



# 画像情報に基づく浮遊物質濃度計測と開水路凹部流れの時空間構造解析

宮本, 仁志

---

(Degree)

博士 (工学)

(Date of Degree)

2002-03-08

(Date of Publication)

2008-10-31

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

乙2606

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2002606>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



神戸大学博士論文

画像情報に基づく浮遊物質濃度計測と  
開水路凹部流れの時空間構造解析

平成14年 1月

宮 本 仁 志

## 目 次

第1章 序 章 .....	1
1.1 研究の背景 .....	1
1.2 本論文の目的と構成 .....	2
第2章 開水路流れにおける水面・流速の同時画像計測法の開発 .....	5
2.1 序 論 .....	5
2.2 水面・流速の同時画像計測法 .....	6
2.2.1 画像計測システムの概要 .....	6
2.2.2 水面高さの計測アルゴリズム .....	7
2.2.2.1 ノイズ処理と濃淡強調 .....	7
2.2.2.2 濃淡境界線の抽出 .....	7
2.2.2.3 水面高さの決定 .....	9
2.2.3 P I Vによる流速の画像計測 .....	9
2.3 水面高さの画像計測法の精度検証 .....	10
2.3.1 精度検証の実験概要 .....	10
2.3.2 波高計による計測値との比較 .....	10
2.4 凹部底面上の開水路射流の計測結果および考察 .....	11
2.4.1 実験水路および実験条件 .....	11
2.4.2 瞬時の流速ベクトルおよび水面高さ .....	12
2.4.3 平均流速ベクトルおよび平均水面高さ .....	13
2.4.4 乱れ強度, レイノルズ応力, 水面変動強度 .....	13
2.4.5 水面変動と流速変動の時空間相関 .....	14
2.5 結 論 .....	16
第3章 画像の輝度情報を用いた浮遊物質濃度の計測法 .....	19
3.1 序 論 .....	19
3.2 輝度－濃度関係の定式化 .....	20
3.2.1 光の伝播特性 .....	20
3.2.2 放射伝達方程式 .....	21
3.2.3 浮遊物質濃度場における輝度－濃度関係式 .....	22
3.3 未知係数の同定 .....	25

3.3.1	実験方法および実験条件	25
3.3.2	未知係数同定のための画像輝度	26
3.3.3	輝度－濃度関係式の離散化および未知係数	26
3.3.4	係数 $K$ の同定	28
3.3.5	散乱係数 $\alpha$ の同定	28
3.3.6	多重散乱項 $\beta$ の影響評価	29
3.4	一様な濃度場での計測	30
3.4.1	濃度の計算方法	30
3.4.2	輝度の空間分布特性	31
3.4.3	濃度分布の推定	31
3.5	結 論	33
<b>第4章</b>	<b>開水路凹部のせん断混合層における乱流構造のウェーブレット解析</b>	<b>35</b>
4.1	序 論	35
4.2	対象とする開水路凹部の流れ	36
4.3	ウェーブレット変換の理論	38
4.3.1	マザーウェーブレット	38
4.3.2	連続ウェーブレット変換	39
4.3.3	離散ウェーブレット変換と多重解像度近似	40
4.4	連続ウェーブレット変換による大規模渦の挙動特性の抽出	41
4.4.1	流速分布の瞬間値の空間－波数平面への展開	41
4.4.2	大規模渦の挙動特性	43
4.5	多重解像度近似を用いた運動エネルギー成分の階層構造解析	44
4.5.1	流速時系列の多重解像度近似	44
4.5.2	流下・鉛直方向運動エネルギー成分の階層構造	46
4.6	結 論	51
<b>第5章</b>	<b>二次元ウェーブレット変換の開水路凹部流れへの適用</b>	<b>53</b>
5.1	序 論	53
5.2	実験の概要	54
5.2.1	開水路凹部の形状と実験条件	54
5.2.2	時間平均流速	54
5.3	ウェーブレット変換の概要	55

5.3.1	多重解像度近似	55
5.3.2	二次元連続ウェーブレット変換	55
5.4	解析結果と考察	56
5.4.1	多重解像度近似による変動流速成分の抽出	56
5.4.2	解析対象の検出信号となる瞬間レイノルズ応力の分布	57
5.4.3	二次元ウェーブレット変換による 瞬間レイノルズ応力の空間スケールの抽出	58
5.4.4	瞬間レイノルズ応力と空間スケールの関係	59
5.4.5	凹部混合層における組織運動の走時挙動	60
5.5	結 論	61
<b>第6章</b>	<b>開水路凹部流れにおける乱れの主成分分析</b>	<b>63</b>
6.1	序 論	63
6.2	水理実験の概要	64
6.2.1	対象とする開水路凹部および実験条件	64
6.2.2	P I V計測の概要	65
6.3	固有直交関数展開	65
6.4	P I V計測結果と考察	66
6.4.1	瞬間流速	66
6.4.2	平均流速	67
6.4.3	乱流諸量	67
6.5	乱れの主成分分析	68
6.5.1	低次モードの主成分	68
6.5.2	凹部混合層の組織運動に関連する変動成分	70
6.5.3	変動エネルギーの寄与率	71
6.6	結 論	72
<b>第7章</b>	<b>「多重解像度－固有直交関数」の複合展開を用いた 開水路凹部流れの階層構造解析</b>	<b>75</b>
7.1	序 論	75
7.2	解析方法	76
7.3	開水路凹部の常流を対象とした解析結果とその考察	77
7.3.1	対象とする開水路凹部流れの概要	77

7.3.2	MRAによる流速時系列の三つの階層構造 (準平均流・組織乱流・非組織乱流)への分解	79
7.3.3	PODによる組織運動の空間構造解析	82
7.3.4	各モード間の相互関連(時系列構造)	85
7.4	開水路凹部の射流を対象とした解析結果とその考察	87
7.4.1	水面と流速の時空間変動	88
7.4.2	水面変動の伝播特性	88
7.4.2.1	一次元連続ウェーブレット変換による水面変動特性の抽出	88
7.4.2.2	時空間平面における水面変動の走時挙動	89
7.4.2.3	水面変動の分散関係	90
7.4.3	水面変動と流速変動の相互関連	91
7.4.3.1	水面・流速変動の抽出	91
7.4.3.2	分散共分散行列の構成	92
7.4.3.3	水面変動と流速変動の主成分	92
7.5	結 論	94
<b>第8章</b>	<b>終 章</b>	<b>97</b>
<b>謝 辞</b>		<b>101</b>

# 第1章 序 章

## Chapter 1 Introduction

**Abstract:** In carrying out riparian improvements, it has become more important to preserve natural environments as well as to control flood flows. In order to design a river course taking into account the environments, there is a need to understand not only the basic hydraulic quantities, such as the mean flow velocity and contaminant concentration, but also spatio-temporal characteristics, such as intermittent events and large-scale coherent structures. For instance, in designing a river channel, the necessity to accurately predict the spatio-temporal variations of flow motions caused by various river bed morphologies arises from the viewpoint of the environmental design and flood control as well.

