



鋼管立体トラスに用いられる球継手の耐力評価に関する研究

田中, 剛

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

1994-09-21

(Date of Publication)

2007-09-14

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

乙1871

(JaLCD0I)

<https://doi.org/10.11501/3105471>

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2001871>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



神戸大学博士論文

鋼管立体トラスに用いられる球継手の 耐力評価に関する研究

1994年8月

田中 剛

目 次

第1章 序	1
§ 1-1 研究の目的	1
§ 1-2 研究の概要	1
発表論文	3
参考文献	4
第2章 鋼球の材料性状	5
§ 2-1 序論	5
§ 2-2 球厚分布	6
§ 2-3 塑性ひずみ分布	6
§ 2-4 機械的性質	8
§ 2-5 加工硬化の程度	12
§ 2-6 残留応力	14
§ 2-7 結論	17
付録 2-1	18
参考文献	18
第3章 無補強球継手の耐力評価	19
§ 3-1 序論	19
§ 3-2 実験	20
3-2-1 試験体および実験方法	20
3-2-2 実験結果	22
3-2-3 最大耐力時の局部変形量	23
3-2-4 最大耐力と各実験因子の関係	25
§ 3-3 極限解析	26
3-3-1 軸対称殻の極限解析	26
3-3-2 基本仮定と基礎式	28
3-3-3 解析	35
3-3-4 既往の解析結果との比較	48
§ 3-4 実験結果と解析結果の比較	49
§ 3-5 耐力推定式	52
3-5-1 耐力推定式の誘導	52
3-5-2 原板の引張強さをを用いた検討	54
§ 3-6 結論	55
参考文献	56

第4章	ダイヤフラム補強球継手の耐力評価	57
§ 4-1	序論	57
§ 4-2	実験	57
4-2-1	試験体および実験方法	57
4-2-2	実験結果	60
4-2-3	最大耐力時の局部変形量	63
4-2-4	補強効果と各実験因子との関係	63
§ 4-3	極限解析	64
4-3-1	解析概要	64
4-3-2	仮定	65
4-3-3	基礎式	65
4-3-4	崩壊機構	66
4-3-5	崩壊荷重	67
4-3-6	数値解析例	68
§ 4-4	実験結果と解析結果の比較	70
§ 4-5	耐力推定式	72
§ 4-6	結論	73
	付録 4-1	74
	参考文献	746
第5章	多軸載荷される球継手の耐力評価	75
§ 5-1	序論	75
§ 5-2	解析方法	75
5-2-1	弾塑性有限要素解析法	75
5-2-2	解析モデル	75
5-2-3	実験結果と解析結果の比較	76
§ 5-3	2軸載荷	80
5-3-1	解析モデル	80
5-3-2	解析結果と考察	81
5-3-3	耐力評価	83
§ 5-4	弦材と斜材を考慮した多軸載荷	86
5-4-1	解析モデル	86
5-4-2	解析結果と考察	89
5-4-3	耐力評価	90
§ 5-5	結論	91
	参考文献	91
第6章	結論	92
	謝辞	95

第1章 序論

§ 1-1 研究の目的

近年、建築空間の多用化に伴って、様々な形状の大規模空間を構成するのに有利な立体トラスの需要が急増している。鋼材により立体トラスを構成する場合、部材には座屈に対する断面効率が優れ、また、閉鎖断面であることから局部座屈が生じにくい円形鋼管が使用されることが多い。多数の鋼管部材が集まる立体トラスの節点で、部材を互いに偏心させることなく接合するには、鋼球を介して部材を接合する球継手が最も合理的である。この接合形式には、(1)中実球あるいは中空球に鋼管をねじ接合する、(2)中空球に鋼管を溶接接合する、の2種類がある。前者は特定の製造会社が特殊な工夫に基づき開発したもので、特許製品となっている。後者は一般的な利用が可能であり、本論文ではこの接合形式を研究対象とする。

この継手形式に関する研究には、武田等の研究^{1,1)}、久戸瀬等の研究^{1,2~6)}があるが、いずれも個々の実施設計における継手性能の確認を目的として行われており、系統的な実験資料は得られていない。加藤・秋山^{1,7)}は単軸載荷される球継手に対し、弾性シェル解析の手法を応用した応力解析を行い継手耐力を検討し、耐力式も提案したが、対象とする鋼管径と鋼球径の寸法比が固定されているためその適用範囲が狭く、また、弾性解析に基づく点が合理的でない。このように、球継手を用いた立体トラス節点の設計手法は未だ確立されていない。

本論文は、鋼管立体トラスに用いられる球継手の耐力評価に関する実験的・解析的研究で、従来明確な耐力評価法のなかったこの種接合部の合理的かつ簡便な設計指針を得ることを目的とする。

§ 1-2 研究の概要

本論文は、鋼管立体トラスの節点に用いられる代表的な継手形式である球継手の耐力評価法を確立することを目的とし、節点を構成する部材および鋼球の寸法を変数とする実験と解析を行なっている。

第2章では、鋼球の材料性状について検討する。本研究で対象とする鋼球は、一般に円板に絞り加工を施して成形された半球2個を溶接して作られる。冷間成形を施すことにより、半球の板厚および機械的性質は、原板のそれらから変化し、また、半球内には残留応力が封じ込められる。特に、加工硬化による降伏点応力度の上昇は、球継手の耐力に大きな影響を与える。本章では、上記項目の測定結果について述べ、さらに、測定された球厚の分布を基に塑性解析を行い、塑性加工による材料の機械的性質の変化の程度を概略推定することを試みる。

第3章では、単軸載荷される無補強球継手の耐力評価法を提案する。鋼球は2個の半球から作られるため、その溶接施工を施す際に、補強材としてダイアフラムを挿入することが多い。また、ダイアフラムを挿入することにより溶接施工も容易になる。この場合、ダイアフラム面を作用軸力の大きな上下弦材の面に一致させて用いれば、設計上有

利である。しかし、斜材についてはダイアフラム面を外れること、および、ダイアフラムの補強効果を調べるためにも、中空鋼球の耐力を知っておくことは重要である。

継手の弾塑性挙動を把握する上で、最も基礎となる単軸載荷時の挙動を知るために、1方向から鋼管を溶接した単純模型の試験体による実験を行ない、各寸法因子が継手耐力に及ぼす影響を検討する。

鋼球を球殻とし、鋼管からの作用力を環状線荷重とした軸対称な解析モデルに対して、極限解析の手法を適用し、その真の崩壊荷重を求める。解析を行なう上で、軸対称殻の極限解析に関する分野に以下の2つの新しい知見を得ている。

- (1) 解析モデルは球殻の部分領域が塑性流れを起こすことにより崩壊機構を形成する。降伏領域と剛領域の境界は降伏関節円となるが、この位置における応力成分は既往の条件のみでは一意に決定することはできず、真の崩壊荷重を得るためには、複雑な解析過程を踏まなければならない。本論文では降伏関節円上の応力成分を一意に決定できる新しい条件を加え、解析を容易にしている。
- (2) 降伏条件には Onat・Prager が Tresca の降伏条件に基づいて軸対称殻に対して求めた4次元降伏曲面^{1,8)}を用いる。この降伏曲面は12個の降伏曲面要素により構成される。これらの降伏曲面要素は放物線型超曲面と非放物線型超曲面の2種類に分けられる。既往の文献に示されている解析例では、降伏関節円近傍の応力状態を支配する降伏条件は全て放物線型超曲面である。しかし、本論文の解析モデルでは非放物線型超曲面に支配される。放物線型の場合の解析は容易であるが、非放物線型の場合、応力状態を支配する微分方程式の1つが降伏関節円の位置で不定形となるため従来の条件だけでは解析を進めることが不可能である。本論文ではこの問題を解決するための方法を示している。

実験結果と比較することにより、得られた真の崩壊荷重が耐力評価法として妥当であることを検証する。

さらに、真の崩壊荷重は数値解析解であるため、個々の継手に対してその解を求めることは手続きが複雑で実用的でないため、真の崩壊荷重の下界を与える簡便な耐力推定式を提示する。

第4章では、ダイアフラムにより補強された球継手の耐力評価法を提案する。

継手が単軸圧縮力を受ける場合の挙動を単純模型実験により調べ、各寸法因子が継手耐力に及ぼす影響を検討する。

ダイアフラムにより伝達される負担耐力を推定するために、ダイアフラム面近傍を周辺にある幅の円環を有する円板にモデル化し、極限解析の手法を適用してその崩壊荷重を求める。

実験結果と比較することにより、極限解析による崩壊荷重が耐力評価法として妥当であることを検証する。

さらに、ダイアフラム補強された球継手の実用的な耐力評価法として、第3章で得られた無補強継手の耐力式と本章で提示したダイアフラムの負担耐力による累加による簡便な耐力推定式も提示する。

第5章では、多軸載荷状態にある鋼球を対象に継手耐力が他方向からの外力によりど

のような影響を受けるかを弾塑性有限要素法を用いた数値実験を行なうことにより、定量的に調べ、単軸載荷時の結果を基に考察する。

解析対象は無補強球継手とし、載荷状態は(1)2軸載荷、(2)弦材と斜材からの多軸載荷、の2種類でいずれも比例載荷である。上記(1)は主に弦材からの軸方向力が大きい立体トラスの中央部分を対象とし、鋼球の径厚比、鋼管径と鋼球径の比および2方向の軸力の比を解析因子としたパラメトリック・スタディーを行ない、その継手耐力に及ぼす影響を調べる。上記(2)に関しては、実際に用いられている立体トラスの部材寸法を考慮したモデルに対してケース・スタディーを行ない、弦材からの軸力と斜材からの軸力が互いの継手耐力に及ぼす影響について調べる。

以上の解析結果と3章で得られた単軸載荷時の耐力推定式を基に、多軸載荷される球継手の耐力評価法を提案する。

第6章では、各章で得られた研究成果を総括的に述べ、今後の研究への展望について触れている。

〔発表論文〕

- [1] 田中 剛, 上場輝康, 田渕基嗣, 金谷 弘: 弾性シェル解析によるボールジョイントの剛性・耐力の考察, 日本建築学会近畿支部研究報告集, 第23号・構造系, pp.285~288, 1983.6
- [2] 田中 剛, 上場輝康, 田渕基嗣, 金谷 弘: ボールジョイントの耐力・剛性に関する実験研究(その1 弾性シェル解析による考察), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1295~1296, 1983.9
- [3] 田中 剛, 金谷 弘, 田渕基嗣, 上場輝康: ボールジョイントの耐力・剛性に関する実験研究(その2 ボールジョイントの局部破壊), 日本建築学会近畿支部研究報告集, 第25号・構造系, pp.521~524, 1985.5
- [4] M.Tabuchi, H.Kanatani, T.Kamba and T.Tanaka: The Strength of Ball Joints in Space Trusses, Safety Criteria in Design of Tubular Structures, Proc. of the International Meeting held in Tokyo, pp.361~372, 1986.7
- [5] 田中 剛, 金谷 弘, 田渕基嗣: 鋼管立体トラスに用いられる球継手の耐力評価, 日本建築学会近畿支部構造力学部会, 構造力学講究録7号, pp.93~108, 1990.7
- [6] T.Tanaka, H.Kanatani and M.Tabuchi: The Strength of Ball Joints in Space Trusses -Part II-, Proc. of the Fifth International Symposium on Tubular Structures, pp.455~462, 1993.8
- [7] 田中 剛, 金谷 弘, 田渕基嗣: 鋼管立体トラスに用いられる球継手の耐力に関する基礎的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第452号, pp.129~138, 1993.10
- [8] 田中 剛, 金谷 弘, 田渕基嗣: 鋼管立体トラスに用いられる球継手のダイアフラム補強に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 投稿中
- [9] T.Tanaka, H.Kanatani and M.Tabuchi: The Strength of Ball Joints in Space Trusses -Part III-, Proc. of the Sixth International Symposium on Tubular Structures, in press, 1994.12

〔参考文献〕

- 1.1) 武田, 岡田, 高橋: パイプ部材と球ジョイントによる立体トラスの実験研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1039~1040, 1968.10
- 1.2) 久戸瀬, 林: ボールジョイントを用いた鋼管立体トラスについて (その2 - 実大ボールジョイントの実験および解析), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1137~1138, 1973.10
- 1.3) 久戸瀬, 林: ボールジョイントを用いた鋼管立体トラスについて (その3 - 実大ボールジョイントの実験および解析II), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1031~1032, 1974.10
- 1.4) 森田, 久戸瀬: 久戸瀬, 林: ボールジョイントを用いた鋼管立体トラスについて (その4 - 実大ボールジョイントの実験および解析III), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.1299~1300, 1978.9
- 1.5) 久戸瀬, 上場, 田淵, 金谷: ボールジョイントを用いた鋼管立体トラスについて (その5 - 実大ボールジョイントの圧縮実験), 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.197~200, 1982.6
- 1.6) 久戸瀬, 金谷, 田淵, 上場, 田中: ボールジョイントを用いた鋼管立体トラスについて (その6 - 実大ボールジョイントの引張実験), 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp.289~292, 1983.6
- 1.7) 加藤, 秋山: 軸対称荷重時の球殻の応力解析とその応用, 日本建築学会論文報告集, 第92号, pp.8~13, 1963.11
- 1.8) E.T.Onat and W.Prager: Limit analysis of shells of revolution, Roy.Netherlands Acad.Sci., ser.B57, pp.534~548, 1954

第2章 鋼球の材料性状

§ 2-1 序論

本研究で対象とする鋼球は、一般に、円板に冷間で絞り加工を施して成形された半球2個を溶接して作られる。半球は図2-1に示すように、球頭ポンチと円錐形ダイスを用いた絞り加工により成形される。冷間塑性加工を施すことにより、半球の板厚および機械的性質は、原板のそれらから変化し、また、半球には残留応力も封じ込められる。加工硬化による機械的性質の変化および残留応力の存在は、球継手の弾塑性挙動に影響を与える。本章では上記の項目の測定結果について述べるとともに、測定された板厚の分布を基に簡略な塑性解析を行なうことにより、材料の機械的変化を概略推定することを試みる。

供試半球の原板はSS41材であり、外径 D および球厚 t_b の寸法は表2-1に示す5種類6体で、実験因子は径厚比および外径寸法である。半球名は下記の要領に従っている。

M36(1)

- └─ 使用鋼板の指標
- └─ 球の径厚比(D/t_b)
- └─ 球径の指標
 - ・ S: $D=165.2\text{mm}$
 - ・ M: $D=216.3\text{mm}$
 - ・ L: $D=318.5\text{mm}$

表2-1 半球の寸法諸元

半球名	$D \times t_b(\text{mm})$	使用鋼板
M36(1)	216.3×6.0	PL-6.0(1)
M36(2)	216.3×6.0	PL-6.0(2)
M48(1)	216.3×4.5	PL-4.5(1)
M24(1)	216.3×9.0	PL-9.0(1)
S37(1)	165.2×4.5	PL-4.5(1)
L35(1)	216.3×9.0	PL-9.0(1)

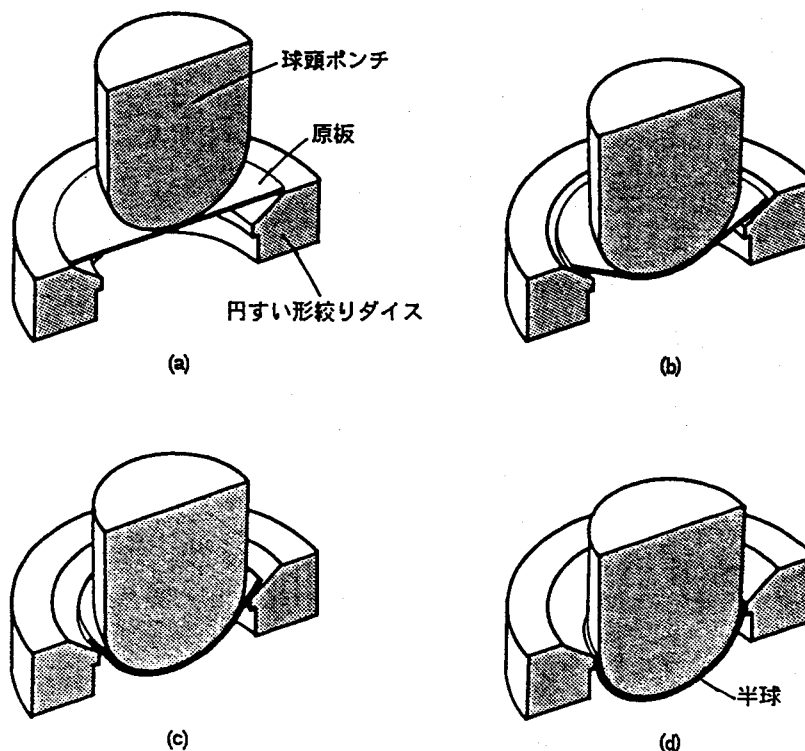


図2-1 半球の成形過程

§ 2-2 球厚分布

電動のこ盤を用いて半球より円弧状の板片を切り出し、図2-2に示す各点で、マイクロメーターによりその板厚分布を調べた。

半球の板厚 t_b と原板の板厚 t_o との比の分布を図2-3に示す。球厚は、原板の板厚に比べ半球の頂部では減少し、すそ部では増加している。頂部での板厚の減少は5～10%程度、すそ部での板厚の増加は14～18%程度である。なお、径厚比による差および外径寸法による差は少ない。

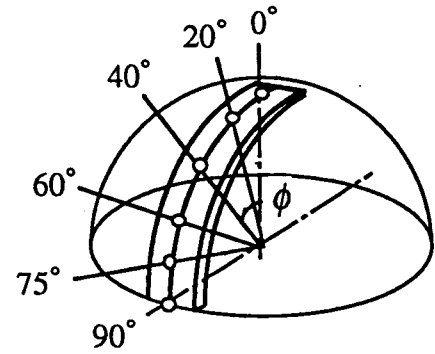
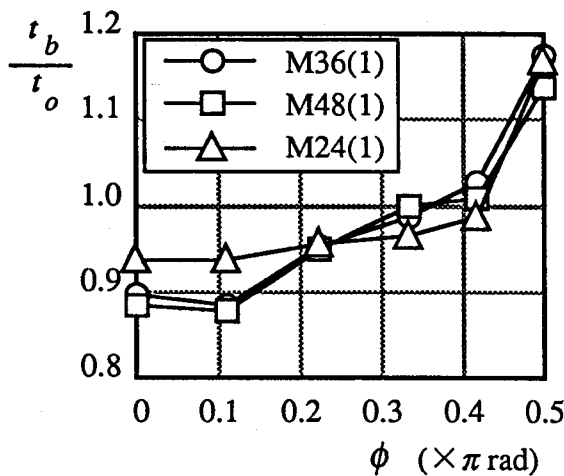
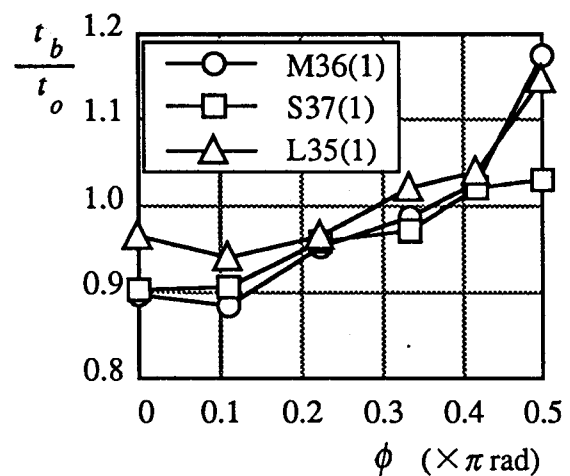


図2-2 球厚の測定



(a) 径厚比による影響



(b) 球径寸法による影響

図2-3 球厚分布

§ 2-3 塑性ひずみ分布

球厚分布の測定結果より、図2-4に示す経線(ϕ)方向、緯線(θ)方向および板厚方向の塑性ひずみ成分 $\bar{\varepsilon}_\phi$ 、 $\bar{\varepsilon}_\theta$ および $\bar{\varepsilon}_t$ の分布を推定する。ただし、板の面外曲げ変形による影響は考慮しない。

加工前の円板の任意点の半径を R 、その点の加工後の半球の経線上の位置を ϕ とすると、経線方向、緯線方向および板厚方向の対数ひずみは、

$$\bar{\varepsilon}_\phi = \log \left(R_m \frac{d\phi}{dR} \right), \quad \bar{\varepsilon}_\theta = \log \left(\frac{R_m \sin \phi}{R} \right), \quad \bar{\varepsilon}_t = \log \left(\frac{t_b}{t_o} \right) \quad (2-1)$$

で表わされる²¹⁾。 R_m は半球の中央面に対する半径を示す。板厚方向の対数ひずみ $\bar{\varepsilon}_t$ は、前節の測定結果より直接求めることができる。ここで、塑性的非圧縮性を仮定すれば、

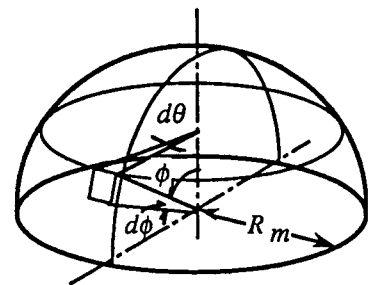


図2-4 記号の定義

$$\varepsilon_\phi + \varepsilon_\theta + \varepsilon_r = 0 \quad (2-2)$$

が成立する。(2-1)式を(2-2)式に代入すれば、次の微分方程式が得られる。

$$\frac{dR}{d\phi} = \frac{R_m^2 t_b \sin \phi}{R t_o} \quad (2-3)$$

境界条件として

$$R=0 \quad \text{at } \phi=0 \quad (2-4)$$

を与えれば、

$$R = R_m \sqrt{2 \int_0^\phi \frac{t_b}{t_o} \sin \phi \, d\phi} \quad (2-5)$$

となる。(2-3)式および(2-5)式を、測定値 t_b/t_o を直線補間することにより計算し、得られた結果を(2-1)式に代入すれば、 ε_ϕ および ε_θ を求めることができる。

塑性ひずみの分布を図2-5に示す。

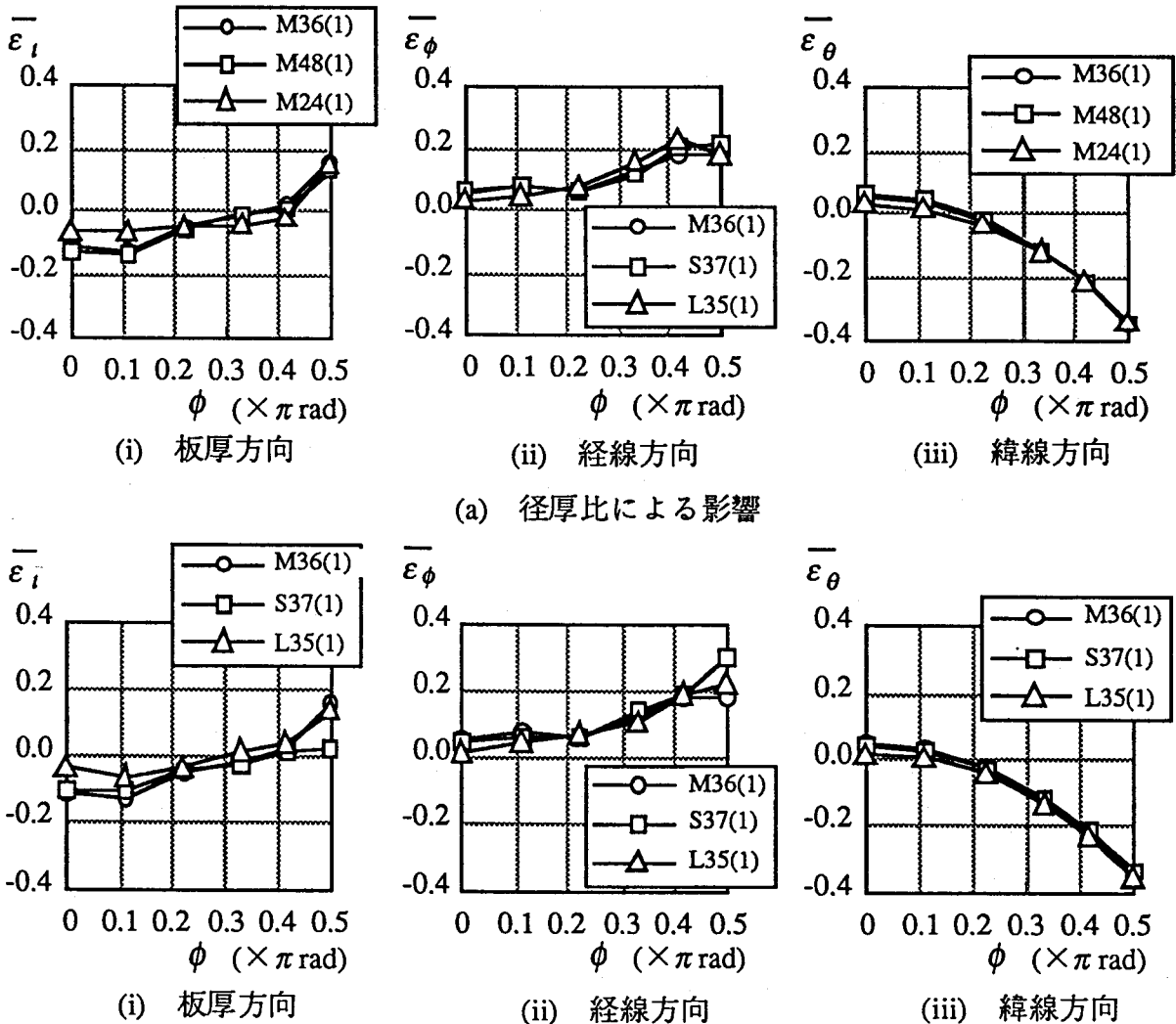


図2-5 塑性ひずみの分布

同図より以下のことがわかる。

- (1) 径厚比および外径寸法の違いによる t_b/t_0 の差が少ないため、各塑性ひずみ成分の径厚比および外径寸法による差も少ない。
- (2) 板厚方向ひずみ $\bar{\epsilon}_t$ は、 $\phi < 1.2 \text{ rad}$ 程度の範囲で圧縮ひずみ、 $\phi > 1.2 \text{ rad}$ 程度の範囲で引張ひずみである。
- (3) 経線方向ひずみ $\bar{\epsilon}_\phi$ は、全ての範囲で引張ひずみであり、すそ部に行くほどその値は増加し、 $\phi = (\pi/2) \text{ rad}$ では 20 % 程度である。
- (4) 緯線方向ひずみ $\bar{\epsilon}_\theta$ は、 $\phi < 0.6 \text{ rad}$ 程度の範囲で引張ひずみ、 $\phi > 0.6 \text{ rad}$ 程度の範囲で圧縮ひずみであり、その絶対値はすそ部に行くほど増加し、 $\phi = (\pi/2) \text{ rad}$ では 30 % を越える。

以上のことから、半球頂部では張り出し変形、半球すそ部では絞り変形が生じていること、また、すそ部に行くほど塑性化の程度が著しいことが知られる。

§ 2-4 機械的性質

鋼球の機械的性質を調べるため、図2-6に示すように半球より JIS14A 号引張試験片を削りだし、機械式小型引張試験機による引張試験を行なった。採取位置および採取方向による違いを調べるため、半球 M36(1) からは、 $\phi = 0.70 \text{ rad}$ (40°) および 1.31 rad (70°) の位置では ϕ 方向と θ 方向に、頂点 $\phi = 0 \text{ rad}$ の位置では ϕ 方向に試験片を採取した。その他の半球からは、 $\phi = 0.96 \text{ rad}$ (55°) の位置で ϕ 方向に試験片を採取した。原板の機械的性質については、油圧式 100 tf 万能試験機により、JIS1 号引張試験片による引張試験を各 2 本について行なった。なお、試験片形状および試験機の差による影響を調べるために、M36(1) の半球製作に用いた原板より JIS14A 号引張試験片を削りだし、機械式小型引張試験機による引張試験も行なった。

鋼球の公称応力(σ)と公称ひずみ(ϵ)の関係を原板のものと比較して図2-7に示す。各試験片の引張試験による結果を表2-2に示す。半球より採取した試験片では、明瞭な降伏点を示さなかったため、その値は 0.2 % オフセット法によった。なお、図2-7(a)に示すように試験片形状および試験機の差による影響は、ほとんど認められない。

鋼球の降伏点および引張強さを原板のそれと比較して、以下に示す。

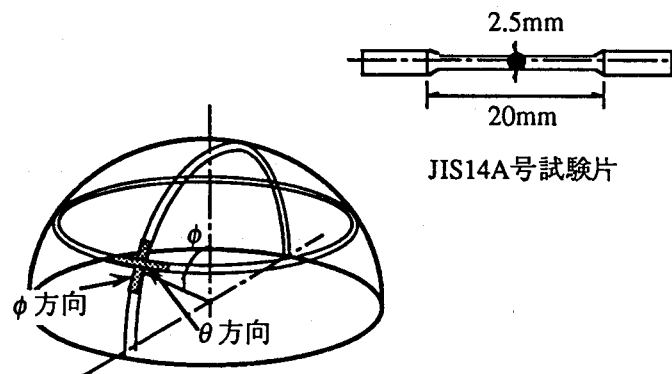


図2-6 試験片の採取

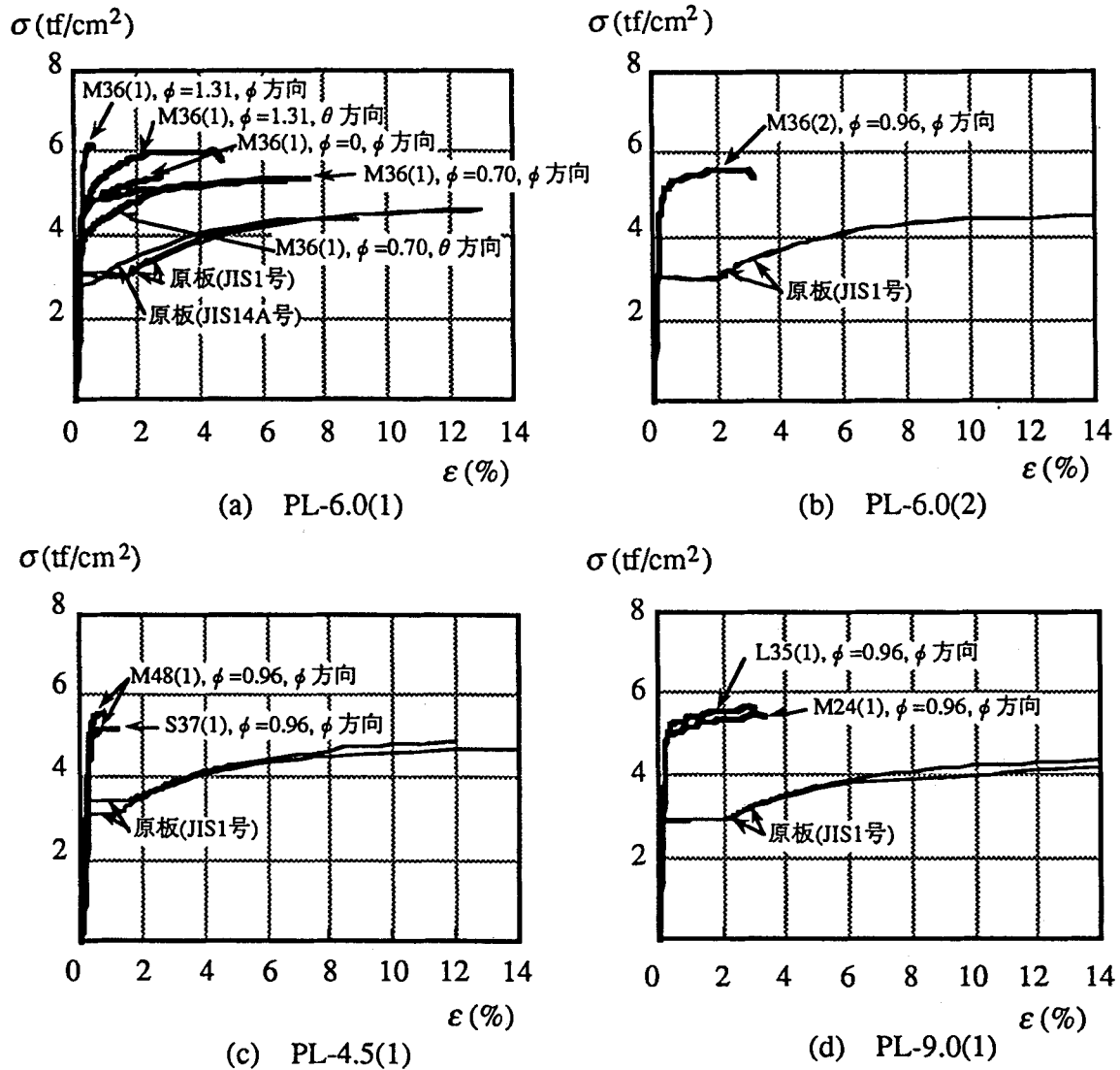


図2-7 公称応力-公称ひずみ関係

表2-2 材料の機械的性質

半球名	原板							鋼球							
	使用原板	t_o (mm)	$p\sigma_y$ (tf/cm ²)	$p\sigma_u$ (tf/cm ²)	$p\sigma_y/p\sigma_u$	El. (%)	$p\sigma_u$ (tf/cm ²)	位置 ϕ (rad)	方向	$B\sigma_y$ (tf/cm ²)	$B\sigma_u$ (tf/cm ²)	$B\sigma_y/B\sigma_u$	$B\sigma_u$ (tf/cm ²)	$\bar{\epsilon}_{eq}$ (%)	$p\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}_{eq})$ (tf/cm ²)
M36(1)	PL-6.0(1)	6.05	3.06 (2.88)	4.69 (4.66)	0.65	24.4	5.83	0	ϕ	4.78	5.44	0.88	5.59	11.2	5.20
								0.70	ϕ	4.84	5.40	0.90	5.79	6.7	4.63
								0.70	θ	4.14	5.38	0.77	5.74	6.7	4.63
								1.31	ϕ	6.23	6.23	1.00	6.26	23.2	5.83
								1.31	θ	4.85	6.07	0.80	6.34	23.2	5.83
M36(2)	PL-6.0(2)	5.63	3.03	4.60	0.66	26.8	5.82	0.96	ϕ	5.25	5.68	0.92	5.85	11.9	5.10
M48(1)	PL-4.5(1)	4.40	3.30	4.77	0.69	24.3	5.93			4.81	5.38	0.89	5.41	10.9	5.29
S37(1)										4.90	5.26	0.93	5.32	12.7	5.31
M24(1)	PL-9.0(1)	9.15	2.89	4.37	0.66	28.9	5.62			5.07	5.55	0.91	5.72	13.8	4.93
L35(1)										5.26	5.73	0.92	5.89	11.6	4.74

t_o : 原板の板厚実測値, $p\sigma_y$: 原板の降伏点, $p\sigma_u$: 原板の引張強さ, El : 伸び,
 $p\sigma_u$: 原板の引張強さに対応する真応力, $B\sigma_y$: 鋼球の降伏点, $B\sigma_u$: 鋼球の引張強さ,
 $B\sigma_u$: 鋼球の引張強さに対応する真応力, $\bar{\epsilon}_{eq}$: 相当塑性ひずみの推定値
 $p\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}_{eq})$: 相当塑性ひずみ時に対応する原板の真応力

*: $\bar{\epsilon}_{eq} > \log(1+El)$ のため, $p\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}_{eq}) = p\sigma_u$ とした。

(i) 降伏点

M36(1)の鋼球について、降伏点の変化状態を、縦軸に各位値の降伏点を原板の降伏点で除した値を取り、図2-8(a)に示す。また、鋼球の降伏点の上昇率と球の径厚比の関係を図2-8(b)に示す。図より以下のことがわかる。

- (1) 鋼球の降伏点は加工硬化により原板の1.4～2.0倍程度になる。
- (2) 降伏点の上昇率は、 ϕ 方向および θ 方向ともに、頂部よりすそ部の方が大きい。
- (3) 同一位置の降伏点の上昇率は、 θ 方向よりも ϕ 方向の方が大きい。
- (4) 板厚が厚くなるに従い、降伏点の上昇率がやや大きくなる傾向がある。

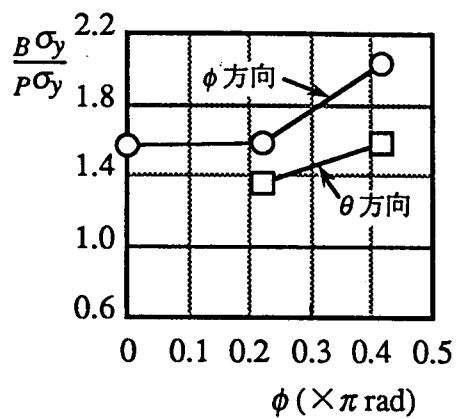
(ii) 引張強さ

M36(1)の鋼球について、引張強さの分布状態を、縦軸に各位値の引張強さを原板の引張強さで除した値を取り、図2-9(a)に示す。また、鋼球の引張強さの上昇率と球の径厚比の関係を図2-9(b)に示す。図より以下のことがわかる。

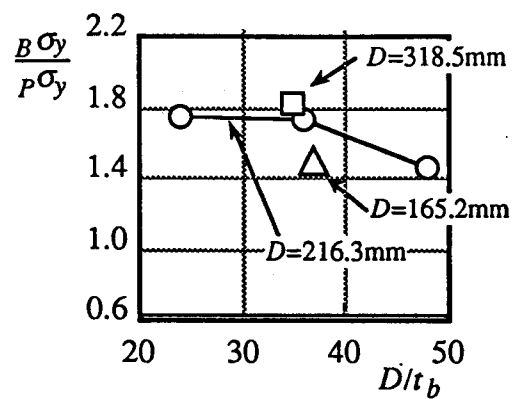
- (1) 鋼球の引張強さは原板の1.1～1.3倍程度になる。
- (2) 引張強さの上昇率は、 ϕ 方向および θ 方向ともに、頂部よりすそ部の方が大きい。
- (3) 鋼球の ϕ 方向と θ 方向の引張強さは、ほとんど差がない。
- (4) 板厚が厚くなるに従い、引張強さの上昇率がやや大きくなる傾向がある。

鋼球の引張強さが、原板のそれと比べて大きくなる主な原因は、鋼球から削りだした試験片による引張強さは、予ひずみを与えた後の断面積を基にした公称応力で算定されるため、塑性加工に伴う塑性ひずみが大きい場合、両者に差が出てくるためである（付録2-1参照）。試みに、引張強さ時に対応する真応力 $\bar{\sigma}_u$ による鋼球と原板の比較を行なう。ただし、真応力は体積変化が無いものとして求めた。なお、原板の σ - ϵ 関係は引張強さ時まで測定できなかったもので、近似的に局部伸びを無視し、一様伸びの限界を伸び率 El に等しいとして、 $p\bar{\sigma}_u$ を求めた。

得られた値を表2-2および図2-10に示す。鋼球の引張強さ時に対応する真応力 $B\bar{\sigma}_u$ は、原板の $p\bar{\sigma}_u$ の0.9～1.1倍であり概ね一致している。

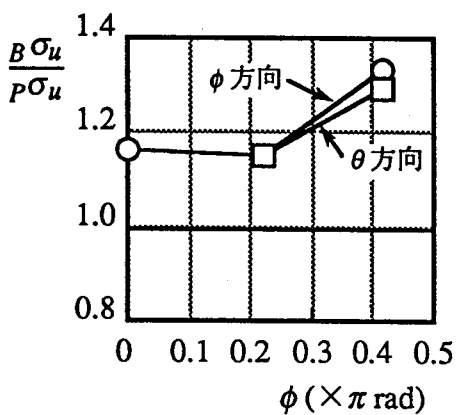


(a) $\frac{B\sigma_y}{P\sigma_y} - \phi$ 関係 : M36(1)

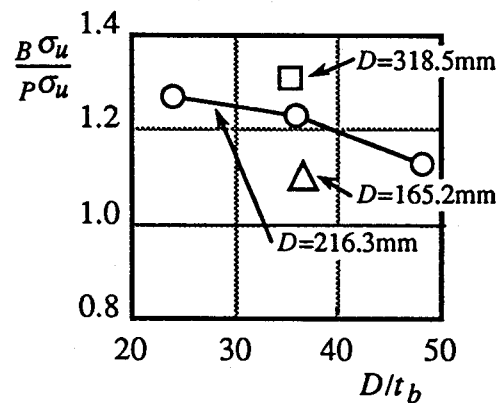


(b) $\frac{B\sigma_y}{P\sigma_y} - \frac{D}{t_b}$ 関係

図2-8 降伏点の比較

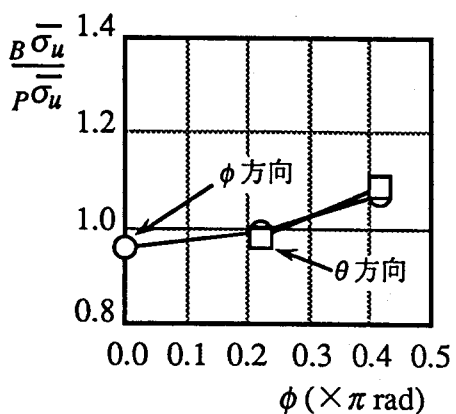


(a) $\frac{B\sigma_u}{P\sigma_u} - \phi$ 関係 : M36(1)

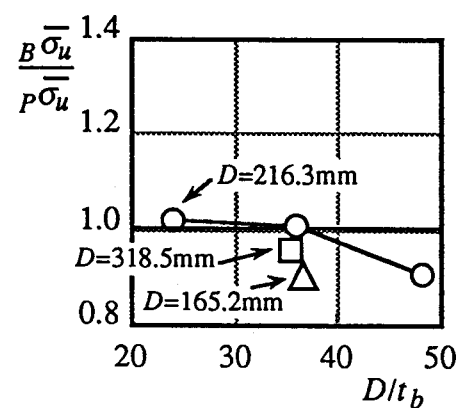


(b) $\frac{B\sigma_u}{P\sigma_u} - \frac{D}{t_b}$ 関係

図2-9 引張強さの比較



(a) $\frac{B\sigma_u}{P\sigma_u} - \phi$ 関係 : M36(1)



(b) $\frac{B\sigma_u}{P\sigma_u} - \frac{D}{t}$ 関係

図2-10 引張強さ時の真応力の比較

§ 2-5 加工硬化の程度

加藤・青木・黒澤は、電縫鋼管から連続的に冷間成形される角形鋼管について、その冷間成形に伴う加工硬化の程度を、断面形状の変化を測定して得た塑性ひずみ成分から相当塑性ひずみを計算することにより、概略推定できることを示した²²⁾。本節では2-3節で得られた塑性ひずみ成分より、全ひずみ理論に基づく相当塑性ひずみを計算し、その加工効果の程度を概略推定することを試みる。

