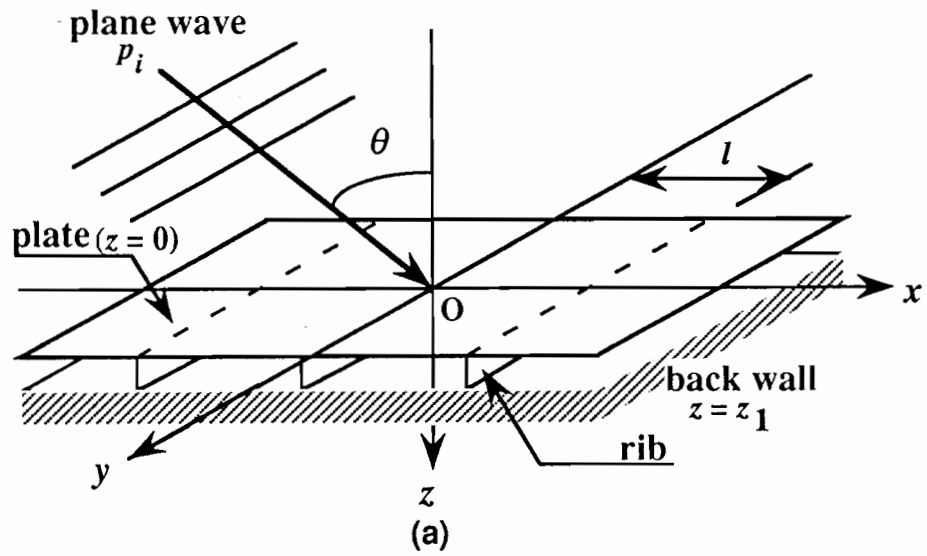


Figure 6.1: Model of an infinite elastic plate with periodic ribs (space: l) and back cavity (depth: z_1); (a) coordinate system for analysis, (b) model of the ribs with respect to the normal forces (top) and the moments (bottom).

まず、板の両面の音圧差が必要であるが、前章までと同様に考えることができる。

入射側表面上の音圧 $p_1(x)$ は、背後空間の条件に関わらずこれまでと同様に導かれ、(3.11)

と同じ式になる。すなわち、

$$p_1(x) = 2p_i(x) + \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} [\rho_0 \omega^2 w(x_0) + iA_1 k_0 p_1(x_0)] H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) dx_0 \quad (6.1)$$

また、板の裏側（透過側）表面上の音圧 $p_2(x)$ は以下のように導かれる。

まず、背後層内での音圧および粒子速度を、次式のように表す。

$$p_2(x, z) = (p_2^+ e^{-qz} + p_2^- e^{qz}) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (6.2)$$

$$v_2(x, z) = \frac{\bar{q}}{Z} (p_2^+ e^{-qz} - p_2^- e^{qz}) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (6.3)$$

ここに、 $q = \gamma_z \sqrt{1 + (k_0 \sin \theta / \gamma_x)^2}$ であり、 γ_x 、 γ_z は各々 x 、 z 方向の伝搬定数を示す。また、 Z は背後層内の媒質の特性インピーダンス、 $\bar{q} = q / \gamma_z$ である。式中の p_2^\pm は、各々 $\pm z$ 方向へ進む波の振幅を表す。

さらに、 $z = 0$ （板裏側面上）および $z = z_1$ （背後壁面上）における境界条件は、

$$v_2(x, 0) = -i\omega w(x) - \frac{A_2}{\rho_0 c_0} (p_2^+ + p_2^-) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (6.4)$$

$$v_2(x, z_1) = \frac{A_b}{\rho_0 c_0} (p_2^+ e^{-qz_1} + p_2^- e^{qz_1}) e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (6.5)$$

となるので、これらを考えて (6.2)(6.3) を解けば、結局 $p_2(x)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} p_2(x) &= \left(1 + \frac{\rho_0 c_0 \bar{q} / Z - A_b}{\rho_0 c_0 \bar{q} / Z + A_b} e^{-2qz_1} \right) \\ &\quad \cdot \frac{-i\omega w(x)}{\frac{\bar{q}}{Z} \left(1 - \frac{\rho_0 c_0 \bar{q} / Z - A_b}{\rho_0 c_0 \bar{q} / Z + A_b} e^{-2qz_1} \right) + \frac{A_2}{\rho_0 c_0} \left(1 + \frac{\rho_0 c_0 \bar{q} / Z - A_b}{\rho_0 c_0 \bar{q} / Z + A_b} e^{-2qz_1} \right)} \\ &\equiv \alpha w(x) \end{aligned} \quad (6.6)$$

これにより、板振動に対する外力が $p_1(x) - p_2(x)$ として与えられる。

板の振動変位を求めるには、ここでは振動方程式を直接 Fourier 変換によって解くことにする。まず、リブが板に加える力について考える。リブを Fig.6.1(b) のようにモデル化すると、リブの剛性と質量から、板に垂直に加わる力 Q^+ は、

$$Q^+ = -\frac{2K_c^*(2K_c^* - m_c\omega^2)}{4K_c^* - m_c\omega^2}w(x) \equiv -Kw(x); \quad x = nl, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.7)$$

ただし, $K_c^* = K_0^*/2$ である [54].

また, リブが板に加えるモーメント M は, リブの回転弾性を K_M^* として,

$$M = K_M^* \frac{\partial w}{\partial x}; \quad x = nl, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.8)$$

となる.

したがって, 板の振動方程式は,

$$\begin{aligned} D\nabla^4 w(x) - \rho_p h \omega^2 w(x) &= p_1(x) - p_2(x) \\ &+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} Q^+ \delta(x - nl) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} M \frac{\partial \delta(x - nl)}{\partial x} \end{aligned} \quad (6.9)$$

$$\begin{aligned} &= p_1(x) - p_2(x) \\ &- \frac{K}{l} \sum_n w(x) e^{-i2n\pi x/l} + ik \frac{K_M^*}{l} \sum_n \frac{\partial w}{\partial x} e^{-i2n\pi x/l} \end{aligned} \quad (6.10)$$

ここで, \sum_n は $\sum_{n=-\infty}^{\infty}$ の略記であり, $D = Eh^3(1 - i\eta)/12(1 - \nu^2)$: 板の曲げ剛性, E : ヤング率, h : 板厚, η : 損失係数, ν : ポアソン比, ρ_p : 板の密度である. また, Poisson の和公式 [56] から得られる式,

$$\sum_n \delta(x - nl) = \frac{1}{l} \sum_n e^{-i2n\pi x/l} \quad (6.11)$$

を用いた. (6.10) を解くために, 両辺を x についてフーリエ変換し, k をパラメタとして,

$$\begin{aligned} Dk^4 W(k) - \rho_p h \omega^2 W(k) &= P_1(k) - P_2(k) - \frac{K}{l} \sum_n W\left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) \\ &- k \frac{K_M^*}{l} \sum_n \left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) W\left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) \end{aligned} \quad (6.12)$$

とする. ただし, $P_1(k), P_2(k)$ は, $p_1(x), p_2(x)$ のフーリエ変換である. ここで $P_1(k), P_2(k)$ を代入すると,

$$\begin{aligned}
Dk^4W(k) - \rho_p h \omega^2 W(k) &= \frac{2\delta(k - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^2}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}} + \left(\frac{i\rho_0 \omega^2}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}} - \alpha \right) W(k) \\
&\quad - \frac{K}{l} \sum_n W\left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) \\
&\quad - k \frac{K_M^*}{l} \sum_n \left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) W\left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) \quad (6.13)
\end{aligned}$$

これを整理して、 $W(k)$ について解けば、次式が得られる。

$$\begin{aligned}
W(k) &= \frac{1}{G(k)} \left\{ \frac{2\delta(k - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^2}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{K}{l} \sum_n W\left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) - k \frac{K_M^*}{l} \sum_n \left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) W\left(k + \frac{2n\pi}{l}\right) \right\} \quad (6.14)
\end{aligned}$$

ただし、

$$G(k) = Dk^4 - \rho_p h \omega^2 - \left(\frac{i\rho_0 \omega^2}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^2}} - \alpha \right) \quad (6.15)$$

(6.14) 式を計算するためには、次のような手順が必要である。

(i) まず、(6.14) の k を $k^* = k + 2m\pi/l, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ と置き換える。すなわち、

$$\begin{aligned}
W(k^*) &= \frac{1}{G(k^*)} \left\{ \frac{2\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{K}{l} \sum_m W(k^*) - k^* \frac{K_M^*}{l} \sum_m k^* W(k^*) \right\} \quad (6.16)
\end{aligned}$$

(ii) 次に、(6.16) の両辺を m について和をとる。

$$\begin{aligned}
\sum_m W(k^*) &= 2 \sum_m \frac{1}{G(k^*)} \frac{\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} \\
&\quad - \frac{K}{l} \sum_m W(k^*) \sum_m \frac{1}{G(k^*)} - \frac{K_M^*}{l} \sum_m k^* W(k^*) \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} \quad (6.17)
\end{aligned}$$

(iii) (6.16) の両辺に k^* をかける。

$$k^*W(k^*) = \frac{1}{G(k^*)} \left\{ k^* \frac{2\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} - k^* \frac{K}{l} \sum_m W(k^*) - k^{*2} \frac{K_M^*}{l} \sum_m k^* W(k^*) \right\} \quad (6.18)$$

(iv) (6.18) の両辺を m について和をとる.

$$\begin{aligned} \sum_m k^* W(k^*) &= \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} \frac{2\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} \\ &\quad - \frac{K}{l} \sum_m W(k^*) \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} \\ &\quad - \frac{K_M^*}{l} \sum_m k^* W(k^*) \sum_m \frac{k^{*2}}{G(k^*)} \end{aligned} \quad (6.19)$$

結局, (6.17)(6.19) の両式から, $\sum_m W(k^*)$, $\sum_m k^* W(k^*)$ を求め, それらを (6.14) に代入すれば良い.

$\sum_m W(k^*) \equiv X$, $\sum_m k^* W(k^*) \equiv X_x$ とおけば, (6.17)(6.19) はそれぞれ,

$$X = 2 \sum_m \frac{1}{G(k^*)} \frac{\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} - \frac{K}{l} X \sum_m \frac{1}{G(k^*)} - \frac{K_M^*}{l} X_x \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} \quad (6.20)$$

$$X_x = \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} \frac{2\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} - \frac{K}{l} X \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} - \frac{K_M^*}{l} X_x \sum_m \frac{k^{*2}}{G(k^*)} \quad (6.21)$$

となるので, これらを解いて,

$$X = \frac{\sum_m \frac{\Delta^*}{G(k^*)} - \frac{K_M^*}{l} G_M^* \sum_m \frac{k^* \Delta^*}{G(k^*)}}{1 + \frac{K}{l} \sum_m \frac{1}{G(k^*)} - \frac{K_M^* K}{l^2} G_M^* \sum_m k^* G(k^*)} \quad (6.22)$$

$$\begin{aligned} X_x &= \frac{1}{1 + \frac{K_M^*}{l} \sum_m \frac{k^{*2}}{G(k^*)}} \left\{ \sum_m \frac{k^* \Delta^*}{G(k^*)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{K}{l} \frac{\sum_m \frac{\Delta^*}{G(k^*)} - \frac{K_M^*}{l} G_M^* \sum_m \frac{k^* \Delta^*}{G(k^*)}}{1 + \frac{K}{l} \sum_m \frac{1}{G(k^*)} - \frac{K_M^* K}{l^2} G_M^* \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)}} \sum_m \frac{k^*}{G(k^*)} \right\} \end{aligned} \quad (6.23)$$

ただし, ここで

$$\Delta^* \equiv \frac{\delta(k^* - k_0 \sin \theta) \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k^{*2}}} \quad (6.24)$$

$$G_M^* \equiv \frac{\sum_m \frac{k^*}{G(k^*)}}{1 + \frac{K_M^*}{l} \sum_m \frac{k^{*2}}{G(k^*)}} \quad (6.25)$$

とおいた。

したがって、(6.14)に(6.22)(6.23)を代入し、 k^* を $k + 2n\pi/l \equiv k_n^*$ にもどすと、

$$W(k) = \frac{1}{G(k)} \left[\Delta - \frac{K}{l} \frac{\sum_n \frac{\Delta_n}{G(k_n^*)} - \frac{K_M^*}{l} G_{Mn} \sum_n n \frac{k_n^* \Delta^*}{G(k_n^*)}}{1 + \frac{K}{l} \sum_m \frac{1}{G(k_n^*)} - \frac{K_M^* K}{l^2} G_{Mn} \sum_n \frac{k_n^*}{G(k_n^*)}} \right. \\ \left. - \frac{K_M^*}{l} \frac{k}{1 + \frac{K_M^*}{l} \sum_n \frac{k_n^{*2}}{G(k_n^*)}} \left\{ \sum_n \frac{k_n^* \Delta_n}{G(k_n^*)} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{K}{l} \frac{\sum_n \frac{\Delta_n}{G(k_n^*)} - \frac{K_M^*}{l} G_{Mn} \sum_n n \frac{k_n^* \Delta^*}{G(k_n^*)}}{1 + \frac{K}{l} \sum_m \frac{1}{G(k_n^*)} - \frac{K_M^* K}{l^2} G_{Mn} \sum_n \frac{k_n^*}{G(k_n^*)}} \sum_n \frac{k_n^*}{G(k_n^*)} \right\} \right] \quad (6.26)$$

のように、波数空間で振動変位が得られる。ただし、ここに Δ 、 Δ_n は、(6.24)において k^* を、各々 k 、 k_n^* に置き換え、 \sum_m を \sum_n としたものである。また、 G_{Mn} は(6.25)において、 k^* を、 k_n^* に置き換え、 \sum_m を \sum_n としたものである。

(6.26)をFourier逆変換すると、次式のように振動変位 $w(x)$ が得られる。

$$w(x) = \frac{2 \cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \frac{e^{ik_0 \sin \theta x}}{G(k_0 \sin \theta)} \left[1 - \sum_n \frac{e^{-i2n\pi x/l}}{G(k_n)} (K - k_0 \sin \theta \xi_n K_M^* K \Xi_n) \Gamma_n \right. \\ \left. - \sum_n \frac{k_n e^{-i2n\pi x/l}}{G(k_n)} \{k_0 \sin \theta K_M^* \Xi_n - \xi_n K_M^* \Xi_n K \Gamma_n (1 - k_0 \sin \theta \xi_n K_M^* \Xi_n)\} \right] \\ \equiv w_0(x) + w_R^I(x) + w_R^II(x) \quad (6.27)$$

ここに、 $k_n \equiv k_0 \sin \theta - 2n\pi/l$,

$$\zeta_n \equiv \sum_n \frac{1}{G(k_n)} \quad (6.28)$$

$$\xi_n \equiv \sum_n \frac{k_n}{G(k_n)} \quad (6.29)$$

$$\mu_n \equiv \sum_n \frac{k_n^2}{G(k_n)} \quad (6.30)$$

であり、さらに

$$\Gamma_n \equiv \frac{1}{l + K\zeta_n - K_M^* K \frac{\xi^2}{l + K_M^* \mu_n}} \quad (6.31)$$

$$\Xi_n \equiv \frac{1}{l + K_M^* \mu_n} \quad (6.32)$$

とおいてある。

(6.27) は3つの項から成り立っており、第1項の $w_0(x)$ はリブがないときの振動変位、第2項および第3項はリブの影響を表わす項である。

このように振動変位が陽な形で得られたので、第3章、第4章、第5章の場合と同様に、Helmholtz-Kirchhoffの積分公式(2.14)から、任意の空間点 \mathbf{r} における反射音圧 $p_r(\mathbf{r})$ を求めることができる。上述のように、振動変位が3つの項に分かれているところから、項別に積分ができて、

$$p_r(\mathbf{r}) = p_{r0}(\mathbf{r}) + p_{rR}^I(\mathbf{r}) + p_{rR}^{II}(\mathbf{r}) \quad (6.33)$$

のように、振動変位の各項に対応する、3つの項の和として表わされる。それぞれについては、次のように表わされる。

$$p_{r0}(\mathbf{r}) = \frac{1}{A_1 + \cos \theta} \left\{ \cos \theta - A_1 + \frac{2i\rho_0\omega^2 \cos \theta}{k_0(A_1 + \cos \theta)G(k_0 \sin \theta)} \right\} e^{ik_0(\sin \theta x - \cos \theta z)} \quad (6.34)$$

$$p_{rR}^I(\mathbf{r}) = -\frac{2i\rho_0\omega^2 \cos \theta}{G(k_0 \sin \theta) A_1 + \cos \theta} (K - k_0 \sin \theta \xi_n K_M^* K \Xi_n) \Gamma_n \cdot \sum_n \frac{e^{ik_n x - \sqrt{k_0^2 - k_n^2} z}}{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2})G(k_n)} \quad (6.35)$$

$$p_{rR}^{II}(\mathbf{r}) = -\frac{2i\rho_0\omega^2 \cos \theta}{G(k_0 \sin \theta) A_1 + \cos \theta} \{k_0 \sin \theta K_M^* \Xi_n - \xi_n K_M^* \Xi_n K \Gamma_n (1 - k_0 \sin \theta \xi_n K_M^* \Xi_n)\} \cdot \sum_n \frac{k_n e^{ik_n x - \sqrt{k_0^2 - k_n^2} z}}{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2})G(k_n)} \quad (6.36)$$

ここで、極限としてリブのない場合を考えてみると、(6.35)(6.36)において $K \rightarrow 0$ および $K_M^* \rightarrow 0$ とすれば、 $p_{rR}^I = p_{rR}^{II} = 0$ となる。したがってリブの寄与はなくなり、 $p_r = p_{r0}$ のように、リブのない板の場合に一致する。

また、(6.35)(6.36)において、 p_{rR}^I および p_{rR}^{II} の \sum_n 内の $\exp\{i(k_n x - \sqrt{k_0^2 - k_n^2} z)\}$ に着目すると、

$$\sqrt{k_0^2 - k_n^2} = \text{real} \quad (6.37)$$

の条件をみたす波だけが進行波として放射される。したがって、実際の計算においては、

$$\frac{k_0 l}{2\pi}(\sin \theta - 1) < n < \frac{k_0 l}{2\pi}(\sin \theta + 1) \quad (6.38)$$

をみたす n についてのみ、和をとれば良いことになる。

さて、反射特性を表わすのに一般的なエネルギー反射率を求める際、前章までの場合には反射波が単一方向（鏡面反射、すなわち $-\theta$ 方向）に進む平面波であったため、単に反射音圧 p_r の絶対値の2乗をとるだけで得られた。しかし、ここで得られたリブを有する板の場合、(6.35)(6.36) から分かるように、他の方向へ進む成分が現れ、いわゆる散乱性を持つようになる。したがって、エネルギー反射率を求める場合も、単純に反射音圧を2乗するだけでは得られない。

一般にエネルギー反射率は、ある面に入射するエネルギーと、その面から逆方向へ出て行くエネルギーの比として定義される。したがって、この場合は板表面から $-z$ 方向へ出て行くエネルギーを反射音圧から求め、入射エネルギーとの比を採ることで求められる。

ここでは、リブが周期的であることから、板表面の音場も周期的なので、リブの1周期分について前述の比を平均し、単位面積あたりの値とすれば十分である。単位面積あたりの入射エネルギー I_i は、

$$I_i = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{2} \Re(p_i v_{iz}^*) dx = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{1}{2} \Re \left(\frac{k_0 \cos \theta}{\rho_0 \omega} p_i^* p_i \right) dx = \frac{\cos \theta}{2\rho_0 c_0} \quad (6.39)$$

ここで、 v_{iz} は入射波の z 方向粒子速度、 $*$ は複素共役、 \Re は実部をとることを示す。

また、面から逆方向 ($-z$ 方向) へ出て行く反射波のエネルギー I_r は、(6.39) と同様に計算し、次式となる。

$$I_r = \frac{\cos \theta}{2\rho_0 c_0} |C_0|^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega} \Re \left[\frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \left\{ \frac{iC_0 C_R^I}{G^*(k_0 \sin \theta)} - \frac{iC_0^* C_R^I}{G(k_0 \sin \theta)} \right\} \right]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega} \Re \left[\frac{k_0 \sin \theta \cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \left\{ \frac{i C_0 C_R^{II*}}{G^*(k_0 \sin \theta)} - \frac{i C_0^* C_R^{II}}{G(k_0 \sin \theta)} \right\} \right] \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega} \Re \left\{ (C_R^I C_R^{II*} + C_R^{I*} C_R^{II}) \sum_n \frac{k_n \sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{|A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2}|^2} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \right\} \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega} \left\{ |C_R^I|^2 \sum_n \frac{\sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{|A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2}|^2} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \right\} \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho_0 \omega} \left\{ |C_R^{II}|^2 \sum_n \frac{k_n^2 \sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{|A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2}|^2} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \right\} \tag{6.40}
\end{aligned}$$

ここに,

$$C_0 = \frac{1}{A_1 + \cos \theta} \left\{ \cos \theta - A_1 + \frac{2i \rho_0 \omega^2 \cos \theta}{k_0 (A_1 + \cos \theta) G(k_0 \sin \theta)} \right\} \tag{6.41}$$

$$C_R^I = \frac{2\rho_0 \omega^2}{G(k_0 \sin \theta)} \frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \{ K \Gamma_n - K K_M^* \Xi_n \Gamma_n k_0 \sin \theta \xi_n \} \tag{6.42}$$

$$\begin{aligned}
C_R^{II} &= \frac{2\rho_0 \omega^2}{G(k_0 \sin \theta)} \frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} K_M^* \Xi_n \\
&\cdot \{ k_0 \sin \theta - K \Gamma_n \xi_n (1 - \xi_n k_0 \sin \theta K_M^* \Xi_n) \} \tag{6.43}
\end{aligned}$$

とおいてある.

そこで, いま求めるエネルギー反射率 r_e は, (6.40) の (6.39) に対する比をとれば良い. すなわち,

$$\begin{aligned}
r_e &= \frac{I_r}{I_i} \\
&= |C_0|^2 \\
&+ \Re \left[\frac{i}{k_0 (A_1 + \cos \theta)} \left\{ \frac{C_0 C_R^{I*}}{G^*(k_0 \sin \theta)} - \frac{C_0^* C_R^I}{G(k_0 \sin \theta)} \right\} \right. \\
&+ \left. \frac{i \sin \theta}{k_0 (A_1 + \cos \theta)} \left\{ \frac{C_0 C_R^{II*}}{G^*(k_0 \sin \theta)} - \frac{C_0^* C_R^{II}}{G(k_0 \sin \theta)} \right\} \right] \\
&+ \frac{1}{k_0 \sin \theta} \left[\Re \{ C_R^I C_R^{II*} + C_R^{I*} C_R^{II} \} \sum_n \frac{k_n \sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{|A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2}|^2} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \right. \\
&+ \left. |C_R^I|^2 \sum_n \frac{k_n \sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{|A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2}|^2} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \right]
\end{aligned}$$

$$+ \left| C_R^{II} \right|^2 \sum_n \left[\frac{k_n \sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2}} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \right] \quad (6.44)$$

である。(6.44)においても、実際に計算する場合には、(6.38)の条件を考慮して行なう。

ここで、一つの極限として、リブが完全に剛体である場合を考えてみると、 $K \rightarrow \infty$ 、 $K_M^* \rightarrow \infty$ であるから、

$$K\Gamma_n \rightarrow \frac{1}{\zeta_n - \frac{\xi_n^2}{\mu_n}} \quad (6.45)$$

$$K_M^* \Xi_n \rightarrow \frac{1}{\mu_n} \quad (6.46)$$

となる。したがって、これらを考慮すると、(6.44)に含まれる C_R^I 、 C_R^{II} (6.42)(6.43) は次のようになる。

$$C_R^I \rightarrow \frac{2\rho_0\omega^2}{G(k_0 \sin \theta)} \frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \frac{1}{\zeta_n - \frac{\xi_n^2}{\mu_n}} \left(1 - k_0 \sin \theta \frac{\xi_n}{\mu_n} \right) \quad (6.47)$$

$$C_R^{II} \rightarrow \frac{2\rho_0\omega^2}{G(k_0 \sin \theta)} \frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \left\{ \frac{k_0 \sin \theta}{\mu_n} - \frac{\xi_n}{\zeta_n \mu_n - \xi_n^2} \left(1 - k_0 \sin \theta \frac{\xi_n}{\mu_n} \right) \right\} \quad (6.48)$$

以上、リブおよび背後層を有する無限大弾性板の反射特性について、最も一般的と考えられる、板がリブから垂直力とモーメントを受ける場合について解析し、陽な形で解析解を誘導した。これは、リブによって板が完全固定されている状態に相当するものである。それに対し、リブによって板が単純支持、すなわちピン支持されている場合も、実際の建築室内の壁面の構造を考える上で有用であろう。

この場合は、リブから垂直力のみを受けるのであるから、 $K_M^* = 0$ の場合を考えれば良い。反射音圧 p_{rR}^I 、 p_{rR}^{II} については、次のようになる。

$$p_{rR}^I(\mathbf{r}) = -\frac{2i\rho_0\omega^2}{G(k_0 \sin \theta)} \frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} K\Gamma_n \sum_n \frac{e^{ik_n x - \sqrt{k_0^2 - k_n^2} z}}{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2})G(k_n)} \quad (6.49)$$

$$p_{rR}^{II}(\mathbf{r}) = 0 \quad (6.50)$$

したがって、エネルギー反射率 r_e は、次式のように表わされる。

$$r_e = |C_0|^2 + \Re \left[\frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} \frac{iC_0 C_R^{*s}}{k_0 \cos \theta G^*(k_0 \sin \theta)} - \frac{1}{k_0(A_1 + \cos \theta)} \frac{iC_R^s C_0^*}{G(k_0 \sin \theta)} \right] + \frac{|C_R^s|^2}{k_0 \cos \theta} \sum_n \frac{\sqrt{k_0^2 - k_n^2}}{(A_1 k_0 + \sqrt{k_0^2 - k_n^2})^2} \frac{1}{|G(k_n)|^2} \quad (6.51)$$

ただし,

$$C_R^s = \frac{2\rho_0\omega^2}{G(k_0 \sin \theta)} \frac{\cos \theta}{A_1 + \cos \theta} K\Gamma_n \quad (6.52)$$

であり, 比較的簡単な形となる.

6.3 計算結果と考察

本節では, 反射特性に関するパラメタを変化させた場合のエネルギー反射率の計算例を示し, その影響について考察を行なう. パラメタとしては, 次にあげるものについて考察する.

- 弾性板に関するもの—ヤング率 (E), 密度 (ρ_p), 板の厚さ (h), 損失係数 (η)
- リブに関するもの—リブの間隔 (l)
- 背後層に関するもの—背後層の厚さ (z_1), 背後層内の媒質
- 音波の入射条件—入射角 (θ)
- 背後壁の表面の音響特性—アドミタンス (A_b)

リブの材質 (剛性, 密度) も影響するが, ここでは $K, K_M^* \rightarrow \infty$, すなわちリブは剛体とし, その材質については考えない. また, 弾性板表面の音響アドミタンスは両面とも 0, すなわち $A_1 = A_2 = 0$ とする. リブの材質の影響については, 後でくわしく考察する.

また, リブによる板の支持状態については, 前節で述べたとおりの 2 種類, すなわちリブから垂直力のみを受ける場合と, 垂直力とモーメントを受ける場合についてそれぞれ計算結果を示し, 両者による違いについても述べる.

6.3.1 リブから垂直力のみを受ける場合

前節で示したとおり、リブから垂直力のみを受ける場合には、比較的簡単な解が得られる。これはピン支持に相当するものであり、実際にも考え得るものである。ここでは、まずリブから垂直力のみを受ける場合について考察する。

計算結果の一例を Fig.6.2に示す。 $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.01\text{m}$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 0.05\text{m}$, $\theta = 45^\circ$, $l = 1.0\text{m}$, $A_1 = A_2 = 0$, $A_b = 0.026$ (吸音率 0.1 相当), $Z = \rho_0 c_0$ (空気層) の場合である。比較のため、リブがない場合 (空気層のみ) の反射率を、図中に細線で示してある。

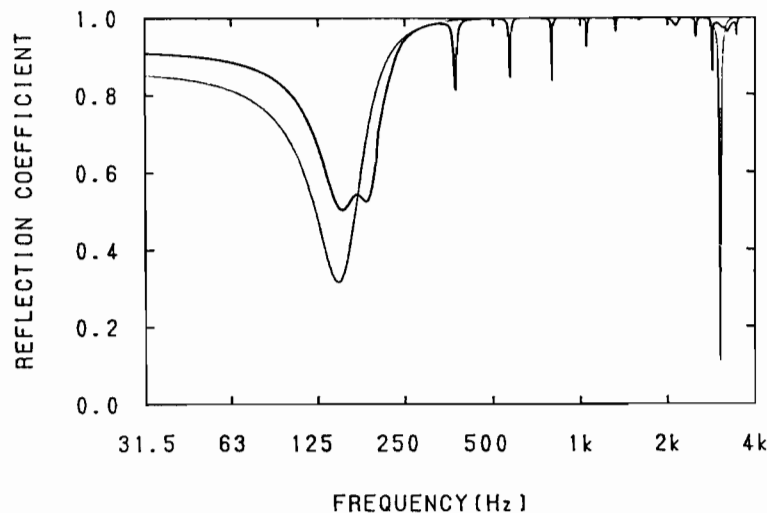


Figure 6.2: An example of the calculated reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs. The moments exerted from ribs are neglected (*i.e.*, hinged mode) in this example. The ribs are assumed to be rigid. $E = 10^{10}\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.01\text{m}$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 0.05\text{m}$, $\theta = 45^\circ$, $l = 1.0\text{m}$, $A_1 = A_2 = 0$, $A_b = 0.026$ (equiv. absorption coefficient 0.1), $Z = \rho_0 c_0$ (air-back cavity).

まず、リブおよび背後層を有する板の一般的特徴について、以下に述べておく。この場合も、板の質量と背後層の弾性によって単一共振系が構成されるため、その共振周波数でディップが生ずる。図中でも、リブがない場合と同様に低周波数域 (150Hz 付近) に、ディップが現れている。ただし、リブがない場合と比較すると、ディップは若干高域へ移動しており、浅くなるとともに、形が変化している。一方、中高域にはリブの影響によって、リブがない場合には見られなかった多数の鋭いディップが現れている。また、リブがない場合に比べて、単一共振系のディップより低域で、反射率が高くなっている。これは、有限板の透過損失に

ついて、一般に低周波数域では支持部による剛性が大きく影響すると言われていることから考えると [17, 57], 板がリブで支持されることによる、剛性の増加が影響していると推論される。さらに、この例では、リブがない場合に見られるコインシデンス周波数付近の鋭いディップが、リブの影響によって消滅している。ただし、条件によってはコインシデンス周波数付近にディップが現れる場合もある。

以下の考察では、この例のパラメタの値を基準として、各パラメタの変化の影響を示す。

ヤング率の影響

板のヤング率 (E) を減少あるいは増加した場合の計算例として、 10^9 , 10^{11} N/m² の場合のエネルギー反射率を、Fig.6.3に示す。 E が増加した場合は、剛性の増加の影響によって、前述の傾向のうち、低周波数域での反射率の上昇およびディップの浅くなる程度が著しくなる。中高域のディップについては、 E の増加にともなってディップが深くなり、その周波数間隔が広がる傾向が見られる。

密度の影響

板の密度 (ρ_p) を増加した場合の計算例として、2400 kg/m³ の場合のエネルギー反射率を、Fig.6.4に示す。 ρ_p が増加すると、低周波数域における単一共振系によるディップがさらに低域に移るとともに浅くなり、リブがない場合と同じ傾向を示す。しかし、低周波数域における反射率の影響は、 ρ_p が大きくなっても変化していないが、これは、 ρ_p の変化は板の質量のみの変化であり、板の剛性には全く影響しないためである。また、中高域のディップは、 ρ_p の大きい場合の方が小さく、特に 1kHz 以上ではほとんど見られなくなっている。

板の厚さを変化させた場合

板の厚さ (h) を変化させた場合の計算例として、0.005, 0.02, 0.05 m の場合のエネルギー反射率を、Fig.6.5に示す。 h の変化は、板の質量および剛性の両方に影響する。その効果は顕著に現れ、低域では厚くなるほど質量の増加による反射率の上昇に加えて、剛性の増加のためリブがない場合に比べて反射率が高くなる傾向が著しくなることが分かる。特に、 $h = 0.05$ m の場合は、リブのない板では単一共振系によってディップが現れるが、リブを有する板ではディップは鋭く、高域へ移動しており、異なる振る舞いを示す。

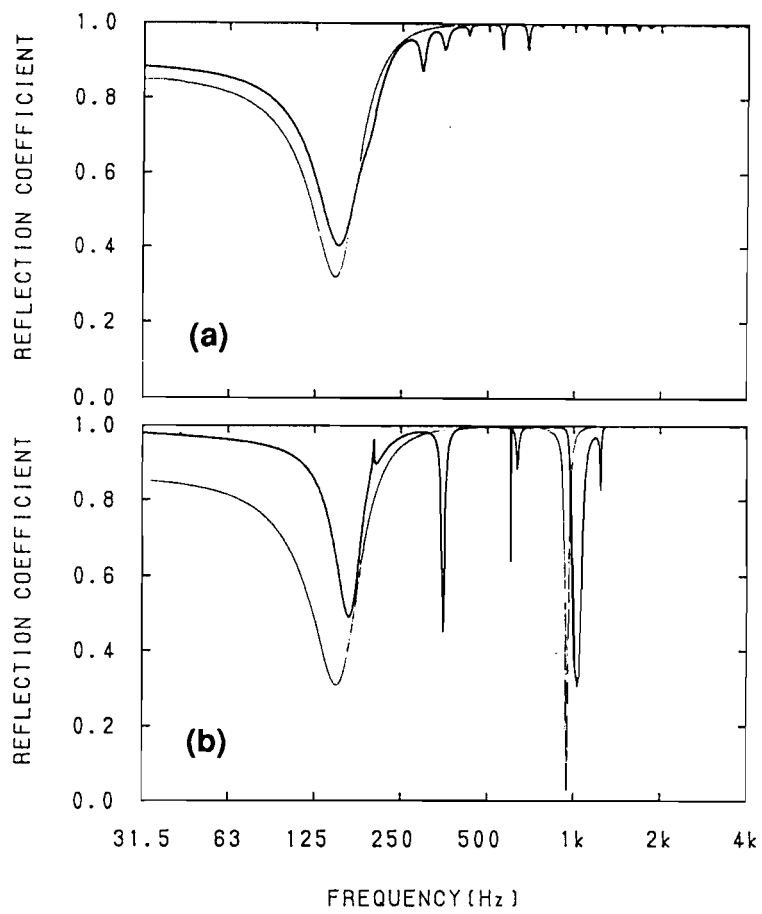


Figure 6.3: Effect of Young's modulus of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $E =$ (a) 10^9 , (b) 10^{11} N/m^2 . Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

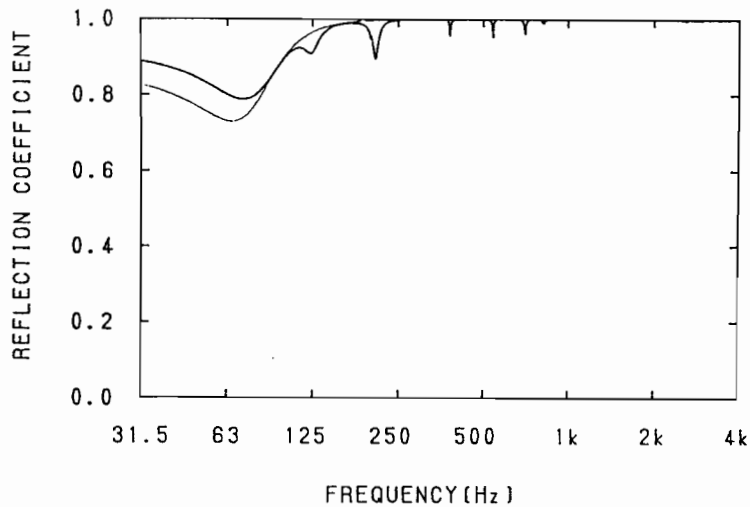


Figure 6.4: Effect of density of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $\rho_p = 2400 \text{ kg/m}^3$. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

また、 h が増加すると中高域のディップは深くなり、周波数間隔が広がるが、 $h = 0.05 \text{ m}$ の場合は、異なった様相を示す。

損失係数を変化させた場合

板の損失係数(η)の変化の影響を見るため、0, 0.05の場合のエネルギー反射率の計算結果を Fig.6.6に示す。この場合は、低周波数域には全く影響は現れず、中高域におけるリブの影響によるディップだけが変化する。 η が大きくなるほどディップが浅く、なだらかになっている様子が見られる。さらに η が大きくなると、中高域のディップがなくなり、特にコインシデンス周波数付近ではリブのない板と一致してくる傾向が見られた。

背後層の厚さを変化させた場合

背後層の厚さ(z_1)を増加した場合の計算例として、0.1 mに増加した場合のエネルギー反射率を Fig.6.7に示す。この場合、単一共振系によるディップが、 z_1 を増すと低域に移り、深くなる。リブの影響によるディップは、周波数間隔は変わらないが、背後層が厚くなると深くなる傾向が見られる。

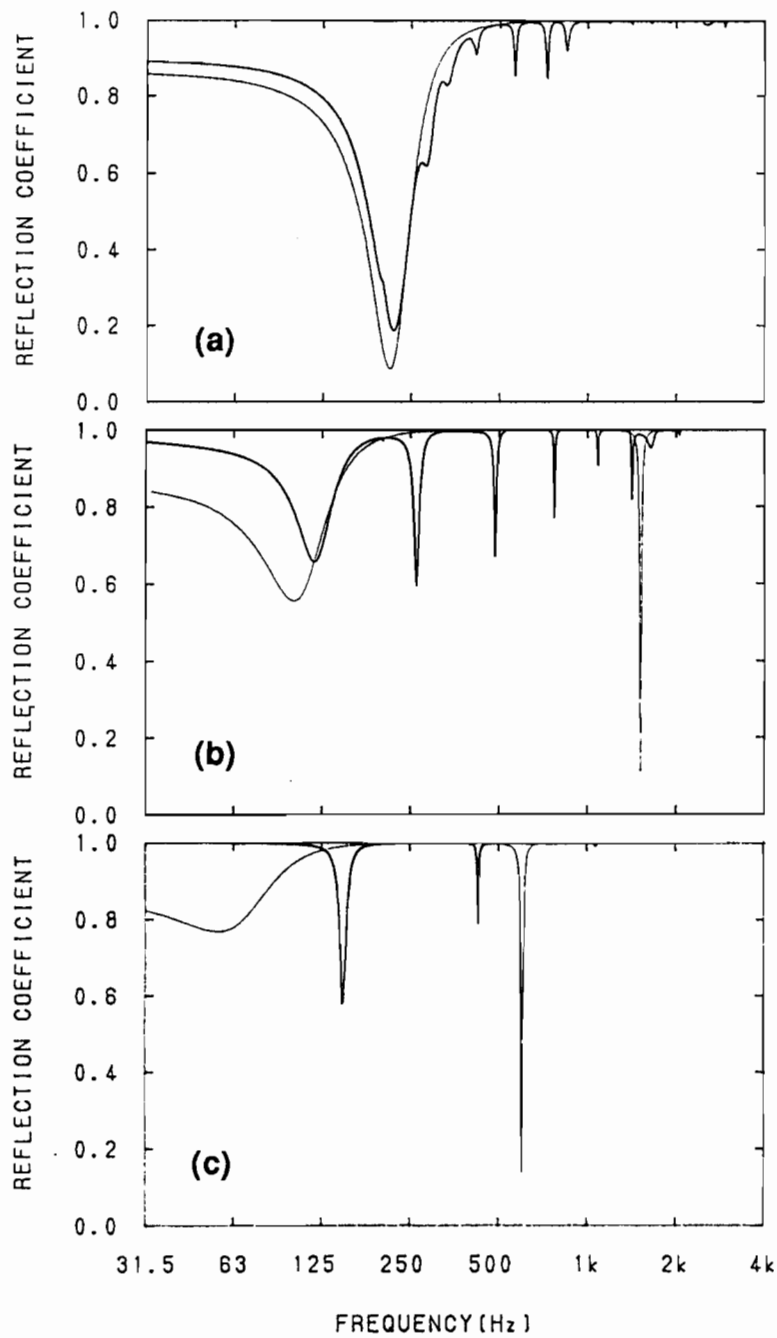


Figure 6.5: Effect of thickness of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $h =$ (a) 0.005, (b) 0.02, (c) 0.05 m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

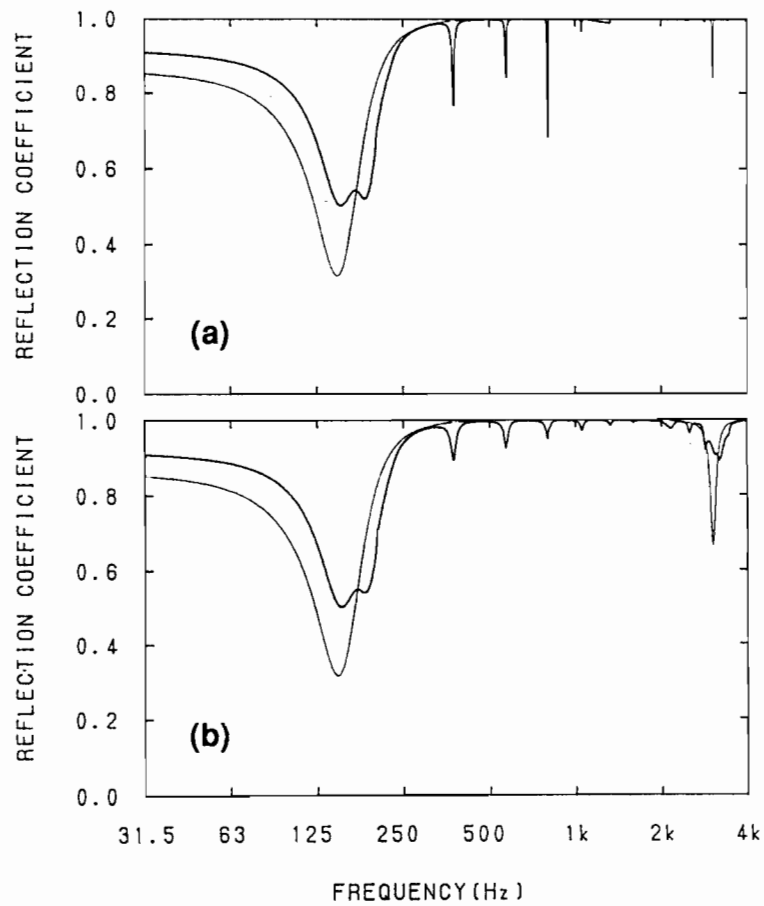


Figure 6.6: Effect of loss factor of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $\eta =$ (a) 0, (b) 0.05. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

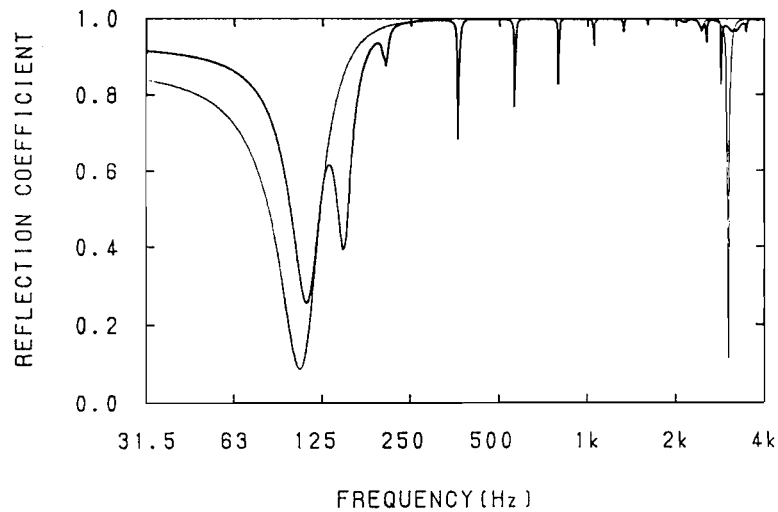


Figure 6.7: Effect of cavity depth on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $z_1 = 0.1$ m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

背後層を吸音層にした場合

背後層を吸音層（グラスウール，流れ抵抗 $R_f = 0.5 \times 10^4$ rayls/m）とした場合の例を，Fig.6.8に示す．吸音層の伝搬定数 γ_x, γ_z は，(5.24)(5.25)によって求めたものを用いた．同じ条件で空気層の場合 Fig.6.2と比較して見ると，低域のディップはさらに低域に移り深くなるが，リブによる中高域のディップは，周波数間隔は変化しないものの，若干浅くなる傾向が見られる．

入射角を変化させた場合

入射角 (θ) が， $0^\circ, 75^\circ$ の場合のエネルギー反射率の計算結果を Fig.6.9に示す． θ が大きくなるにつれて，低域では反射率が低下するが， 45° まではあまり顕著でない． θ が大きくなると，単一共振系による低域のディップは，高域に移り次第に浅くなる．また，リブによるディップは周波数間隔が狭くなる傾向にある．

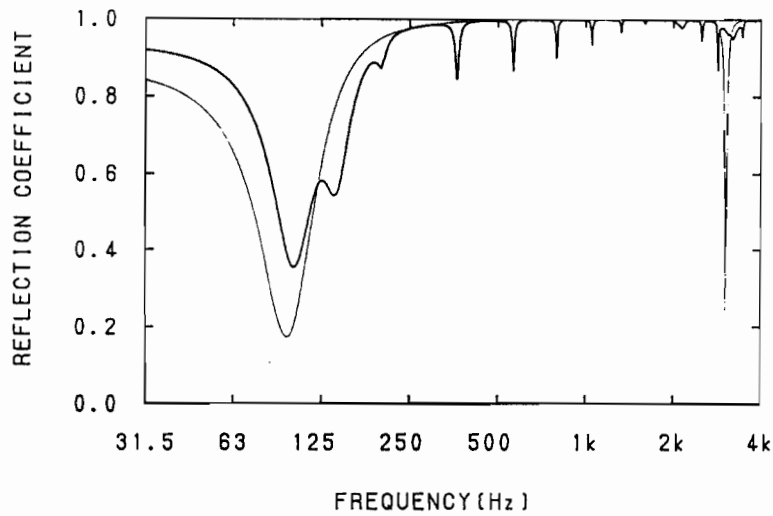


Figure 6.8: Effect of absorbent in the back cavity on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). Absorbent is assumed as glass wool of $R_f = 0.5 \times 10^4$ rays/m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

リブの間隔を変化させた場合

リブの間隔 (l) を小さくした場合の計算例として、0.5 m の場合のエネルギー反射率を Fig.6.10 に示す。 l が小さい方が低域での反射率の上昇が著しく、単一共振系による低域のディップも鋭くなり、高域へ移動している。リブによるディップは l が小さい方が深く、周波数間隔が広くなり、リブの影響が顕著となる。なお、 l が 2 倍になれば、ディップの周波数間隔は $1/2$ になる。

背後壁のアドミタンスの影響

背後壁の表面の音響アドミタンス (A_b) を、0, 0.072, 0.172, 0.626 (各々、吸音率 0, 0.25, 0.5, 0.95 に相当) に変化した場合の反射率の変化を Fig.6.11 に示す。まず $A_b = 0$ の場合は、単一共振系による低域のディップおよびリブの影響による中高域のディップともに鋭くなっており、これまでの例とはかなり異なる様相を示し、それ以外の周波数では完全反射となっている。この条件で、さらに $\eta = 0$ とすると、全くディップが現れなくなり、あらゆる周波数で反射率は 1 となる。

また、 A_b を大きくしていくと単一共振系によるディップは、はっきりした形を示さなくなり、リブの影響が低域にも及ぶようになっていく。リブのない板では、 A_b が大きくなると