In this thesis, the author develops image measurement methods of open-channel flows, water-surface waves as well as suspended-solid concentration, and also investigates analytical methods for extracting predominant flow characteristics from experimental data of the flow image measurement. This opening chapter deals with a background of the research, a purpose and contents of the thesis.

**Key Words:** *image measurement, data analysis, open-channel, flow structure, turbidity, water environment*

### 1.1 研究の背景

人類を取り巻く環境の劣化が問題となって久しく、将来にわたる持続可能な開発という観点から、環境保全に配慮した社会資本整備が重要な課題となっている。水工学の分野で対象とする河川・湖沼・貯水池など種々の水域においても、近年では、その水辺に特有の生態系や景観の保全、市民の憩いの場としての水辺空間の創出など水域の多角的な環境機能を考慮した改修が積極的に取り入れられつつあり、治水・利水など従来の機能との調和がとれた整備を行うとともに、その維持や管理に対しても十分な検討を加えることが必要となっている。このような水域整備を行うための水工設計においては、流れ方向の一次元的な検討のみでは不十分であるばかりでなく、面的、空間的な現象の取り扱いにおいても統計平均的な水理量のみならず、その時間的・空間的な変動特性を的確に把握し設計に反映させることが重要となる。具体的には、例えば、実河川において生態系が息づく瀬や淵、わんどなどに見られるような河道の縦横断面局所変化部において、流れの場所的・経時的な変動特性や乱流構造を明らかにすることが、水環境面からも洪水制御の面からも要求される。

一方、そのような検討を行うための流体計測技術や数値計算手法は、近年のコンピュータの発達を背景にして飛躍的な技術革新を遂げている。PIV (particle image velocimetry), PTV (particle

tracking velocimetry)など流れの画像計測法や LES (large eddy simulation), DNS (direct numerical simulation) などの数値計算法はその代表であり, それらから得られる時空間情報によって基本的な流れ場の乱流構造や水温, 物質濃度などの輸送機構が徐々に明らかになりつつある. しかしながら, 上述のような水域は一般に複雑な境界形状や自由水表面をもっており, 対象とする場の境界条件や水理条件によって現象が大きく異なる様相を呈するため, それら計測技術や計算手法にさらなる検討を加えることが必要となる. また同時に, コンピュータの強大な処理能力を用いることにより得られる情報は時空間座標に依存する非常に膨大なデータとなるため, その中から現象の本質を構成する時空間変動特性を抽出し整理するための新たな解析方法を考究することも, 環境保全を考慮した水工設計を確立するための課題のひとつとして挙げられよう.

## 1.2 本論文の目的と構成

以上のような研究背景をもとに, 本論文では, 主に, 河道の局所的断面変化部での流れとして水路床に凹部を設けた開水路流れを対象にして, 画像処理技術を用いた水面変動を含む流れ場の計測手法を検討し, それより得られる計測値から流れの乱流特性を調べるとともに, 流れの時間的・空間的な主要変動成分を抽出するための解析方法を開発する. また, 水域の濁水問題を対象とした浮遊物質濃度の画像計測法についても検討を行う.

本論文では, 数値計算法に一切よることなく, 一貫して画像解析による計測法を用いている. これは, 以下の二つの理由によるところが大きい. (1) 画像計測は画素単位の情報を解析処理することによって計測値を得るため, その処理アルゴリズムは実際の物理的空間スケールによらないこと. 換言すれば, 解析対象の画像が衛星画像や顕微鏡の画像であっても, 適切な画像処理アルゴリズムが適用されれば, 対象とする空間における計測値が得られることになる. したがって, 複雑な境界形状をもつ実水域への展開を考えた場合, 画像処理を用いた計測の優位性は明らかである. なお, 既に, 実河川での水表面流速の画像計測が藤田ら<sup>1)</sup>によって行われている. (2) 本論文の後半で展開されるような, 多大な情報から非定常現象の本質を抽出し整理する解析方法が検討されない限り, 数値計算法と画像計測法を併用しても得られる知見は限られたものになる可能性が大きいこと. このような流れの現象整理に対する解析的アプローチの必要性は, Holmes, Lumley らによって既に提唱されている<sup>2)</sup>. 彼らは, 乱流境界層の壁面近傍領域を対象として, 固有直交関数を基底関数とする low dimensional model と力学系理論を用いることによって境界層での組織構造の解明を試みている<sup>3)</sup>. しかしながら, 彼らの対象はごく単純な境界形状をもつ境界層乱流であり, 複雑な境界形状において発達した乱流を対象とする解析はなされていない.

Fig. 1.1 に本論文の構成を示す. 本論文は, 第 2, 3 章における開水路流れと浮遊物質濃度の画像計測法に関する検討と, 第 4 ~ 7 章での画像解析によって得られた流速値の解析方法に関する