Misesの降伏条件に対応する相当塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_{eq}$ は、

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \{ (\varepsilon_\phi)^2 + (\varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_t)^2 \}} \quad (2.6)$$

で与えられる²¹⁾。2-3節で計算された $\bar{\varepsilon}_\phi$ 、 $\bar{\varepsilon}_\theta$ および $\bar{\varepsilon}_t$ を(2-6)式に代入した結果を図2-11に示す。相当塑性ひずみの分布は、 $\phi < 0.8$ rad の範囲では7~12 % 程度で、 $\phi > 0.8$ rad の範囲ではすそ部に行くほどその値は増加し、 $\phi = (\pi/2)$ rad では約35 % に達する。

図2-12は、鋼球の真応力(σ)と対数ひずみ(ε)の関係を原点を $\bar{\varepsilon}_{eq}$ だけ移動して、原板の $\sigma - \varepsilon$ 関係と比較したものである。全ひずみ理論に基づくため、塑性履歴の影響は考慮されず、また、板の面外曲げによる影響も考慮されていないが、概略的には、降伏棚を有していた原板が塑性加工を受けて、その分だけ降伏点の上昇をみた様子が把握できる。

図2-13に、鋼球の降伏点 $B\sigma_y$ と原板の $\sigma - \varepsilon$ 曲線上における $\varepsilon = \bar{\varepsilon}_{eq}$ 時の σ との比較を示す。鋼球より ϕ 方向に取り出した試験片の降伏点は、原板の $P\sigma(\varepsilon = \bar{\varepsilon}_{eq})$ の0.9~1.1倍であり、概ね一致しているが、 θ 方向に取り出した試験片では、0.8~0.9倍と小さくなる。 θ 方向の降伏点が ϕ 方向の降伏点よりも小さくなる主な原因は、 θ 方向の塑性ひずみ $\bar{\varepsilon}_\theta$ が圧縮ひずみであるため、引張試験ではバウジンガー効果による非線形性が早期に現われ、0.2 % オフセット法による降伏点が低く抑えられるためである。

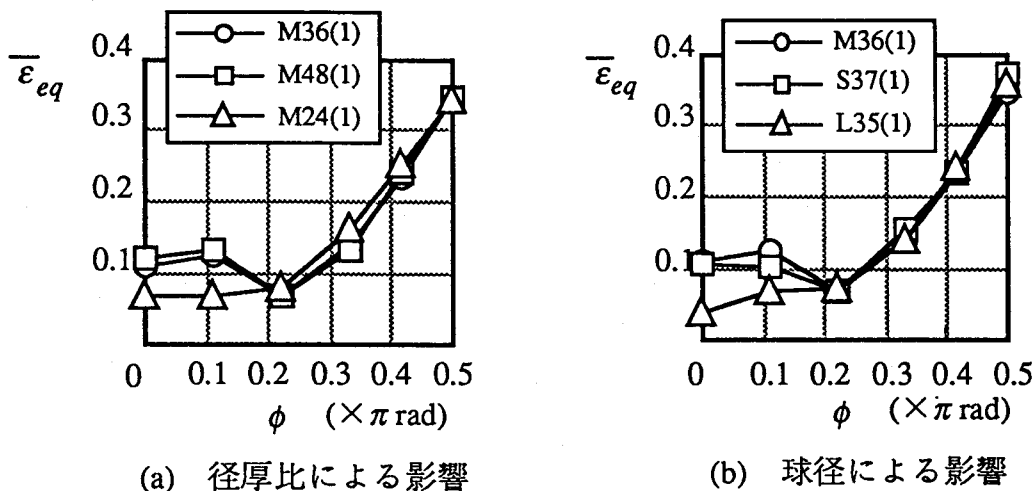
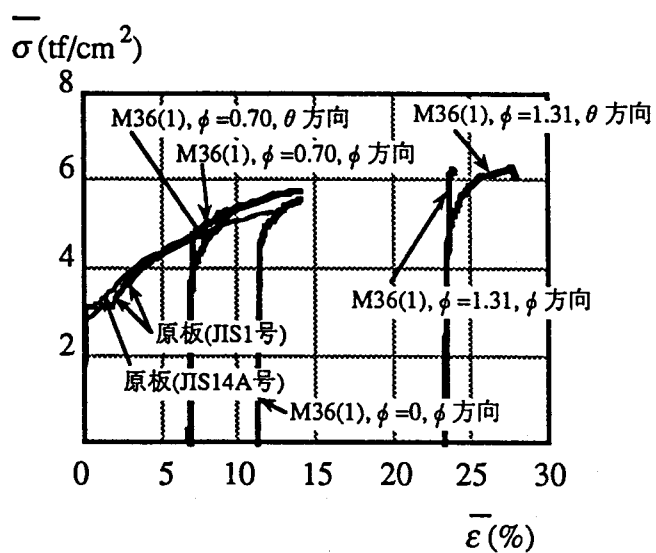
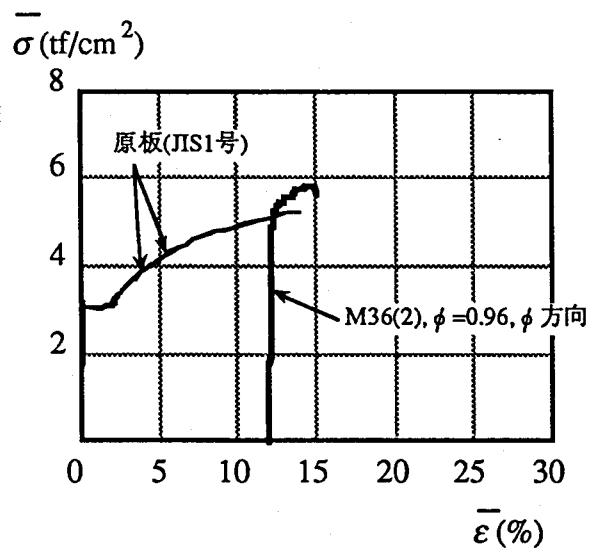


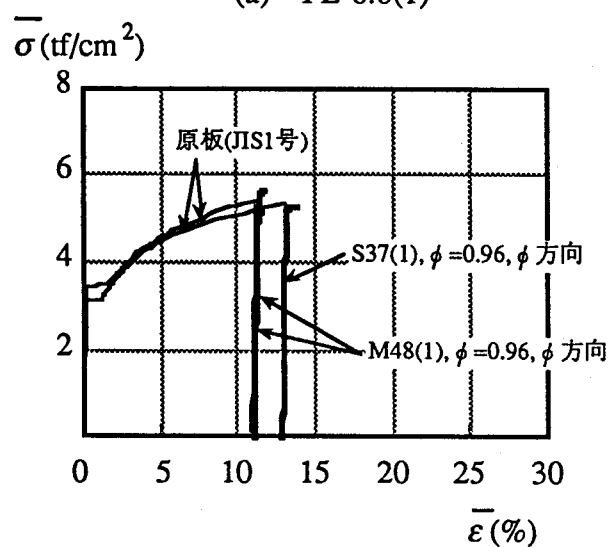
図2-11 相当塑性ひずみの分布



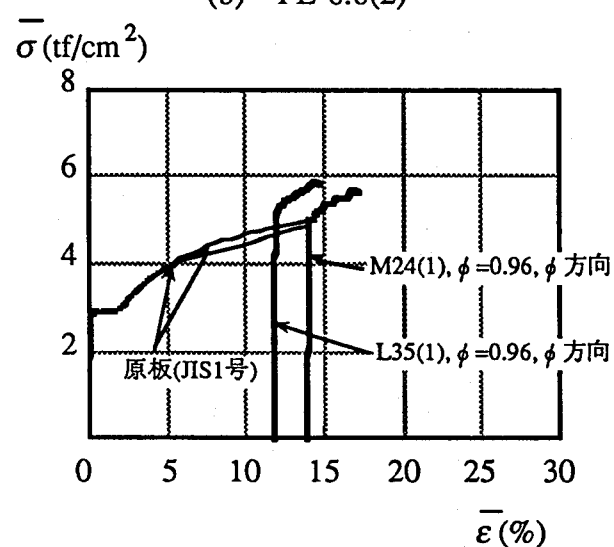
(a) PL-6.0(1)



(b) PL-6.0(2)

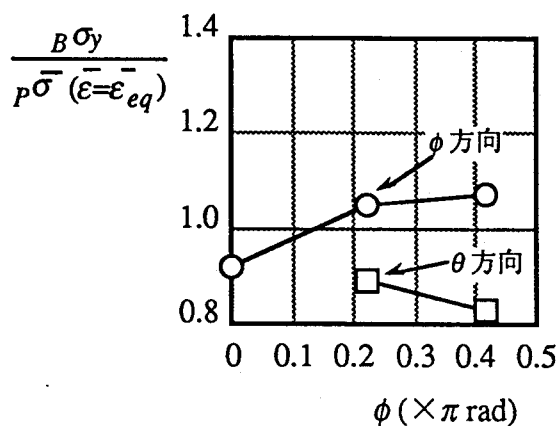


(c) PL-4.5(1)

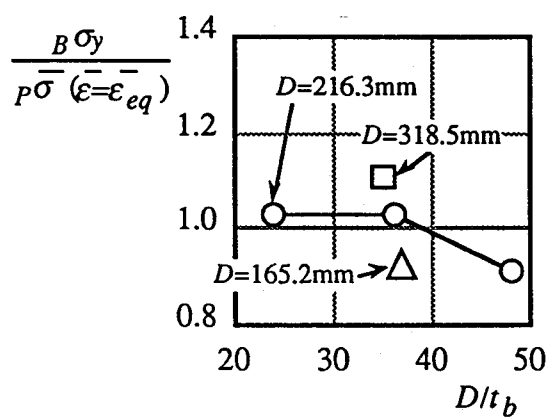


(d) PL-9.0(1)

図2-12 真応力-対数ひずみ関係



(a) $\frac{B\sigma_y}{P\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_{eq})} - \phi$ 関係 : M36(1)



(b) $\frac{B\sigma_y}{P\bar{\sigma}(\bar{\epsilon}=\bar{\epsilon}_{eq})} - \frac{D}{t_b}$ 関係

図2-13 鋼球の降伏点と原板の相当塑性ひずみ時の真応力との比較

§ 2-6 残留応力

冷間塑性加工によって半球に封じ込められた残留応力は複雑な塑性加工履歴を受けることにより板厚方向に非線形に分布すると考えられる。この残留応力の分布とその大きさを直接測定することは困難であり、本節では解放ひずみを測定することにより得られる断面力としての残留応力の大きさを調べる。

半球 M48, M36 および M24 の表裏の表面に 2 方向抵抗線ひずみゲージを貼付し、電動のこ盤を用い、切削油を供給しながら切断し、その解放ひずみを測定した。測定位置を図2-14に示す。切断は、図2-14に示す(1), (2), (3)の順で切断した。切断(2)を終了

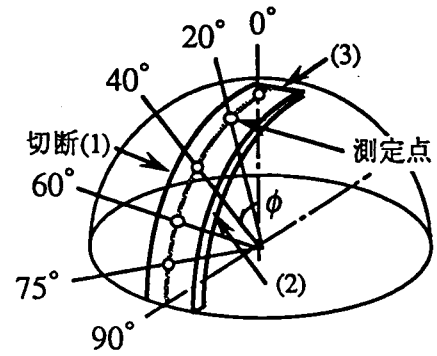


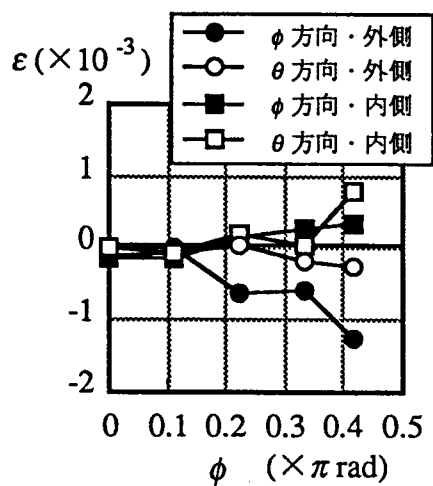
図2-14 残留応力の測定

した状態の解放ひずみと切断(3)を終了した状態の解放ひずみはほとんど差が無かったので、切断(3)を終了した状態ではほぼ完全解放の状態にあると判断した。

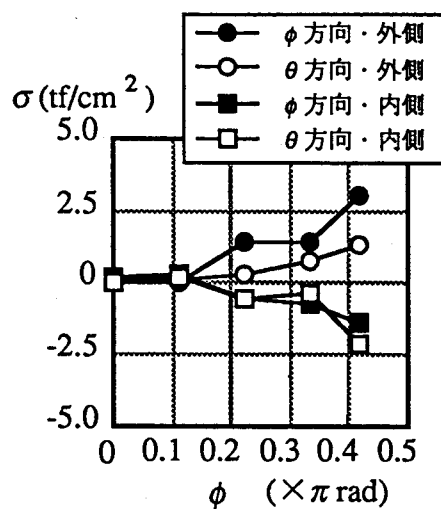
得られた解放ひずみの分布を図2-15に示す。解放ひずみより、ヤング率 $E=2100\text{tf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ を用いて 2 軸弾性平面応力状態を仮定し、解放によって変動した最外縁の応力度を計算すると図2-16となる。また、表裏対となっているゲージから測定されたひずみより半球内に封じ込められている単位幅当りの面内力 N_ϕ 、 N_θ および曲げモーメント M_ϕ 、 M_θ を球殻の弾性解²³⁾により求め、これらを原板の降伏点で計算した単位幅当りの降伏軸力 N_y および降伏モーメント M_y で無次元化して図2-17に示す。ただし、断面力の符合は、図2-18の矢印の向きを正とする。

半球内に封じ込められている断面力は以下の傾向を示す。

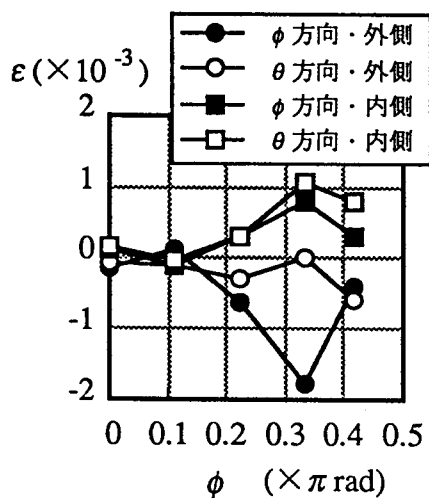
- (1) 径厚比にかかわらず、断面力は半球のすそ付近 ($\phi=1.05\sim1.57\text{ rad}$) で最大値となり、頂部ではほとんど存在しない。
- (2) 径厚比にかかわらず、 N_ϕ は全域にわたり概ね引張で、 N_θ はすそ部で圧縮である。この傾向は、2-3節の塑性ひずみの分布と対応している。
- (3) 径厚比にかかわらず、 M_ϕ および M_θ は概ね負側で、曲げられた方向と一致している。
- (4) 径厚比が小さくなるに従い、 M_ϕ および M_θ の無次元化量の絶対値は増加する傾向にあり、M24(1)の半球におけるそれらの最大値は、原板の降伏モーメントの1.2～1.5倍に達する。



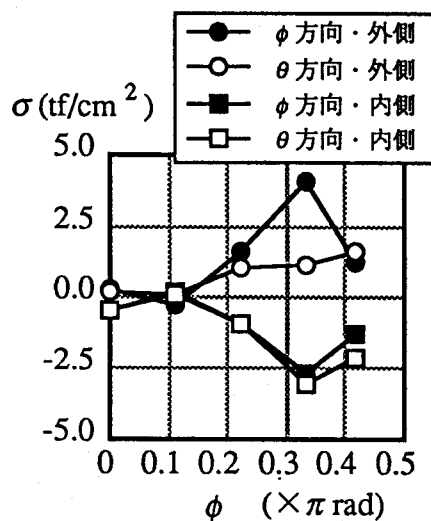
(a) M48(1)



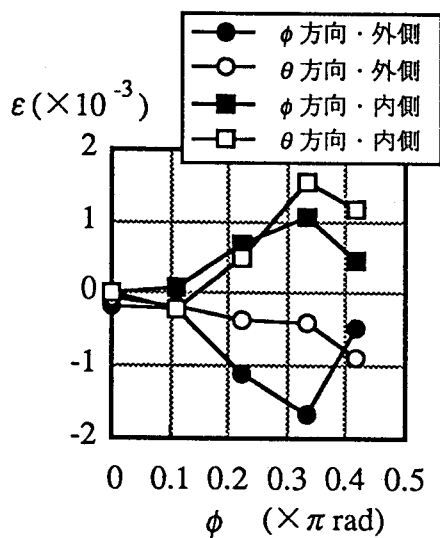
(a) M48(1)



(b) M36(1)

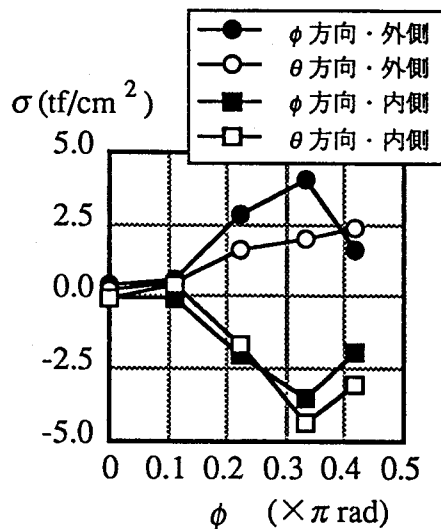


(b) M36(1)



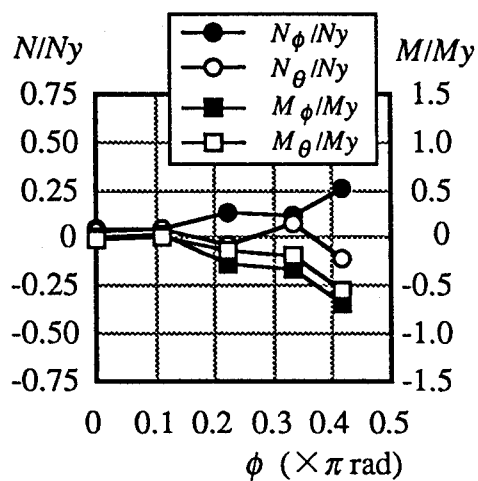
(c) M24(1)

図2-15 解放ひずみ分布

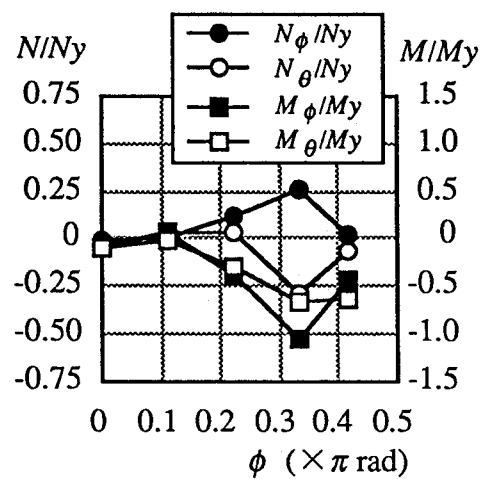


(c) M24(1)

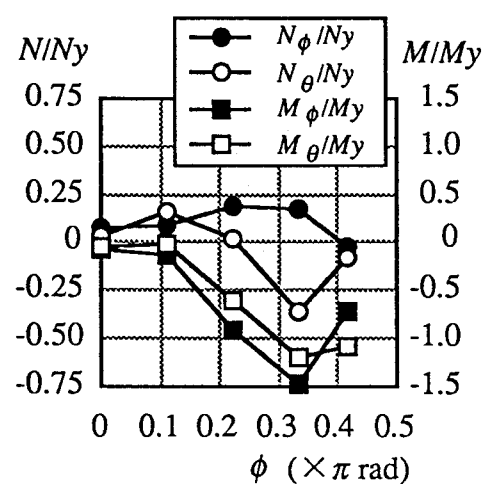
図2-16 表面の残留応力分布



(a) M48(1)



(b) M36(1)



(c) M24(1)

図2-17 無次元化した断面力の分布

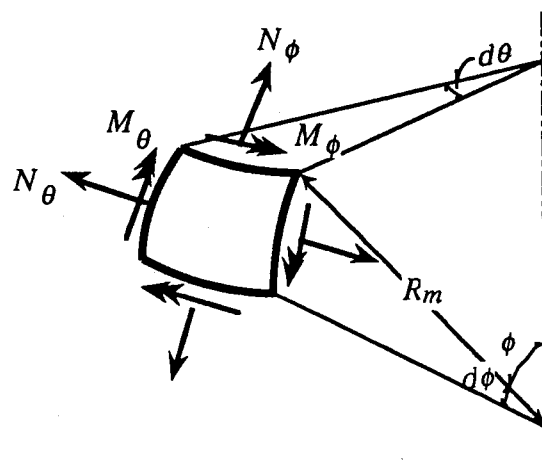


図2-18 断面力の定義

§ 2-7 結論

鋼球の元となる半球について、板厚の変化、機械的性質の変化および切断法による解放ひずみの測定を行ない、以下の結論を得た。

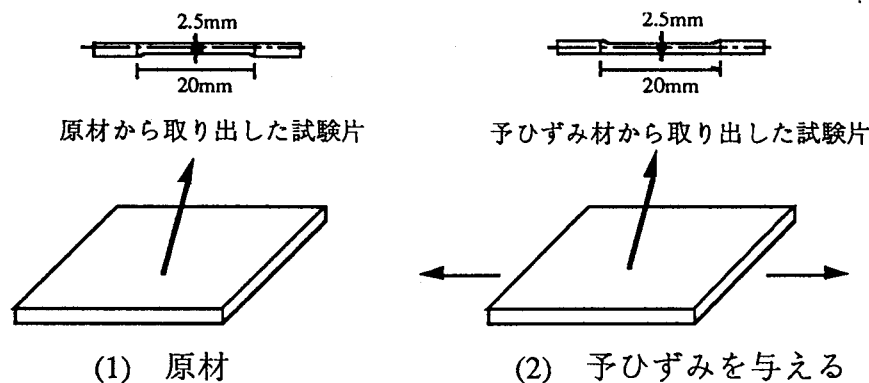
- (1) 冷間塑性加工により、球厚は原板の板厚に比べ、頂部では 5～10 % 程度減少し、すそ部では 14～18 % 程度増加する。
- (2) 測定された球厚より塑性ひずみの分布を推定すると、経線方向および緯線方向ともにすそ部に行くほどその絶対値は増加し、すそ部ほどその塑性化の程度が著しい。
- (3) 球材の降伏点は原板の 1.4～2.0 倍になる。降伏点の上昇率は、すそ部が頂部よりも大きくなり、また、経線方向が緯線方向よりも大きくなる。経線方向の降伏点は、塑性ひずみより計算した相当塑性ひずみと原板の真応力と対数ひずみの関係を用いて概略推定することができる。緯線方向の降伏点は、推定値の 0.8～0.9 倍になるが、この原因は緯線方向の塑性ひずみが圧縮ひずみであるため、引張試験ではバウジンガー効果が現われ、0.2 % オフセット法による降伏点が低く抑えられるためである。
- (4) 球材の引張強さは原板の 1.1～1.3 倍になるが、これは塑性加工に伴う塑性ひずみが大きく、公称応力で比較できる範囲を越えているためで、引張強さ時の真応力で比較すると両者は概ね一致する。
- (5) 切断法により測定した解放ひずみを用いて半球内に封じ込められている断面力を計算したところ、それらの値は径厚比にかかわらず、半球のすそ付近 ($\phi=1.05\sim1.57$ rad) で最大となり、頂部ではほとんど存在しない。また、経線方向および緯線方向の曲げモーメントを原板の降伏モーメントで無次元化した値の絶対値は、径厚比が小さくなるに従い増加する傾向にあり、M24(1) の半球におけるそれらの最大値は、原板の降伏モーメントの 1.2～1.5 倍に達する。

[付録 2-1] 原板の引張強さと鋼球の引張強さ

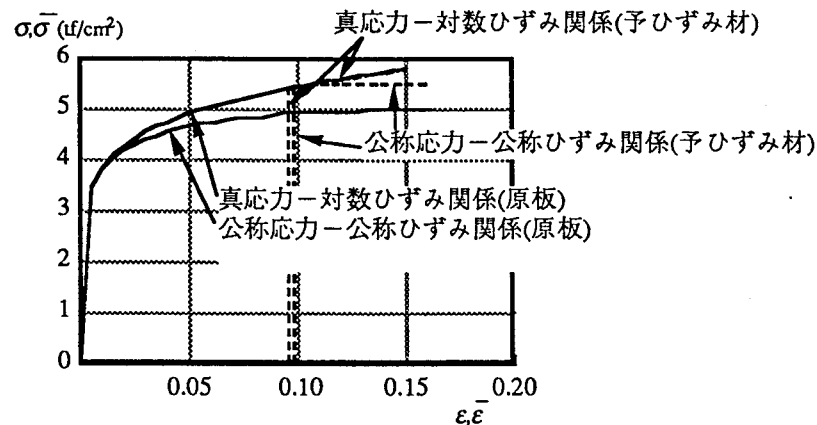
鋼球の引張強さが、原板のそれと比べて大きくなる主な原因は、鋼球から削りだした試験片による引張強さは、予ひずみを与えた後の断面積を基にした公称応力で算定されるためと考えられる。

簡単な例として、付図2-1に示すように単軸引張の予ひずみ ε_0 を与えた材から試験片を削りだし引張試験を行なった場合を考える。体積不変を仮定すると、予ひずみ材より削りだした試験片の断面積 A_0 に相当する原材の断面積 $A_0' = A_0(1+\varepsilon_0)$ となる。すなわち、予ひずみ材の引張強さは原材の引張強さの $(1+\varepsilon_0)$ 倍となる。

予ひずみ $\varepsilon_0 = 0.1$ の場合の応力－ひずみ関係を原板のそれと比較して付図2-2に示す。ただし、真応力－対数ひずみ関係を表わすために n 乗式を用いている。公称応力－公称ひずみ関係では両者は一致せず、真応力－対数ひずみ関係では両者は一致する。



付図2-1 試験片の採取



付図2-2 応力－ひずみ関係

[参考文献]

- 2.1) 益田森治，室田忠雄：改訂工業塑性力学，養賢堂，1986
- 2.2) 加藤 勉，青木博文，黒澤隆志：冷間成形角形鋼管の塑性ひずみ履歴と残留応力，日本建築学会構造系論文報告集，第385号，pp.39～48，1988.3
- 2.3) S. P. Timoshenko：Theory of Plate and Shells, McGraw-Hill, 1940

第3章 無補強球継手の耐力評価

§ 3-1 序論

本章では、球継手の耐力評価を行なう上で、最も基本的で単純な単軸載荷時の無補強鋼球についての耐力評価法を提案する。

2章で示したように鋼球は半球2個を溶接して作られるため、補強材としてダイアフラムを内部に挿入し、そのダイアフラム面を作用軸力の大きな上下弦材の面に一致させて用いることが設計ではよく行なわれる。また、鋼管立体トラス内では鋼球は多軸載荷状態になる。しかし、このような複雑な応力状態にある球継手の耐力評価を行なう上で、最も基礎となる単軸載荷時の無補強鋼球に関する評価法が確立されていなければ、ダイアフラムの存在や他方向からの外力が継手耐力に及ぼす影響を検討することはできない。

単軸載荷時の球継手に関する実験的な研究には、武田等の研究^{1,1)}、久戸瀬等の研究^{1,2~6)}があるが、いずれも個々の実施設計における継手性能の確認を目的として行われており、系統的な実験資料は得られていない。加藤・秋山^{1,7)}は単軸載荷される無補強球継手に対し、弾性シェル解析の手法を応用した応力解析を行い継手耐力を検討し、耐力式も提案したが、対象とする鋼管径と鋼球径の寸法比が固定されているためその適用範囲が狭く、また、弾性解析に基づく点が合理的でない。このように、単軸載荷される無補強球継手の耐力評価法は未だ確立されていない。

3-2節では、単軸載荷される無補強球継手の挙動を調べるために行なった単純模型実験に関して述べ、球継手が1方向から圧縮力を受ける場合の継手耐力に与える各寸法因子の影響を実験的に検討する。

3-3節では、模型試験体の耐力を推定するために、鋼球を球殻とし、鋼管からの作用力を環状線荷重とした軸対称な解析モデルに対して極限解析を適用し、その真の崩壊荷重を得る。

3-4節では、得られた崩壊荷重の妥当性を模型実験による結果との比較で検証する。

3-5節では、設計時の実用性のために崩壊荷重の下界を与える簡便な耐力推定式を誘導するとともに最大耐力の推定に用いる使用材の機械的性質について検討する。

本章で得られる単軸載荷時の無補強球継手に対する耐力推定式は、継手耐力と寸法因子との関係を簡単に算定することができるばかりではなく、ダイアフラム面に取り付かない斜材においてその斜材が他の鋼管と十分に離れている場合には、そのまま実際に適用できる有用な結果である。

§ 3-2 実験

3-2-1 試験体および実験方法

試験体は、2個の半球を溶接して製作された鋼球に1方向から鋼管を溶接した単純模型であり、その形状を図3-1に示す。変化させた実験因子は、

- 1) 鋼管径と鋼球径の比 $d/D = 0.12 \sim 0.65$
- 2) 鋼球の径厚比 $D/t_b = 24 \sim 48$
- 3) 鋼球の外径寸法 $D = 165.2 \sim 318.5 \text{ mm}$

である。

試験体の諸元を表3-1に示す。試験体名は下記の要領に従っている。

M36(1)-0.53-0

- └─ 無補強であることを示す
- └─ 鋼管径と球径の比(d/D)
- └─ 使用鋼板の指標
- └─ 球の径厚比(D/t_b)
- └─ 球径の指標(M: $D=216.3\text{mm}$, L: $D=318.5\text{mm}$, S: $D=165.2\text{mm}$)

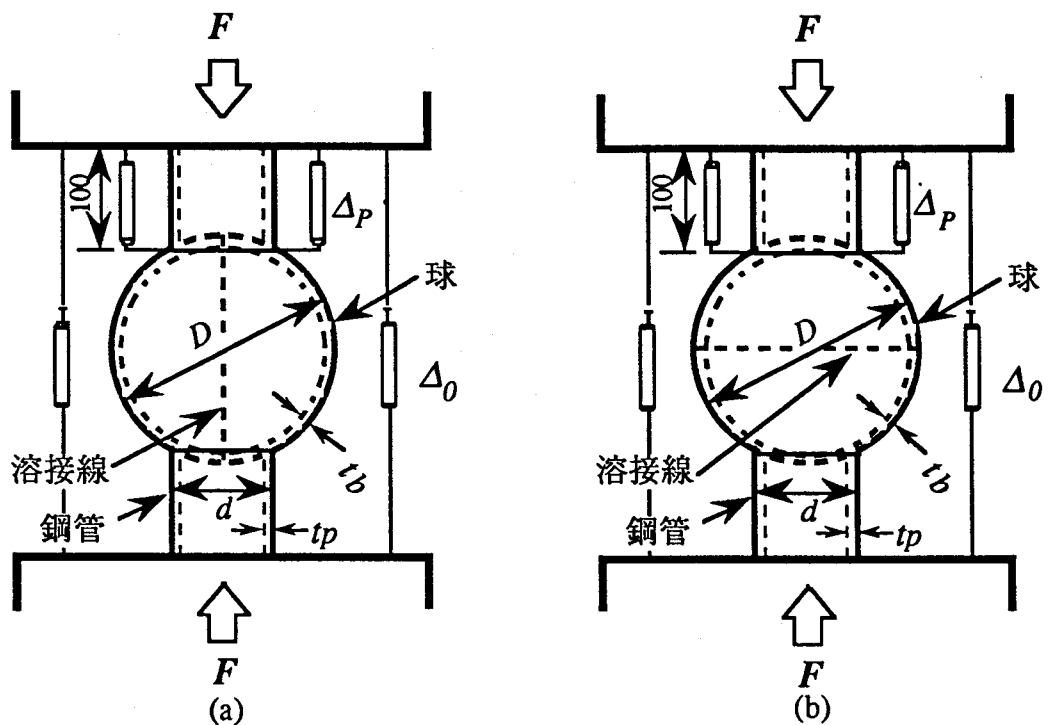


図3-1 試験体の形状

半球の溶接には CO_2 半自動溶接法を用い、図3-2に示す開先形状により部分溶込み溶接とした。一般の試験体では、次章で述べるダイアフラムにより補強された球継手との比較を行なうために、図3-1(a)に示すように半球の溶接線は载荷軸と平行としたが、1体のみ図3-1(b)に示すように载荷軸に直交する試験体も用意した。

本実験では、鋼球によりその最大耐力が決定されることを目的としているため、鋼管には十分な板厚を与えるために S45C の引き抜き鋼管を切削加工したものを使用した。ただし、 $d/D=0.12$ の試験体は、 $\phi=25\text{ mm}$ の鋼棒を溶接したものである。 d/D の上限値 0.65 は、鋼球に直交 2 方向より鋼管が取付く場合にオーバーラップしない限界である。鋼管と鋼球の溶接は、部分溶込み溶接とした。

鋼球に使用した鋼板の機械的性質については、M36(3) の鋼球を除き、前章で既に述べたものと対応している。全ての鋼球につき、その原板の JIS1 号試験片による機械的性質を表3-2に示す。

载荷は、200 tf 構造物試験機を用いて単調圧縮载荷することにより行ない、途中鋼管部を含む試験体全体の変形 Δ_0 と鋼管部分の変形 Δ_P を図3-1に取付け位置を示す変位計により測定し、また、鋼球および鋼管各部のひずみを抵抗線ひずみゲージにより測定した。

表3-1 試験体の諸元

試験体名	鋼球		鋼管
	$D \times t_b(\text{mm})$	使用鋼板	$d \times t_p(\text{mm})$
M36(1)-0.12-0	216.3×6.0	PL-6.0(1)	$\phi-25$ 1)
M36(1)-0.23-0			50.0×9.0
M36(1)-0.35-0			75.0×7.0
M36(1)-0.53-0			114.3×5.6
M36(1)-0.65-0			139.8×6.0
M36(2)-0.12-0	216.3×6.0	PL-6.0(2)	$\phi-25$ 1)
M36(2)-0.23-0			50.0×9.0
M36(2)-0.35-0			75.0×7.0
M36(2)-0.53-0			114.3×5.6
M36(2)-0.65-0			139.8×6.0
M36(3)-0.53-0	216.3×6.0	PL-6.0(3)	114.3×6.0
M36(3)-0.53-0H ²⁾			114.3×6.0
M48(1)-0.35-0	216.3×4.5	PL-4.5(1)	75.0×7.0
M48(1)-0.53-0			114.3×5.6
M24(1)-0.35-0	216.3×9.0	PL-9.0(1)	75.0×12.0
M24(1)-0.53-0			114.3×12.0
S37(1)-0.36-0	165.2×4.5	PL-4.5(1)	60.0×6.0
L35(1)-0.36-0	318.5×9.0	PL-9.0(1)	114.3×12.0

1) 鋼棒

2) 半球の溶接線が载荷軸と直交した試験体

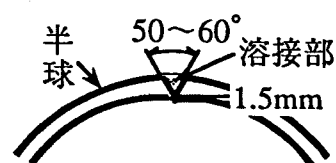


図3-2 開先形状

表3-2 原板の機械的性質

鋼板	t_o (mm)	σ_y (tf/cm ²)	σ_u (tf/cm ²)	El. (%)
PL-4.5(1)	4.40	3.30	4.77	24.3
PL-6.0(1)	6.05	3.06	4.69	24.4
PL-6.0(2)	5.63	3.03	4.60	26.8
PL-6.0(3)	5.58	3.87	4.76	20.5
PL-9.0(1)	9.15	2.89	4.37	28.9

t_o : 原板の板厚実測値, σ_y : 降伏点,
 σ_u : 引張強さ, El.: 伸び

3-2-2 実験結果

試験体は2体を除き全て写真3-1に示すように鋼管溶接部近傍における鋼球の局部崩壊により最大耐力に達した。鋼球の最大耐力の知れなかった2体の原因は、(1)試験体 M36(1)-0.12-0 については加力中に鋼棒が降伏し、鋼球部分が载荷軸外にはらみだしたため実験を中止、(2)試験体 M36(1)-0.65-0 については半球の溶接部に溶込み不足があったためフープテンションによる亀裂が発生（写真3-2，図3-3参照）したためである。よって、M36(1)シリーズについては、同一の部材寸法を持つ試験体による追加実験 M36(2)シリーズを行ない、それらの耐力を確認した。ただし、両シリーズに用いた鋼球の原板は異なっている。なお、試験体 S37(1)-0.36-0，M36(1)-0.35-0 および M36(1)-0.53-0 においては、半球の溶接部の溶込み不足により耐力劣化域において半球溶接部に亀裂が生じた。

試験体 M36(1)-0.12-0 の鋼棒を除き、いずれの試験体においても、その鋼管あるいは鋼棒に生じたひずみは、弾性範囲内に留まった。

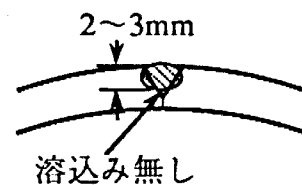


図3-3 半球溶接部の溶込み不足

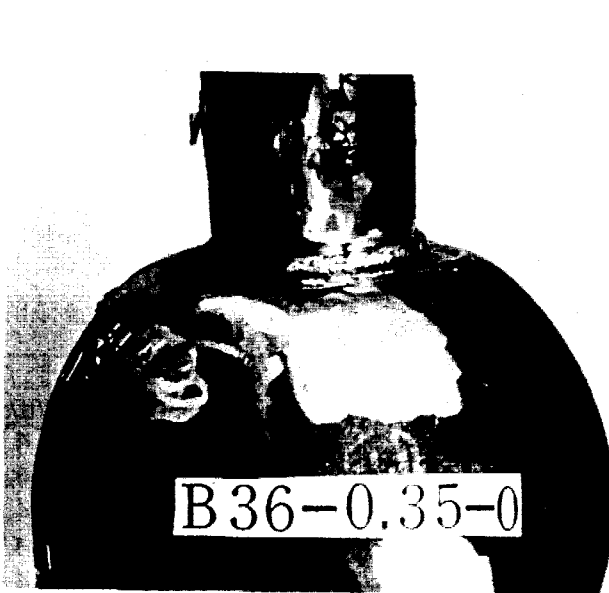


写真3-1 鋼球の局部崩壊

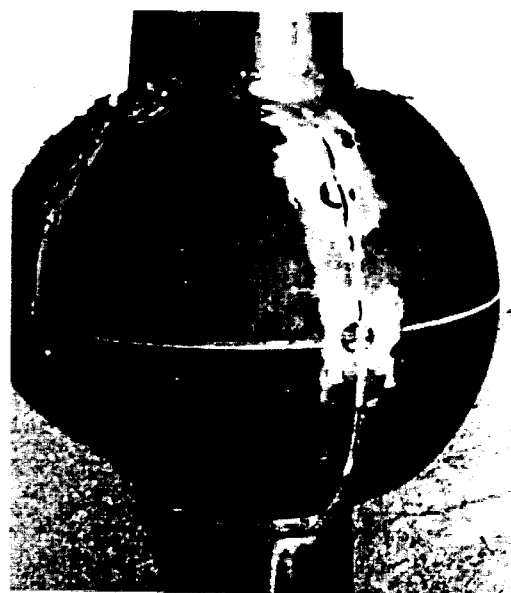


写真3-2 半球溶接部の亀裂

各試験体の荷重 (F) と鋼球の変形 ($\Delta = \Delta_0 - 2\Delta_P$, 以下局部変形と呼ぶ) との関係を図3-3に示す。図中●印は実験最大耐力を, ○印は実験降伏耐力を示す。ただし, 降伏耐力は, 荷重-局部変形関係の接線剛性は初期剛性の 1/3 に達した時の荷重と定義した。各試験体の降伏耐力 eF_y , 最大耐力 eF_{max} , 初期剛性 K , 降伏耐力時の局部変形 Δ_y , および最大耐力時の局部変形 Δ_{max} を表3-3に示す。

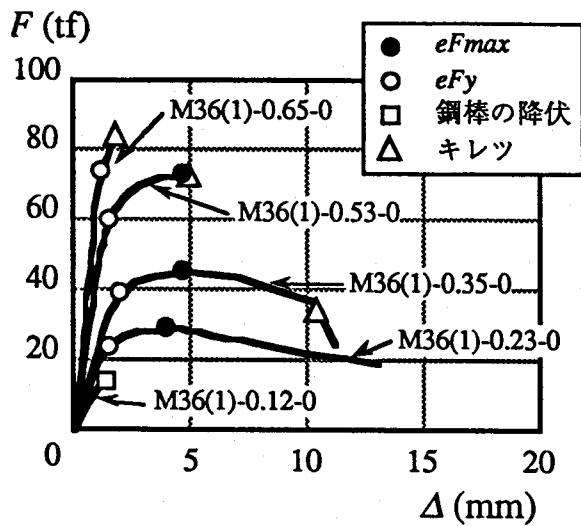
鋼球の局部崩壊により最大耐力が決定したいずれの試験体も最大耐力の 70~90% に相当する降伏耐力を越えた時点から変形が急増し始め, その後最大耐力に達した後, 半球溶接部に欠陥が無い限り, 荷重が緩やかに低下した。

3-2-3 最大耐力時の局部変形量

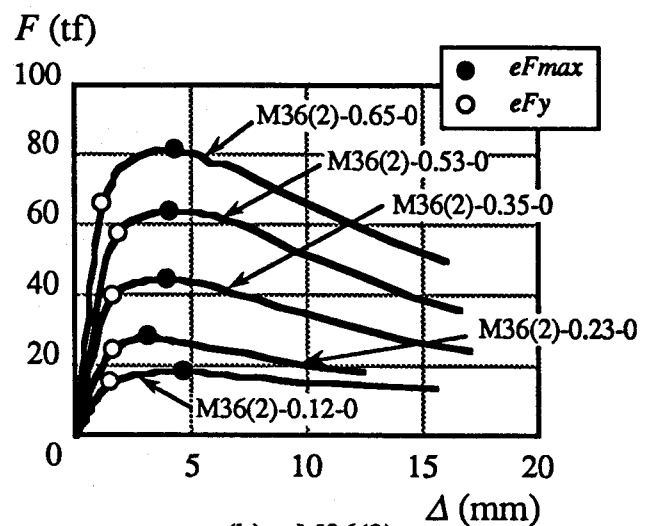
最大耐力時における鋼球片側の変形量 $\Delta_{max}/2$ と鋼球原板の板厚 t_0 の比を横軸に鋼球の径厚比 (公称球径を原板の実測板厚で除した値) を取り図3-5に示す。鋼球の径厚比および鋼管と鋼球の径の比による明瞭な差はなく, 鋼球片側の変形量が球厚の 25~44 %, 平均すると 35 % 程度になった時, 試験体は最大耐力に達している。