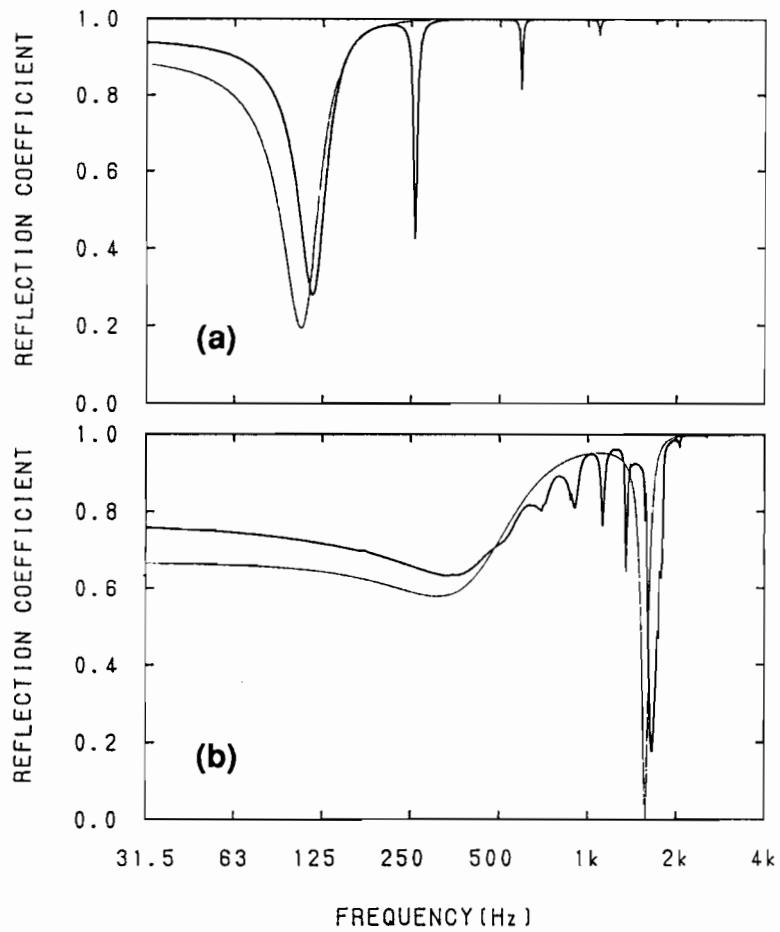


Figure 6.9: Effect of angle of incidence on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $\theta =$ (a) 0° , (b) 75° . Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

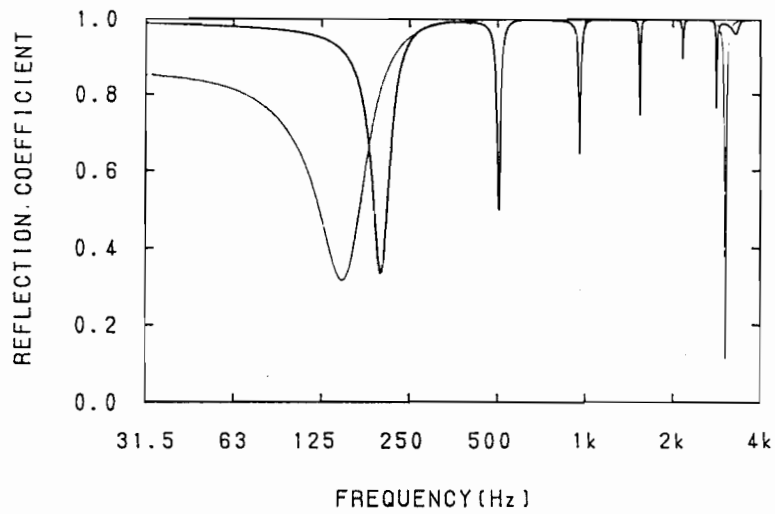


Figure 6.10: Effect of rib spacing on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $l = 0.5$ m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

徐々に背後壁のない単一板の特性に近付いていく様子が見られ、背後壁が完全吸音の場合には全く単一板と全く同じになる。リブのある場合も同様に考えると、 $A_b = 1$ とすれば、背後壁のない場合（リブを有する単一板）の結果を得ることができる。その結果の一例を Fig.6.12に示す。

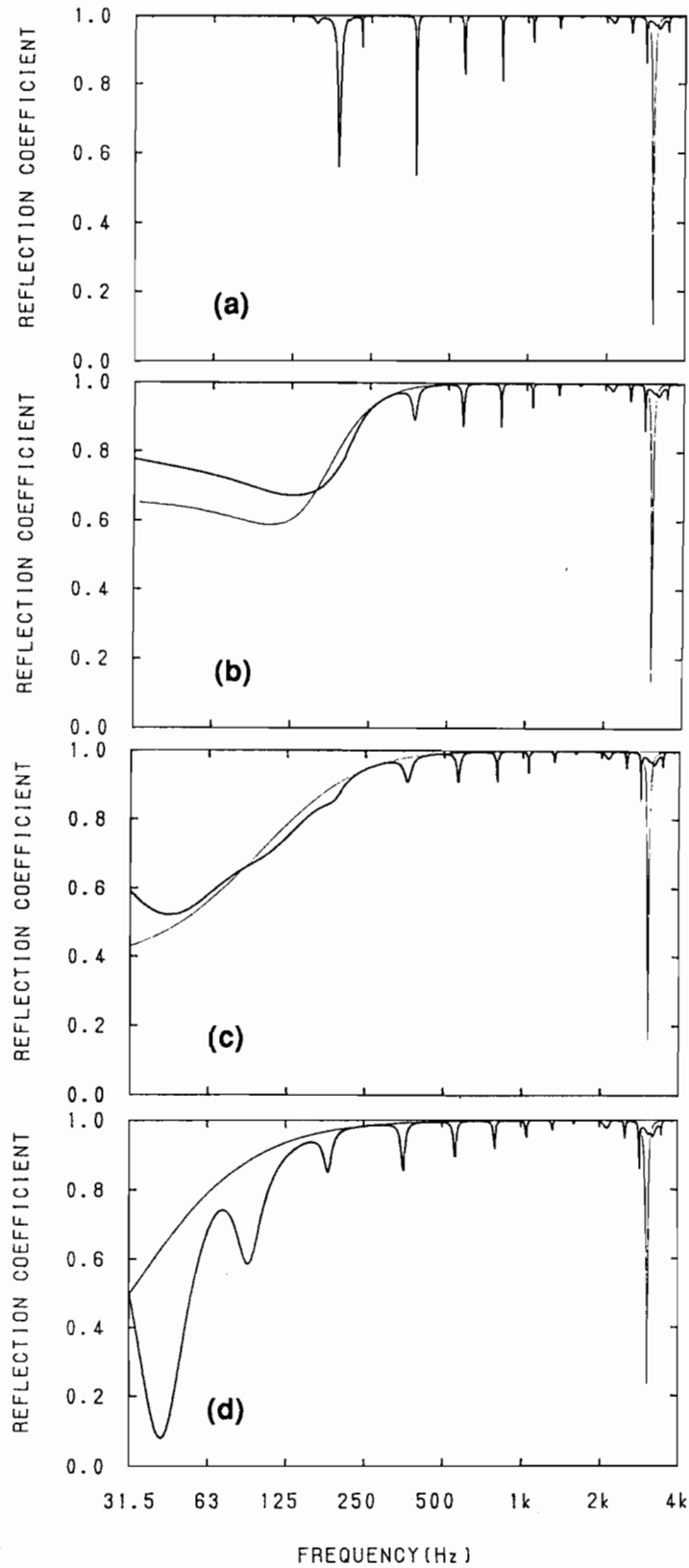


Figure 6.11: Effect of absorptivity of the back wall on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode). $A_b =$ (a) 0, (b) 0.072, (c) 0.172, (d) 0.626. The admittance of (a)–(d) are equivalent to the absorption coefficient of 0, 0.25, 0.5, 0.95, respectively. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

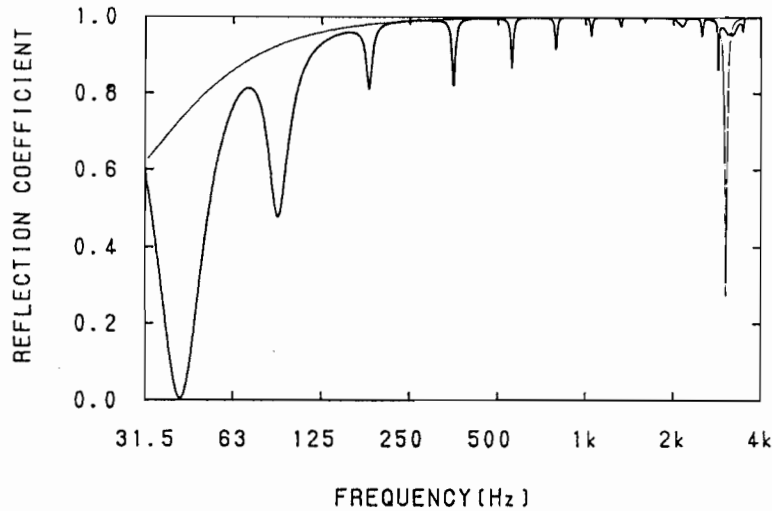


Figure 6.12: An example of the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (hinged mode) calculated with assuming perfectly absorbing back wall, *i.e.*, $A_b = 1$. This example is indicating the reflectivity of the ribbed plate without back cavity. Other parameters are the same to ones in Fig.6.2.

6.3.2 リブから垂直力とモーメントを受ける場合

前項では、背後層と周期的なリブを有する無限大弾性板の反射特性を、まずリブから垂直力のみを受ける場合について計算し、反射特性に及ぼす各パラメタの影響を考察した。これはリブによって板がピン支持されている場合に相当するものである。

本項では、リブから垂直力だけでなくモーメントも受ける場合について、反射特性を計算し、前項の結果と比較することにより、リブによる支持条件の違いに起因する差異について考察する。

モーメントを考慮した場合の計算例

モーメントを考慮した場合の計算結果の一例として、前項の Fig.6.2と同じ板について、同じ条件で計算したエネルギー反射率を、Fig.6.13に示す。ここでもリブは剛体すなわち、 $K \rightarrow \infty$, $K_M^* \rightarrow \infty$ とした。Fig.6.2と比較すると、モーメントを無視した場合に比べ、モーメントを考慮した方が低周波数域におけるディップがわずかに深くなり、その幅も少し広がる。リブの影響による中高域のディップは、やや深く、幅も広くなり、若干高域側に移動する。顕著な差はコインシデンス周波数付近に見られ、モーメントを無視した場合にはほとんど

どディップが見られなかったのに対し、著しいディップが現れるようになる。

結局、これらの差異は支持条件の違いであり、建築的に考えると、施工の方法や状態によって上述のような違いが現れることを示唆するものである。

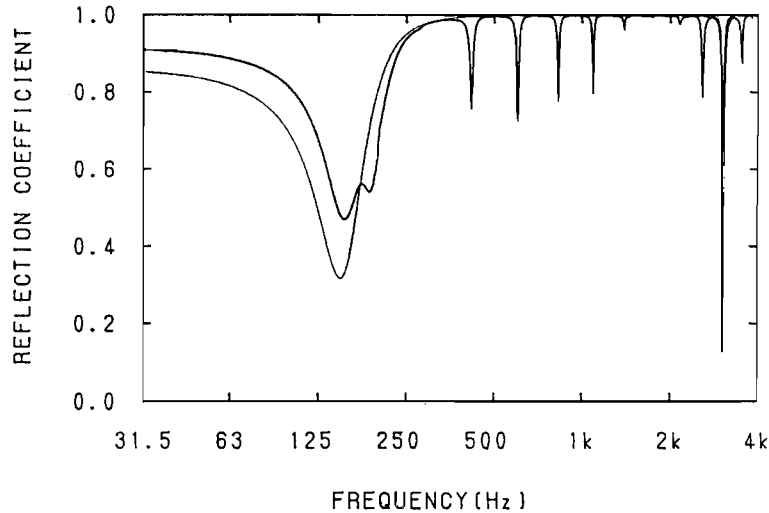


Figure 6.13: An example of the calculated reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs. The moments exerted from ribs are considered (*i.e.*, clamped mode) in this example. The ribs are assumed to be rigid. $E = 10^{10} \text{N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{kg/m}^3$, $h = 0.01 \text{m}$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 0.05 \text{m}$, $\theta = 45^\circ$, $l = 1.0 \text{m}$, $A_1 = A_2 = 0$, $A_b = 0.026$ (equiv. absorption coefficient 0.1), $Z = \rho_0 c_0$ (air-back cavity).

各パラメタの影響

ここでは前項と同様に、各パラメタの影響について、計算結果を示し考察する。

板のヤング率、密度、厚さ、損失係数、背後層の厚さ、背後層の媒質、リブの間隔、入射角、および背後壁のアドミタンスの変化に対する結果を、各々Fig.6.14～6.23に示す。基本的には前項で行なった、モーメントを無視した場合と同様の変化を示すが、パラメタによってはモーメントの有無による差異の現れ方が変化するようすが分かる。前項の Fig.6.3～Fig.6.12と、各々比較することにより、次のような変化が見られる。

まず、 E が大きくなると、モーメントの有無による差異が大きくなることが分かる。特に、 $E = 10^{11} \text{N/m}^2$ の場合には、ディップが著しく鋭くなり、Fig.6.3(b) でわずかに見られた、反共振の影響と思われる 230Hz 付近のピークが大きくなっている。逆に、Fig.6.3(b) で、コインシデンス周波数付近にあった顕著なディップは、見られなくなっている。また、リブ

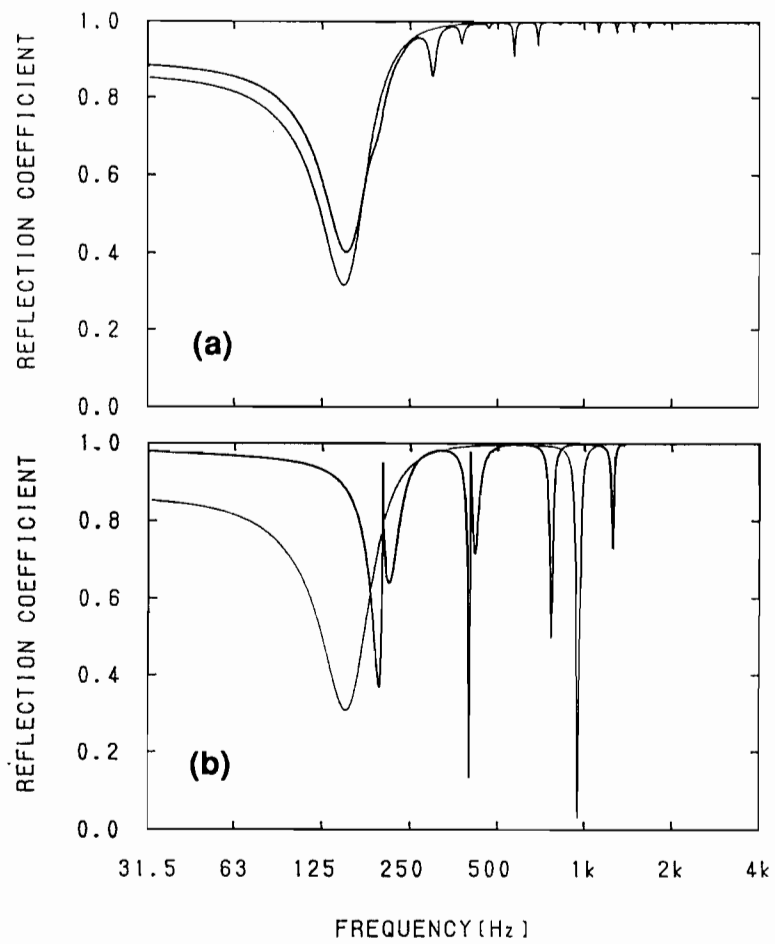


Figure 6.14: Effect of Young's modulus of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $E =$ (a) 10^9 , (b) 10^{11} N/m^2 . Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

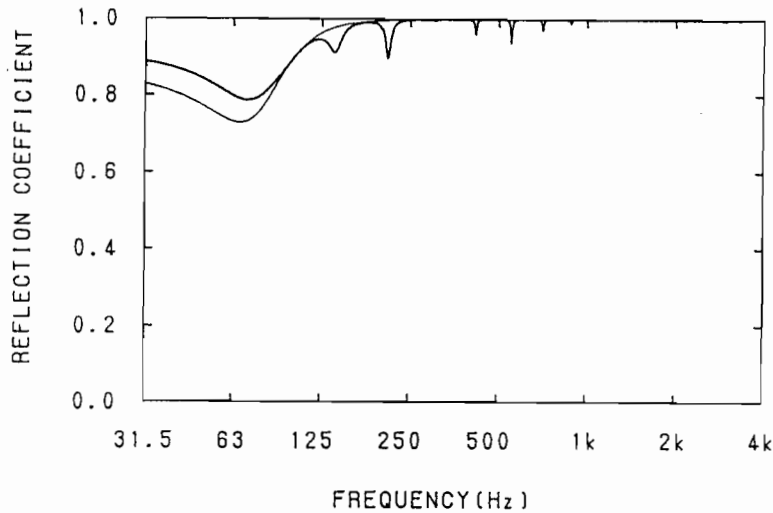


Figure 6.15: Effect of density of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $\rho_p = 2400 \text{ kg/m}^3$. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

の影響による中高域のディップについては、 E が大きくなるほど、モーメントの有無によるディップ周波数の差異が、大きくなっている。

ρ_p , h , η を変化させても、モーメントの有無による差はあまり変化しない。ただし、 $h = 0.05 \text{ m}$ の場合は、Fig.6.5(c)では見られなかった、コインシデンス周波数におけるディップが、Fig.6.16(c)では現れている。背後層に関連するパラメタ z_1 、および背後層の媒質を変化させた場合は、ほとんどモーメントの有無による差の現れ方は変化しない。入射角 θ が 0° のときは、モーメントの有無による差は全くないが、大きくなるにつれて、モーメントの有無による差は大きくなる。特に、 $\theta = 75^\circ$ の場合、Fig.6.20をFig.6.9と比較すると、コインシデンス周波数付近の振る舞いがかなり異なっている。リブの間隔 l を小さくすると、いずれの場合でもディップが深くなる傾向が見られたが、モーメントを考慮した方(Fig.6.21)が、無視した方(Fig.6.10)よりその程度は著しい。また、 l を小さくすると、モーメントを考慮した場合のコインシデンス効果によるディップは、コインシデンス周波数からずれる度合いが大きくなり、その形状も異なってくる。 A_b の変化に対しては、モーメントの影響の現れ方は、ほとんど変わらない。

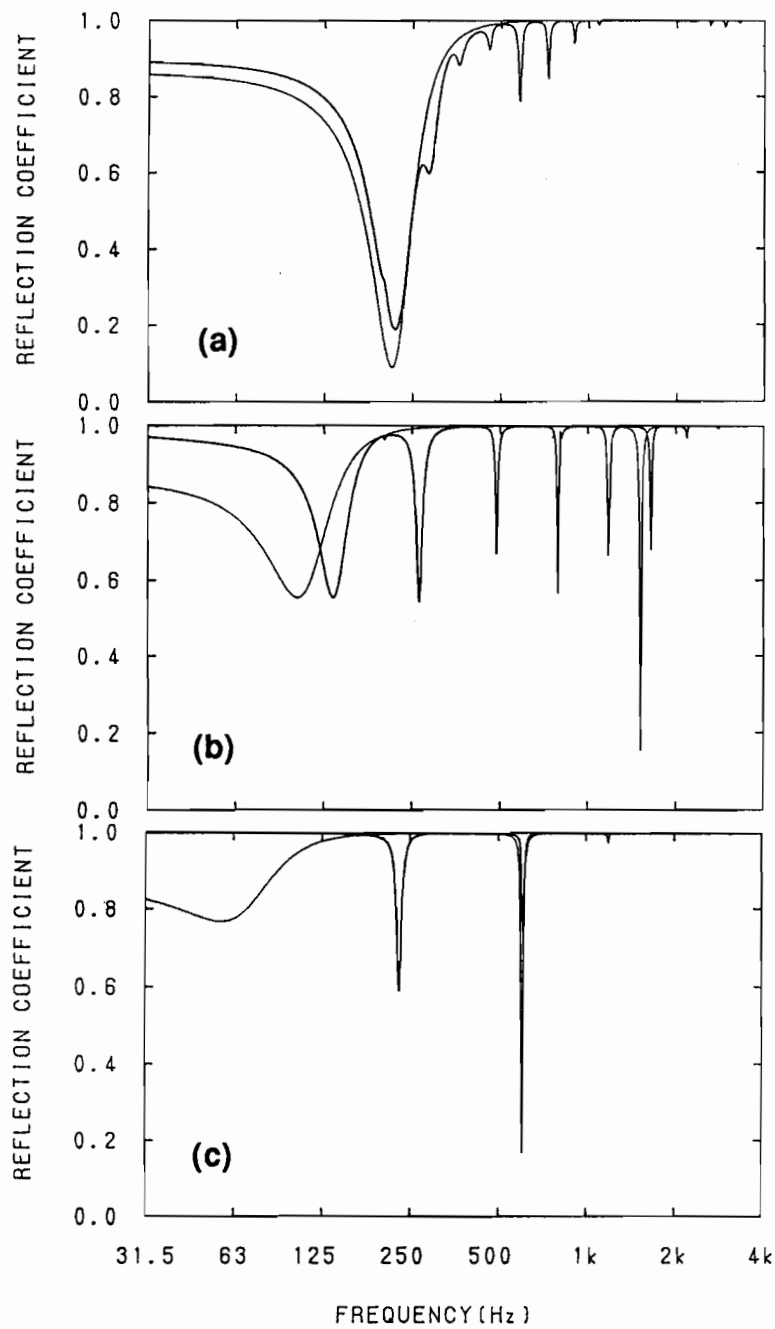


Figure 6.16: Effect of thickness of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $h =$ (a) 0.005, (b) 0.02, (c) 0.05 m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

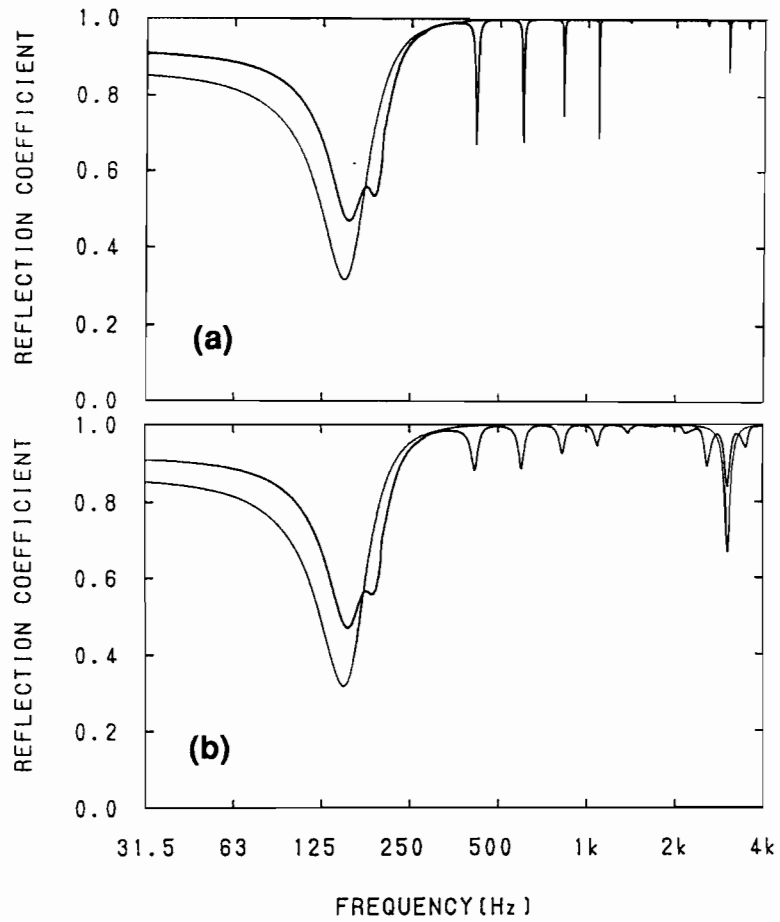


Figure 6.17: Effect of loss factor of the plate on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $\eta =$ (a) 0, (b) 0.05. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

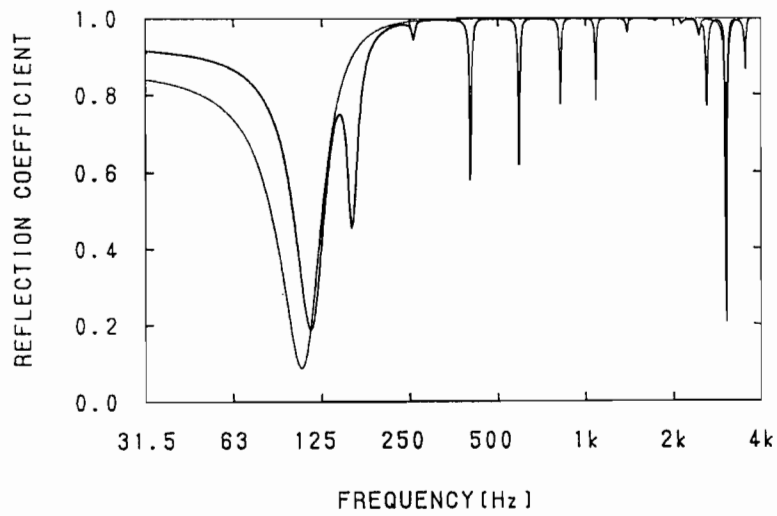


Figure 6.18: Effect of cavity depth on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $z_1 = 0.1$ m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

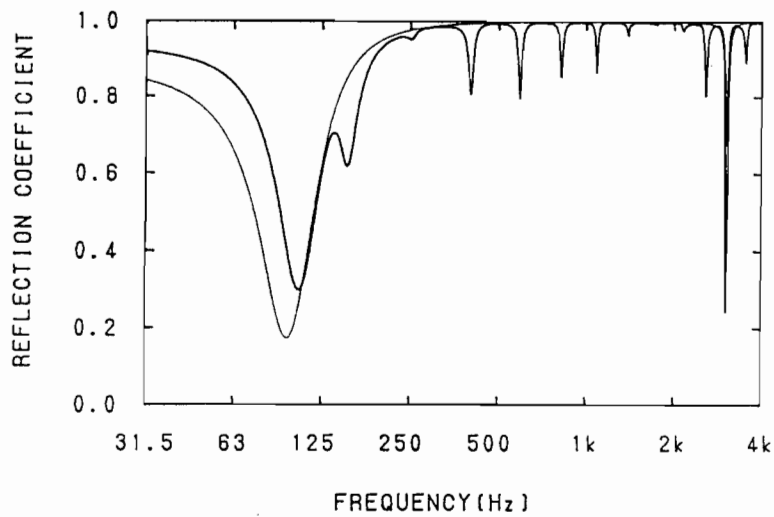


Figure 6.19: Effect of absorbent in the back cavity on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). Absorbent is assumed as glass wool of $R_f = 0.5 \times 10^4$ rays/m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

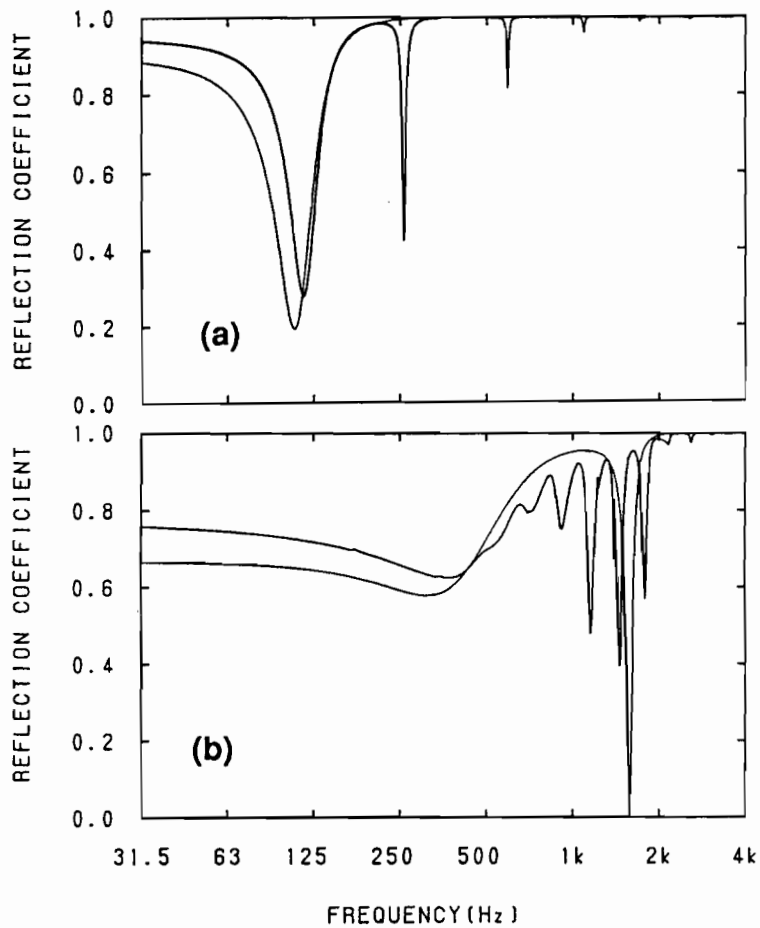


Figure 6.20: Effect of angle of incidence on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $\theta =$ (a) 0° , (b) 75° . Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

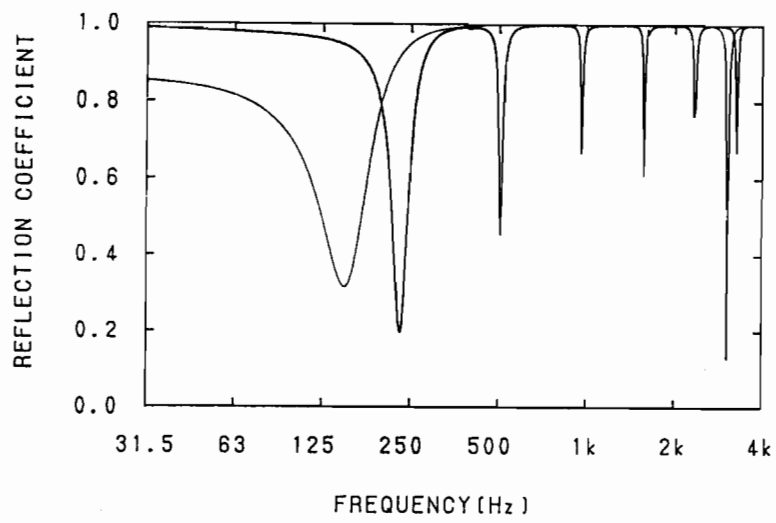


Figure 6.21: Effect of rib spacing on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $l = 0.5$ m. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

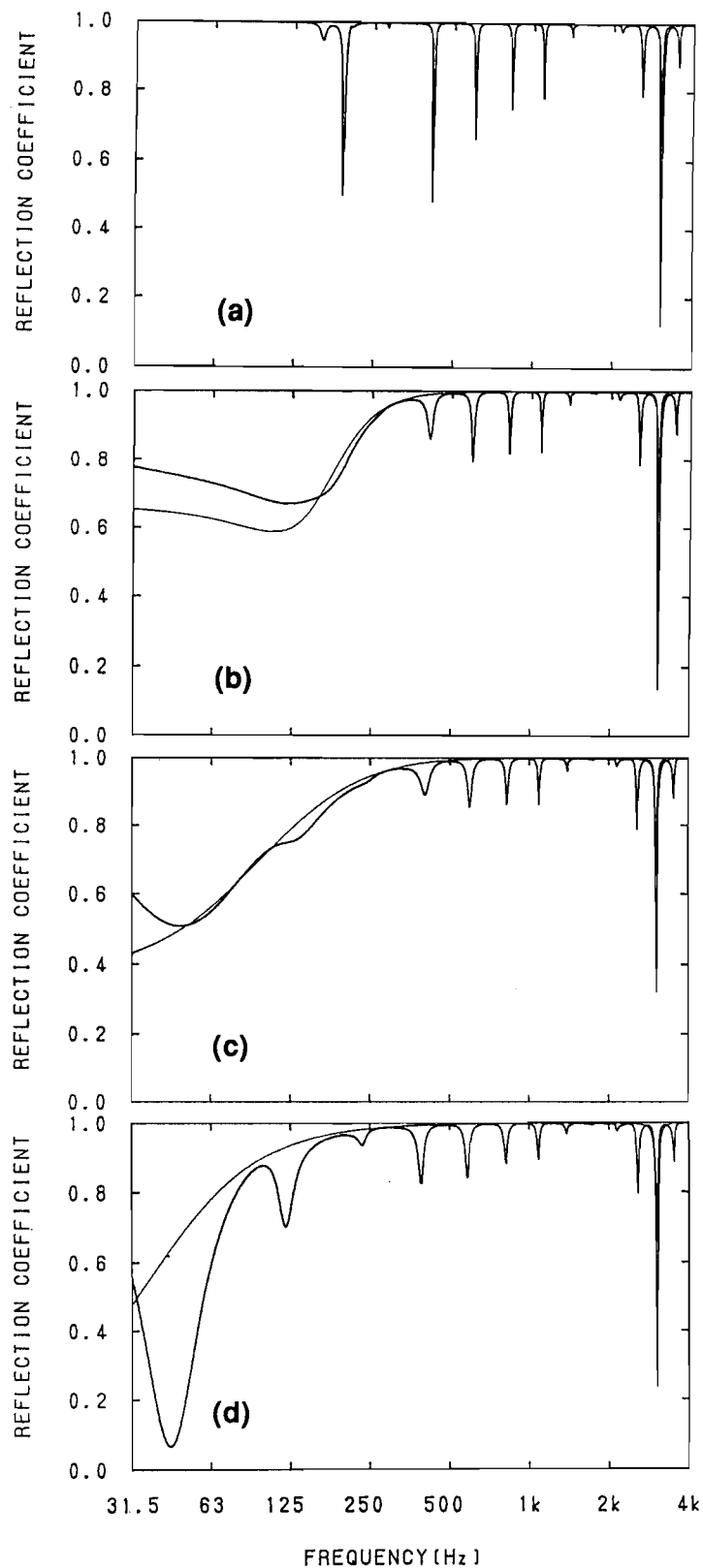


Figure 6.22: Effect of absorptivity of the back wall on the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). $A_b =$ (a) 0, (b) 0.072, (c) 0.172, (d) 0.626. The admittance of (a)–(d) are equivalent to the absorption coefficient of 0, 0.25, 0.5, 0.95, respectively. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

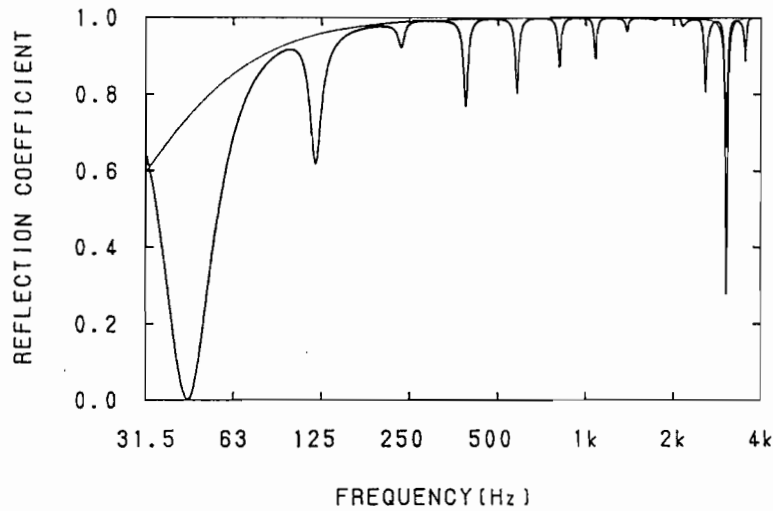


Figure 6.23: An example of the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode) calculated with assuming perfectly absorbing back wall, *i.e.*, $A_b = 1$. This example is indicating the reflectivity of the ribbed plate without back cavity. Other parameters are the same to ones in Fig.6.13.

6.3.3 リブの材質による影響

前項までは、リブを剛体として計算を行ない、リブを有する弾性板の音響反射特性の基本的な特徴について述べ、主として板と背後層に関連するパラメタの影響を考察した。リブの材質としては、様々な建築材料が用いられることから、ここでその影響について考察しておく。

いま考えるモデルでは、リブは無限長である。さらに、幅 a_c 、高さ z_1 の長方形断面を持つものと仮定すると、 K (6.7) における K_c^* および m_c は次式で表わされる。

$$K_c^* = \frac{z_1}{a_c^2 E_c} \quad (6.53)$$

$$m_c = \rho_c a_c z_1 \quad (6.54)$$

また、 K_M^* は次式となる。

$$K_M^* = \frac{a_c^4 E_c}{12 z_1} \quad (6.55)$$

ここに、 a_c はリブの幅、 ρ_c はリブの密度、 E_c はリブのヤング率である。ただし、いずれも単位長さあたりの量としてある。

ここでは、リブのヤング率 E_c 、リブの幅 a_c 、リブの線密度 m_c を変化させた影響について、計算結果をあげて考察する。

まず、リブの材質として木を選んだ場合の計算結果を、Fig.6.24に示す。この場合は、リブが剛な場合とほとんど変化が見られない。

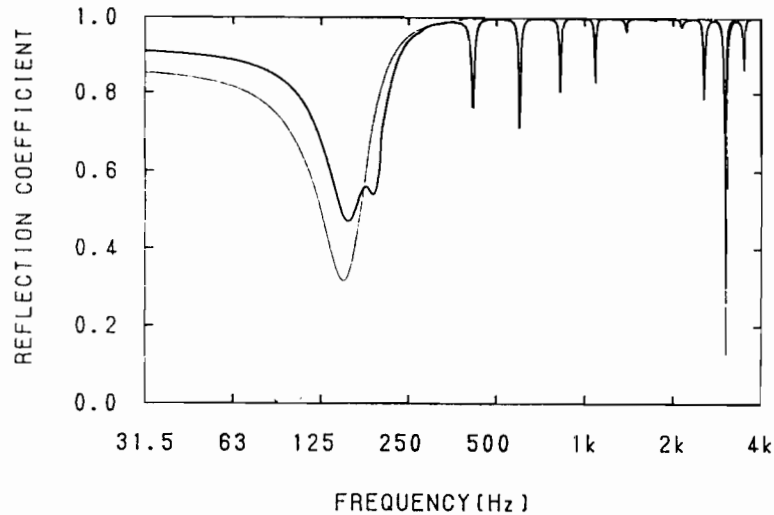


Figure 6.24: An example of the reflection coefficient of an infinite elastic plate with periodic ribs (clamped mode). The ribs are assumed as wood. $E_c = 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $a_c = 0.05 \text{ m}$, $m_c = 1.5 \text{ kg/m}$. Other parameters are the same to ones of Fig.6.13.

Fig.6.25に示すように、 E_c の影響は顕著であり、これを小さくするにしたがって、単一共振系による低周波数域のディップ、コインシデンス効果によるディップともに、リブがない板の特性に近づく。特に、 $E_c = 10^5 \text{ N/m}^2$ のように非常に小さい（ゴム、コルク等）場合、中高域のディップはほとんど見られなくなり、リブがない板とほとんど同じであり、リブが入ることによる効果がほとんどないと言える。したがって、低周波数域での反射率を高くしたい場合には、固いリブを用いることが必要といえる。しかし、 10^8 N/m^2 をこえると、ほとんど剛な場合と変わらない。

また、Fig.6.26および Fig.6.27に示すとおり、 a_c 、 m_c の影響は少ないが、 a_c が小さくなると、コインシデンス周波数付近の挙動が、リブがない板に若干近づく傾向にある。

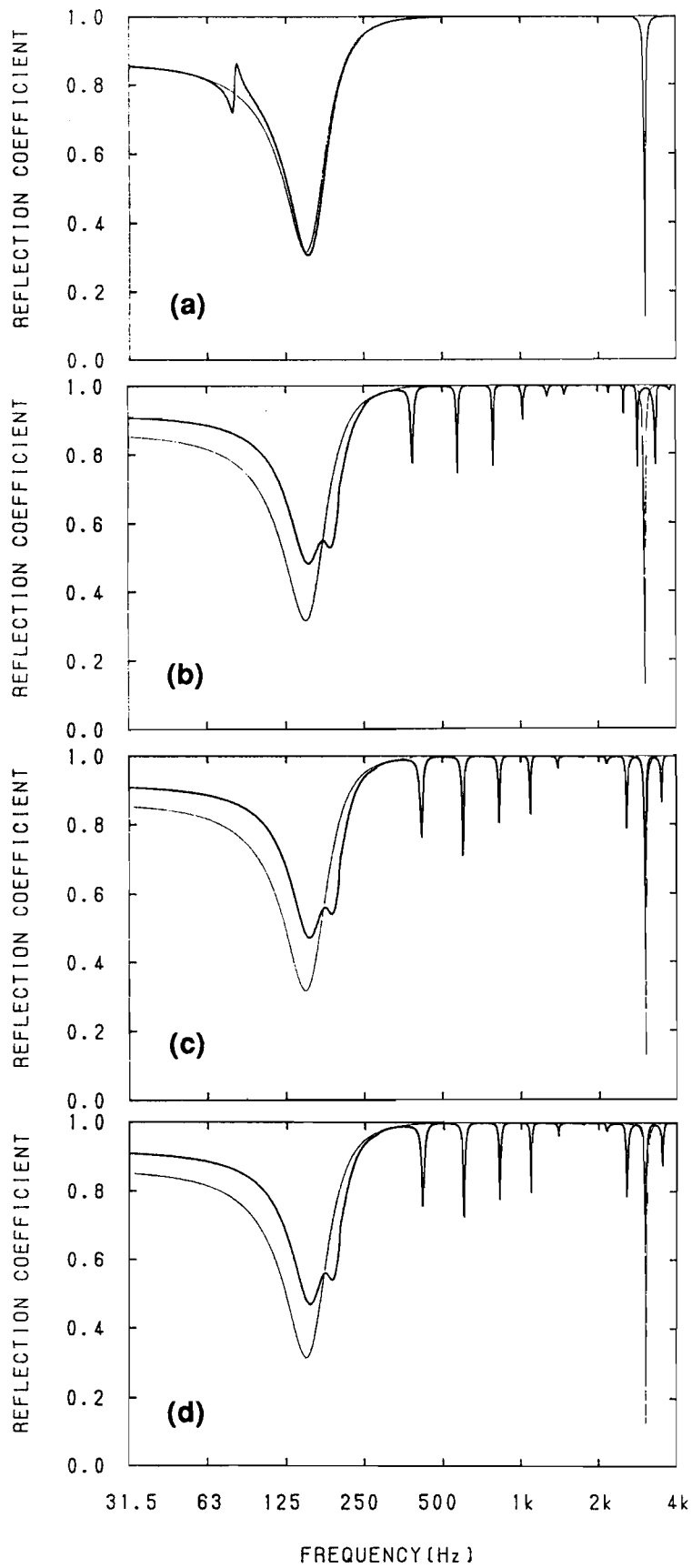


Figure 6.25: Effect of Young's modulus of the ribs on the reflection coefficient. $E_c =$ (a) 10^5 , (b) 10^8 , (c) 10^{10} , (d) 10^{15} N/m². Other parameters are the same to ones of Fig.6.24.

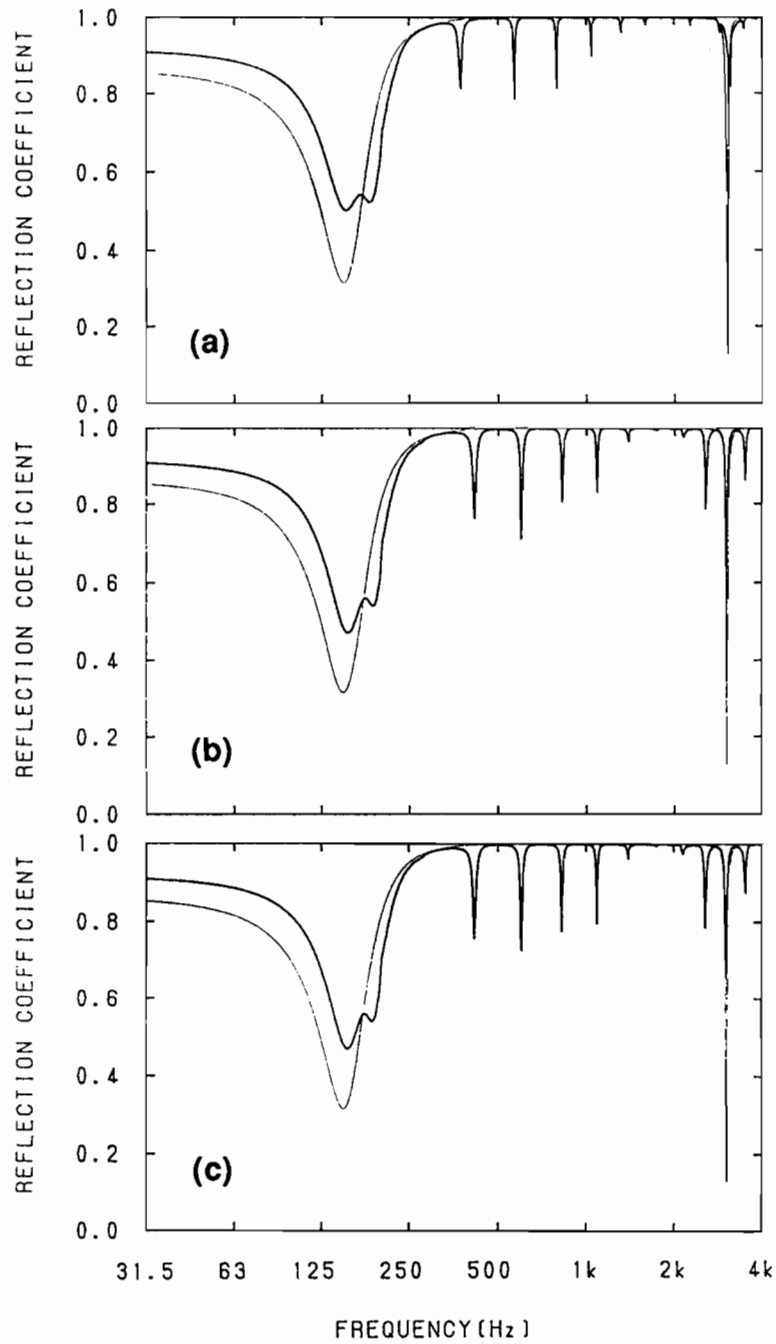


Figure 6.26: Effect of width of the ribs on the reflection coefficient. $a_c =$ (a) 0.001, (b) 0.05, (c) 0.5m. Other parameters are the same to ones of Fig.6.24.

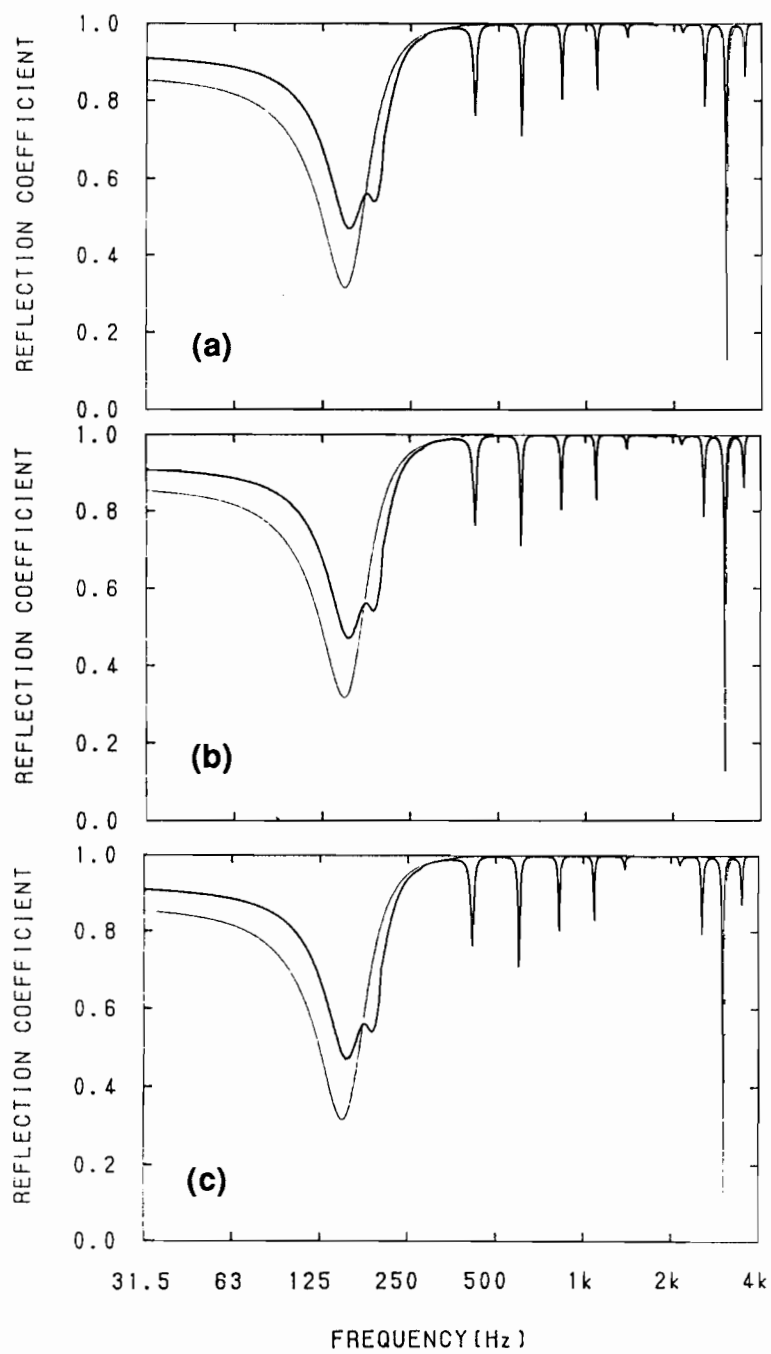


Figure 6.27: Effect of line density of the ribs on the reflection coefficient. $m_c =$ (a) 0.015, (b) 1.5, (c) 150kg/m. Other parameters are the same to ones of Fig.6.24.