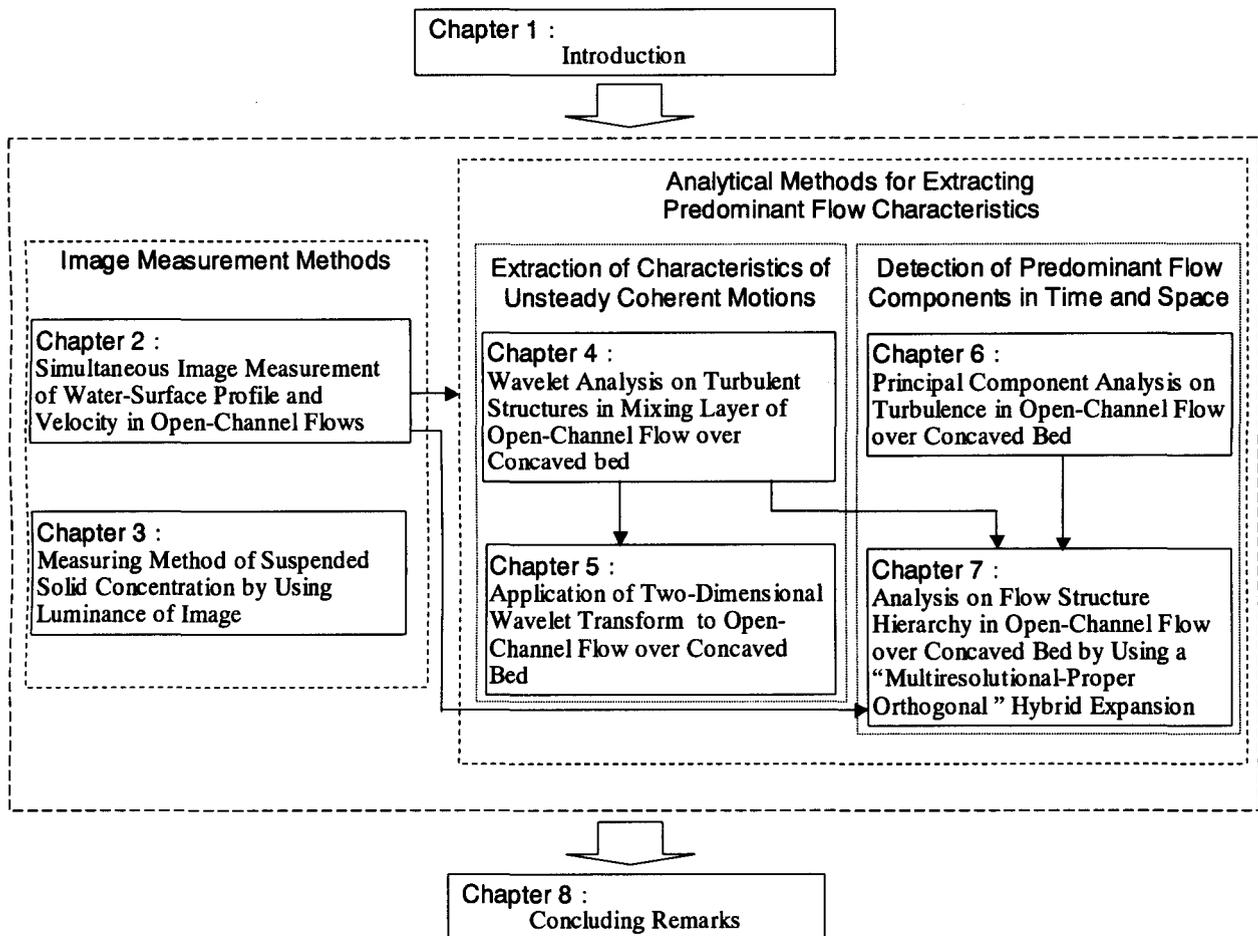


Fig. 1.1 Block diagram of the thesis.

る検討の二つに大別される。各章の概要は以下のとおりである。

第1章では、研究の背景および本論文の目的と構成を記した。

第2章では、開水路流れにおける瞬時の水面形状と流速分布を同時に計測する画像処理手法の提案を行う。本計測法では、同一画像内で撮影された水面・流れ場の可視化画像を用いて、既存のPIVアルゴリズムによって内部流速を、この章で提案する水面での輝度勾配を用いた画像処理アルゴリズムにより水面高さを算出し、水面変動を伴う流れ場の瞬時的・面的な計測を可能としている。ここで得られた水面変動を伴う流れ場の計測値は、第7章での解析に用いられる。

第3章では、実験水槽における浮遊物質の瞬時的・空間的な濃度分布を計測するための画像処理手法を検討する。本計測法では、水中での光の減衰、散乱、多重散乱など伝播特性を放射伝達方程式により表現することで、画像輝度と浮遊物質濃度との関係を定式化している。得られた関係式に含まれる未知係数は実験的に同定される。それら同定値と「輝度－濃度」関係式とを用いることによりほぼ一様に調整した濃度場を推定し、その結果より本計測法の有効性を検討する。

第4章では、開水路凹部の主流－凹部境界における混合層流れを対象として、ウェーブレット変

換を用いた流れの解析を行う。この章の主要な論点は、(1) 連続ウェーブレット変換を用いた大規模渦の挙動特性の抽出、(2) 多重解像度近似による流下・鉛直方向の運動エネルギー成分の階層構造解析、である。これらによって凹部混合層での乱流特性を明らかにするとともに、ウェーブレット変換の適用性を検討する。この章で得られた知見を基にして、後続する第5、7章において各種の解析が展開される。

第5章では、第4章の結果を受けて、ウェーブレット理論を二次元問題に展開する。凹部混合層流れを対象として乱流構造の条件抽出を行い、組織運動の空間スケール、走時挙動など流れの非定常特性を検討する。得られた結果より、流れの非定常解析を行う上でのウェーブレット理論、特に二次元連続変換の適用性を調べる。

第6章では、開水路凹部流れにおける乱れの主成分分析を行う。この章で用いる固有直交関数展開は、流速変動成分の空間相関マトリックスの固有方程式を用いることによって変動成分をモード分解し主要な変動パターンを抽出する統計的手法である。この統計的手法であるという点が、瞬時の流速値そのものを対象とする第4、5章でのウェーブレット解析との相違点である。フルード数と凹部形状比を一定にしてレイノルズ数を系統的に変化させた水理実験を行い、流れのスケール効果が開水路凹部における流れの時空間構造に及ぼす影響を調べるとともに、乱れ成分に対する固有直交関数展開の適用性を検討する。

第7章では、第4、6章の結果を受け、多重解像度近似と固有直交関数展開を複合的に用いることによって、PIVで得られた流速から凹部混合層での組織構造など特徴的な変動成分を効果的に抽出するハイブリッド解析(「多重解像度-固有直交関数」複合展開)を新しく提案する。この章で対象とする開水路凹部流れは、(1) フルード数が小さく水面変動の影響がほぼ無視できる常流、および、(2) 第2章で取扱った周期的で激しい水面変動を伴う射流、である。これらによって開水路凹部流れの時空間構造を明らかにするとともに、この章で提案する複合展開の有用性を検証する。

第8章では、各章で得られた成果をまとめ、本研究に関する今後の展望を記して結論とする。

#### 参考文献：

- 1) Fujita I., Muste M. and Kruger A.: Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications, *Journal of Hydraulic Research*, IAHR, Vol. 36, No.3, pp.397-414, 1998.
- 2) Holmes P., Lumley J. L. and Berkooz G.: Turbulence, coherent structures, dynamical systems and symmetry, *Cambridge University Press*, Cambridge, UK, 1996.
- 3) Aubry N., Holmes P., Lumley J. L. and Stone, E.: The dynamics of coherent structures in the wall region of a turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 192, pp.115-173, 1988.

## 第2章 開水路流れにおける水面・流速の同時画像計測法の開発

### Chapter 2 Simultaneous Image Measurement of Water-Surface Profile and Velocity in Open-Channel Flows

**Abstract:** The present chapter proposes an image processing technique for simultaneously measuring instantaneous water-surface profile and velocity field in an open-channel flow. This technique utilizes images in which both the tracer particles in flowing water and the water-surface profile are visualized by a laser light sheet. A “ boundary growing process “ is employed in the image processing for identifying the air-water interface from local gradients of image luminance. Combining this process with a particle image velocimetry allows us to simultaneously measure the water-surface heights and the velocity vectors.