表3-3 実験結果一覧

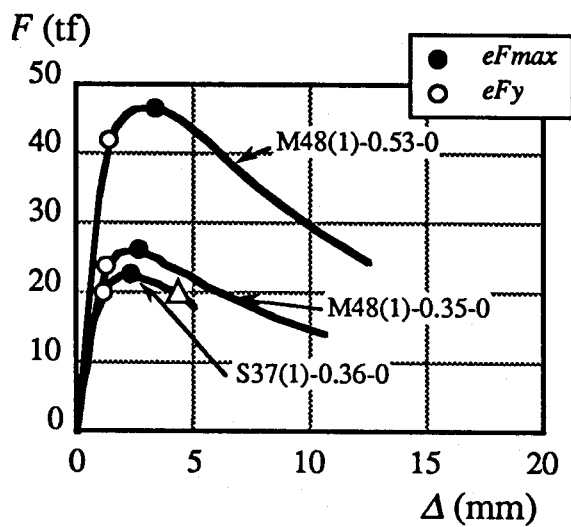
試験体名	eF_y (tf)	eF_{max} (tf)	$\frac{eF_y}{eF_{max}}$	K (tf/mm)	Δ_y (mm)	Δ_{max} (mm)	$\frac{\Delta_{max}}{2t_0}$
M36(1)-0.12-0	—	—	—	13.7	—	—	—
M36(1)-0.23-0	24.0	28.9	0.83	19.8	1.6	4.1	0.34
M36(1)-0.35-0	39.0	45.2	0.86	24.2	2.0	4.7	0.39
M36(1)-0.53-0	60.0	72.8	0.82	45.2	1.5	4.7	0.39
M36(1)-0.65-0	74.0	—	—	68.0	1.3	—	—
M36(2)-0.12-0	15.0	18.4	0.82	11.1	1.7	4.8	0.43
M36(2)-0.23-0	26.0	28.2	0.92	17.1	1.6	3.2	0.28
M36(2)-0.35-0	40.0	44.9	0.89	31.2	1.6	4.0	0.36
M36(2)-0.53-0	58.0	64.1	0.90	46.9	1.7	4.0	0.36
M36(2)-0.65-0	67.5	81.9	0.82	64.5	1.3	4.3	0.38
M36(3)-0.53-0	54.0	70.2	0.77	75.0	1.0	3.6	0.32
M36(3)-0.53-0H	40.0	58.5	0.68	64.0	0.8	4.2	0.38
M48(1)-0.35-0	24.0	26.2	0.92	22.9	1.3	2.2	0.25
M48(1)-0.53-0	42.0	47.0	0.89	35.3	1.4	3.9	0.44
M24(1)-0.35-0	64.0	78.6	0.81	51.8	2.0	6.0	0.33
M24(1)-0.53-0	104.0	127.0	0.82	117.0	1.2	6.7	0.37
S37(1)-0.36-0	20.0	22.8	0.88	23.1	1.1	2.3	0.26
L35(1)-0.36-0	88.0	106.9	0.82	68.5	1.8	5.5	0.30



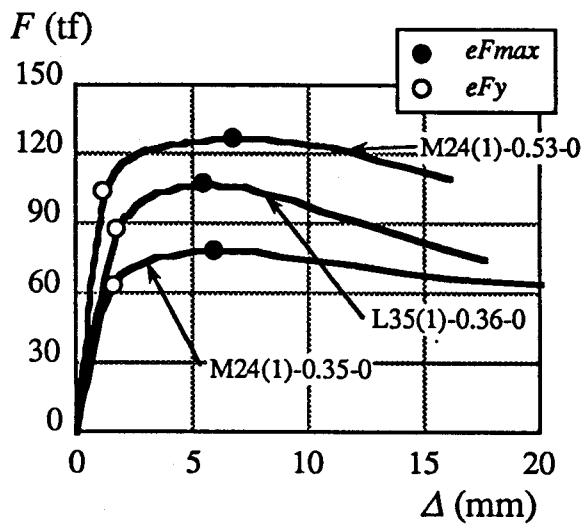
(a) M36(1)



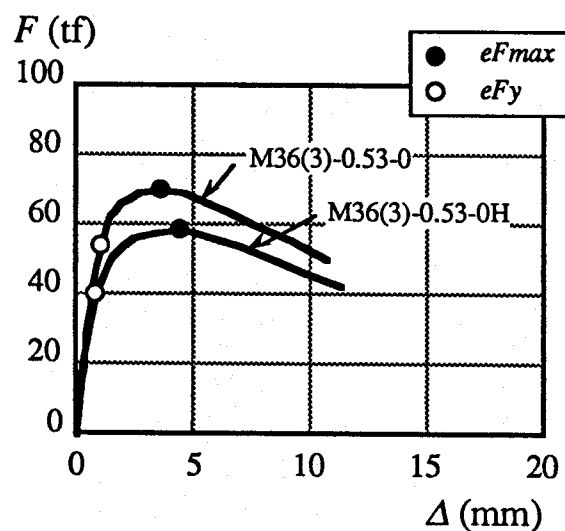
(b) M36(2)



(c) M48(1), S37(1)



(d) M24(1), L35(1)



(e) M36(3)

図3-4 荷重—局部変形関係

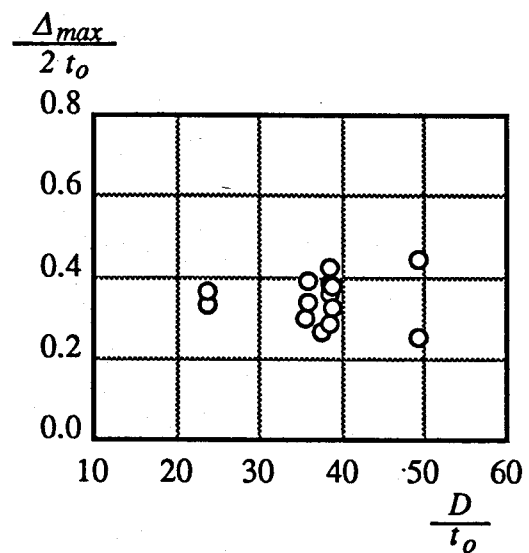


図3-5 $\frac{\Delta_{max}}{2 t_o}$ — $\frac{D}{t_o}$ 関係

3-2-4 最大耐力と各実験因子の関係

図3-6は実験最大耐力と鋼管径と球径の比 (d/D)との関係を M36(2), M48(1) および M24(1) の鋼球について示している。鋼球耐力を支配する使用材の機械的性質として、第2章に示した鋼球より $\phi=0.96$ radの位置で ϕ 方向に取り出した引張試験片の降伏点を選び、図の縦軸は最大耐力を $(2 \pi R_m t_o B \sigma_y)$ で無次元化している。同図より以下のことがわかる。

- (1) 最大耐力は d/D に対しほぼ線形的に増加する。
- (2) 無次元化した最大耐力の d/D に関する増加率は、鋼球の径厚比に関わらずほぼ等しい。

図3-7は無次元化した実験最大耐力と鋼球の径厚比(D/t_o)との関係を $d/D=0.35$, 0.53 の場合について示している。同図より、径厚比が大きくなるに従い、無次元化した最大耐力は減少することが知られる。

図3-8は寸法効果の影響を調べるために、 D/t_o ($=35 \sim 37$) および d/D ($=0.35 \sim 0.36$) がほぼ等しく、外径寸法の異なる3体の試験体について、無次元化した実験最大耐力とそれぞれの鋼球外径を鋼球Mシリーズの外径 D_M ($=216.3$ mm) で除した値との関係を示している。外径の最も小さい試験体 S37(1)-0.36-0 ($D_S=165.2$ mm) の無次元化した最大耐力は、他の2体に比べ13%低くなっているが、特に寸法効果の影響を考慮する必要はないと考えられる。

半球の溶接線が载荷軸に平行な試験体 M36(3)-0.53-0 と载荷軸に直交する試験体 M36(3)-0.53-0H の最大耐力を比べると、直交する試験体の方が平行な試験体に比べ17%低い。これは、第2章で示した下記のような半球の不均一な材料性状が主な原因である。

- (1) 半球の板厚は原板の板厚に比べ、頂部では5~10%程度減少し、すそ部では14~18%程度増加する。
- (2) 冷間成形による半球の塑性化の程度は、すそ部に行くほど著しく、そのため降伏点もすそ部に行くほど高くなる。

すなわち、溶接線が载荷軸に平行な場合に比べ直交する場合では、耐力を支配する主因子である負荷位置近傍の断面積と降伏点がともに小さくなるためである。

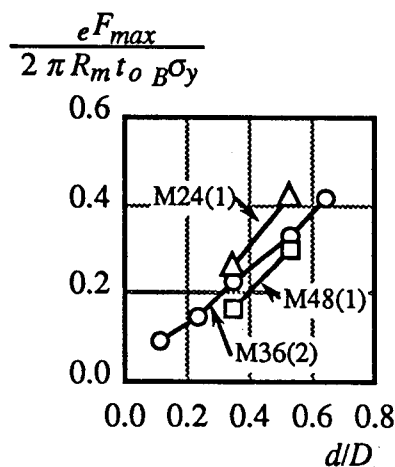


図3-6 d/D による影響

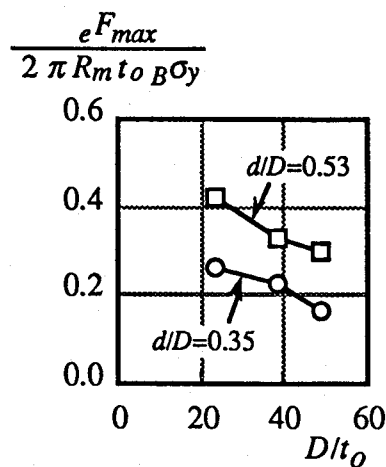


図3-7 D/t_o による影響

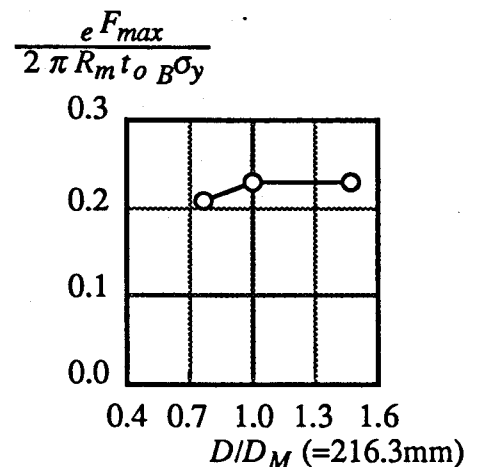


図3-8 寸法効果による影響

§ 3-3 極限解析

3-3-1 軸対称殻の極限解析

軸対称殻に関する極限解析の研究の歴史は、1952年の Hopkins・Prager による円板の極限解析^{3.1)}および1953年の Drucker による円筒殻の極限解析^{3.2)}に始まり、その後、Prager, Drucker, Shield, Onat, Hodge, Flugge, Nakamura その他多くの人達により精力的に研究が進められた。1960年台前半までのこの分野の成果については、Hodge の著書^{3.3)}に詳しい。

まず、Tresca の降伏条件に基づく軸対称荷重を受ける回転体面殻の降伏条件は、Onat・Prager により、媒介変数表示の形で与えられた^{3.4)}。その後、Lance・Onat は、この降伏条件を陽な表示で与え、この降伏条件を用いて切頭円錐台殻の極限解析を行ない、その完全解を得た^{3.5)}。しかし、当時は計算機の使用による数値計算が実用的でなかったため、その得られた解は微分方程式の一般解が得られる限られた範囲に留まった。この理由から、軸対称殻の極限解析に関する研究は、崩壊荷重を得るために2つの近似手法を用いて発展を遂げた。第1の近似は、崩壊荷重の上界または下界を得るために、極限解析の上界定理または下界定理に従い、変位速度場または応力場を仮定して、問題を解く方法である。第2の近似は、降伏条件として単純化した近似降伏条件を用いる方法である。当初、これらの方法を単独に、または、同時に用いて軸対称殻に関する極限解析の研究が行なわれた。

近似降伏条件の例には、Hodge が導いた Tresca の降伏条件に基づくサンドイッチ断面に対する線形近似降伏条件^{3.6)}、Flugge・Nakamura の提案による12個の降伏条件のうち6個を無視した近似降伏条件^{3.7)}、Drucker・Shield による4個の断面力のうちの1個を無視する近似降伏条件^{3.8)}等がある。

その後、1960年台後半からは、計算機の使用により微分方程式を数値解析的に解くことが可能となってきたため、正確な、または、近似の降伏条件に対する真の崩壊荷重が計算機を用いて得られ始めた。Lee・Onat は静水圧を受ける周辺固定の部分球殻に対し、Hodge の線形近似降伏条件を用いて数値解析を行ない、その真の崩壊荷重を求めた^{3.9)}。Flugge・Gerdeen は、Nakamura の近似降伏条件を用いて、頂部に荷重を受ける周辺固定の切頭円錐台に対し、その真の崩壊荷重を求めた^{3.10)}。浜田・中西は、正確な降伏条件に対して、一般的な軸対称殻に適用でき、また、数値的に正しい結果を与える解法を提案し、実際に剛体板付圧力容器の真の崩壊荷重を求めた^{3.11)}。

本節では、3-2節で行った単純模型試験体の耐力を推定するために、図3-9に示すように鋼球を球殻とし、鋼管からの作用力を環状線荷重とした解析モデルを考える。このようなモデルに対して極限解析を適用した例は筆者以外にはいない。この解析モデルにおいて考えられる崩壊機構は、図3-9に示す負荷位置 $\phi = \phi_\alpha$ とそこから幾分外側に離れた位置 $\phi = \phi_\beta$ に囲まれる領域が塑性流れを起こすものである。

筆者は、まず、文献3.12)において Hodge の線形近似降伏条件を用いて、極限解析の上界定理を適用することにより、その崩壊荷重の上界を求めた。その成果と実験結果を組み合わせた半実験式^{3.13)}が日本建築学会「鋼管構造設計施工指針・同解説」(1990年刊)^{3.14)}には示されている。その後、数値解析を行なうことにより、この解析モデルの線形近似

降伏条件に対する真の崩壊荷重を得ることに成功した^{3,15)}。しかし、線形近似による降伏条件を用いることに伴う誤差は十分に小さいものではないかもしれない。

本論文では、Tresca の降伏条件に基づく正確な降伏条件を用いて、その崩壊荷重を求める。解析を行なう過程において、軸対称殻の極限解析に関する分野に以下の2つの新しい知見を得ている。

- (1) 解析モデルは球殻の部分領域が塑性流れを起こすことにより崩壊機構を形成する。降伏領域と剛領域の境界は降伏関節円となるが、この位置における応力成分は既往の条件のみでは一意に決定することはできず、真の崩壊荷重を得るためには、複雑な解析過程を踏まなければならない。本論文では降伏関節円上の応力成分を一意に決定できる新しい条件を加え、解析を容易にしている。
- (2) 降伏条件には Onat・Prager が Tresca の降伏条件に基づいて軸対称殻に対して求めた4次元降伏曲面^{3,4)}を用いる。この降伏曲面は12個の降伏曲面要素により構成される。これらの降伏曲面要素は放物線型超曲面と非放物線型超曲面の2種類に分れる。既往の文献に示されている解析例では、降伏関節円近傍の応力状態を支配する降伏条件は全て放物線型超曲面である。しかし、本論文の解析モデルでは非放物線型超曲面に支配される。放物線型の場合の解析は容易であるが、非放物線型の場合、応力状態を支配する微分方程式の1つが降伏関節円の位置で不定形となるため従来の条件だけでは解析を進めることが不可能である。本論文ではこの問題を解決するための方法を示している。

上記(1)に示す知見は、数値解析を容易にするばかりではなく、3-5節に示す崩壊荷重の下界を与える簡便な耐力推定式を誘導する際にも重要な役割を果たす。

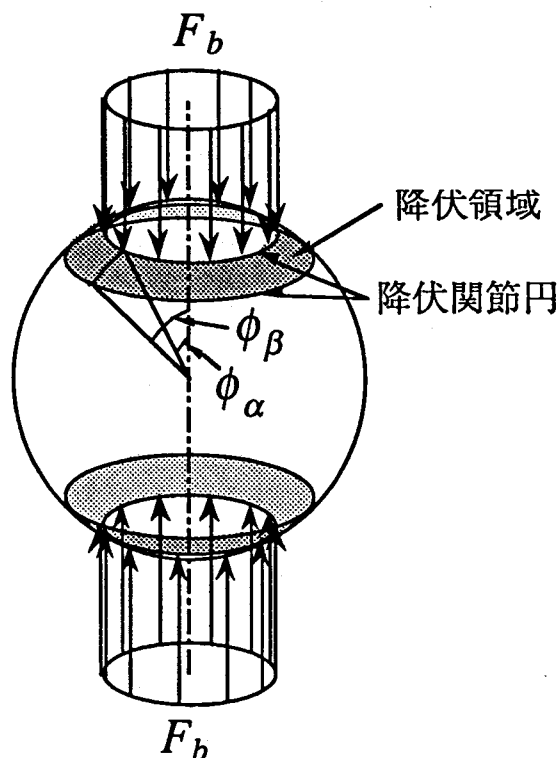


図3-9 解析モデル

3-3-2 基本仮定と基礎式

一般に軸対称荷重を受ける回転体面殻の真の崩壊荷重は、連立微分方程式の境界値問題を解くことにより得られることが知られており^{3.5, 3.7, 3.10, 3.11)}、既往の基礎式を本節の解析モデルに適用した場合について示す。

(i) 基本仮定

力のつり合い条件および変形の適合条件は、微小変形の仮定、Kirchhoff-Love の仮定および薄肉厚の仮定に基づく。球殻は、連合流れ則に従う完全剛塑性材より成ると仮定する。降伏条件には、Onat・Prager が Tresca の降伏条件に基づいて軸対称殻に対して求めた4次元降伏曲面^{3.4)}を用いる。

(ii) 力のつり合い条件

球殻は軸対称応力状態にあるので、断面力は図3-10に示す N_ϕ , N_θ , M_ϕ , M_θ および Q_ϕ の5つである。

軸対称荷重を受ける球殻の一般的な力のつり合い条件は、次式で表わされる^{3.16)}。

$$\frac{d}{d\phi}(N_\phi \sin \phi) - N_\theta \cos \phi - Q_\phi \sin \phi + P_\phi \sin \phi = 0 \quad (3-1a)$$

$$\frac{d}{d\phi}(Q_\phi \sin \phi) - N_\theta \sin \phi + N_\phi \sin \phi + P_r \sin \phi = 0 \quad (3-1b)$$

$$\frac{d}{d\phi}(M_\phi \sin \phi) - M_\theta \cos \phi - R_m Q_\phi \sin \phi = 0 \quad (3-1c)$$

R_m は球殻の半径を示す。 P_r および P_ϕ は、それぞれ法線方向および経線方向の単位面積当たりの荷重密度である。

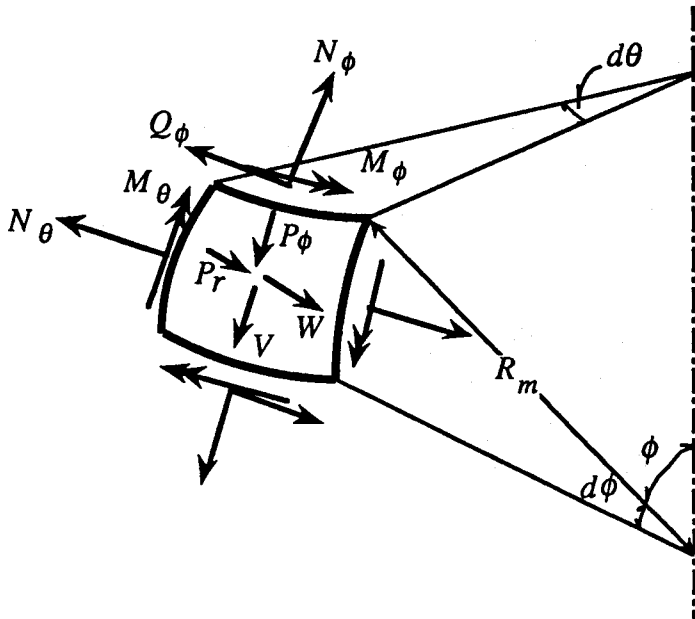


図3-10 殻の要素

環状線荷重を受ける球殻の場合、 $0 \leq \phi \leq \phi_\alpha$ の領域では、鉛直方向の力のつり合いより、

$$N_\phi \sin \phi + Q_\phi \cos \phi = 0 \quad (3-2a)$$

上式を(3-1a)式に代入し Q_ϕ を消去すると、

$$\frac{dN_\phi}{d\phi} = N_\theta \cot \phi - N_\phi (\cot \phi + \tan \phi) \quad (3-2b)$$

また、(3-2a)式を(3-1c)式に代入し Q_ϕ を消去すると、

$$\frac{dM_\phi}{d\phi} = -(M_\phi - M_\theta) \cot \phi - R_m N_\phi \tan \phi \quad (3-2c)$$

$\phi_\alpha \leq \phi \leq \pi/2$ の領域では、鉛直方向の力のつり合いより、

$$-2\pi R_m (N_\phi \sin \phi + Q_\phi \cos \phi) \sin \phi = F_b \quad (3-3a)$$

ただし、 F_b は荷重の総計を表わす。上式を Q_ϕ について解き、(3-1a)式に代入すると、

$$\frac{dN_\phi}{d\phi} = N_\theta \cot \phi - (N_\phi + \frac{F_b}{2\pi R_m}) (\cot \phi + \tan \phi) \quad (3-3b)$$

また、(3-3a)式を(3-1c)式に代入し Q_ϕ を消去すると、

$$\frac{dM_\phi}{d\phi} = -(M_\phi - M_\theta) \cot \phi - (N_\phi + \frac{F_b}{2\pi R_m \cos^2 \phi}) R_m \tan \phi \quad (3-3c)$$

以上の力のつり合い条件式を無次元化表示にしてまとめると、

(a) For $0 \leq \phi \leq \phi_\alpha$

$$\frac{dn_\phi}{d\phi} = (n_\theta - n_\phi - n_\phi \tan^2 \phi) \cot \phi \quad (3-4a)$$

$$\frac{dm_\phi}{d\phi} = (m_\theta - m_\phi - \omega n_\phi \tan^2 \phi) \cot \phi \quad (3-4b)$$

(b) For $\phi_\alpha \leq \phi \leq \pi/2$

$$\frac{dn_\phi}{d\phi} = \{n_\theta - (n_\phi + f_b) - (n_\phi + f_b) \tan^2 \phi\} \cot \phi \quad (3-5a)$$

$$\frac{dm_\phi}{d\phi} = \{m_\theta - m_\phi - \omega (n_\phi + f_b) \tan^2 \phi - \omega f_b\} \cot \phi \quad (3-5b)$$

ただし、

$$n_\phi = \frac{N_\phi}{N_{bo}}, \quad n_\theta = \frac{N_\theta}{N_{bo}}, \quad m_\phi = \frac{M_\phi}{M_{bo}}, \quad m_\theta = \frac{M_\theta}{M_{bo}} \quad (3-6a,b,c,d)$$

であり、 N_{bo} および M_{bo} はそれぞれ殻の単位幅当たりの降伏軸力および全塑性モーメントを表わす。すなわち、 $N_{bo} = B\sigma_o t_b$ 、 $M_{bo} = B\sigma_o t_b^2/4$ で、 t_b は殻厚、 $B\sigma_o$ は殻の降伏点である。また、 f_b は総荷重 F_b を $2\pi R_m N_{bo}$ で無次元化した荷重で、 ω は(3-8)式で定義される殻の径厚比により決まる殻変数である。

$$f_b = \frac{F_b}{2\pi R_m N_{bo}} \quad (3-7)$$

$$\omega = \frac{R_m N_{bo}}{M_{bo}} \quad (3-8)$$

(iii) 変形の適合条件

殻中央面の経線および法線方向の変位速度を V および W で表わす。 V および W を半径 R_m で無次元化する。

$$v = \frac{V}{R_m}, \quad w = \frac{W}{R_m} \quad (3-9a,b)$$

一般化された応力 n_ϕ , n_θ , m_ϕ および m_θ に対応する一般化されたひずみ速度 ε_ϕ , ε_θ , κ_ϕ および κ_θ は, v および w により次式で表わされる^{3.3)}。

$$\varepsilon_\phi = \frac{dv}{d\phi} - w, \quad \varepsilon_\theta = v \cot \phi - w \quad (3-10a,b)$$

$$\kappa_\phi = \frac{M_{bo}}{N_{bo}} K_\phi = -\frac{1}{\omega} \left(\frac{dv}{d\phi} + \frac{d^2 w}{d\phi^2} \right) \quad \kappa_\theta = \frac{M_{bo}}{N_{bo}} K_\theta = -\frac{1}{\omega} \left(v + \frac{dw}{d\phi} \right) \cot \phi \quad (3-10c,d)$$

ここで, ε_ϕ および ε_θ は, それぞれ, 殻中央面の経線方向および緯線方向の面内ひずみ速度を, K_ϕ および K_θ は曲率の変化速度を表わす。(3-10)式より v と w を消去すると次の連立微分方程式が得られる^{3.9)}。

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{d\phi} = (\varepsilon_\phi - \varepsilon_\theta + \omega \kappa_\theta \tan^2 \phi) \cot \phi \quad (3-11a)$$

$$\frac{d\kappa_\theta}{d\phi} = (\kappa_\phi - \kappa_\theta \sec^2 \phi) \cot \phi \quad (3-11b)$$

(iv) 降伏条件と連合流れ則

Onat・Prager は, Tresca の降伏条件に基づく軸対称殻の降伏条件を媒介変数表示により与えた^{3.4)}。この降伏条件は12個の降伏曲面要素により構成される。その後, Lance・Onat は, この降伏条件を陽な形で表示し, さらに各降伏曲面要素の接続関係を図示した^{3.5)}。この降伏条件および降伏曲面の接続関係に, 浜田・中西が補足を加えたもの^{3.11)}を表3-4および図3-11に示す。

また, Flugge・Nakamura はこの4次元降伏曲面の切断面を3次元空間に投影することにより視覚化した^{3.7)}。これらの降伏曲面群を図3-12に示す。同図には, $n_\theta=0, 1/4, 1/2, 3/4$ および 1 で切断した際の切断面の $m_\phi-m_\theta-n_\phi$ 空間への投影が示されている。

12個の降伏曲面要素は, H の記号により表わされる放物線型超曲面と G の記号により表わされる非放物線型超曲面の2種類に分れる。

表3-4の第1欄は各降伏曲面要素の名称を, 第2欄は降伏条件を表す。第3欄は, 第2欄の降伏条件が有効な範囲を規定し, もし, この条件式のいずれかを破ると第4欄の曲

面要素に移行する。図3-11において、実線は2つの曲面要素がとがりをもって接続していることを示し、破線はなめらかに接続していることを示す。この接続関係は、図3-12により視覚的に把握することができる。

連合流れ則が成り立つと仮定すると、降伏曲面要素上の応力とひずみ速度の関係は、正のスカラー量 λ を用いて次式で関連づけられる。

$$\varepsilon_\phi = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial n_\phi}, \quad \varepsilon_\theta = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta}, \quad \kappa_\phi = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial m_\phi}, \quad \kappa_\theta = \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \quad (3-12a,b,c,d)$$

ただし、 Φ は12個の降伏条件のうちのいずれかの降伏関数を表わす。

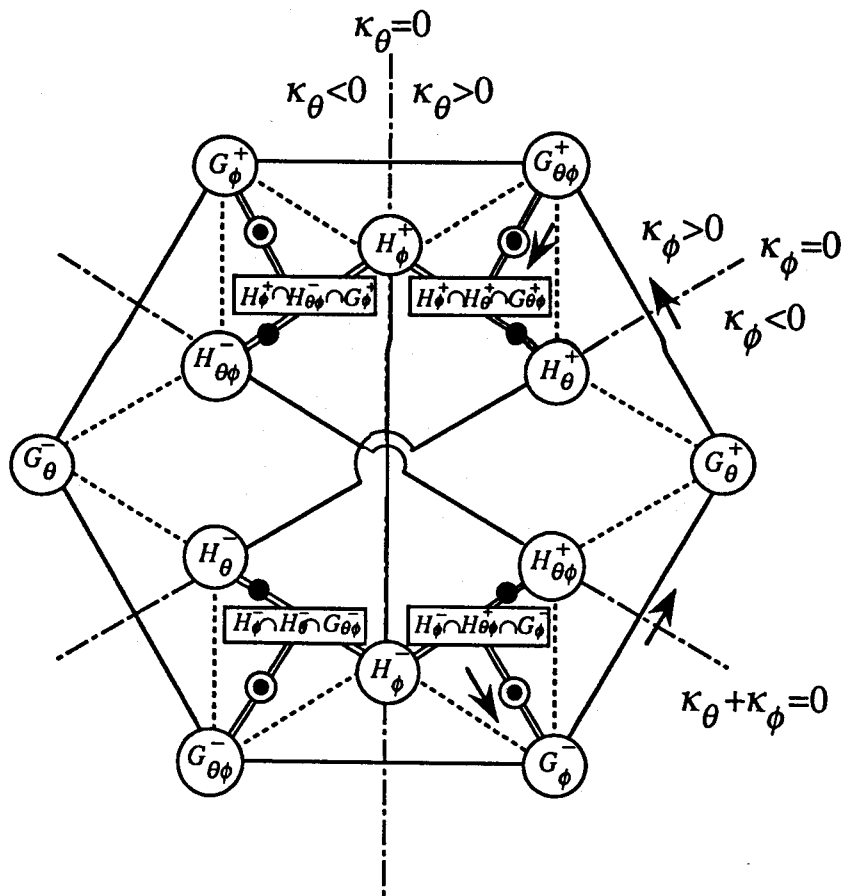


図3-11 降伏曲面要素の配置

表3-4 降伏条件

面の名称	降伏条件	条件式	接続面
$G_{\theta}^{\pm}$	$\pm(m_{\theta}-m_{\phi})+(n_{\theta}-n_{\phi})^2$ $+(\frac{m_{\phi}}{2n_{\phi}} \pm n_{\theta})^2-1=0$	$\mp m_{\phi}-2n_{\phi}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$ $\pm m_{\phi}+2n_{\phi}n_{\theta}\geq 0$ $1-\left \frac{m_{\phi}}{2n_{\phi}} \pm n_{\phi}\right \geq 0$ $1-\left \frac{m_{\phi}}{2n_{\phi}} \mp n_{\phi}\right \geq 0$	$H_{\theta}^{\pm}$ $H_{\theta\phi}$ $G_{\theta\phi}^{\pm}$ $G_{\phi}^{\mp}$
$G_{\theta\phi}^{\pm}$	$\pm m_{\theta}+n_{\theta}^2$ $+\{\frac{m_{\theta}-m_{\phi}}{2(n_{\theta}-n_{\phi})} \pm n_{\phi}\}^2-1=0$	$\pm(m_{\theta}-m_{\phi})+2n_{\theta}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$ $\mp(m_{\theta}-m_{\phi})-2n_{\phi}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$ $1-\left \frac{m_{\theta}-m_{\phi}}{2(n_{\theta}-n_{\phi})} \mp (n_{\theta}-n_{\phi})\right \geq 0$ $1-\left \frac{m_{\theta}-m_{\phi}}{2(n_{\theta}-n_{\phi})} \pm (n_{\theta}-n_{\phi})\right \geq 0$	$H_{\phi}^{\pm}$ $H_{\theta}^{\pm}$ $G_{\phi}^{\pm}$ $G_{\theta}^{\pm}$
$G_{\phi}^{\pm}$	$\mp(m_{\theta}-m_{\phi})+(n_{\theta}-n_{\phi})^2$ $+(\frac{m_{\theta}}{2n_{\theta}} \pm n_{\phi})^2-1=0$	$\pm m_{\theta}+2n_{\theta}n_{\phi}\geq 0$ $\mp m_{\theta}+2n_{\theta}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$ $1-\left \frac{m_{\theta}}{2n_{\theta}} \pm n_{\theta}\right \geq 0$ $1-\left \frac{m_{\theta}}{2n_{\theta}} \mp n_{\theta}\right \geq 0$	$H_{\theta\phi}^{\mp}$ $H_{\phi}^{\pm}$ $G_{\theta\phi}^{\pm}$ $G_{\theta}^{\mp}$
$H_{\theta}^{\pm}$	$\pm m_{\theta}+n_{\theta}^2-1=0$	$\pm m_{\theta}\geq 0$ $\pm m_{\phi}+2n_{\phi}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$ $\pm(m_{\theta}-m_{\phi})+2n_{\phi}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$	$H_{\theta}^{\mp}$ $G_{\theta}^{\pm}$ $G_{\theta\phi}^{\pm}$
$H_{\phi}^{\pm}$	$\pm m_{\phi}+n_{\phi}^2-1=0$	$\pm m_{\phi}\geq 0$ $\mp(m_{\theta}-m_{\phi})-2n_{\theta}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$ $\pm m_{\theta}-2n_{\theta}(n_{\theta}-n_{\phi})\geq 0$	$H_{\phi}^{\mp}$ $G_{\theta\phi}^{\pm}$ $G_{\phi}^{\pm}$
$H_{\theta\phi}^{\pm}$	$\pm(m_{\theta}-m_{\phi})+(n_{\theta}-n_{\phi})^2-1=0$	$\pm(m_{\theta}-m_{\phi})\geq 0$ $\mp m_{\phi}-2n_{\phi}n_{\theta}\geq 0$ $\pm m_{\theta}-2n_{\theta}n_{\phi}\geq 0$	$H_{\theta\phi}^{\mp}$ $G_{\theta}^{\pm}$ $G_{\phi}^{\mp}$

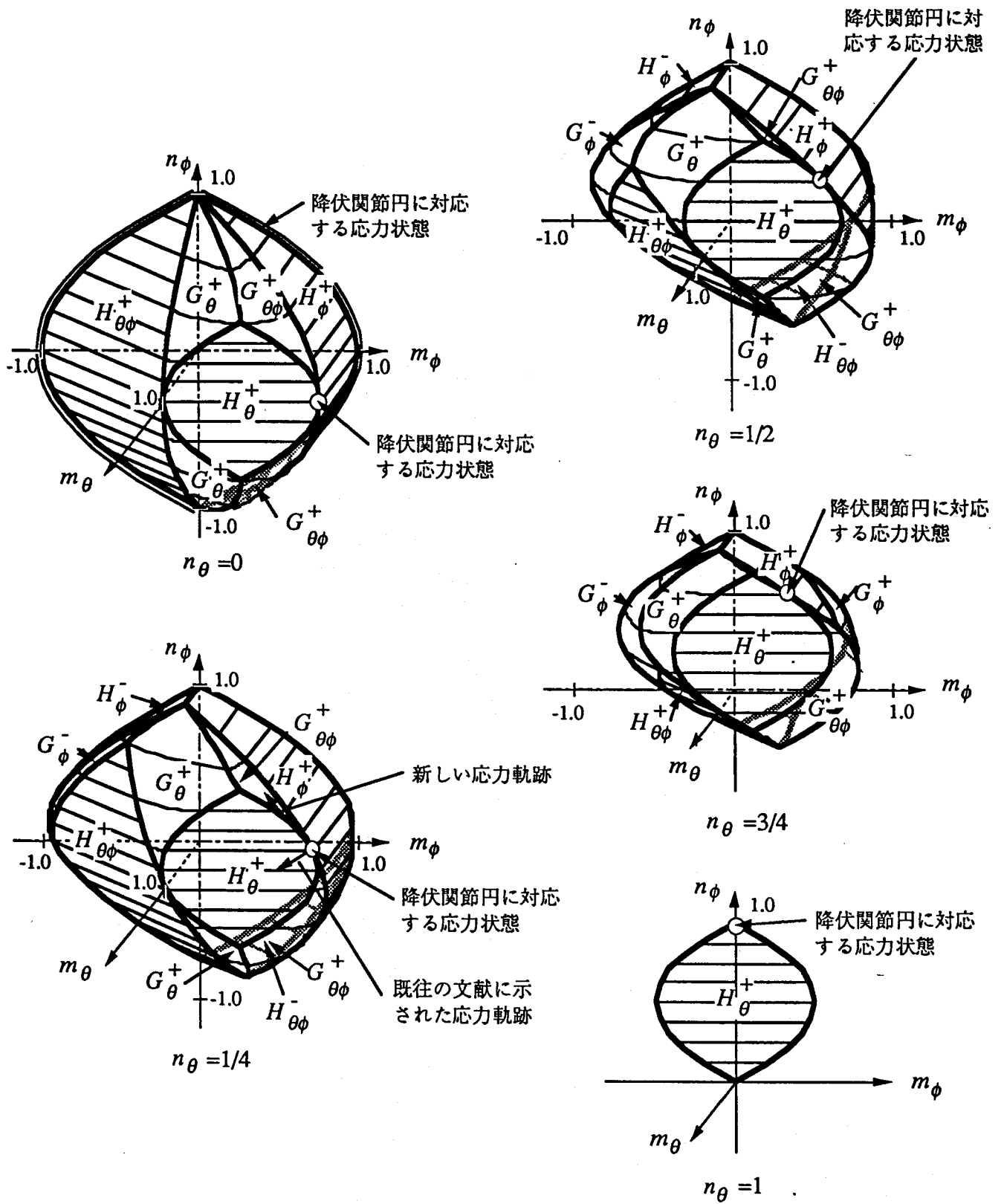


図3-12 降伏曲面群

(v) 応力場および変位速度場

(3-12)式を(3-11)式に代入すれば、応力成分と未知乗数 λ により表される適合条件式が得られる。

$$\frac{d\lambda}{d\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} + \lambda \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} \right) = \lambda \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_\phi} - \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} + \omega \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \tan^2 \phi \right) \cot \phi \quad (3-13a)$$

$$\frac{d\lambda}{d\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} + \lambda \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \right) = \lambda \left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\phi} - \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \sec^2 \phi \right) \cot \phi \quad (3-13b)$$

上式より λ および $d\lambda/d\phi$ を消去すれば、次式が得られる^{3.11)}。

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} \right) \right\} \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} - \left\{ \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \right) \right\} \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_\phi} \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} - \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} \frac{\partial \Phi}{\partial m_\phi} \right) \cot \phi \\ & - \omega \left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \right)^2 \tan \phi - \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \tan \phi = 0 \end{aligned} \quad (3-14)$$

4個の応力成分に対し、力のつり合い条件(3-5)式の2個、変形の適合条件を応力表示した(3-14)式1個および表3-4の12個の降伏条件のうちの1個が与えられる。よって、降伏条件を選び、かつ、任意点における応力成分が決まれば、その値を初期値として応力状態を求めていくことができる。

また、(3-13b)式より、

$$\frac{d\lambda}{d\phi} = \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\phi} - \frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \sec^2 \phi \right) \cot \phi - \left\{ \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \right) \right\}}{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial m_\theta} \right)} \lambda \quad (3-15)$$

すなわち、求めた応力場に対応する乗数 λ も、任意点における値を与えれば得られる。 λ が正で、かつ、応力成分が表3-4の第3欄の不等式を満足しておれば、選んだ降伏条件は正しい。

得られた応力成分および乗数 λ の値を(3-12)式に代入することによりひずみ速度ベクトルが求まる。(3-12a,b)式と(3-12a,b)式を組み合わせることにより、変位速度場を求めることができる。

$$\frac{dv}{d\phi} = v \cot \phi - \lambda \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} - \frac{\partial \Phi}{\partial n_\phi} \right), \quad w = v \cot \phi - \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta} \quad (3-16)$$

表3-4に示される降伏曲面のうち、 H の記号で表される6個の放物線型曲面要素については、連立微分方程式の一般解を得ることができる^{3.7)}。例えば、力のつり合い条件(3-5)式と降伏条件 $H_{\theta\phi}^+$ に対する一般解は、

$$n_\phi = - \left\{ \left(\frac{1}{2} \omega + f_b \right) \log \left(\tan \frac{\phi}{2} \right) + C_1 \log (\tan \phi) + \frac{f_b}{\cos \phi} + C_2 \right\} \cos \phi \quad (3-17a)$$

$$n_\theta = n_\phi - \frac{1}{2} \omega - \frac{C_1}{\cos \phi} \quad (3-17b)$$

$$m_\phi = \left(\frac{1}{4} \omega^2 + 1\right) \log(\sin \phi) - \omega C_2 \cos \phi - \left(\frac{1}{2} \omega^2 + \omega f_b\right) \left\{ \log\left(\tan \frac{\phi}{2}\right) \right\} \cos \phi \\ - C_1 (C_1 + \omega \cos \phi) \log(\tan \phi) + C_3 \quad (3-17c)$$

$$m_\theta = 1 + m_\phi - \left(\frac{1}{2} \omega + \frac{C_1}{\cos \phi}\right)^2 \quad (3-17d)$$

$$\lambda = C_4 \frac{\cos \phi}{\sin^2 \phi} \quad (3-17e)$$

$$v = -\frac{\omega C_4}{\sin \phi} - 2 C_1 C_4 \cot \phi + 2 C_1 C_4 \left\{ \log\left(\tan \frac{\phi}{2}\right) \right\} \sin \phi + C_5 \sin \phi \quad (3-17f)$$

$$w = 2 C_1 C_4 + 2 C_1 C_4 \left\{ \log\left(\tan \frac{\phi}{2}\right) \right\} \cos \phi + C_5 \cos \phi \quad (3-17g)$$

$C_1 \sim C_5$ は積分定数を表わし、境界条件より決定される。

一方、 G の記号で表される残りの6個の非放物線型曲面要素については、一般解が得られず、近似数値解法により解かなければならない。

3-3-3 解析

(i) 解析概要

解析モデルでは図3-9に示すように負荷位置 $\phi = \phi_\alpha$ とそこから幾分外側に離れた位置 $\phi = \phi_\beta$ に囲まれる領域が塑性流れを起こし崩壊機構が形成される。よって、本節で解こうとしている問題は、次のように表現できる。

【問題1】

与えられた ω と ϕ_α に対し、 $\phi_\alpha \leq \phi \leq \phi_\beta$ において、静的許容状態、かつ、運動的許容状態を満足するような f_b と ϕ_β を求めよ。

この問題は、次のように置き換えると計算上都合が良い。

【問題2】

与えられた ω と f_b に対し、 $\phi_\alpha \leq \phi \leq \phi_\beta$ において、静的許容状態、かつ、運動的許容状態を満足するような ϕ_α と ϕ_β を求めよ。

なぜなら、 ϕ_α および ϕ_β は、境界条件の中でのみ現われ、解くべき微分方程式の系の中には現われないことと、次に述べる境界条件により、 ϕ_β を仮定すれば一意にその点の応力状態が決定されるからである。この問題設定の置き換えは、Lee・Onat が静水圧を受ける周辺固定の部分球殻を極限解析した際に用いた手法^{3,9)}を応用したものである。