6.3.4 リブの影響によるディップについて

計算例にも示したとおり、中高域に現れる鋭いディップは、リブを有する弾性板の反射特性の顕著な特性のひとつである。これについては、無限大板がリブの影響によって、有限板と類似の共振現象を示すものと理解できる。

理論的に考えると、エネルギー反射率 r_e の式 (6.44) に含まれる、ある因子の極値に起因すると考えられる。計算例による考察から、これらのディップの周波数間隔などが、リブの間隔だけでなく板の諸定数や入射角などによって、大きく変化することが分かっている。したがって、ディップを生じさせる因子は、まず極値を持つものであり、さらに板の諸定数、リブの間隔、入射角などのパラメタを含んだものと推論できる。(6.44) に含まれる因子のうち、上の条件に該当するものは C_R^I , C_R^{II} である。また、リブから垂直力のみを受ける場合は、(6.51) について同様に考えれば、 C_R^s が該当するものと分かる。

ここでは、リブの影響によるディップのひとつについて、ディップと上述の因子の関係について考察する。しかし、これらの因子は無限級数を含んでおり、直視的ではないので、ディップの近傍における、 C_R^s , C_R^I , C_R^{II} の計算例を示しておく。

Fig.6.28に C_R^s の実部、虚部および絶対値を示す。 C_R^s の実部は 560–580Hz の間で、まずピークをとった後、急激に符号を転じディップをとる。それに対し、虚部は同じ周波数範囲で鋭いピークのみをとる。その結果、絶対値は 572Hz に急峻なピークのみを生じ、この周波数で r_e はディップになっている。したがって、リブから垂直力のみを受ける場合は、エネルギー反射率のディップ周波数と、 C_R^s の絶対値のピーク周波数が対応するものと考えられる。

C_R^I , C_R^{II} の実部、虚部および絶対値を、各々 Fig.6.29, Fig.6.30 に示す。この場合も、実部と虚部については C_R^s と同様の考察が得られるが、絶対値については C_R^I は 601Hz でピークを生じるのに対し、 C_R^{II} では 602Hz である。また、リブから垂直力とモーメントを受ける場合の r_e には、これらのクロス項が含まれている。その一例として、 $C_R^I * C_R^{II}$ の実部、虚部および絶対値を Fig.6.31 に示す。いずれもピークのみを生じ、その周波数は各々 601Hz, 602Hz, 601Hz である。一方、エネルギー反射率のディップは 602Hz に現れている。

この場合、いずれの項も C_R^s に比べて相当大きく、モーメントによってディップが深くなることと関連していると考えられる。しかし、 C_R^I , C_R^{II} および両者のクロス項と r_e のディップの対応は単純でなく、明確な関係は見いだせない。

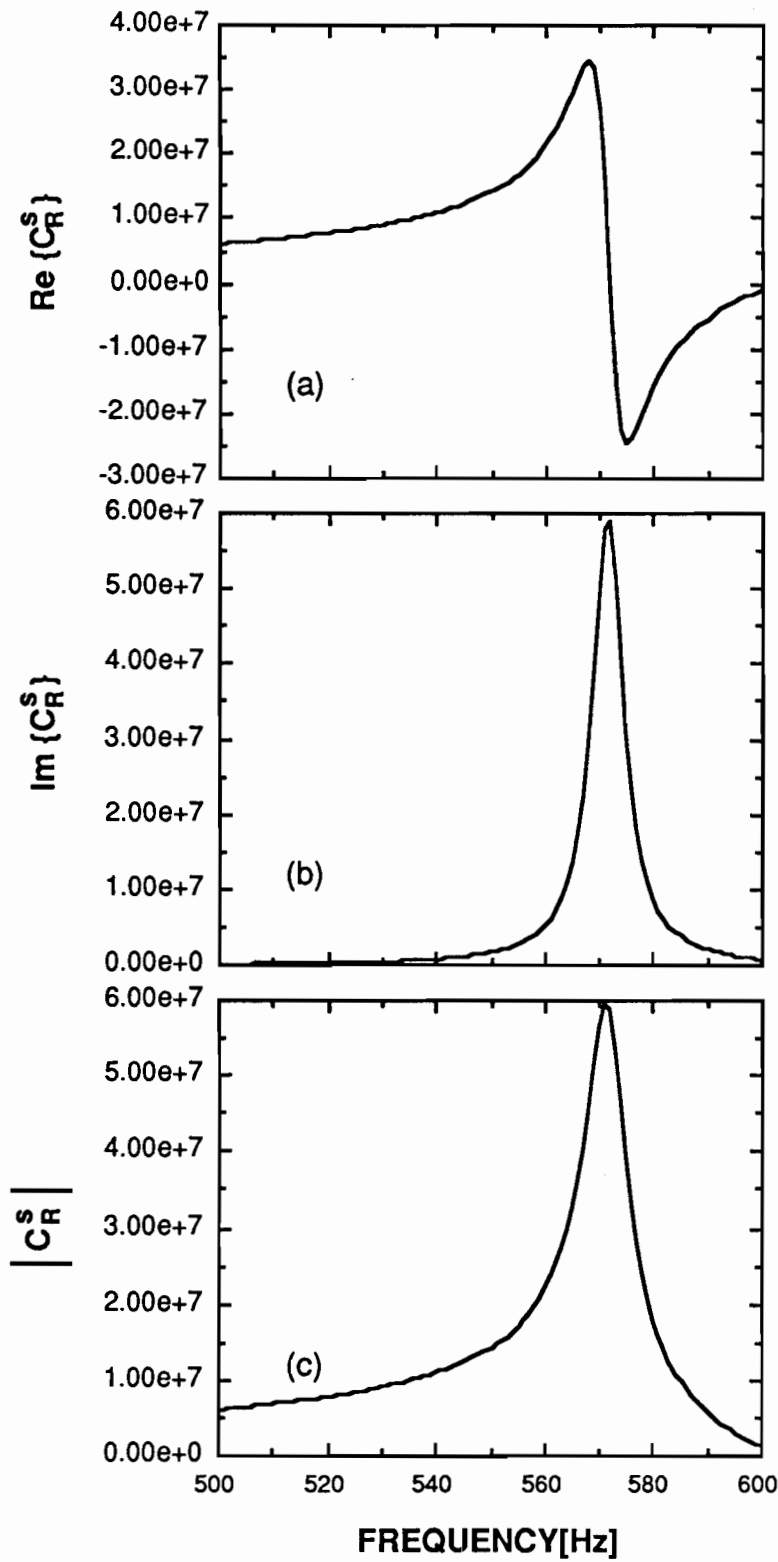


Figure 6.28: An example of C_R^s around a dip of energy reflection coefficient. (a) real part, (b) imaginary part and (c) absolute value.

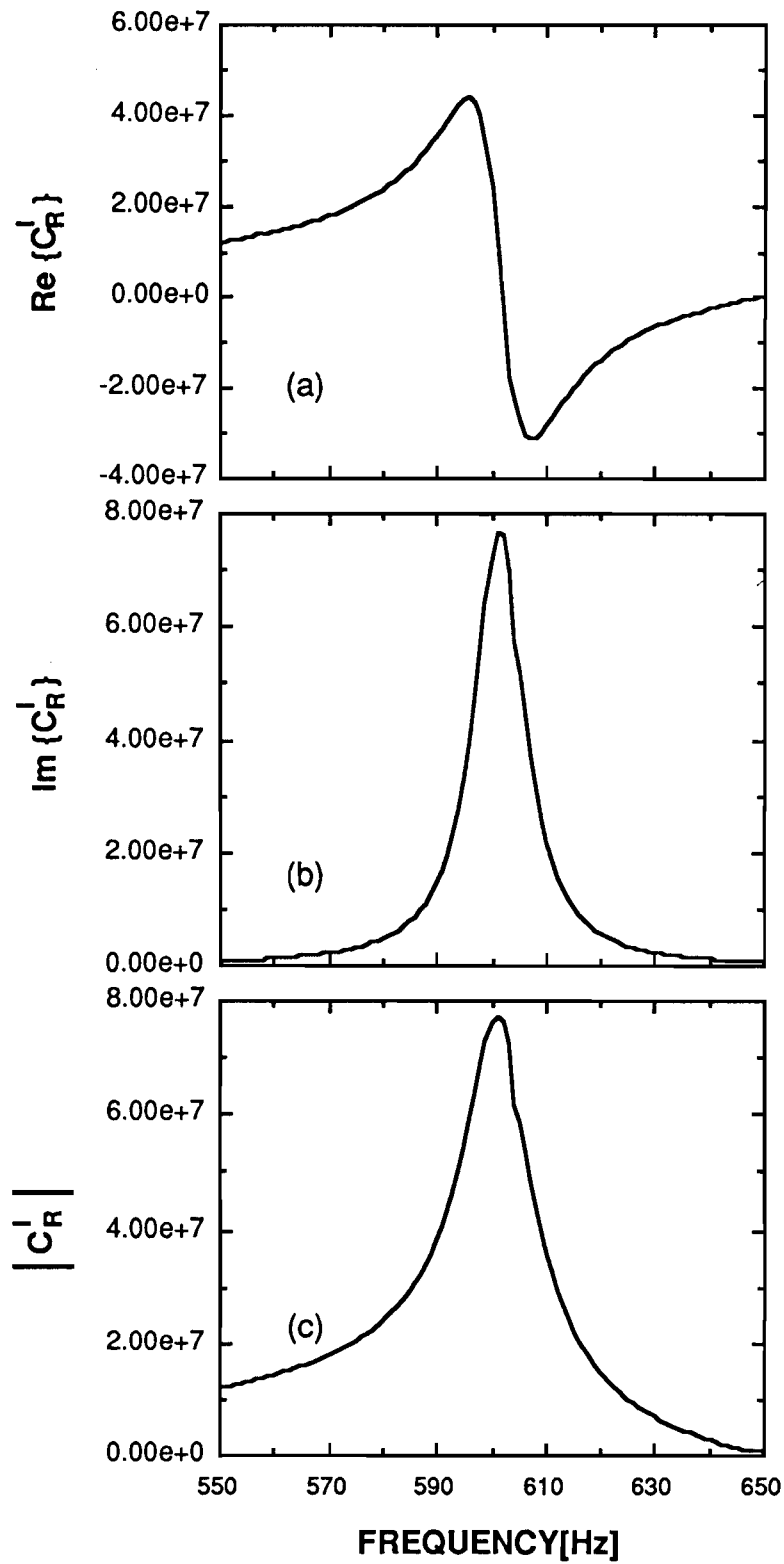


Figure 6.29: An example of C_R^I around a dip of energy reflection coefficient. (a) real part, (b) imaginary part and (c) absolute value.

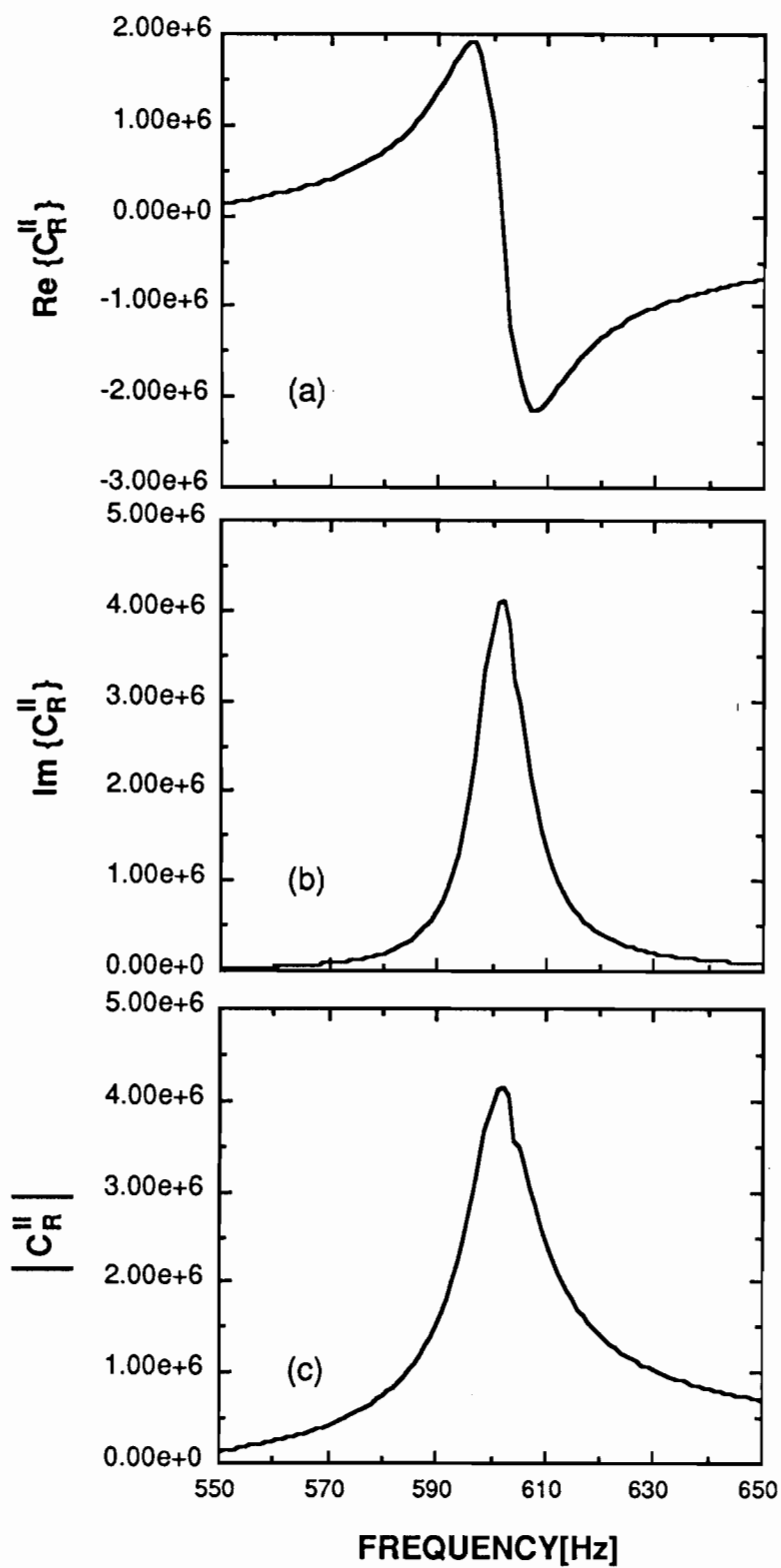


Figure 6.30: An example of C_R^{II} around a dip of energy reflection coefficient. (a) real part, (b) imaginary part and (c) absolute value.

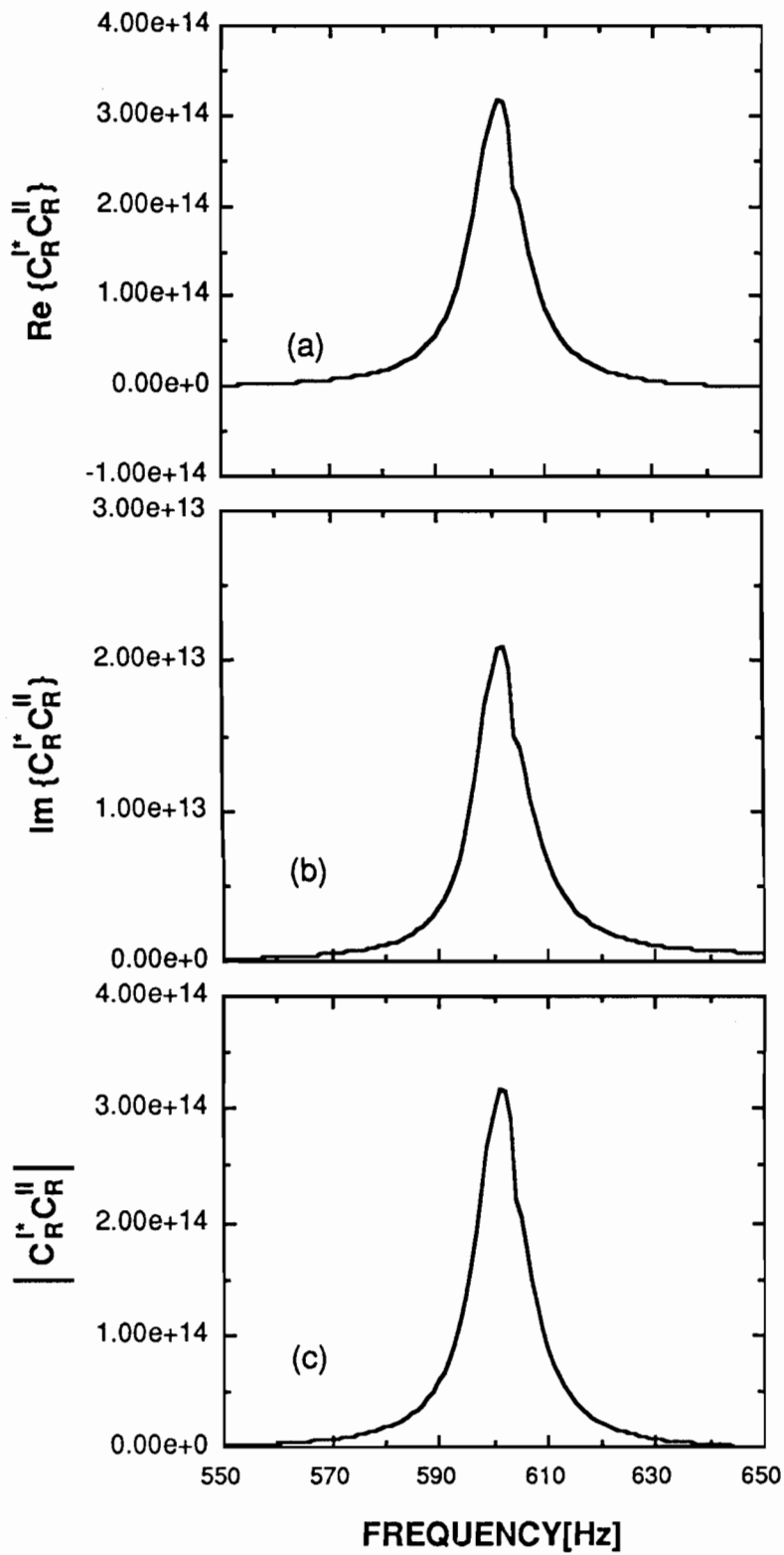


Figure 6.31: An example of $C_R^{I*} C_R^II$ around a dip of energy reflection coefficient. (a) real part, (b) imaginary part and (c) absolute value.

6.4 結論

本章では、従来の研究では全く取り扱われていない、周期的なリブおよび任意の媒質の背後層を有する無限大弾性板の、音響反射特性を理論的に解析し、陽な形の解析解を得た。また、計算結果から、板および背後層に関するパラメタの影響を考察した。リブと背後層を有する板の反射特性の特徴として、次のことが分かった。

まず、リブがない場合と同様に低周波数域においては単一共振系によるディップが現れるが、そのディップは浅くなり、若干高域側へ移動する。単一共振系のディップより低域側では、リブによる剛性の増加のため反射率が増加し、その程度は板のヤング率、厚さ、リブの間隔によって変化する。また、中高域ではリブの影響のため鋭いディップが多数現れ、その深さや間隔には板のパラメタの他、背後層に関するパラメタ、リブの間隔が関与していることが分かった。

また、支持状態の変化による影響としては、リブによってピン支持される場合と固定される場合について比較した。両者の差はコインシデンス周波数付近に顕著に現れたが、中高域のディップ、低周波数域のディップにも若干の影響が見られた。

リブの材質については、そのヤング率が著しく影響し、小さくなるほどリブがない板の特性に近付くため、低周波数域での反射率を増加させたい場合には、固いリブを用いることが必要であると言える。ただし、リブのヤング率は 10^8 N/m^2 程度をこえると、ほとんど剛な場合と変化しなくなる。

第2部

有限な弾性板の音響反射特性

第7章

第2部序論

第1部では、無限大弾性板の音響反射特性を理論的に解析し、様々な建築的条件に対応するモデルとして、単一板、背後空気層・吸音層を有する板、背後層とリブを有する板について、考察を行なった。それによって得られた知見は、実際の建築室内において音響反射板としての寄与が大きい、壁面、天井面およびステージ反射板の形態から考えて、現実の問題をほぼ説明しうるものであり、特に反射面が十分大きい場合、かなり定量的な予測を可能とするものであると考えられる。

しかしながら、オーディトリウム等に使用される音響反射板の中には、天井から吊り下げられる、いわゆる“浮き雲”と呼ばれる天井反射板があり、これは自由空間中に単一の有限板が存在する場合となる。また、寸法から考えても、第1部で得られた無限大板に対する知見からは、十分に説明できないものと思われる。

有限板の場合には、板が剛であっても、回折の影響によって音場が複雑なものとなり、境界積分方程式を数値的に解かなければ、厳密解が得られない。また、有限な弾性板の振動は非常に複雑であり、共振や非共振といった有限板に特有の現象が起こるため、反射特性としても一層複雑なものになると思われる。

序章に述べたように、境界面が無限大である場合には、板の表面に加わる外力としての音圧分布、すなわち(0.2)の p_b が陽な形で表わされることから、問題自体の解析的取り扱いが可能となる。したがって、第1部で示したように、リブを有するなど相当複雑な構造を持つ場合にも、陽な形で解析解を得ることができた。ところが、板が有限になると、(0.2)の p_b を陽な形で表わすことは一般的には不可能であるため、解析的取り扱いが非常に困難になる。したがって、 p_b が陽な形で表わされる若干の特殊な場合を除いて、数値解法に頼ら

ざるを得ないということになる。

解析的に解き得るケースとしては、前にも述べた無限大剛バフル中の、単純な形状の板（無限長 strip, 円板など）にほぼ限定される。これらの場合、表面の音圧はバフルの効果により、無限大板の場合と同様に入射音圧の2倍となる。そのため、これまでも基礎的な考察として、いくつかの研究で取り扱われている。しかし、その場合でも音場と板振動の連成を考慮した厳密な解析解を得るのは容易ではないため、多くの場合数値計算あるいは近似的取り扱いが中心となっている。特に、陽な形で解析解を得るには、近似的取り扱いによらなければならない。

半無限弾性板については、流体音響学の分野におけるエッジ騒音など空力騒音の散乱、回折を取り扱った、Crighton and Leppington[58], Cannel[59] などによる近似解がこれまでに報告されている。

平面波垂直入射時の、無限大剛バフル中の弾性板 strip による反射音場については、Leppington が近似的取り扱いによって解析解を得ている [60]。Fahy[4] は、同様の問題において、弾性板の両端が単純支持の場合を固有関数展開法によって解析し、音響負荷を考慮した振動応答の形式的な解を示し、定性的な考察を行なっている。しかし、反射音場については全く触れていない。その他、弾性板 strip が、変位の拘束を受ける場合 [52]、ダクトあるいはキャビティを持つ場合 [61] についても、近似解が得られている。

同じ条件で、弾性板に代えて膜の場合には、さらに解析が容易になるため、比較的多くの研究がある。上述の [60, 52, 61] は、いずれも膜について先に考察を行なっている。それらより以前に、Mason[62] は膜の strip について連成問題を解いているが、音場に対する考察はなく、結局数値解析によって膜の振動変位を求めるにとどまっている。なお、Mason は音響負荷を考慮する一方法として、求めた放射音圧を振動方程式に逐次代入する方法を提案している。

また、剛バフル中の膜の散乱問題については、その他にも Kriegsmann らのグループが、円形膜 [63]、キャビティを有する場合の定常応答 [64]、およびパルス入射に対する過渡応答 [65]、音響負荷の近似評価のためのモデル [66]、それぞれに対し理論的な取り扱いについて研究を行なっているが、手法としては主に漸近展開を用いた近似的なものである。なお、膜を遮音に利用する目的で、付加質量による効果を論じたものに、Hashimoto *et al.*[67] がある。

無限大剛バフル中の円形の弾性板あるいは膜の反射については、先にあげた Leppington[60]

が近似解を示している。円板の放射問題については、マイクロフォン、スピーカなどトランスデューサの開発と関連して、あるいは遮音機構の解明のための基礎的なモデルとして、非常に多くの研究がある。Lax[68]は、剛バフル中の弾性円板による音響放射について、固有関数展開法によって音響負荷を考慮した厳密な解を得た。その際、音響負荷について、第 n モードの板振動によって、板面上に生ずる第 m モードの放射音圧の割合を表わす、相互放射インピーダンスの概念を導入しており、これはその後の音響振動連成問題の研究に大きな影響を与えた。

類似の方法を利用して、Young[69]は有限な弾性板の遮音機構について論じている。また、川井[70]はLaxと同じモデルにおいて、平面波垂直入射に対する遮音特性を詳細に論じている。中山[71]は、基本的にはLax, Young, 川井と同じ手法に基づき、無限大剛バフル中の弾性円板の、パルス音波に対する遮音機構の解明を試みている。その際に、音響負荷の近似方法として、放射インピーダンスを空気特性インピーダンスで近似する方法 (ρc 近似) を提案している。球面波入射の場合には、高橋ら[72]が解析解を求め、詳細な考察を行なっている。Suzuki and Tichy[73]は、無限大剛バフル中に弾性支持される円板の放射特性を、理論的に解いている。

矩形弾性板の場合には、バフル中であっても解析解が得られない場合が多いが、Berry *et al.*[74]は任意の境界条件を有するバフル内矩形弾性板の放射パワーを、Rayleigh-Ritz法によって数値的に求める方法を示している。

以上に紹介したものは、最終的には数値解しか得られないとしても、解析的な手法によったものであるが、有限要素法(FEM)や境界要素法(BEM)といった数値解法を利用した研究も、多く発表されている。Craggs[75]は、室の壁面の一部(窓)だけが弾性を持つ場合の過渡音圧応答を、FEMを用いて解析している。また、2室間における遮音の問題に適用した例についても報告している[76, 77]。このような室空間と板要素との連成問題は、直方体室の場合には解析的な手法によって解かれたものもあるが[78, 79, 80, 81, 82]、FEMを用いた解析の特徴としては、任意の形状の場合に適用できる点にある。

その他にもFEM, BEMあるいはその組み合わせによる方法で、音響連成振動問題を解いた例があるが、主に小規模な閉空間内音場や、板あるいはシェルによる音響放射の問題などが中心である。したがって、自由空間内の弾性板あるいはシェルによる反射問題を解いたものは、それほど多くはない。Hunt *et al.*[83]は、FEMを用いて弾性円板の反射問題を

解いている。また、Everstine and Henderson[84]は、板に対してはFEM、音場に対してはBEMを用いて、シェルによる音響散乱問題を解析している。自由空間中の物体を解析する場合、本来は領域全体を要素分割するFEMでは、音場の取り扱いに工夫を必要とする。その点、板に対しFEM、音場に対してBEMを用いる場合には、取り扱いが比較的容易で定式化も明快であり、両解析法の長所を生かした方法といえる。

上に述べたものは、基本的には音場の方程式と、板振動の方程式をそれぞれFEMあるいはBEMによって離散化し、連立させて解く方法である。この場合、計算量が膨大なものとなることを免れないため、建築音響設計などにおける実用性の点から考えると、これを直接を用いるには厳しいものがある。この問題について、中山[71]は、先に述べた pc 近似が、遮音解析において比較的有用であると結論している。この方法を大鶴ら[85]はFEMによる遮音解析に応用した結果、特性の大略を表わしており、定性的な考察には有効と述べている。また、大鶴と山本[86]は、FEMによる矩形板の遮音解析において、既に解析解が得られている、矩形板の相互放射インピーダンス[87]を外挿的に利用する方法を発表している。また、相互放射インピーダンスを、解析の中で計算力学的に導出する方法も発表しており[88]、任意の形状の板に適用できる手法として期待できるが、やはり短所としては計算時間が長大化することを指摘している。

上述のように、有限な弾性板に関する音響振動連成問題は、放射、透過については非常に多くの研究があり、手法も解析的なものからFEM,BEM等の数値計算まで、多種多様である。一方、反射問題については比較的少なく、単純なモデルに対する若干の近似的解析と、FEM,BEMによる数値解析が少し見られるのみである。いずれにしても建築音響的な興味とはかなり異なっており、手法としては参考になるものの、結果や考察の内容については本研究の目的からは不十分である。

そこで、第2部では有限な弾性板の音響反射特性について、以下のような考察を行なう。

無限大剛バフル中の strip 有限な弾性板の音響反射特性に対する基礎的知見を得るため、最も単純なモデルとして検討する。まず、解析的に見通しの良い解を得るため、近似的な手法によって考察し、さらに、固有関数展開を用いた厳密解によって、これまでには考察されていない近傍音場の特徴についても述べる。

FEM, BEM を用いた数値解析 自由空間中の矩形弾性板を解析するため、板に対しては

FEM_s に対しては BEM を用いた解析を行なう。その際に、音響負荷を考慮する方法として、音場の方程式を実際に連立させて解くような複雑な方法は避け、できるだけ簡便な方法と採ることを目標とし、 ρc 近似および逐次代入法について検討する。また、板の諸定数による影響についても、若干の考察を行なう。

音響負荷の取り扱いについて ρc 近似と逐次代入法の適用範囲を明らかにすることを目的として、strip に対する両者による数値解を、固有関数展開を用いた厳密解と比較し検討する。

第8章

剛バフル中の無限長 strip の反射特性 — 2次元音場における基礎的考察 —

8.1 はじめに

前章で述べたように、有限板の場合は一般的に、陽な形で表面上の音圧分布が得られないことが多い。したがって、板振動の外力となる、板の両面の音圧差が解析的に陽な表示で得られない以上、振動変位についても解析解を求めることは困難である。

一方、板が無限大の剛なバフル中にある場合、入射側表面の音圧は第1部で扱った無限大板と同様に考えることができるので、解析的に表わすことができる。特に、音響負荷を無視するならば、入射波の2倍となるため、解析がかなり容易になる。

このような問題の取り扱い、既にいくつかの研究において見られる。Leppington[60]は、無限大剛バフル中の弾性板の無限長 strip による、平面波垂直入射時の反射音場について、鞍部点法によって音響負荷を無視した近似的解析解を求めている。この条件では、2次元問題として扱えるため、解析は比較的容易である。なお、Leppington は、無限大剛バフル中の弾性円板についても、同じ手法で近似解を得ている。また、strip が部分的に変位の拘束を受ける場合、キャビディまたはダクトを有する場合についても、同様の手法で近似解が得られている [52, 61]。

これより以前に、同様の問題で strip が膜である場合については、Mason[62]が振動変位の解析手法を示している。また、無限大剛バフル中の一般の形状の膜による散乱問題は、Kriegsman *et al.* [63]によって、近似的にはあるが音響負荷を考慮して解かれている。

なお、上にあげた従来の研究は、いずれも解析解の導出あるいは解法の提示を主な目的と

しており、応用上重要な反射特性の計算例、特に周波数特性などは全く示されておらず、板（あるいは膜）の各パラメタの影響による特性の変化についても、全く考察されていない。

上述のような、無限大剛バフル中の弾性板による反射問題、特に strip の問題は、実際の建築的条件から見ると必ずしも現実的な問題ではないが、有限な弾性板の反射特性についての基礎的知見を得るためには有用である。

そこで、本章では、無限大剛バフル中の弾性板の無限長 strip による反射音場を解析的に求め、有限弾性板の反射特性について基礎的な考察を行なうことにする。まず、直視的な解を得ることを目標として、Leppington とは若干異なる方法で、音響負荷を無視した場合の、平面波垂直入射に対する近似解を示す。次に、平面波斜入射の条件で、固有関数展開法を利用し、音響負荷を考慮した厳密な振動変位を求める方法を述べ、それをもとに反射音圧を求めた計算例を示し、基礎的な考察を行なう。

8.2 近似的解析解

本節では、有限な弾性板の反射特性に対する基礎的知見を得るため、無限大剛バフル中の strip による 2 次元反射音場を、近似的に解析する。解析に当たっては、できるだけ条件を簡略化し、直視的な解を得ることを目標とする。

8.2.1 解析

Fig.8.1に示す strip 状の弾性板による反射音場を考える。strip は無限大剛バフル中にあり、幅は $2L$ で y 方向には無限長である。また、その表面は入射側、透過側ともに音響的に剛、すなわち吸音性を持たない。

先に述べたように、弾性板による反射音圧 p_r は、板が剛である場合の反射成分 p_{rig} と、弾性振動による放射成分 p_{rad} の和であると解釈される。すなわち、

$$p_r = p_{rig} + p_{rad} \quad (8.1)$$

p_{rig} は、近似的な取り扱いによれば、簡単に解析解が得られる。したがって、以下では p_{rad} の解析を中心に述べる。

この場合、板に加わる音圧差については、次のように考えることができる。まず、入射側では、板が剛である場合は入射音圧の 2 倍となるが、弾性板ではこれに弾性振動による放射音圧、すなわち音響負荷が加わる。一方、透過側では放射音圧のみとなる。

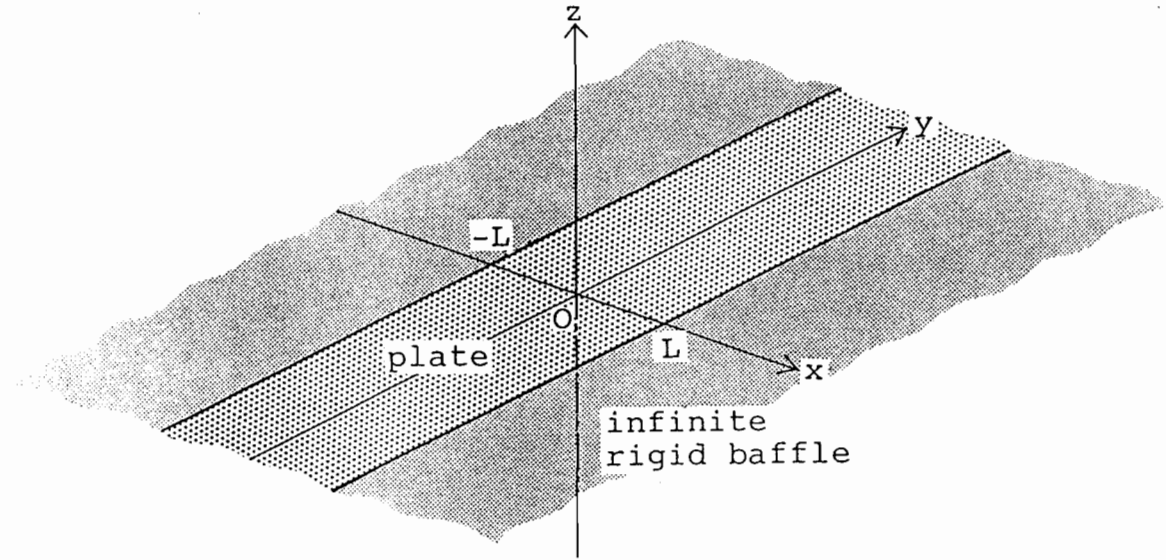


Figure 8.1: A strip of elastic plate with infinite length and finite width in infinite rigid planar baffle.

したがって、音場が y 方向に一様な 2 次元音場であれば、板振動については 1 次元となるので、板の振動方程式は次式となる。

$$\left(D \frac{\partial^4}{\partial x^4} - \rho_p h \omega^2 \right) w(x) = [2p_i - 2p_{rad}]_{z=0} \quad (8.2)$$

ここで、音響負荷を無視すれば、(8.2) の右辺第 2 項が消える。さらに、平面波垂直入射 $p_i = -i\rho_0\omega \exp(-ik_0z)$ の場合を考えると、(8.2) は結局次式となる。

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} - k_F^4 \right) w(x) = \frac{2\kappa}{D} \quad (8.3)$$

ただし、

$$k_F^4 = \frac{\rho_p h \omega^2}{D}, \quad \kappa = \frac{-i\rho_0\omega}{D} \quad (8.4)$$

である。

板の両端における境界条件は、第 2 章で述べたように、両端単純支持および固定の各々の場合に対して、次のように与えられる。

$$\text{単純支持: } w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad (x = \pm L). \quad (8.5)$$

$$\text{固 定: } w = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad (x = \pm L). \quad (8.6)$$

これらの条件を考えると, (8.3) の解は次のようになる.

単純支持の場合

$$w(x) = -\frac{2\kappa}{k_F^4} \left\{ 1 - \frac{\cosh k_F L \cos k_F x + \cos k_F L \cosh k_F x}{D(L)} \right\} \quad (8.7)$$

ただし,

$$D(L) = 2 \cos k_F L \cosh k_F L \quad (8.8)$$

固定の場合

$$w(x) = -\frac{2\kappa}{k_F^4} \left\{ 1 - \frac{\sin k_F L \cosh k_F x + \sinh k_F L \cos k_F x}{D(L)} \right\} \quad (8.9)$$

ただし,

$$D(L) = \sin k_F L \cosh k_F L + \cos k_F L \sinh k_F L \quad (8.10)$$

得られた振動変位 (8.7)(8.9) から, 放射音圧 p_{rad} は, 2次元音場に関する Rayleigh の式 [1]

$$p_{rad} = \frac{i}{2} \int_S -\rho_0 \omega^2 w(x_0) H_0^{(1)}(k_0 r) dx_0 \quad (8.11)$$

$$\sim \frac{i}{2} \int_S -\rho_0 \omega^2 w(x_0) \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 r}} e^{i(k_0 r - \pi/4)} dx_0 \quad (8.12)$$

により求められる. ただし, (8.12) では, Hankel 関数の漸近展開による近似式 [89]

$$H_n^{(1)}(\chi) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi \chi}} \exp \left[i \left(\chi - \frac{\pi n}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (8.13)$$

を利用した. (8.12) において, \int_S は振動面全体を積分することを示し, この場合は strip の幅について積分することになる. また, r は板面上の各点 (x_0) から受音点への距離であり, 次式で表わされる.

$$r^2 = R^2 + x_0^2 - 2x_0 R \sin \psi \quad (8.14)$$

ただし, R は板中央点 (原点) O と受音点の距離, ψ は反射角である.

ここで遠距離音場を考えると, 高次項を無視できて,

$$r \sim R - x_0 \sin \psi \quad (8.15)$$

となる。これは、オーダー的にはいわゆる Fraunhofer の近似に相当するものである。また、板の裏側のポテンシャルを 0 としているので、Kirchhoff の近似回折理論と同等の近似と見なせる [90].

以上のことを考慮すれば、(8.12) より p_{rad} は解析的に求められ、両端単純支持、固定の各々について、次式のようになる。

$$\begin{aligned}
p_{rad} \approx & \frac{\rho_0}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} e^{i(k_0 R - \pi/4)} \frac{4\rho_0}{\rho_p h} \left[L \frac{\sin(k_0 L \sin \psi)}{k_0 L \sin \psi} \right. \\
& - \frac{\begin{pmatrix} \cos k_F L \\ \sin k_F L \end{pmatrix}}{D(L)} \frac{1}{(-ik_0 \sin \psi)^2 - k_F^2} \\
& \cdot \{-k_0 \sin \psi \cosh k_F L \sin(k_0 L \sin \psi) - k_F \sinh k_F L \cos(k_0 L \sin \psi)\} \\
& - \frac{\begin{pmatrix} \cosh k_F L \\ \sinh k_F L \end{pmatrix}}{D(L)} \frac{1}{(-ik_0 \sin \psi)^2 + k_F^2} \\
& \left. \cdot \{-k_0 \sin \psi \cos k_F L \sin(k_0 L \sin \psi) + k_F \sin k_F L \cos(k_0 L \sin \psi)\} \right] \quad (8.16)
\end{aligned}$$

ここで、() 内の上段は単純支持の場合、下段は固定の場合である。また、 $D(L)$ については、それぞれの場合に対して、(8.8) あるいは (8.10) を用いる。

受音点を中心軸上 ($\psi = 0^\circ$) に固定すれば、さらに簡単になり、次式で表わされる。

$$p_{rad} \approx \frac{\rho_0}{\omega} \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} e^{i(k_0 R - \pi/4)} f(L) \quad (8.17)$$

ここに、

$$f(L) = \frac{4\rho_0}{\rho_p h} \left\{ L - \frac{\cosh k_F L \sin k_F L + \cos k_F L \sinh k_F L}{k_F D(L)} \right\}, \text{ 単純支持} \quad (8.18)$$

$$f(L) = \frac{4\rho_0}{\rho_p h} \left\{ L - \frac{2}{k_F D(L)} \sin k_F L \sinh k_F L \right\}, \text{ 固定} \quad (8.19)$$

である。

(8.16) あるいは (8.17) に、 p_{rig} を加えることで、 p_r が得られる [(8.1)]. ここで、 p_{rig} は、Kirchhoff の近似回折理論 [90] により、(8.13)(8.15) を用いると、次式で与えられる。

$$p_{rig} \approx -i\rho_0\omega \sqrt{\frac{2}{\pi k_0 R}} e^{i(k_0 R - \pi/4)} k_0 L \frac{\sin(k_0 L \sin \psi)}{k_0 L \sin \psi} \quad (8.20)$$

なお、反射音場に対する、振動による放射の影響は、次式のように指標 R_r を定義することで表わすことができる。

$$\begin{aligned} R_r &= 20 \log_{10} \left| \frac{p_r}{p_{rig}} \right| \\ &= 20 \log_{10} \left| 1 + \frac{p_{rad}}{p_{rig}} \right| \quad [\text{dB}] \end{aligned} \quad (8.21)$$

$|R_r|$ が大きいほど、放射成分 p_{rad} の影響が大きいことを示す。

8.2.2 計算結果と考察

ここでは、有限な弾性板の反射特性に対する、板の各パラメタの影響について、基礎的な考察を行なう。

中心軸上における反射音圧 p_r のうち、放射成分については (8.17) に表わされるが、振動の影響は、特にその中の関数 $f(L)$ の部分に含まれることになる。 $f(L)$ は2つの項に分けられるが、板の屈曲振動の寄与は第2項に現れており、板の各パラメタは k_F として含まれる。ここで、板が剛である場合の極限 $E \rightarrow \infty$ を考えると、第2項は0となり、第1項のみが残り、ピストン板の放射に等しくなる。このことから、第1項は板面全体が同位相で振動するピストン成分 [70] と言える。したがって、 $f(L)$ はピストン成分を中心に、変動する形になっていることが分かる。なお、板の共振周波数では、第2項の分母が0となるため発散する。

まず、 E , h , ρ_p を変化させて、 $f(L)$ を計算した例を、Fig.8.2に示す。これは、板の両端を固定にした場合である。 $f(L)$ は、ある一定値（ピストン成分）を中心に、共振および反共振によってピーク、ディップをとりながら、振動的に変化していることが分かる。

E が大きくなると、共振周波数が変化するだけであるから、ピストン成分は変化せず、ピーク、ディップの間隔が広がっていく。したがって、 E の及ぼす影響は、このようなピーク、ディップの周波数の変化だけである。

h が大きくなると、やはり共振周波数が変化するため、ピーク、ディップの周波数が変化する。しかし、これにともなって $f(L)$ の係数 $4\rho_0/\rho_p h$ が小さくなるため、ピストン成分が減少し、全体に小さくなる。

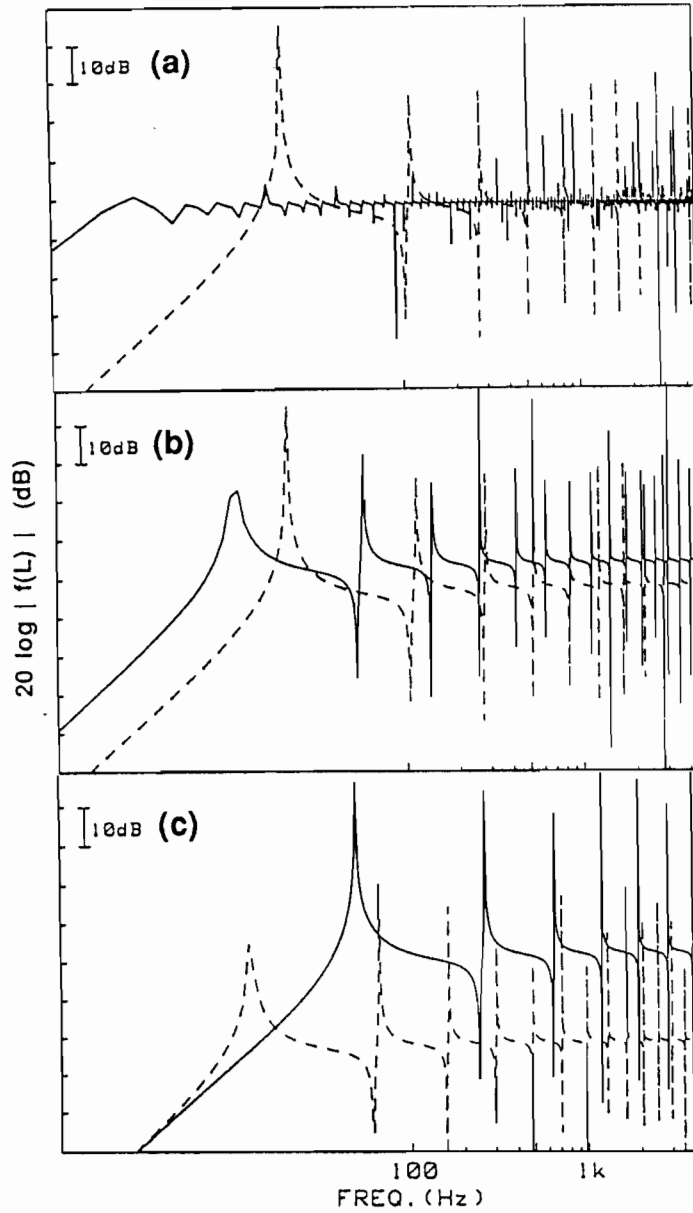


Figure 8.2: Effect of properties of plate on the frequency characteristics of $f(L)$ of clamped strip. (a) — : $E = 10^6$, - - - : 10^{10} N/m², $\rho_p = 2700$ kg/m³, $h = 0.01$ m, (b) — : $h = 0.005$, - - - : 0.01 m, $E = 10^{10}$ N/m², $\rho_p = 2700$ kg/m³, (c) — : $\rho_p = 500$, - - - : 8000 kg/m³, $E = 10^{10}$ N/m². $L = 0.5$ m, $\nu = 0.34$.

ρ_p についても同様で、その増加によってピーク、ディップの周波数が変化するとともに、ピストン成分が減少するため、全体に小さくなっている。

また、板の支持条件による変化について、同じ板を両端固定にした場合と単純支持した場合の $f(L)$ を、Fig.8.3に比較して示す。

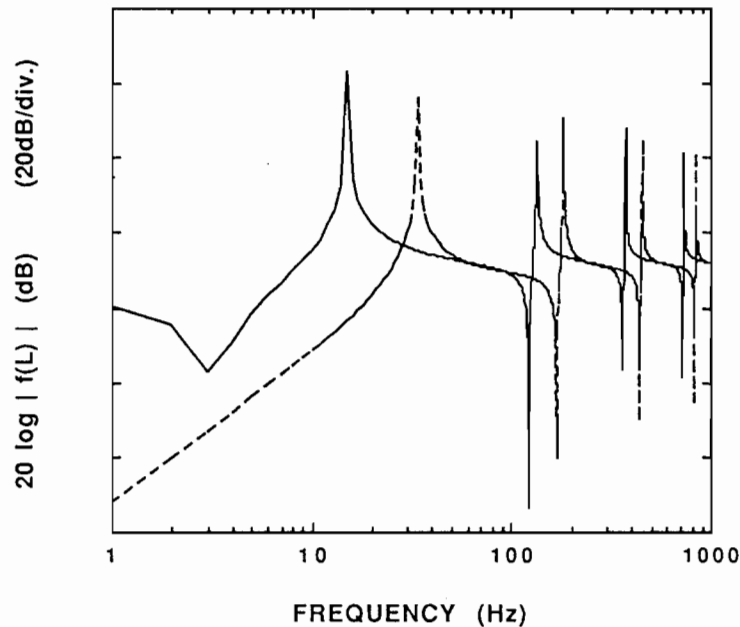


Figure 8.3: Effect of boundary condition of the plate on $f(L)$. — : simply supported, - - - : clamped. $E = 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{ kg/m}^3$, $h = 0.01 \text{ m}$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $L = 0.5 \text{ m}$.