Performance of the present technique is examined in a supercritical open-channel flow over a concave bed. Analyses of the time-dependent water-surface heights and velocity vectors well document that dominant motions of the water-surface significantly interact with organized fluid motions. It is confirmed that the present technique is a useful tool for analyzing shooting flows with strongly fluctuating water-surfaces.

**Key Words:** *measurement, image processing, velocity vectors, water-surface profile, open-channel flow, particle image velocimetry*

#### 2.1 序 論

水環境の保全という観点から注目される流れの特徴のひとつは、河道の局所的変化に伴って常流と射流が混在した多様な流況が現れることである。平常時の河川における瀬や淵、わんど等での流れはその典型と考えられるが、一方で治水の観点からは、これら断面急変部では流水抵抗が大きく、出水時には激しい水面変動を伴う危険な流況を呈する可能性がある。このような環境と治水の機能が調和した水工設計を行うためには、水面が大きく変動する流れにおいて、その時間的・空間的な変動特性を把握し流況を的確に予測することが重要となる。しかしながら、瞬時的・空間的な内部流速と対応する水面形状を同時に計測する手法がないため、水面変動を考慮に入れた流れの時空間的な変動は十分に把握されていないのが現状のようであり<sup>1)</sup>、現象解明のための新しい計測手法の開発が要求される。

本章の目的は、(1) 開水路流れにおける瞬時の水面形状と内部流速を同時測定する画像計測手法を開発すること、および、(2) 断面急変部での流れとして水路床に凹部をもつ開水路の射流を対象にして本計測法を適用し、その有効性を検討すること、である。(1)に関しては、PIVによって内部流速を、水面での輝度勾配を用いた画像処理アルゴリズムにより水面形状を算出する手法

を提案し、得られた水面高さの計測精度を検討する。(2)に関しては、瞬時と時間平均の水面形および流速分布、乱流諸量などを算出し、また、水面と流速の変動成分に対する時空間相関を求めることによって、流れの変動特性を明らかにする。得られた結果より、本計測法の適用性を検討する。

画像情報を用いた水面と流速の同時計測に関して、本研究に最も近いものは、最近になって発表された Dabiri と Gharib<sup>2)</sup>の論文に見られる程度である。彼らは、PIV を用いて流速計測を行い、カラーパレットを用いた光学的手法によって水面勾配の変化を計測している。しかしながら、彼らの計測は緩やかな水面勾配と水面ごく近傍の水平面内の流速分布に限られている。したがって、彼らの計測手法を本研究で対象とするような激しい水面変動を伴う開水路射流に適用することは困難である。

水路床に凹部をもつ開水路流れ(開水路凹部流れ)に関しては、藤田ら<sup>3)</sup>が PIV (particle image velocimetry) と LES (Large Eddy Simulation) による乱流解析を、著者ら<sup>4)</sup>が PIV と  $k-\epsilon$  モデルによる平均流、乱流諸量の検討を、瀬津・山本<sup>5)</sup>がレーザー流速計、PIV、LES を用いた乱流構造の研究を行っている。以上の研究では、フルード数が小さく水面変動の影響が無視できる比較的穏やかな流れを対象として凹部流れの乱流構造が調べられており、水面が変動する水理条件での流況特性は十分に把握されていない。

## 2.2 水面・流速の同時画像計測法

### 2.2.1 画像計測システムの概要

Fig. 2.1 に可視化画像を取得するための画像計測システムの模式図を、Fig. 2.2 に可視化断面の撮影方法の概要を示す。流水中に比重約 1.02、粒径 0.075~0.150 mm の高分子ポリマー粒子を混入し、アルゴンイオンレーザーのシート光を計測断面に照射することにより可視化断面を作

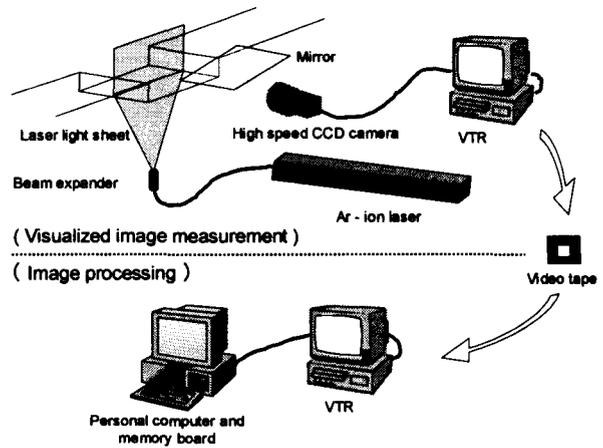


Fig. 2.1 Image measurement system.

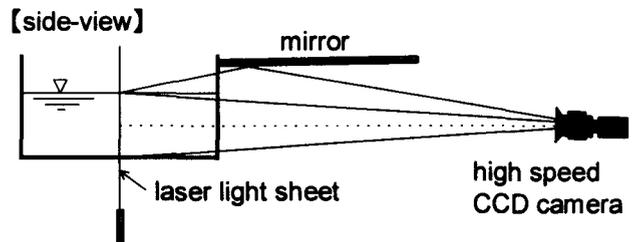


Fig. 2.2 Capturing method of visualized image.

成する。可視化断面は、ハイスピードカメラによりサンプリング周波数240Hzで撮影され、画像メモリーボード搭載のパーソナルコンピュータに720×480画素、256階調のバイナリーデータとして保存される。水面の画像については、水路側壁のメニスカスが水路中央部における水面の可視化の障害とならないように、斜め上方から水面の鏡像を撮影する。Fig. 2.3に可視化画像の例を示す。

以上のように本計測法では、水面と流れ場の可視化画像を同一画像フレーム内で撮影し、PIVによって内部流速を求め、下記の画像処理アルゴリズムにより水面高さを算出する。これによって、水面変動を伴う流れ場の瞬時的・面的な計測が可能となる。

### 2.2.2 水面高さの計測アルゴリズム

得られた可視化画像から水面高さを算出するフローチャートと各処理段階での画像をそれぞれFigs. 2.4, 2.5に示す。

#### 2.2.2.1 ノイズ処理と濃淡強調

Fig. 2.5(a)に示す可視化画像(原画像)に3×3画素の移動平均を施し、画像のノイズを除去する。次に、画像輝度の濃淡を強調するために、3×3画素の局所的な画像輝度分布に対して次式のラプラシアン $L_e$ を用いた処理を行い、Fig. 2.5(b)に示す濃淡強調画像を得る。

$$E = e - L_e \quad (2-1)$$

$$L_e = b + d + f + h - 4e \quad (2-2)$$

ここに、 $e, b, d, f, h$ はFig. 2.6に示す各画素での処理前の輝度値であり、 $E$ は処理前の $e$ に対応する処理後の輝度値である。

#### 2.2.2.2 濃淡境界線の抽出

濃淡境界に対する画像処理アルゴリズム<sup>6)</sup>を用いて、濃淡強調画像から境界線の抽出を行う。まず、各画素の輝度勾配ベクトル( $G_x, G_y$ )を、式(2-3), (2-4)を用いて算出する。