この微分方程式の境界値問題を以下の計算手順で解く。計算の流れを図3-13に示す。

- (1) 降伏領域の外端 $\phi = \phi_\beta$ を適当に仮定し、(ii)で述べる境界条件より、その位置における応力成分を求める。
- (2) $\phi = \phi_\beta$ における応力成分を初期値とし、 ϕ の減少する方向に連立微分方程式を解

- き，順次，応力状態および未知乗数 λ を求めていく。
- (3) 応力成分が，(ii)に述べる載荷位置 $\phi = \phi_\alpha$ で満足すべき境界条件のうちの1つを満たせば計算を終了する。
 - (4) その位置の応力成分が， $\phi = \phi_\alpha$ で満足すべき全ての境界条件を満足するか否かを調べる。
 - (5) 満足していればその位置が与えられた f_b と ω に対応する正しい載荷位置 ϕ_α である。満足していなければ(1)に戻り ϕ_β を仮定しなおす。

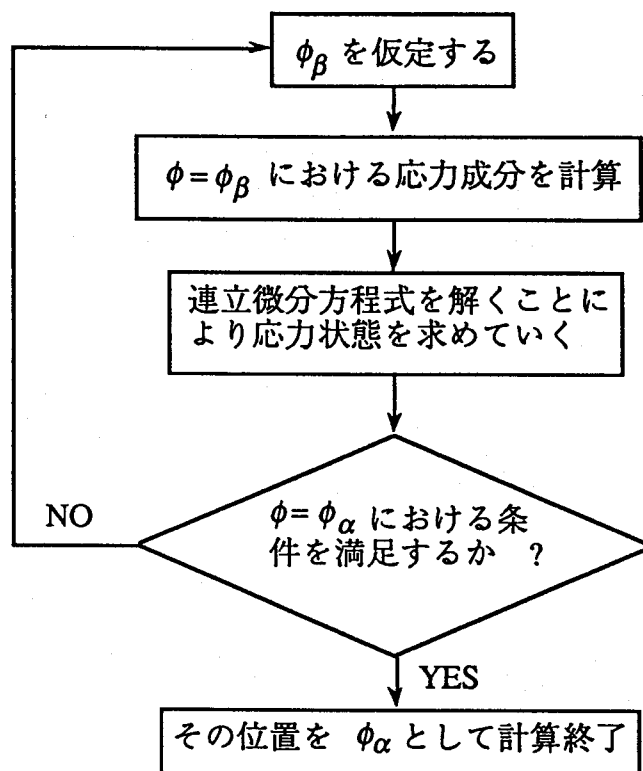


図3-13 計算の流れ図

(ii) 境界条件

一般に，運動的許容であるためには，剛領域と降伏領域との境界で， v および $dw/d\phi$ が不連続にならなければならない，すなわち，降伏関節円が形成されなければならない。この条件は， $\phi = \phi_\alpha$ および $\phi = \phi_\beta$ において，ひずみ速度成分の中の ε_ϕ および κ_ϕ が無限大となり， ε_θ および κ_θ は有限な値にとどまることを意味している。浜田・中西は，この条件が満足されるのは，表3-5に示す4つの場合であることを示した^{3.11)}。この条件式の位置を図3-11および図3-12に示す。

$\phi = \phi_\alpha$ では $\kappa_\phi > 0$ および $\kappa_\theta > 0$ ， $\phi = \phi_\beta$ では $\kappa_\phi < 0$ および $\kappa_\theta > 0$ と考えられるので，境界条件は次式で与えられる。

$$n_\theta = n_\phi, \quad m_\theta = m_\phi, \quad m_\phi + n_\phi^2 - 1 = 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\alpha \quad (3-18a,b,c)$$

$$n_\theta = 0, \quad m_\theta = 0, \quad -m_\phi + n_\phi^2 - 1 = 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-19a,b,c)$$

しかし、(3-18)式または(3-19)式で表わされる境界条件のみでは、降伏関節円の位置が与えられても、応力成分を一意に決定することはできず、その位置における n_ϕ または m_ϕ を仮定しなければならない。実際、浜田・中西は剛体板付圧力容器の崩壊荷重を得る際にこのような方法を用いている^{3.11)}が、解析手順は複雑で、計算労力も多大である。そこで、筆者は解析を容易にするため、 $\phi = \phi_\beta$ における次の条件を導きだした。

$$\frac{d(h_\phi^-)}{d\phi} = -\frac{d(m_\phi)}{d\phi} + 2n_\phi \frac{dn_\phi}{d\phi} = 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-20)$$

ここで、 h_ϕ^- は降伏条件 H_ϕ^- の降伏関数を表わす。この境界条件は、塑性流れを起こさない領域 $\phi > \phi_\beta$ が静的許容であるための必要条件から証明することができる。なお、(3-20)式は、殻の任意位置に降伏関節円が形成され、かつ、その位置に線荷重が作用しない場合には、一般の軸対称殻問題においても使用することができる。以下に(3-20)式の証明を示す。証明を補足するための幾何学的な概念図を図3-14に示す。

【(3-20)式の証明】

(3-19)式より

$$h_\phi^- = 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-21)$$

を満たすことが要求されるため、

$$\frac{d(h_\phi^-)}{d\phi} \geq 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta - 0 \quad (3-22)$$

でなければならない。ここで、

$$\frac{d(h_\phi^-)}{d\phi} > 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta - 0 \quad (3-23)$$

と仮定する。上式は、(3-5)式と(3-19)式を用いると、

表3-5 降伏関節円の条件^{3.11)}

降伏曲面上の位置	条件式
$H_\phi^+ \cap H_\theta^+ \cap G_{\theta\phi}^+$	$n_\theta = n_\phi, \quad m_\theta = m_\phi, \quad m_\phi + n_\phi^2 - 1 = 0$
$H_\phi^- \cap H_\theta^- \cap G_{\theta\phi}^-$	$n_\theta = n_\phi, \quad m_\theta = m_\phi, \quad -m_\phi + n_\phi^2 - 1 = 0$
$H_\phi^+ \cap H_{\theta\phi}^- \cap G_\phi^+$	$n_\theta = 0, \quad m_\theta = 0, \quad m_\phi + n_\phi^2 - 1 = 0$
$H_\phi^- \cap H_{\theta\phi}^+ \cap G_\phi^-$	$n_\theta = 0, \quad m_\theta = 0, \quad -m_\phi + n_\phi^2 - 1 = 0$

$$\frac{d(h_{\phi}^-)}{d\phi} = [-(n_{\phi}+1) + (\omega - 2n_{\phi})\{f_b + (n_{\phi} + f_b)\tan^2\phi\}] \cot\phi > 0$$

at $\phi = \phi_{\beta} - 0$ (3-24)

一方, $\phi = \phi_{\beta} + \Delta\phi$ において, 静的許容であるためには,

$$\frac{d(h_{\phi}^-)}{d\phi} \leq 0$$

at $\phi = \phi_{\beta} + 0$ (3-25)

でなければならない。力のつり合い条件を考慮すれば, n_{ϕ} および m_{ϕ} は連続でなければならないが, n_{θ} および m_{θ} は不連続であってもよい。よって, (3-25)式は,

$$\frac{d(h_{\phi}^-)}{d\phi} = [(2n_{\phi}n_{\theta} - m_{\theta}) - (n_{\phi}+1) + (\omega - 2n_{\phi})\{f_b + (n_{\phi} + f_b)\tan^2\phi\}] \cot\phi \leq 0$$

at $\phi = \phi_{\beta} + 0$ (3-26)

と書ける。(3-24)式, かつ, (3-26)式を満足するには, 少なくとも次の条件を満たさなければならない。

$$2n_{\phi}n_{\theta} - m_{\theta} < 0$$

at $\phi = \phi_{\beta} + 0$ (3-27)

上式と(3-19c)式を組み合わせると,

$$(m_{\theta} - m_{\phi}) + (n_{\theta} - n_{\phi})^2 - 1 > n_{\theta}^2$$

at $\phi = \phi_{\beta} + 0$ (3-28)

(3-28)式の応力状態は明らかに静的許容条件

$$h_{\theta\phi}^+ = (m_{\theta} - m_{\phi}) + (n_{\theta} - n_{\phi})^2 - 1 \leq 0$$

(3-29)

を侵している。よって, $\phi = \phi_{\beta}$ において(3-20)式が成立しなければならない。

(証明終了)

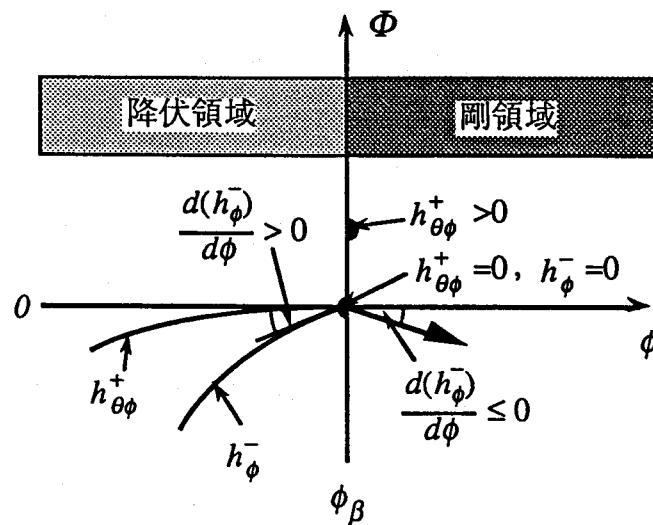


図3-14 降伏関節円近傍の降伏関数

(3-5)式, (3-19)式および(3-20)式により, $\phi = \phi_\beta$ の値を与えると, その位置における応力状態が一意に決定することができる。すなわち,

$$n_\phi = \frac{\omega \sin^2 \phi - 2 f_b - \sqrt{(4 + \omega^2) \sin^4 \phi + 4 f_b (\omega + f_b) - 4}}{2 (1 + \sin^2 \phi)}, \quad m_\phi = n_\phi^2 - 1$$

$$n_\theta = 0, \quad m_\theta = 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-30a,b,c,d)$$

次に変位速度場に関する境界条件について考える。 $\phi = \phi_\beta$ における乗数 λ の値は, (3-10b)式と(3-12b)式より求めることができる。降伏関節円上においても法線方向の変位速度 w は連続であることを考慮し, $\phi = \phi_\beta$ における v の不連続量を単位長さ 1 とおくと,

$$v = 1, \quad w = 0, \quad \lambda = \frac{\cot \phi}{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial n_\theta}\right)} \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-31)$$

(iii) 降伏関節円 $\phi = \phi_\beta$ 近傍の応力軌跡

もし, $\phi = \phi_\beta - \Delta\phi$ における応力状態が, 降伏条件 $H_{\theta\phi}^+$ に支配されるならば, 計算は容易である。なぜなら, この領域では(3-17)式で示される一般解が得られており, (3-30)式および(3-31)式の $\phi = \phi_\beta$ における応力成分を初期条件として, 応力場および変位速度場を求めていくことができるからである。既往の文献に示されている解析例は, 全てこの種の型であり, 浜田・中西はこの型の位置を図3-11中に●印で示した^{3.11)}。しかし, 図3-9の解析モデルの場合, 試算によると $\phi = \phi_\beta - \Delta\phi$ における応力状態は, 降伏条件 G_ϕ^- に支配される。剛領域と降伏領域の境界におけるこの応力軌跡の型は, これまでに示されていない。この新しい型を図3-11に(●)印で示す。また, 従来の応力軌跡の型と新しい応力軌跡の型の例を図3-12の $n_\theta = 1/4$ の場合に示す。

$H_\phi^- \cap H_{\theta\phi}^+ \cap G_\phi^- \rightarrow G_\phi^-$ 型の計算は, 応力表示された変形の適合条件(3-14)式より得られる $dn_\theta/d\phi$ の値が, $\phi = \phi_\beta$ で不定形になるため, 解析を進めることができない。筆者はこの問題を解決するために以下に示す手法を用いて, $\phi = \phi_\beta$ における $dn_\theta/d\phi$ の値の決定を可能にした。

$\phi = \phi_\beta$ における降伏条件 G_ϕ^- に対応する適合条件式は, 境界条件(3-30)式を用いて,

$$-2 \left(\frac{dn_\phi}{d\phi} - \frac{dn_\theta}{d\phi} \right) - 2 \zeta \left(\frac{dn_\phi}{d\phi} + \zeta \frac{dn_\theta}{d\phi} \right) + (1 + \zeta) (2 n_\phi - \omega) \tan \phi = 0$$

$$\zeta = \frac{m_\theta - 2 n_\phi n_\theta}{2 n_\theta^2} \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-32a,b)$$

となる。ここで, (3-30c,d)式の条件より, ζ は $\phi = \phi_\beta$ で 0/0 型の不定形となる。そこで, $d^2(g_\phi^-)/d\phi^2 = 0$ を用いることにより, (3-32a)式中の $dn_\theta/d\phi$ および ζ の値を決定する。すなわち,

$$\frac{d^2(g_\phi^-)}{d\phi^2} = 2(\zeta^2 + 2\zeta + 1) \left(\frac{dn_\theta}{d\phi}\right)^2 - \frac{d^2(h_\phi^-)}{d\phi^2} = 0 \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-33)$$

(3-32a)式と(3-33)式を連立させて、 $dn_\theta/d\phi$ および ζ を求めると、

$$\frac{dn_\theta}{d\phi} = \frac{1}{4}(\eta - 2\sqrt{-\xi}), \quad \zeta = \frac{\eta + 2\sqrt{-\xi}}{\eta - 2\sqrt{-\xi}} \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-34a,b)$$

ただし、

$$\xi = \frac{1}{2} \left[\{(-\sin^2\phi + 3)(n_\phi^2 + 2f_b n_\phi) + 2f_b^2\}(\cot\phi + \tan\phi)^2 + \frac{(1 - \omega f_b)}{\sin^2\phi} \right],$$

$$\eta = 2(n_\phi + f_b)(\cot\phi + \tan\phi) + (2n_\phi - \omega)\tan\phi \quad \text{at } \phi = \phi_\beta \quad (3-35a,b)$$

(3-34)式および(3-35)式による $dn_\theta/d\phi$ を初期値として、連立微分方程式の系を解くことが可能となる。

(iv) 解析過程

ϕ_β の値を適当に仮定し、前節の境界条件を初期値として ϕ の減少する方向に計算を進める。数値解法は、Adams-Bashforth法によった。

(a) 降伏条件 G_ϕ^-

応力状態は、最初、降伏条件 G_ϕ^- に支配される。この降伏条件に対応する応力場および変位速度場を与える方程式の系は次のようになる。

$$\frac{dn_\phi}{d\phi} = \{n_\theta - (n_\phi + f_b) - (n_\phi + f_b)\tan^2\phi\} \cot\phi \quad (3-36a)$$

$$\frac{dm_\phi}{d\phi} = [2n_\theta\{(n_\phi - n_\theta) - \sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}\} - m_\phi - \omega(n_\phi + f_b)\tan^2\phi - \omega f_b] \cot\phi \quad (3-36b)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_\theta}{d\phi} = & \frac{1}{2} \left(\frac{dn_\phi}{d\phi} - \frac{d(\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1})}{d\phi} \right) - n_\theta \cot\phi + \frac{1}{4} \omega \tan\phi \\ & - \frac{n_\theta^2}{\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}} \cot\phi + \frac{1}{2} \sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1} \tan\phi - \left(\frac{1}{2} n_\phi - n_\theta \right) \tan\phi \end{aligned} \quad (3-36c)$$

$$m_\theta = -2n_\theta \sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1} + 2n_\theta(n_\phi - n_\theta) \quad (3-36d)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda}{d\phi} = & \left[\frac{n_\theta}{\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}} \cot\phi - (\tan\phi + \cot\phi) \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}}{n_\theta} \right) \right\} \left(\frac{n_\theta}{\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}} \right) \right] \lambda \end{aligned} \quad (3-36e)$$

$$\frac{dv}{d\phi} = v \cot \phi - 2\lambda \left\{ \frac{\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}}{n_\theta} (n_\phi - \sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}) - (n_\phi + 3\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}) \right\} \quad (3-36f)$$

$$w = v \cot \phi + 2\lambda \left\{ \frac{\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1}}{n_\theta} (\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1} - n_\phi) + 2\sqrt{m_\phi - n_\phi^2 + 1} \right\} \quad (3-36g)$$

降伏曲面要素 G_ϕ^- に沿う， ϕ の減少に伴う応力点の移動は，表3-4の第3欄に示す条件式が侵された時に終わる。数値計算によると，

$$1 - \left| \frac{m_\theta}{2n_\theta} + n_\theta \right| \geq 0 \quad (3-37)$$

の場合であり，この時の ϕ を ϕ_1 で表わす。 $\phi = \phi_1$ より先は，降伏曲面要素 G_θ^+ 上を応力点は移動する。

(b) 降伏条件 G_θ^+

降伏条件 G_θ^+ に対応する応力場および変位速度場は，次式で与えられる。

$$\frac{dn_\phi}{d\phi} = \{n_\theta - (n_\phi + f_b) - (n_\phi + f_b) \tan^2 \phi\} \cot \phi \quad (3-38a)$$

$$\frac{dm_\phi}{d\phi} = \{1 - (n_\phi - n_\theta)^2 - (\frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\theta)^2\} \cot \phi - \omega n_\phi \tan \phi - \omega f_b (\tan \phi + \cot \phi) \quad (3-38b)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_\phi}{d\phi} = & \frac{1}{2} \frac{dn_\phi}{d\phi} - \frac{1}{4} \frac{d(\frac{m_\phi}{n_\phi})}{d\phi} + n_\theta (\tan \phi + \cot \phi) + \frac{m_\phi}{4n_\phi} (\tan \phi + 2 \cot \phi) \\ & - \frac{1}{n_\phi} (\frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\theta)^2 \cot \phi + \frac{1}{4} (\omega - 2n_\phi) \tan \phi \end{aligned} \quad (3-38c)$$

$$m_\theta = m_\phi - (n_\phi - n_\theta)^2 - (\frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\theta)^2 + 1 \quad (3-38d)$$

$$\frac{d\lambda}{d\phi} = \left\{ \frac{1}{n_\phi} (\frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\theta) \cot \phi - (\tan \phi + 2 \cot \phi) \right\} \lambda \quad (3-38e)$$

$$\frac{dv}{d\phi} = v \cot \phi + \lambda \left\{ 4(n_\phi - n_\theta) - (\frac{m_\phi}{n_\phi^2} + 2) (\frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\theta) \right\} \quad (3-38f)$$

$$w = v \cot \phi + 2\lambda \left\{ (n_\phi - n_\theta) - (\frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\theta) \right\} \quad (3-38g)$$

初期条件は， $\phi = \phi_1$ における n_ϕ および m_ϕ の連続条件と， v ， w および $dw/d\phi$ の連続条件から得られる。 v ， w および $dw/d\phi$ の連続条件は，(3-10)式を参照すると， ε_θ および κ_θ の連続を要求する。すなわち，

$$n_\phi(\phi_1 - 0) = n_\phi(\phi_1 + 0), \quad m_\phi(\phi_1 - 0) = m_\phi(\phi_1 + 0) \quad (3-39a,b)$$

$$\varepsilon_\theta(\phi_1 - 0) = \varepsilon_\theta(\phi_1 + 0), \quad \kappa_\theta(\phi_1 - 0) = \kappa_\theta(\phi_1 + 0) \quad (3-39c,d)$$

連合流れ則と稜線上の応力の連続条件から,

$$\varepsilon_\theta^+ = \lambda^+ \left\{ -2(n_\phi - n_\theta^+) - \frac{2(1+n_\theta^+)}{n_\theta^+} (1+n_\theta^+ + n_\phi) \right\} \quad (3-40a)$$

$$\kappa_\theta^+ = \lambda^+ \left(1 - \frac{1+n_\theta^+ + n_\phi}{n_\theta^+} \right) \quad (3-40b)$$

$$\varepsilon_\theta^- = \lambda^- \left\{ -2(n_\phi - n_\theta^-) + 2(1+n_\theta^- + n_\phi) \right\} \quad (3-40c)$$

$$\kappa_\theta^- = \lambda^- \quad (3-40d)$$

ただし、右肩の $\pm$ は $\phi = \phi_1 \pm 0$ の値 (同順) を示す。(3-40)式を(3-39c,d)式に代入すると,

$$\lambda^- = \lambda^+ \left(1 - \frac{1+n_\theta^+ + n_\phi}{n_\theta^+} \right), \quad n_\theta^- = n_\theta^+ \quad (3-41a,b)$$

すなわち、 $G_\phi^- \rightarrow G_\theta^+$ の稜線では、応力成分およびひずみ速度 ε_θ , κ_θ については連続で、乗数 λ およびひずみ速度 ε_ϕ , κ_ϕ については不連続になる。これは、降伏曲面要素 G_ϕ^- と G_θ^+ が、とがりをもって接続しているためである。

降伏曲面要素 G_θ^+ に沿う応力点の移動は,

$$1 - \left| \frac{m_\phi}{2n_\phi} + n_\phi \right| \geq 0 \quad (3-42)$$

を侵した時に終わり、次は降伏条件 $G_{\theta\phi}^+$ に支配される。この時の ϕ を ϕ_2 で表わす。

(c) 降伏条件 $G_{\theta\phi}^+$

降伏条件 $G_{\theta\phi}^+$ に対応する応力度場および速度場は、次式で与えられる。

$$\frac{dn_\phi}{d\phi} = \{ n_\theta - (n_\phi + f_b) - (n_\phi + f_b) \tan^2 \phi \} \cot \phi \quad (3-43a)$$

$$\frac{dm_\phi}{d\phi} = \{ 2(n_\theta - n_\phi)(-n_\theta + \sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2}) - \omega(n_\phi + f_b) \tan^2 \phi - \omega f_b \} \cot \phi \quad (3-43b)$$

$$\begin{aligned} \frac{dn_\theta}{d\phi} = & \frac{1}{2} \frac{d(n_\phi + \sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2})}{d\phi} + \frac{1}{4} \omega \tan \phi + \frac{1}{2} (2n_\theta - n_\phi - \sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2}) \tan \phi \\ & - \frac{(n_\theta - n_\phi)^2}{\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2}} \cot \phi + (n_\theta - n_\phi) \cot \phi \end{aligned} \quad (3-43c)$$

$$m_\theta = m_\phi + 2(n_\theta - n_\phi)(\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} - n_\phi) \cot \phi \quad (3-43d)$$

$$\frac{d\lambda}{d\phi} = \lambda \left\{ \frac{n_\theta - n_\phi}{\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2}} \cot \phi - (\tan \phi + 2 \cot \phi) - \frac{n_\theta - n_\phi}{\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2}} \frac{d\left(\frac{\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2}}{n_\theta - n_\phi}\right)}{d\phi} \right\} \quad (3-43e)$$

$$\frac{dv}{d\phi} = v \cot \phi - 2\lambda \left\{ \sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} - n_\phi - \frac{2\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} (\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} - n_\theta)}{n_\theta - n_\phi} \right\} \quad (3-43f)$$

$$w = v \cot \phi - 2\lambda \left\{ \sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} - \frac{2\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} (\sqrt{1 - m_\phi - n_\phi^2} - n_\theta)}{n_\theta - n_\phi} \right\} \quad (3-43g)$$

初期条件は、 $\phi = \phi_1$ の場合と同様にして得られる。すなわち、—

$$\lambda^- = \lambda^+ \left(\frac{n_\theta^+ - n_\phi}{n_\phi + 1} \right), \quad n_\theta^- = n_\theta^+ \quad (3-44)$$

$G_\theta^+ \rightarrow G_{\theta\phi}^+$ の稜線でも、応力成分およびひずみ速度 ε_θ , κ_θ については連続で、乗数 λ およびひずみ速度 ε_ϕ , κ_ϕ については不連続になる。

降伏曲面要素 $G_{\theta\phi}^+$ 上の応力点の移動は、降伏関節円を形成するための条件である (3-18a) 式、または、(3-18c) 式のいずれかを満足するまで続き、その位置を ϕ_α として計算は終了する。

$\phi = \phi_\beta$ から $\phi = \phi_\alpha$ に至る応力点の軌跡をまとめると次のようになる。

$$\begin{array}{ccccccc} H_\phi^- \cap H_{\theta\phi}^+ \cap G_\phi^- & \rightarrow & G_\phi^- & \rightarrow & G_\theta^+ & \rightarrow & G_{\theta\phi}^+ \rightarrow H_\phi^+ \cap H_{\theta\phi}^+ \cap G_{\theta\phi}^+ \\ & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ & & \phi_\beta & & \phi_1 & & \phi_2 & & \phi_\alpha \end{array}$$

この応力点の軌跡を図3-11に→で示す。

(v) 解の収束

(iv)の手続きによって求められた ϕ_α と ϕ_β の組は、一般に静的許容であるが、運動的許容ではない。運動的許容であるためには、(3-18a)式と(3-18c)式を同時に満足しなければならない。 ϕ_β の値を変化させることにより、正しい ϕ_α を求めることができる。この収束計算の過程を図3-15に示す。境界条件を完全に満足する時の ϕ_α は、 $\phi_\alpha - \phi_\beta$ 曲線上で最小値をとる。この結果は、以下の理由から本解析法の妥当性を裏付けている。

崩壊荷重は、負荷半径が大きくなるに従い、大きくなると考えられる。よって、ある負荷半径に対する崩壊荷重は、それより大きな負荷半径のもとでは、静的許容では有り得ても、運動的許容では有り得ない、従って、正しい ϕ_α は、 $\phi_\alpha - \phi_\beta$ 曲線上で最小値にならないといけない。

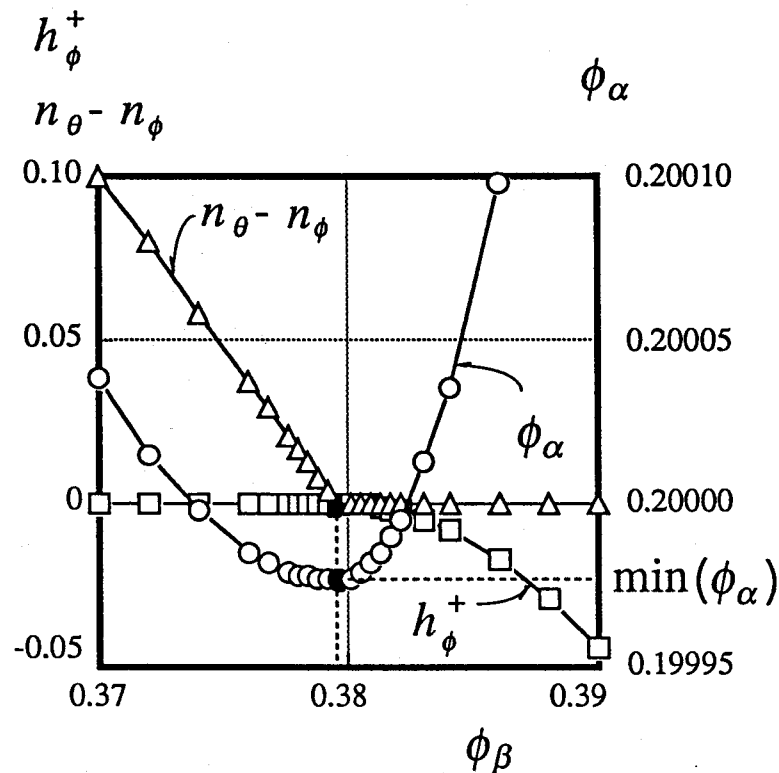


図3-15 解の収束

(v) 数値解析例

$\omega = 50$ の場合を例にとり，解析結果を示す。応力点の軌跡を $n_\phi - m_\phi$ 平面に投影して図3-16に示す。図3-17に $f_b = 0.04, 0.1, 0.2, 0.5$ の時の応力度場を示す。図3-18に対応する乗数 λ および変位速度場を示す。

図3-16および図3-17より，崩壊荷重 f_b が大きくなるに従い，負荷位置を示す角度 ϕ_α は大きくなり，応力状態は曲げモーメントが卓越する状態から面内力が卓越する状態に移行することがわかる。 f_b が小さい時，すなわち ϕ_α が小さい時のモーメント分布は，中央に集中荷重を受ける周辺固定円板の崩壊時の応力状態に近似している。 $f_b = 0.04$ ， $\phi_\alpha = 0.035$ の場合，負荷位置において $m_\phi = m_\theta = 1$ の状態に近く， $f_b = 0.5$ ， $\phi_\alpha = 0.74$ の場合，負荷位置において $n_\phi = n_\theta = -1$ の状態に近い。

図3-18に示す乗数 λ の値は，いずれの場合も $\phi_\alpha \leq \phi \leq \phi_\beta$ の区間で正であり，選んだ降伏条件が正しいことを示している。 λ は，2つの降伏曲面要素の稜線位置に当たる $\phi = \phi_1$ および $\phi = \phi_2$ において，不連続になっているが，これは2つの降伏曲面要素がとがりをもって接続しているためである。

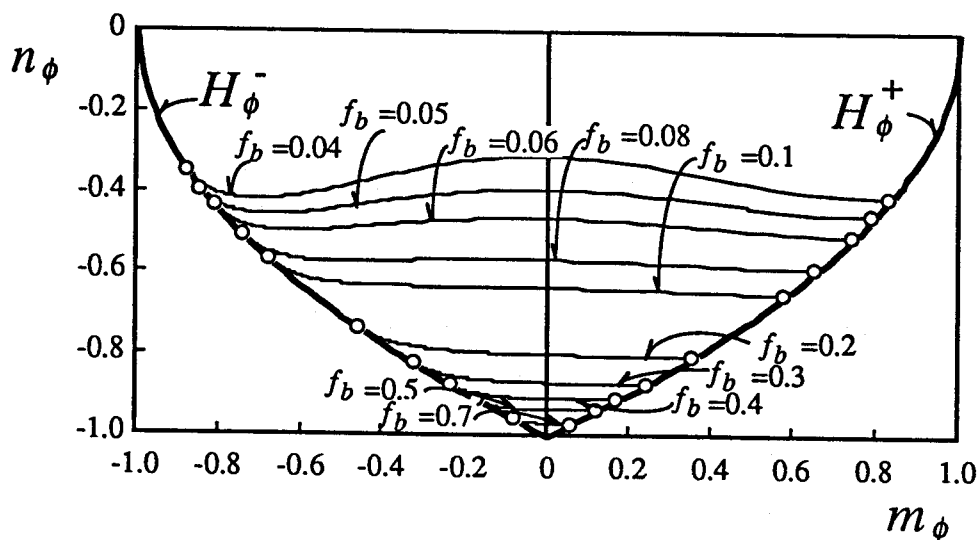


図3-16 応力点の軌跡

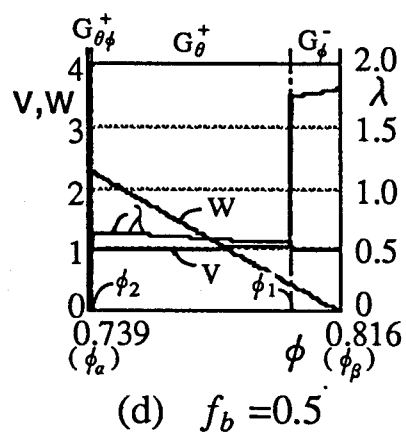
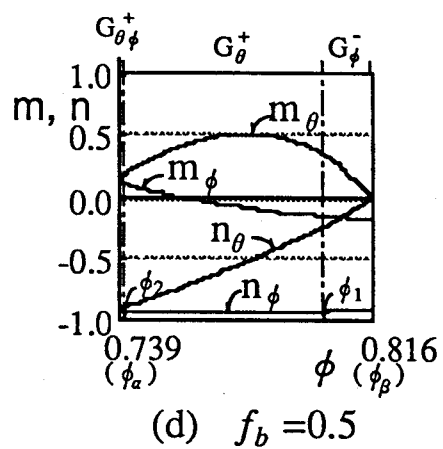
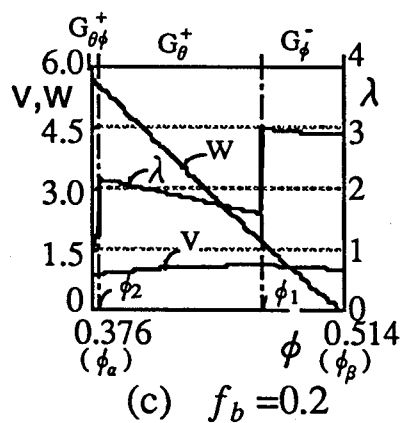
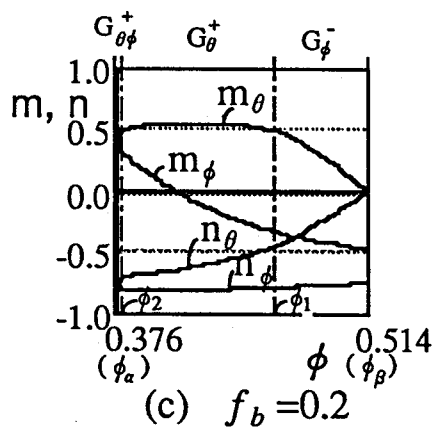
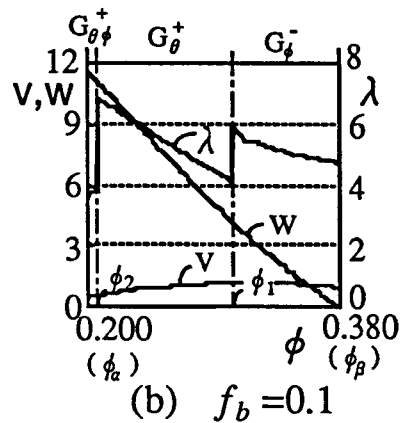
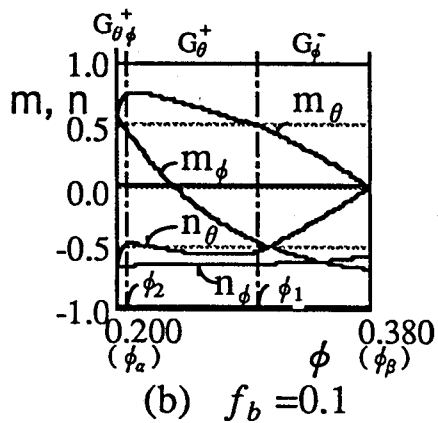
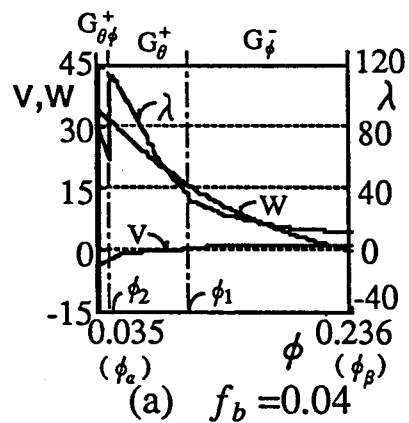
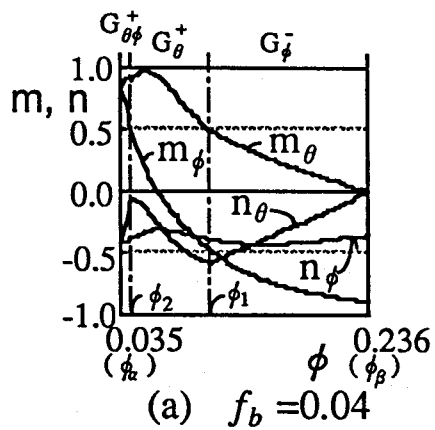


図3-17 応力場

図3-18 変位速度場

図3-19に $\omega=20\sim100$ の範囲について、無次元化した崩壊荷重 f_b と負荷位置を示す角度 ϕ_α の関係を示す。 ϕ_α の増加に伴い f_b は増加し、その増加率は、 $\phi_\alpha=0$ および $\phi_\alpha=\pi/2$ の近傍では、その間の区間よりもやや小さい。 ϕ_α が一定のもとでは、 ω が小さくなるに従い、無次元化崩壊荷重 f_b は大きくなり、その程度は、 ϕ_α の小さい範囲で大きく、 ϕ_α が大きくなるに従い小さくなる。これは、 f_b の無次元化が球殻赤道部の降伏軸力 $2\pi R_m N_b$ で行なわれているのに対し、 ϕ_α が小さい時は曲げモーメントが卓越し、大きい時は面内力が卓越することによる。

解析結果における上記の崩壊荷重と寸法因子との関係は、3-2-4項で述べた実験における最大耐力と寸法因子との関係と定性的に一致している。

図3-20に塑性流れを起こしている範囲を示す角度 $\phi_y (= \phi_\beta - \phi_\alpha)$ と ϕ_α の関係を示す。 ϕ_y は、 $\phi_\alpha=0$ の近傍を除き、 ϕ_α が小さい範囲で大きく、 ϕ_α が大きくなるに従い小さくなる。 ϕ_α が一定のもとでは、 ω が小さくなると ϕ_y は大きくなる。

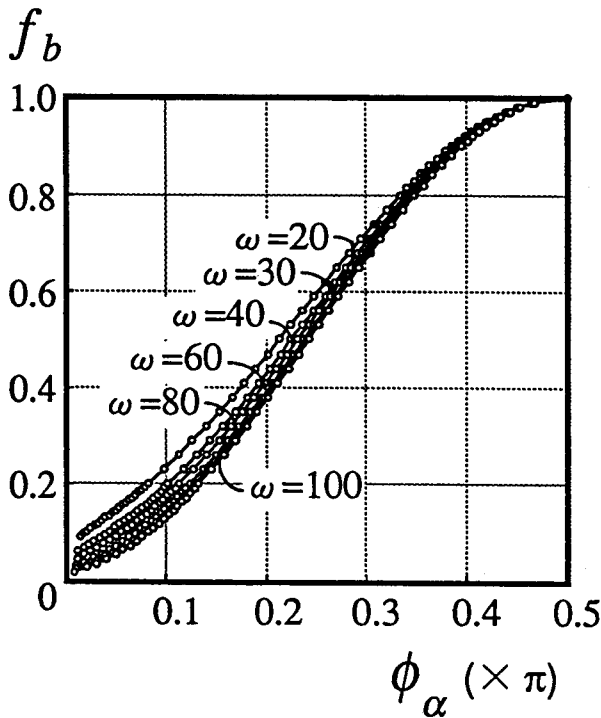


図3-19 $f_b - \phi_\alpha$ 関係

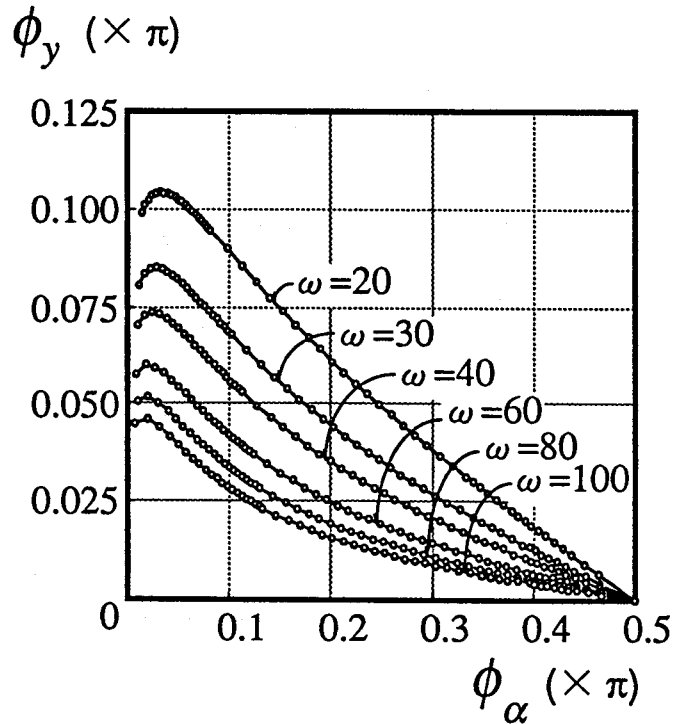


図3-20 $\phi_y - \phi_\alpha$ 関係

3-3-4 既報の解析結果との比較

筆者は、Hodge の提案によるサンドイッチ断面に対する線形近似降伏条件³⁶⁾を用いて、極限解析の上界定理に基づく解析を行なった^{3,12)}。その後、本論と同様に微分方程式の境界値問題を解くことにより、この線形近似降伏条件に対する真の崩壊荷重を得た³¹⁹⁾。サンドイッチ断面に対する線形近似降伏条件は、12個の超平面により構成される降伏多面体であり、本論で用いた一様な断面に対する正確な降伏曲面に内接する。

図3-21に、 $\omega = 40$ および $\omega = 100$ の場合について、これらの解析結果と本論で得られた解析結果の比較を示す。線形近似降伏条件に対する真の崩壊荷重は、内接降伏多面体を用いているため、本論で得た解を下回り、負荷位置を表わす角度 ϕ_α が小さいほど、その程度は大きい。線形近似降伏条件に対する上界定理に基づく崩壊荷重は、当然、線形近似降伏条件に対する真の崩壊荷重を上回り、さらに本論の解析結果をも上回っているが、 ϕ_α が大きい範囲では、 ϕ_α の増加に伴う耐力増加の割合は概ね等しい。

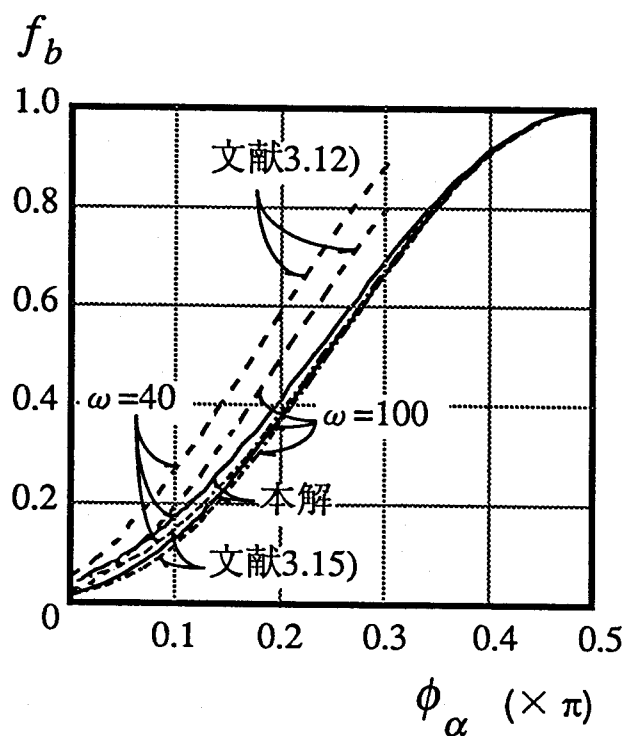


図3-21 既報の解析結果との比較

§ 3-4 実験結果と解析結果の比較

前節で得られた解析結果の妥当性を検証するために実験値との比較を行なう。検証は、M36(2), M48(1), M24(1), S37(1) および L35(1) の鋼球を用いた試験体に対して行う。