図に見られるとおり、単純支持と固定では、共振および反共振によるピーク、ディップの周波数がずれるだけで、他の変化はみられない。特に、変動の中心となるピストン成分の値については、両者とも全く同じである。

反射音圧 p_r への影響を考えると、板振動の共振による $f(L)$ のピークに対応して、顕著な影響が現れることが考えられる。しかし、反共振によるディップにおいては、板の振動変位が極小になっており、最も剛板に近い状態になるため、剛板の反射音圧に近づく。したがって、反共振点においては、共振点とは逆に、振動の影響は最も少なくなると思われる。

次に、このような振動による放射の影響について、(8.21)に定義した R_r の計算例を示す。

まず、Fig.8.4に、両端単純支持の場合の、 R_r の周波数特性の一例を示す。板の諸定数他、条件は Fig.8.3と同じである。したがって、対応する $f(L)$ である Fig.8.3と比較すると、反射音場への振動の影響について、上に述べたことが確認される。すなわち、共振点における $f(L)$ のピークは、 R_r においてもピークとして現れているが、反共振点における $f(L)$ の

ディップに対しては、 $R_r \approx 0$ となっている様子が分かる。なお、低周波数域では、ピークが著しいのに対し、周波数が高くなるにつれてピークが小さくなっているのは、近似の性質から、 p_{rig} が周波数とともに増大することが原因と思われる。

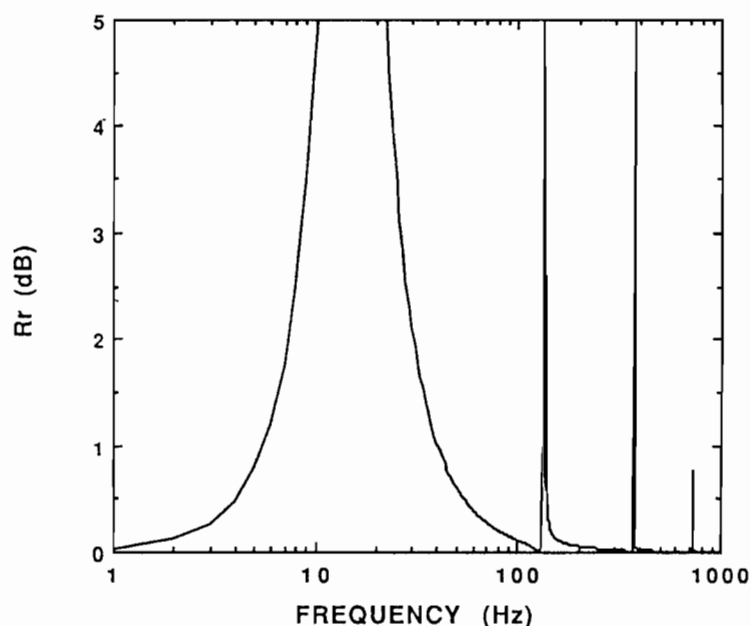


Figure 8.4: An example of the frequency response of R_r calculated by the approximation method. The edges of the strip are simply supported. $E = 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{ kg/m}^3$, $h = 0.01 \text{ m}$, $\eta = 0.01$, $\nu = 0.3$, $L = 0.5 \text{ m}$, $\psi = 0^\circ$.

次に、共振周波数および共振点から十分はなれた周波数（非共振周波数）における、 R_r の指向性の計算例を、各々 Fig.8.5(a)(b) に示す。

共振周波数では、板の振動変位が大きいためその影響は大きく、 R_r の値としても非共振周波数に比べて大きくなっている。また、放射によって R_r が一概に大きくなる、あるいは小さくなるとは限らず、受音点によって+側に出る場合と、-側に出る場合がある。これには、 p_{rad} と p_{rig} の位相差や、両者の指向性パターンの差異が関係しているものと考えられ、周波数によっても複雑に変化する。

一方、非共振周波数でも、 R_r は 0 とはならず、わずかながら値を持つ。これは、前に述べたピストン振動成分の寄与と見られる。

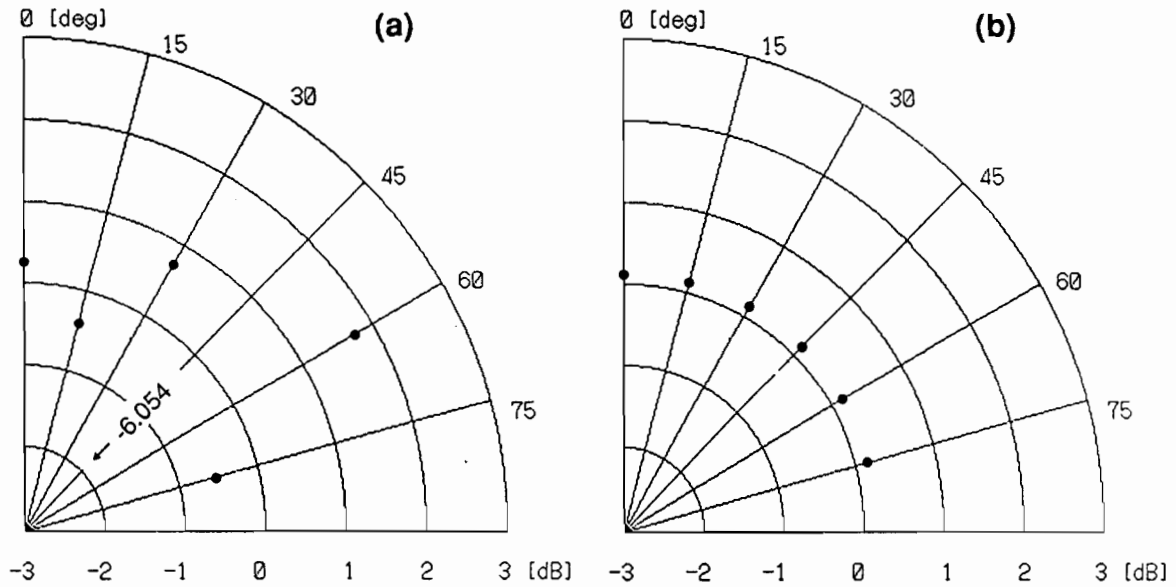


Figure 8.5: Examples of the directivity patterns of R_r calculated by the approximation method. The edges of the strip are simply supported. $E = 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{ kg/m}^3$, $h = 0.01 \text{ m}$, $\nu = 0.3$, $L = 1.0 \text{ m}$. (a) resonant condition (454.72 Hz), $\eta = 0.01$, (b) non-resonant condition (120 Hz), $\eta = 0$.

8.3 固有関数展開による厳密解

前節では、直視的な解を得ることを目標として、音波の入射条件を平面波垂直入射に限定し、音響負荷を無視した場合の遠距離反射音場を近似的に求めた。

本章で取り扱う、無限大剛バフル中の無限長 strip については、両端が単純支持であれば、固有関数展開によって音響負荷を考慮した厳密な解が得られる。本節では、その解析法について詳述するとともに計算例を示し、音響負荷を考慮した場合の近傍音場の特徴を述べる。また、前節で述べた近似解との比較も行なう。

8.3.1 解析

ここでは、板の両端を単純支持とし、Fig.8.6に示すように座標をとる。また、入射波は平面波とし、入射角を θ とする。

この場合も、解くべき板の振動方程式は、前節と同様に(8.2)であるが、ここで、板面上における p_i は斜入射であるから、

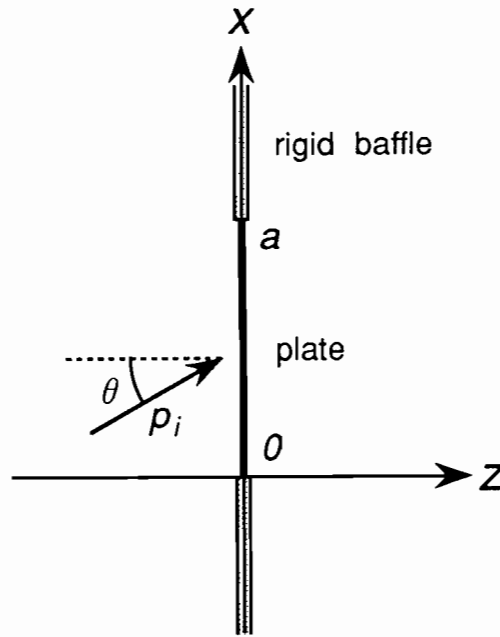


Figure 8.6: Geometry for deriving the strict solution of the reflection of a strip of elastic plate with infinite length and finite width in infinite rigid planar baffle.

$$p_i(x) = e^{ik_0 \sin \theta x} \quad (8.22)$$

となる。また、ここでは音響負荷を考慮するので、 p_{rad} の項は (8.11) によって表わされることに注意しておく。

板の境界条件を満足する固有関数は、

$$\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right); \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (8.23)$$

である。そこで、(8.2) に現れる全ての関数 (p_{rad} も含めて) を、(8.23) で展開すると、次のような代数方程式が得られる。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{mn} W_n + \frac{2}{ia\rho_0} \left[\rho_p h - \frac{D}{\omega^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 \right] W_m = \frac{4i}{a\rho_0 \omega^2} P_m \quad (8.24)$$

ここに、 W_n 、 P_m 、 ζ_{mn} は、それぞれ $w(x)$ 、 $p_i(x)$ 、 $H_0^{(1)}(k_0 | x - x_0 |)$ の展開係数である。すなわち、

$$w(x) = \sum_{n=1}^{\infty} W_n \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (8.25)$$

$$P_i(x) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \quad (8.26)$$

$$H_0^{(1)}(|x - x_0|) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi x_0}{a}\right) \quad (8.27)$$

ここで, (8.24) において W_m の係数を

$$\beta_m = \frac{2}{ia\rho_0} \left[\rho_p h - \frac{D}{\omega^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 \right] \quad (8.28)$$

とにおいて, マトリクス表示すると,

$$\begin{bmatrix} \zeta_{11} + \beta_1 & \zeta_{12} & \zeta_{13} & \cdots \\ \zeta_{21} & \zeta_{22} + \beta_2 & \zeta_{23} & \cdots \\ \zeta_{31} & \zeta_{32} & \zeta_{33} + \beta_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{4i}{a\rho_0\omega^2} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (8.29)$$

のように書ける.

これを数値的に解くことにより, 変位 $w(x)$ の展開係数 W_1, W_2, W_3, \dots が得られる. したがって, (8.25) により, 変位 $w(x)$ を求めることができる.

$H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|)$ の展開係数 ζ_{mn} を求めるには, 解析的に計算できないため, 数値積分によらなければならない. その際, $x = x_0$ において特異性を持つため, 若干の工夫が必要である.

ここでは, 特異点近傍を除いて数値積分し, 特異点近傍は近似 [91] を行なった上で, 別途解析的に求める. すなわち, $k_0 |x - x_0| \leq 0.1$ の範囲において,

$$H_0^{(1)}(k_0 |x - x_0|) \approx i \left(\gamma + \log_e \frac{k_0 |x - x_0|}{2} \right) \quad (8.30)$$

のように, かなり精度の良い近似ができることを利用すると,

$$\begin{aligned} \zeta_{mn} &= \frac{4}{N^2} \sum_{q=0}^{N-1} \left\{ \sum_{p=0}^{N-1} [J_0(k_0 |x_p - x_q|) + iN_0(k_0 |x_p - x_q|)] \sin \frac{mp\pi}{N} \right\} \sin \frac{nq\pi}{N} \\ &+ \begin{cases} \frac{8i}{m\pi^2} \left\{ \sin m\pi\epsilon \left(\gamma + \log_e \frac{k_0\epsilon}{2} \right) - m\pi\epsilon + \frac{(m\pi\epsilon)^3}{18} \right\} & (m = n) \\ 0 & (m \neq n) \end{cases} \quad (8.31) \end{aligned}$$

のようにして求められる。ここで、 N は数値積分のための分割数で、 $N \geq 8k_0a/\pi$ となるようにとる。これは、 J_0 および N_0 の 0 点間を、ほぼ 8 等分することを意味する。また、 ϵ は、特異点近傍で (8.30) の近似式を用いる範囲を示し、 $\epsilon \leq 0.5/m\pi$ または $\epsilon \leq 0.1/k_0$ のうち、どちらか小さい方をとる。

さて、得られた振動変位 $w(x)$ より、Rayleigh の式 (8.11) を用いて p_{rad} が求められるが、ここでは (8.15) のような近似をせず、直接 (8.11) を数値積分によって計算する。

p_{rig} についても同様に、次式を数値積分することによって求める。

$$p_{rig} = -\frac{\rho_0\omega^2}{2} \int_0^a (-ik_0 \cos \theta) H_0^{(1)}(k_0r) dx_0 \quad (8.32)$$

以上の結果を用いれば、反射音圧 p_r は (8.1) によって計算できる。また、 R_r は、数値計算結果から、(8.21) によって求められる。

8.3.2 計算例と考察

ここでは、前項に述べた固有関数展開による厳密解法による、 R_r の計算例を示し、前節の近似解では見られない近傍音場の特性について、その特徴を述べるとともに、近似解との比較についても簡単に触れておく。

近傍音場の特徴

前節で求めた近似解 (8.16)(8.17) では、遠距離音場であることを仮定し、近似的取り扱いとして面上各点からの位相差を無視している。したがって、受音点の距離 R は式の中では、単に距離減衰としてのみ影響する形で入っている。そのため、受音点の距離が変化しても、 \sqrt{R} に反比例して単調に減衰するだけの違いしか現れない。

しかし、振動面の近傍における放射音場は、ピストン円板等の単純な場合については、理論解析結果がよく知られており、距離に対して振動的に変化する等、非常に複雑な様相を示すことが分かっている [39, 92, 93]。また、ピストン振動の場合は、面上の位相が全て同じであるが、弾性振動の場合はモードが生じるため、より複雑な性状を示すことが知られている。したがって、有限な弾性板の反射音場を考える場合にも、板の近傍での音場の特性について調べておく必要がある。

そこで、板の中心と受音点の距離 R を、1~10m まで 1m 毎および 20, 100m にとって、厳密解により R_r の指向性を計算したものを、Fig.8.7に示す。周波数は 184.14Hz（共振周波数）で、垂直入射の場合である。

$R = 1$ m の場合には、角度による変化はあまり見られず、無指向性に近い形であるが、 R が大きくなるにつれて、 45° 、 60° 方向の R_r が正の側で大きくなっていき、逆に 75° 方向では負の側で大きくなる。このように 2~6m の間では、指向性が著しく現れ、距離によっても大きく変化する。7m では、まだ指向性に変化が見られるが、8m を超えるとほとんど無指向性に近付いていく。10m 以上では、ほとんど変化が見られず、ほぼ無指向性になり、 R_r の値自体が小さくなっている。

この例では、 $\eta = 0.05$ とかなり大きな損失係数をとっているため、全体に振動の影響は小さい方であるが、それでも近傍音場ではかなりの影響が現れ、距離によって指向性が著しく変化する様子が見られる。

距離が十分大きくなると、振動による放射の影響が小さくなっているが、これは、反射成分が面上で同相であるのに対し、有限板の放射成分はモードが生ずるため、位相が正負交替していることが、原因であると考えられる。すなわち、有限板の弾性振動による放射成分は、正負 2 重音源と同様に、面上各点からの寄与が互いに干渉し合うため、近傍において距離とともに急速に減衰するものと推論される。したがって、反射面に近い受音点では非常に複雑な音場となり、場所によっては弾性振動による放射の影響を大きく受けるものと思われる。

近似解との比較

前節で求めた近似解では、かなり大きな近似を行なっているため、板の諸定数の変化に対する影響などについて、その傾向を知るための定性的な検討は可能であるが、定量的な評価を目的とすると、問題が多いと思われる。一般に、このような近似解でも、実際に受音点が十分遠方であれば、比較的精度の良い近似になると言われている。ただし、前節の近似解の場合は、音響負荷を無視したことによる誤差が、場合によってはかなり大きくなると予想される。

近似解と厳密解の比較の一例を Fig.8.8に示す。周波数は振動の影響が大きくなる共振点近傍を選び、入射角は $\theta = 0^\circ$ としている。また、近似解では、受音点の距離は R_r には関係しないが、厳密解では $R = 1$ m とした。この例は、板の面密度が 60kg/m^2 とかなり大き

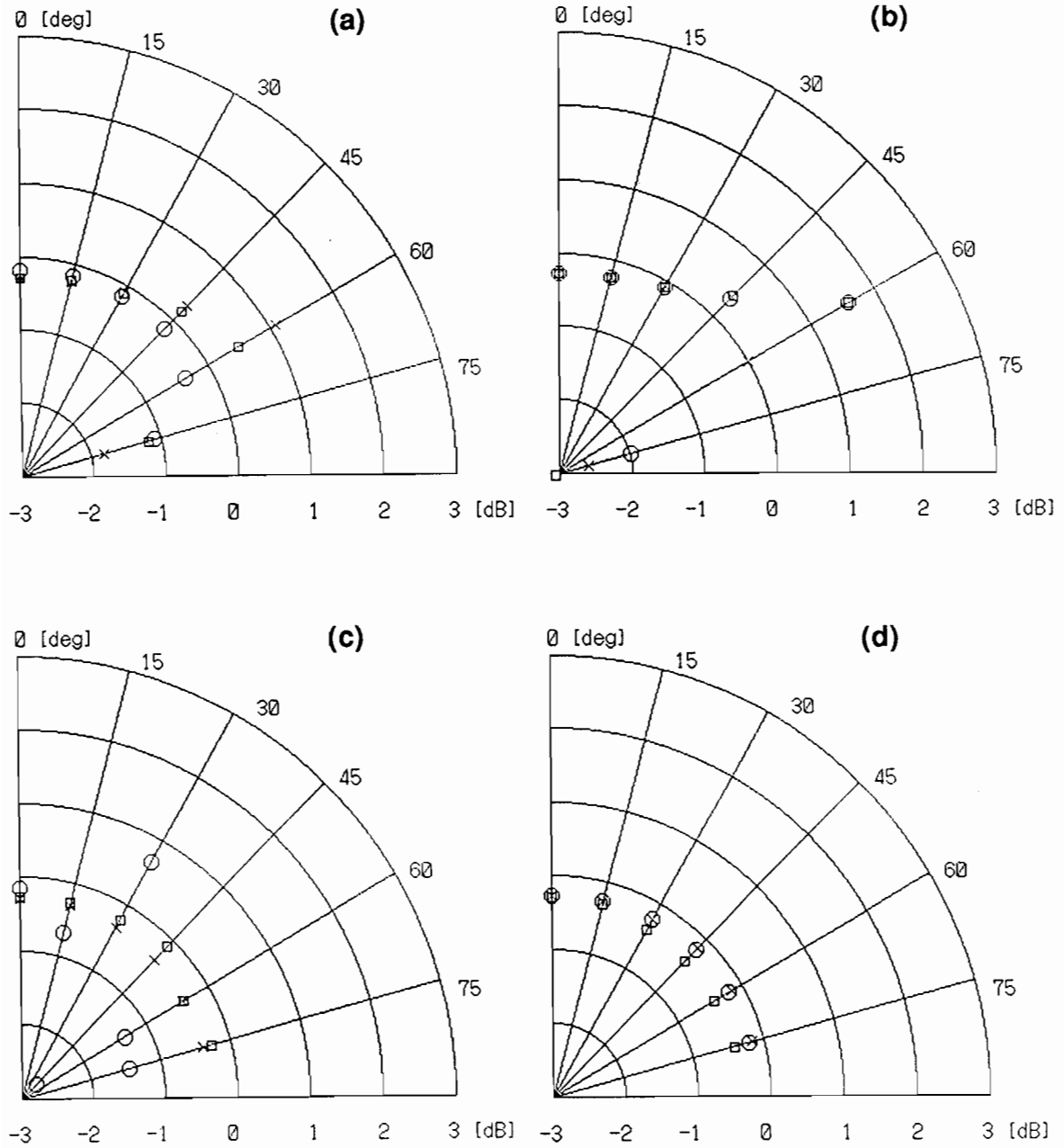


Figure 8.7: Variation of the directivity pattern of R_r due to the distance of the receiving point R calculated by mode expansion method. $R =$ (a) \circ : 1m, \square : 2m, \times : 3m, (b) \circ : 4m, \square : 5m, \times : 6m, (c) \circ : 7m, \square : 8m, \times : 9m, (d) \circ : 10m, \square : 20m, \times : 100m. $E = 6 \times 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 600 \text{kg/m}^3$, $h = 0.01 \text{m}$, $\eta = 0.05$, 184.14Hz (resonance), $\theta = 0^\circ$.

く、振動の影響は近似解の考察から考えて小さいと考えられる場合である。したがって、音響負荷を無視したことによる影響は、比較的少ないと推論される。

結果を見ると、厳密解と近似解では、 R_r の符号が逆転していることが多い。しかし、 $|R_r|$ としてみれば、 $0^\circ \sim 30^\circ$ の範囲では、比較的近い数値が得られている。特に、周波数が高い方では R_r の値が全体に非常に小さく、顕著な差は現れない。しかし、この範囲でも、符号が逆転している場合が多く、 45° 以上になると誤差が著しくなる。なお、損失係数が小さい方が、絶対値としても、符号についても両者の差異が大きくなる傾向にある。

同様の検討を、面密度の小さい (6kg/m^2) 板について行なったものを、Fig.8.9に示す。他の条件は Fig.8.8と同じである。この場合は面密度が小さいため、先の例に比べて振動の影響が若干大きくなっている。近似解と厳密解の差異としては、面密度が大きい場合と同じことが言える。

以上の比較では、いずれも損失係数がかなり大きい場合であったが、Fig.8.10に、損失係数、面密度ともに比較的小さい場合の一例をあげる。他の条件は、前に示した2つの例と同じである。

低次共振である (a) では、指向性は滑らかで、細かなサイドローブは現れていないが、比較的共振次数の高い (b) では、 R_r は小さくなるものの、指向性の変化が大きくなる。近似解と比較すると、(a) では 30° を除いて、いずれの方向でも誤差が非常に大きくなっている。(b) でも 0° 、 75° 以外はかなりの誤差があり、指向性のパターンが全く異なるものとなっている。

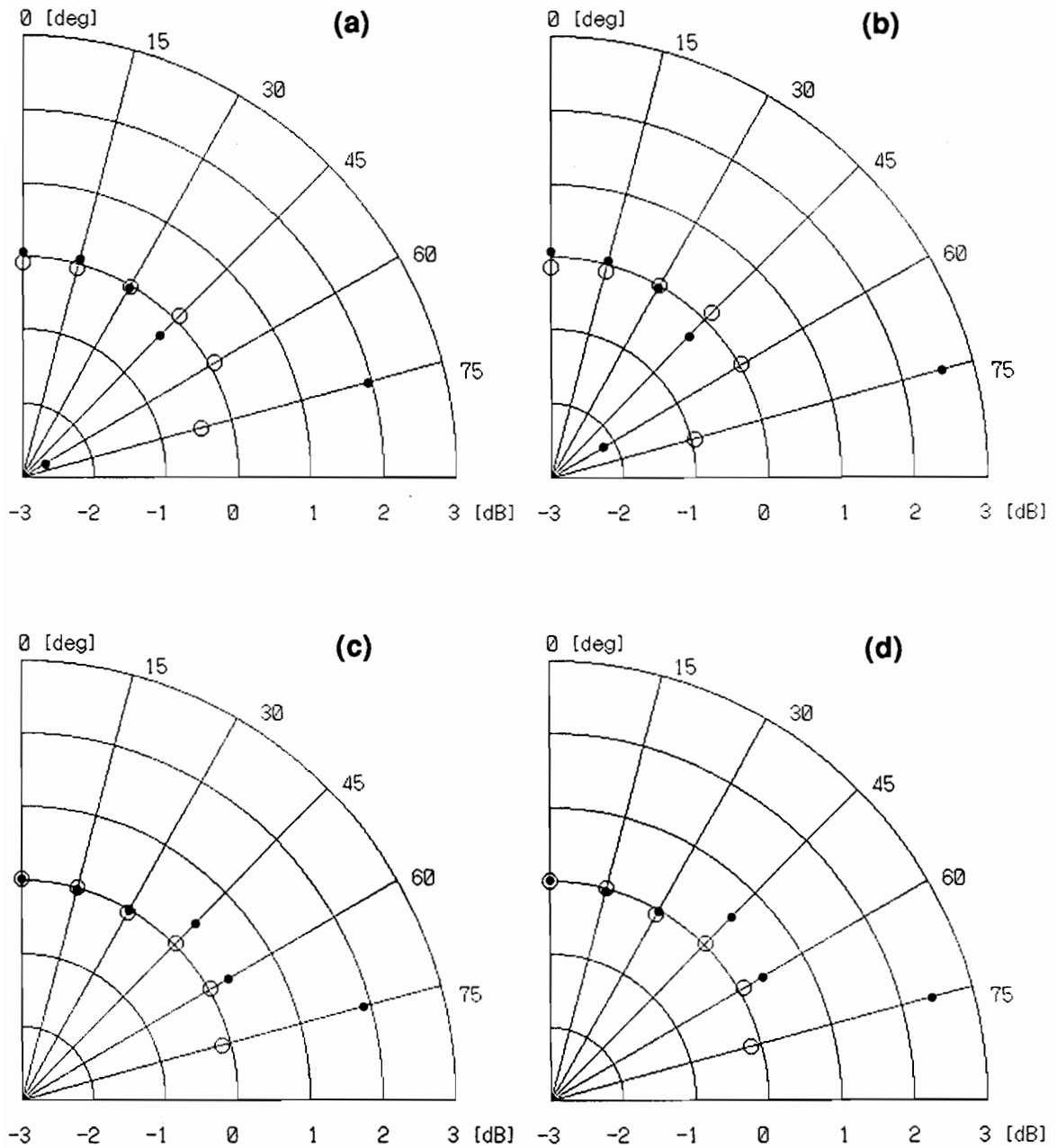


Figure 8.8: Comparison of R_r near resonances by using mode expansion method (\circ) with one by the approximation method (\bullet): (a) 190.11 Hz, $\eta = 0.1$, (b) 190.11 Hz, $\eta = 0.05$, (c) 528.09 Hz, $\eta = 0.1$, (d) 528.09 Hz, $\eta = 0.05$. $E = 2 \times 10^9$ N/m², $\rho_p = 600$ kg/m³, $h = 0.1$ m, $\nu = 0.3$, the width of the plate $a = 2$ m, $\theta = 0^\circ$.

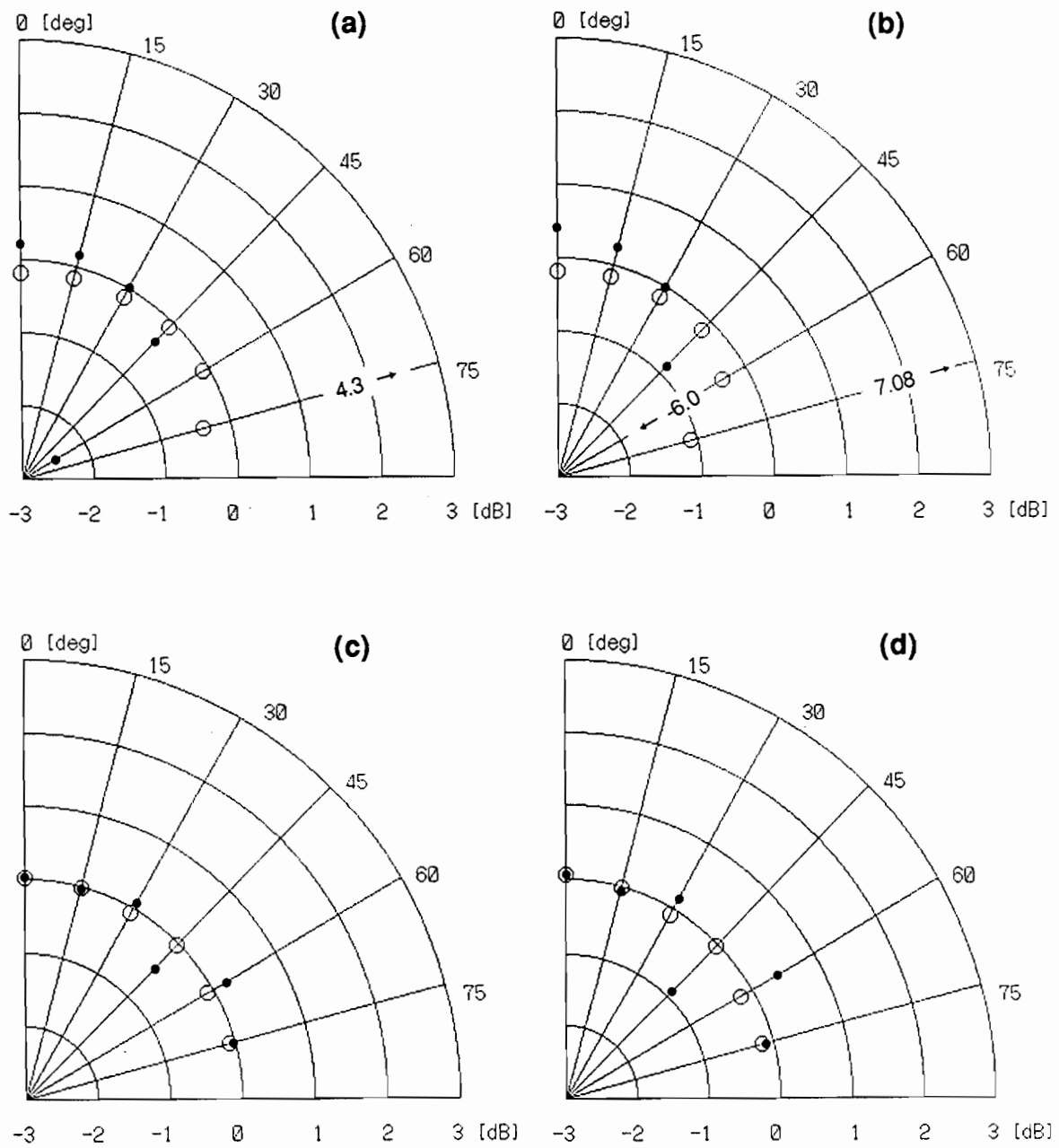


Figure 8.9: Comparison of R_r near resonances by using mode expansion method (○) with one by the approximation method (●): (a) 184.14Hz, $\eta = 0.1$, (b) 184.14Hz, $\eta = 0.05$, (c) 454.72Hz, $\eta = 0.1$, (d) 454.72Hz, $\eta = 0.05$. $E = 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.01\text{m}$, $\nu = 0.3$, the width of the plate $a = 2\text{m}$, $\theta = 0^\circ$.

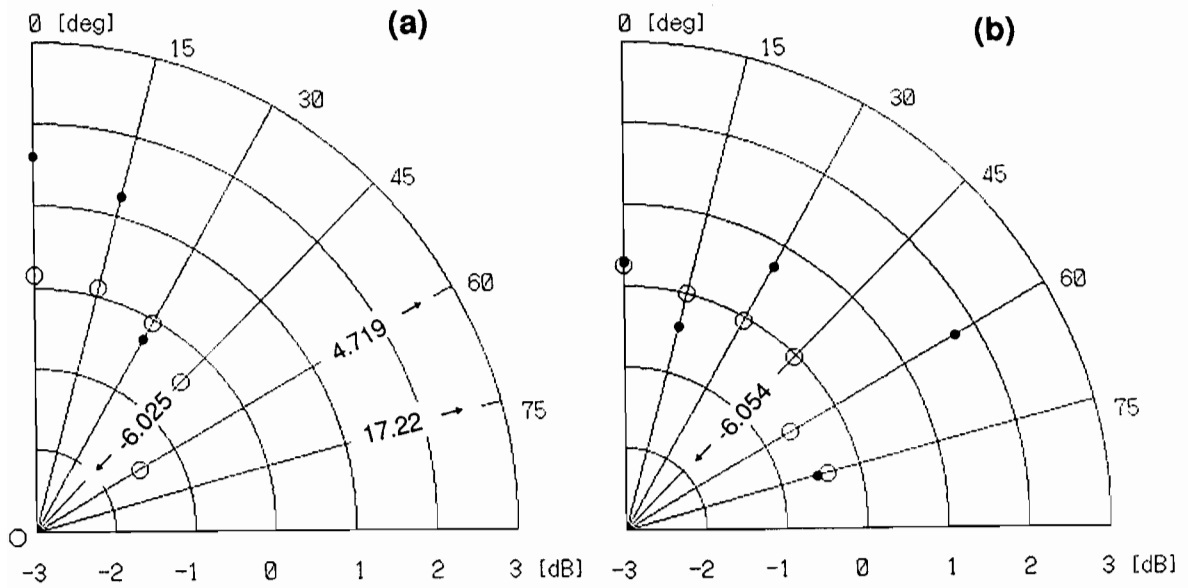


Figure 8.10: Comparison of R_r near resonances by using mode expansion method (\circ) with one by the approximation method (\bullet): (a) 184.14Hz, $\eta = 0.01$, (b) 454.72Hz, $\eta = 0.01$, $E = 6 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.01\text{m}$, $\nu = 0.3$, the width of the plate $a = 2\text{m}$, $\theta = 0^\circ$.

これまでに示した比較では、受音点の距離は1mであり、かなり近傍音場であるから、近似解で仮定した条件から考えて、精度の悪い範囲であると言える。しかし、Fig.8.9(b)を、同じ条件で受音点が遠方である場合の厳密解、すなわち Fig.8.7(d) に示した $R = 10 \sim 100$ m の場合と比較しても、 R_r の符号は逆転しているところが多く、 $|R_r|$ の値についても、 45° 以上の受音点では誤差が大きい。このように近似解の精度は、受音点が遠方であっても、必ずしも改善されるとは限らない。

以上のことから、近似解は板が十分な重量を持ち損失係数が大きい場合の、鏡面反射方向における弾性振動の影響について、単にその程度を比較するような大まかな定性的考察にしか用いられないと言えよう。したがって、定量的な予測にはさらに精度のよい解法を用いるべきであろう。

8.4 結論

本章では、有限な弾性板の反射特性について基礎的な知見を得るため、最も単純な場合である、剛パフル中の無限長 strip による 2 次元音場を解析した。

まず、できるだけ見通しの良い解を得るために、次のような条件のもとで近似解を導出した。

- 平面波垂直入射
- 遠距離音場
- 音響負荷を無視

得られた近似解から、板の諸定数が反射特性に及ぼす影響を考察し、弾性振動による放射の影響が主として共振点近傍のピークによって特徴づけられ、その他の周波数ではピストン振動成分によってわずかな影響を受けることを示した。また、その影響の程度には、主に板の面密度が関与することを示した。なお、板のヤング率の変化は、密度、厚さとともに共振点を変化させるため、結果としてピークの周波数に影響を与える。

しかし、この近似解では、かなり大きな近似を行なっているため、定量的な解析のためには精度の良い解析手法が必要である。そこで、固有関数展開法による、音響負荷を考慮した厳密な数値解法を示した。

固有関数展開法による厳密解を用いて、近似解では考察できない、有限な弾性板の近傍における反射音場の特徴を考察した。その結果、弾性振動による放射成分の影響は、主として板の近傍において顕著であり、遠方になるほどその影響は少なく、指向性パターンも無指向性に近づく傾向が見られた。

また、先に示した近似解と厳密解を比較することにより、近似解の精度について考察を行なった。その結果、近似解は遠方の受音点でもかなり精度が悪く、定量解析のためにはより精度の良い解法が必要であると言える。

第9章

矩形板の反射特性 —有限要素法・境界要素法による数値解析—

9.1 はじめに

前章では、有限な弾性板の音響反射特性についての基礎的な知見を得るため、最も単純な2次元音場モデルである無限大剛バフル中の無限長 strip について、近似解析解と厳密解を示した。その考察から、有限な弾性板の音響反射特性の基本的な特徴として、板振動の共振による影響が、周波数特性におけるピークなどの形で現れることが示された。また、指向性について見ても、共振点においてはかなり複雑なパターンを示すこと、および受音点の距離によって大きく変化することが分かった。さらに、共振点においては、反射特性に対する弾性振動の影響が、主として近傍音場において顕著であることが明らかになった。

前章で取り扱ったモデルは、実際の建築的条件から考えるとかなり特殊であり、あまり現実的な問題ではない。第2部序論でも述べたように、建築音響の問題において有限な弾性板として取り扱うべき問題は、オーディトリウム等で用いられる“浮き雲”のような、主として自由空間中の比較的寸法の小さい反射板の問題である。壁面、天井面、床面あるいはステージ反射板のような、かなり面積の大きな板については、第1部で述べたように、無限大板として取り扱っても差し支えない場合が多い。しかし、“浮き雲”の場合には、板の背後にも回折波が回り込み、周囲には複雑な音場が形成されるため、その解析は無限大板に比べると、複雑で困難なものになる。

このように考えると、有限な弾性板の反射問題としては、自由空間中の比較的小さい弾性板について、その特性を明らかにすることが重要になると言える。

剛な有限板の反射については、序章に述べたように比較的多くの研究があり、その形状や配置による影響については、かなり明らかにされている。しかし、剛な有限板の場合でも、解析解が得られるのは近似的な取り扱いに限られ、正確な解を求めるには、境界要素法¹のような数値解法を用いなければならない。

一方、自由空間中の有限な弾性板による反射問題については、有限な弾性板の振動が非常に複雑であることを考えると、数値解析によらなければ解を得ることができない。特に、板振動の駆動力となる板の両面の音圧差についても、有限板の場合は解析解が得られない。従来、この問題についてはあまり取り扱われていないが、有限要素法 (FEM) あるいは境界要素法 (BEM) を用いた研究が、少数ではあるが報告されている。

Hunt *et al.* [83] は、FEM を用いた定式化により、自由空間中の円板による反射音場を解いている。FEM による定式化では、本来は領域全体を体積要素に分割するため、自由空間の取り扱いが問題となる。これには若干の工夫を要し、音響学以外の分野でも様々な方法が提案されている。Hunt *et al.* は、この問題に対し次のような方法を用いている。まず、弾性板を含む仮想の閉空間を考え、閉領域問題として板と閉空間内音場の連成問題を解く。その結果、仮想閉空間の境界面上におけるポテンシャルの法線方向導関数が与えられる。次に、これを境界条件とする外部放射問題を考え、Helmholtz-Kirchhoff の積分公式を適用する。このようにすることで、自由空間の音場を求めるものである。計算においては、円板が完全に剛で全く振動しない場合 (“hard”), 剛であるがピストン振動を許す場合 (“rigid body”), 弾性振動する場合 (“elastic”) の 3 つの条件について、散乱断面積 (scattering cross section) を求めている。その結果を見ると、周波数特性においては、elastic と rigid body を比べると、ほとんど両者は同じであるが、elastic では共振点にピークが現れることが分かる。また、実験値との比較を行っており、かなり良く一致することを示している。Hunt *et al.* の研究では、解法の定式化および精度の確認と、一般的な特徴についての考察が目的とされており、材質やその他のパラメータによる影響については触れられていない。

Everstine *et al.* [84] は、自由空間中の弾性板に関する音響振動連成問題に対し、FEM と BEM を併用する方法を述べている。これは、上に述べたような開領域問題に対する FEM の弱点を、自由音場に対して BEM を適用することで有利にし、明快な定式化を図ったもの

¹境界積分方程式法 (BIE:Boundary Integral Equation method) を含めて、境界要素法 (BEM:Boundary Element Method) と呼ぶことにする。

である。数値計算の対象としては、水中における球状の弾性シェルであり、内部は真空と仮定されている。計算結果は、Junger and Feit[28]による級数解とほぼ完全に一致することを示している。散乱波の周波数特性を見ると、特に低周波数域では、シェルの共振と見られる複数のピークが現れている。Everstine *et al.*の研究では、既存の汎用解析プログラムを用いるための定式化と、その精度の検討のみが議論されており、他の音響的特徴に関する議論はほとんどない。

Everstine *et al.*のように、音場に対してBEM、板に対してはFEMを用いる方法によれば、明快な定式化が可能であり、様々な条件に対し柔軟に対応できるものと考えられる。ただし、音響負荷の問題を考えると、上述の研究の様に振動及び音場の方程式を連立させて解けば、正確な解を得ることができるとは必ずしも言えないが、大規模なマトリクス計算が必要となる。したがって、計算に要する時間も非常に大きくなり、実用上不利になる場合が多い。

この点については、適当な近似などによって、できるだけ簡便な解析法の確立が望まれる。音響負荷の影響が非常に著しい水中音響の問題と異なり、空気中の問題に対しては、特に高周波数域では音響負荷の影響自体が小さくなることから、ある程度の可能性が考えられる。

例えば、中山[71]による pc 近似、あるいはMason[62]が述べている逐次代入による方法によって、音響負荷が評価できれば、計算上かなり簡便になるため、実用上有利となることが期待できる。すなわち、近似的な方法で音響系および振動系の連成を考慮する方法、あるいは、一旦両者の連成を無視して解き、後から音響負荷の影響を評価する方法の可能性について、検討することも有用であると言える。

そこで本章では、建築音響的に重要な自由空間中の有限な弾性板の問題を取り上げ、定常状態における反射音場の、できるだけ簡便な数値解法を確立することを目標とする。解析手法としては、任意の条件に対して適用可能なFEM、BEMを用いて定式化を行なった。また、矩形弾性板の反射特性に板の諸定数が及ぼす影響についても考察を行う。さらに、音響負荷の評価法についての検討、特に前述の2つの方法(pc 近似、逐次代入)を用いることを試みる。

9.2 数値解析法

9.2.1 弾性板による反射音場

前章(8.1)で示したとおり、弾性板による反射音場は、板が剛である場合の反射音場に、振動による放射音場が加わったものとして現わされる。ここでは、各々の成分を速度ポテンシャルで表わし、弾性板の反射音場 ϕ_e を、板が剛である場合の反射音場 ϕ_{rig} に、放射成分 ϕ_{rad} が加わったものとして、次式で表わす。

$$\phi_e = \phi_{rig} + \phi_{rad} \quad (9.1)$$

ここで、数値解法を用いて、両者を別個に求めることを考える。まず、 ϕ_{rig} は、剛板による反射回折音場であるから、すでに解法は確立されており、境界要素法などによれば、任意の形状、条件に対して、正確な数値解を求めることができる。

一方、放射成分 ϕ_{rad} を求めるには、これまでも述べたとおり、板の両面の音圧差を駆動力とする強制振動問題を解くことが必要である。有限な弾性板の強制振動は、数学的に非常に複雑であり、解析的には解けない場合がほとんどである。したがって、数値解法に頼らざるを得ないが、板の振動問題については、有限要素法が有効であるとされており、広く用いられている。

この場合、両面の音圧差には音響負荷、すなわち板自身の振動によって生ずる放射音圧が含まれるので、板の振動を正確に評価するには、これを考慮しなければならない。音響負荷を求めるためには振動変位を知ることが必要であるが、逆に、振動変位を得るためには音響負荷を求めなければならない。したがって、何らかの形で板面上の放射音圧と振動変位の関係が与えられない限り、正確な振動変位の評価はできない。

板面上での放射音圧と振動速度の関係は、放射インピーダンスによって表わされるが、放射インピーダンスを知ることができる条件は限られている。そのため、任意の条件に対して音響負荷を求めることは、一般に非常に困難である。

そこで、本節では音場に対しては境界要素法、弾性板の振動に対しては有限要素法を用いた定式化を行なう。その際、第1近似として、まず音響負荷を無視した形で定式化する。音響負荷の評価法としては、先に述べた2つの近似法を取り上げ、後で詳しく検討する。

9.2.2 定式化

板の両面の音圧差

弾性板による反射音場を得るためには、まず弾性板の強制振動の駆動力となる板の両面の音圧差 p_d が得られなければならない。その場合、厳密には音響負荷の影響を考慮することが必要であるが、ここでは、まず音響負荷を無視し、同じ条件にある剛板の両面に生ずる音圧差 $p_{d,rig}$ を近似的に強制振動の駆動力とする。

まず、Fig.9.1に示す平板（厚さを0とする）の周りの音場を考える。いま、この板が剛板の場合、その表面 S に分布する両面の速度ポテンシャルの差 ψ_{rig} を求める。

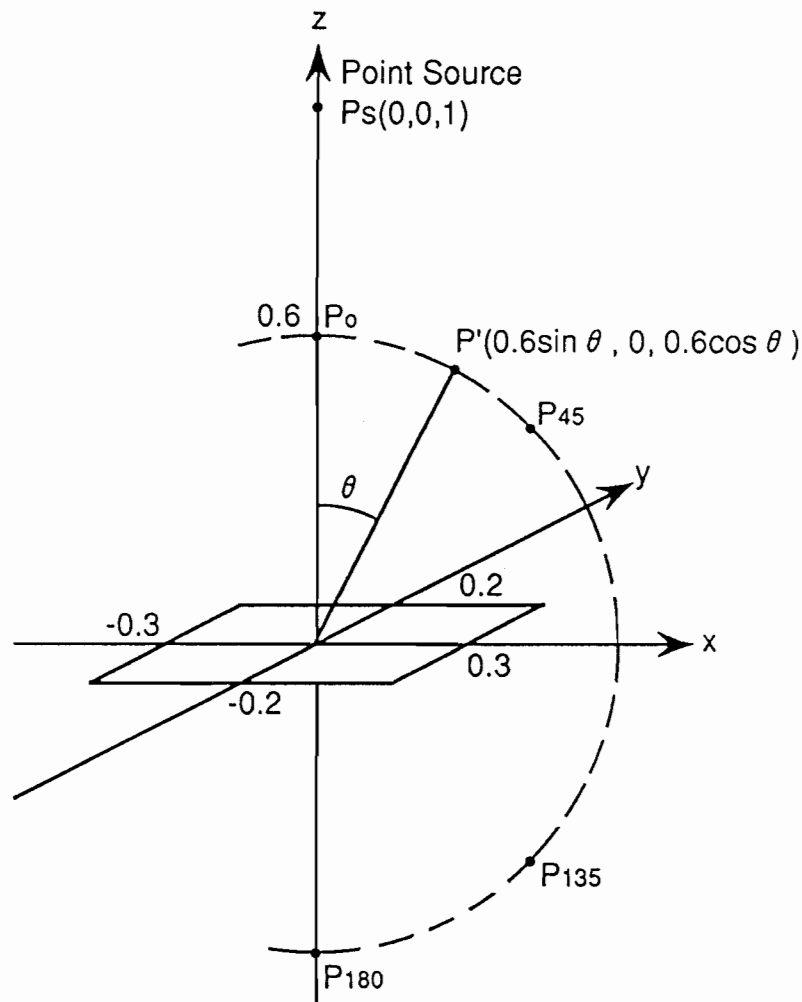


Figure 9.1: Geometry of an elastic rectangular plate. P_s is a point source. P' is a receiving point of the reflection angle ψ . P_0 , P_{45} , P_{135} and P_{180} are the receiving points of $\psi = 0^\circ$, 45° , 135° and 180° , respectively. The edges of the plate are clamped, and the size of the plate is $0.6 \times 0.4 (\text{m}^2)$.