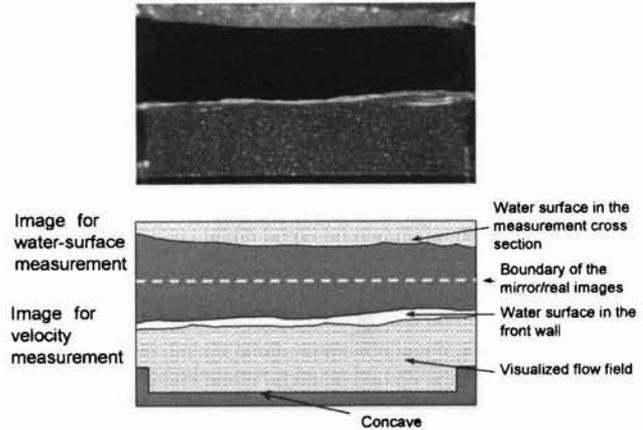


Fig. 2.3 Visualized image (above) and its explanatory diagram (below).

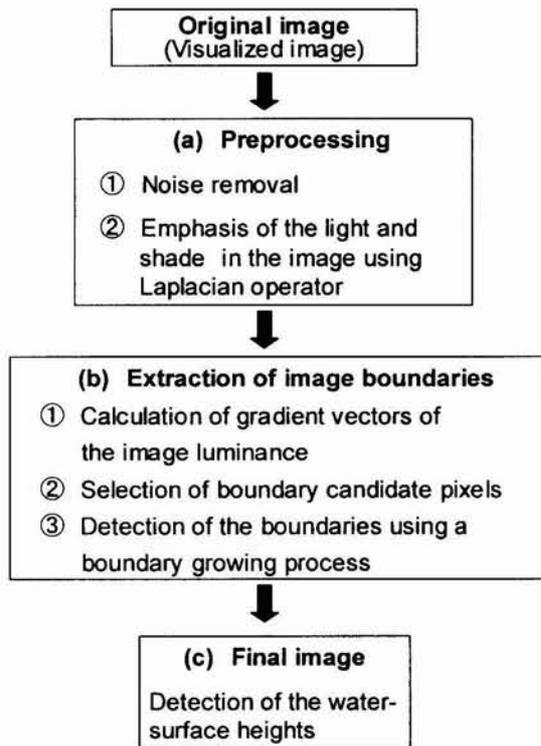


Fig. 2.4 Flow chart of the image processing for detecting the water-surface.

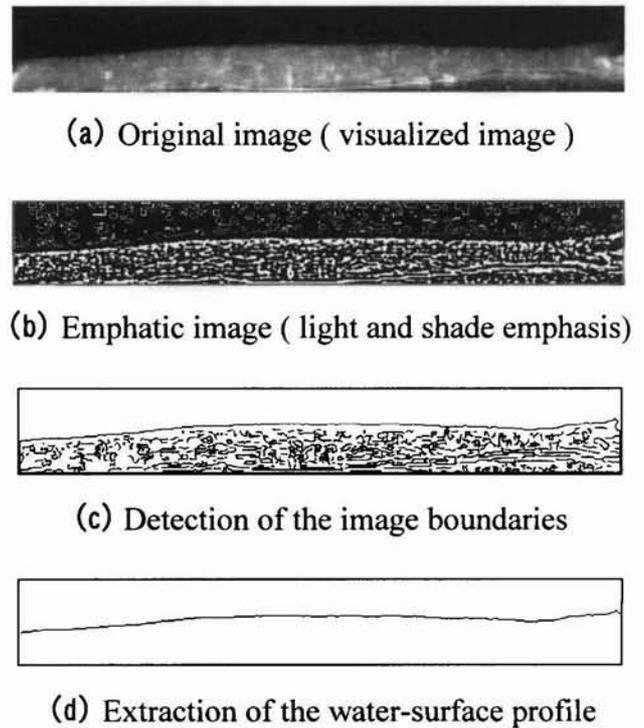


Fig. 2.5 Images at each stage of the data processing.

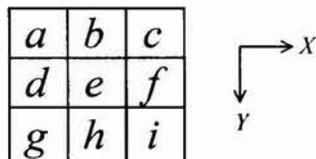


Fig. 2.6 Definition of values of image luminance in  $3 \times 3$  pixels window.

$$G_x = -a - 2d - g + c + 2f + i \quad (2-3)$$

$$G_y = a + 2b + c - g - 2h - i \quad (2-4)$$

ここに、 $G_x$ 、 $G_y$  はそれぞれ  $X$ 、 $Y$  方向の輝度勾配の成分である。

$(G_x, G_y)$  を用いて、境界抽出条件の指標となる輝度勾配の大きさ  $M^G$  と方向  $D^G$  を各画素で計算する。

$$M^G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (2-5)$$

$$D^G = \tan^{-1}(G_y / G_x) \quad (2-6)$$

次に、勾配の大きさ  $M^G$  と方向  $D^G$  を用いて、 $3 \times 3$  の 9 つの画素を対象に、その中心の画素  $P_e$  (Fig. 2.6 にならって、下添字  $e$  で表す) が境界の候補となるかどうかを Table 2.1 に示す条件により判定する。これら 2 つの条件を満たす画素を境界候補点として残す。

この候補点群を大小2つのしきい値 ( $H_{TV}$ ,  $L_{TV}$ ) を用いて処理する。まず、十分大きいしきい値  $H_{TV}$  で境界候補点を二値化し、 $H_{TV}$  より大きな輝度勾配  $M^G$  をもつ画素のみを選ぶ。ここで選ばれた候補点で構成された画像を Seed map と呼ぶ。次に、小さいしきい値  $L_{TV}$  を用いて、Table 2.2 に示す条件により境界候補点を Seed map に付け足す。これらの条件を満たす画素を繰返し計算により Seed map に追加していき、追加される画素がなくなったとき、画像上に存在する画素を濃淡境界線とする。

結果を Fig. 2.5(c) に示す。これら2つのしきい値  $H_{TV}$ ,  $L_{TV}$  を用いることによって、相対的に輝度勾配が小さい部分の濃淡境界も抽出可能となる。