鋼球の ω は、(3-8)式より次式で与えられる。

$$\omega = \frac{R_m N_{bo}}{M_{bo}} = \frac{2(D - t_b)}{t_b} \quad (3-45)$$

ここで鋼球外径 D には公称値を、球厚 t_b には原板の板厚に関する実測値を用いる。

解析上の球殻の降伏点 $B\sigma_0$ に対応する鋼球耐力を支配する材料の機械的性質として、第2章に示した半球の頂点からすそに向かい $0.96 \text{ rad} (=55^\circ)$ の位置で頂点からすそに向かう方向に取り出した引張試験片の降伏点を選ぶ。実験最大耐力 eF_{max} および実験降伏耐力 eF_y を次式で無次元化する。

$$ef_{max} = \frac{eF_{max}}{\pi(D - t_b)t_b B\sigma_y}, \quad ef_y = \frac{eF_y}{\pi(D - t_b)t_b B\sigma_y} \quad (3-46a,b)$$

崩壊荷重を求める際の負荷位置として、(1)鋼管外径の寸法、(2)鋼管溶接ビードの余盛部分を含む外径の寸法 の2種類を用いて検討する。(1)の場合は鋼管外径の公称値、(2)の場合は余盛寸法を実測した値と鋼管外径の公称値の加算値 を用いて負荷位置を設定した。(1)の場合の崩壊荷重を cf_b^1 で表わし、(2)の場合の崩壊荷重を cf_b^2 で表わす。

実験結果と解析結果の比較の一覧を表3-6に示す。

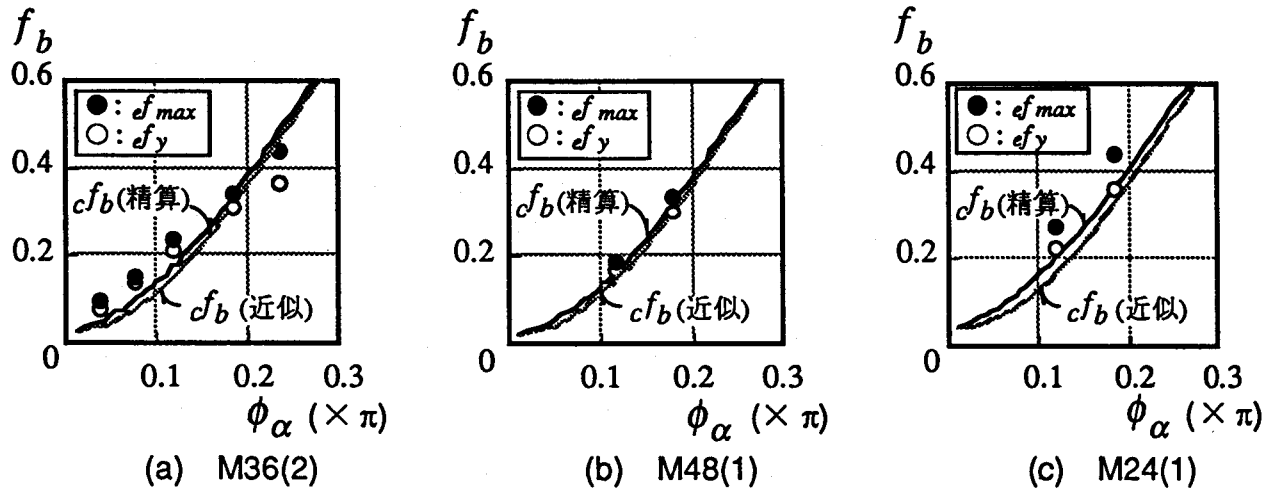
表3-6 実験値と解析値の比較

試験体名	eF_y (tf)	eF_{max} (tf)	ef_y	ef_{max}	cf_b^1	cf_b^2	$\frac{ef_y}{cf_b^1}$	$\frac{ef_{max}}{cf_b^1}$	$\frac{ef_y}{cf_b^2}$	$\frac{ef_{max}}{cf_b^2}$
M36(2)-0.12-0	15.0	18.4	0.080	0.098	0.052	0.094	1.53	1.88	0.85	1.04
M36(2)-0.23-0	26.0	28.2	0.139	0.150	0.102	0.152	1.37	1.47	0.91	0.99
M36(2)-0.35-0	40.0	44.9	0.213	0.239	0.175	0.221	1.22	1.37	0.96	1.08
M36(2)-0.53-0	58.0	64.1	0.309	0.342	0.337	0.403	0.92	1.02	0.77	0.85
M36(2)-0.65-0	67.5	81.9	0.360	0.436	0.481	0.518	0.75	0.91	0.70	0.84
M48(1)-0.35-0	24.0	26.2	0.171	0.187	0.163	0.194	1.05	1.15	0.88	0.96
M48(1)-0.53-0	42.0	47.0	0.300	0.335	0.323	0.375	0.93	1.04	0.80	0.89
M24(1)-0.35-0	64.0	78.6	0.220	0.270	0.203	0.223	1.08	1.33	0.99	1.21
M24(1)-0.53-0	104.0	127.0	0.358	0.437	0.368	0.405	0.97	1.19	0.88	1.08
S37(1)-0.36-0	20.0	22.8	0.184	0.210	0.187	0.242	0.98	1.12	0.76	0.87
L35(1)-0.36-0	88.0	106.9	0.195	0.237	0.185	0.206	1.05	1.28	0.95	1.15

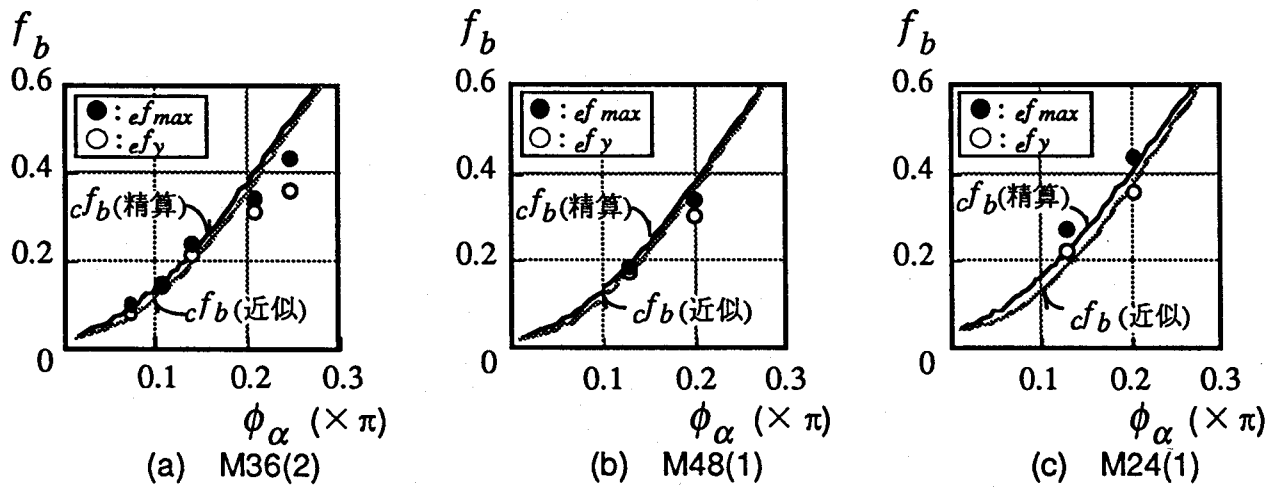
cf_b^1 : 負荷位置を鋼管外径の寸法とした場合の崩壊荷重計算値

cf_b^2 : 負荷位置を鋼管溶接ビードの余盛を含む外径の寸法とした場合の崩壊荷重計算値

M36(2), M48(1) および M24(1) シリーズについて, 実験値 ef_{max} および ef_y と解析値における崩壊荷重 cf_b との関係を横軸に ϕ_α をとり図3-22に示す。鋼球の径厚比にかかわらず, 解析は実験における ϕ_α の変化に伴う耐力変化の傾向と一致している。



(1) 負荷位置を鋼管外径とした場合



(2) 負荷位置を鋼管溶接部の止端位置とした場合

図3-22 実験値と計算値の比較

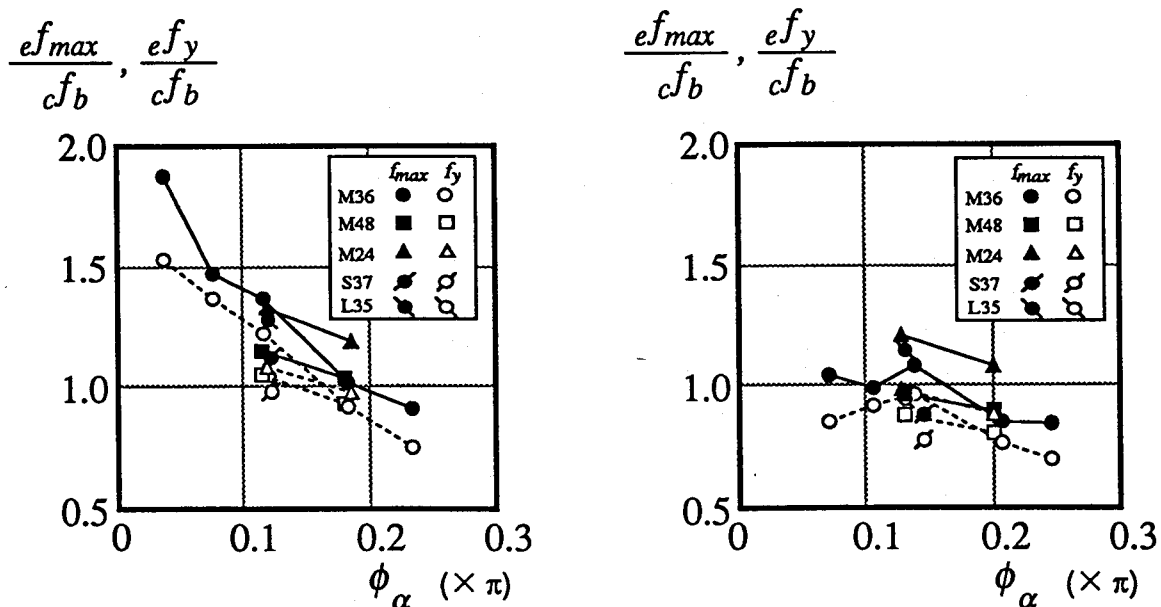
実験耐力と解析値の比 ef_{max}/cf_b および ef_y/cf_b を, 横軸に ϕ_α をとり図3-23に示す。負荷位置を鋼管外径の寸法とした場合, 図は右下がりの傾向を示し, ϕ_α が小さい程, 解析値は実験耐力を過小評価する。11体の試験体の ef_{max}/cf_b の平均値=1.25, 変動係数=0.23, ef_y/cf_b の平均値=1.08, 変動係数=0.20 である。負荷位置を鋼管溶接部の止端位置の寸法とした場合, 図は若干右下がりの傾向を示すものの, その程度は前者に比べ

て著しく緩く、実験値と解析値の相関も高い。 ef_{max}/cf_b の平均値=1.00, 変動係数=0.12, ef_y/cf_b の平均値=0.86, 変動係数=0.10である。

実験値と解析値の比が、負荷位置が大きくなるに従い小さくなる傾向を示す原因の一つとして、解析では考慮していない、第2章で示した次にあげる鋼球の不均一な材料性状が考えられる。

- (1) 塑性加工を受けることによる球厚の変化：原板の板厚に比べ、半球の板厚はその頂点で5～10 % 程度減少し、すそ部で14～18 % 程度増加する。
- (2) 加工硬化による材料強度の変動：解析には、半球の頂点からすそ部に向かい $0.96 \text{ rad} (=55^\circ)$ の位置で、頂点からすそ部に向かう方向に取り出した試験片による降伏点を用いたが、鋼球の位置および方向の違いによって、材料の $\sigma - \varepsilon$ 関係は異なる。鋼球の降伏点は、加工硬化により上昇するが、原板に対し1.4～1.8倍程度のバラツキを持ち、半球のすそ部分の方が頂部よりも高くなる。

実験に用いた試験体は、図3-1に示すように、半球2つの溶接線を載荷方向に一致させている。従って、(1)および(2)の材料性状を持つ鋼球の耐力は、均一な材料性状を持つ鋼球に比べて、負荷半径が小さい時は大きく、負荷半径が大きい時は小さくなると考えられる。



(1) 負荷位置を鋼管外径とした場合

(2) 負荷位置を鋼管溶接部の止端位置とした場合

図3-23 $\frac{ef_{max}}{cf_b}, \frac{ef_y}{cf_b} - \phi_\alpha$ 関係

§ 3-5 耐力推定式

3-5-1 耐力推定式の誘導

3-3節において得られた崩壊荷重は、数値解析解であり、個々の継手に対してその解を求めるには手続きが複雑で実用的ではない。本項では、真の崩壊荷重に対して下界を与える簡便な耐力推定式を誘導する。

3-3節 (v) では、解の収束計算の過程で以下の興味深い現象が観察された。

与えられた f_b と ω に対して、正しい ϕ_β は ϕ_α を最小にする。

ここで、正しい ϕ_α と ϕ_β の組合せを ϕ_α^* と ϕ_β^* で表わすと、これは、任意の ϕ_β に対応する ϕ_α は常に、

$$\phi_\alpha \geq \phi_\alpha^* \quad (3-47)$$

となることを意味する。すなわち、

与えられ f_b と ω に対して選んだ任意の ϕ_β に対応する ϕ_α のもとでは、 f_b は真の崩壊荷重の下界を与える。

よって、ある ϕ_β に対応する ϕ_α を陽な形で表示できれば、真の崩壊荷重の下界を与える耐力式を得ることができる。

(3-30a)式において

$$n_\phi = -1 \quad (3-48)$$

とおくと、 ϕ_β の取り得る最小値を求めることができる。すなわち、

$$\min(\phi_\beta) = \arcsin \sqrt{\frac{(2+\omega)f_b - 2}{\omega}} \quad (3-49)$$

この時、(3-30) 式により与えられる応力状態

$$(n_\phi, n_\theta, m_\phi, m_\theta) = (-1, 0, 0, 0) \quad (3-50)$$

は降伏曲面上の特異な点であり、(3-18)式の ϕ_α に対する境界条件をも満たす。すなわち、応力状態線は縮圧され、点で表現される。よって、 $\min(\phi_\beta)$ に対応する ϕ_α は、

$$\phi_\alpha = \arcsin \sqrt{\frac{(2+\omega)f_b - 2}{\omega}} \quad (3-51)$$

と書ける。上式を f_b について解くと真の崩壊荷重の下界を与える式が得られる。

$$f_b = \frac{2}{2+\omega} \cos^2 \phi_\alpha + \sin^2 \phi_\alpha \quad (3-52)$$

(3-51)式による値を f_b (近似) で表わして図3-22に示す。 f_b (近似) は鋼球の径厚比に関わらず、精算解 f_b (精算) の下界となっており、かつ、非常に良い近似を与えている。

実験耐力と近似解および精算解と近似解の比較を表3-7に示す。また、 $\omega = 20 \sim 100$ の範囲について、近似解と精算解の比を図3-24に示す。

実験耐力と近似解の比は、負荷位置として鋼管溶接ビードの余盛部分を含む外径を与えた場合、 ef_{max}/cf_b (近似) の平均値=1.12, 変動係数=0.17, ef_y/cf_b (近似) の平均値=0.97, 変動係数=0.14である。

表3-7 近似式の精度

試験体名	ef_y	ef_{max}	cf_b^2 (精算)	cf_b^2 (近似)	$\frac{ef_y}{cf_b^2}$ (近似)	$\frac{ef_{max}}{cf_b^2}$ (近似)	$\frac{cf_b^2}{cf_b^2}$ (近似) $\frac{cf_b^2}{cf_b^2}$ (精算)
M36(2)-0.12-0	0.080	0.098	0.094	0.074	1.08	1.33	0.78
M36(2)-0.23-0	0.139	0.150	0.152	0.129	1.08	1.16	0.85
M36(2)-0.35-0	0.213	0.239	0.221	0.197	1.08	1.21	0.89
M36(2)-0.53-0	0.309	0.342	0.403	0.383	0.81	0.89	0.95
M36(2)-0.65-0	0.360	0.436	0.518	0.501	0.72	0.87	0.97
M48(1)-0.35-0	0.171	0.187	0.194	0.176	0.97	1.07	0.90
M48(1)-0.53-0	0.300	0.335	0.375	0.358	0.84	0.94	0.96
M24(1)-0.35-0	0.220	0.270	0.223	0.188	1.17	1.44	0.84
M24(1)-0.53-0	0.358	0.437	0.405	0.372	0.96	1.17	0.92
S37(1)-0.36-0	0.184	0.210	0.242	0.218	0.84	0.96	0.90
L35(1)-0.36-0	0.195	0.237	0.206	0.182	1.07	1.31	0.88

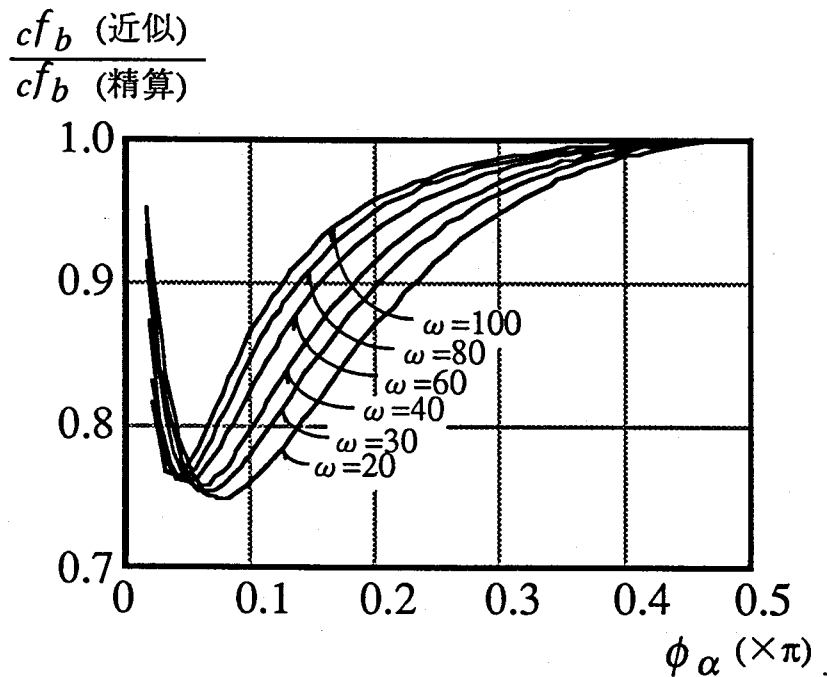


図3-24 近似解の精度

3-5-2 原板の引張強さをを用いた検討

3-4節において実験値と解析値との比較を行なう際、継手耐力を支配する材料の機械的性質として、半球の頂点からすそに向かい $0.96 \text{ rad } (=55^\circ)$ の位置で頂点からすそに向かう方向に取り出した試験片の降伏点を選び検討した。しかし、設計時において、冷間成形に伴う鋼球の降伏点の上昇の程度を考慮して継手耐力を算定することは実用的ではない。

第2章で示したように鋼球の降伏点は冷間塑性加工に伴う加工硬化により原板の降伏点の1.4～2.0倍になり、その値は原板の引張強さの0.9～1.3倍に相当する。

本項では、試みに継手耐力を支配する材料の機械的性質の指標として原板の引張強さをを用いた検討を行なう。

表3-8は、解析上の球殻の降伏点 σ_{b0} に対応する材料の機械的性質として原板の引張強さをを用いて、実験値と解析値を比較したものである。ただし、負荷位置は鋼管溶接ビードの余盛部分を含む外径としている。

実験耐力と精算値の比は、 ef_{max}/cf_b の平均値=1.12、変動係数=0.17、 ef_y/cf_b の平均値=0.96、変動係数=0.13である。この結果は鋼球の降伏点を用いた場合に比べ、解析値は実験値をやや過小評価し、また、変動係数もやや増えている。しかし、実用的には原板の引張強さをを用いて、継手の最大耐力を推定することが可能である。また、3-5-1項の耐力推定式を用いた場合、実験最大耐力と推定式による近似値の比 ef_{max}/cf_b の平均値=1.26、変動係数=0.22、 ef_y/cf_b の平均値=1.08、変動係数=0.18で、 ef_{max}/cf_b は0.95～1.67の範囲に分布し、推定式は実験最大耐力に対して概ね安全側の値を与えている。

表3-8 原板の引張強さをを用いた比較

試験体名	ef_y	ef_{max}	cf_b^2 (精算)	cf_b^2 (近似)	(精算)		(近似)	
					$\frac{ef_y}{cf_b^2}$	$\frac{ef_{max}}{cf_b^2}$	$\frac{ef_y}{cf_b^2}$	$\frac{ef_{max}}{cf_b^2}$
M36(2)-0.12-0	0.091	0.112	0.094	0.074	0.97	1.19	1.24	1.52
M36(2)-0.23-0	0.159	0.171	0.152	0.129	1.04	1.13	1.23	1.33
M36(2)-0.35-0	0.243	0.273	0.221	0.197	1.10	1.23	1.23	1.38
M36(2)-0.53-0	0.353	0.390	0.403	0.383	0.87	0.97	0.92	1.02
M36(2)-0.65-0	0.411	0.498	0.518	0.501	0.79	0.96	0.82	0.99
M48(1)-0.35-0	0.172	0.189	0.194	0.176	0.89	0.97	0.98	1.07
M48(1)-0.53-0	0.303	0.338	0.375	0.358	0.81	0.90	0.84	0.94
M24(1)-0.35-0	0.255	0.313	0.223	0.188	1.14	1.40	1.36	1.67
M24(1)-0.53-0	0.415	0.507	0.405	0.372	1.03	1.25	1.12	1.36
S37(1)-0.36-0	0.189	0.216	0.242	0.218	0.78	0.89	0.87	0.99
L35(1)-0.36-0	0.235	0.285	0.206	0.182	1.14	1.39	1.29	1.57

§ 3-6 結論

本章では、無補強球継手の単軸載荷時の弾塑性挙動を実験的に検討するとともに、極限解析の手法に基づく耐力評価を試み、以下の成果を得た。

- (1) 軸対称殻の極限解析に関する分野に次の2つの新しい知見を付け加えた。
 - ・ 解析モデルは球殻の部分領域が塑性流れを起こすことにより崩壊機構を形成する。降伏領域と剛領域の境界は降伏関節円となるが、この位置における応力成分は既往の条件のみでは一意に決定することはできず、真の崩壊荷重を得るためには、複雑な解析過程を踏まなければならない。本論文では降伏関節円上の応力成分を一意に決定できる新しい条件を加え、解析を容易にした。
 - ・ 降伏条件には Onat・Prager が Tresca の降伏条件に基づいて軸対称殻に対して求めた4次元降伏曲面³⁴⁾を用いた。この降伏曲面は12個の降伏曲面要素により構成される。これらの降伏曲面要素は放物線型超曲面と非放物線型超曲面の2種類に分れる。既往の文献に示されている解析例では、降伏関節円近傍の応力状態を支配する降伏条件は全て放物線型超曲面である。しかし、本論文の解析モデルでは非放物線型超曲面に支配された。放物線型の場合の解析は容易であるが、非放物線型の場合、応力状態を支配する微分方程式の1つが降伏関節円の位置で不定形となるため従来の条件だけでは解析を進めることが不可能である。本論文ではこの問題を解決するための方法を示した。
- (2) 解析結果は、以下の傾向を示した。
 - ・ 負荷半径が大きくなるに従い、崩壊荷重は大きくなり、応力状態は曲げモーメントが卓越する状態から面内力が卓越する状態に移行する。
 - ・ 負荷半径が一定のもとでは、球の径厚比が小さくなるに従い、無次元化した崩壊荷重は大きくなる。
 - ・ 降伏領域の範囲を示す角度 ϕ_y は、負荷半径が小さい範囲で大きく、負荷半径が大きくなるに従い小さくなる。
 - ・ 負荷半径が一定のもとでは、球の径厚比が小さくなるに従い ϕ_y は大きくなる。
- (3) 解析結果は実験結果を以下のように評価した。
 - ・ 解析結果は、実験の負荷半径の変化に伴う耐力変化の傾向と一致した。
 - ・ 本稿の手法は、検討した実験の範囲内では、負荷位置として鋼管溶接ビードの余盛部分を含む外径を与えると、球の実験最大耐力を適切に評価した。
 - ・ 実験値と解析値の比が、負荷半径が大きくなるに従い小さくなる原因の一つとして、半球製作時の冷間加工により生じる鋼球の不均一な材料性状の変動が考えられる。
- (4) 真の崩壊荷重に対して下界を与える簡便な耐力推定式を誘導した。

[参考文献]

- 3.1) H. G. Hopkins and W. Prager : The load carrying capacities of circular plates, J.Mech. Phys. Solid 2, pp.1~13, 1953
- 3.2) D. C. Drucker : Limit analysis of cylindrical shells under axially-symmetric loading, Proc. 1st Midw. Conf. Solid Mech. (Urbana, 1953), pp158~163, 1954
- 3.3) P. G. Hodge, Jr. : Limit analysis of rotationally symmetric plates and shells, Prentice-Hall, Inc., 1963
- 3.4) E.T.Onat and W.Prager : Limit analysis of shells of revolution, Roy.Netherlands Acad.Sci., ser.B57, pp.534~548, 1954
- 3.5) R.H.Lance and E.T.Onat : Analysis of plastic shallow conical shells, Journal of Applied Mechanics, 30, pp.199~209, 1963.6
- 3.6) Philip G.Hodge, Jr. : Plastic analysis of structures, McGraw-Hill, 1959
- 3.7) W.Flugge and T.Nakamura : Plastic analysis of shells of revolution under axisymmetric loads, Ing.-Archiv, 34, pp.238~247, 1965
- 3.8) D. C. Drucker and R. T. Shield : Limit analysis of symmetrically loaded thin shells of revolution, J. Appl. Mech. 26, pp.61~68, 1959
- 3.9) L. C. Lee and E. T. Onat : Analysis of plastic spherical shells, Engineering Plasticity, Cambridge, pp.413~442, 1968
- 3.10) W. Flugge and J. C. Gerdeen : Axisymmetric plastic collapse of shells of revolution according to Nakamura yield criterion, Proc. of the 12th Int. Cong. of Appl. Mech., pp.209~220, 1968.8
- 3.11) 浜田実, 中西博 : 一般軸対称かくの極限解析の一般数値解法, 日本機械学会論文集 (第1部), 36巻289号, pp.1421~1428, 1970.9
- 3.12) M. Tabuchi, H. Kanatani, T. Kamba and T. Tanaka : The strength of ball joints in space trusses, Safety Criteria in Design of Tubular Structures, Proc. of the International Meeting held in Tokyo, pp.361~372, 1986.7
- 3.13) 日本建築学会 : 鋼管構造設計施工指針・同解説, 1990.1
- 3.14) 田中剛, 金谷弘, 田淵基嗣 : 鋼管立体トラスに用いられる球継手の耐力評価, 日本建築学会近畿支部構造力学部会, 構造力学講究録第7号, pp.93~108, 1990.7
- 3.15) 楠本隆, 金谷弘, 田淵基嗣, 上場輝康, 田中剛 : 鋼管立体トラスに用いられるボールジョイントの耐力評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.947~948, 1987.10
- 3.16) S.P.Timoshenko : Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill, 1940

第4章 ダイアフラム補強球継手の耐力評価

§ 4-1 序論

本論で対象とする鋼球は、鋼板を冷間プレス成形して製作された半球2個を溶接して作られ、その際、補強材としてダイアフラムが挿入されることが多く、また、ダイアフラムを挿入することにより溶接施工も容易になる。この場合、図4-1に示すごとくダイアフラム面を作用軸力の大きな上下弦材の面に一致させて用いれば、設計上有利である。

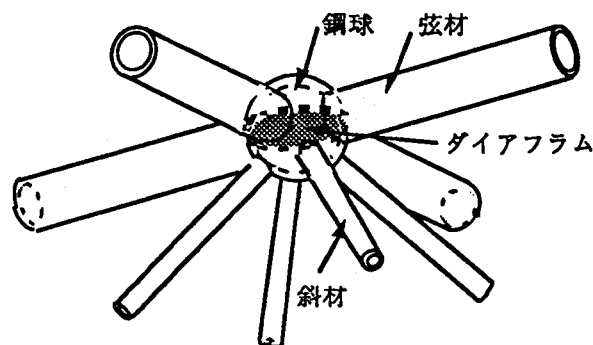


図4-1 ダイアフラム補強された球継手

本章では、まず、4-2節において、ダイアフラムで補強された球継手の単軸載荷時の挙動を調べるために行なった単純模型実験に関して述べ、無補強球継手の耐力と比較することにより、継手耐力に与える各寸法因子の影響を実験的に確認する。

4-3節では、模型試験体のダイアフラムによる補強効果を推定するために、周辺に円環を有する円板というモデルに極限解析の手法を適用し、ダイアフラムにより伝達される負担耐力の算定を試みる。

4-4節では、得られた崩壊荷重の妥当性を模型実験による結果との比較で検証する。

さらに、4-5節では4-3節で得られた結果に基づきダイアフラムの負担耐力推定式を誘導し、第3章の無補強継手に対する耐力推定式との累加によるダイアフラム補強球継手の実用的な最大耐力評価法を提案する。

§ 4-2 実験

4-2-1 試験体および実験方法

試験体は、2個の半球を溶接して製作された鋼球に1方向から鋼管を溶接した無補強およびダイアフラム補強試験体で、ダイアフラムが直接外力を負担する図4-2(a)の場合を対象としたが、1体のみ図4-2(b)に示すようにダイアフラムが載荷軸に直交する試験体も用意した。試験体の諸元を表4-1に示す。試験体名は下記の要領に従っている。

M36(1)-0.53-4.5	
└─┘	ダイアフラムの板厚 t_d (mm)
└─┘	鋼管径と球径の比 (d/D)
└─┘	使用鋼板の指標
└─┘	球の径厚比 (D/t_b)
└─┘	球径の指標(M:D =216.3mm, L:D =318.5mm)

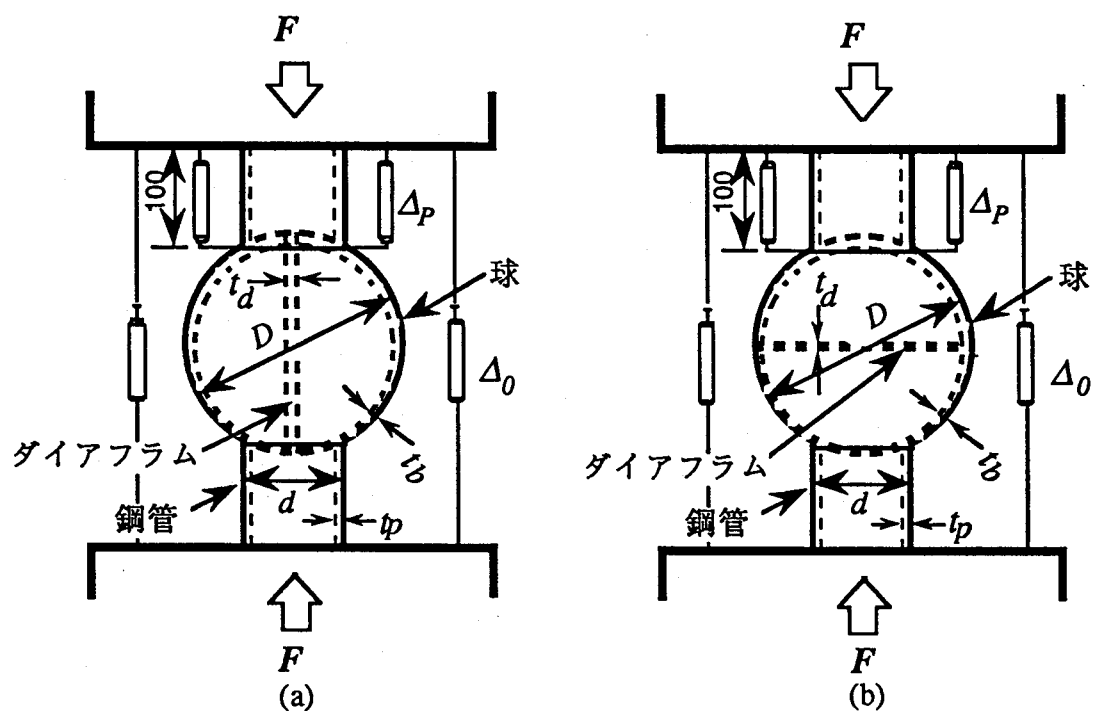


図4-2 試験体の形状

表4-1 試験体の諸元

試験体名	鋼球		ダイアフラム		鋼管
	$D \times t_b$ (mm)	使用鋼板	t_d (mm)	使用鋼板	$d \times t_p$ (mm)
M36(1)-0.35-0	216.3 × 6.0	PL-6.0(1)	—	—	75.0 × 7.0
M36(1)-0.35-6.0			6.0	PL-6.0(1)	114.3 × 5.6
M36(1)-0.53-0			—	—	
M36(1)-0.53-4.5			4.5	PL-4.5(1)	
M36(1)-0.53-6.0			6.0	PL-6.0(1)	
M36(1)-0.65-0			—	—	139.8 × 6.0
M36(1)-0.65-4.5			4.5	PL-4.5(1)	
M36(1)-0.65-6.0			6.0	PL-6.0(1)	
M36(3)-0.35-0	216.3 × 6.0	PL-6.0(3)	—	—	75.0 × 7.0
M36(3)-0.35-4.5			4.5	PL-4.5(2)	114.3 × 6.0
M36(3)-0.35-6.0			6.0	PL-6.0(3)	
M36(3)-0.53-0			—	—	
M36(3)-0.53-4.5			4.5	PL-4.5(2)	
M36(3)-0.53-6.0			6.0	PL-6.0(3)	
M36(3)-0.53-9.0			9.0	PL-9.0(2)	
M36(3)-0.53-0H ¹⁾			—	—	
M36(3)-0.53-6.0H ²⁾			6.0	PL-6.0(3)	
M48(2)-0.53-0	216.3 × 4.5	PL-4.5(2)	—	—	114.3 × 6.0
M48(2)-0.53-4.5			4.5	PL-4.5(2)	
M48(2)-0.53-6.0			6.0	PL-6.0(3)	
M24(1)-0.53-0	216.3 × 9.0	PL-9.0(1)	—	—	114.3 × 12.0
M24(1)-0.53-4.5			4.5	PL-4.5(1)	
M24(1)-0.53-6.0			6.0	PL-6.0(1)	
L35(1)-0.36-0	318.5 × 9.0	PL-9.0(1)	—	—	114.3 × 12.0
L35(1)-0.36-4.5			4.5	PL-4.5(1)	
L35(1)-0.36-6.0			6.0	PL-6.0(1)	

- 1) 半球の溶接線が載荷軸と直交した試験体
 2) ダイアフラム面が載荷軸と直交した試験体

変化させた実験因子は、

- | | |
|-----------------|------------------------|
| 1)鋼管径と鋼球径の比 | $d/D = 0.35 \sim 0.65$ |
| 2)鋼球の径厚比 | $D/t_b = 24 \sim 48$ |
| 3)鋼球径とダイアフラム厚の比 | $D/t_d = 24 \sim 71$ |

である。

本実験では、鋼球およびダイアフラムによりその最大耐力が決定されることを目的としているため、鋼管には、その局部座屈による耐力劣化が鋼球の崩壊に先行しないような十分な板厚を有するものとするため、S45Cの引き抜き鋼管を切削加工したものを使用した。ダイアフラム補強試験体における半球の溶接は、ダイアフラムを挟み込み、図4-3(a)に示す開先形状により部分溶込み溶接とした。溶接にはCO₂半自動溶接法を用いた。無補強試験体については第3章に示した方法と同様で、図4-3(b)に示す開先形状により部分溶込み溶接とした。球原板およびダイアフラムに使用した鋼材はSS41材であり、原板のJIS1号試験片による機械的性質を表4-2に示す。

载荷は、200 tf 構造物試験機を用いて単調圧縮载荷することにより行ない、途中鋼管部を含む試験体全体の変形 Δ_0 と鋼管部分の変形 Δ_p を図4-2に取付け位置を示す変位計により測定し、また、鋼球および鋼管各部のひずみを抵抗線ひずみゲージにより測定した。

表4-2 原板の機械的性質

鋼板	t_o (mm)	σ_y (tf/cm ²)	σ_u (tf/cm ²)	El. (%)
PL-4.5(1)	4.40	3.30	4.77	24.3
PL-4.5(2)	4.35	3.83	4.28	17.9
PL-6.0(1)	6.05	3.06	4.69	24.4
PL-6.0(3)	5.58	3.87	4.76	20.5
PL-9.0(1)	9.15	2.89	4.37	28.9
PL-9.0(2)	9.03	3.27	4.35	26.5

t_o : 原板の板厚実測値, σ_y : 降伏点,
 σ_u : 引張強さ, El.: 伸び

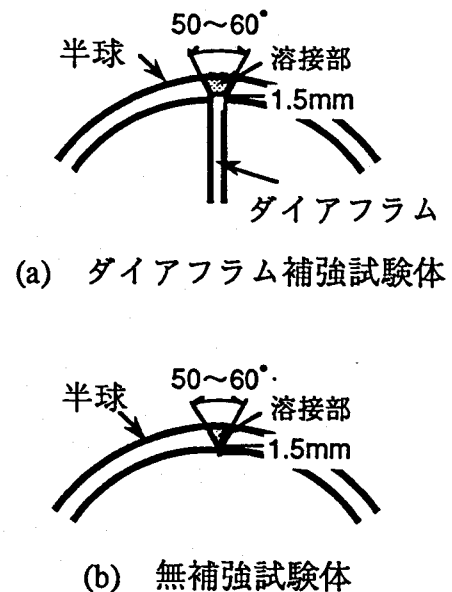


図4-3 開先形状

4-2-2 実験結果

試験体は、半球溶接部に欠陥があったものを除き全て写真4-1に示すように鋼管溶接部近傍における球の局部崩壊により最大耐力に達し、その後、変形量の増大に伴い緩やかに耐力が低下した。試験体 M36(1)-0.65-0 の最大耐力が知れなかった原因は、既に第3章で述べたように、半球溶接部に溶込み不足がありフープテンションによる亀裂が発生したためである。ダイアフラム補強された試験体の中には、ダイアフラム面近傍の鋼管部分が塑性域に入ったものもある。実験終了後、試験体をガス切断し、内部の状態を調べたところ、写真4-2に示すように、鋼管取り付け部近傍においてダイアフラムの局部座屈が観察された。

各試験体の荷重(F)－局部変形 ($\Delta = \Delta_0 - 2\Delta_p$, 以下局部変形と呼ぶ) との関係を図4-4に示す。図中●印は実験最大耐力を、○印は実験降伏耐力を示す。ただし、降伏耐力は、荷重－変形関係の接線剛性が初期剛性の1/3に達した時の荷重と定義した。なお、試験体 M36(1)-0.53-0 および M36(1)-0.65-0 については、亀裂の発生により劣化域における荷重と局部変形の関係が得られていないので、第3章で述べた追加試験体 M36(2)-0.53-0 および M36(2)-0.65-0 の結果も併せて示す。

各試験体の降伏耐力 eF_y , 最大耐力 eF_{max} , ダイアフラム補強された試験体の最大耐力と対応する無補強試験体の最大耐力の差 eF_d , 初期剛性 K , 降伏耐力時の局部変形量 Δ_y および最大耐力時の局部変形量 Δ_{max} を表4-3に示す。ただし、M36(1)-0.65シリーズの試験体については、無補強試験体の最大耐力が知れなかったため、第3章で述べた追加試験体 M36(2)-0.65-0 の結果に対して鋼球の板厚および材料の機械的性質の実測値の差を考慮した補正を行ない試験体 M36(1)-0.65-0 の最大耐力を推定し、ダイアフラム補強試験体の eF_d を求めた(付録4-1参照)。

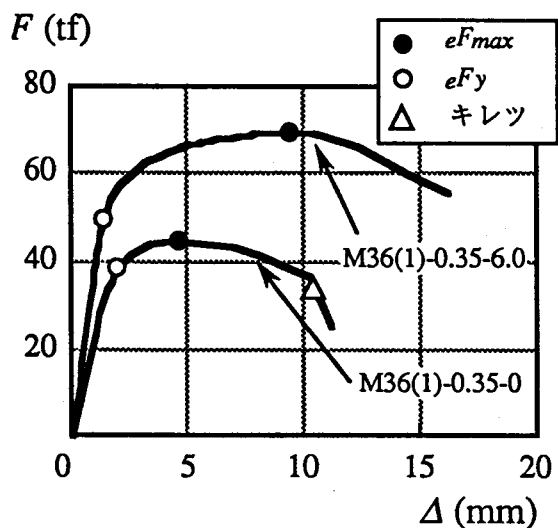
ダイアフラムを挿入することにより、降伏耐力は1.08～1.28倍、最大耐力は1.14～1.52倍に増加し、ダイアフラムによる補強効果は、降伏耐力よりもむしろ最大耐力に対してより大きく発揮されている。