この場合も、Helmholtz-Kirchhoffの回折公式(2.14)より得られる積分方程式(2.17)が基礎式となる。しかし、ここで考えるように反射回折物体の厚さが0の場合、(2.17)はそのまま用いることができない。これに対し、寺井[14]や河井[16]は、(2.17)を受音点 p における法線(n_p)方向に微分した形の、法線微分型積分方程式(NDF:Normal Derivative Form)を用いた定式化により、数値解を得る方法を示している。彼らは、NDFに対し(2.17)を、BF(Basic Form)と呼んでいる。NDFでは、結局両面のポテンシャル差 ψ_{rig} を未知関数とした、積分方程式を解くことになる。すなわち、

$$0 = \frac{\partial \phi_D(p)}{\partial n_p} + \int_S \psi_{rig}(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad (9.2)$$

- p, q : 面 S 上の点
 n_p, n_q : 点 p, q における面 S の外向法線
 $\phi_D(p)$: 点 p における直接音成分の速度ポテンシャル
 $G(p, q)$: 波動方程式の基本解 [= $\exp(ikr_{pq})/4\pi r_{pq}$],
 r_{pq} は点 p, q 間の距離

実際には面 S を N 個の長方形要素に分割し、各要素内で ψ_{rig} を一定として、(9.2)式を離散化したものを解く。したがって、最終的には N 元連立方程式

$$\sum_j^N \psi_j D_{ij} = E_i, \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (9.3)$$

を、数値的に解くことになる。ただし、ここに、

$$D_{ij} = \int_{S_j} \frac{\partial^2}{\partial n_p \partial n_q} \left(\frac{\exp(ikr_{pq})}{4\pi r_{pq}} \right) dS_q, \quad (9.4)$$

$$E_i = \frac{\partial}{\partial n_p} \left(\frac{\exp(ikr_{pP_s})}{r_{pP_s}} \right) = \frac{\exp(ikr_{pP_s})}{r_{pP_s}^2} (ikr_{pP_s} - 1) \cos(r_{pP_s}, n_p) \quad (9.5)$$

であり、 P_s は音源の位置を示す点である。なお、(9.4)における積分は、第 j 要素 S_j 内の動点 q_j について積分することを示す。また、点 p としては、要素 S_i の中心を採る。

ここで、点 p, q が一致する要素、すなわち特異要素の評価は、境界面 S が平面であれば、次式によって行なえることが示されている。すなわち、点 p を中心とする極座標系に変換することによって得られる式、

$$D_{ij} = - \int_{S_j} \frac{\exp(ikr_{pq})}{r_{pq}} d\theta + 2\pi ik, \quad (i = j) \quad (9.6)$$

を, (9.4) に代えて用いれば良い [14, 16]. なお, $i \neq j$ の場合にも, この式を用いれば一重積分によって, 必要な係数の評価ができる. ただし, $i \neq j$ の場合は, 第 2 項は 0 となることに注意が必要である.

これらを解くことによって得られた ψ_{rig} より, 弾性板の両面の音圧差 p_d は

$$p_d \approx p_{d,rig} = -i\omega\rho_0\psi_{rig} \quad (9.7)$$

となる. 第 1 近似として, これを弾性板の強制振動の駆動力とする.

両面の音圧差を外力とする弾性板の振動変位

(9.7) の音圧差を駆動力とする弾性板の強制振動問題を, 有限要素法によって解く.

この場合, 弾性板の振動方程式は, 変位を w として次式で表わされる.

$$D\nabla^4 w + \rho_p h \ddot{w} = p_{d,rig} \quad (9.8)$$

(9.8) を Euler 方程式とする汎関数 L_p は,

$$\begin{aligned} L_p = & \frac{D}{2} \int_S \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} dS \\ & - \frac{1}{2} \rho_p h \omega^2 \int_S w^2 dS - \int_S p_{d,rig} w dS \end{aligned} \quad (9.9)$$

となるので, (9.8) を解くことは (9.9) の停留問題と等価である [94]. ここで, 板を N 個の長方形要素に分割し, 各要素に関する汎関数を L_e とすれば, 板全体に関する汎関数 L_p は, L_e によって

$$L_p = \sum_e^N L_e \quad (9.10)$$

と表わされ, L_p の停留問題は各 L_e の停留問題に置き換えられる. 次に, 3 次エルミート内挿関数を用いて w を近似する [95]. この場合, 各要素は適合要素となる.

以上より, ひとつの要素を支配する方程式は,

$$\left[(\mathbf{K}_e - \omega^2 \mathbf{M}_e) - i\eta \mathbf{K}_e \right] \mathbf{w}_e = \mathbf{f}_e \quad (9.11)$$

となる。ただし、

K_e : 要素剛性マトリクス
 M_e : 要素質量マトリクス
 w_e : 要素節点変位ベクトル
 f_e : 要素節点外力ベクトル

である。これを全要素について共有する節点ごとに重ね合わせれば、板全体に関する離散化された振動方程式、

$$\left[(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) - i\eta \mathbf{K} \right] \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (9.12)$$

が得られる。ただし、

\mathbf{K} : 剛性マトリクス
 \mathbf{M} : 質量マトリクス
 \mathbf{w} : 節点変位ベクトル
 \mathbf{f} : 節点外力ベクトル

である。これを解けば、板の各節点での変位が求められる。

また、内挿関数を用いることにより、要素内の変位分布が得られるので、要素内で振動変位を平均することができる。要素の平均振動変位を w_{av} とすれば、平均振動速度 v_{av} は、

$$v_{av} = -i\omega w_{av} \quad (9.13)$$

である。

弾性板の周囲の音場

ここでも一定要素を用いるため、各要素の平均振動速度 (9.13) を用いて、放射成分 ϕ_{rad} を計算する。

まず、弾性振動によって生ずる板の両面の速度ポテンシャルの差 ψ_{rad} を求める。 ψ_{rad} は、次に示す法線微分型積分方程式を解くことにより得られる [96].

$$-v(p) = \int_S \psi_{rad}(q) \frac{\partial^2 G(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad (9.14)$$

(9.14) を解いて求めた両面の速度ポテンシャルの差 ψ_{rad} から、次式により受音点 P における放射成分 $\phi_{rad}(P)$ を得ることができる。

$$\phi_{rad}(P) = \int_S \psi_{rad}(q) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} dS_q \quad (9.15)$$

次に、この ϕ_{rad} を(9.1)に示したとおり、 ϕ_{rig} と加えることで、弾性板による放射音場 ϕ_e が求められる。 ϕ_{rig} は、(9.2)より求めた剛板の両面の速度ポテンシャルの差 ψ_{rig} を、(9.15)に直接音の項 $\phi_D(P)$ を加えた式、

$$\phi_{rig}(P) = \phi_D(P) + \int_S \psi_{rig}(q) \frac{\partial G(P, q)}{\partial n_q} dS_q \quad (9.16)$$

に代入すれば得られる。

9.3 計算結果と考察

9.3.1 反射音場の計算例とその特徴

前節で述べた方法によって求めた計算結果の一例を示し、弾性板による反射音場の特徴について述べる。

ここでも、板の弾性振動が音場に及ぼす影響を表わす指標として、(8.21)に定義した R_r を用いる。ただし、ここでは速度ポテンシャル ϕ_e 、 ϕ_{rig} の比とし、両者とも直接音を含む板の周囲の音場とする。すなわち、

$$R_r = 20 \log_{10} \left| \frac{\phi_e}{\phi_{rig}} \right| \quad (9.17)$$

まず Fig.9.1に示す条件で、 P_0 点における放射成分(ϕ_{rad})、反射音場(ϕ_e)および R_r の周波数特性を計算した結果の一例を Fig.9.2に示す。 ϕ_{rad} については音源から1.6 mの距離における直接音、 ϕ_e については受音点における直接音を各々0dBとして表わす。板の各定数はヤング率 $E = 10^9 \text{ N/m}^2$ 、密度 $\rho_p = 500 \text{ kg/m}^3$ 、厚さ $h = 2.5 \text{ mm}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.34$ 、損失係数 $\eta = 0$ であり、周辺は固定されている。

ϕ_{rad} 、 ϕ_e 、 R_r のいずれにも鋭いピーク、ディップが現れている。 ϕ_e と R_r はピーク、ディップが一致しているが、 ϕ_e 、 R_r のピーク、ディップを ϕ_{rad} のそれと比較すると、両者は一致する場合としない場合がある。

この様子を詳しく見るため、Fig.9.1に示した円周上の4つの受音点($\theta = 0^\circ, 45^\circ, 135^\circ, 180^\circ$)における、板振動の共振点近傍での ϕ_{rad} と R_r の振る舞いを Fig.9.3に示す。

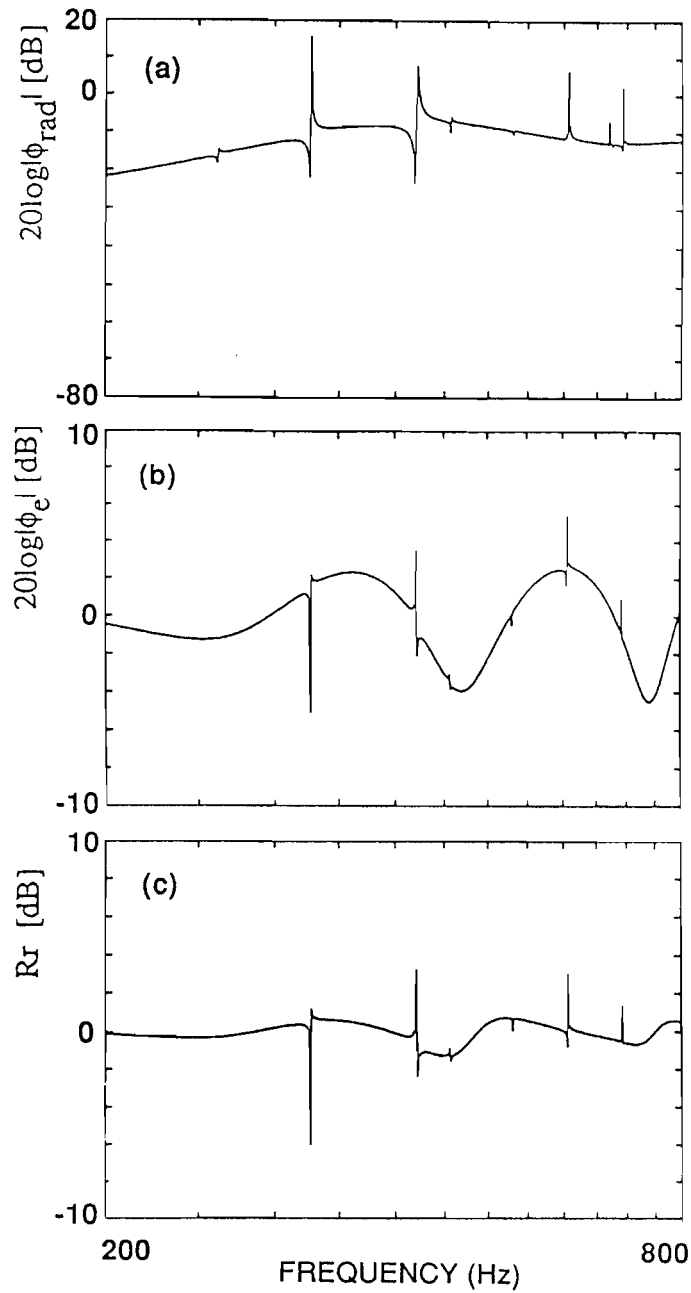


Figure 9.2: Examples of calculated frequency responses of (a) radiation component ϕ_{rad} , (b) reflected sound field (including direct sound) ϕ_e and (c) R_r of an elastic rectangular plate with clamped edges of Fig.9.1. $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^3$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$.

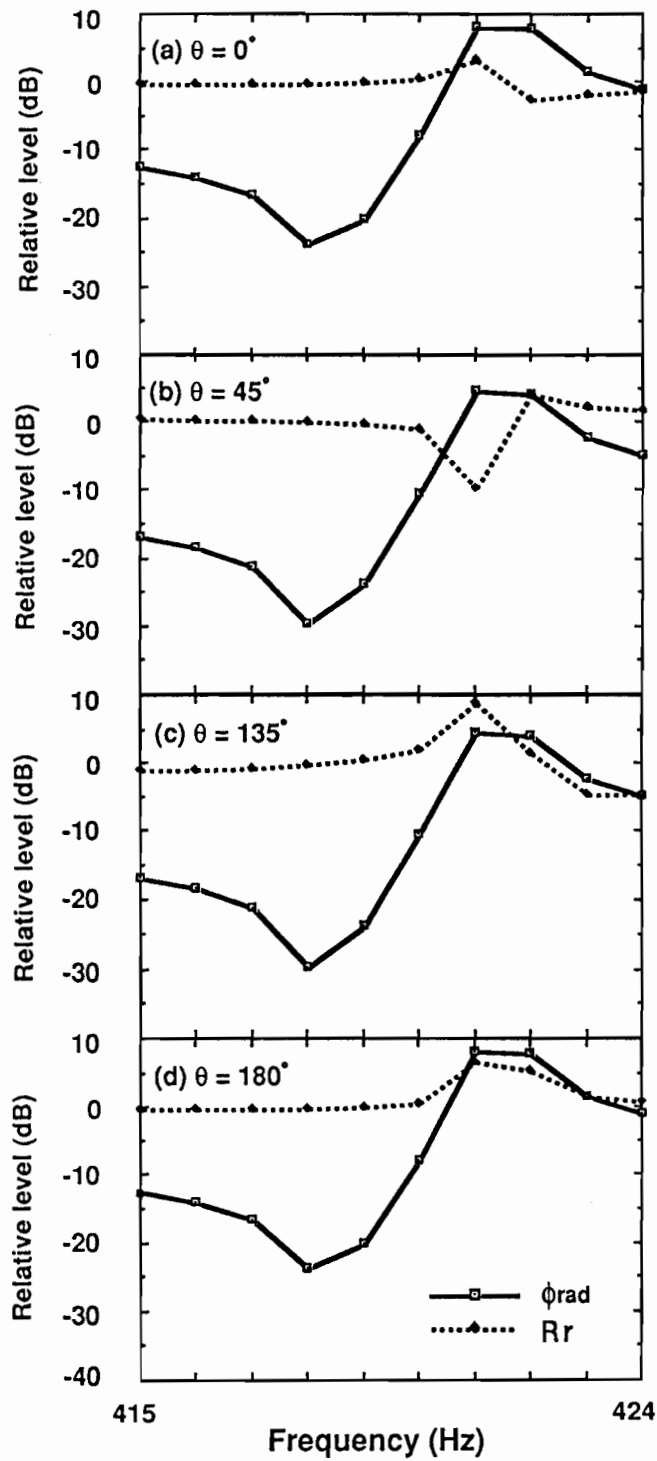


Figure 9.3: Examples of frequency responses of ϕ_{rad} and R_r near resonance of plate vibration. $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^3$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$, (a) $\theta = 0^\circ$ (P_0), (b) $\theta = 45^\circ$ (P_{45}), (c) $\theta = 135^\circ$ (P_{135}), (d) $\theta = 180^\circ$ (P_{180}).

図から分かるとおり、同じ板の同じ共振点においても受音点の位置によって、 ϕ_{rad} がピークになる周波数で R_r がピークになる場合と、ディップになる場合がある。これは各受音点における ϕ_{rad} と反射成分 (ϕ_{rig}) の関係によって決まると考えられる。音響負荷を無視した場合、傾向としては ϕ_{rad} のピークで ϕ_e と R_r がピークになる場合、 ϕ_e と R_r のディップはピークより少し高い周波数に現れるが、 ϕ_{rad} のピークで ϕ_e と R_r がディップになる場合には、 ϕ_e と R_r のピークはディップより少し高い周波数に現れる。また、板の裏側の受音点では、 ϕ_e と R_r にはディップが現れないことが多い。

なお、 ϕ_{rad} のディップでは、振動の影響は反射音場にはほとんど現れず、 R_r は 0dB に近づく。

R_r の結果を見ると、板振動の共振点の影響であるピーク、ディップの他にも、ゆるやかな変動がある。これは共振点以外でも板面全体がピストンの的に振動する成分が存在するため、直接音と反射音の位相差によって生じる変動が、剛板の場合と若干ずれることが原因と考えられる。

9.3.2 反射特性に対する板の諸定数の影響

ここでは、矩形弾性平板による反射音場の周波数特性を数値解析した結果を示し、板の各定数（厚さ、密度、ヤング率、損失係数）の変化が反射特性に及ぼす影響について考察する。

ここでは、定性的に共振点の影響を見るため、全て音響負荷を無視して計算した例を示す。板の諸定数として、厚さ h 、密度 ρ_p 、ヤング率 E 、損失係数 η を変化させ、Fig.9.1の点 P_0 における R_r の周波数特性を計算した。板の周辺は固定の場合である。結果を Fig.9.4 に示す。なお、各弾性板の最低共振周波数を FEM で計算し、図中に f_0 として示した。

各定数の影響として、Fig.9.4から次のことが分かる。

1. 厚さの小さい方が、 R_r が全体に大きく変動している。これは板の面密度が小さいため、屈曲振動成分以外に、ピストン振動成分が大きいためと考えられる。
2. 密度が大きくなると R_r は小さくなり、この例ではほとんど 0dB となっている。これは、板振動の振幅が面密度に反比例するため、全体に変位が小さくなり、放射されるエネルギーが減少したためと考えられる。

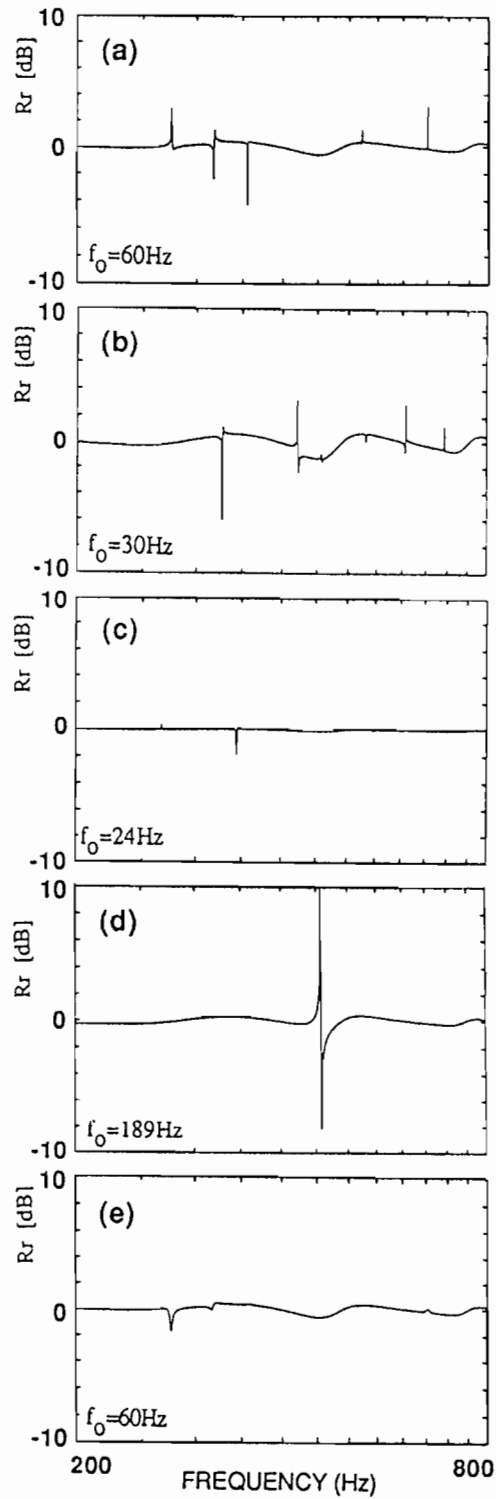


Figure 9.4: Effects of properties of plate on calculated frequency response of R_r . (a) $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$, (b) $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$, (c) $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 3000 \text{kg/m}^2$, $h = 5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$. (d) $E = 10^{10} \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$. (e) $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0.01$.

3. 損失係数が変化しても共振周波数は変化しないので、ピーク、ディップの周波数は変わらない。しかし、損失係数が大きくなると、板の内部で失われるエネルギーが多くなって屈曲振動が抑えられ、その結果共振の影響は小さくなる。共振点近傍以外では、損失係数の変化はほとんど音場には影響しない。

9.4 板振動に対する音響負荷の取扱い

任意の条件の有限板の振動に対する音響負荷を、正確に評価することは困難であるので、ここまではこれを無視して解析を行なった。

そこで、本節では音響負荷を評価する方法について検討するとともに、音響負荷を無視することによる精度への影響を検討する。

9.4.1 逐次代入による方法

Mason[62] は、平面波入射に対する剛バフル中の膜 (strip) の振動変位を求める際に、音場と振動各々の方程式を連立して解く代わりに、次のような方法を提案している。まず音響負荷を無視、すなわち連成を考慮せずに振動を解き、得られた振動変位から放射音圧を求め、これを音響負荷の第1近似とする。次に、これを外力項 (入射音波によって生じる、膜表面の音圧) に加え、振動方程式を再度解く。以下、この手順をくり返し、収束値を得ることで、音響負荷を考慮した振動変位を評価しようというものである。

Mason は、この方法による計算では、共振点から十分離れた周波数でないと収束性が悪く、共振点近傍では発散すると述べている。その原因としては、本来、収束の仕方が振動的であり、共振点近傍では計算上の丸め誤差によって、振動的に発散する傾向を示すようになると説明されている。

ここでは、Mason が提案した上述の方法 (逐次代入法と呼ぶ) を用いた計算法について、特にその収束性に関する検討を行なう。

まず、板振動の駆動力として (9.7) を使い、音響負荷を無視する方法で求めた放射音圧 p_{rad} を、音響負荷の第1近似として $p_{d,rig}$ に加え、振動方程式 (9.8) の右辺に代入する。その結果得られた p_{rad} は、先に得た値よりも厳密な値に近いと考えられる。このように、得られた p_{rad} を音響負荷の近似値として振動方程式に逐次代入して計算を反復し、その結果 p_{rad} の収束値が得られれば、その値は音響負荷を評価した放射音圧であると考えられる。

上述の方法によって実際に計算を行ない、放射成分（音圧）の収束性を調べた。Fig.9.1に示す矩形弾性板（周辺固定）に中心軸上の点音源から球面波が入射する場合について、代入回数による板面中央での放射音圧 p_{rad} の変化を Fig.9.5に示す。図中 0dB は、同じ点での直接音 (p_{dir}) の音圧レベルである。

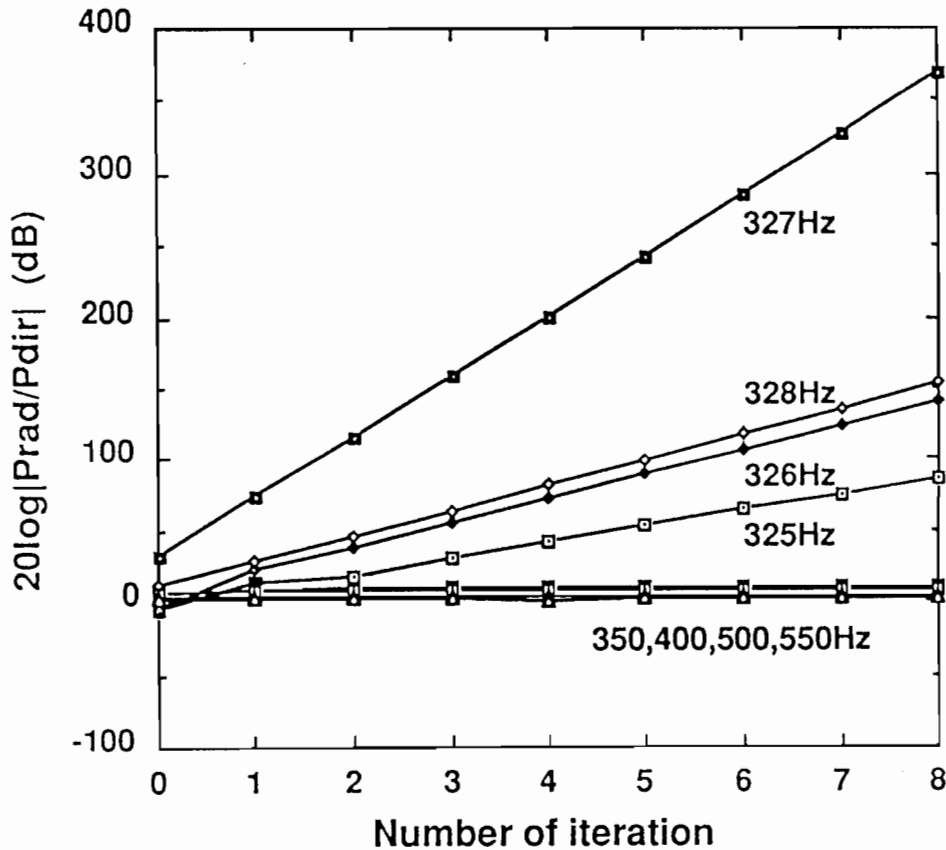


Figure 9.5: Variation of difference of radiated pressure between two sides of the plate (p_{rad}) due to successive iteration. The value of p_{rad} is indicated as relative level to the direct sound at the same point (p_{dir}). $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$.

図より明らかなように、 p_{rad} の変化は、周波数によって2つの傾向にわかれることが分かる。共振点から十分はなれた周波数 (350, 400, 500, 550 Hz) では、2~3回の代入で速やかに収束する。一方、共振点近傍 (325, 326, 327, 328 Hz) では、代入する度に p_{rad} は大きくなり発散する。この原因は損失係数 $\eta = 0$ とした場合、共振点近傍では振動方程式 (9.12) の係数マトリクスの行列式が0に近付き、解が非常に大きな値となるため、逐次代入の際に音響負荷として加えられる p_{rad} が、代入する度に大きくなったためである。

しかし、損失係数 $\eta \neq 0$ の場合には上述のような問題は起こらず、 p_{rad} は収束するものと考えられる。そこで $\eta = 0.1$ として、共振点近傍(325, 326, 327, 328 Hz)において逐次代入を行なった結果を Fig.9.6に示す。 p_{rad} はいずれの周波数でも2~3回の代入でほぼ一定値となり、一様に収束する傾向が見られる。

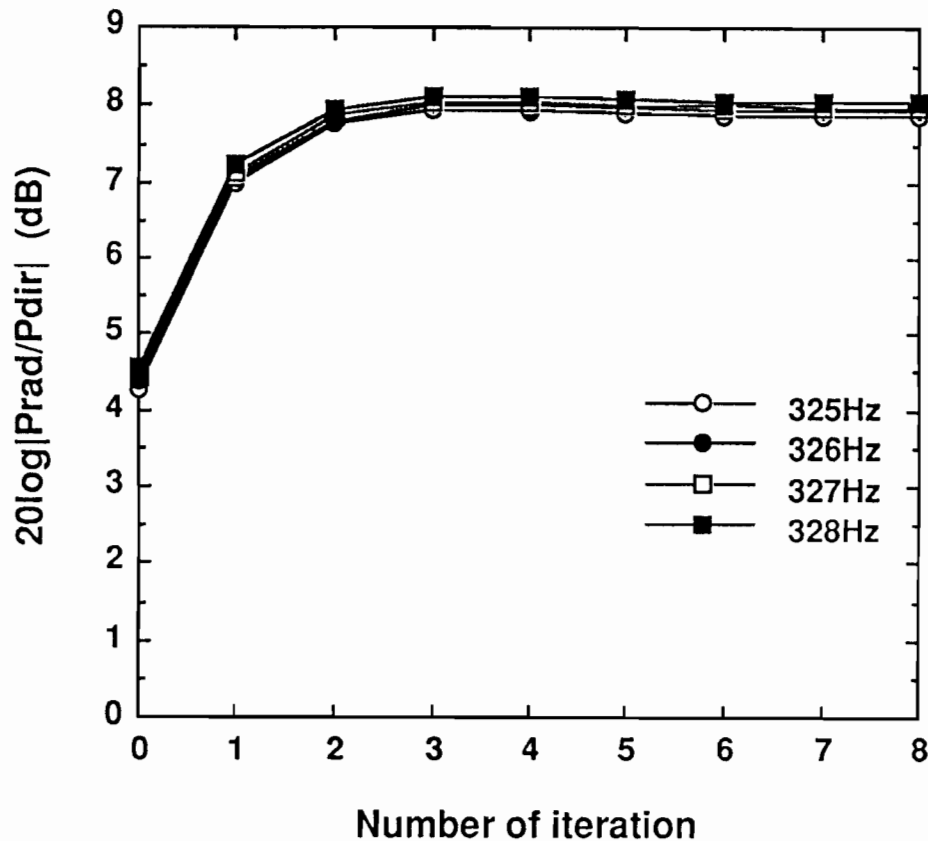


Figure 9.6: Variation of difference of radiated pressure between two sides of the plate (p_{rad}) due to successive iteration. The value of p_{rad} is indicated as relative level to the direct sound at the same point (p_{dir}). $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0.1$.

この収束性については、 η の値が大きく影響すると考えられるので、次に η の値を0.01から0.1の間で変化させて、最も共振点に近い327 Hzにおける p_{rad} の収束性の変化を調べた結果を Fig.9.7に示す。

$\eta = 0.1$ の場合は前述のとおり速やかに収束するが、 η の値が小さくなるにつれて徐々に振動的に変化する傾向が現れる。しかし $\eta = 0.04, 0.05$ では、一定値を中心として若干変化している程度と見ることができ、ほぼ収束する傾向とみなせる。一方 $\eta = 0.03$ では、振動的

に変化しながら徐々に増大しており、発散する傾向にある。また $\eta = 0.02$ の場合には、代入回数の少ない範囲では振動的に変化しているが、以後単調に増加し続ける。 $\eta = 0.01$ の場合には、全くの単調増加となり発散する。

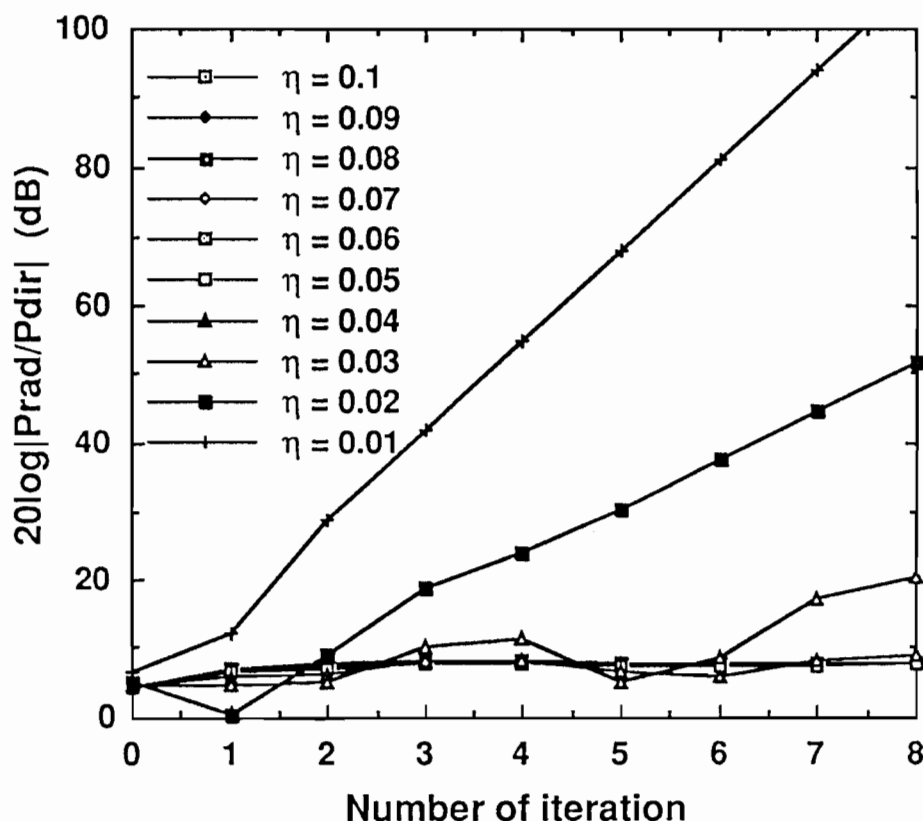


Figure 9.7: Effect of plate loss factor η on the convergency of successive iteration method. The value of p_{rad} is indicated as relative level to the direct sound at the same point (p_{dir}). $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$.

このように、収束性については η の値によって著しい変化が見られるが、大まかには2つの傾向に分けられ、 η が大きい場合は収束するが、 η が小さくなると収束性が悪くなる。この2つの傾向の分かれ目となる η の値については、板の他の定数などによっても変化するものと思われる。

以上の結果から、共振点近傍を除けば、逐次代入によって問題無く音響負荷を評価することができるが、共振点近傍では、 $\eta = 0$ の場合には放射音圧が発散するため、この方法は適用できないことが分かった。また、 η が大きい場合には、共振点近傍でも適用できるが、 η が小さい場合には収束性が悪くなり発散する場合もあるので、この方法は適用が困難である

といえる。

9.4.2 ρc 近似による方法

前節で述べた逐次代入法は、 η が小さい場合は共振点近傍での適用性に問題があるため、一般的に適用することは難しい。そこで共振点近傍も含めて一般的に適用可能な方法が必要となるが、ここではその一つとして、振動方程式 (9.12) にあらかじめ近似的に音響負荷による減衰項を加えることを試みる。

まず音響負荷として板面に加わる力 f_a が、板の振動速度 v に対して、空気の実インピーダンスである一定値 $\rho_0 c_0$ によって比例するものと仮定し、

$$f_a = \rho_0 c_0 v = -i\omega \rho_0 c_0 w \quad (9.18)$$

で近似する。これを、以下 ρc 近似と呼ぶ [71]。

ρc 近似の場合、板振動の汎関数 (9.9) に音響負荷 f_a による仕事の項が加わる。その結果、マトリクス表示された振動方程式は、

$$\left[\left(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} \right) + i \left(-\eta \mathbf{K} + \omega \frac{2\rho_0 c_0}{\rho_p h} \mathbf{M} \right) \right] \mathbf{w} = \mathbf{f} \quad (9.19)$$

となる。

ρc 近似は、本来は周波数の複雑な関数である放射インピーダンスの虚数部を無視し、周波数とは無関係に実数 $\rho_0 c_0$ と近似することに相当する。そのため、振動変位が大きいほど、音響負荷を過大評価する可能性があると考えられる。

従来の研究から、板の比放射インピーダンスは、十分高い周波数域においてはほぼ 1 に近づくことが知られている [68, 71, 86]。したがって、この近似によっても、高周波数域ではかなりの精度が得られるものと期待できる。

ここでは、 ρc 近似の妥当性について検討するため、Fig.9.1の場合 (板の周辺は固定) に対し、500Hz (非共振周波数) における板の中心から半径 0.6 m の円周上の音場を、次の 3 つの方法で計算した結果を、各受音点での直接音に対するレベルとして Fig.9.8 に示す。

1. 音響負荷を無視した方法 (図中 1)
2. ρc 近似 (図中 2)

3. 逐次代入 (図中 3)

なお、比較のため剛板の反射音場を図中に 4 として示してある。

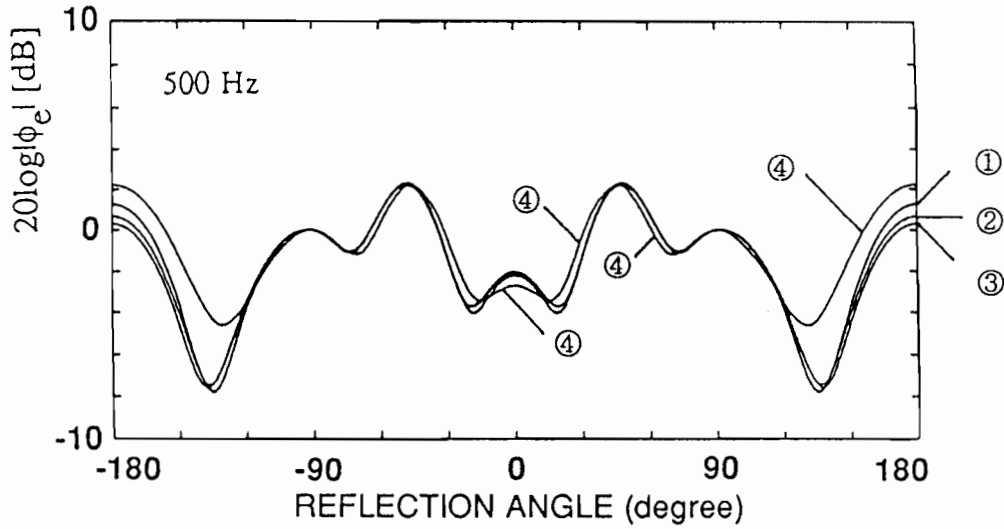


Figure 9.8: Reflected sound field (including direct sound) at 500 Hz by an elastic rectangular plate calculated with (1) neglecting acoustic loading, (2) ρc -approximation and (3) successive iteration method, in comparison with (4) one by a rigid rectangular plate. $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$.

この場合、1, 2, 3 の結果の差は、1dB 以内である。したがって、共振の影響のない周波数では音響負荷の影響は小さく、音響負荷を無視または ρc 近似によっても真値に十分近い結果が得られることが分かる。

また、この条件の場合、板の弾性振動の影響は反射角がほぼ 100° から 140° の範囲で最大となり、1, 2, 3 と 4 (剛板) には最大 4dB 近い差が見られる。このことから、共振点近傍以外でも弾性振動の影響を考慮する必要があるといえる。

次に、音響負荷を無視した方法および ρc 近似により、同じ板について Fig.9.1 の点 P_0 での反射音の周波数特性を求め比較する。各々の計算結果を Fig.9.9 に示す。 ρc 近似では共振による鋭いピークやディップが全く現れていないが、ここで計算した弾性板の場合、厚さや物性値から考えて共振の影響が全くないとは考え難い。これは、共振点で振動変位が極大とな

るとき、 ρc 近似では振動変位に比例した負荷が与えられるため、ピークやディップが打ち消されたことが原因と考えられる。共振点近傍ではこのような問題があるが、それ以外では両者の結果はよく一致している。

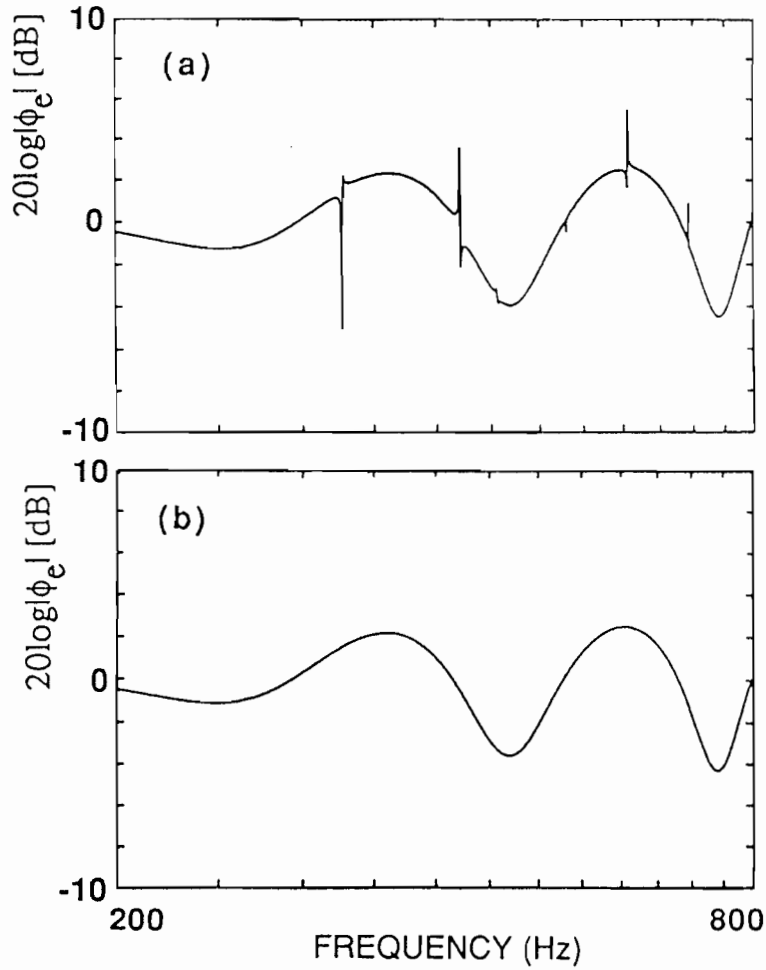


Figure 9.9: Examples of frequency responses of ϕ_e calculated by (a) neglecting acoustic loading and (b) ρc -approximation. $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^2$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\nu = 0.34$, $\eta = 0$.

このように、今回解析した範囲では、共振点近傍以外では音響負荷を無視しても、 ρc 近似によっても十分な精度で解を得ることができた。一方、共振点近傍において弾性振動の音場への影響を評価するためには、どちらの方法も十分とはいえない。特に ρc 近似の場合、条件によって音響負荷を過大評価することがあり得るため、本来は現れるはずの板の共振の影響が、全く結果に現れない場合もある。板の放射インピーダンスの性質として、周波数とともに $\rho_0 c_0$ に近づく傾向があるため、周波数が近似の適用範囲を決定する要因のひとつとなるであろう。また、(9.19) から見られるように、板の諸定数、特に ρ_p , h との関連によって、その適用性はかなり左右されるものと考えられる。したがって、これらの点を考慮して、その適用範囲を明確にする必要がある。

9.5 結論

弾性板による定常反射音場の数値解法を、有限要素法及び境界要素法を用いて定式化し、さらに弾性板に対する音響負荷の取扱いについて検討した。

まず、最も簡単な、音響負荷を無視する方法による数値計算結果から、矩形弾性板の反射音場の一般的特徴について考察した。その結果、反射音場の周波数特性では板振動の共振点付近に、共振の影響によってピークおよびディップが生じ、それらの現れ方は受音点の位置によって変化することが分かった。有限な板の場合、回折効果によって周囲の音場は非常に複雑になっており、放射成分および反射成分の位相差等のため、このような複雑な変化を示すものと考えられる。また、同じ方法による計算結果から、板の諸定数が反射音場に及ぼす影響を明らかにした。

音響負荷の評価法としては、板振動および音場各々の方程式を連立する方法ではなく、できるだけ簡便な方法を採用することを目標として、逐次代入法と pc 近似の2法について検討した。

連成を無視して求めた放射音圧を、振動方程式に繰り返し代入することで音響負荷を評価する逐次代入法について、その収束性を調べ、適用性について考察した。その結果、共振点近傍を除けば収束性は良く、この方法で音響負荷を評価できる可能性を示した。ただし板の損失係数 $\eta = 0$ の場合、共振点近傍では解が発散するため、この方法を適用することはできない。また $\eta \neq 0$ の場合でも、 η が小さい場合には発散することもあり、やはり適用は困難である。

pc 近似の場合、板の条件によっては共振の影響が完全に打ち消され、結果に現れない場合が見られた。これらの評価法の適用範囲については、厳密解が得られる条件のもとで比較を行なうなどの方法により、周波数や板の諸定数との関連を明らかにしておく必要があり、さらに詳細な検討を要する。

一方、音響負荷を無視した方法でも、共振点近傍以外では上記2法との差は少なく、精度としては十分であると考えられる。また、共振点近傍では定量的な評価はできないが、共振の影響によるピーク、ディップの傾向を捉えることができる。

今回の計算結果の中には、共振の影響のない周波数であっても、弾性振動の影響が約4dBに及ぶ場合があり、板の弾性振動を考慮する必要があると示唆された。このことから、物体による反射音場を正確に解析するためには、弾性振動を考慮することが必要であるといえる。本章

で示した方法は、任意の形状、条件における弾性振動の影響を含んだ音場解析へのアプローチとして、有効な手段になると考えられる。

第10章

音響負荷の取り扱いに関する考察

10.1 はじめに

前章では、オーディトリアムの“浮き雲”に対応する条件として、自由空間中の矩形弾性板による反射音場を解析することを目的として、弾性板の振動解析に対しては有限要素法、周囲の音場解析に対しては境界要素法を用いた、数値解析法に関する検討を行なった。この場合、板振動および音場各々の方程式を連立させることによって、原理的には音響負荷を正確に考慮した解を得ることが可能であるが、計算量の問題などから考えて、前章では両者を連立させて解く方法を探らず、できるだけ簡便な方法によって音響負荷を取り扱う方法を用いることとし、2つの方法を取り上げた。

ひとつは、Mason[62]の提案した逐次代入法である。これは、板振動と音場の連成を一旦無視して求めた放射音圧を、音響負荷の第1近似として振動方程式に逐次代入し、収束値を得ることによって音響負荷を考慮した解を得ようとするものである。もう一方は、中山[71]が提案した pc 近似である。これは、板の放射インピーダンスを、一様に空気特性インピーダンス $\rho_0 c_0$ として、音響負荷を近似するものである。

前章では、これら2つの方法による計算例を示し、各々について簡単な考察を行なったが、適用性についてより詳細に検討するには、正確値との比較による精度の評価が必要である。しかし、自由空間中の矩形弾性板に対しては、厳密な解が得られないため、厳密解との比較による精度の検討は不可能である。また、音響負荷の影響が顕著な問題となるのは、ほぼ共振点近傍に限られ、鋭いピーク、ディップとしてその影響が現れることから考えると、実験値との比較による検討は、実験精度等の問題から考えて困難である。

したがって、前述の2つの方法による音響負荷の取り扱いについて、その精度、適用範囲

を検討するには、厳密解が得られている条件において数値計算を行ない、その結果を厳密解と比較するのが最も適切な方法であると言える。

有限な弾性板による反射音場の、音響負荷を考慮した厳密解は、無限大剛バフル中の単純なものに限られるが、第8章に示した無限長 strip による2次元反射音場に対する解が利用できる。

そこで、無限長 strip による2次元音場について、前述の2つの方法によって音響負荷を評価した解と、厳密解を比較することで、適用性および精度について検討を行なう。

10.2 2次元音場における厳密解との比較

10.2.1 検討の方法と計算条件

本節では、FEM, BEM を用いた数値解析法に、 ρc 近似、逐次代入法を適用した計算結果を厳密解と比較することにより、これらの方法の適用性および精度を検討する。はじめに述べたとおり、正確解としては第8章で示した、無限大剛バフル中の無限長 strip による2次元反射音場の厳密解を用いる。

2次元音場に対する FEM, BEM を用いた数値解析法は、第9章で述べたものと同じであるが、無限大剛バフルの影響を考慮するため、放射成分 ϕ_{rad} および反射成分 ϕ_{rig} を求める場合、第8章の厳密解と同様に、各々(8.11)(8.32)を用い、近似をせず直接数値計算によって求める。なお、板面上の放射音圧を求める場合、基本解 $H_0^{(1)}(k_0 r)$ が特異性を持つため、特異点近傍ではこれを(8.30)によって近似した。また、板の振動変位を近似する内挿関数としては、3次の多項式を用いた。

ρc 近似、逐次代入法では音響負荷の取り扱い方が異なるため、板の材質などのパラメタとの関連で、適用性が異なってくると考えられる。そこで、考察の対象として、音響負荷の影響が少ないと思われる面密度の大きい板、およびその影響が著しいと思われる面密度の小さい板の2種類を取り上げる。また、共振の影響が大きな効果を有することから、各々の板について共振周波数、および共振周波数から十分はなれた周波数（以下、非共振周波数という）において、比較検討を行なう。さらに、比較的低次の共振周波数と、それより高次の共振周波数を選び、共振次数の違いによる適用性、精度の変化についても検討する。なお、これらの方法の適用性には、板の損失係数 η が大きく関わるものと考えられるので、各々の場合に対し η の大きいものと小さいものを考える。

以下に、計算を行なう条件をまとめて示す。

1. 面密度の大きい板 ($\rho_p h = 60\text{kg/m}^2$)

(ALC板, $E = 2 \times 10^9\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.1\text{m}$)

(a) 非共振周波数 100Hz

i. 損失係数が小さい場合 ($\eta = 0$)

ii. 損失係数が大きい場合 ($\eta = 0.05$)

(b) 共振周波数

i. 低次共振 (3次) 190.11Hz

A. 損失係数が小さい場合 ($\eta = 0.05$)

B. 損失係数が大きい場合 ($\eta = 0.1$)

ii. 高次共振 (5次) 528.09Hz

A. 損失係数が小さい場合 ($\eta = 0.05$)

B. 損失係数が大きい場合 ($\eta = 0.1$)

2. 面密度の小さい板 ($\rho_p h = 6\text{kg/m}^2$)

(木板, $E = 6 \times 10^9\text{N/m}^2$, $\rho_p = 600\text{kg/m}^3$, $h = 0.01\text{m}$)

(a) 非共振周波数 120Hz

i. 損失係数が小さい場合 ($\eta = 0$)

ii. 損失係数が大きい場合 ($\eta = 0.05$)

(b) 共振周波数

i. 低次共振 (7次) 184.14Hz

A. 損失係数が小さい場合 ($\eta = 0.05$)

B. 損失係数が大きい場合 ($\eta = 0.1$)

ii. 高次共振 (11次) 454.72Hz

A. 損失係数が小さい場合 ($\eta = 0.05$)

B. 損失係数が大きい場合 ($\eta = 0.1$)

なお、受信点は板の中心を中心とする半径 1m の円周上に 15° おきにとり、入射条件は、平面波垂直入射に限定した。結果の比較は主に音場における R_r によって行なうが、より詳細な考察のため、板の振動変位についても検討する。

また、逐次代入法では、収束のいかんに関わらず、代入回数は 8 回までで打ち切った。これは、前章での収束性の検討結果から考えると、収束する場合は 3~4 回で収束し、それを超えてもなお収束しない場合は、そのまま発散することがほとんどであるため、8 回程度で十分であると判断したことによる。さらに、以下の計算結果では、収束の成否を確認するため、第 1 回の代入によって得られた結果を、全ての図中に併せて示してある。

10.2.2 結果と考察

1. 面密度の大きい板

(a) 非共振周波数 (100Hz) の場合

非共振周波数 100Hz における, 各方法による R_r の指向性の計算結果を, Fig.10.1 に比較して示す. 面密度の大きい板の場合, 非共振周波数では η の大小に関わらず, 振動変位が小さく放射音の影響は小さいため, 全体に R_r の値は小さい. すなわち, 音響負荷の影響自体が小さいため, いずれの方法でも厳密解との差がほとんど現れない. 数値としては, ρc 近似の方が厳密解に近いが, その差はごくわずかであり, いずれの方法でも $R_r \approx 0\text{dB}$ となっている.