### 2.2.2.3 水面高さの決定

Fig. 2.5(c) に示す画像において、水面高さを表す濃淡境界線はほぼ連続した画素の連なりとして得られており、それ以外の画素を消去する。数ピクセルの小さなギャップを補正する処理を行い、画像上において水面形状を Fig. 2.5(d) に示す1画素の幅をもつ一本の線として得る。

この最終画像に対して、座標目盛を入れて撮影した座標参照画像を用いることによりピクセル単位の画像座標系から実座標系への変換を行い、瞬間の水面高さが得られる。

### 2.2.3 PIV による流速の画像計測

後に検討する水面変動を伴う開水路凹部の射流においては、PIV による流速の画像計測を行う場合、連続する2フレーム間での粒子移動量やせん断変形量が相対的に大きくなるため、得られる流速値に異常ベクトルを含む確率が高くなる。ここでは、PIV の相関誤差修正法 CEC (Correlation Error Correction)<sup>7)</sup> を適用することにより異常ベクトルの発生を抑制した。CEC は流速値を算出するための相関係数マトリックスを複数枚用いることによって画像認識誤差を低減させるものであり、アルゴリズムを開発した Hart によってその精度が検証されている。筆者らは、用いる相関平面の数、重ね合わせの割合、参照フレームサイズ、粒子密度など、流れの特性が関係する計測パラメータについて検討を行い、CEC の開水路凹部流れに対する有効性を確認している<sup>8)</sup>。

Table 2.1 Conditions for boundary candidate pixels

1	Condition as to the magnitude $M^G$ of gradient vector : The value $M^G_{Pe}$ of the center pixel $Pe$ in the $3 \times 3$ pixels window is larger than the median value in the window.
2	Condition as to the direction $D^G$ of gradient vector : The value $M^G_{Pe}$ is ranked up to the top three in gradient magnitude among the pixels of which directions have similar to the direction $D^G_{Pe}$ of the $Pe$ (within $30^\circ$ ).

Table 2.2 Conditions for detection of boundary lines

1	The pixel to be added is an boundary candidate pixel determined in the previous step.
2	The pixel is attached to the existing boundaries in the seed map at each iteration step.
3	The magnitude $M^G$ of the pixel is higher than the low threshold $L_{TV}$ .
4	The direction $D^G$ of the pixel is similar to that of the existing neighbor pixels to be attached within a limit ( $30^\circ$ ).

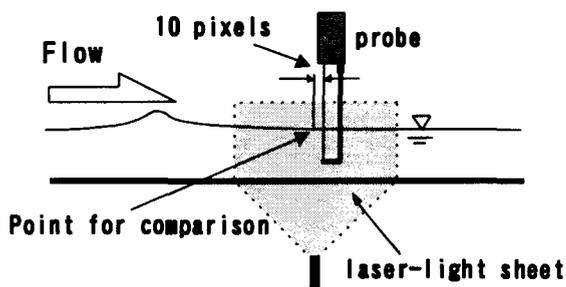
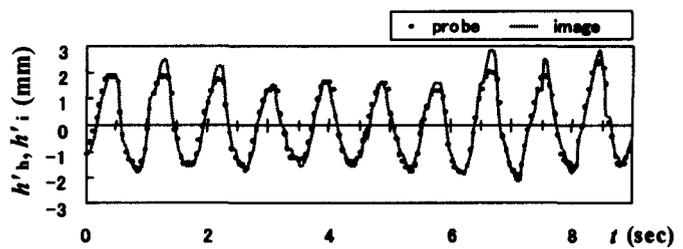
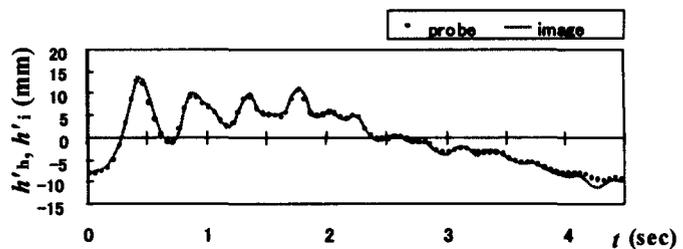


Fig. 2.7 Experimental setup for comparison of the two methods of surface wave measurement.



(a) Experiment A  
(periodic wave)



(b) Experiment B  
(non-periodic wave with large amplitude)

Fig. 2.8 Time series of water-surface level.

### 2.3 水面高さの画像計測法の精度検証

上記の同時計測における水面変位計測の精度を以下に検討する。

#### 2.3.1 精度検証の実験概要

水面の画像計測精度を調べるために、Fig. 2.7のように近接した測点で容量式波高計による計測を併行し、2つの方法による計測水位を比較する。ここでは、変動幅が約0.4cm程度の周期的な水面変動(実験A)と、変動幅0.15~3.75cmの種々の波形からなる水面変動(実験B)について検討した。なお、波高計のサンプリング周波数は20Hzである。また、両計測値の偏差 $\varepsilon$ を次式により定義する。

$$\varepsilon = h'_h - h'_i \quad (2-7)$$

ここに、 $h'_h$ : 波高計による水面高さ、 $h'_i$ : 画像計測による水面高さであり、いずれも時間平均水面を基準としている。

#### 2.3.2 波高計による計測値との比較

Fig. 2.8に両計測法による水面高さの時系列を示す。水面高さ $h'_h$ と $h'_i$ はほぼ同一の値をとっていることがわかる。ただし、実験Aにおいて、水面変動の山の部分で画像計測による水面高さ $h'_i$ が波高計による水面高さ $h'_h$ より大きくなる場合がある。Fig. 2.9は全実験ケースでの水面高さ $h'_h$ と $h'_i$ を比較したものである。偏差 $\varepsilon$ は両実験においてほぼ1mm以内であるが、Fig. 2.9(a)の周期的な水面変動の極大値において、上述のように偏差 $\varepsilon$ が1mmを超える傾向がある。

Fig. 2.10 に水面変動幅と偏差  $\epsilon$  の関係を示す(単位:ピクセル). 水面変動幅が変化しても最大偏差, 標準偏差の値に系統的な差異はないことから, 水面変動の規模は画像計測の精度に影響しないことがわかる.

偏差  $\epsilon$  の相対度数分布を Fig. 2.11 に示す(単位:ピクセル). 全てのケースにおいて偏差  $\epsilon$  はほぼ 3 ピクセル以内である. また, この度数分布には標準偏差  $\sigma=1.24$  の正規分布があてはまることから, 画像計測の精度は  $\pm 2.5$  ピクセル以内(信頼水準 95%)となる: 1 ピクセルの実長は, 実験 A で 0.31mm, 実験 B で 0.33~0.41mm. 以上の検討から, 本画像計測法は高精度で水面高さを計測し得ることがわかった.