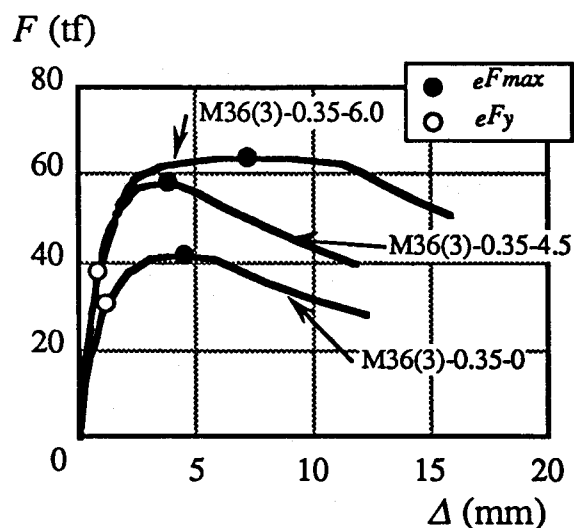
写真4-1 鋼球の局部破壊



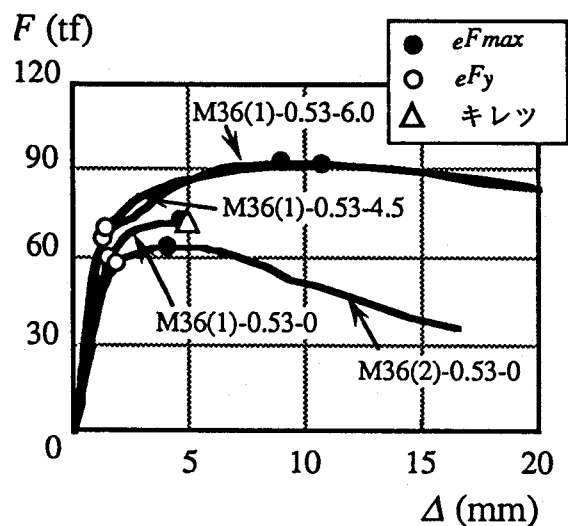
写真4-2 ダイアフラムの局部座屈



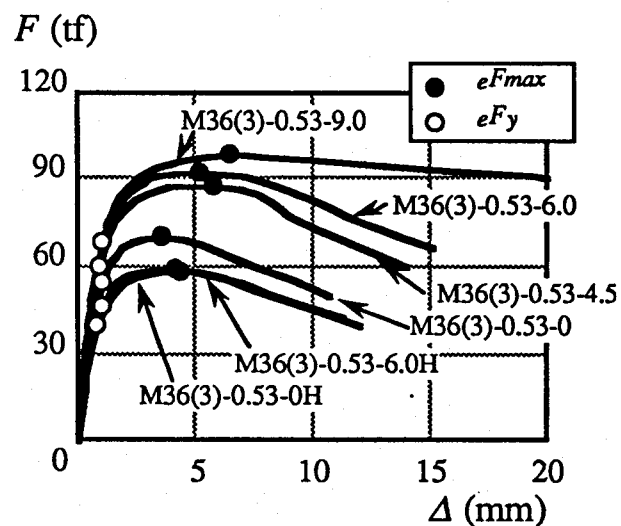
(a) M36(1)-0.35



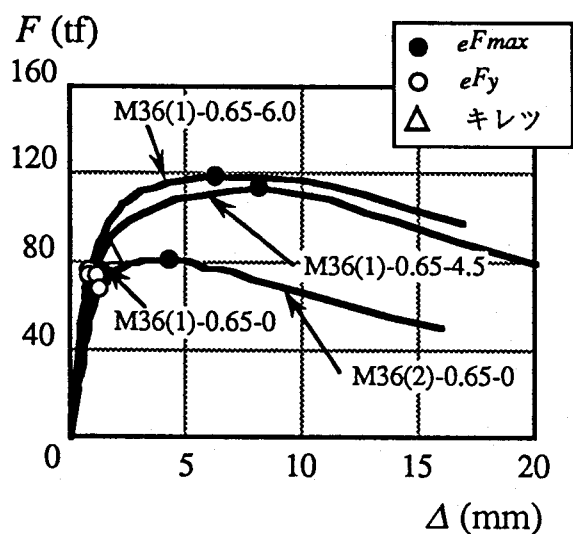
(b) M36(3)-0.35



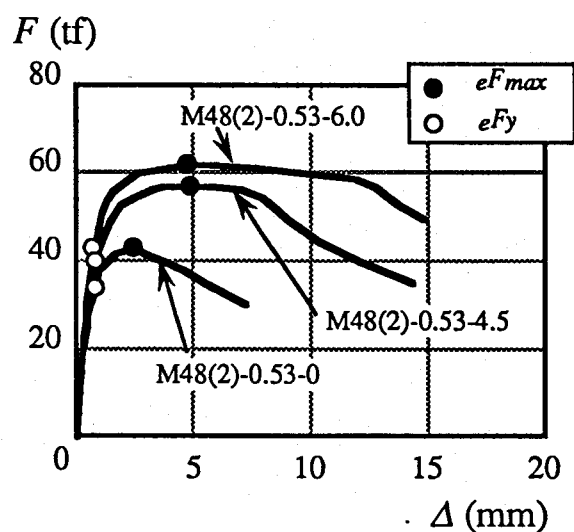
(c) M36(1)-0.53



(d) M36(3)-0.53

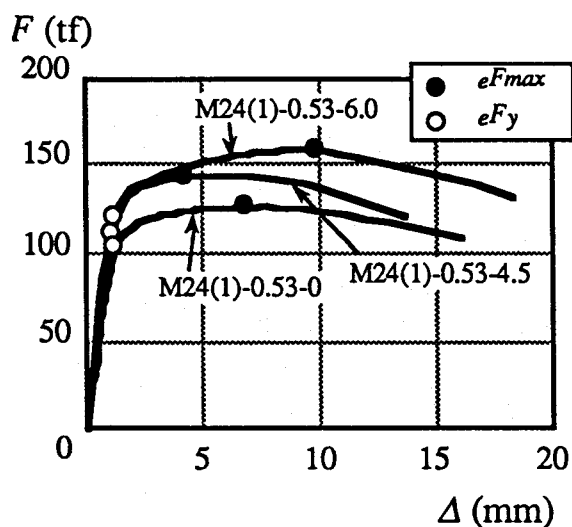


(e) M36(1)-0.65

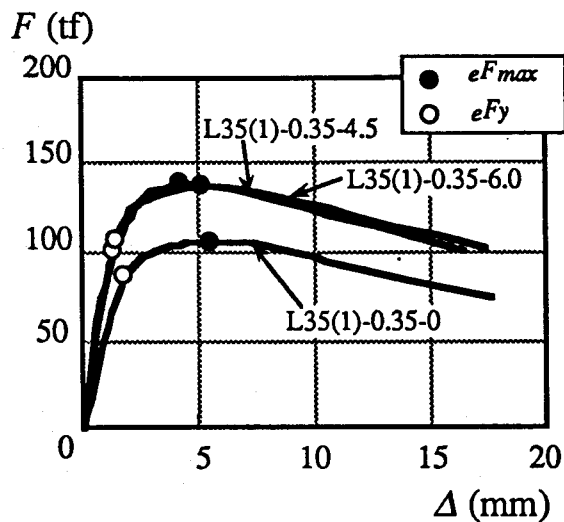


(f) M48(2)-0.53

図4-4(1) 荷重—局部変形関係



(g) M24(1)-0.53



(h) L35(1)-0.35

図4-4(2) 荷重-局部変形関係

表4-3 実験結果一覧

試験体名	eF_y (tf)	eF_{max} (tf)	$\frac{eF_y}{eF_{max}}$	eF_d (tf)	K (tf/mm)	Δ_y (mm)	Δ_{max} (mm)	$\frac{\Delta_{max}}{2t_o}$
M36(1)-0.35-0	39.0	45.2	0.86	—	24.2	2.0	4.7	0.39
M36(1)-0.35-6.0	50.0	69.7	0.72	24.5	41.8	1.2	9.6	0.79
M36(1)-0.53-0	60.0	72.8	0.82	—	51.6	1.5	4.7	0.39
M36(1)-0.53-4.5	70.0	92.1	0.76	19.3	63.3	1.6	11.5	0.95
M36(1)-0.53-6.0	66.0	93.5	0.71	20.7	75.8	1.5	10.3	0.85
M36(1)-0.65-0	74.0	—	—	—	68.0	1.4	—	—
M36(1)-0.65-4.5	84.0	114.0	0.74	21.0*	77.5	1.3	9.8	0.81
M36(1)-0.65-6.0	84.0	119.6	0.70	26.6*	95.2	0.9	6.3	0.52
M36(3)-0.35-0	31.0	42.1	0.74	—	51.6	1.2	4.5	0.40
M36(3)-0.35-4.5	38.0	58.6	0.65	16.5	80.0	0.8	3.9	0.35
M36(3)-0.35-6.0	38.0	64.1	0.59	22.0	80.0	0.9	7.2	0.65
M36(3)-0.53-0	54.0	70.2	0.77	—	75.0	1.0	3.6	0.32
M36(3)-0.53-4.5	60.0	88.0	0.68	17.8	114.3	0.9	5.8	0.52
M36(3)-0.53-6.0	60.0	92.2	0.65	22.0	119.4	0.9	5.3	0.47
M36(3)-0.53-9.0	68.0	98.4	0.69	28.2	133.3	0.9	6.5	0.58
M36(3)-0.53-0H	40.0	58.5	0.68	—	71.4	0.8	4.4	0.39
M36(3)-0.53-6.0H	46.0	59.5	0.77	1.0	64.0	1.0	4.2	0.38
M48(2)-0.53-0	34.0	42.9	0.79	—	71.4	0.8	2.5	0.29
M48(2)-0.53-4.5	40.0	57.4	0.70	14.5	66.8	0.8	4.8	0.55
M48(2)-0.53-6.0	43.0	62.2	0.69	19.3	100.0	0.7	4.8	0.55
M24(1)-0.53-0	104.0	127.0	0.82	—	117.0	1.2	6.7	0.37
M24(1)-0.53-4.5	112.0	145.1	0.77	18.1	153.0	1.2	4.1	0.22
M24(1)-0.53-6.0	122.0	160.1	0.76	33.1	155.0	0.9	9.8	0.54
L35(1)-0.36-0	88.0	106.9	0.82	—	68.5	1.8	5.5	0.30
L35(1)-0.36-4.5	108.0	139.4	0.77	32.5	108.0	1.8	5.4	0.30
L35(1)-0.36-6.0	102.0	138.0	0.74	31.1	120.5	1.8	5.1	0.28

*: M36(2)-0.65-0の結果を基に鋼球の材料性状の差を考慮して推定した値 (付録4-1参照)

4-2-3 最大耐力時の局部変形量

最大耐力時における鋼球片側の変形量 $\Delta_{max}/2$ と鋼球の原板の板厚 t_o の比を横軸に鋼球の径厚比（公称球径を原板の実測板厚で除した値）を取り図4-5に示す。無補強試験体の $\Delta_{max}/2$ は、板厚の 0.3~0.4 倍程度であるのに対し、ダイアフラム補強された試験体の $\Delta_{max}/2$ は、試験体 M24(1)-0.53-4.5 を除き、無補強試験体に比べ概ね同程度以上の値を取り、板厚の 0.3~1.0 倍の範囲に分布する。試験体 M24(1)-0.53-4.5 の $\Delta_{max}/2$ は板厚の 22 % であり、対応する無補強試験体 M24(1)-0.53-0 の場合の 0.6 倍程度に減少している。

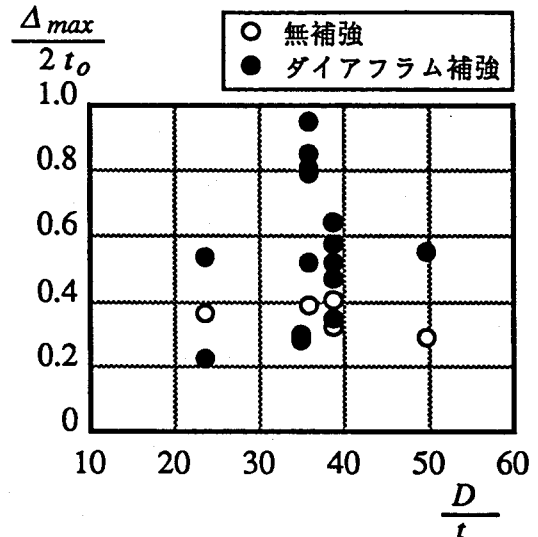


図4-5 $\frac{\Delta_{max}}{2 t_o} - \frac{D}{t_o}$ 関係

4-2-4 ダイアフラムの補強効果と各実験因子との関係

図4-6はダイアフラム補強された試験体と無補強試験体の最大耐力の差 eF_d と鋼管径と球径の比 d/D との関係を、ダイアフラム厚 $t_d=4.5, 6.0$ mm の M36 の鋼球について示している。同図は、ダイアフラム厚が同じ場合、 eF_d が d/D の増加に伴い若干増加する傾向にあることを示している。

図4-7は eF_d と鋼球の径厚比 D/t_o との関係を $d/D = 0.53$ の場合について示している。同図より、径厚比が大きくなるに従い、 eF_d は減少する傾向にあることがわかる。

図4-4(d)より、ダイアフラム面が载荷軸に直交する試験体 M36(3)-0.53-6.0H の $F - \Delta$ 関係は無補試験体 M36(3)-0.53-0H の $F - \Delta$ 関係とほとんど一致しており、両者の最大耐力は変わらないことが知られる。すなわち、ダイアフラム面が载荷軸に直交する場合、ダイアフラムの補強効果は期待できない。

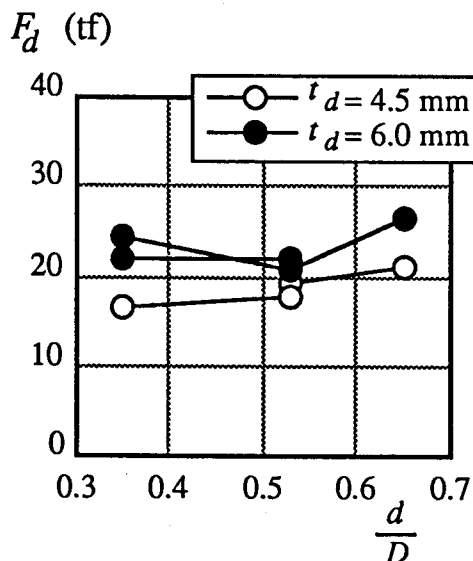


図4-6 $\frac{d}{D}$ による影響

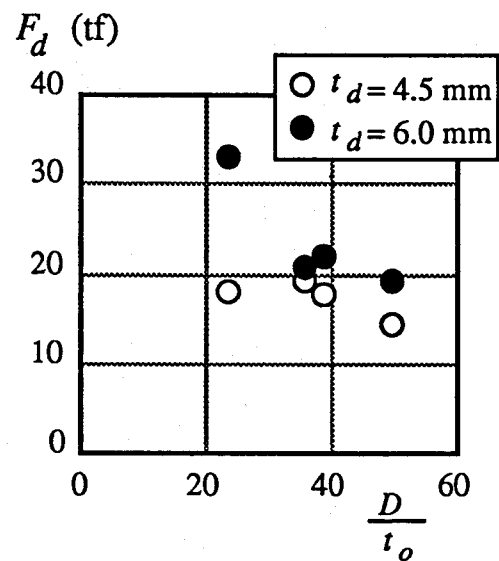


図4-7 $\frac{D}{t_o}$ による影響

§ 4-3 極限解析

4-3-1 解析概要

本節では、ダイアフラムの補強効果をダイアフラム補強された試験体の最大耐力と無補強試験体の最大耐力の差と定義し、この値を極限解析の手法を用いて推定する。

Zoetemeijer P.は、柱にH形鋼を用いたスチフナ補強の無い柱貫通形式の柱梁接合部において、梁フランジに引張応力が作用する時の接合部の降伏耐力を図4-8に示す崩壊機構により求める方法を提案した^{4.1)}。

この方法は、ヨーロッパのEurocode 3^{4.2)}では梁フランジに圧縮応力が作用する場合にも使われている。森田等は、梁フランジに引張応力が作用する場合において、同様の崩壊機構を用い、その接合部最大耐力を素材の引張強さを用いて算定すれば実験値と良く対応することを示した^{4.3)}。

本節では、この手法を応用して、ダイアフラムにより伝達される負担耐力を図4-9に示すように周辺に円環を有する円板にモデル化し、その崩壊荷重より算定する。崩壊機構は、円環上の降伏ヒンジと円板が円環に接する位置の降伏線により形成される。このモデルでは、円環および円板とも組合わせ応力を考慮しなければならず、柱梁接合部の場合に比べ、問題はやや複雑である。崩壊機構として、図4-10に示すメカニズム(A)および(B)の2通りを考える。

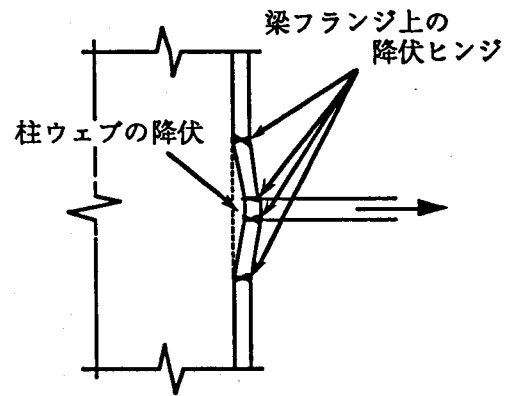


図4-8 柱梁接合部の崩壊機構

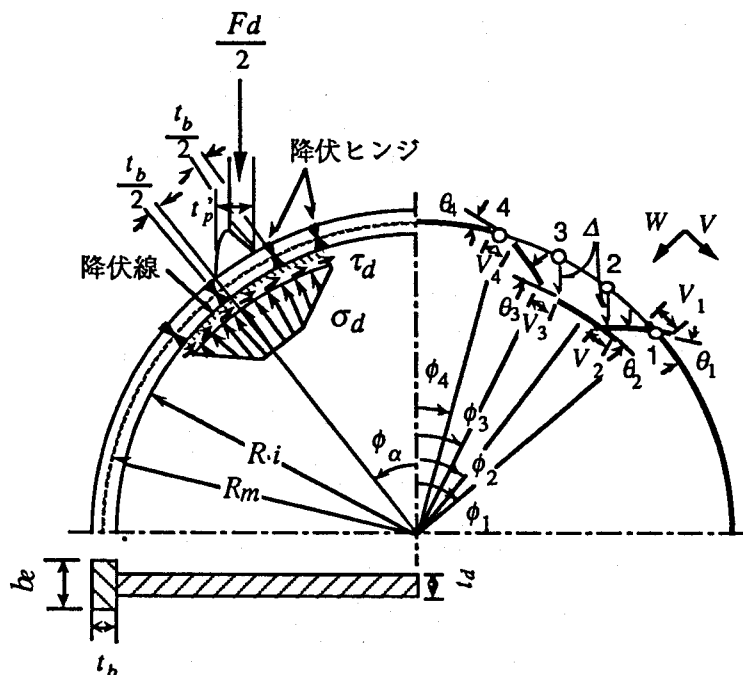


図4-9 解析モデル

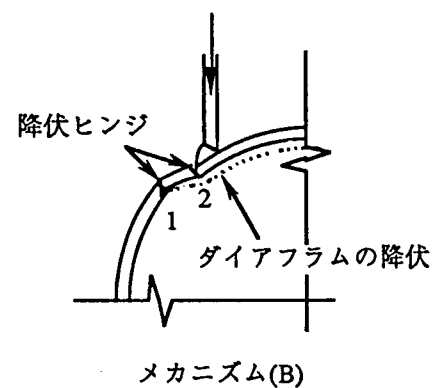
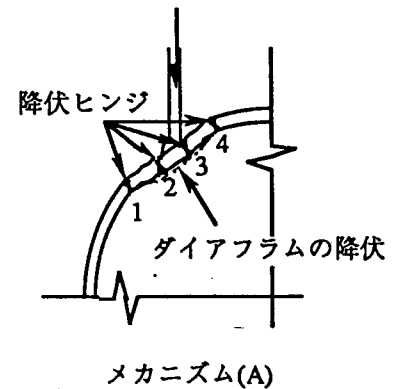


図4-10 崩壊機構

4-3-2 仮定

解析に用いる主な仮定は、以下の通りである。

- (1) 円環および円板は、連合流れ則に従う完全剛塑性体より成る。
- (2) 鋼管取り付け部は、鉛直方向に運動する。
- (3) 円環において考慮する断面力は軸力および曲げモーメントとする。
- (4) 円板は平面応力状態にあり、Trescaの降伏条件に従う。

円環の幅 b_e は、図4-11に示すように鋼球がダイアフラムフラムより受ける力の拡散を 45° と仮定し、鋼球の中心面に対する長さを与えると、

$$b_e = t_d + t_b \quad (4-1)$$

しかし、この条件のみではダイアフラム厚 $t_d = 0$ の場合に対しても補強効果を与えてしまうので、試みに、

$$b_e = \min(2t_d, t_d + t_b) \quad (4-2)$$

と置き、この矛盾点を解消する。

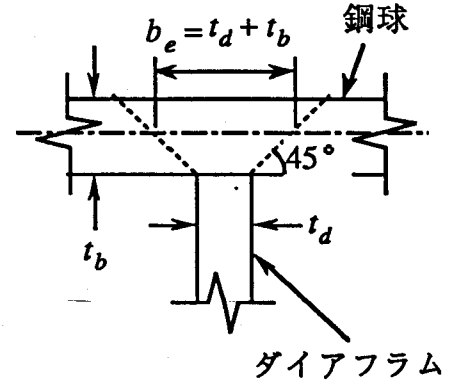


図4-11 円環の幅

4-3-3 基礎式

(i) 円環におけるエネルギー散逸率

円環の降伏軸力および全塑性モーメントを N_{ro} および M_{ro} で表わす。すなわち、

$$N_{ro} = \sigma_{ro} b_e t_b, \quad M_{ro} = \frac{1}{4} \sigma_{ro} b_e t_b^2 \quad (4-3a,b)$$

で、 σ_{ro} は円環の降伏点、 b_e は円環の幅、 t_b は円環の板厚である。長方形断面の場合、降伏ヒンジにおけるエネルギー散逸率 D_{ir} は、次式で与えられる^{4.4)}。

$$D_{ir} = M_{ro} |\theta| \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\lambda}{\theta} \right)^2 \right\} \quad \text{for } \left| \frac{\lambda}{\theta} \right| \leq 2 \quad (4-4a)$$

$$D_{ir} = M_{ro} |\lambda| \quad \text{for } \left| \frac{\lambda}{\theta} \right| \geq 2 \quad (4-4b)$$

ここで、 θ はヒンジにおける回転速度で、 λ はヒンジにおける伸び速度 Λ を次式で無次元化したひずみ速度である。

$$\lambda = \frac{N_{ro} \Lambda}{M_{ro}} \quad (4-5)$$

(ii) 円板におけるエネルギー散逸率

一般に平面応力状態にある板の変位の不連続線すなわち降伏線における単位長さ当りのエネルギー散逸率 D_{id} は、図4-12に示す変位速度場では、次式で与えられる^{4.5)}。

$$D_{id} = \frac{1}{2} \sigma_1 t_d (\sqrt{W^2 + V^2} + W) - \frac{1}{2} \sigma_2 t_d (\sqrt{W^2 + V^2} - W) \quad (4-6)$$

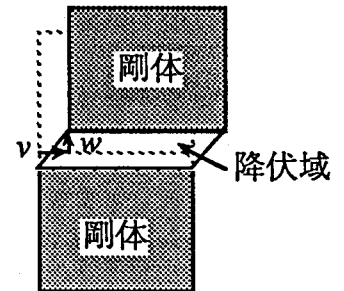


図4-12 降伏域の変位場

t_d は円板の板厚を表わし、 σ_1 および σ_2 は主応力を表す。Tresca の降伏条件に従う場合、主応力を連合流れ則により決定し、エネルギー散逸率を求めると、

$$D_{id} = \frac{1}{2} N_{do} (\sqrt{W^2 + V^2} + |W|) \quad (4-7)$$

ただし、 N_{do} は板の単位長さ当りの降伏軸力を表わし、 $N_{do} = \sigma_{do} t_d$ で、 σ_{do} は円板の降点を表わす。

4-3-4 崩壊機構

円環図心の経線方向および法線方向の変位速度を V および W で表わし、鋼管取り付け部の鉛直方向の変位速度を Δ で表わす。 W 、 V および Δ を円環の中心半径 R_m で無次元化する。

$$w = \frac{W}{R_m}, \quad v = \frac{V}{R_m}, \quad \delta = \frac{\Delta}{R_m} \quad (4-8a,b,c)$$

また、図4-11に示すように各降伏ヒンジにおける回転速度および伸縮速度の絶対値を θ_1 等および v_1 等で表わし、 v_1 等を中心半径 R_m で無次元化した量を v_1 等で表わす。

(i) メカニズム (A)

図4-10に示すヒンジ2からヒンジ1の範囲 ($\phi_2 < \phi < \phi_1$) の円弧の運動は、次式で表わされる。

$$w = (\theta_1 + v_1) \sin(\phi_1 - \phi), \quad v = -\theta_1 + (\theta_1 + v_1) \cos(\phi_1 - \phi) \quad (4-9a,b)$$

一方、ヒンジ3からヒンジ2の範囲 ($\phi_3 < \phi < \phi_2$) は鉛直剛体運動を起こすと仮定されたので、

$$w = \delta \cos \phi, \quad v = \delta \sin \phi \quad (4-10a,b)$$

幾何学的な関係より、回転速度 θ_2 は θ_1 に等しい。よって、連合流れ則を用いると、 v_2 は v_1 に等しくなる。すなわち、

$$\theta_1 = \theta_2, \quad v_1 = v_2 \quad (4-11a,b)$$

$\phi = \phi_2$ における法線方向の変位速度 w の連続条件と(4-11b)式の条件より、 θ_1 および v_1 を δ により表示することができる。

$$\theta_1 = \delta \frac{\cos \phi_2 + \cos \phi_1}{2 \sin(\phi_1 - \phi_2)}, \quad v_1 = \delta \frac{\cos \phi_2 - \cos \phi_1}{2 \sin(\phi_1 - \phi_2)} \quad (4-12a,b)$$

次にヒンジ4からヒンジ3の範囲 ($\phi_4 < \phi < \phi_3$) の円弧の運動は、

$$w = (\theta_4 - v_4) \sin(\phi - \phi_4), \quad v = \theta_4 - (\theta_4 - v_4) \cos(\phi - \phi_4) \quad (4-13a,b)$$

であり、

$$\theta_4 = \theta_3, \quad v_4 = v_3 \quad (4-14a,b)$$

であるから、 θ_4 および v_4 を δ により表示すると

$$\theta_4 = \delta \frac{\cos \phi_4 + \cos \phi_3}{2 \sin(\phi_3 - \phi_4)}, \quad v_4 = \delta \frac{\cos \phi_4 - \cos \phi_3}{2 \sin(\phi_3 - \phi_4)} \quad (4-15a,b)$$

(ii) メカニズム (B)

ヒンジ2からヒンジ1の範囲 ($\phi_2 < \phi < \phi_1$) では(4-9)および(4-12)式と同様である。 $\phi=0$ からヒンジ2の範囲 ($0 < \phi < \phi_2$) は、鉛直剛体運動を起こすから(4-10)式と同様である。

4-3-5 崩壊荷重

崩壊荷重 F_d の上界は、外部エネルギー散逸率と内部エネルギー散逸率を等しいとおくことにより得られる。外部エネルギー散逸率 D_e は次式で与えられる。

$$D_e = F_d \Delta \quad (4-16)$$

(i) メカニズム (A)

内部エネルギー散逸率 D_i は、円環の4個の降伏ヒンジにおける散逸率の和 D_{ir} と円板の降伏線における散逸率 D_{id} の総和として求められる。

$$D_i = D_{ir} + D_{id} \quad (4-17)$$

D_{ir} は、(4-4a)または(4-4b)式に(4-11)および(4-15)式を代入することにより得られる。 D_{id} は、(4-7)式に(4-9)、(4-10)および(4-13)式を代入し、降伏線に沿って積分することにより得られる。

無次元化した崩壊荷重 f_d を

$$f_d = \frac{F_d}{2 R_i N_{do}} \quad (4-18)$$

と定義する。ただし、 R_i は円板の半径を示す。崩壊荷重は、

$$D_e = D_i \quad (4-19)$$

により得られる。例えば、各ヒンジで $|\lambda/\theta| \leq 2$ が満足される場合は、

$$f_d = \frac{\alpha}{2\beta\gamma} \frac{b_e}{R_i} \left[\theta_1 \left\{ 1 + 4 \left(\frac{1}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{v_1}{\theta_1} \right)^2 \right\} + \theta_4 \left\{ 1 + 4 \left(\frac{1}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{v_4}{\theta_4} \right)^2 \right\} \right] + \frac{1}{2} \int_{\phi_4}^{\phi_1} \{ \sqrt{w^2 + v^2} + |w| \} d\phi \quad (4-20)$$

ただし、各運動速度は $\delta=1$ の時の値とする。ここで、 α 、 β および γ は次式に示すように、それぞれ、円環の板厚と中心半径の比、円板の板厚と円環の板厚の比および円板の降伏点と円環の降伏点の比を表わす。

$$\alpha = \frac{t_b}{R_m}, \quad \beta = \frac{t_d}{t_b}, \quad \gamma = \frac{\sigma_{do}}{\sigma_{ro}} \quad (4-21)$$

(4-20)式中、 ϕ_1 および ϕ_4 の位置は未知であり、最も良い上界は、

$$\frac{\partial f_d}{\partial \phi_1} = 0, \quad \frac{\partial f_d}{\partial \phi_4} = 0 \quad (4-22)$$

により得られる。

(ii) メカニズム (B)

同様の手順により、各ヒンジで $|\lambda/\theta| \leq 2$ が満足される時、

$$f_d = \frac{\alpha}{2\beta\gamma} \frac{b_e}{R_i} \theta_1 \left\{ 1 + 4 \left(\frac{1}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{v_1}{\theta_1} \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \int_0^{\phi_1} \{ \sqrt{w^2 + v^2} + |w| \} d\phi \quad (4-23)$$

この場合は、

$$\frac{\partial f_d}{\partial \phi_1} = 0 \quad (4-24)$$

により最も良い上界が得られる。

4-3-6 数値解析例

(4-20)および(4-23)式の閉解は得られないため、数値積分することにより崩壊荷重 f_d を求めた。

柱梁接合部の最大耐力を推定する際、森田等は梁フランジが取付く部分に生じる降伏ヒンジを図4-13に示すように、梁フランジ表面から柱フランジ厚の $1/2$ 離れた位置に設定した。本解析においてもこれに倣い図4-9に示すように鋼管が取付く部分に発生する降伏ヒンジ2および降伏ヒンジ3をそれぞれ溶接止端位置 ($\phi = \phi_\alpha$) から $t_b/2$ 離れた位置および鋼管内表面から $t_b/2$ はなれた位置に設定する。

以下に、 $\gamma=1.0$ とし、また、溶接ビードの余盛を含む鋼管厚 t_p' (図4-9参照) を円環の板厚 t_b に等しいとした場合の計算例を示す。

図4-14にメカニズム (A) および (B) より計算される崩壊荷重 f_d を横軸に ϕ_α をとり示す。同図より崩壊荷重は、 ϕ_α が小さい場合、メカニズム (B) に支配され、 ϕ_α が大きくなるとメカニズム (A) に移行することがわかる。

図4-15に $\alpha=0.1$ の円環において、 $\beta \leq 1.0$, $\beta=1.5$, 2.0 , 3.0 の時の崩壊荷重 f_d と ϕ_α の関係を示す。この例では、 $\phi_\alpha < 0.3$ rad の範囲では、メカニズム (B) により崩壊荷重が決定しており、この範囲における ϕ_α の増加に伴う f_d の増加率は大きい。メカニズム (A) により決定する $\phi_\alpha > 0.3$ rad の範囲では、崩壊荷重は ϕ_α の増加に伴い緩やかに増加する。

図4-16に $\phi_\alpha = \pi/6$ rad の時の f_d と β の関係を $\alpha=0.025$, 0.05 , 0.1 , 0.2 に対して示す。(4-2)式により円環の幅 b_e を決めているため、 $\beta \leq 1.0$ の範囲では、 β によらず f_d は一定値をとり、 $\beta > 1.0$ の範囲では、 f_d は β の増加に伴い減少する。

図4-17に $\phi_\alpha = \pi/6$ rad の時の f_d と α の関係を $t_d/R_m = 0.025$, 0.05 , 0.1 , 0.2 に対して示す。 f_d は α の増加に伴い比例的に増加し、その増加率は t_d/R_m の影響をほとんど受けない。なお、 $\alpha = 0.17$ 程度で増加率が変化しているのは、崩壊機構がメカニズム (A) からメカニズム (B) に移行するためである。

降伏範囲 ϕ_y をメカニズム (A) に対して $\phi_y = \phi_4 - \phi_1$ 、メカニズム (B) に対して $\phi_y = \phi_1$ で求め、図4-18に $\phi_\alpha = \pi/6$ rad の時の ϕ_y と α との関係を $t_d/R_m = 0.025$, 0.05 , 0.1 , 0.2 に対して示す。降伏範囲 ϕ_y も崩壊荷重 f_d と同様に α の増加に伴い比例的に増加し、その増加率は t_d/R_m の影響をほとんど受けない。

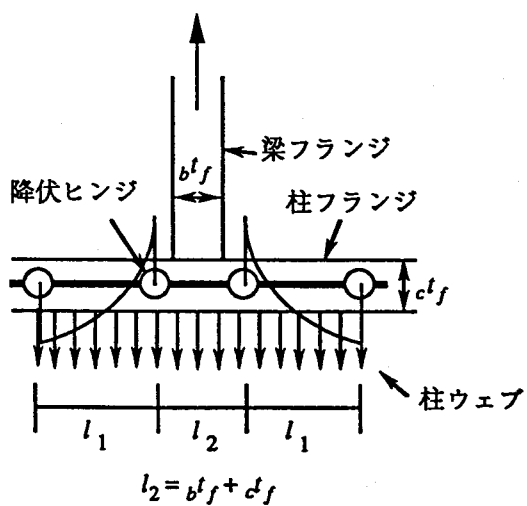


図4-13 降伏ヒンジの発生位置

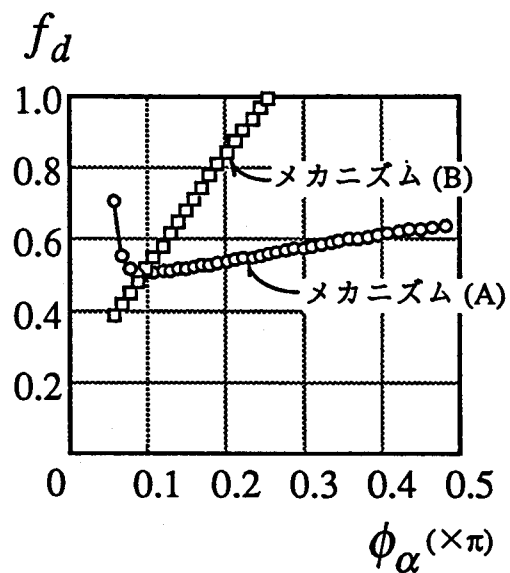


図4-14 メカニズム(A)と(B)

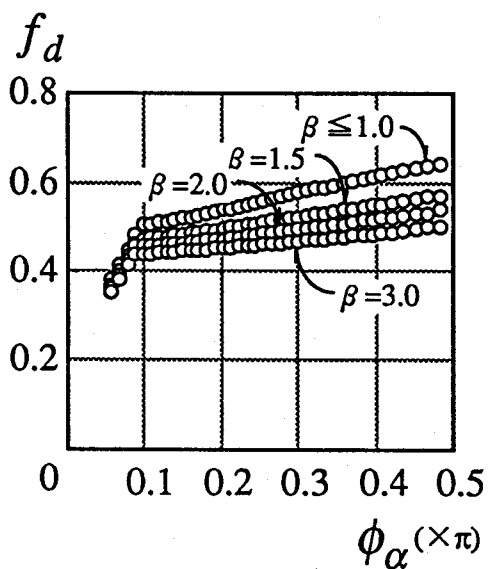


図4-15 $f_d - \phi_\alpha$ 関係

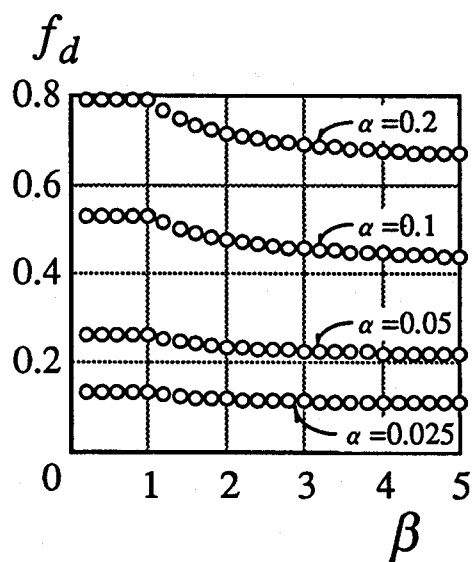


図4-16 $f_d - \beta$ 関係

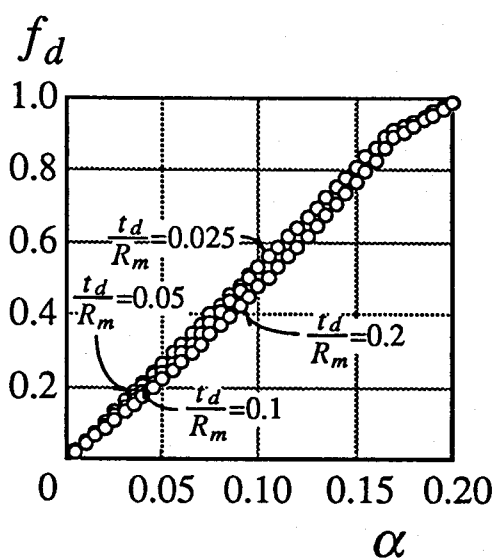


図4-17 $f_d - \alpha$ 関係

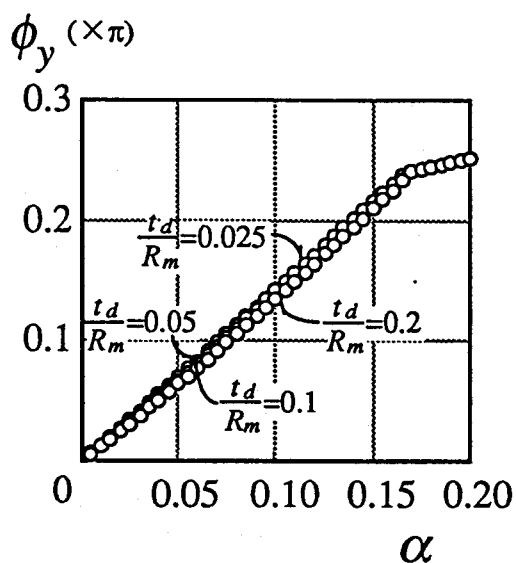


図4-18 $\phi_y - \alpha$ 関係

§ 4-4 実験結果と解析結果の比較

前節で得られた解析結果の妥当性を検証するために実験値との比較を行なう。検証は、M36(3)-0.35, M36(3)-0.53, M36(1)-0.65, M48(2)-0.53, M24(1)-0.53およびL35(1)-0.35シリーズの試験体に対して行なう。

森田等は、スチフナ補強のないH形柱貫通形式の柱梁接合部において、その最大耐力を柱フランジおよび柱ウェブの引張強さを用いて求め、実験結果と良く対応することを示した⁴³⁾。本節においても以下の2つの理由から、補強効果を支配する材料の機械的性質の指標として鋼球の原板の引張強さおよびダイアフラムの素材の引張強さを用いて検討を行なう。

(1) 第2章で述べたように鋼球の降伏点 $B\sigma_y$ は、半球製作時の塑性加工による加工硬化のため、原板の降伏点の1.4~1.8倍に上昇し、その値は原板の引張強さ $P\sigma_u$ の0.9~1.3倍に相当する。また、第3章3-5-2項に示したように、無補強の鋼球については、鋼球の降伏点に換えて原板の引張強さを用いて最大耐力を推定することができる。

(2) 試験体の変形は、加力点近傍の範囲に限られており、ダイアフラムの破壊は圧壊現象に近い。

すなわち、解析上の円環の降伏点 σ_{r0} として鋼球の原板の引張強さを選び、また、円板の降伏点 σ_{d0} としてダイアフラム素材の引張強さを選ぶ。なお、円環の板厚 t_b 、円板の板厚 t_d および載荷範囲 t_p' の値には、それぞれ、鋼球厚、ダイアフラム厚および溶接ビードの余盛を含む鋼管厚に対する実測値を用いる。

実験値 eF_d を(4-18)式で無次元化した値 ef_d と(4-20)~(4-24)式を用いて得られる推定値 cf_d との比較を表4-4に示す。

表4-4 実験値と推定値の比較

試験体名	ef_d	cf_d	$\frac{ef_d}{cf_d}$	eF_{max} (tf)	cF_b (tf)	cF_d (tf)	cF_s (tf)	$\frac{eF_{max}}{cF_s}$
M36(3)-0.35-0	—	—	—	42.1	—	—	33.2	1.27
M36(3)-0.35-0	0.436	0.387	1.13	58.6	33.2	14.0	47.2	1.24
M36(3)-0.35-0	0.407	0.353	1.15	64.1	—	18.4	51.6	1.24
M36(3)-0.53-0	—	—	—	70.2	—	—	62.1	1.13
M36(3)-0.53-4.5	0.470	0.381	1.23	88.0	62.1	13.4	75.5	1.17
M36(3)-0.53-6.0	0.407	0.365	1.12	92.2	—	18.6	80.7	1.14
M36(3)-0.53-9.0	0.353	0.356	0.99	98.4	—	28.2	90.3	1.09
M36(1)-0.65-0	—	—	—	93.0*	—	—	95.8	0.97
M36(1)-0.65-4.5	0.495	0.413	1.20	114.0	95.8	16.4	112.2	1.02
M36(1)-0.65-6.0	0.464	0.416	1.12	119.6	—	22.3	118.1	1.01
M48(2)-0.53-0	—	—	—	42.9	—	—	42.8	1.00
M48(2)-0.53-4.5	0.378	0.304	1.24	57.4	42.8	11.2	54.0	1.06
M48(2)-0.53-6.0	0.352	0.287	1.23	62.2	—	15.6	58.4	1.07
M24(1)-0.53-0	—	—	—	127.0	—	—	98.0	1.30
M24(1)-0.53-4.5	0.435	0.512	0.85	145.1	98.0	20.4	118.3	1.23
M24(1)-0.53-6.0	0.588	0.515	1.14	160.1	—	27.6	125.6	1.27
L35(1)-0.36-0	—	—	—	106.9	—	—	71.1	1.50
L35(1)-0.36-4.5	0.523	0.399	1.31	139.4	71.1	24.0	95.1	1.47
L35(1)-0.36-6	0.370	0.402	0.92	138.0	—	32.6	103.7	1.33

*: M36(2)-0.65-0の結果を基に鋼球の材料性状の差を考慮して推定した値(付録4-1参照)

崩壊荷重は、本実験で用いた試験体の範囲では全てメカニズム (A) で決まった。

M36シリーズで $t_d = 4.5, 6.0 \text{ mm}$ ($\beta \leq 1.0$) の試験体について、実験値 f_d および推定値 f_d と負荷位置 ϕ_α との関係を図4-19に示す。図中の実線は、 ϕ_α 以外の変数を各試験体の平均値を用いて求めた計算結果である。実験結果および計算結果ともに ϕ_α の増加に伴い補強効果 f_d は緩やかに増加する。

鋼球の径厚比別に補強効果 f_d とダイアフラム厚と鋼球厚の比 β との関係を図4-20に示す。図中の実線は β 以外の変数に各試験体の平均値を用いた計算結果である。試験体 M24(1)-0.53-4.5 を除いては、推定値は実験値に対し概ね安全側の評価を与える。

鋼球の径厚比を実験変数とした試験体について、補強効果 f_d と鋼球の板厚と鋼球の中心半径の比 α との関係を図4-21に示す。図中の実線は α 以外の変数に各試験体の平均値を用いた計算結果である。ダイアフラム厚 $t_d = 6.0 \text{ mm}$ の場合、実験結果は計算結果と同様に α に比例して補強効果 f_d が増加しているが、 $t_d = 4.5 \text{ mm}$ の場合は $\alpha = 0.09$ の時 (試験体 M24(1)-0.53-4.5) にむしろ減少している。