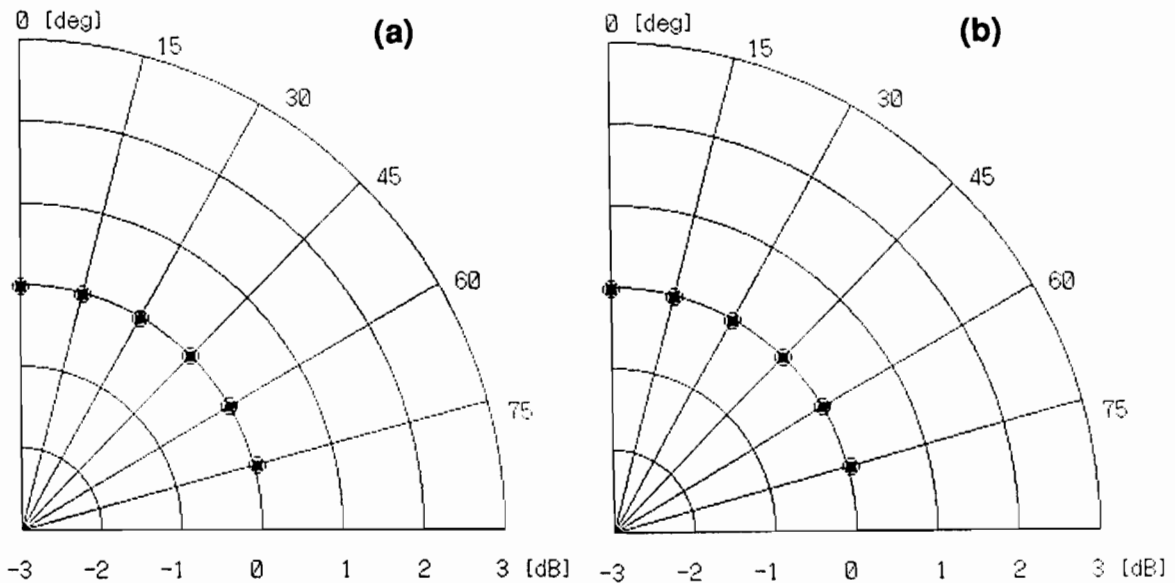


Figure 10.1: Calculated results at non-resonant condition (100Hz) of R_r of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. \circ : strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . (a) $\eta = 0$, (b) $\eta = 0.05$.

振動変位の計算結果の一例として, 100Hz, $\eta = 0$ の場合の比較結果を, Fig.10.2 に示す. 図から見られるとおり, 逐次代入法による結果は, 実部, 虚部ともに 1 回の代入でほとんど収束しており, いずれも厳密解と同符号である. また, 厳密解に対して振幅の誤差は約 6%

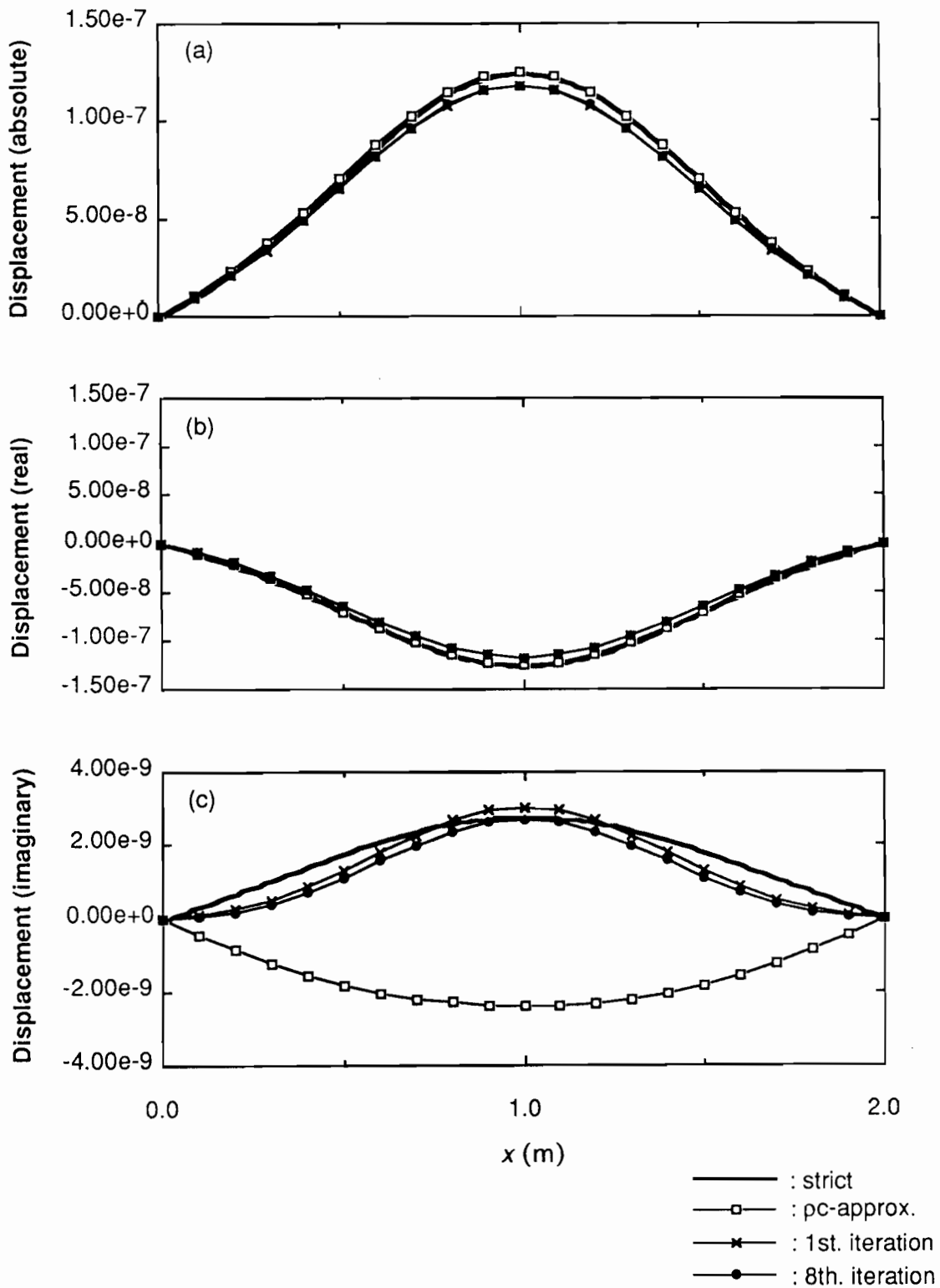


Figure 10.2: Calculated results at non-resonant condition (100Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0$.

であり、数値的にもかなり良く一致している。 pc 近似は、実部については非常に良い一致が見られるものの、虚部は厳密解と全く逆相になっている。しかし、この場合、実部は虚部の約 $1/50$ 程度であり、オーダーとしてはかなり小さい。すなわち、音場に対しては虚部の寄与は実部の寄与に比べほとんど無視できる程度（音圧で約 -30dB ）に小さく、実部が支配的となっている。したがって、逐次代入法では虚部が厳密解と良い一致を示すものの、実部が若干小さめになったため、実部の精度が優れている pc 近似の方が、 R_r においては厳密解により近い結果を与えたといえる。

以上の結果から、この場合は両方法ともに厳密解と良好な一致を示すが、変位の虚部が逆相になるような差異があるものの、 R_r については pc 近似の方が若干精度が良いと言える。

(b) 共振周波数 (190.11Hz, 528.09Hz) の場合

A. 損失係数が小さい ($\eta = 0.05$) 場合

共振周波数 190.11Hz および 528.09Hz において $\eta = 0.05$ の場合の、各方法による R_r の指向性の計算結果を、Fig.10.3に比較して示す。

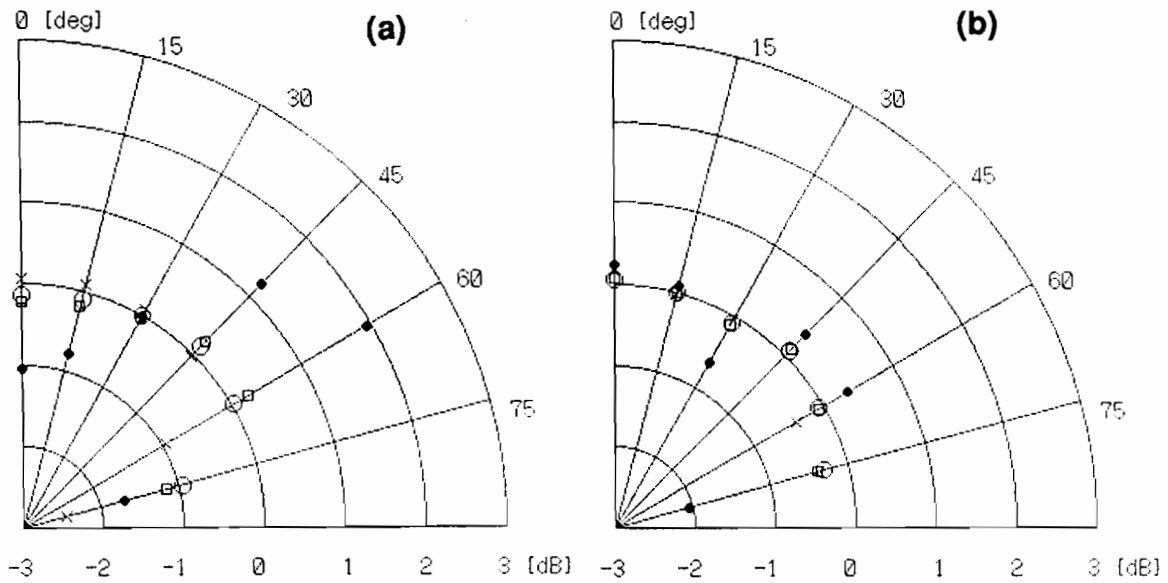


Figure 10.3: Calculated results at resonant frequencies of R_r of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. \circ : strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. (a) 190.11Hz (3rd resonance), (b) 528.09Hz (5th resonance). The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.05$.

この図から、共振周波数では非共振周波数の場合より R_r が大きく、放射音の寄与が増大していることが見られる。したがって、音響負荷も増大するため、各々の方法自体による差が現れやすくなっており、結果には大きな差が見られる。

まず、 ρc 近似の結果を見ると、厳密解との差は 190.11Hz で最大 0.12dB(60°), 528.09Hz で最大 0.08dB(75°) であり、厳密解にかなり近い値を与えている。ただし、指向性パターンについては、 ρc 近似は厳密解に比べて、角度による R_r の変化をわずかに強調したような形になっている。これは、誤差が放射音の寄与が大きいところに、多く現れるためと考えられる。すなわち、正面 0° 近傍は鏡面反射方向であるため、反射成分 ϕ_{rig} が強く、放射

成分の影響が現れにくくなり、 R_r も小さくなっているのに対し、反射角が大きくなるにつれて ϕ_{rig} が小さくなるのと同時に、放射成分の寄与が増加して誤差が現れやすくなっているものと考えられる。そのため、Fig.10.3に見るとおり、 60° 、 75° など反射角の大きい方向において、誤差が最大となる傾向があると思われる。

一方、逐次代入法では、この場合いずれも収束せず発散することが確認された。このことは、1回代入の結果と8回代入の結果を比較することによっても理解できる。収束性については、後に計算例を示して詳しく述べる。収束値が得られないのであるから、細かい数値の比較にはあまり意味はないが、誤差は最大で190.11Hzにおいて1.9dB(60°)、528.09Hzにおいて1.7dB(75°)である。これは、1回代入の結果については厳密解との差が、最大で各々1.5dB(75°)および0.33dB(60°)であるのに対し、これらを上回るものであり、代入を繰り返すことによって厳密解との一致が悪くなる傾向が見られる。また、指向性パターンの形については、1回代入の結果では符号が逆転することが多くなっているが、8回代入の結果では厳密解と同符号に戻っており、振動的な変化をしている様子が理解できる。また、1回目より8回目では方向による変化が著しく強調されており、これは放射を過大評価していることを示すものといえる。

次に、この場合の振動変位の比較結果を、Fig.10.4(190.11Hz)、Fig.10.5(528.09Hz)に示す。

ρc 近似では、190.11Hzの場合、実部は厳密解と全く異なるモード形を示すが、虚部は比較的良く一致している。528.09Hzでは、実部、虚部ともに良い一致を示している。このことから、 ρc 近似は周波数が高くなるにつれて、実部、虚部ともに精度が向上するといえる。

逐次代入法では、変位振幅の絶対値については、190.11Hzで厳密解の約9.5倍、528.09Hzで約6.8倍となり、全く一致しないことが分かる。

一例として、528.09Hzの場合の板の中心($x = 1.0\text{m}$)における、振動変位振幅(実部、虚部)の代入回数による変化を、Fig.10.6に示す。実部、虚部ともにほぼ2回ごとに符号を交替しながら、振動的に発散している様子が見られる。また、 R_r について1回代入の結果が逆符号となったことも、この図から理解できる。なお、190.11Hzの場合もまた、同様であった。

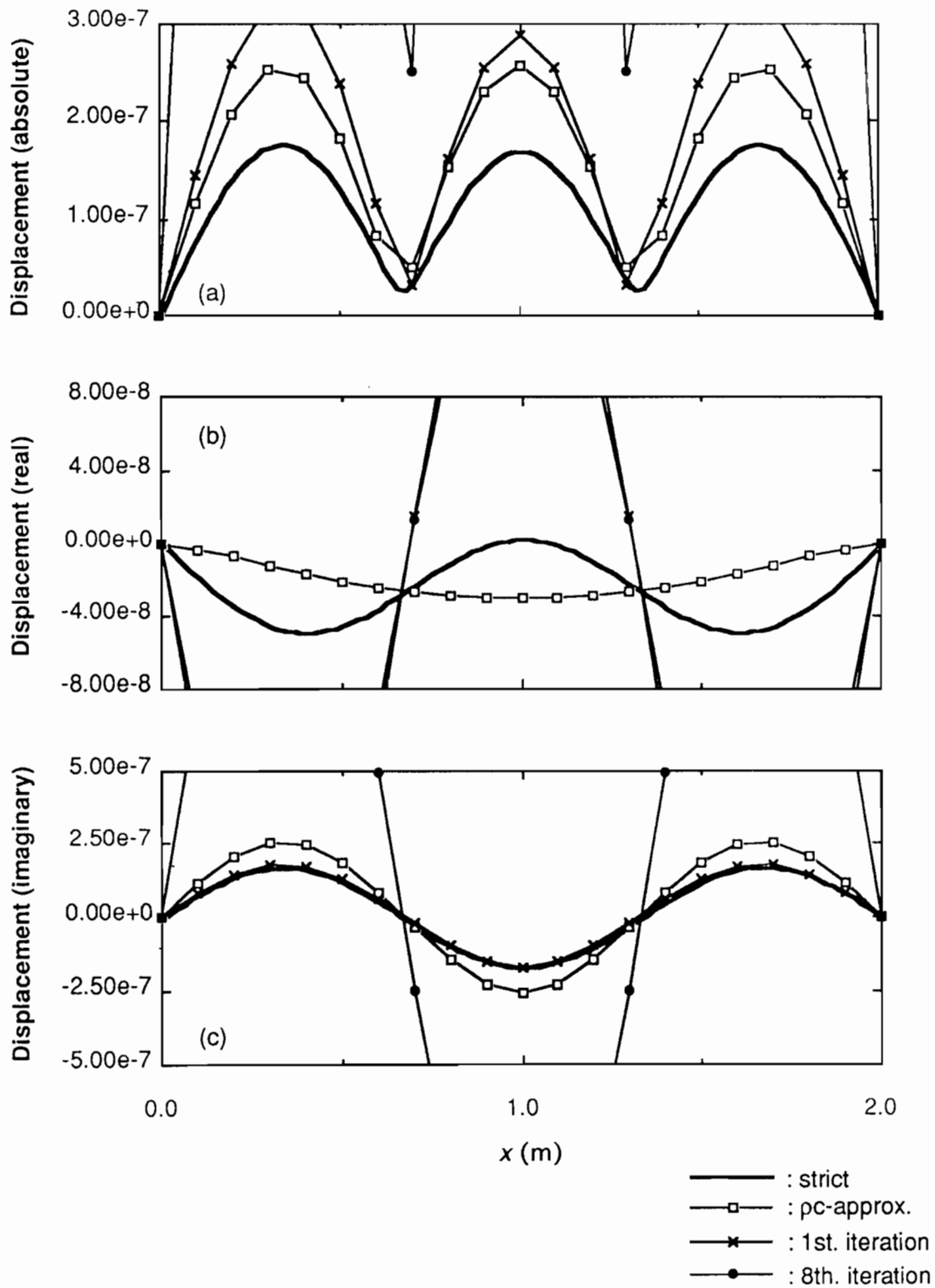


Figure 10.4: Calculated results at resonant frequency (190.11Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.05$.

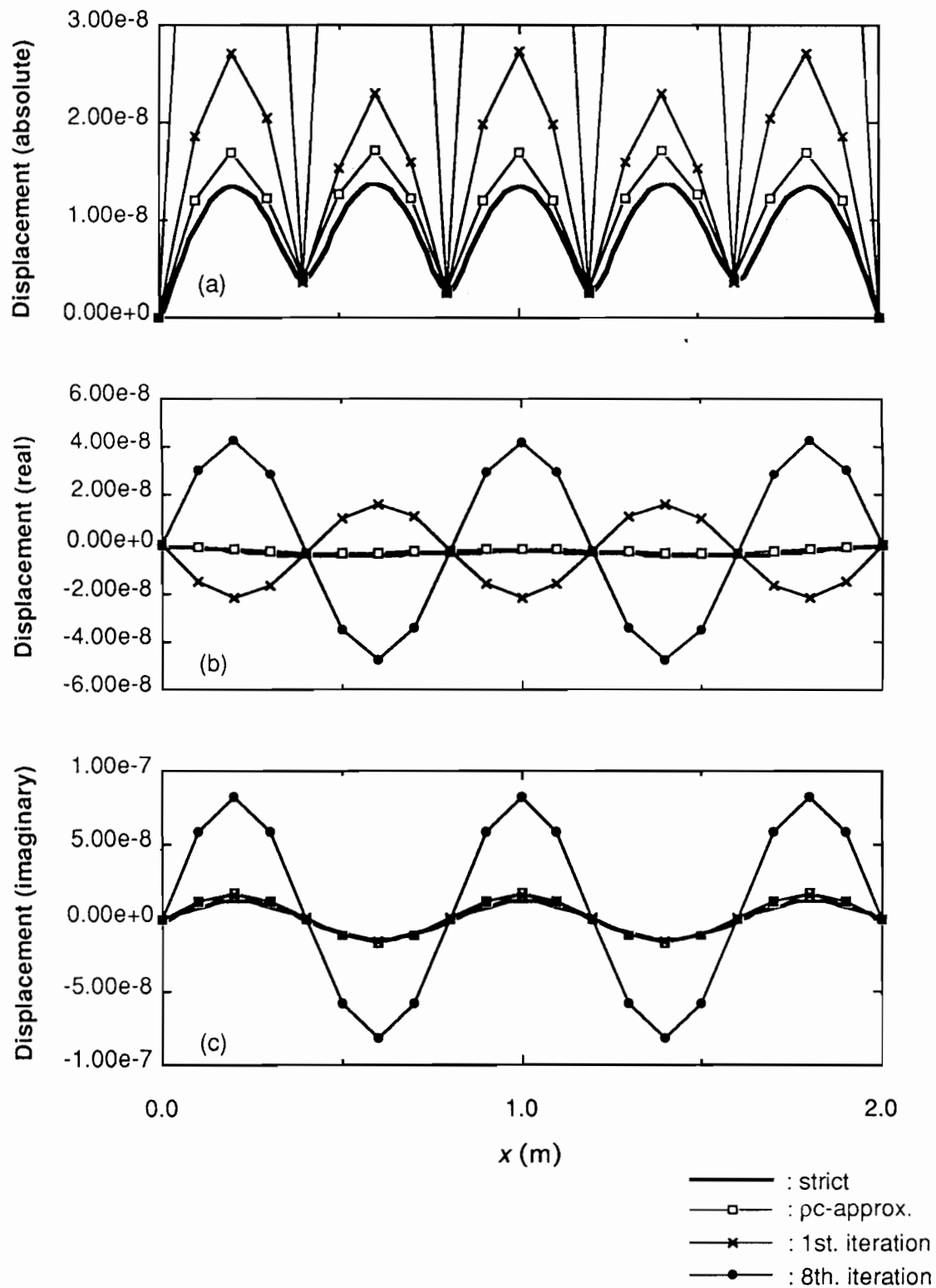


Figure 10.5: Calculated results at resonant frequency (528.09Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.05$.

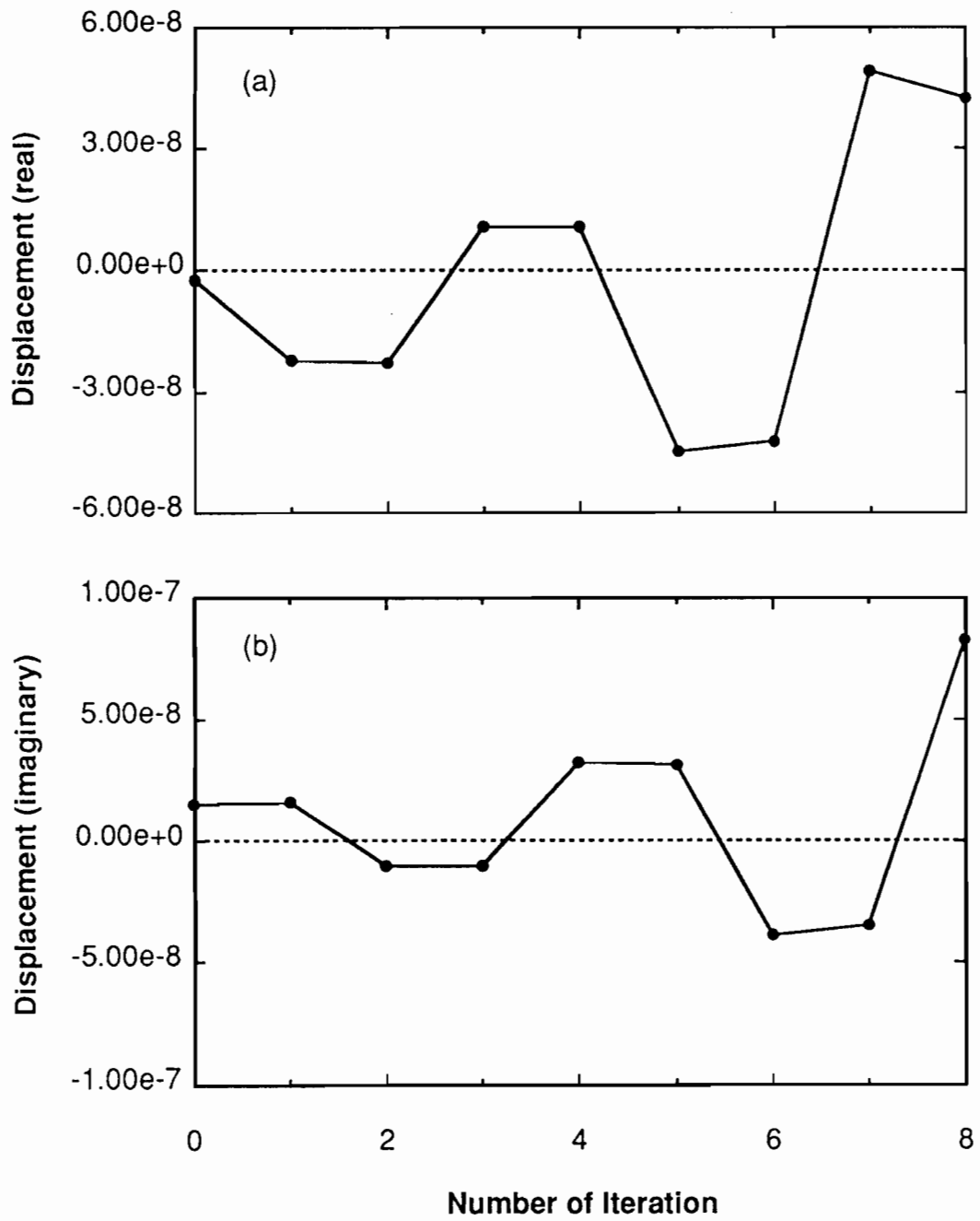


Figure 10.6: Convergence of the displacement at the center of the plate by the successive iteration method. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.05$. 528.09Hz (5th resonance).

B. 損失係数が大きい ($\eta = 0.1$) 場合

共振周波数 190.11Hz および 528.09Hz において, $\eta = 0.1$ の場合の各方法による R_r の指向性の計算結果を, Fig.10.7に示す.

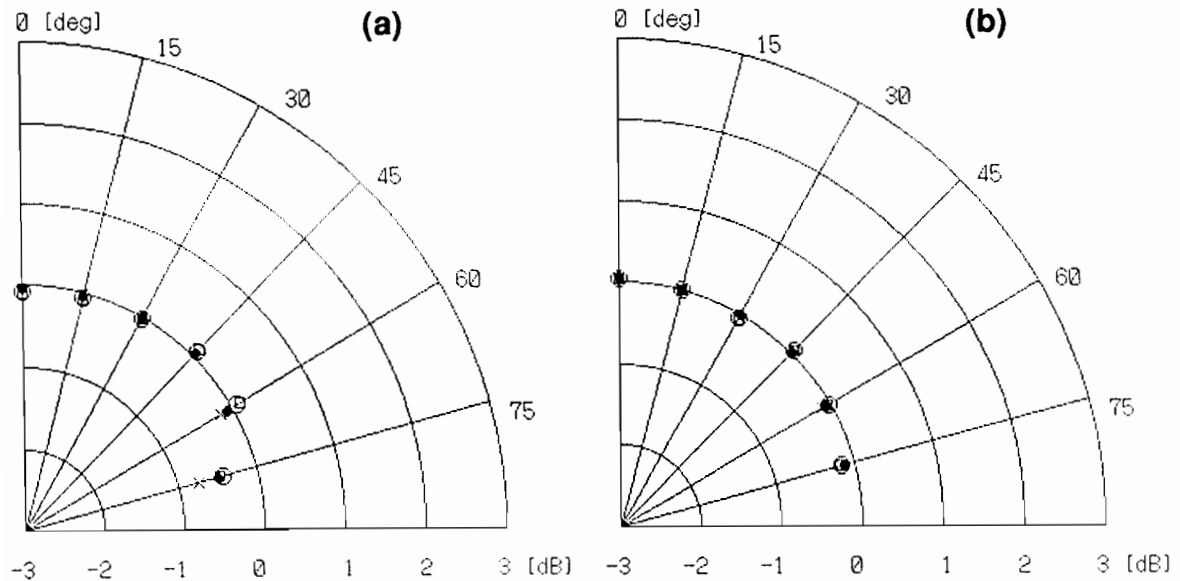


Figure 10.7: Calculated results at resonant frequencies of R_r of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. \circ : strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. (a) 190.11Hz (3rd resonance), (b) 528.09Hz (5th resonance). The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.1$.

いずれの周波数でも, ρc 近似, 逐次代入法ともに誤差は最大で 0.3dB であり, 比較的良好な結果を与える. これは, η が大きいため板の振動が抑えられ, その結果, 放射成分が小さくなったことにより, 非共振周波数の場合と同様に音響負荷の影響が少なくなったことが原因と考えられる.

次に, 各々の周波数における振動変位の比較結果を, それぞれ Fig.10.8 および Fig.10.9 に示す. ρc 近似, 逐次代入法ともに厳密解に近い値をとり, η が小さい場合よりも精度が向上する. また, ここでも ρc 近似は, 周波数が高くなると良い近似を与える傾向が見られる. 逐次代入法は, η が小さい場合と異なり, 実部, 虚部ともに収束し, モード形についてもほぼ同相で, 同じ形になっている.

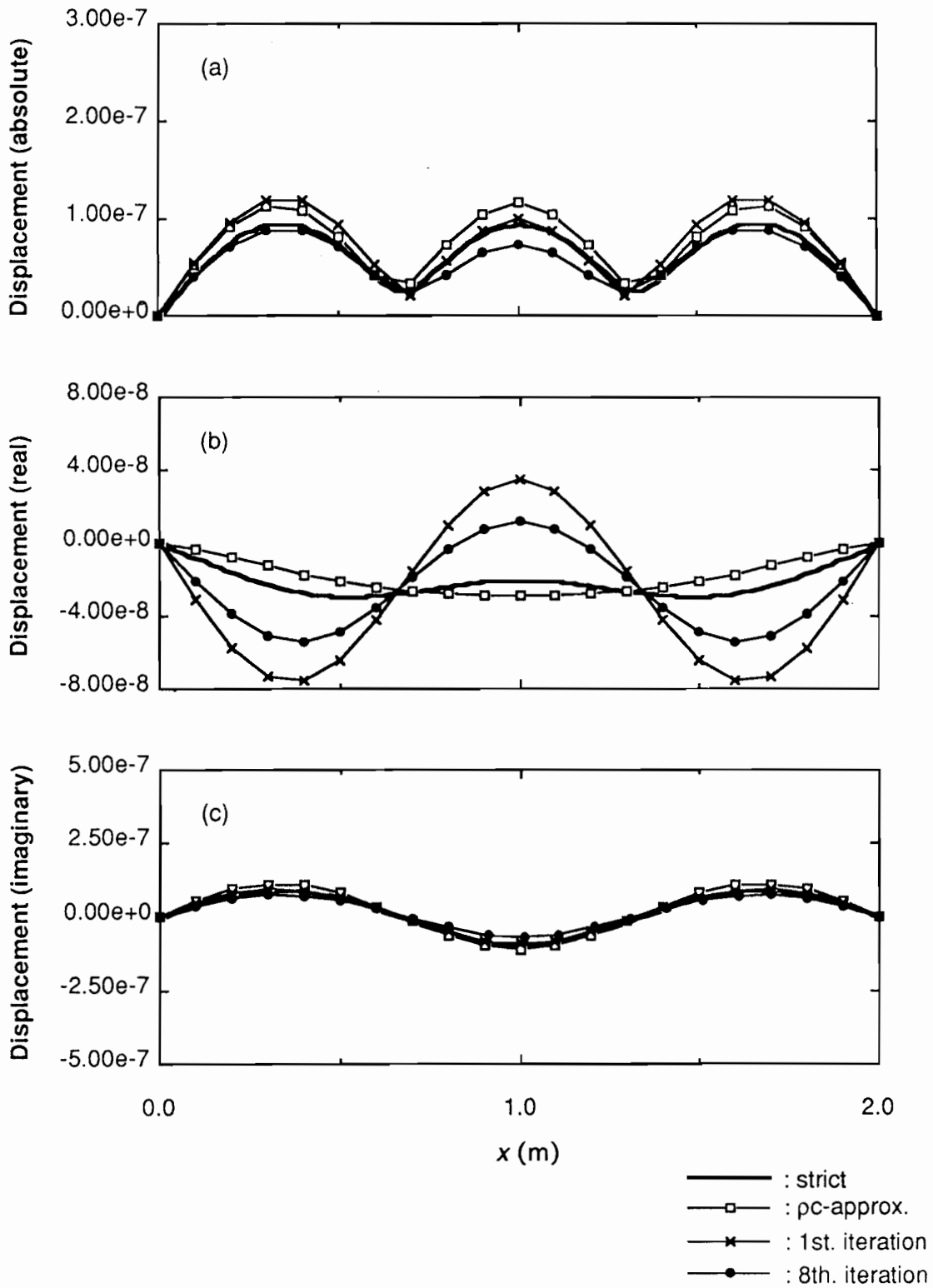


Figure 10.8: Calculated results at resonant frequency (190.11Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.1$.

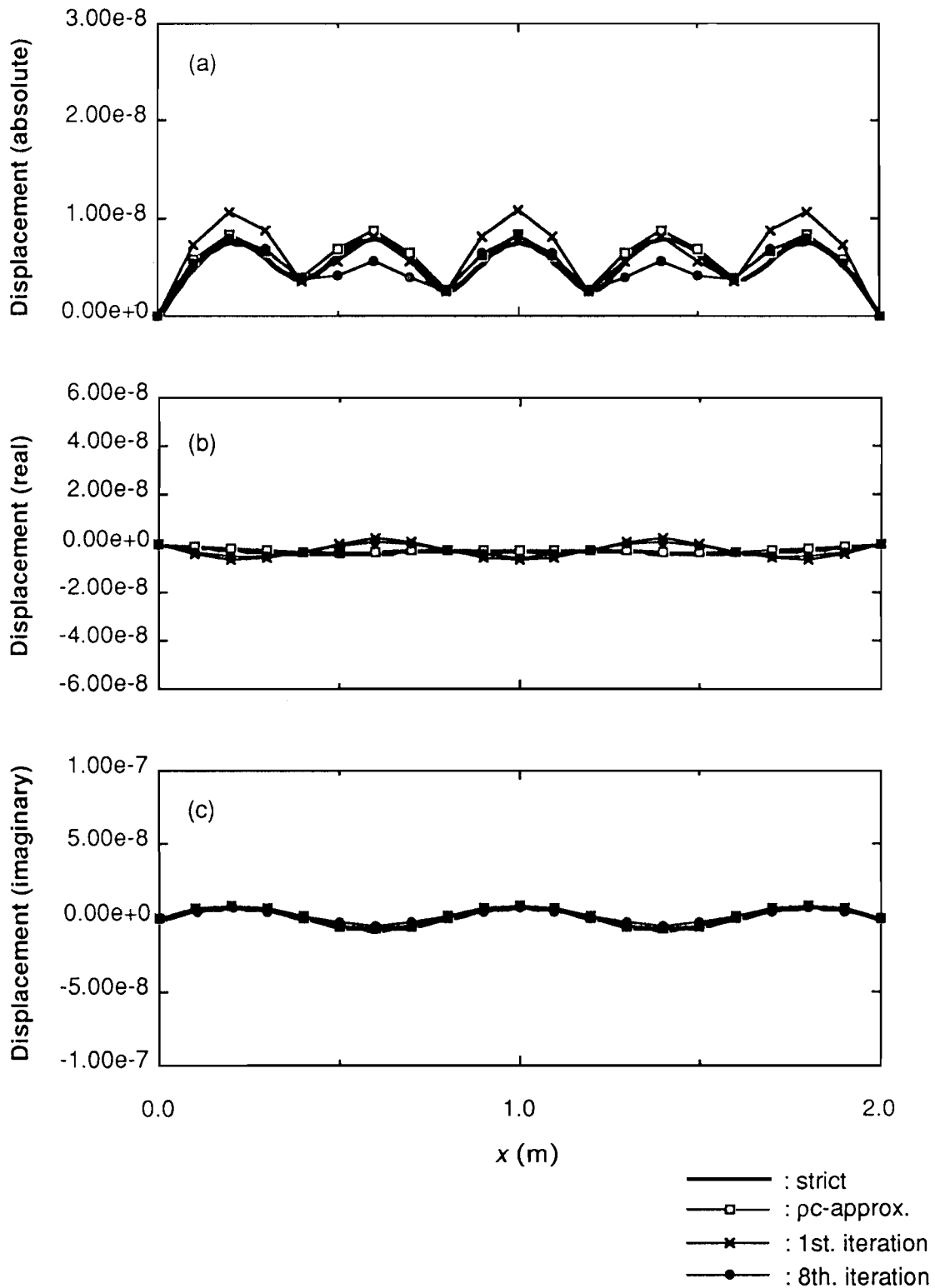


Figure 10.9: Calculated results at resonant frequency (528.09Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.1$.

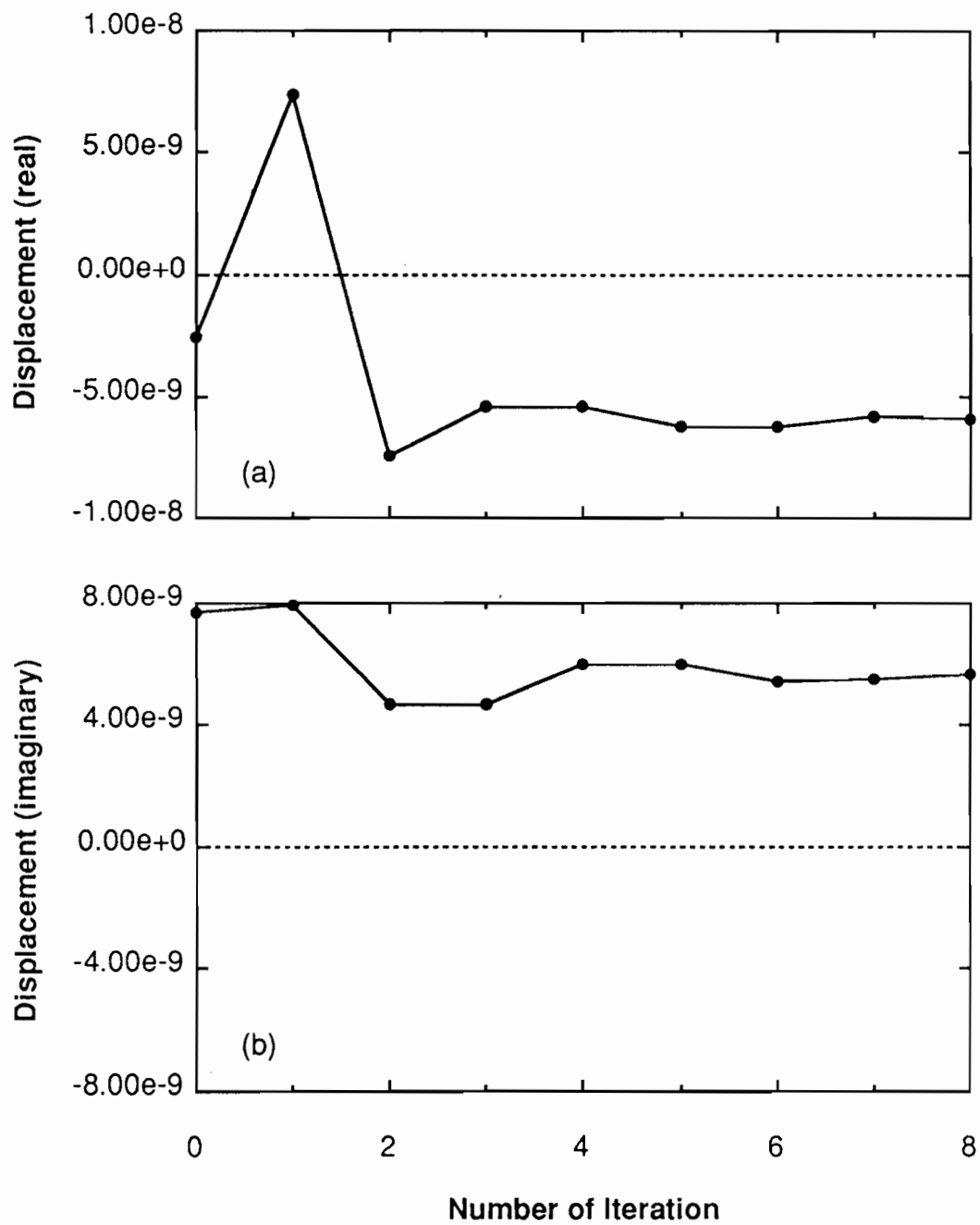


Figure 10.10: Convergence of the displacement at the center of the plate by the successive iteration method. The surface density of the plate is 60kg/m^2 . $\eta = 0.1$. 528.09Hz (5th resonance).

528.09Hz の場合の、 η の値による音響変位の代入回数による変化を、Fig.10.10に示す。この図から、実部、虚部ともに3~4回目までやや振動的な変化をした後、収束していることが分かる。これと同じ傾向は、190.11Hz の場合にも見られた。

このように、 ρc 近似、逐次代入法ともに、共振周波数における音響負荷の評価は困難であるが、面密度の大きい板では η が大きい場合には、両方法とも比較的良好な結果が得られることが分かった。

2. 面密度の小さい板

(a) 非共振周波数 (120Hz) の場合

第8章で示した近似解(8.19)によっても理解できるが、面密度($\rho_p h$)が小さくなると、非共振周波数の場合も含めて全体に振動変位が大きくなる。例えば、前述の面密度が大きい場合に比べ、ここでは面密度は1/10であるから、振動変位振幅および放射音圧は約10倍になるものと推論される。したがって、非共振周波数においても、かなり音響負荷の影響を受けることが考えられる。

非共振周波数120Hzにおける、各方法による R_r の指向性の計算結果を、Fig.10.11に比較して示す。

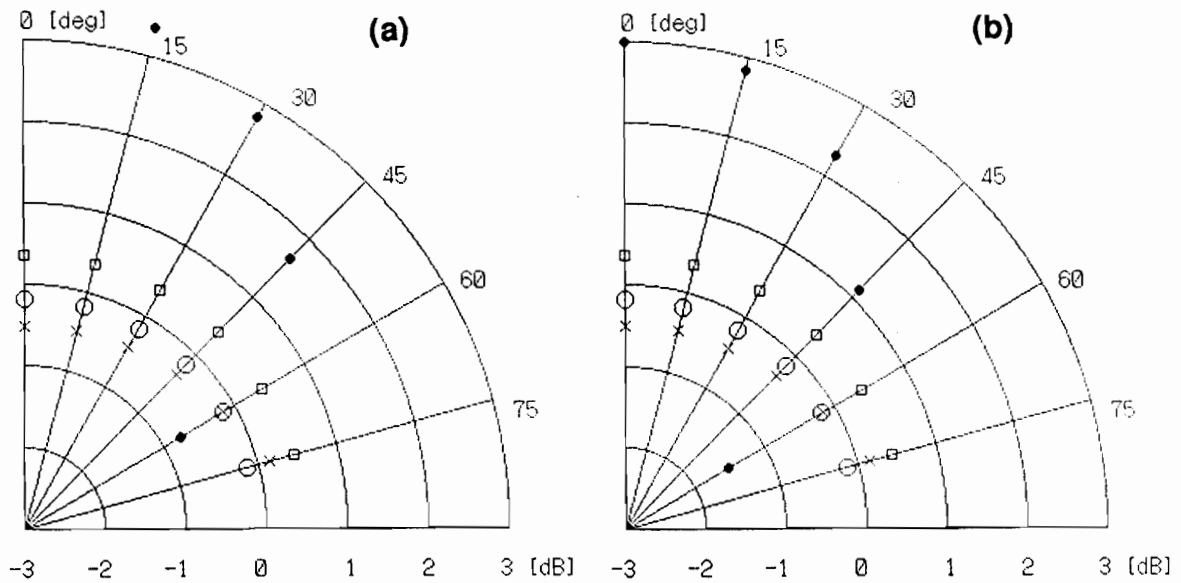


Figure 10.11: Calculated results at non-resonant condition (120Hz) of R_r of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. \circ : strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 6kg/m^2 . (a) $\eta = 0$, (b) $\eta = 0.05$.

面密度が大きい場合とは異なり、この場合は ρc 近似、逐次代入法ともに、 η の値によら

ず厳密解と一致しない。厳密解が全ての受音点で負の値をとるのに対し、 ρc 近似では全て正の値をとり、どの受音点でも約 0.5dB の差を生じている。また、非共振周波数であるにもかかわらず、逐次代入法は $\eta = 0, 0.05$ いずれの場合においても発散し、厳密解との差は $\eta = 0$ の場合最大で約 4dB、 $\eta = 0.05$ の場合最大で約 12dB である（いずれも 75° の受音点であるが、図中には現れていない）。これは、先に述べたように振動変位が大きいいため放射成分が大きく、収束性が悪くなったためと考えられる。

次に、振動変位の比較の一例として、 $\eta = 0$ の場合の結果を Fig.10.12 に示す。

ρc 近似では、実部については比較的良い一致が見られるが、虚部はモード形が全く異なり、符号もほとんど逆になっている。面密度の小さい板の場合、非共振周波数でも実部と虚部はほとんど同じオーダーであり、虚部の影響は無視できない。そのため、 R_r の符号が逆転するなどの差異を生じたものと考えられる。また、逐次代入法では、1 回代入の結果と 8 回代入の結果を比較すれば明らかなように、符号が交替しながら発散していることが分かる。

以上の結果から、面密度の小さい板では、大きい板に比べ、非共振周波数であっても ρc 近似、逐次代入法ともに良好な結果は得られないことが分かる。

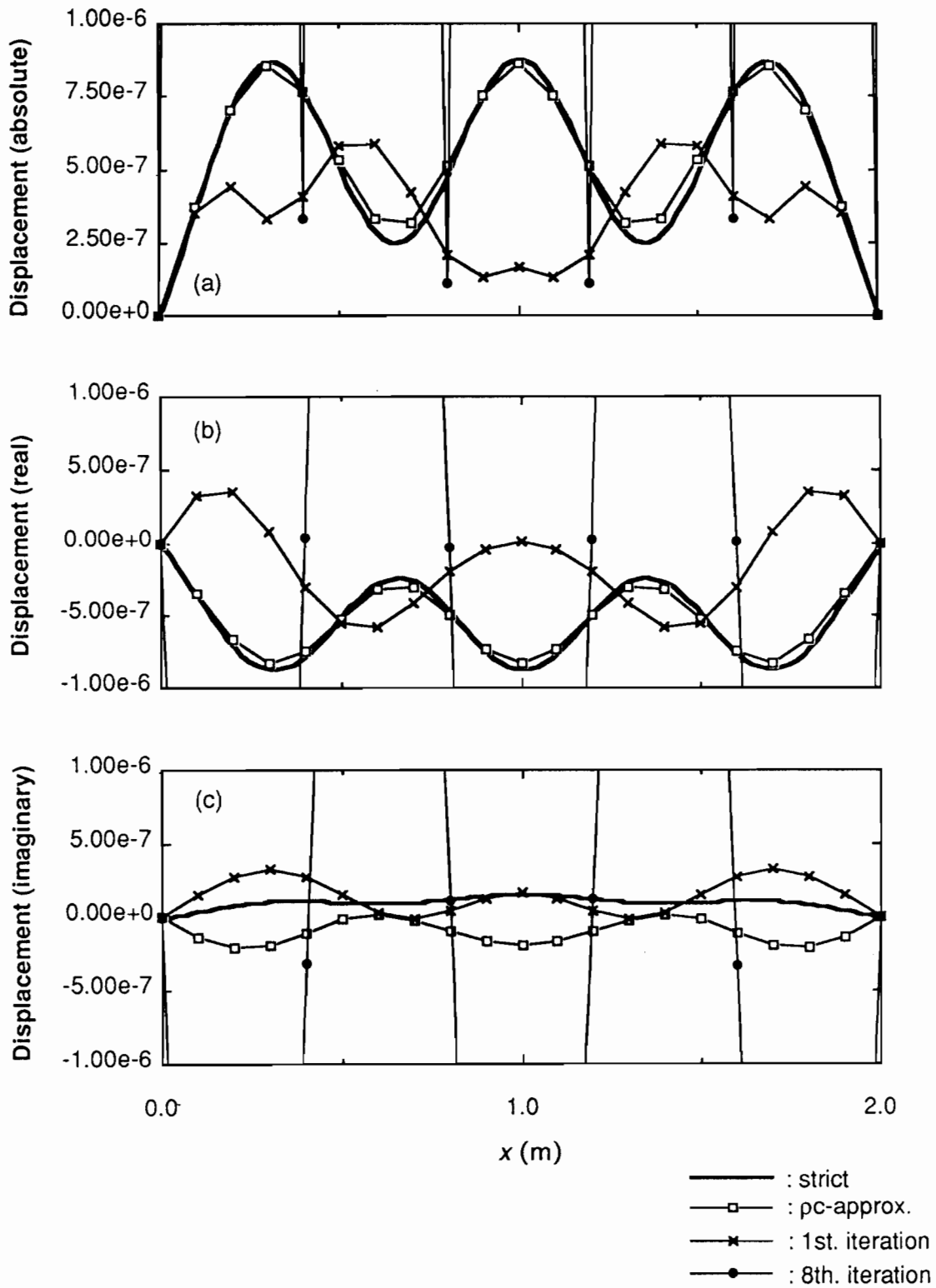


Figure 10.12: Calculated results at non-resonant condition (120Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0$.