## 2.4 凹部底面上の開水路射流の計測結果および考察

開水路凹部における射流を対象として, 上述の同時画像計測法を用いて流れ場の計測を行った.

### 2.4.1 実験水路および実験条件

Fig. 2.12 に本研究で対象とする開水路凹部の概要を示す. 実験水路は全長 600cm, 幅 20cm のアクリル製循環型開水路であり, 上

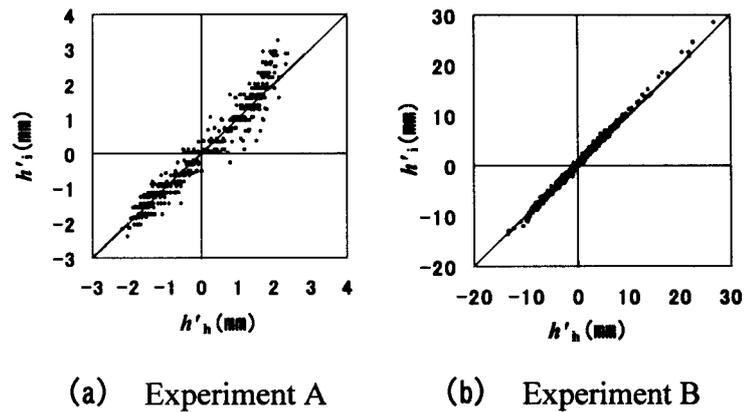


Fig. 2.9 Comparison of water-surface levels in two methods (all experimental data sets).

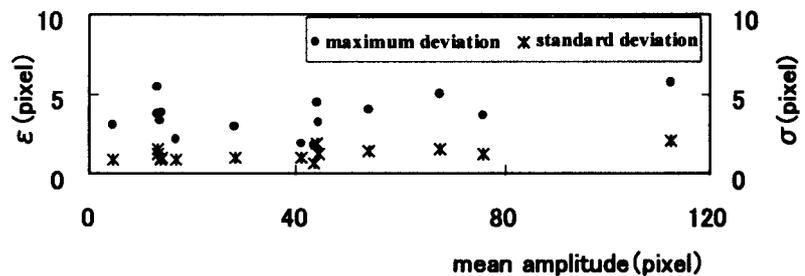


Fig. 2.10 Relationship between mean amplitudes and deviations.

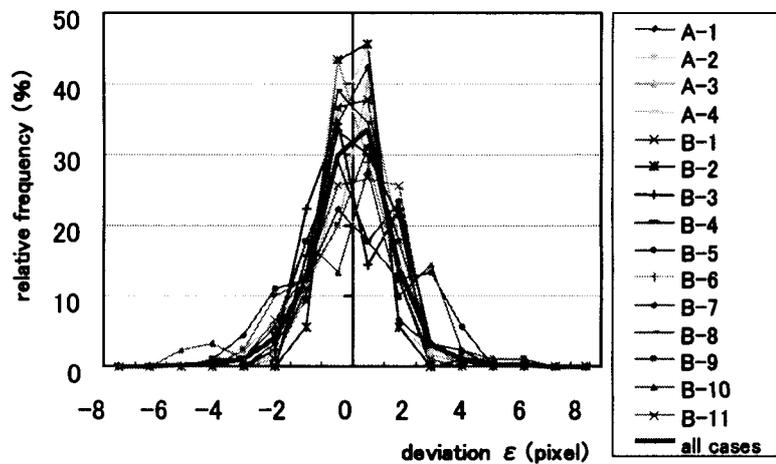


Fig. 2.11 Relationship between deviation and relative frequency.

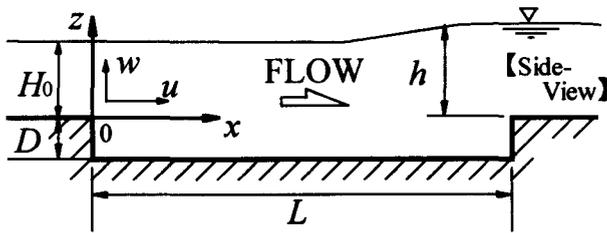


Fig. 2.12 Schematic of open-channel flow over concaved bed.

流水槽より365cmの位置に凹部を設けている。計測断面は凹部の鉛直中央である。

Table 2.3 に実験条件を示す。対象とする流れは水面変動を伴う射流であり、等流水深が保たれている凹部上流  $x = -120\text{cm}$  でのフルード数  $Fr_{-120}$  は 1.66 である。凹部形状比は  $L/D = 10.0$  であり、常流の場合には凹部上流端で剥離した主流が凹部底面に再付着する流れ<sup>9)</sup>となる。また、画像計測における 1 ピクセルの実長は約 0.33mm である。1 回の計測時間は約 4.5 秒(1087 枚)であり、平均量は 5 回(約 22.5 秒)の計測値から算出される。

#### 2.4.2 瞬時の流速ベクトルおよび水面高さ

Fig. 2.13 に、瞬時の流速ベクトルと対応する水面形状を示す。各図は、サンプリング周波数 240Hz のデータの中で、10 サンプル毎(時間間隔 0.0417sec)の計測値を示している。流速せん断により、主流-凹部境界で流速ベクトルが流下方向に激しく変動している。このせん断混合層(以下、『凹部混合層』と略記)の中央では、 $x$ -方向の空間スケールが 2~3cm 程度の渦が存在しており(Fig. 2.13(a))、時間の経過とともにその渦が下流側に移動している(Fig. 2.13(b)~(d))。このことより、凹部混合層にお

Table 2.3 Experimental conditions

Length of the concave : $L(\text{cm})$	20
Depth of the concave : $D(\text{cm})$	2.0
Slop of the flume : $I$	1/90
Flow rate : $Q(\text{cm}^3/\text{sec})$	3510
Mean bulk velocity at the inlet section : $U_0(\text{cm}/\text{sec})$	79.0
Water depth at the inlet section : $H_0(\text{cm})$	2.2
Aspect ratio of the concave : $L/D$	10.0
Reynolds number : $Re_0 = U_0 H_0 / \nu$	17500
Froude number : $Fr_0 = U_0 / (g H_0)^{1/2}$	1.69