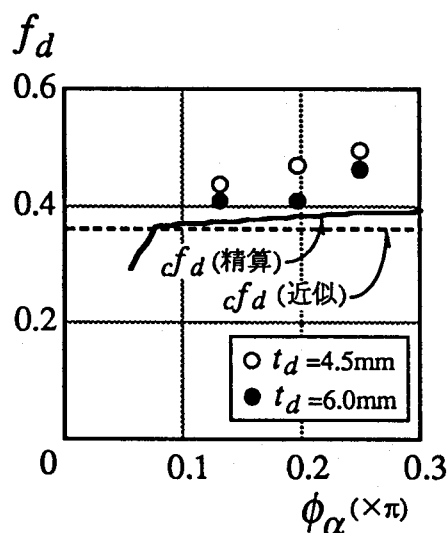


図4-19 $f_d - \phi_\alpha$ 関係: M36

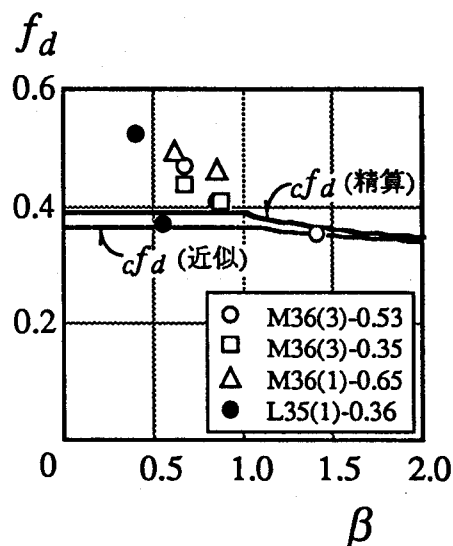


図4-20(a) $f_d - \beta$ 関係: M36, L35

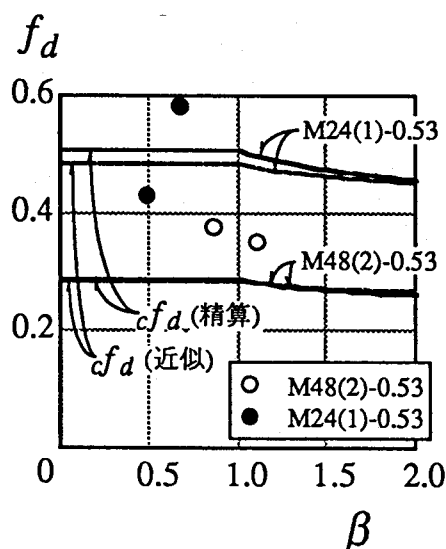


図4-20(a) $f_d - \beta$ 関係: M48, L24

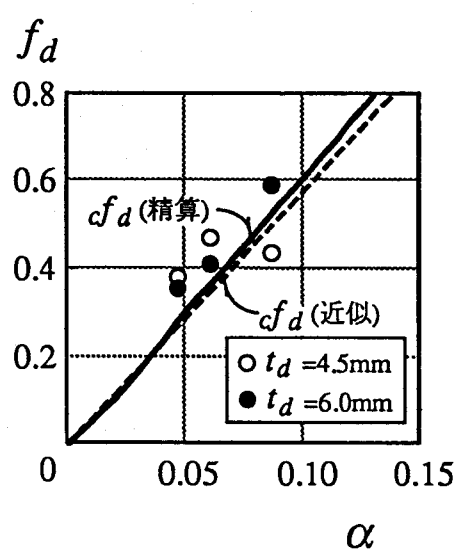


図4-21 $f_d - \alpha$ 関係

13体の試験体の実験値と計算値の比 f_d/f_d は、平均値=1.12、変動係数=0.11である。

試験体 M24(1)-0.53-4.5 に関して、推定値が実験値を過大評価する原因は、ダイアフラムの局部座屈による耐力劣化が、他の試験体に比べて早期に生じたためと考えられる。4-2節の図4-5に示したように、無補強試験体の最大耐力時の片側半球における変形量 $\Delta_{max}/2$ は、球厚の 1/3 程度であるのに対し、ダイアフラム補強試験体の $\Delta_{max}/2$ は、試験体 M24(1)-0.53-4.5 を除き、無補強試験体に比べ概ね同程度以上の値を取り、板厚の 28~95 % の範囲に分布する。M24(1)-0.53 シリーズの試験体では、無補強の場合、 $\Delta_{max}/2$ は球厚の 37 % であるが、M24(1)-0.53-4.5 の $\Delta_{max}/2$ は、その 0.6 倍程度に減少している。これは、鋼球部分がその最大耐力を発揮する以前に、ダイアフラムが局部座屈により耐力劣化を起こしていることを示唆している。また、4-3-6項の数値解析例によると図4-18に示したように、計算された円板の降伏領域 ϕ_y は、円環の板厚と円環の中心半径との比 α が増加するのに伴い比例的に増加する。よって、円板の板厚が同じ場合、円環の径厚比が小さくなるに従い、円板の降伏領域 ϕ_y は大きくなる。すなわちダイアフラムの幅厚比に相当すると考えられる $\phi_y R_i/t_d$ の値が大きくなる。また、降伏領域 ϕ_y は、円板の板厚と円環の中心半径との比 t_d/R_m の値とは無関係に $\alpha = t_b/R_m$ の値により決まるため、 $\phi_y R_i/t_d$ の値は、 $\beta = t_d/t_b$ の値にのみ依存する。試験体 M24(1)-0.53-4.5 では $\beta = 0.5$ であり、この値はダイアフラムの補強効果を推定する場合に4-3節で誘導した極限解析に基づく手法を適用できる範囲の限界を示している。

§ 4-5 耐力推定式

第3章において、中空鋼球が1方向から圧縮力を受ける場合の継手耐力を極限解析の手法を適用して評価した。得られた真の崩壊荷重 cF_b は、負荷位置 ϕ_α を鋼管溶接部の止端位置とし、降伏点として鋼球より取り出した試験片による値を用いれば、実験最大耐力と良く一致することが明らかになった。さらに、その耐力推定式として解析解の下界を与える次の簡便な耐力推定式も誘導した。

$$cF_b = 2 \pi R_m N_{bo} \cdot cf_b \quad (4-25)$$

$$cf_b = \frac{2}{2+\omega} \cos^2 \phi_\alpha + \sin^2 \phi_\alpha \quad (4-26)$$

また、鋼球の降伏点に換えて原板の引張強さを用いて上式を適用すると中空鋼球の最大耐力を安全側に評価することも示した。

本節では、上式で与えられる無補強継手の最大耐力推定値 cF_b とダイアフラムによる補強効果の推定値 cF_b の累加によりダイアフラム補強継手の最大耐力を評価する推定値 cF_s を提案する。すなわち、

$$cF_s = 2 \pi R_m N_{bo} \cdot cf_b + 2 R_i N_{do} \cdot cf_d \quad (4-27)$$

4-3節において得られた崩壊荷重 f_d は、数値解析解であり、個々の継手に対してその解を求めるには手続きが複雑で実用的ではない。通常用いられる鋼球と弦材の組み合わせでは、その崩壊機構はメカニズム (A) で決定すると考えられるので、その近似式として、

$$cf_d = \alpha \left\{ 2 \sqrt{\frac{2}{\gamma}} + \frac{1}{\cos \phi_\alpha} \left(\frac{r_p}{t_b} + 1 \right) \right\} \quad (0.5 \leq \beta \leq 1) \quad (4-28a)$$

$$cf_d = \alpha \left\{ 2 \sqrt{\frac{1+\beta}{\beta \gamma}} + \frac{1}{\cos \phi_\alpha} \left(\frac{r_p}{t_b} + 1 \right) \right\} \quad (1 \leq \beta \leq 1.5) \quad (4-28b)$$

を提案する。 β に関する上限値および下限値は本実験における実験変数の範囲である。

(4-28)式による値を f_d (近似) として図4-19～4-21 に示す。実験値と近似値の比 f_d/f_d (近似) の平均値 = 1.18, 変動係数 = 0.12である。

(4-25)～(4-28)式によりダイアフラム補強試験体の最大耐力を推定する。実験最大耐力 eF_{max} および(4-25)～(4-28)式による計算値 cF_b , cF_d , cF_s の値を表4-4に示す。ただし、(4-25)式による cF_b の算定については、鋼球の原板の引張強さを用いている。19体の試験体の eF_{max}/F_s の平均値 = 1.19, 変動係数 = 0.13である。

§ 4-6 結論

本章では、ダイアフラムにより補強された球継手が単軸圧縮载荷される場合の耐力に与える各寸法因子の影響を実験的に確認するとともに、極限解析の手法に基づく耐力評価を試み、以下の成果を得た。

- (1) ダイアフラム補強された試験体と無補強試験体の最大耐力の差を補強効果 F_d と定義し、その値を推定するために円環と円板から成る解析モデルに対して極限解析法を適用し、その崩壊荷重を求めた。
- (2) 得られた崩壊荷重は、鋼管径と球径の比 d/D の増加に伴い緩やかに増加し、実験における補強効果 eF_d の変化の傾向と一致した。
- (3) 得られた崩壊荷重 cF_d は、鋼球の板厚と中心半径の比 α に比例して増加する。計算結果は、ダイアフラム厚 t_d と球厚 t_b の比 $\beta = 0.5$ の試験体を除き、実験における α の変化に伴う補強効果 eF_d の変化の傾向と一致した。
- (4) 得られた崩壊荷重 cF_d は、実験値における補強効果 eF_d を概ね安全側に推定し、 eF_d/cF_d の平均値 = 1.12, 変動係数 = 0.11である。
- (5) 推定値が実験値を過大評価する試験体について、その原因は鋼球部分とその最大耐力を発揮する以前に、ダイアフラムが局部座屈による耐力劣化を起こしたためであり、この現象が起こる限界は本実験の範囲では $\beta = 0.5$ 程度である。よって、本章で示した手法は、 $\beta \geq 0.5$ に対して有効である。
- (6) ダイアフラム補強された球継手の実用的な最大耐力評価法として、ダイアフラムの負担耐力と鋼球の負担耐力の累加による簡便な耐力推定式を提案した。

[付録 4 -1] 試験体 M36(1)-0.65-0 の実験最大耐力 eF_{max} の推定

試験体 M36(1)-0.65-0 については半球の溶接部に溶込み不足があったためフープテンションによる亀裂が発生し、その最大耐力を知ることができなかった。そのため、第3章で示したよう M36(1) シリーズの無補強試験体については、同一の部材寸法を持つ試験体による追加実験 M36(2) シリーズを行なっている。ただし、両試験体シリーズに用いた原板が異なっているため、試験体 M36(2)-0.65-0 により得られた実験最大耐力をそのまま試験体 M36(1)-0.65-0 の最大耐力として用いることはできない。

第3章に示したように無補強試験体の耐力は部材寸法比が同一の場合、鋼球の単位長さ当りの降伏軸力 N_{bo} に比例する。それぞれの半球に関する N_{bo} を原板の板厚の実測値と引張強さをを用いて算定すると、

$$\text{鋼球M36(1)} : N_{bo} = 2.87 \text{ tf/cm}^2$$

$$\text{鋼球M36(2)} : N_{bo} = 2.58 \text{ tf/cm}^2$$

となり両者の比は 1.11 となる。また、両試験体の鋼管径と鋼球径の比 $d/D = 0.65$ に最も近い $d/D = 0.53$ の試験体 M36(1)-0.53-0 と M36(2)-0.53-0 の実験最大耐力を比べると、その比は 1.14 で上述の値にほぼ等しい。よって試験体 M36(1)-0.65-0 の実験最大耐力として、試験体 M36(2)-0.65-0 の最大耐力に 1.14 を乗じた値を用いた。

[参考文献]

- 4.1) J. Wardenier : Plate to I-beam connections, Welding in the World, Vol.23, No.3/4, pp.64 ~83, 1985
- 4.2) Commission of the European Communities : Design of steel structures, Part 1 General rules and rules for buildings, Eurocode 3, 1988.12
- 4.3) 森田耕次, 浦 等, 植野良二 : 柱はり接合部のスチフナ補強に関する実験的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第376号, pp.129~138, 1987.6
- 4.4) P. G. Hodge, Jr. : Plastic Analysis of Structures, McGraw-Hill, 1959
- 4.5) W.F.Chen : Plasticity in Reinforced Concrete, McGraw-Hill, 1982

第5章 多軸載荷される球継手の耐力評価

§ 5-1 序論

第3章および第4章において、継手耐力を評価する際、最も基礎となる単軸載荷時の耐力評価法が提案された。本章では、次の段階として、多軸載荷状態にある鋼球の継手耐力が他方向からの外力によりどのような影響を受けるかを弾塑性有限要素を用いた数値実験を行うことにより定量的に調べ、単軸載荷時の結果を基に考察する。

解析対象は無補強球継手とし、載荷状態は(1) 2軸載荷、(2) 立体トラスから取り出した単位構成要素に対する弦材と斜材からの載荷、の2種類で、いずれの場合も比例載荷とする。(1)は主に弦材からの軸方向力が大きい立体トラス中央部分を対象としているが、この載荷状態により多軸載荷の影響を最も明快に把握することできると考え、鋼管径/鋼球径を4種類($d/D \equiv 0.17 \sim 0.64$)、鋼球の径厚比を3種類($D/t_b = 20 \sim 50$)としたパラメトリック・スタディーを行なう。(2)については実際に用いられている立体トラスの部材寸法を考慮したモデルに対しケース・スタディーを行なう。

§ 5-2 解析方法

5-2-1 弾塑性有限要素解析法

本章で用いた弾塑性有限要素解析プログラムは、ABAQUS (Version 5.2)^{5.1)}である。以下に主な解析仮定を示す。

- (1) 要素には4節点および3節点のシェル要素を用いる。
- (2) 降伏条件には Von Mises の降伏条件を用いる。
- (3) 塑性材料に対する構成方程式は、連合流れ則に基づく。
- (4) 塑性材料は完全弾塑性材とする。
- (5) 断面の塑性化は、板を5層に分けた積層アプローチにより表現する。
- (6) 幾何学的非線形性を考慮する。
- (7) 増分解析には、修正弧長増分法を用いる。

5-2-2 解析モデル

鋼球の弾塑性挙動を有限要素解析法により忠実に追跡するためには、第2章で示した鋼球の材料性状、すなわち、鋼球の各位置で異なる分布を示す(1)板厚の変化、(2)機械的性質の変化、(3)残留応力の発生のみならず半球溶接時の熱影響等も考慮にいれねばならず非常に困難である。しかし、第3章の極限解析による耐力評価では、材料の降伏点として鋼球から取り出した引張試験片による値を用いれば、実用的に十分な精度でその最大耐力を推定できることが示された。また、本章の目的は多軸載荷状態にある球継手の最大耐力が、単軸載荷状態の場合と比較してどのようなになるかを調べることにあつた。よって、鋼球の不均一な材料性状および残留応力に対しては考慮せずに均一で残留応力の無い理想化された鋼球に対して解析を行なう。

単軸載荷時の実験結果との対応関係を調べるために、図5-1に示す全体の1/8の解析モ

デルを用いて有限要素法による解析を行なう。実験結果との対応関係を調べるだけであれば、軸対称要素を用いれば簡略な解析を行なうことができるが、5-3節および5-4節で用いる解析モデルの検証を目的としているので次節以降の解析モデルとはほぼ同一モデルで解析を行なう。

球厚には原板の板厚の実測値を用いる。材料は完全弾塑性で、ヤング係数 $E=2100 \text{ tf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3$ とし、解析上の降伏点には第3章で用いた鋼球の降伏点を用いる。鋼管と鋼球が出会う溶接部分では、図5-2に示すように溶接ビードの余盛を含む範囲について、材料の塑性化を許さない。

第3章で示したM36(2)、M48(1)、M24(1)の鋼球を用いた試験体に対して解析を行ない、実験結果と比較する。

5-2-3 実験結果と解析結果の比較

図5-3に鋼球の荷重(F)－変形(Δ)関係に関する有限要素法による結果と実験結果の比較を示す。実験における最大耐力 f_{max} 、有限要素解析による最大耐力 F_{fmax} および第3章で得られた極限解析による真の崩壊荷重 c_{fb} を表5-1に示す。図5-4に f_{max} 、 F_{fmax} および c_{fb} の関係を横軸に負荷位置 ϕ_α と示す。ただし、負荷位置 ϕ_α には鋼管溶接ビードの余盛を含む外径の寸法を与えている。

実験における荷重－変形関係では、非線形性が徐々に現われて最大耐力に達するのにに対し、有限要素法による結果は、線形的に耐力上昇し、最大耐力に達する。この挙動の差は、解析では残留応力を考慮していないことと、材料の応力－ひずみ関係を完全弾塑性としていることが原因と考えられる。

しかし、最大耐力に関しては、実験値と解析値の比 f_{max}/F_{fmax} は、0.85～1.08の範囲にあり、両者は良く一致している。また、有限要素法による解析値と極限解析による崩壊荷重の比 F_{fmax}/c_{fb} も、0.95～1.16の範囲にあり、両者は良く一致している。

図5-4に示すように、負荷位置 ϕ_α の変化に伴う耐力変化の割合についても、 f_{max} 、 F_{fmax} および c_{fb} の3者は良く対応している。

図5-5に解析モデルの変形状態の一例を示す。変形モードは鋼管溶接部近傍における鋼球の局部崩壊を示しており、実験結果と一致している。

これらの結果より、本節で用いた理想化された鋼球に対する解析モデルにより、球継手の最大耐力を推定できると考えられる。

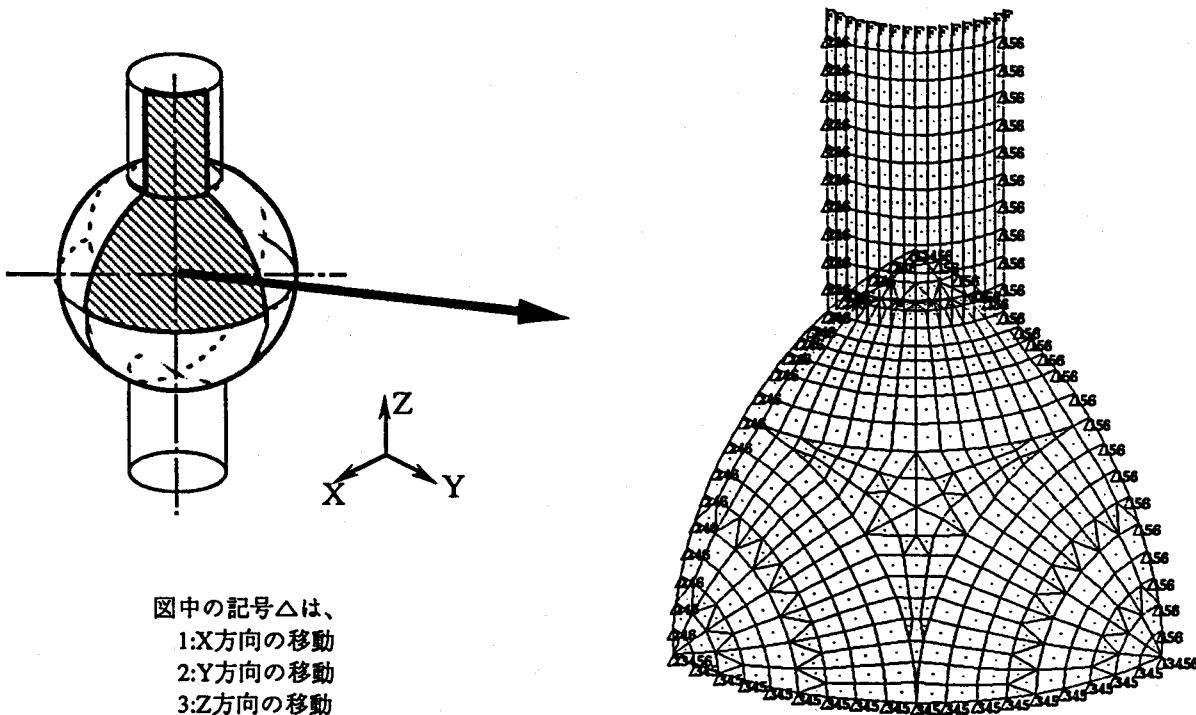


図5-1 解析モデル

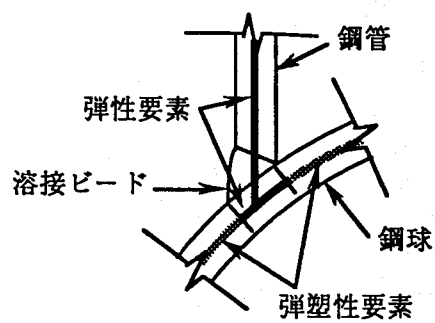
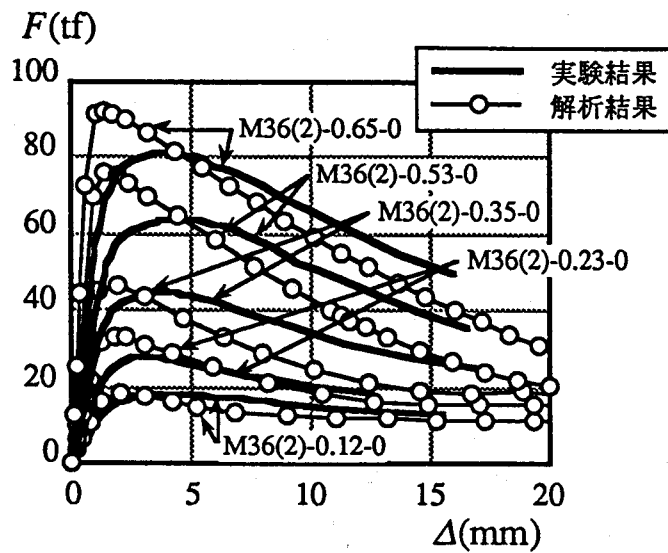
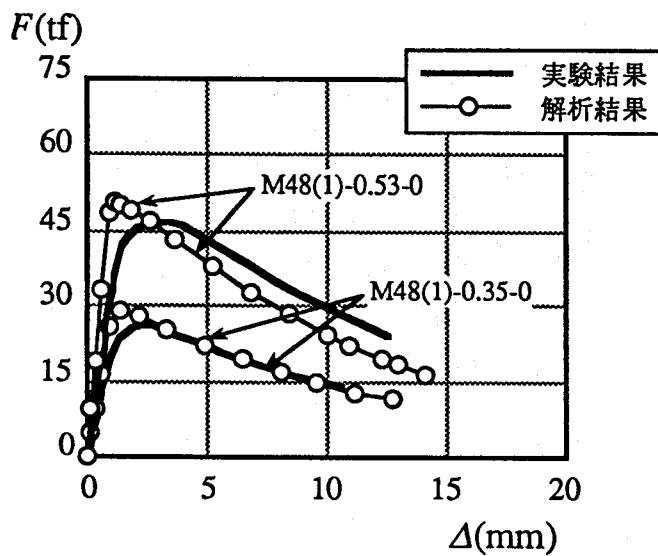


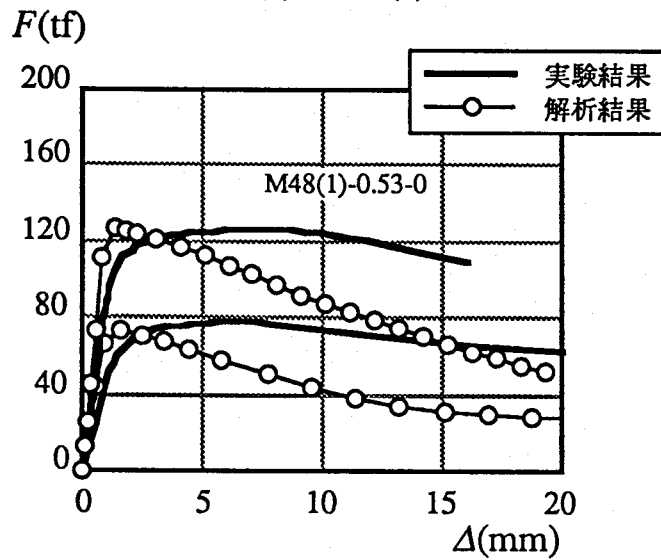
図5-2 溶接部のモデル化



(a) M36(2)

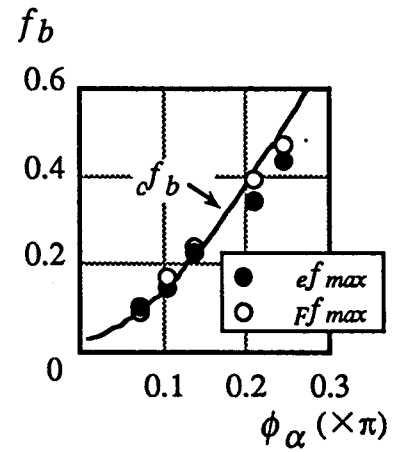


(b) M48(1)

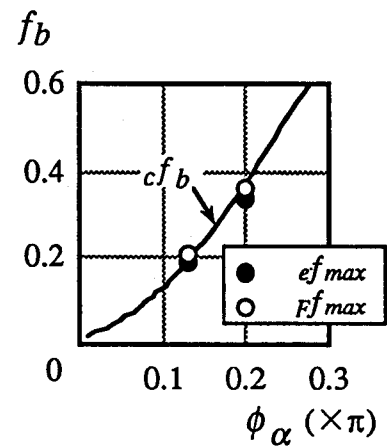


(c) M24(1)

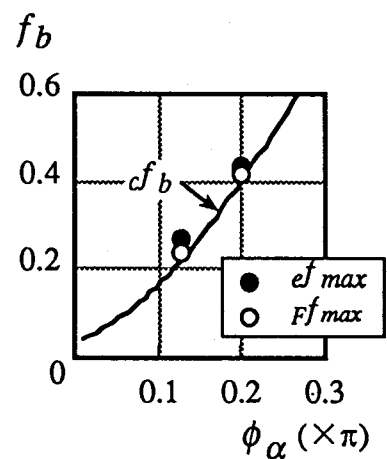
図5-3 荷重一局部変形関係



(a) M36(2)



(b) M48(1)



(c) M24(1)

図5-4 最大耐力の比較

表5-1 最大耐力の比較

試験体名	ef_{max}	Ff_{max}	cf_b	$\frac{ef_{max}}{Ff_{max}}$	$\frac{Ff_{max}}{cf_b}$
M36(2)-0.12-0	0.098	0.098	0.094	1.00	1.04
M36(2)-0.23-0	0.150	0.176	0.152	0.85	1.16
M36(2)-0.35-0	0.239	0.247	0.221	0.97	1.12
M36(2)-0.53-0	0.342	0.396	0.403	0.86	0.98
M36(2)-0.65-0	0.436	0.492	0.518	0.89	0.95
M48(1)-0.35-0	0.187	0.208	0.194	0.90	1.07
M48(1)-0.53-0	0.335	0.359	0.375	0.93	0.96
M24(1)-0.35-0	0.270	0.251	0.223	1.08	1.12
M24(1)-0.53-0	0.437	0.434	0.405	1.01	1.07

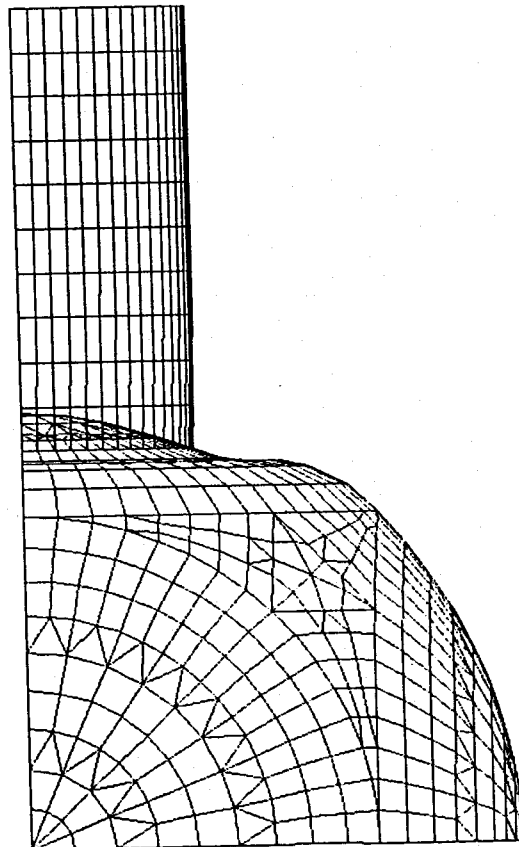


図5-5 有限要素法による変形モード

§ 5-3 2軸载荷

5-3-1 解析モデル

弦材からの軸方向力が卓越する場合を対象に、同一の径を有する鋼管が直交2方向から鋼球に取付くモデルを考える。解析モデルは、図5-6に示すように全体の1/8である。解析変数を以下に示す。

(1) 球殻の径厚比による変数

$$\omega = 40, 60, 100$$

(2) 管径と球径の比による変数

$$\phi_\alpha = (1/18)\pi, (2/18)\pi, (3/18)\pi, (4/18)\pi$$

(3) X方向からの荷重 F_X とY方向からの荷重 F_Y との比。表5-2 および図5-7 に示す。

载荷はいずれも比例载荷とする。球の中心半径は10 cm とし、その材料は完全弾塑性で、ヤング係数 $E = 2100 \text{ tf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ および 降伏点 $\sigma_{bo} = 5 \text{ tf/cm}^2$ とする。

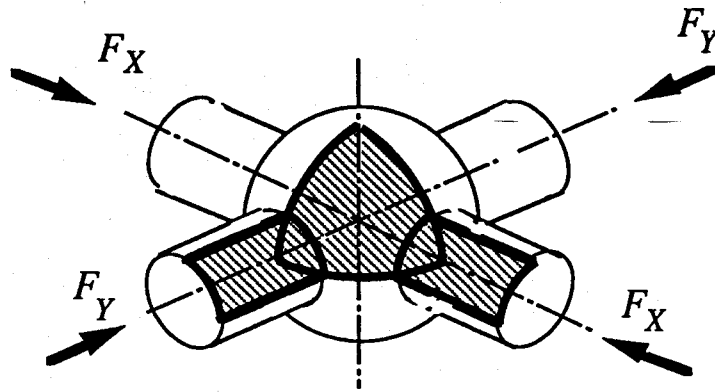


図5-6 解析モデル

表5-2 载荷方法

Case No.	载荷方法
Case1*	$F_Y = 0, F_X > 0$
Case2*	$F_Y = 0, F_X > 0$
Case3	$F_Y = 0.5 \cdot F_X > 0$
Case4	$F_Y = F_X > 0$
Case5	$F_Y = -0.5 \cdot F_X < 0$
Case6	$F_Y = -F_X < 0$
Case7	$F_Y = -2 \cdot F_X < 0$
Case8	$F_X = 0, F_Y < 0$

*: Case1 はY方向の鋼管無し

Case2 はY方向の鋼管有り

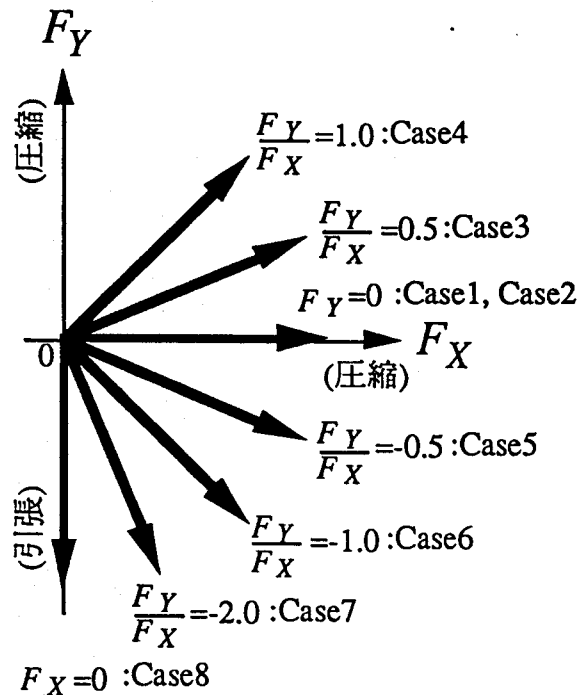


図5-7 载荷方法

鋼管径と鋼球径の比により決まる角度 $\phi_\alpha = (1/18)\pi$, $(2/18)\pi$ は実際には主に斜材に対する値であるが、2軸载荷状態により多軸载荷の影響を最も明快に把握することができると考え、このような部材寸法比を設定する。

球継手が引張力を受ける解析も行なうが、本解析では鋼管と鋼球の溶接部は適切に設計されていることを前提とし、溶接部のぜい性的な破壊は起こらないとする。

5-3-2 解析結果と考察

(i) 直交方向の荷重が継手耐力に及ぼす影響

直交方向の荷重の存在が鋼球の荷重－変形関係に与える影響を $\omega = 60$, $\phi_\alpha = (3/18)\pi$ の鋼球について図 5-8 に示す。同図より以下のことがわかる。

- (1) 直交方向に圧縮力を作用させた Case 3～Case 6 の最大耐力は、単軸圧縮载荷状態の Case 2 に比べて低下する。
- (2) 最も耐力低下の大きな载荷は、直交方向の荷重の絶対値が継手耐力を求めようとする方向の荷重と等しい、 $F_Y = F_X$ (Case 4) および $F_Y = -F_X$ (Case 6) の場合である。
- (3) 単軸引張载荷状態 (Case 8) の場合では荷重低下が起こらない。
- (4) 直交方向に鋼管が付いている Case 2 と付いていない Case 1 を比較すると、その荷重－変形関係はほとんど一致しており、直交方向の鋼管の存在は継手耐力に影響

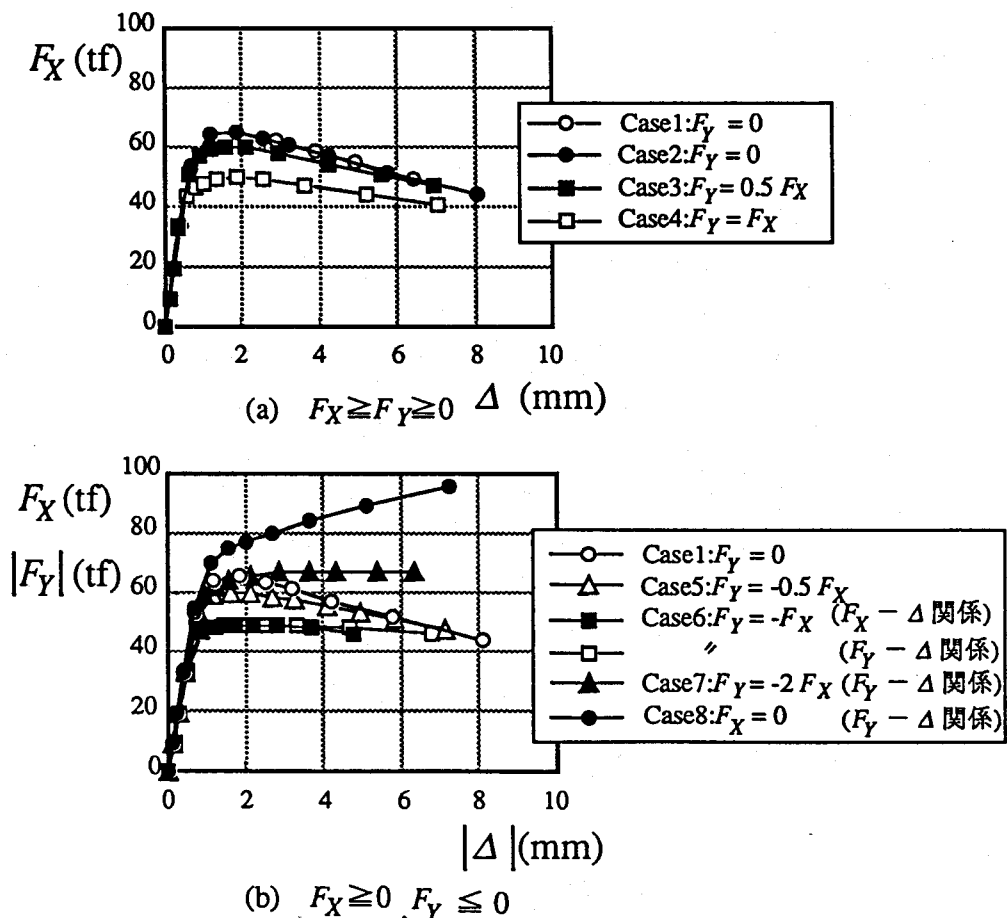


図5-8 直交方向の外力が継手耐力に及ぼす影響

(ii) 径比と継手耐力との関係

管径と球径の比が鋼球の荷重－変形関係に与える影響を $\omega = 60$ の球殻で $F_Y = 0$ (Case2), $F_Y = F_X$ (Case4) および $F_Y = -F_X$ (Case6) の場合について図5-9に示す。同図より以下のことがわかる。

- (1) $\phi_\alpha = (1/18)\pi$ では、Case2とCase4およびCase6の荷重－変形関係は一致しており、直交方向の荷重の存在は、継手耐力に影響を与えない。
- (2) $\phi_\alpha \geq (2/18)\pi$ では、 ϕ_α が大きくなるに従い直交方向の力の存在が継手耐力を低下させる割合が大きくなる。
- (3) 直交方向の力が圧縮の場合と引張の場合を比べると、 $\phi_\alpha = (3/18)\pi$ までは両者の耐力低下の程度は等しいが、 $\phi_\alpha = (4/18)\pi$ では引張力を作用させた場合の方が圧縮力を作用させた場合よりも耐力低下が大きい。

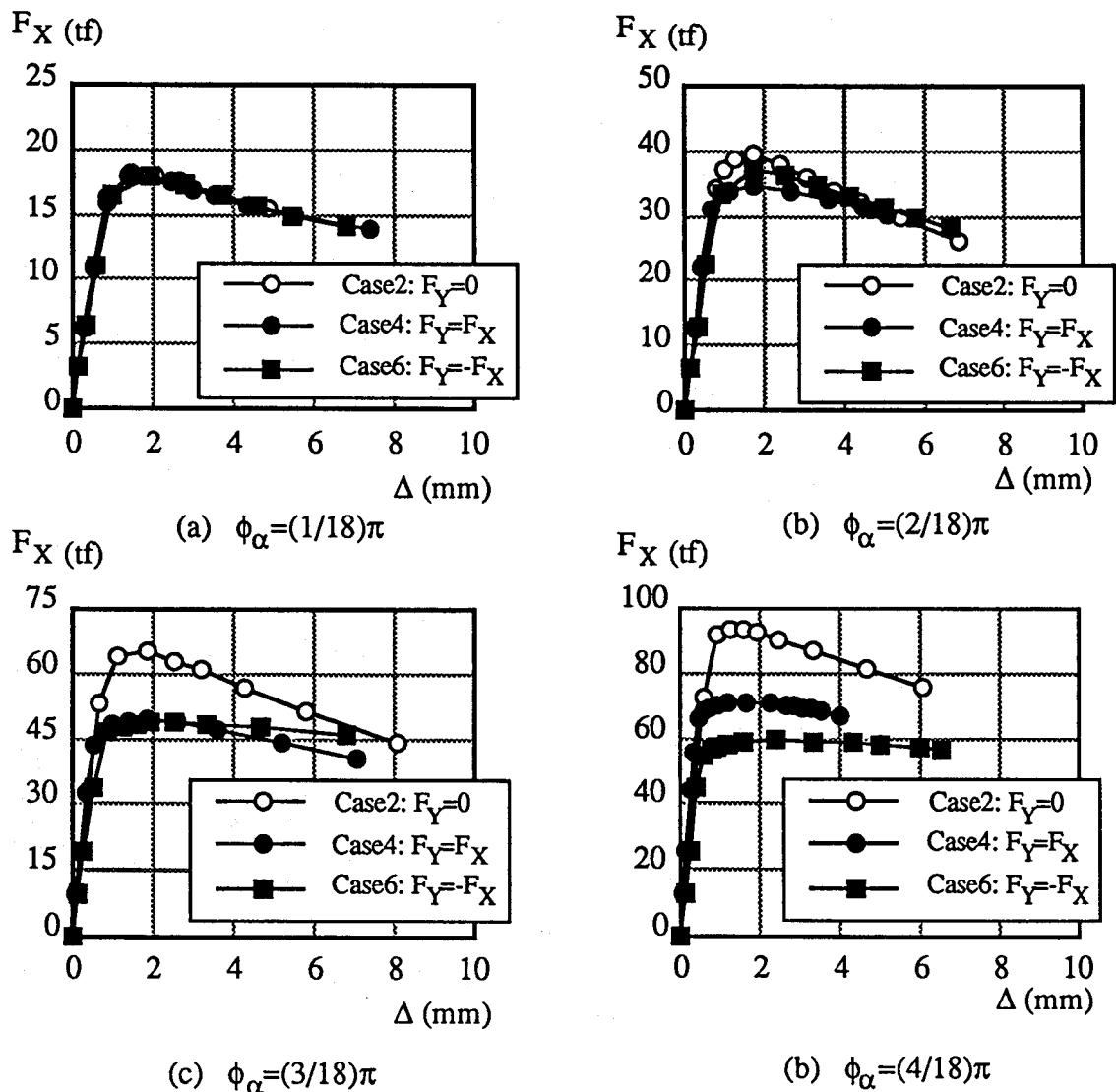


図5-9 ϕ_α と2軸载荷の関係

(iii) 継手耐力の相関関係

得られた最大耐力を $2\pi R_m N_{ob}$ で無次元化して、表5-3に示す。ただし、圧縮力 F_X よりも大きな引張力 F_Y を加えた Case7 および単軸引張状態の Case 8 では耐力低下が起こらないため、ここでは、その最大耐力を図5-10に示すように Case 1 の最大耐力時の変形に達した時の荷重と定義する。これは、継手の過大な局部変形を許さないように考慮したものである。

それぞれの载荷状態について得られた最大荷重点における $F_{X,max}$ および $F_{Y,max}$ の値を $F_X - F_Y$ 平面上に移すと両者の相関関係が得られる。図5-11は $F_{X,max}$ および $F_{Y,max}$ を単軸圧縮载荷時 (Case 1) の最大耐力 $F_{O,max}$ で除し、両者の相関関係を示したものである。また、図5-12は、 $F_Y = F_X$ (Case 4) および $F_Y = -F_X$ (Case 6) の場合について直交する管のギャップ角度 $\phi_g (= \pi/2 - 2\phi_\alpha)$ を横軸に取り耐力低下の様子を示したものである。両図より以下のことがわかる。