(b) 共振周波数 (184.14Hz, 454.72Hz) の場合

共振周波数 184.14Hz, 454.72Hz における, 各方法による R_r の指向性の計算結果を, Fig.10.13および Fig.10.14に比較して示す.

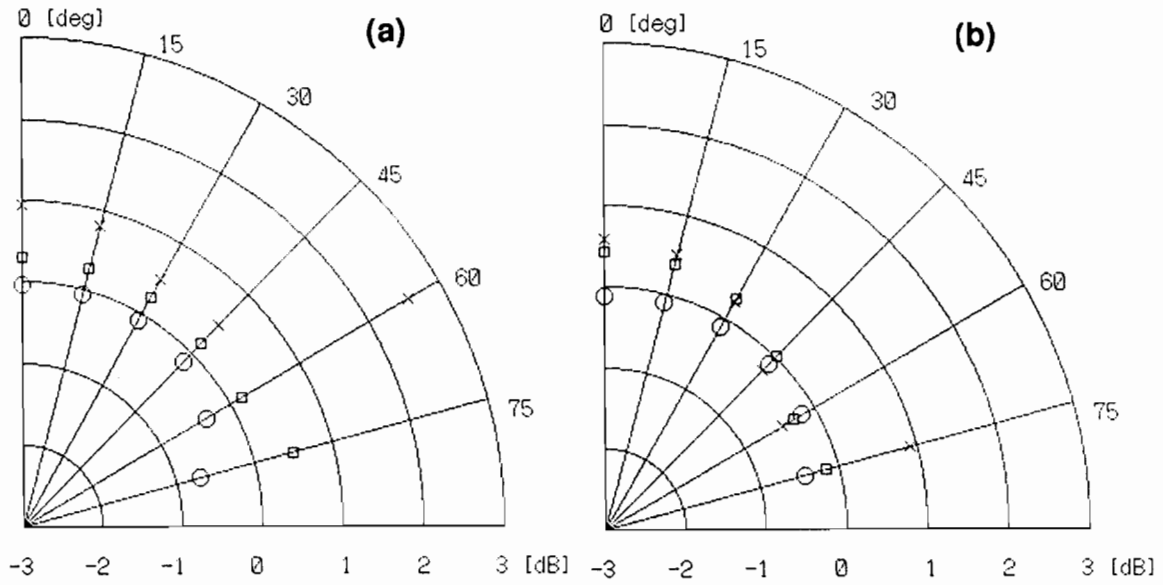


Figure 10.13: Calculated results at resonant frequencies of R_r of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. \circ : strict solution, \square : ρc -approximation and \times : 1st iteration. (a) 184.14Hz (7th resonance), (b) 454.72Hz (11th resonance). The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.05$.

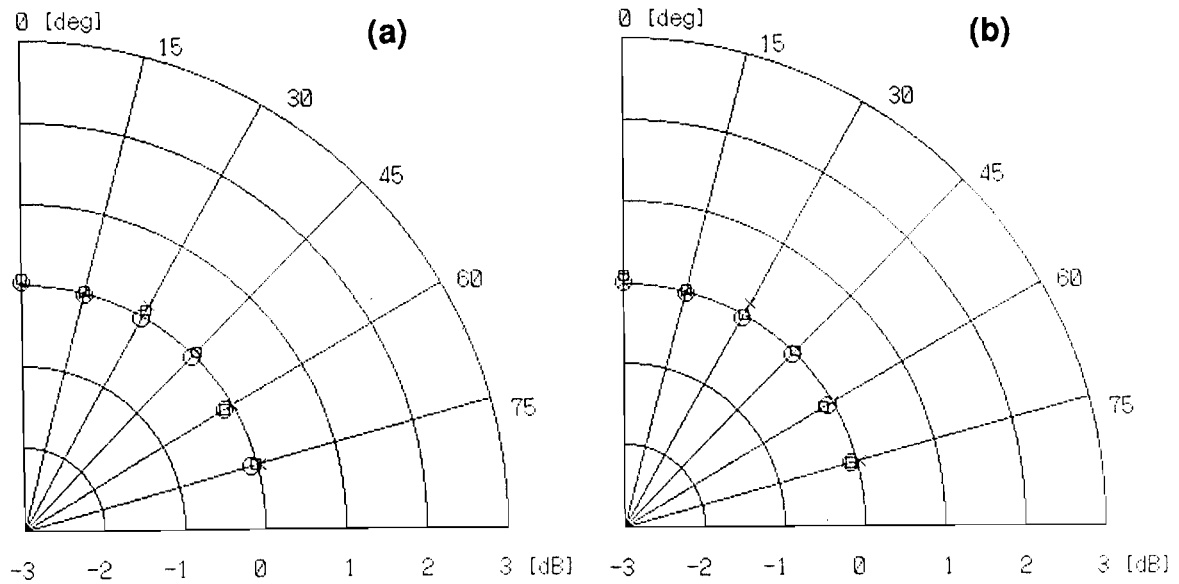


Figure 10.14: Calculated results at resonant frequencies of R_r of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. \circ : strict solution, \square : ρc -approximation and \times : 1st iteration. (a) 184.14Hz (7th resonance), (b) 454.72Hz (11th resonance). The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.1$.

この場合、逐次代入法の結果は $\eta = 0.05$ では厳密解より70~130dB、 $\eta = 0.1$ でも40~100dB大きくなっており、1回代入の結果が約3dB以内の差であることと比較すれば、 η の大小によらず完全に発散していることが分かる。そのため、図中には記入していない。一方、 ρc 近似は比較的低次の共振周波数である184.14Hzにおいては、符号が厳密解と逆になる場合が多く、誤差もかなり大きい。しかし、比較的高次の共振周波数454.72Hzでは、 R_r 自体が小さく放射成分の影響が少ないこともあり、特に η が大きい場合にはかなり良い近似を与えている。

これら共振周波数における、 $\eta = 0.05$ の場合の振動変位の比較結果を、Fig.10.15(184.14Hz)およびFig.10.16(454.72Hz)にそれぞれ示す。また、 $\eta = 0.1$ の場合を、Fig.10.17(184.14Hz)およびFig.10.18(454.72Hz)にそれぞれ示す。

面密度が大きい場合と異なり、いずれもはっきりした傾向はつかめない。例えば、 ρc 近似については、184.14Hzの場合、実部は η が小さいときは良い近似を示しているが、 η が

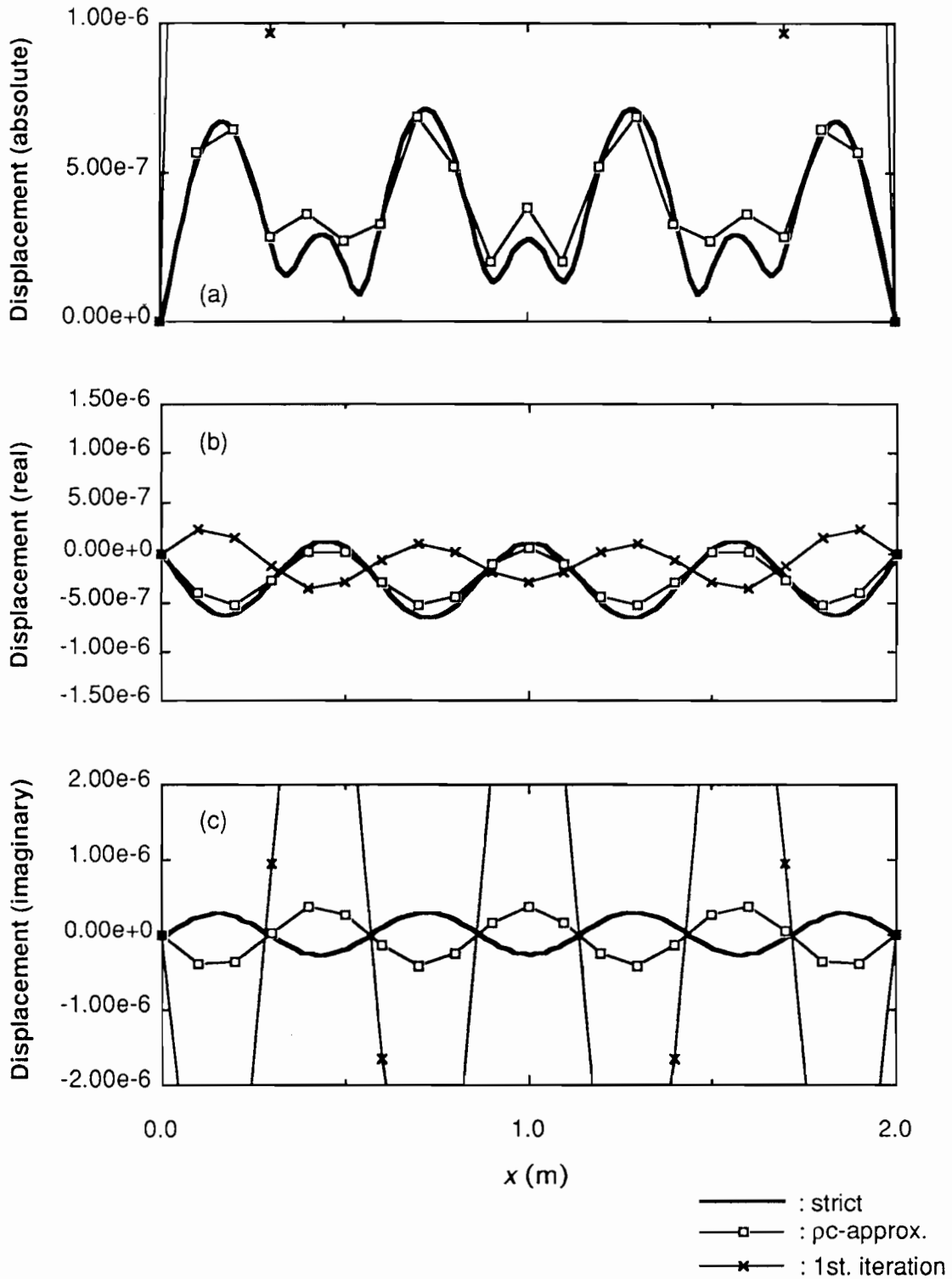


Figure 10.15: Calculated results at resonant frequency (184.14Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.05$.

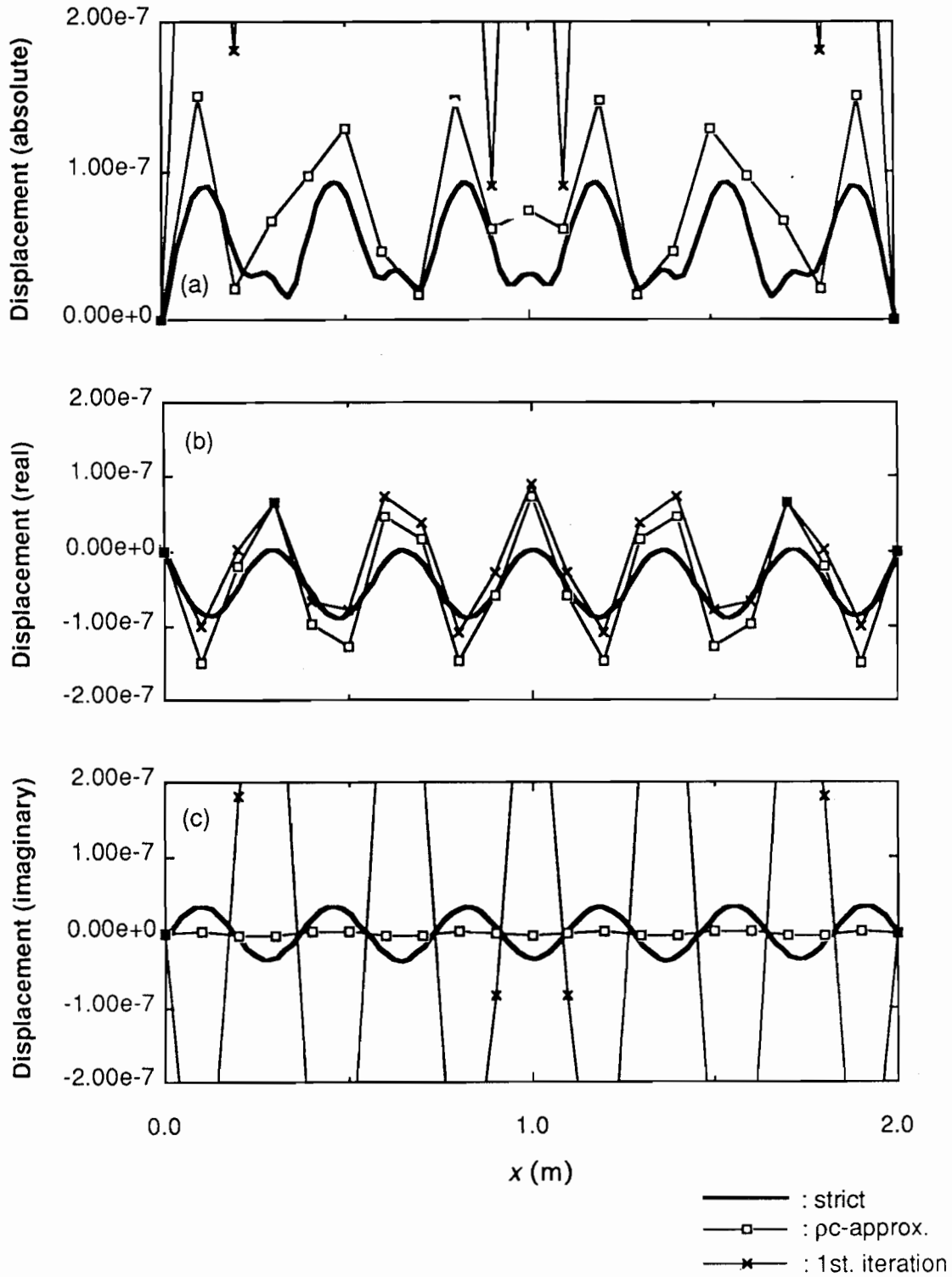


Figure 10.16: Calculated results at resonant frequency (454.72Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.05$.

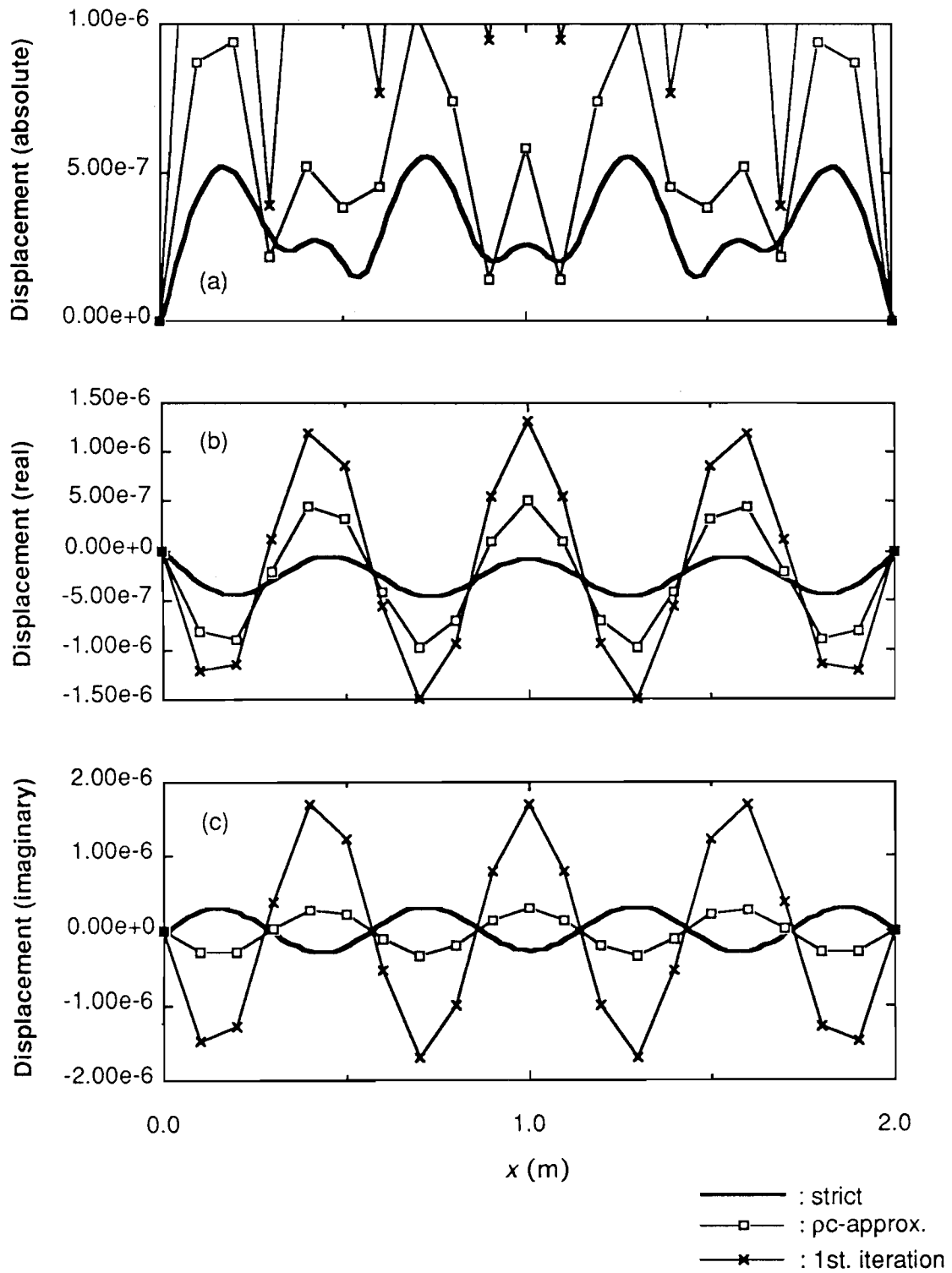


Figure 10.17: Calculated results at resonant frequency (184.14Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.1$.

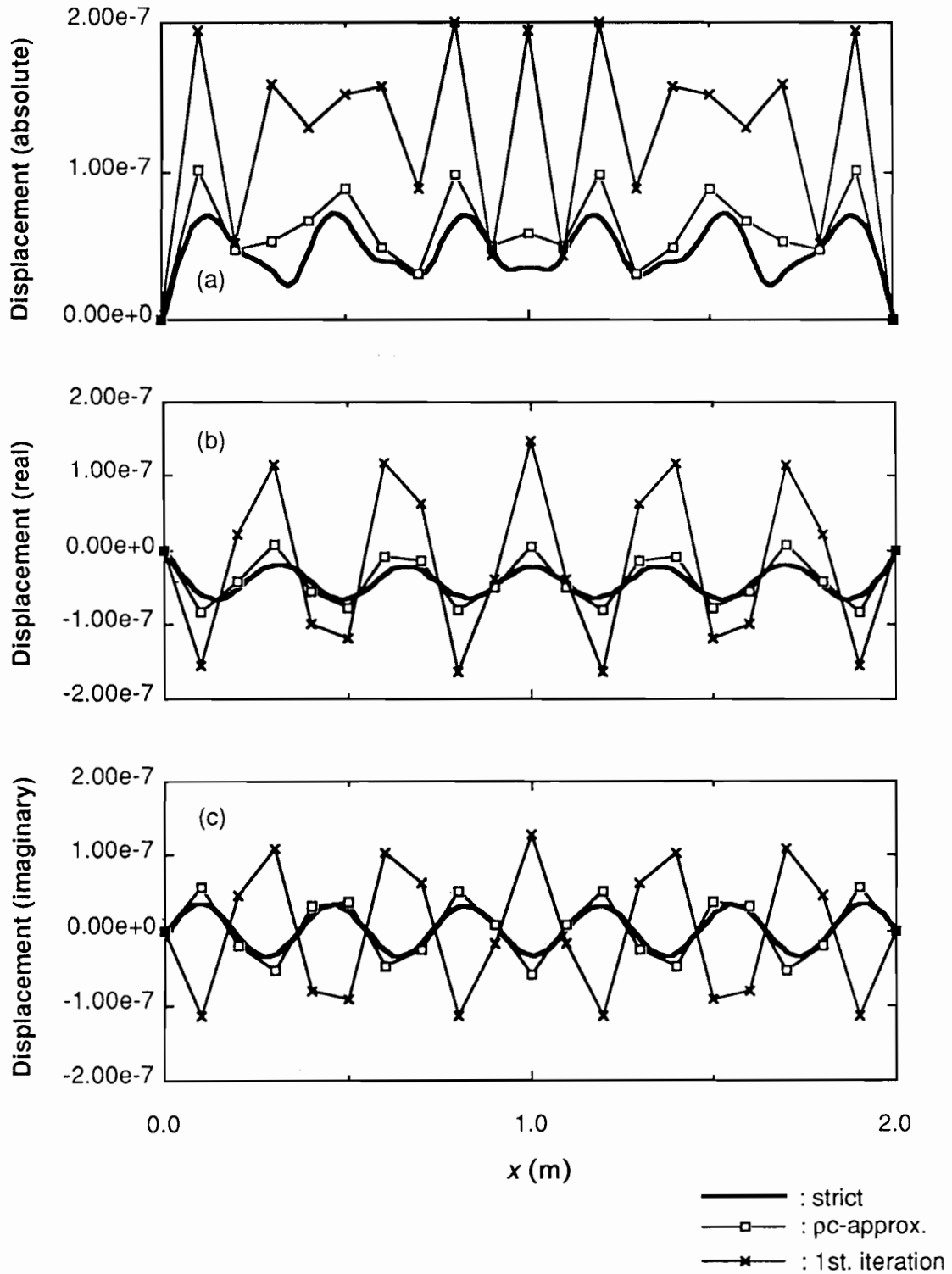


Figure 10.18: Calculated results at resonant frequency (454.72Hz) of the vibration displacement of baffled strip by ρc -approximation and successive iteration method in comparison with strict solution derived in Chap.8. (a) absolute value, (b) real part and (c) imaginary part of the displacement. Thick lines: strict solution, \square : ρc -approximation, \bullet : 8th iteration and \times : 1st iteration. The surface density of the plate is 6kg/m^2 . $\eta = 0.1$.

大きくなると悪くなる。一方、虚部については、 η が変化しても位相は厳密解と逆相のまま変わらず、振幅はほぼ一定している。すなわち、面密度が大きい場合に見られたような、 η が大きい方が良い近似を与えるという傾向は現れていない。また、高周波数になるほど近似の精度が向上する傾向も、振動変位を見る限りははっきりしない。ただし、 R_r については、反射音場全体に対する放射成分の寄与であるから、高次共振では変位が小さくなるため誤差は目立たなくなる。

なお、逐次代入法では、いずれの周波数でも η の値に関わらず実部、虚部ともに発散する。そのため、図中には1回代入の結果のみを示してある。

以上の結果から、面密度が小さい場合、共振周波数では逐次代入法は η の値によらず収束しないため、全く適用できなくなり、 ρc 近似も低次共振では誤差が大きく、問題があるといえる。

10.3 結論

本章では、前章で導入した音響負荷に対する 2 種類の取り扱い、すなわち ρc 近似および逐次代入法について、その適用性の検討を行なった。

検討の方法としては、厳密解が得られる条件において上述の 2 つの方法を用いた FEM, BEM による数値解を求め、厳密解との比較により精度、適用範囲を考察した。厳密解が得られる条件としては、第 8 章で取り上げた剛バフル中の無限長 strip による 2 次元音場の問題があり、8.3 節に示した固有関数展開による厳密解を利用した。その結果をまとめると以下のとおりである。

1. ρc 近似について

(a) 面密度が大きい板の場合

- i. 非共振周波数では、 η の値によらず近似精度は非常に良い。
- ii. 共振周波数でも、 η が大きい場合は特に近似は良好である。また、高次共振周波数では精度が向上する。

(b) 面密度が小さい板の場合

- i. 非共振周波数、共振周波数ともに精度は悪くなる。
- ii. 低次共振周波数では、 η が大きくなっても近似精度が良くなるとは限らない。しかし、高次共振周波数では精度が改善され、その場合は η が大きい方が精度が良い。

2. 逐次代入法について

(a) 面密度が大きい板の場合

- i. 非共振周波数では、 η の値によらず収束し、比較的良い良好な結果を与える。
- ii. 共振周波数では、 η が大きい場合は収束し、比較的精度も良いが、 η が小さい場合は発散するため、適用できない。

(b) 面密度が小さい板の場合

- i. 共振周波数では、 η の大小に関わらず発散し、適用できない。
- ii. 非共振周波数でも、発散する場合がある。

なお、総合的に見て ρc 近似の方が、 R_r の値については逐次代入法より、近似精度は良好であった。以上から、 ρc 近似の方が適用範囲が広く、簡便である点で有用であると言えるが、面密度が小さい場合にはいずれの方法も問題が大きくなり、これは近似的に連成問題を取り扱うことの限界といえる。この点については、厳密に連成問題を取り扱う以外に、適当な方法はないものと思われる。

本章では、音波の入射条件を平面波垂直入射に限定し、斜入射の場合は検討しなかった。斜入射の場合は、若干音響負荷の増加が推測されるが、本章の考察から得られた結論は、定性的には変わらないものと考えられる。

総 括

本論文では、音場のより正確な解析および予測のため、特に建築音響におけるオーディトリウムの音響反射板の設計に関する、基礎的知見を得ることを目標として、弾性板の音響反射特性の理論的研究を行なった。以下に、本研究によって得られた知見を総括する。

まず序章において、音場の解析および予測に関する問題点を述べ、音響振動連成問題、特に、本研究で取り扱う弾性板の音響反射問題の意義を述べた。また、オーディトリウムの音響反射板の問題については、従来の主な研究を概観し、音響反射板の材料および構造に関する設計指針となる知見が全くないため、板の弾性振動を考慮した音場解析法の確立が必要であることを指摘した。

本論文では、弾性板による音響反射問題を、現象としての特徴と、問題の取り扱いから、板が無限大の場合と有限な場合とに分け、各々第1部(第1章～第6章)および第2部(第7章～第10章)において考察した。

第1章では、第1部序論として、無限大弾性板の音響反射問題の特徴と意義を述べ、関連する既往の研究についてその問題点を論じた。

第2章では、本論文で一貫して用いる基礎関係式を示した。

第3章では、単一の無限大弾性板の音響反射特性を理論的に解析し、陽な形で解析的な厳密解を示した。解析に際しては、従来の研究とは異なり、放射・反射・透過を一貫して扱える、境界積分方程式により定式化した。

計算結果から、単一板の反射特性の特徴として、コインシデンス周波数付近に著しいディップを生じること、および低周波数域で反射率が低下することが分かった。また、これらの特徴に対し、板の諸定数、入射角および板表面の吸音特性が及ぼす影響を明らかにした。

第4章では、無限大弾性板の反射特性に及ぼす、背後空気層の影響を明らかにするため、第3章と同様の定式化により、陽な表示による厳密な解析解を得た。

まず、本理論のひとつの応用として、これまで理論的解析手法が確立されていない、板振動型吸音率の予測を試み、実測値と比較を行なった。その結果、背後層の厚さが小さく、板が比較的薄い場合は、良好な予測値が得られることが分かった。また、これにより本理論の妥当性が確認された。

次に、これまで明確にされていなかった、板振動型吸音のメカニズムについて、計算によって考察した。その結果から、板振動型吸音は板の内部損失のみでは説明できず、背後層内の吸音力に大きく依存することが明らかになった。

さらに、斜入射反射率の計算結果から、各パラメタの影響を明らかにした。また、薄く軽い板の場合、斜入射反射率にはコインシデンス効果によるものの他に、背後層の影響により低周波数域に著しいディップが生じることが分かった。

第5章では、背後層内に吸音層が挿入された場合を想定し、任意媒質による3層からなる背後層を有する場合について、陽な形で解析的厳密解を得た。

第4章と同様に、背後層内に吸音層を有する場合の板振動型吸音率の予測を試み、実測値との比較を行なった。その結果、板が薄い場合には良好な予測値が得られ、理論の妥当性が示された。

次に、背後層内における吸音層の位置、厚さ、背後層内に占める割合および流れ抵抗が、板振動型吸音率に及ぼす影響を計算により考察した。その結果、吸音層は弾性板のすぐ背後に配置する方が吸音率が高く、厚さおよび背後層内での割合が大きいほど、吸音率が大きくピーク周波数が低くなることが明らかになった。流れ抵抗については、ある一定の値までは増加とともにピーク値の上昇および周波数の低下が起こるが、それを超えると逆にピーク値の減少が見られた。

さらに、斜入射反射率の計算結果から、吸音層の影響によって低周波数域のディップがさ

らに低域側へ移動するとともに、広く、深くなり、低周波数域における反射性が著しく悪化することが示された。

第6章では、建築室内壁面の最も一般的な形態として、従来は全く取り扱われていない、周期的なリブおよび任意媒質の背後層を有する場合について、陽な形の解析的厳密解を示した。計算結果から、リブおよび背後層を有する板の一般的特徴として、次のことが明らかになった。

まず、背後層の影響による低周波数域のディップは、リブの効果によって浅くなり、若干高域側へ移動する。また、リブによる剛性の増加のため、低周波数域のディップよりさらに低い周波数範囲において、反射率が一様に高くなり、その程度は、板のヤング率、厚さおよびリブの間隔によって変化する。さらに、中高域では、リブの影響のため鋭いディップが多数生じ、その深さや周波数間隔には、板のパラメタの他、背後層に関するパラメタおよびリブの間隔が関与する。

次に、リブによる板の支持条件の違いによる影響を考察するため、板がリブによってピン支持される場合と、完全固定される場合を比較した。その結果、両者の差はコインシデンス周波数付近に著しく現れる他、中高域および低周波数域のディップの周波数、深さにも若干見られることが分かった。

さらに、リブの材質の影響について考察した結果、そのヤング率の影響が最も顕著であるが、 10^8N/m^2 を超えると、ほとんど変化しないことを示した。

第7章では、第2部序論として、有限板に固有の問題を指摘し、その必要性を述べた。また、有限な弾性板の音響振動連成問題に関する既往の研究を挙げ、本研究の位置付けを行った。

第8章では、有限な弾性板による反射問題について、基礎的な知見を得るため、解析的取り扱いが比較的容易な、剛バフル中の無限長 strip による反射音場について、近似的解析解と厳密解を示した。

近似解による考察から、有限な弾性板の反射特性が、主に共振点近傍のピークによって特徴づけられること、および、その他の周波数では、板の密度と厚さによって変化するピスト

ン成分の存在により、若干の影響を受けることを示した。なお、板のヤング率の影響としては、共振周波数を変化させるだけであるから、ピークの周波数の変化として現れるだけである。

また、厳密解からは、近似解では考察できない近傍音場の特徴を考察した。その結果、振動による放射成分の影響は、板の近傍において顕著であるが、遠方になるほど少なくなることを示した。

第9章では、オーディトリウムにおける“浮き雲”のような、自由空間中の弾性板の解析を目的として、有限要素法・境界要素法を用いた数値解析法について考察した。また、矩形弾性板の周囲の反射音場を解析した。

音響負荷を無視した計算例からは、共振の影響によってピーク、ディップが生じ、それらの現れ方が受音点の位置によって異なる様子が見られた。また、音響負荷の簡便な取り扱いとして、2つの方法を導入した。ひとつは、板の放射インピーダンスを一様に空気特性インピーダンスと等しいとする ρc 近似であり、もうひとつは、音響負荷を無視した場合の放射音圧を、音響負荷の第1近似として振動方程式への代入を繰り返す逐次代入法である。これら両方法に対し、計算例を示し若干の検討を加えた。特に、逐次代入法については、その収束性と板の損失係数の関係について簡単な考察を行なった。

第10章では、第9章で導入した音響負荷の取り扱いについて、剛バフル中の無限長stripに対する両方法による数値計算結果を、第8章で得た厳密解と比較することにより、近似法の適用範囲に関して以下の知見を得た。

ρc 近似は、面密度が大きい板に対しては、共振・非共振いずれの周波数でもかなり良好であるが、面密度が小さい板では、非共振周波数でも、精度が非常に悪化する場合がある。一方、逐次代入法は、面密度が大きい板でも損失係数が小さい場合には、共振周波数では発散するため適用できない。また、面密度が小さい板では、非共振周波数でも収束しない場合がある。以上から、 ρc 近似の方が適用範囲が広く、簡便である点から有用であると結論できるが、面密度が小さい板に対しては近似的に取り扱うことは困難であり、厳密な取り扱いが必要となるといえる。

以上のように、本論文第1部では、様々な構造を有する無限大弾性板に関する考察から、

オーディトリウム等において反射面として寄与が大きい，室内壁面の反射特性について知見を得た．第1部で取り扱った条件は，実際の建築的条件をほぼ網羅しており，設計上も有用な知見となり得ると考えられる．

また，第2部では，有限な弾性板の音響反射問題について，その解析法に関する基礎的検討を行ない，反射特性の基本的な性質を示した．

今後は，オーディトリウムのステージ床に見られるように，音源が反射面に非常に近接しており，さらに低音弦楽器やピアノなどによって，反射面である弾性板が直接機械的に加振される場合についても検討が必要であろう．また，有限板の数値解法に対するさらに詳細な検討や，具体的な反射板の設計法についても，今後の課題として取り組む必要がある．

謝 辞

本論文は、筆者が修士課程学生の当時、神戸大学前川純一名誉教授（当時教授）のご指導のもとに始めた、弾性板の音響反射問題に関する研究成果をまとめたものであります。前川先生には、当時の指導教官として懇切なご指導を頂いたばかりでなく、ご退官後も研究会などの機会に有益なご議論を頂きました。ここに厚くお礼申し上げます。

神戸大学松本衛教授には、前川先生のご退官後、博士課程に進学した筆者の指導教官としてご指導頂きました。特に、問題の数学的取り扱いや研究の進め方について、つねに貴重なご助言を賜りました。また、先生のご専門とは分野の異なる筆者の研究について、いつも興味を示していただき、温かい励ましのお言葉を頂きました。心から感謝いたします。

神戸大学森本政之助教授には、筆者の学生時代はもとより、助手として奉職してからは直接の上司として、研究上多くの便宜を凶っていただくとともに、建築音響全般に関する幅広い問題について、考える機会を与えていただきました。また、なかなか仕事が進まない筆者を、いつも激励していただきました。深くお礼申し上げます。

神戸大学安藤四一助教授には、学生時代からゼミナールを通して、貴重なご意見を賜りました。福井大学高橋大武助教授には、特に本論文の第1部の研究について、示唆に富む貴重なアドバイスを頂き、多くの有益なご議論を頂きました。京都大学古江嘉弘助教授、大阪工業大学河井康人助教授、京都大学堀之内吉成助手には、音場の数値解析手法について貴重なご助言を頂きました。大分大学大鶴徹助教授には、音響負荷の近似法について、貴重なご意見を頂きました。大阪芸術大学中山一郎助教授には、筆者の質問について親切にご教示いただきました。ここに深く感謝いたします。

京都大学鉾井修一助教授（当時神戸大学助手）、石川高専佐藤真奈美助手（当時神戸大学技官）には、研究上の問題について、いつも気軽に相談に乗っていただきました。元神戸大学技官出水浩一氏には、様々なご援助をいただきました。ここに、感謝の意を表します。

また、神戸大学の大学院生あるいは卒論生として多大なご援助をいただいた水島考一郎氏（現松下通信工業／神戸大学大学院自然科学研究科）、杉本理恵氏（現神戸製鋼所）、藤尾聡一朗氏（現鹿島）、柳喜夫氏（現長谷工コーポレーション）、玄晴夫氏（現大和ハウス工業）、平田真也氏（現インタースペースタイム）、谷川将規氏（修士課程在学）、および大阪芸術大学卒論生であった阿部千鶴子氏（現アクト音響振動調査事務所）、ならびに神戸大学環境音響学研究室の諸氏に厚くお礼申し上げます。

その他にも、本研究を遂行する上で、多くの方々からご援助いただきました。心からお礼申し上げます。

付録 A

カットオフ周波数およびディップの鋭さ

A.1 カットオフ周波数

第3章で述べたように、単一の無限大弾性板の音響反射特性の顕著な特徴のひとつとして、低周波数域における反射率の低下があげられる。これは低周波数域では、いわゆる質量制御の状態になっており、透過損失における質量則に表わされているのと同様、振動による放射成分が大きくなるためである。

これまで、反射板の設計に関しては、例えば「特に低音域の音が抜けのないような構造」が推奨されてきた [18]。したがって、低周波数域での反射率の低下について、材料の定数との関係で定量的な評価指標を与えておけば、設計資料として有用なものとなると考えられる。

そこで、低周波数域において、エネルギー反射率 $r_e = 0.5$ となる周波数を、フィルタ理論にならってカットオフ (cut-off) 周波数 f_{cut} と定義する。すなわち、反射音の直接音に対する相対レベルが、 -3 dB まで低下する周波数と言う意味である。これと板の定数との関係を考察しておく。

第3章で示した板の各定数の影響に関する考察からも分かるように、この低周波数域での反射率の低下には、板の密度 ρ_p 、厚さ h 、および入射角 θ が関与しており、ヤング率 E など屈曲振動に関わるパラメータは影響しない。したがって、この問題に関しては、板の振動は板の質量 (面密度 m) のみで決まるものといえるので、いま板の単位応答の Fourier 変換 $U(k)$ において、板の剛性を無視、すなわち $D \rightarrow 0$ の極限を考える。

$$U(k) \rightarrow -\frac{1}{2\pi m\omega^2}, \quad (D \rightarrow 0) \quad (\text{A.1})$$

すると、反射音圧は $A_1 = A_2 = 0$ の場合、次式の様になる。

$$p_r(\mathbf{r}) = \frac{m\omega^2 k_0 \cos \theta}{m\omega^2 k_0 \cos \theta + 2i\rho_0\omega^2} e^{ik_0(\sin \theta x - \cos \theta z)} \quad (\text{A.2})$$

よって、エネルギー反射率は、

$$r_e = \frac{(m\omega^2 k_0 \cos \theta)^2}{(m\omega^2 k_0 \cos \theta)^2 + (2\rho_0\omega^2)^2} \quad (\text{A.3})$$

となる。

(A.3)において、 $r_e = 0.5$ において周波数について解けば、カットオフ周波数 f_{cut} は、次式のような形で与えられる。

$$f_{cut} = \frac{1}{2\pi} \frac{2\rho_0 c_0}{m \cos \theta} \quad (\text{A.4})$$

$$\approx \frac{130}{m \cos \theta} \quad (\text{A.5})$$

(A.5)に見られるとおり、 f_{cut} は板の面密度 m および入射角 θ のみで決まる。 f_{cut} の計算例を、Fig.A.1に示す。入射角をパラメタとして、面密度の関数として表わしてある。図に見られるとおり、入射角が小さい場合には f_{cut} は低く、かなり軽い板でも低域まで反射板として十分な反射性を有することが分かる。しかし、入射角が大きい場合には、かなり重い板でないと低域での反射板としての効果が低下することが分かる。この図から、必要とする周波数帯域の下限を考慮して、反射板の材料を選択することが可能であろう。

また、板の代わりに膜を反射板として使用する場合にも、上述と全く同じ解が得られるので、反射板として弾性のない膜素材を使用する場合の設計にも、Fig.A.1がそのまま利用できる。なお、膜の反射特性については、後にくわしく述べる。

A.2 ディップの鋭さ Q について

ここでは、単一板の反射特性における、コインシデンス効果によるディップについて、その鋭さと各パラメタの関連について、若干の考察を行なう。

周波数特性におけるディップは、反射音の主観的評価において、例えば、その音色などに影響を与える可能性がある。一般にディップの知覚は、ピークの場合ほど敏感でないとされているが、周波数特性における非常に鋭い変化が、音色の変化として知覚できるという報告

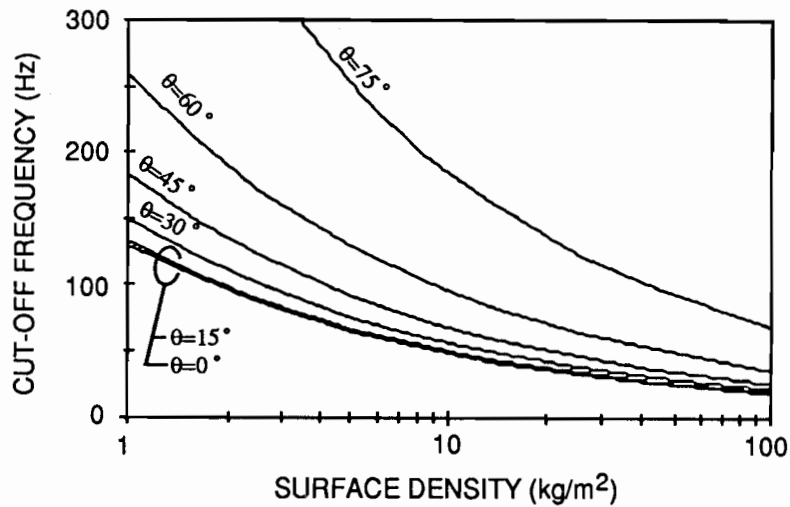


Figure A.1: Relationship between cut-off frequency of reflection and surface density of the elastic plates and membrane.

もある [97]. そこで、コインシデンス周波数 f_c におけるディップの鋭さを表わす評価指標として、フィルタ理論をはじめ、共振系の評価に広く一般的に使用されている Q を次のように定義し、これと各パラメタの関連を調べてみる。

$$Q = \frac{f_c}{f_1 - f_2} \quad (\text{A.6})$$

ここで、 f_1, f_2 は f_c の両側で、 r_e が次のようになる周波数である。

$$r_e = \frac{r_{e,flat} - r_{e,dip}}{2} \quad (\text{A.7})$$

ここに、 $r_{e,flat}$ はディップの両側で、反射特性がフラットになっている周波数での反射率の値であり、 $r_{e,dip}$ はディップ (f_c) での反射率の値である。

計算例として、板のヤング率 E 、密度 ρ_p 、厚さ h 、損失係数 η 、および入射角 θ に対する Q の変化を、Fig.A.2に示す。

Q は E 、 ρ_p および θ の増加に伴って、小さくなっている。また、 h および ρ_p の増加とともに、大きくなっている。

ディップの知覚については、あまり研究が行なわれていないため、今後、反射板のひとつの評価として、ディップの鋭さと主観的评价について研究を行なう必要があると思われる。その際の、反射板の評価指標として、上述の Q が利用できるものと考えられる。

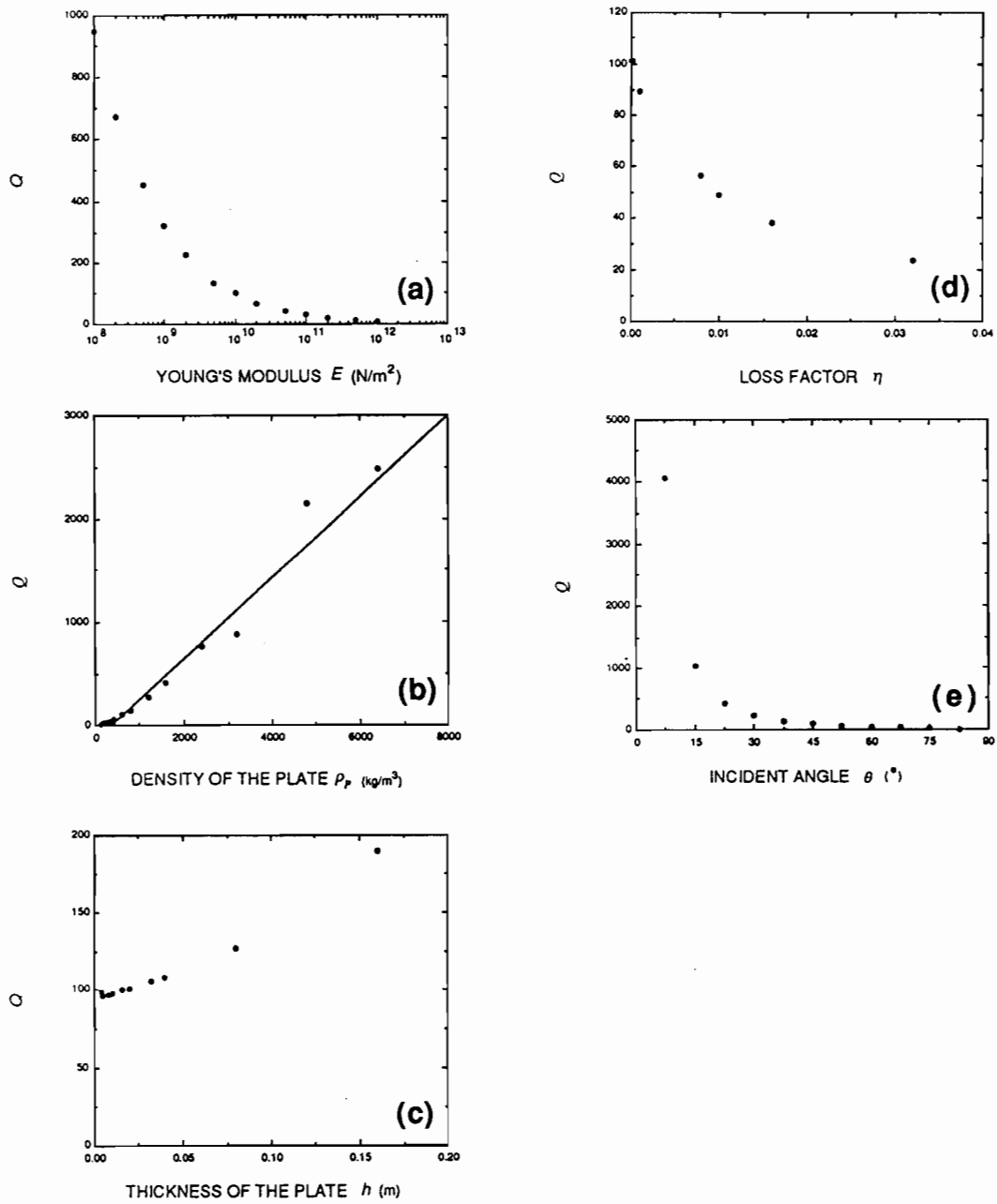


Figure A.2: Variation of the sharpness of the dip at f_c , Q due to the change in (a) the Young's modulus, (b) the density, (c) the thickness, (d) the loss factor, and (e) the angle of incidence.

なお、背後層を有する場合の低周波数域のディップについては、形がはっきりしない場合も多く、上述のような形での評価は困難である。

付録 B

背後吸音層のアドミタンス近似

背後層内に吸音層を挿入した場合の、無限大弾性板の反射特性については、第5章において多重背後層を有するものとしてモデル化し、理論的に解析した。Fig.B.1のように、背後層が厚さ z_1 の空気層と、厚さ $z_2 - z_1$ の多孔質吸音層から構成される2重層の場合には、第5章で得た理論解(5.23)を用いて解析することができるが、いま吸音層と背後壁からなる部分を、その表面のアドミタンスで近似することを考える。すなわち、 $z = z_1$ の位置に振動しない背後壁があり、その表面のアドミタンスを、Fig.B.1の $z \leq z_1$ 側(図中の左側)から見た $z \geq z_1$ 部分(吸音層+背後壁)のアドミタンスと等しくなるよう与え、空気層のみを有する板として近似的にモデル化できれば、空気層のみを有する場合の理論解(4.16)を用いてより簡単に解ける。

Fig.B.1の、 $z = z_1$ におけるノーマルインピーダンス Z_n は、

$$Z_n = Z_s \frac{Z_b \cosh\{\gamma(z_2 - z_1)\} + Z_s \sinh\{\gamma(z_2 - z_1)\}}{Z_b \sinh\{\gamma(z_2 - z_1)\} + Z_s \cosh\{\gamma(z_2 - z_1)\}} \quad (\text{B.1})$$

となる[98]。ここに、 Z_b 、 Z_s は、各々背後壁、吸音層の特性インピーダンスであり、 γ は吸音層の伝搬定数である。背後壁が完全反射性の剛壁ならば $Z_b = \infty$ であるから、(B.1)は、

$$Z_n = Z_s \cosh\{\gamma(z_2 - z_1)\} \quad (\text{B.2})$$

となる。 Z_s 、 γ は、流れ抵抗 R_f をもとに Delany and Bazley[43]の実験式(5.24)から得られる。したがって、(4.16)において、 $A_b = \rho_0 c_0 / Z_n$ として代入すればよい。

この方法によって求めた、エネルギー反射率の一例を Fig.B.2に示す。図中には(5.23)から求めた結果を併せて示してある。両者を比較すると、低域に生じるディップの周波数は同じ

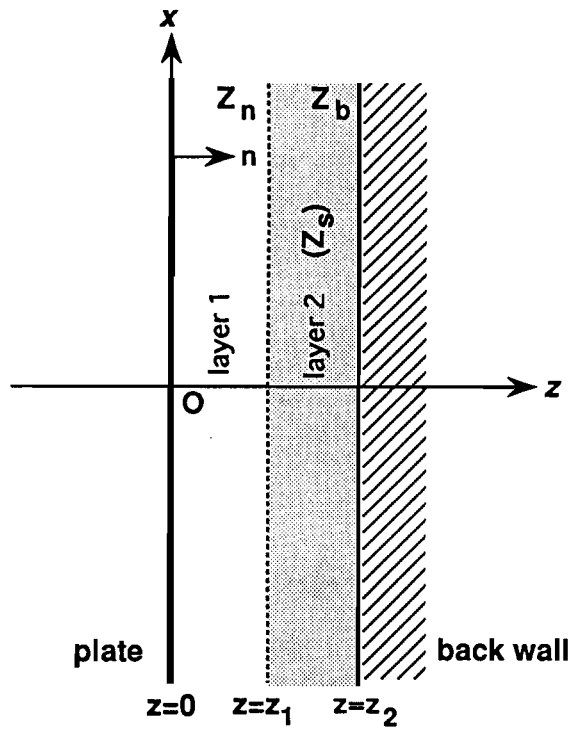


Figure B.1: An elastic plate of infinite extent with double layered back cavity.

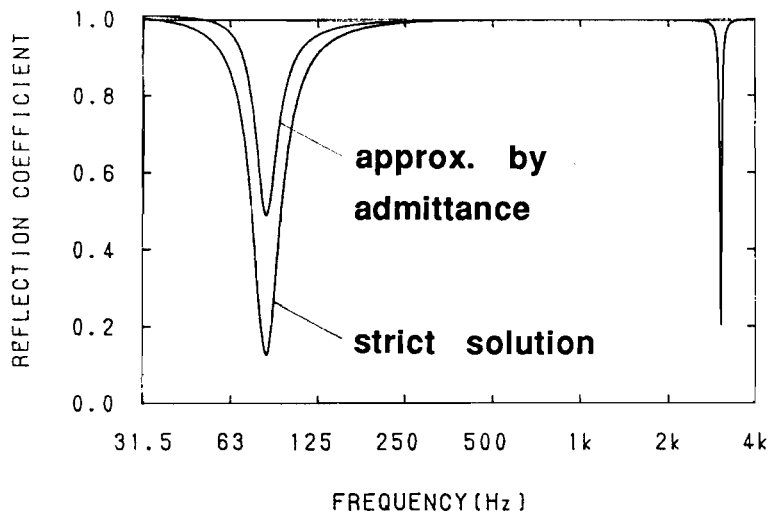


Figure B.2: An example of energy reflection coefficient of an infinite elastic plate with double layered back cavity calculated by assuming the local reaction for the second layer. $E = 10^{10}/\text{m}^2$, $h = 0.01\text{m}$, $\rho_p = 600\text{kg}/\text{m}^3$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 0.05\text{m}$, $z_2 = 0.1\text{m}$, $\theta = 45^\circ$, $R_f = 5000\text{rayls}/\text{m}$.

であるが、アドミタンス近似を行なった方がディップが浅くなっている。

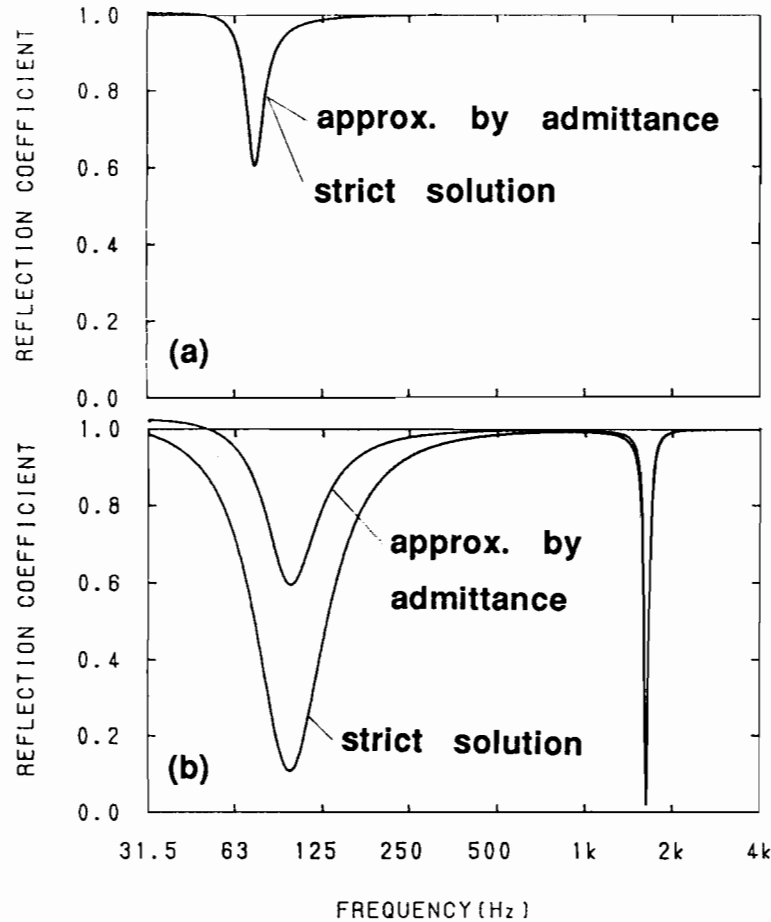


Figure B.3: Energy reflection coefficient of an infinite elastic plate with double layer back cavity calculated by assuming the local reaction for the second layer. $E = 10^{10}/\text{m}^2$, $h = 0.01\text{m}$, $\rho_p = 600\text{kg}/\text{m}^3$, $\eta = 0.01$, $z_1 = 0.05\text{m}$, $z_2 = 0.1\text{m}$, $R_f = 5000\text{rayls}/\text{m}$. (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta = 75^\circ$.

次に、入射角 θ が 0° 、 75° の場合の結果を、Fig.B.3に示す。この場合も(5.23)から得た解を図中に示したが、これと比較すると $\theta = 0^\circ$ の場合は両者はほぼ一致しているが、 θ が大きくなるほど両者のずれは大きくなるのが分かる。これは、局所作用の仮定の性質から考えて当然であるが、このような斜入射反射率を解析する場合には、背後吸音層に局所作用的な近似を適用するのは問題が多いことが分かる。また、音場入射吸音率のように統計入射とした場合は、ピーク値を過少評価する危険性が考えられる。

付録 C

矩形弾性板による過渡音場

本論文では一貫して周期的定常問題を扱ってきた。第9章では定常状態における矩形弾性板の反射音場を、数値解析によって求めた。これによって、板の反射特性に対する板の物性値などのパラメタの影響を、主として周波数特性、あるいは単一周波数における角度特性の変化として考察してきた。

しかし、現実の問題としては、定常状態として扱える場合ばかりではなく、過渡応答について考察することが必要となることが考えられる。また、聴感上の影響についても、過渡応答を求めて、時間領域で考察する方が有利な場合もある。

過渡応答の計算法としては、音場、板振動双方の式を、時間を変数として含んだ形で定式化すればよいが、一般にその計算法は困難な点が多い。剛な板については、Kawai and Terai[99]が法線微分型積分方程式を用いて定式化しており、良好な結果を得ているが、計算上非常に複雑な問題が多い。

一方、最も簡便な方法としては、定常状態の周波数特性を求めておき、それを Fourier 逆変換することで求める方法である。

ここでは、第9章で計算対象として板について、同じ条件での周波数特性の計算結果から、高速 Fourier 逆変換 (IFFT) を用いて、過渡応答を求めることを試みた。計算に当たっては、1Hz~1024Hz までを 1Hz 毎に計算し、IFFT することにより、約 1 秒の時系列データを得た。なお、板の諸定数は、 $E = 10^9 \text{N/m}^2$, $\rho_p = 500 \text{kg/m}^3$, $h = 2.5 \text{mm}$, $\eta = 0$ である。また、受音点は中心軸上、0.6m である (反射角 0°)。

計算結果として、周波数特性を同じ条件の剛板の場合と比較して、Fig.C.1に示す。また、IFFT した結果得られた、過渡応答を剛板の場合と比較して Fig.C.2に示す。

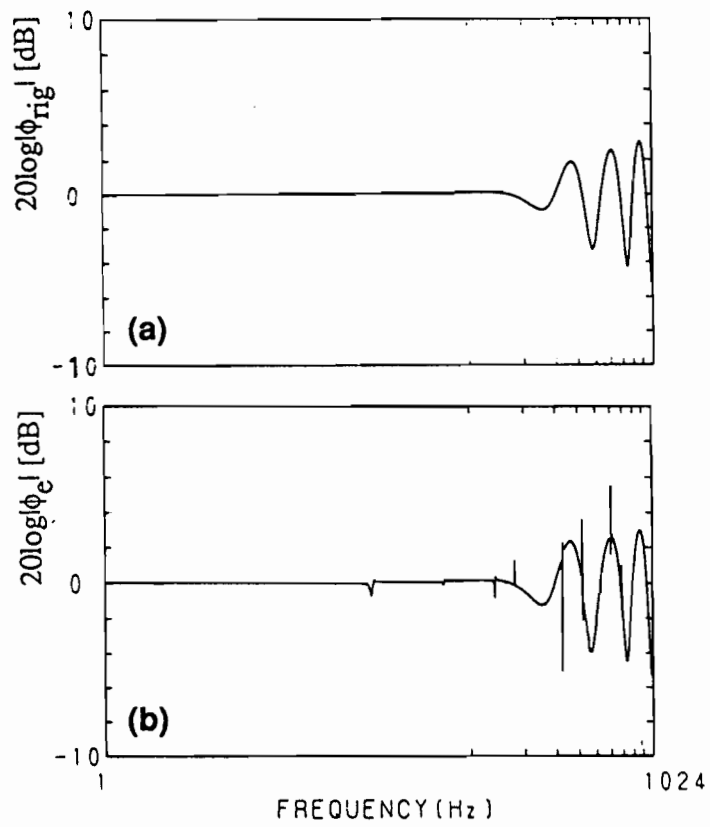


Figure C.1: Calculated frequency response of the sound field around an elastic rectangular plate (b) in comparison with one of an rigid plate (a).

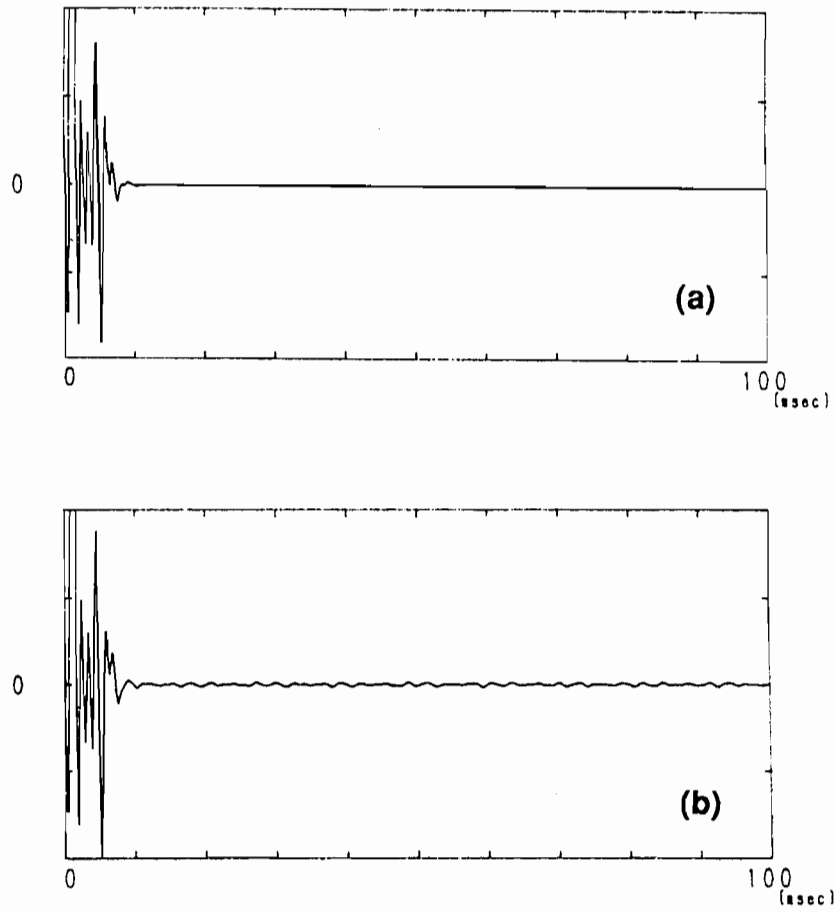


Figure C.2: Calculated transient sound field around an elastic rectangular plate (b) in comparison with one of an rigid plate (a).

直接音や反射成分が強い 10ms までは、両者はほとんど差がないが、10ms 以降になると弾性板からは、振幅の小さい波がで続けている様子が見られる。この部分だけを取り出して、FFT によって周波数特性を見てみると、Fig.C.3のように、多くのピークが現れており、弾性振動による放射成分であることが分かる。

このように、時間領域で考察した場合、板の表面での反射成分が終わった後にも、弾性振動による放射成分が継続することが分かる。

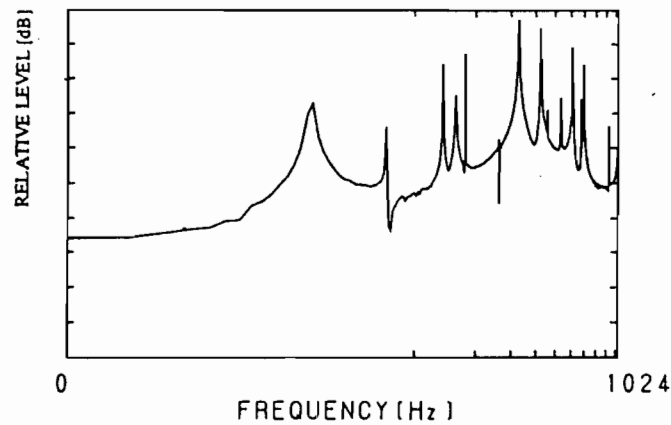


Figure C.3: Power spectrum of the tail of the transient sound field shown in Fig.C.2

付録 D

無限大膜の反射特性

一般に、反射板としては比較的重量のある板を用い、軽いものはなるべく避けるべきであるといわれている。したがって、カンバス、ゴムあるいはビニールシートのような膜素材は、通常反射板としては好ましくないものと考えられている。

しかし、このような膜素材を反射板として使用した例は、これまでもいくつか報告されている。浅野ら [100]、小林ら [101] は、多目的ホールのステージ反射板としてゴム膜を用いた例を報告している。これは、多目的ホールにおけるステージ反射板が、使用目的によって頻りに設置、収納を繰り返す必要があることから、軽量化によってその作業を容易にし、さらに、ゴムの柔軟な性質を利用して、収納スペースの節約をはかったものである。浅野らは、材質として厚さ 6.5mm、面密度 12.5kg/m^2 のゴム膜を使用し、その音響特性として残響室において、透過損失、吸音率および振動加速度を測定している。その結果、透過損失はほぼ質量則に一致しディップなどが見られず、吸音率も一般的な反射板のものより低いため、十分使用に耐えると結論している。小林らは厚さ 5mm、面密度 8kg/m^2 を反射板として使用した場合の、設置前と設置後のエコータイムパターンを測定し、初期反射音について比較を行った。その結果、250Hz～4kHz では初期反射音の増加が見られ、250Hz 以上では効果があると報告している。ただし、基礎的データとしては拡散入射に対するものだけで、斜入射に対する特性は測定されていない。

Strøm [20] は、多目的ホールや体育館においてオーケストラのコンサートを行なう場合、その音響特性を改善するための、厚さ 1mm のプラスチック膜を仮設の音響反射板として用い、十分に効果があったと報告している。この膜の音響特性として、残響室で測定した透過損失から、計算によって入射角を変化させたときの各周波数の反射率を求めている。これら

の結果から、高周波数域ではほぼ完全反射とみなせるため、厚さ 1mm のプラスチック膜でも音響反射板として有効に使用できると結論している。しかし、前述の様に、初期反射音に対する効果を評価する上で重要な、斜入射に対する反射特性については検討されていない。

その他にも、ステージ反射板として膜を使用しているホールは、いくつか見られるようである [7]。例えば、カーネギーホール（ニューヨーク）では、頑丈なフレームにペイント仕上げのキャンバスを張ったものを使用している。また、その他アメリカのいくつかのホールでも、同様のものを使用している例が紹介されている。

ステージ反射板の目的として、演奏者に対して反射音を供給し、合奏を容易にするためには、高周波数域の反射音が特に重要であると言われていることから、重量のない膜でもある程度の効果が期待できる。また、多目的ホールではステージ反射板の収納スペースが大きいことや、収納方法が運用上の大きな問題となっていることから、膜素材を有効に利用することで、これらの問題をある程度解決することが期待できる。

膜の反射特性については、第 3 章で紹介した Morse and Ingard[27] が、膜の場合についても解析しているが、透過のみを取り上げ、反射については全く考察していない。

無限大膜の反射特性については、第 3 章で得た解 (3.35),

$$p_r(\mathbf{r}) = \left\{ \frac{\cos \theta - A_1}{\cos \theta + A_1} + \frac{\cos \theta + A_2}{\cos \theta + A_1} i \rho_0 \omega^2 k_0 \cos \theta F(k_0 \sin \theta) \right\} e^{i(k_0 \sin \theta x - k_0 \cos \theta z)} \quad (\text{D.1})$$

において、 $F(k)$ に含まれる板の単位応答 $U(k)$ を、膜の単位応答 $U_m(k)$ に置き換えるだけで得ることができる。

膜の単位応答は、

$$U_m(k) = \frac{1}{2\pi T(k^2 - k_m^2)} \quad (\text{D.2})$$

となり、 T は張力、 $k_m = m\omega^2/T$ 、 m は面密度である。したがって、膜の振動に関するものとしては、 T 、 m および入射角 θ が反射特性に影響を及ぼすパラメータとなる。

まず、面密度 $m = 1, 3, 6, 9 \text{ kg/m}^2$ に対する計算結果を、Fig.D.1 に示す。 m が増加するにしたがって、低周波数域での反射率が上昇し、低域までよい反射性を示すことが分かる。なお、板の場合と違い、膜では k_0 と k_m の周波数依存性が同じなので、コインシデンス効果は起こらないが、 $k_0 \sin \theta = k_m$ となるような T, m の場合には、全周波数で完全透過すなわち

反射率は0となる。

また、張力 T の影響については、(D.2) から、次のように考えられる。まず、 $U_m(k_0 \sin \theta)$ を次のように変形する。

$$U_m(k_0 \sin \theta) = \frac{1}{2\pi T(k_0 \sin^2 \theta - k_m^2)} \quad (\text{D.3})$$

$$= \frac{1}{2\pi\omega^2(T \sin^2 \theta / c_0^2 - m)} \quad (\text{D.4})$$

ここで、 $\sin \theta = 1$ としても、 $T = 1\text{N/m}$ のとき $T \sin^2 \theta / c_0^2 = 8.65 \times 10^{-6}$ 、 $T = 100\text{N/m}$ でも $T \sin^2 \theta / c_0^2 = 8.65 \times 10^{-4}$ であり、いずれの場合にも一般に、

$$T \sin^2 \theta \ll m \quad (\text{D.5})$$

が成り立ち、 T の影響はほとんど無視できる。したがって、無限大膜の反射特性に対しては、現実を考え得る範囲においては、張力はほとんど影響しないと言える。すなわち、ほとんど質量則によって決まり、 $U_m(k)$ は (A.1) と同じ形になるので、付録1での議論がそのまま当てはまる。また、カットオフ周波数についても (A.5) によって求められるので、Fig.A.1をそのまま利用することができる。

なお、入射角 θ を変化させた場合の計算例を、Fig.D.2にあげておく。 θ が大きくなるほど、低周波数域での反射率が低下する様子が見られる。また、反射率 r_e の角度特性を、Fig.D.3に示す。低域の100Hzでは $\theta \geq 75^\circ$ において、 $r_e \leq 0.5$ となり反射性が悪くなる。しかし、500Hzでは $\theta = 85^\circ$ 付近まで $r_e \geq 0.5$ であり、十分な反射性を有するといえる。

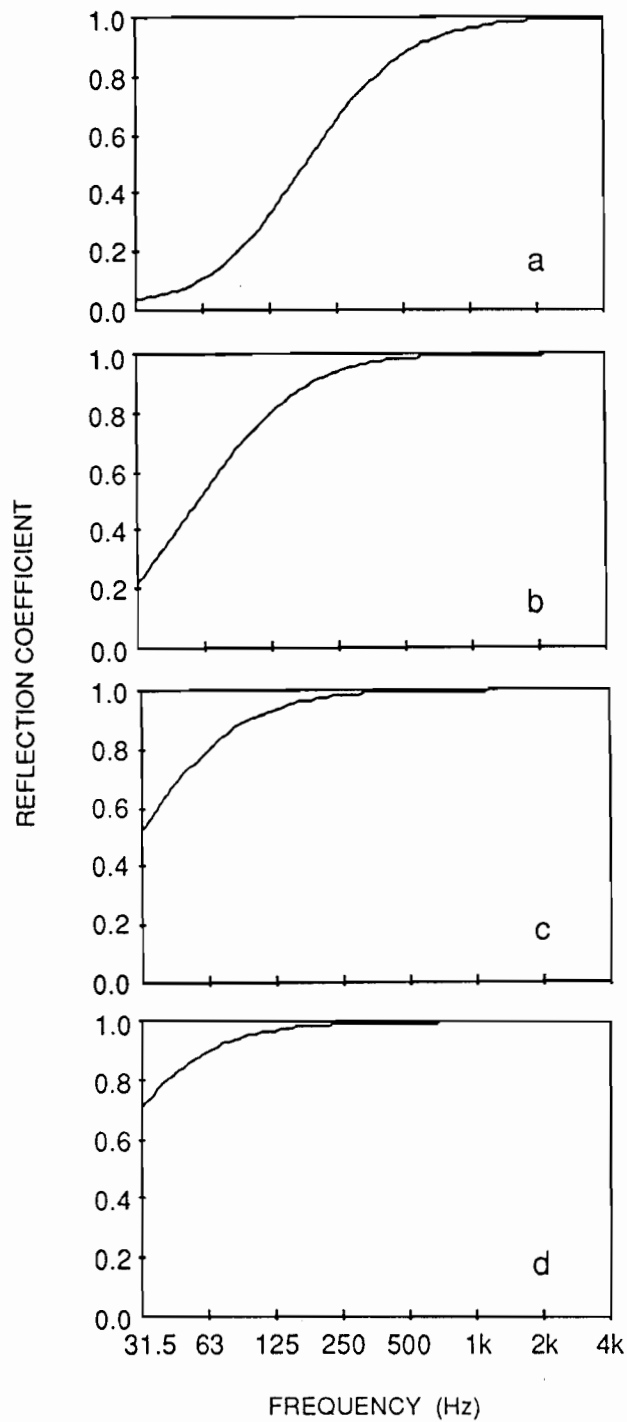


Figure D.1: Effect of the surface density m on the reflection coefficient of the infinite membrane. $m =$ (a) 1 kg/m^2 , (b) 3 kg/m^2 , (c) 6 kg/m^2 , (d) 9 kg/m^2 . $T = 10\text{N/m}$, $\theta = 45^\circ$ throughout.

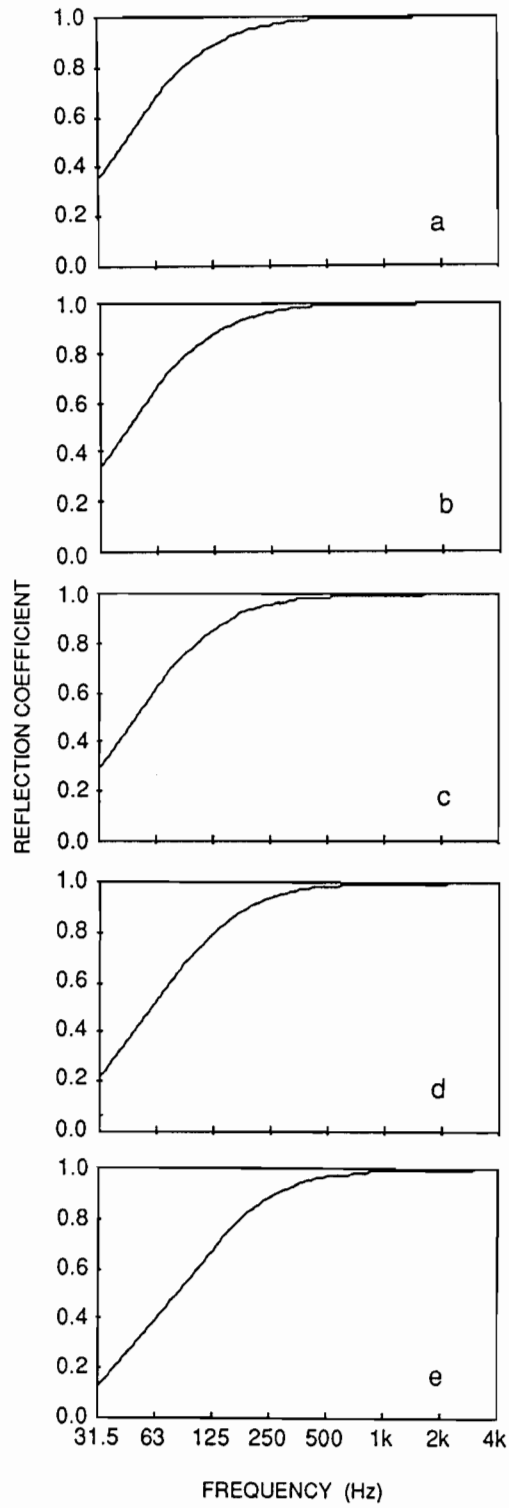


Figure D.2: Effect of the angle of incidence on the reflection coefficient of an infinite membrane. $\theta =$ (a) 0° , (b) 15° , (c) 30° , (d) 45° , (e) 60° . $T = 10\text{N/m}$, $m = 3\text{kg/m}^2$ throughout.

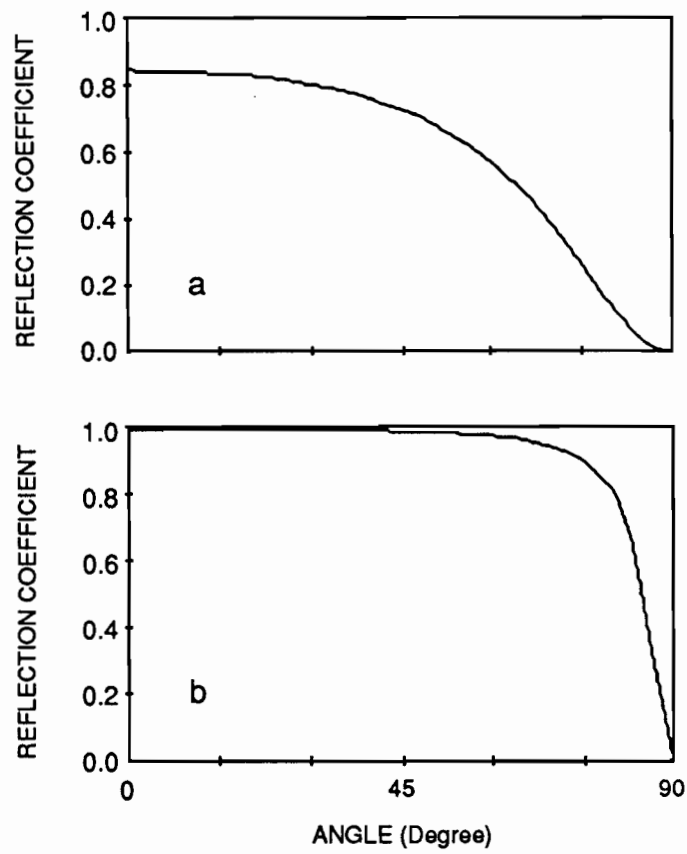


Figure D.3: Angle dependence of the reflection coefficient of an infinite membrane:(a) 100Hz, (b) 500Hz. $T = 10\text{N/m}$, $m = 3\text{kg/m}^2$.

文 献

- [1] Lord (J. W. S.) Rayleigh, *Theory of sound*, (Second edition, 1896), (reprinted by Dover, New York, 1945), ¶278.
- [2] 福原博篤, 木本茂夫, 永岡武利, 快適環境と騒音防止設計, (彰国社, 東京, 1988), p.79.
- [3] M. C. Junger and D. Feit, *Sound, Structures, and Their Interaction*, (MIT Press, Cambridge, MA, 1972), Chap. 1.
- [4] F. Fahy, *Sound and Structural Vibration —Radiation, Transmission and Response—*, (Academic Press, London, 1985) Chap. 5.
- [5] J. ブラウエルト, 森本政之, 後藤敏幸, 空間音響, (鹿島出版会, 東京, 1986), pp.127-175.
- [6] H. Kuttruff, *Room Acoustics, 2nd ed.*, (Applied Science Publishers, London, 1979).
- [7] L. L. Beranek, *Music, Architecture & Acoustics* (John Wiley & Sons, New York, 1962).
- [8] L. L. Beranek, Some recent experiences in the design and testing of concert halls with suspended panel arrays, *Acustica* **15**, 307–316 (1965).
- [9] R. W. Leonard, L. P. Delasso and V. O. Knudsen, Diffraction of sound by an array of rectangular reflective panels, *J. Acoust. Soc. Am.* **36**, 2328–2333 (1964).
- [10] E. Meyer and H. Kuttruff, Reflexionseigenschaften durchbrochener Decken (Modelluntersuchungen an der Reflektorordnung der neuen Philharmonic Hall in New York), *Acustica* **13**, 183–186 (1963).

- [11] 桜井美政, 前川純一, 平板およびその配列からの音響反射, 日本音響学会誌 **24**, 289–298 (1968).
- [12] J. H. Rindel, Acoustic design of reflectors in auditoria, Proc. Inst. of Acoust.(UK), **14** Pt.2, 119–128 (1992).
- [13] 桜井美政, オーディトリアムの音場計算法に関する研究, 京都大学 (学位論文, 1982) .
- [14] 寺井俊夫, 積分方程式による建築の音場計算に関する研究, 京都大学 (学位論文, 1979) .
- [15] 古江嘉弘, 建物開口部からの音の放射に関する基礎的研究, 京都大学 (学位論文, 1987) .
- [16] 河井康人, 積分方程式による建築の内部及び外部空間における音場計算に関する研究, 京都大学 (学位論文, 1991) .
- [17] 前川純一, 「建築・環境音響学」, (共立出版, 東京, 1990), p.160.
- [18] 日本建築学会編, 「建築の音環境設計 (新訂版)」, (彰国社, 東京, 1983), pp.7–8.
- [19] 永田穂, 新版 建築の音響設計, (オーム社, 東京, 1991), p.123.
- [20] S. Strøm, The use of light-weighted plastic foil reflectors and a MRC-reverberation system in multipurpose halls for symphonic orchestras, ELAB-Report, STF-44, A88182, (Norwegian Tech. Univ., Trondheim, 1988).
- [21] S. Strøm, H. Dahl, A. Krokstad and E. Eknes, Acoustical design of the Grieg Memorial Hall in Bergen, Appl. Acoust., **18**, 127–142 (1985).
- [22] L. Cremer, M. Heckl and E. E. Ungar, *Structure Borne Sound*, (Springer, Berlin, 1973).
- [23] M. Heckl, The Tenth Sir Richard Fairey Memorial Lecture: Sound transmission in buildings, J. Sound Vib. **77**, 165–189 (1981).
- [24] D. Feit, Pressure radiated by a point-excited elastic plate, J. Acoust. Soc. Am. **40**, 1489–1494 (1966).

- [25] M. C. Junger, Pressure radiated by an infinite plate driven by distributed loads, *J. Acoust. Soc. Am.* **74**, 649–653 (1983).
- [26] P. Filippi et H. Saadat, Vibration d'une plaque mince infinie couplée avec un fluide, *Acustica* **26**, 315–322 (1972).
- [27] P. M. Morse and K. U. Ingard, *Theoretical Acoustics*, (McGraw–Hill, New York, 1968), Chap. 10.
- [28] M. C. Junger and D. Feit, *Sound, Structures, and Their Interaction*, (MIT Press, Cambridge, MA, 1972), Chap. 12.
- [29] A. J. Rudger, Acoustic reflection and radiation by thick fluid-loaded composite plates, *J. Acoust. Soc. Am.* **66**, 571–578 (1979).
- [30] 木村 翔, 音響材料の吸音特性に関する実験的研究, 東京大学生産技術研究所報告 **10**(5), (1961).
- [31] A. W. Leissa, *Vibration of Plates*, (NASA–Report, SP-160, 1969).
- [32] D. Takahashi, Sound transmission through single plates with absorptive facings, *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 1453–1457 (1988).
- [33] A. London, Transmission of reverberant sound through double walls, *J. Acoust. Soc. Am.* **22**, 270–279 (1950).
- [34] P. V. Brüel, *Sound Insulation and Room Acoustics*, (Chapman and Hall, London, 1951), Chap. 4.
- [35] R. D. Ford and M. A. McCormick, Panel sound absorbers, *J. Sound Vib.* **10**, 411–423 (1969).
- [36] 平泉満男, 高橋賢一, 曾根敏夫, 二村忠元, 板振動型吸音に関する考察—周辺固定円形板モデルの解析—, *日本音響学会誌* **30**, 276–284 (1974).
- [37] 日本音響材料協会編, *建築音響工学ハンドブック*, (技報堂, 東京, 1963) .

- [38] C. W. Kosten, Symposium on the sound insulation of lightweight structures, *Acustica* **4**, 263–270 (1954).
- [39] 太田光雄編著, 基礎物理音響工学, (朝倉書店, 東京, 1990), 第4章.
- [40] V. O. Knudsen and C. M. Harris, *Acoustical Designing in Architecture*, (John Wiley, New York, 1950. Reprint, Acoust. Soc. Am., 1978), Chap. 4.
- [41] M. Morimoto and Z. Maekawa, Effects of low frequency components on auditory spaciousness, *Acustica* **66**, 190–196 (1988).
- [42] D. Takahashi, Sound transmission through double plates with multiple absorptive layers, Proc. 14th ICA (Beijing, China), F9–4 (1992).
- [43] M. E. Delany and E. N. Bazley, Acoustical properties of fibrous absorbent materials, *Appl. Acoust.* **3**, 105–116 (1970).
- [44] V. N. Evseev, Sound radiation from an infinite plate with periodic inhomogeneities, *Sov. Phys. Acoust.* **19**, 226–229 (1973).
- [45] M. L. Rumerman, Vibration and wave propagation in ribbed plates, *J. Acoust. Soc. Am.* **57**, 370–373 (1975).
- [46] B. R. Mace, Periodically stiffened fluid-loaded plates, I: response to convected harmonic pressure and free wave propagation, *J. Sound Vib.* **73**, 473–486 (1980).
- [47] B. R. Mace, Periodically stiffened fluid-loaded plates, II: response to line and point forces, *J. Sound Vib.* **73**, 487–504 (1980).
- [48] B. R. Mace, Sound radiation from fluid loaded orthogonally stiffened plates, *J. Sound Vib.* **79**, 439–452 (1981).
- [49] G. Maidanik, Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields, *J. Acoust. Soc. Am.* **34**, 809–826 (1962).
- [50] G. Maidanik and J. Dickey, Reflection of incident pressure waves by ribbed panels, *J. Acoust. Soc. Am.* **90**, 2124–2138 (1991).

- [51] D. M. Photiadis, The effect of irregularity on the scattering of acoustic waves from a ribbed plate, *J. Acoust. Soc. Am.* **91**, 1897–1903 (1992).
- [52] F. G. Leppington, Acoustic scattering by membranes and plates with line constraints, *J. Sound Vib.* **58**, 319–332 (1978).
- [53] G-F. Lin and J. M. Garrelick, Sound transmission through periodically framed parallel plates, *J. Acoust. Soc. Am.* **61**, 1014–1018 (1977).
- [54] D. Takahashi, Sound radiation from periodically connected double-plate structures, *J. Sound Vib.* **90**, 541–557 (1983).
- [55] A. Klauson and J. Metsaveer, Sound scattering by a cylindrical shell reinforced by lengthwise ribs and walls, *J. Acoust. Soc. Am.* **91**, 1834–1843 (1992).
- [56] R. Courant and D. Hilbert, *Methoden der Mathematischen Physik*, [斎藤利弥監訳, 丸山滋弥訳, 数理解物理学の方法, (東京図書, 東京, 1959)], p.62-63.
- [57] 永田穂編著, 建築音響, (コロナ社, 東京, 1988), 第4章.
- [58] D. G. Crighton and F. G. Leppington, Scattering of aerodynamic noise by a semi-infinite compliant plate, *J. Fluid Mech.* **43**, 721–736 (1970).
- [59] P. A. Cannel, Edge scattering of aerodynamic sound by a lightly loaded elastic half-plane, *Proc. R. Soc. Lond. A.* **347**, 213–238 (1975).
- [60] F. G. Leppington, Scattering of sound waves by finite membranes and plates near resonances, *Q. J. Mech. Appl. Math.* **29**, 527–546 (1976).
- [61] I. D. Abrahams, Scattering of sound by finite elastic surfaces bounding duct or cavities near resonance, *Q. J. Mech. Appl. Math.* **35**, 91–101 (1982).
- [62] V. Mason, On the coupling of membrane with an incident sound field, *J. Sound Vib.* **4**, 9–17 (1966).
- [63] G. A. Kriegsmann, A. Norris and E. L. Reiss, Acoustic scattering by bafflec membranes, *J. Acoust. Soc. Am.* **75**, 685–694 (1984).

- [64] W. P. Baker, G. A. Kriegsmann and E. L. Reiss, Acoustic scattering by baffled cavity-backed membranes, *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 423–432 (1988).
- [65] W. P. Baker, G. A. Kriegsmann and E. L. Reiss, Pulse scattering by baffled cavity-backed membranes, *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 433–440 (1988).
- [66] G. A. Kriegsmann and C. L. Scandrett, Assessment of a new radiation damping model for structural acoustic interactions, *J. Acoust. Soc. Am.* **86**, 788–794 (1989).
- [67] N. Hashimoto, M. Katsura, M. Yasuoka and H. Fujii, Sound insulation of a rectangular thin membranes with additional weights, *Appl. Acoust.* **33**, 21–43 (1991).
- [68] M. Lax, The effect of radiation on the vibrations of a circular diaphragm, *J. Acoust. Soc. Am.* **16**, 5–13 (1944).
- [69] J. E. Young, Transmission of sound through thin elastic plates, *J. Acoust. Soc. Am.* **26**, 485–492 (1954).
- [70] 川井孝雄, 一重板の遮音機構の解析—円形板への平面波垂直入射—, *日本音響学会誌* **29**, 186–198 (1973).
- [71] 中山一郎, パルス音波に対する板の遮音機構の解明に関する研究, 大阪大学, (学位論文, 1980) .
- [72] 高橋大弐, 古江嘉弘, 松浦邦男, 球面波入射による板振動・音の透過, *日本音響学会誌* **35**, 314–321 (1979).
- [73] H. Suzuki and J. Tichy, Sound radiation from an elastically supported circular plate, *J. Acoust. Soc. Am.* **65**, 106–111 (1979).
- [74] A. Berry, J-L. Guyader and J. Nicolas, A general formulation for the sound radiation from rectangular, baffled plates with arbitrary boundary conditions, *J. Acoust. Soc. Am.* **88**, 2792–2801 (1990).
- [75] A. Craggs, The transient response of a coupled plate–acoustic system using plate and acoustic finite elements, *J. Sound Vib.* **15**, 509–528 (1971).

- [76] A. Craggs, An acoustic finite element approach for studying boundary flexibility and sound transmission between irregular enclosures, *J. Sound Vib.* **30**, 343–357 (1973).
- [77] A. Craggs and G. Stead, Sound transmission between enclosures — A study using plate and acoustic finite elements, *Acustica* **35**, 90–98 (1976).
- [78] M. C. Battacharya and M. J. Crocker, Forced vibration of a panel and radiation of sound into a room, *Acustica* **22**, 275–294 (1969).
- [79] M. I. Qaisi, Free vibrations of a rectangular plate–cavity system, *Appl. Acoust.* **24**, 49–61 (1988).
- [80] J. Pan and D. A. Bies, The effect of fluid–structural coupling on sound waves in an enclosure—Theoretical part, *J. Acoust. Soc. Am.* **87**, 691–707 (1990).
- [81] J. Pan and D. A. Bies, The effect of fluid–structural coupling on sound waves in an enclosure—Experimental part, *J. Acoust. Soc. Am.* **87**, 708–717 (1990).
- [82] J. Pan and D. A. Bies, The effect of fluid–structural coupling on acoustical decays in a reverberation room in the high–frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.* **87**, 718–727 (1990).
- [83] J. T. Hunt, M. R. Knittel, C. S. Nichols and D. Barach, Finite–element approach to acoustic scattering from elastic structures, *J. Acoust. Soc. Am.* **57**, 287–299 (1975).
- [84] G. C. Everstine and F. M. Henderson, Coupled finite element/boundary element approach for fluid–structure interaction, *J. Acoust. Soc. Am.* **87**, 1938–1947 (1990).
- [85] 大鶴徹, 坂田展甫, 山岸豪敏, 緩やかな曲率を有する任意形態遮音板の音響入射に対する応答解析, *日本建築学会建築環境工学論文集* **6**, 35–42 (1984).
- [86] 大鶴徹, 山本秀樹, 計算力学的手法による板の音響透過特性解析, *日本音響学会誌* **44**, 293–299 (1988).
- [87] 田中洪, 矩形中空壁の垂直入射波に対する透過損失の解析, *日本音響学会誌* **31**, 441–448 (1975).

- [88] 大鶴徹, 室と壁体の振動／音響連成解析—1. 壁体の比放射インピーダンス及び透過音エネルギーの計算力学的導出—, 日本建築学会九州支部研究報告 **33**, 157-160 (1992).
- [89] 寺沢寛一, 自然科学者のための数学概論 (増訂版), (岩波書店, 東京, 1954), p.490.
- [90] M. Born and E. Wolf, *Principles of optics*, [草川徹, 横田英嗣訳, 工学の原理 II, (東海大学出版会, 東京, 1975)], 第 VIII 章.
- [91] 森口, 宇田川, 一松, 数学公式 III, (岩波書店, 東京, 1957), p.145.
- [92] 城戸健一編著, 基礎音響工学, (コロナ社, 東京, 1990), 第 4 章.
- [93] 早坂寿雄, 吉川昭吉郎, 音響振動論, (丸善, 東京, 1974), 第 19 章.
- [94] 加川幸雄, 有限要素法による振動・音響工学／基礎と応用, (培風館, 東京, 1981), 第 9 章, p.208.
- [95] C. A. Brebbia and J. J. Connor, (鷲津久一郎監訳, 田中道夫訳), 有限要素法の基本と応用, (ブレイン図書出版, 東京, 1980), pp.155-161.
- [96] 長田晃一, 道路橋からの低周波音放射, 日本音響学会建築音響研究会資料 AA87-05 (1987).
- [97] B. S. Atal and M. R. Schroeder, Perception of coloration in filtered Gaussian noise — Short-time spectral analysis by the ear, Proc. 4th Int'l Congr. on Acoust. (Copenhagen), H31 (1962).
- [98] C. Zwikker and C. W. Kosten, *Sound Absorbing Materials*, (Elsevier, New York, 1949), Chap.1.
- [99] Y. Kawai and T. Terai, A numerical method for the calculation of transient acoustic scattering from thin rigid plates, J. Sound Vib. **141**, 83-96 (1990).
- [100] 浅野昭寿, 清水裕之, 藪下満, 小林好人, 内田季延, ゴム板の音響反射板への応用, 日本音響学会講演論文集 (秋季) 1-4-16, 487-488 (1984).
- [101] 小林好人, 渡嘉敷健, 塩田正純, 内田季延, 可撓性音響反射板の音響性能について, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (中国), 環境工学 D4132, 263-264 (1990).

本研究に関する発表論文一覧

A. 原著論文

No. 題目	掲載誌	共著者	本文の章
1 弾性平板の音響反射特性に関する基礎的考察	神戸大学大学院自然科学研究科紀要 8-B , 41-48 (1990)	前川純一	第8章
2 有限要素法・境界要素法を用いた弾性平板による反射音場の数値解析	日本音響学会誌 48 , 786-793 (1992)	杉本理恵 高橋大弐 森本政之	第9章
3 Acoustic reflection by an elastic plate with infinite extent	J. Acoust. Soc. Jpn(E) 13 , 85-90 (1993)	高橋大弐 森本政之	第3章
4 Acoustic properties of an infinite elastic plate with back cavity	Acustica 78 , (in press)	高橋大弐 玄 晴夫 森本政之	第4章
5 A note on the acoustic reflection of an infinite membrane	Acustica (submitted)	森本政之 高橋大弐	付録A,D

B. 国際会議プロシーディングス

No. 題目	掲載誌	共著者
1 An anlysis of acoustic reflection by an elastic plate with infinite extent	Proc. 14th ICA (Beijing), paper F6-7 (1992)	高橋大弐 森本政之

C. 学術講演

No.	題目	資料名	共著者
1	弾性平板の音響反射特性に関する 基礎的考察 —数値解析によるアプローチ—	日本音響学会講演論文集 1-2-20 1990年9月	杉本理恵 森本政之 松本 衛 他1名
2	弾性平板の音響反射特性に関する 基礎的考察 —単純なモデルによる近似解析—	日本音響学会講演論文集 1-2-21 1990年9月	松本 衛 前川純一
3	有限要素法・境界要素法を用いた弾性 平板による反射音場の解析 —2次元音場における厳密解との比較—	日本建築学会近畿支部 研究報告集31号 (計画系) 1-4 1991年5月	杉本理恵 高橋大次 森本政之 他1名
4	矩形弾性弾性平板による反射音場 —有限要素法・境界要素法による 数値解析—	日本建築学会近畿支部 研究報告集31号 (計画系) 5-8 1991年5月	杉本理恵 高橋大次 森本政之 他1名
5	有限要素法・境界要素法を用いた矩形 弾性平板による反射音場の解析	日本建築学会大会学術 講演梗概集D 4175 349-350 1991年9月	杉本理恵 高橋大次 森本政之
6	有限要素法・境界要素法を用いた弾性 平板による反射音場の解析 —2次元音場における厳密解との比較—	日本音響学会講演論文集 2-2-5 1991年10月	杉本理恵 高橋大次 森本政之
7	有限要素法・境界要素法を用いた矩形 弾性平板による反射音場の解析	日本音響学会講演論文集 2-2-6 1991年10月	杉本理恵 高橋大次 森本政之
8	弾性平板による反射音場 —有限要素法・境界要素法による 数値解析—	日本音響学会建築音響 研究委員会資料 AA91-23 1991年11月	杉本理恵 高橋大次 森本政之
9	無限大弾性板の音響反射特性 —その1 基礎的考察—	日本音響学会講演論文集 2-4-18 1992年3月	高橋大次 森本政之
10	無限大弾性板の音響反射特性 —その2 後壁を有する場合—	日本音響学会講演論文集 2-4-19 1992年3月	高橋大次 森本政之
11	弾性板による反射音場の数値解法 について —音響負荷の近似的取扱いに関する —検討—	日本建築学会近畿支部 研究報告集32号 (計画系) 53-56 1992年6月	高橋大次 森本政之
12	板振動型吸音特性の予測に関する研究 —1. 背後空気層の場合—	日本音響学会講演論文集 1-3-23 1992年10月	古道直樹 高橋大次 他2名

13	板振動型吸音特性の予測に関する研究 —2. 吸音機構についての考察—	日本音響学会講演論文集 1-3-24 1992年10月	玄 晴夫 森本政之 他2名
14	背後空気層・吸音層を有する弾性板の 反射・吸音特性	日本音響学会講演論文集 1-3-25 1992年10月	玄 晴夫 森本政之 他2名
15	周期的なリブを有する無限大弾性板の 音響反射特性	日本音響学会建築音響 研究委員会資料 AA92-23 1992年11月	玄 晴夫 高橋大弐 森本政之
16	周期的なリブを有する無限大弾性板の 音響反射特性—リブから受けるモーメ ントを考慮した場合—	日本音響学会講演論文集 2-6-4 1993年3月	玄 晴夫 森本政之 高橋大弐
17	無限大膜の音響反射特性 (A note on the acoustic reflection of an infinite membrane)	日本音響学会建築音響 研究委員会資料 AA93-20 1993年4月	森本政之 高橋大弐