- (1) いずれの径厚比においても直交方向の荷重の絶対値が継手耐力を求めようとする方向の荷重と等しい場合、すなわち $F_Y = F_X$ (Case 4) および $F_Y = -F_X$ (Case 6) の場合の耐力低下が最も大きい。
- (2) $F_Y = F_X$ (Case 4) の場合、ギャップ角度 $\phi_g = (3/18)\pi \sim (7/18)\pi$ の範囲では、 ϕ_g が小さくなるに従い線形的に耐力は低下し、その程度は径厚比に依存せず、 $\phi_g = (5/18)\pi$ で単軸载荷時の 0.9 倍程度、 $\phi_g = (3/18)\pi$ で 0.8 倍程度になり、 $\phi_g \leq (3/18)\pi$ の範囲では一定値 0.8 倍程度となる。
- (3) $F_Y = -F_X$ (Case 6) の場合、ギャップ角度 $\phi_g = (1/18)\pi \sim (7/18)\pi$ の範囲で、 ϕ_g が小さくなるに従い線形的に耐力が低下し、その程度は径厚比に依存しない。
- (4) ギャップ角度 $\phi_g = (3/18)\pi \sim (7/18)\pi$ の範囲では、 $F_Y = F_X$ (Case 4) の場合と $F_Y = -F_X$ (Case 6) の場合の ϕ_g の減少に伴う耐力低下の割合は概ね同程度である。
- (5) いずれの径厚比でも $\phi_\alpha = (1/18)\pi$ 、すなわち $\phi_g = (7/18)\pi$ の時は、 $F_{X,max}$ と $F_{Y,max}$ の関係は独立である。
- (6) 径厚比が変化しても $F_{X,max}$ と $F_{Y,max}$ の相関関係は概ね同様である。

5-3-3 耐力評価

試みに、直交方向の荷重が継手耐力に及ぼす影響を、

$$\left(\frac{F_{X,max}}{F_{O,max}}\right)^2 + \left(\frac{F_{Y,max}}{F_{O,max}}\right)^2 = 1 \quad (5-1)$$

と置き、上式より得られる相関曲線を図5-11に示す。通常の立体トラスでは、弦材の鋼管径と継手の鋼球径の比 $d/D = 0.35 \sim 0.5$ 、すなわち、 $\phi_\alpha = (2/18)\pi \sim (3/18)\pi$ 程度であり、(5-1)式による相関曲線は、 $\phi_\alpha \leq (3/18)\pi$ ならば、いずれの径厚比についても安全側の値を与える。

より簡単には、最も不利な F_X と F_Y の組み合わせが $F_Y = \pm F_X$ の場合であるから、第3章で提案した単軸载荷時の耐力推定式に基づいて、弦材より受ける荷重が斜材より受ける荷重に比べて卓越する立体トラスの中央部分に対する安全側の耐力評価式として、

$$f_b^{bi} = \frac{1}{\sqrt{2}} f_b \quad (5-2a)$$

$$f_b = \frac{2}{2+\omega} \cos^2 \phi_\alpha + \sin^2 \phi_\alpha \quad (5-2b)$$

が得られる。ただし、 f_b^{bi} および f_b は、それぞれ2軸载荷状態および単軸载荷状態における無次元化した最大耐力推定値を表わす。

表5-3 解析結果

ω	ϕ_α	f_b	Ff_{max}							
			Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6	Case7	Case8
40	$(1/18)\pi$	0.101	0.108	0.108	0.108	0.106	0.107	0.107	0.120	0.121
	$(2/18)\pi$	0.196	0.214	0.214	0.208	0.186	0.211	0.196	0.231	0.239
	$(3/18)\pi$	0.323	0.345	0.347	0.324	0.268	0.312	0.248	0.320	0.376
	$(4/18)\pi$	0.473	0.475	0.482	0.453	0.368	0.380	0.304	0.374	0.514
60	$(1/18)\pi$	0.081	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.086	0.096	0.098
	$(2/18)\pi$	0.173	0.189	0.189	0.183	0.166	0.185	0.177	0.211	0.218
	$(3/18)\pi$	0.301	0.311	0.312	0.288	0.237	0.286	0.234	0.310	0.363
	$(4/18)\pi$	0.455	0.436	0.447	0.422	0.340	0.357	0.284	0.357	0.485
100	$(1/18)\pi$	0.063	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.067	0.076	0.078
	$(2/18)\pi$	0.152	0.162	0.162	0.158	0.148	0.159	0.153	0.187	0.196
	$(3/18)\pi$	0.282	0.272	0.272	0.252	0.208	0.257	0.217	0.272	0.304
	$(4/18)\pi$	0.439	0.395	0.405	0.385	0.304	0.328	0.261	0.342	0.456

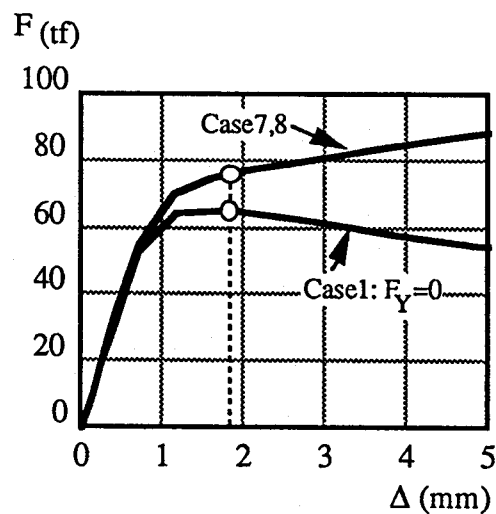
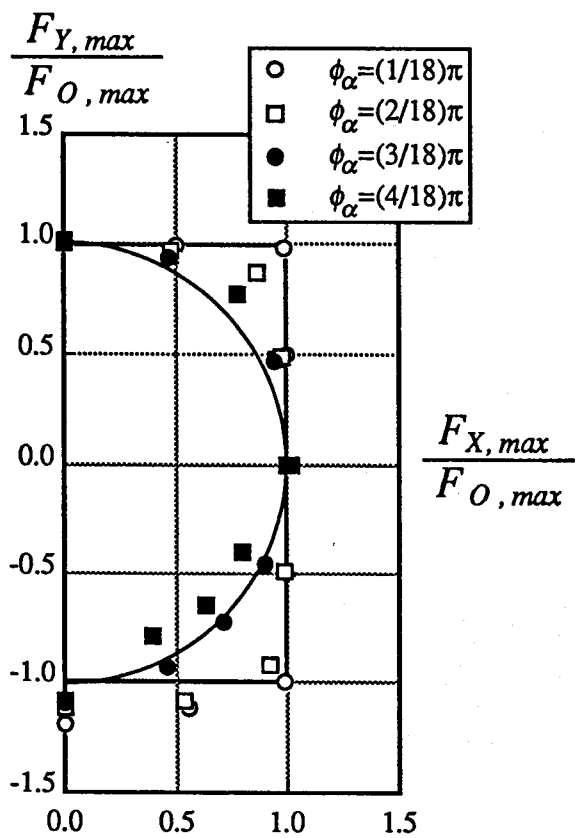
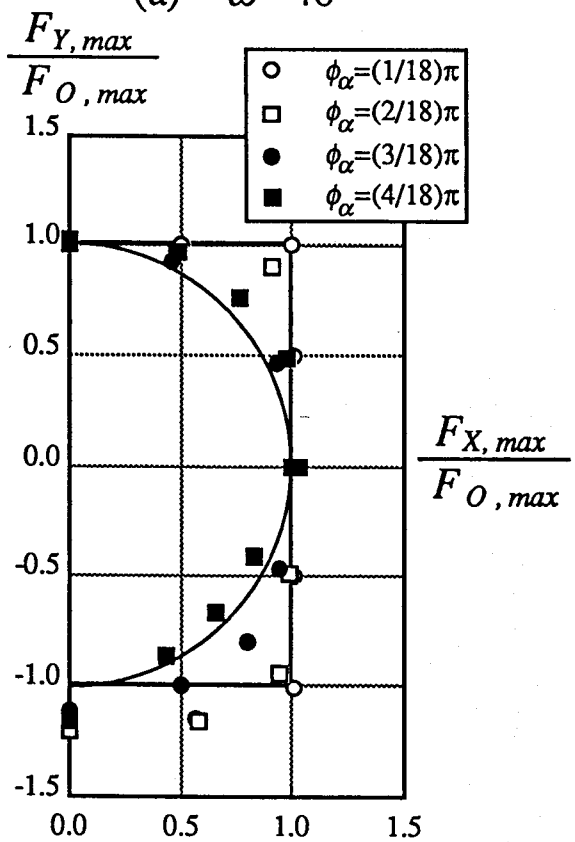


図5-10 引張時の最大耐力の定義

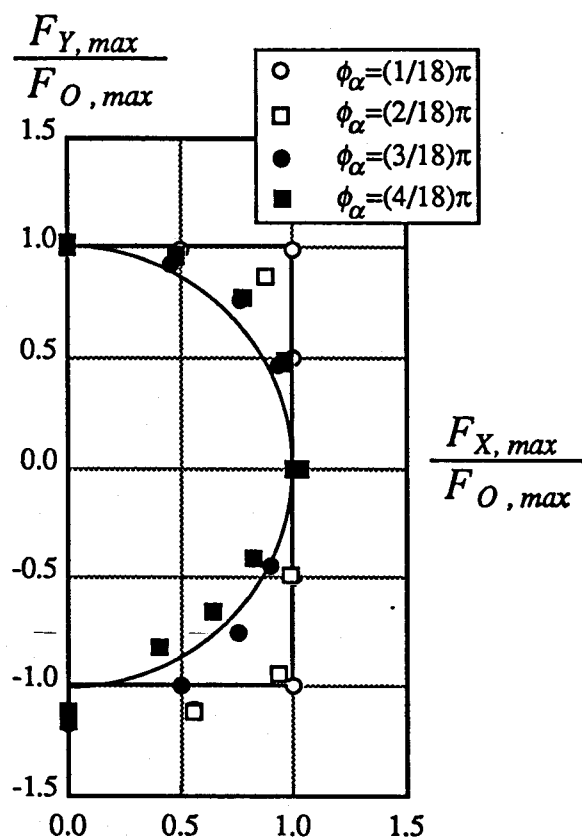


(a) $\omega = 40$

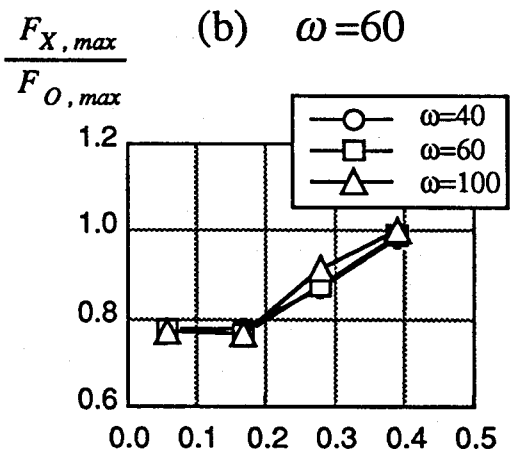


(c) $\omega = 100$

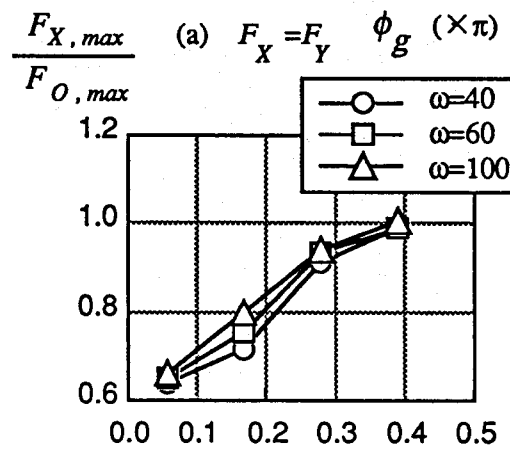
図5-11 相関関係図



(b) $\omega = 60$



(a) $F_X = F_Y$ ϕ_g ($\times \pi$)



(b) $F_X = F_Y$ ϕ_g ($\times \pi$)

図5-12 $\frac{F_{X,max}}{F_{O,max}}$ - ϕ_g 関係

§ 5-4 弦材と斜材を考慮した多軸載荷

5-4-1 解析モデル

(i) 単位構成要素

図5-13に示す立体トラスから単位構成要素を取りだし、図5-14に示すようにその1/2を解析モデルとする。解析モデルの部材寸法比は、

- | | | |
|----------------|----------------------|------------------------------------|
| (1) 鋼球の径厚比 | $D/t_b = 30,$ | $\omega = 60,$ |
| (2) 弦材の管径と球径の比 | $d_{chord}/D = 0.5$ | $\phi_{\alpha, chord} = (3/18)\pi$ |
| (3) 斜材の管径と球径の比 | $d_{brace}/D = 0.34$ | $\phi_{\alpha, brace} = (2/18)\pi$ |

である。(2)および(3)は鋼管立体トラスの実施設計例を参考に決めた値で、通常 $d_{chord}/D = 0.35 \sim 0.5$ 程度、 $d_{brace}/D = 0.2 \sim 0.35$ 程度であり、解析例では、より両者の相関が大きくなるようにそれぞれの上限值を与えた。また、(1)については5-3節の結果より径厚比が変化しても2軸載荷の相関の程度は概ね同様であったので1種類に固定した。

このモデルでは

- | | |
|------------------|----------------------|
| (1) 弦材と弦材のギャップ角度 | $\phi_g = (3/18)\pi$ |
| (2) 斜材と斜材のギャップ角度 | $\phi_g = (2/18)\pi$ |
| (3) 斜材と弦材のギャップ角度 | $\phi_g = (1/18)\pi$ |

となる。

鋼球の中心半径は20 cm とし、その材料は完全弾塑性とし、ヤング係数 $E = 2100 \text{ tf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ および降伏点 $\sigma_{b0} = 5 \text{ tf/cm}^2$ である。

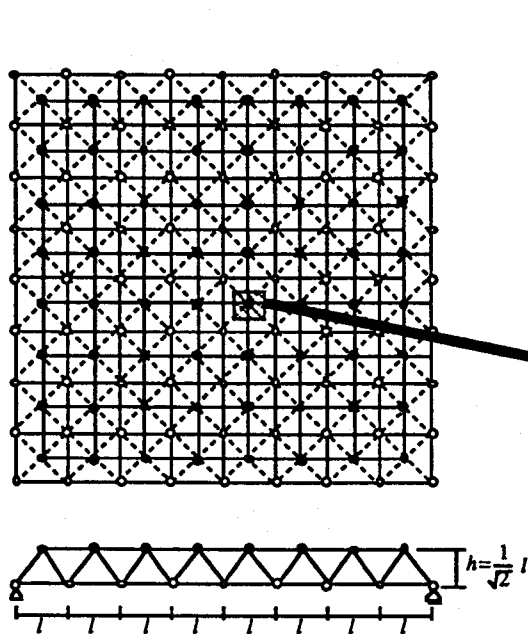


図5-13 鋼管立体トラスの例

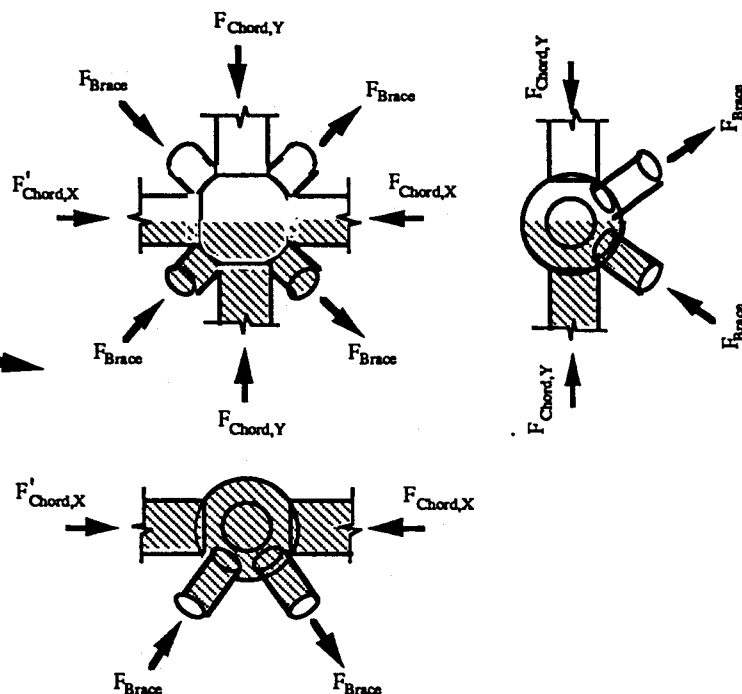


図5-14 解析モデル

(ii) 載荷方法

載荷方法は、図5-15に示す解析モデルに対し以下のように行なった。

- (1) X方向弦材の右端をX方向に拘束。
- (2) X方向弦材の左端よりX方向に圧縮力 $F_{chord,X}$ を載荷。
- (3) Y方向弦材の管端よりY方向に圧縮力 $F_{chord,Y}$ を載荷。
- (4) 左側斜材の管端より球心に向けて圧縮力 F_{brace} を載荷。
- (5) 右側斜材の管端より球心に向けて引張力 F_{brace} を載荷。

この載荷方法では、球が右側弦材より受ける圧縮力

$$F_{chord,X} = F_{chord,X} + 2 F_{brace} \quad (5-3)$$

を受けることになる。

解析変数は、弦材からの軸方向力 F_{chord} と斜材からの軸方向力 F_{brace} の比であり、載荷は比例載荷とする。載荷方法を表5-4および図5-16に示す。ただし、図5-14に示す載荷方向を正とする。載荷力の比は、単軸載荷時の弦材の最大耐力 $F_{chord,O}$ および斜材の最大耐力 $F_{brace,O}$ の結果から斜材側で鋼球が最大耐力に達する Case 1, Case 2 および Case 6, 弦材側で鋼球が最大耐力に達する Case 4 および Case 5, 同時に鋼球が最大耐力に達する Case 3 の6ケースを設定した。

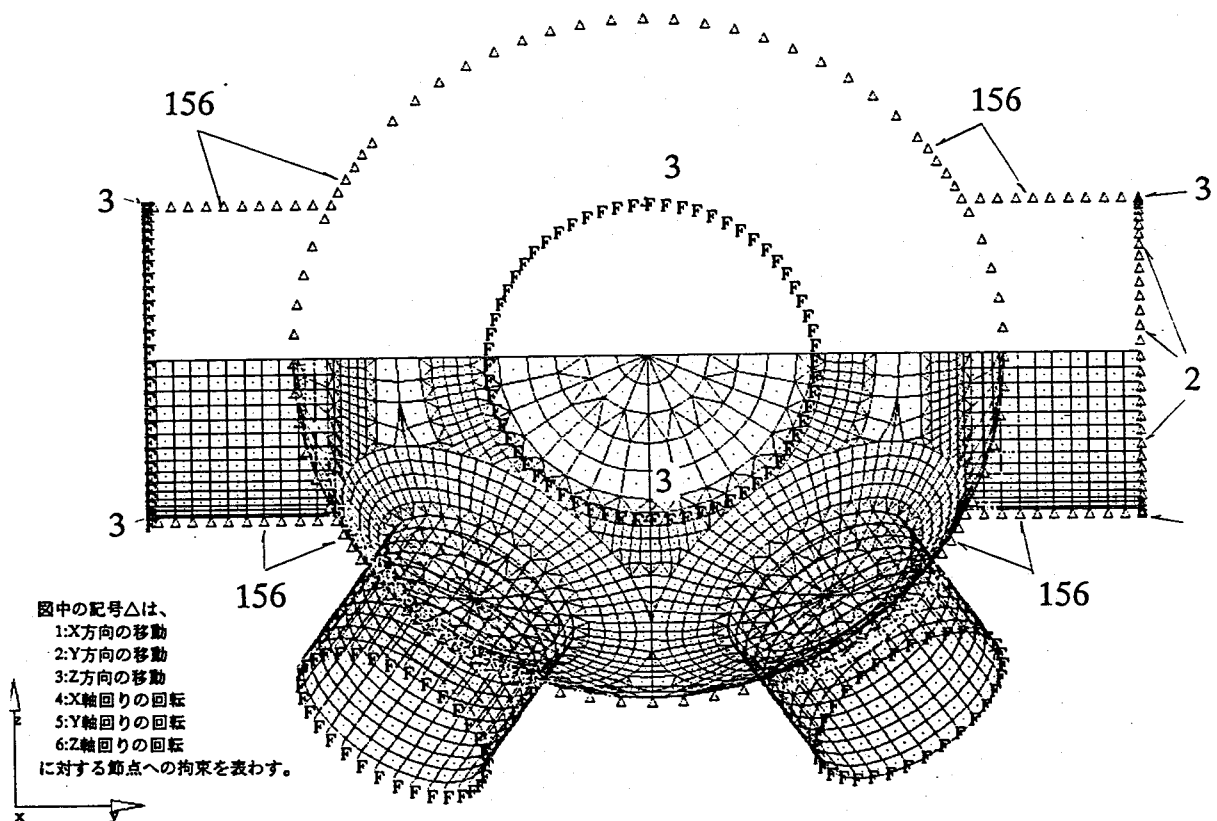


図5-15 解析モデル

表5-4 載荷ケース

Case No.	載荷の方法
Case 1	$\frac{F_{\text{chord},Y}}{F_{\text{chord},O}} = 0, \frac{F_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = -\frac{F'_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 0.61 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}$
Case 2	$\frac{F_{\text{chord},Y}}{F_{\text{chord},O}} = \frac{F_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = -\frac{F'_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 0.61 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}$
Case 3	$\frac{F_{\text{chord},Y}}{F_{\text{chord},O}} = \frac{F_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}, \frac{F'_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = -0.22 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}$
Case 4	$\frac{F_{\text{chord},Y}}{F_{\text{chord},O}} = \frac{F_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 2 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}, \frac{F'_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 0.78 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}$
Case 5	$\frac{F_{\text{chord},Y}}{F_{\text{chord},O}} = \frac{F_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 1.33 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}, \frac{F'_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 0.11 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}$
Case 6	$\frac{F_{\text{chord},Y}}{F_{\text{chord},O}} = \frac{F_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = 0.75 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}, \frac{F'_{\text{chord},X}}{F_{\text{chord},O}} = -0.47 \frac{F_{\text{brace}}}{F_{\text{brace},O}}$

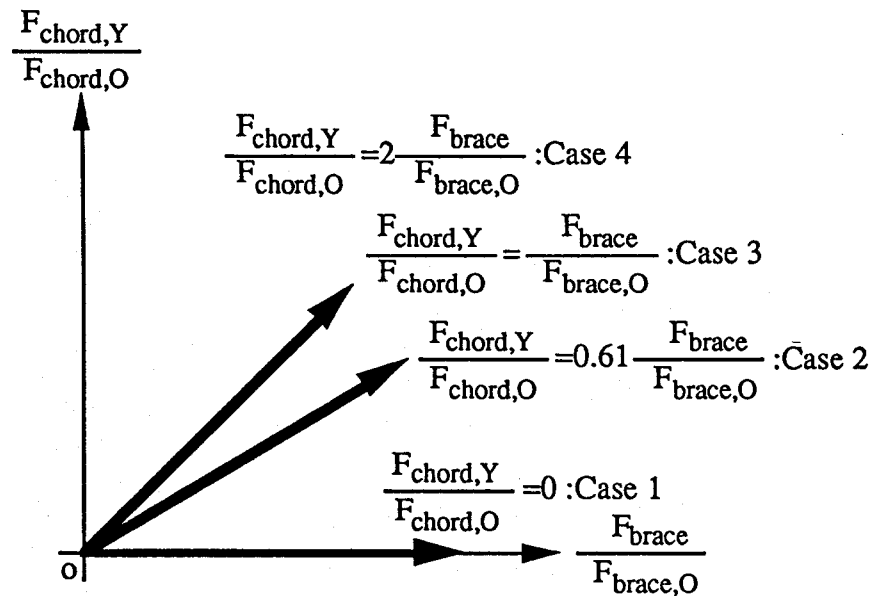


図5-16 載荷ケース

5-4-2 解析結果と考察

鋼球の弦材側および斜材側の荷重－変形関係をそれぞれ図5-17(a)および(b)に示す。同図には対応する単軸載荷時および2軸載荷時の結果も併せて示す。代表的な崩壊例としてCase 2, Case 3およびCase 4の最大耐力時の変形モードを図5-18に示す。

設定した通り, Case 1, Case 2 および Case 6 については斜材側で, Case 4 および Case 5 では弦材側で継手耐力が決定した。両者が同時に最大耐力に達するように設定したCase3は, 斜材側で継手耐力が決定した。弦材側および斜材側ともに, 他方の载荷軸力が大きくなるにつれて, その継手耐力は低下する。

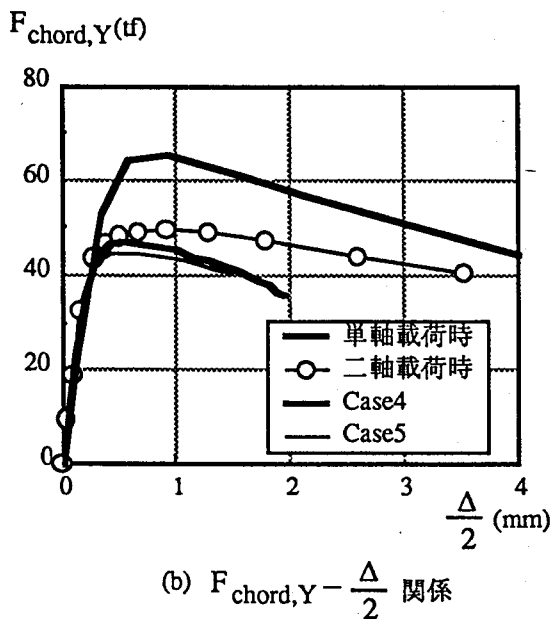
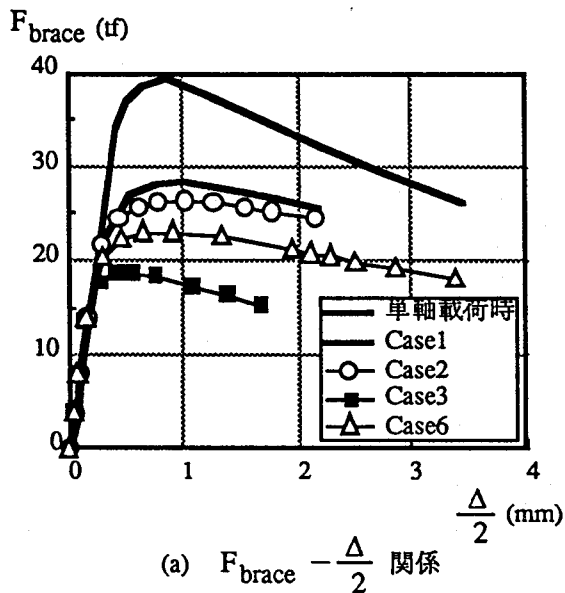
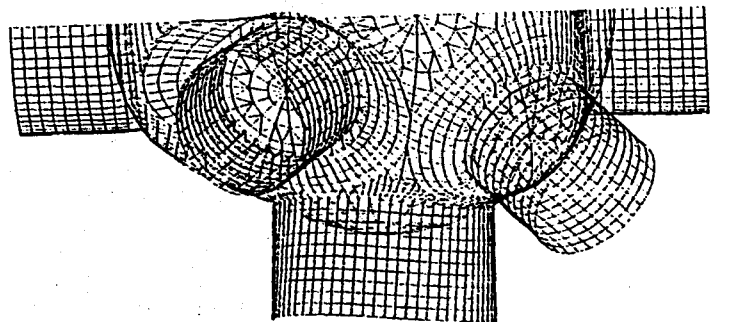
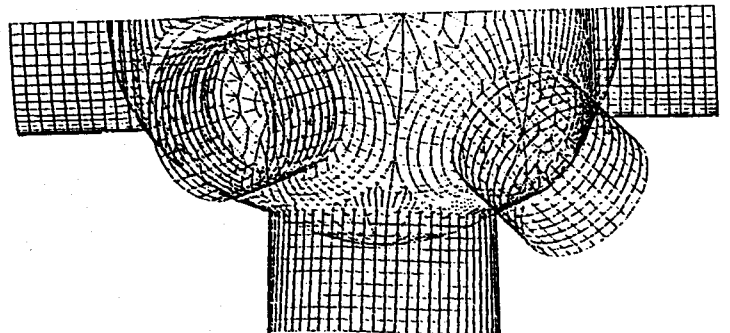


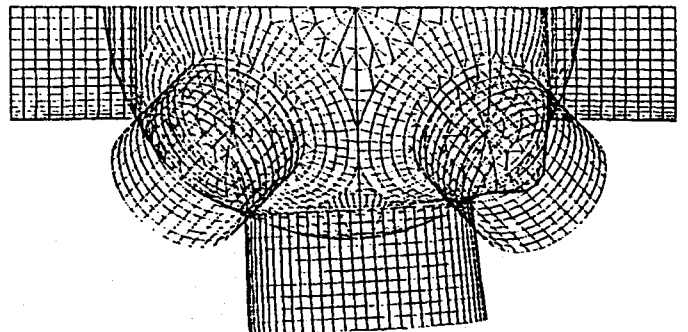
図5-17 荷重－変形関係



(a) Case 2



(b) Case 3



(c) Case 4

図5-18 変形モード

5-4-3 耐力評価

得られた最大耐力を $2\pi R_m N_o$ で無次元して、表5-5に示す。最大耐力 $F_{\text{chord,max}}$ および $F_{\text{brace,max}}$ をそれぞれ、5-3節で得られた単軸載荷時の最大耐力 $F_{\text{chord,o}}$ および $F_{\text{brace,o}}$ で除して両者の相関関係を図5-19に示す。同図より以下のことがわかる。

(1) 弦材側の継手耐力

- ・ $F_{\text{brace}}/F_{\text{brace,o}} \leq 0.4$ の場合：継手耐力は5-3節で得られた2軸載荷時の耐力評価(5-2)式で安全側に評価化出来る。
- ・ $F_{\text{brace}}/F_{\text{brace,o}} \geq 0.4$ の場合：継手耐力は斜材軸方向力の影響を受ける。

(2) 斜材側の継手耐力

- ・ $F_{\text{chord}}/F_{\text{chord,o}} \leq 0.4$ の場合：継手耐力は5-3節で得られた2軸載荷時の耐力評価(5-2)式で概ね安全側に評価化出来る。
- ・ $F_{\text{chord}}/F_{\text{chord,o}} \geq 0.4$ の場合：継手耐力は弦材軸方向力の影響を受ける。

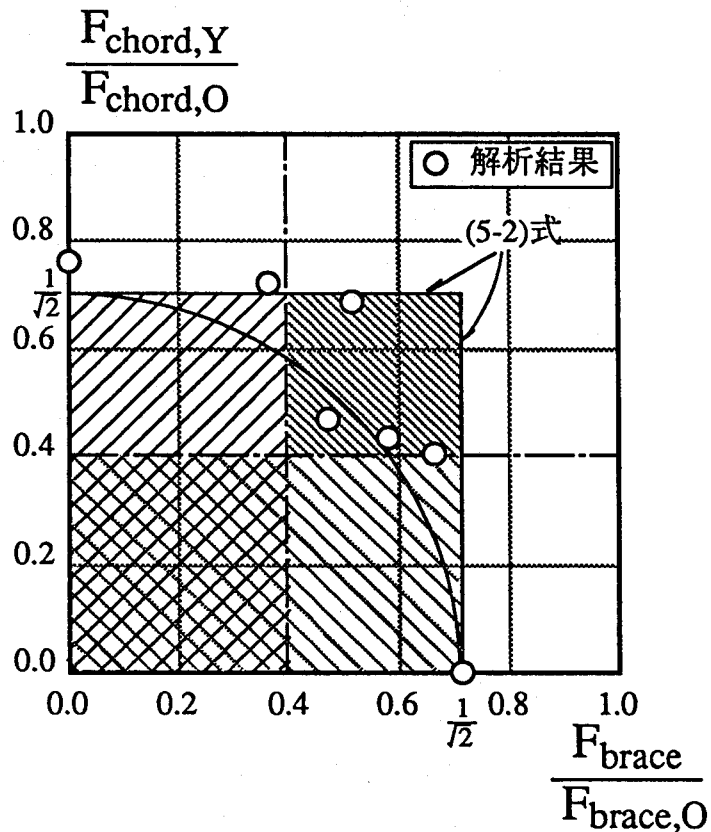


図5-19 弦材側と斜材側の継手耐力の相関

表5-5 解析結果

fmax	fo	Case1	Case2	Case3	Case4	Case5	Case6
fbrace,max	0.173	0.135	0.126	0.089	0.069	0.097	0.110
fchord,max	0.301	0	0.126	0.147	0.225	0.213	0.135
崩壊位置		斜材	斜材	斜材	弦材	弦材	斜材

- (3) 弦材側の継手耐力と斜材側の継手耐力が相関を持つ $F_{brace}/F_{brace,0} \geq 0.4$ かつ $F_{chord}/F_{chord,0} \geq 0.4$ の範囲では、図5-19中に示す相関曲線

$$\left(\frac{F_{chord}}{F_{chord,0}}\right)^2 + \left(\frac{F_{brace}}{F_{brace,0}}\right)^2 = \frac{1}{2} \quad (5-4)$$

により概ね安全側の耐力評価が可能である。

§ 5-5 結論

継手耐力に及ぼす多軸載荷の影響を弾塑性有限要素法を用いた数値実験により求めた。
2 軸載荷によるパラメトリック・スタディーより以下の成果を得た。

- (1) 直交方向の外力が継手耐力に与える影響は、鋼管同志のギャップ角度が小さい程大きくなる
- (2) 径厚比が変化しても継手耐力の相関は概ね同程度である。
- (3) 2 軸載荷時の耐力評価法として、第 3 章で提案した単軸載荷時の耐力推定値に基づく (5-2) 式が得られた。

実際に用いられている立体トラスの部材寸法を考慮した解析モデルを用いたケース・スタディーより以下の成果を得た。

- (1) 弦材側の継手耐力および斜材側の継手耐力ともに他方の載荷軸力が、その方向の単軸時の継手耐力の 0.4 以下の範囲であれば、両者の相関は少なく、2 軸載荷時の耐力推定式により評価することが可能である。
- (2) 弦材側の継手耐力と斜材側の継手耐力が相関を持つ範囲では、(5-4) 式により耐力評価が可能である。

[参考文献]

- 5.1) Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. : ABAQUS Version 5.2, 1991

第6章 結論

本論文は、鋼管立体トラスに用いられる球継手の耐力を実験的および解析的に明らかにし、その継手設計手法の確立を目指した研究をまとめたものである。

以下に本論文の各章で明らかにされた知見を総括する。

第2章では、鋼球の元となる半球について、冷間成形が材料性状に与える影響を調べた。以下に結論を要約する。

- (1) 冷間塑性加工により、球厚は原板の板厚に比べ、頂部では5～10 % 程度減少し、すそ部では14～18 % 程度増加する。
- (2) 測定された球厚より塑性ひずみの分布を推定すると、経線方向および緯線方向ともにすそ部に行くほどその絶対値は増加し、すそ部ほどその塑性化の程度が著しい。
- (3) 球材の降伏点は、原板の1.4～2.0倍になる。降伏点の上昇率は、すそ部が頂部よりも大きくなり、また、経線方向が緯線方向よりも大きくなる。降伏点の上昇率は、塑性ひずみより計算した相当塑性ひずみと原板の真応力と対数ひずみの関係を用いて概略推定することができる。
- (4) 球材の引張強さは、原板の1.1～1.3倍になるが、これは塑性加工に伴う塑性ひずみが大きく、公称応力で比較できる範囲を越えているためで、引張強さ時の真応力で比較すると両者は概ね一致する。
- (5) 解放ひずみを用いて半球内に封じ込められている断面力を計算したところ、半球のすそ付近($\phi=1.05\sim1.57$ rad)で最大となり、頂部ではほとんど存在しない。また、経線方向および緯線方向の曲げモーメントを原板の降伏モーメントで無次元化した値の絶対値は、径厚比が小さくなるに従い増加する傾向にあり、M24(1)の半球におけるそれらの最大値は、原板の降伏モーメントの1.2～1.4倍に達する。

第3章では、継手耐力を評価する上で最も基礎となる無補強球継手の単軸載荷時の弾塑性挙動を実験的に確認するとともに、極限解析の手法に基づき継手耐力を評価した。以下に結論を要約する。

- (1) 軸対称殻の極限解析に関する分野に次の2つの新しい知見を付け加えた。
 - ・解析モデルは球殻の部分領域が塑性流れを起こすことにより崩壊機構を形成する。降伏領域と剛領域の境界は降伏関節円となるが、この位置における応力成分は既往の条件のみでは一意に決定することはできず、真の崩壊荷重を得るためには、複雑な解析過程を踏まなければならない。本論文では降伏関節円上の応力成分を一意に決定できる新しい条件を加え、解析を容易にした。
 - ・降伏条件には Onat・Prager が Tresca の降伏条件に基づいて軸対称殻に対して求めた4次元降伏曲面^{1,8)}を用いた。この降伏曲面は12個の降伏曲面要素により構成される。これらの降伏曲面要素は放物線型超曲面と非放物線型超曲面の2種類に分けられる。既往の文献に示されている解析例では、降伏関節円近傍の応力状態を支配する降伏

条件は全て放物線型超曲面である。しかし、本論文の解析モデルでは非放物線型超曲面に支配される。放物線型の場合の解析は容易であるが、非放物線型の場合、応力状態を支配する微分方程式の1つが降伏関数円の位置で不定形となるため従来の条件だけでは解析を進めることが不可能である。本論文ではこの問題を解決する方法を示した。

- (2) 解析結果は実験結果を以下のように評価した。
 - ・ 解析結果は、実験の負荷半径の変化に伴う耐力変化の傾向と一致した。
 - ・ 本稿の手法は、検討した実験の範囲内では、負荷位置として鋼管溶接ビードの余盛部分を含む外径を与えると、球の実験最大耐力を適切に評価した。
 - ・ 実験値と解析値の比が、負荷半径が大きくなるに従い小さくなる原因の一つとして、半球製作時の冷間加工により生じる鋼球の不均一な材料性状の変動が考えられる。
- (3) 真の崩壊荷重に対して下界を与える以下の簡便な耐力推定式 (3-52 式) を誘導した。

第4章では、ダイアフラムにより補強された球継手が単軸圧縮載荷される場合の耐力に与える各寸法因子の影響を実験的に確認するとともに、極限解析の手法に基づく耐力評価を行なった。以下に結論を要約する。

- (1) ダイアフラム補強された試験体と無補強試験体の最大耐力の差を補強効果 f_d と定義し、その値を推定するために円環と円板から成る解析モデルに対し、極限解析法を適用し、その崩壊荷重を求めた。
- (2) 得られた崩壊荷重は、鋼管径と球径の比 d/D の増加に伴い緩やかに増加し、実験における補強効果 $e f_d$ の変化の傾向と一致した。
- (3) 得られた崩壊荷重は、鋼球の板厚と中心半径の比 α に比例して増加する。計算結果は、ダイアフラム厚 t_d と球厚 t_b の比 β が0.5の試験体を除き、実験における α の変化に伴う補強効果 $e f_d$ の変化の傾向と一致した。
- (4) 推定値が実験値を過大評価する試験体について、その原因は鋼球部分とその最大耐力を発揮する以前に、ダイアフラムが局部座屈による耐力劣化を起こしたためであり、この現象が起こる限界は本実験の範囲では $\beta = 0.5$ 程度である。よって、本章で示した手法は、 $\beta \geq 0.5$ に対して有効である。
- (5) ダイアフラム補強された球継手の実用的な最大耐力評価法として、ダイアフラムの負担耐力と鋼球の負担耐力の累加による簡便な耐力推定式 (4-25 ~ 4-28 式) を提案した。

第5章では、多軸載荷がもたらす継手耐力の相関を弾塑性有限要素法を用いた数値実験により求めた。

- (1) 2軸載荷によるパラメトリック・スタディーより以下の成果を得た。
 - ・ 直交方向の外力が継手耐力に与える影響は、管同志のギャップ角度が小さい程大きくなる
 - ・ 径厚比が変化しても継手耐力の相関は概ね同程度である。
 - ・ 第3章で提案した単軸載荷時の耐力推定式を基に2軸載荷時の簡便な耐力推定式

(5-2 式) が得られた。

(2) 実際に用いられている立体トラスの部材寸法を考慮した解析モデルを用いたケース・スタディーより以下の成果を得た。

- ・弦材側の継手耐力および斜材側の継手耐力ともに他方の載荷軸力が、単軸載荷時の継手耐力の40 % 以下であれば、両者の相関は少なく、2 軸載荷時の耐力推定式により評価することが可能である。
- ・弦材側の継手耐力と斜材側の継手耐力が相関を持つ範囲では、2 軸載荷時の耐力を低減させることにより耐力を評価すること (5-4 式) が可能である。

鋼管立体トラスの節点に球継手を用いる場合、本論文の基礎的な研究を基にその継手設計を行なうことができる。

これからの研究の進む方向としては、

- (1) 多軸載荷状態にあるダイアフラムで補強された球継手の耐力評価法。
- (2) 本論文の成果を基に継手設計された鋼管立体トラスに関して、継手挙動とトラス全体の挙動はどのような相関を有するのか。
- (3) トラス部材が座屈を起こした時の球継手の挙動はどのようなになるのか。

等が考えられ、今後の課題として取り組む必要がある。

謝 辞

本論文は、筆者が卒業論文のテーマとして神戸大学教授 金谷 弘 先生のご指導のもとに始めた鋼管立体トラスに用いられる球継手に関する研究成果をまとめたものであります。

本研究に着手して以来、神戸大学教授 金谷 弘 先生 には終始変わらぬ暖かいご指導、ご鞭撻を賜りましたことに厚くお礼申し上げます。また、神戸大学助教授 田淵 基嗣 先生には、その研究過程において常に懇切丁寧なご指導を賜りましたことに厚くお礼申し上げます。

本論文をまとめるにあたり、神戸大学教授 冨田 佳宏 先生ならびに同教授 辻 文三 先生には非常に有益なご指摘・貴重なご意見を頂戴いたしました。深く謝意を表します。

京都大学教授 中村 恒善 先生 には軸対称殻の極限解析に関して、貴重なご教示と非常に参考になった文献を賜りました。ここに深く感謝いたします。

本論文の作成にあたりご助言と励ましを下さいました神戸大学助教授 藤原 勝義 先生ならびに同助手 上場 輝康 先生に心から感謝いたします。

卒業論文のテーマとして研究の遂行にご尽力頂いた岸良一（現毛利設計事務所）、稲見克也（現フジタ）、楠本隆（現安井建築設計事務所）の諸氏を始めとする神戸大学金谷研究室の皆様には深くお礼申し上げます。また、本論文の清書に際し、神戸大学大学院生 難波 尚 君のご協力を得ました。心より感謝いたします。

1987年から1992年に至る4年半の間、本研究の継続を暖かく見守って頂いた(株)浅沼組技術研究所所長 森口五郎 氏、同建築構造研究室室長 福本昇 氏 ならびに緒先輩の皆様にはお礼の言葉もございません。末筆ながら、心より感謝いたします。