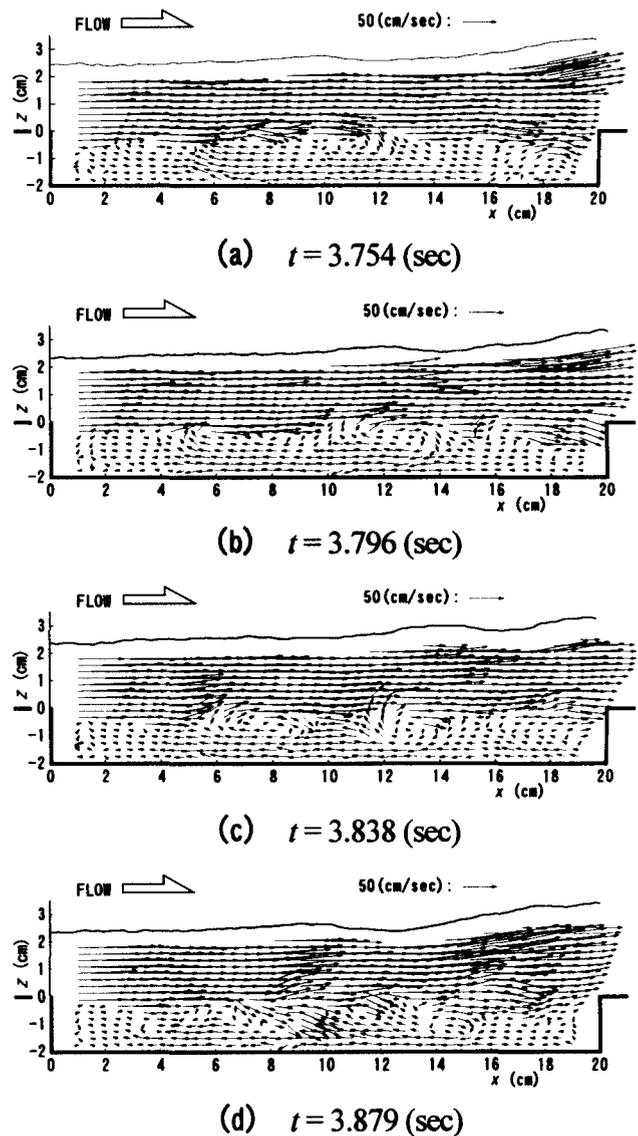


Fig. 2.13 Distributions of instantaneous velocity vectors and water-surface heights. (time interval : 0.0417(sec))

いて流れの組織的な運動が発達していることがわかる。一方、対応する瞬時の水面高さは流下方向に大きくなっており、下流側の段上がり部付近で主流が上向きになるのに対応して最大値をとる。また、凹部混合層での組織渦の位置に対応する部分で、水面形状は局所的に盛り上がっており、水面変動と組織運動との間の関連性を示唆している。

### 2.4.3 平均流速ベクトルおよび平均水面高さ

Fig. 2.14 に時間平均流速ベクトル  $\bar{V} (= (\bar{U}, \bar{W}))$  と平均水面高さ  $\bar{h}$  を示す。主流-凹部境界において流速せん断が大きくなっており、流下方向に凹部混合層が発達している。  $x = 12 \sim 14 \text{ cm}$  付近より下流側では、凹部の段上りのために主流部の平均流速ベクトルは上向きになっている。また、それより上流側の凹部内には、ひとつの大きな循環流が存在している。一方、平均水面は流下方向に徐々に上昇し、  $x = 12 \sim 14 \text{ cm}$  付近を境に下流側ではさらに水面が増加している。

### 2.4.4 乱れ強度, レイノルズ応力, 水面変動強度

$x$ -,  $z$ -方向乱れ強度  $\sqrt{u'^2}$ ,  $\sqrt{w'^2}$ , レイノルズ応力  $-\overline{u'w'}$  および水面変動強度  $\sqrt{h'^2}$  の空間分布を Fig. 2.15 に示す。 Fig. 2.15(a) より、凹部流入部の主流-凹部境界付近において  $\sqrt{u'^2}$  は大きな値をとっており、流れのせん断不安定による流速変動の生成が確認される。 Fig. 2.15(b), (c) に示す  $\sqrt{w'^2}$ ,  $-\overline{u'w'}$  は、凹部中央付近から下流側の主流-凹部境界および  $x = 14 \text{ cm}$  付近から下流側の水面近傍にお

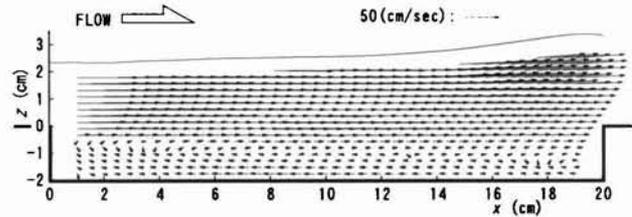
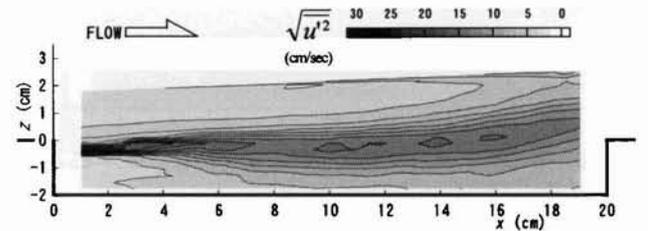
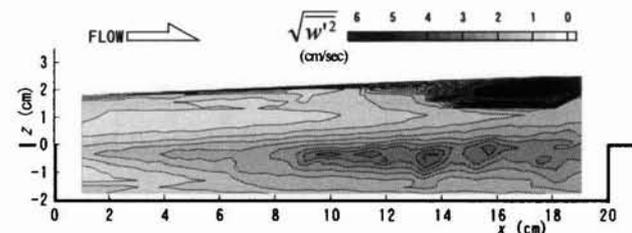


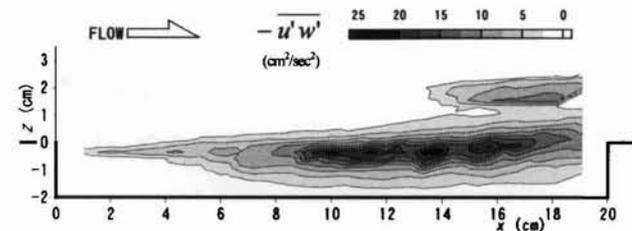
Fig. 2.14 Time-averaged velocity field and water-surface profile.



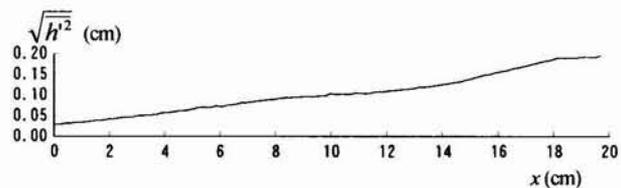
(a) Streamwise component of turbulent intensity  $\sqrt{u'^2}$



(b) Vertical component of turbulent intensity  $\sqrt{w'^2}$



(c) Reynolds stress  $-\overline{u'w'}$



(d) Intensity of water-surface fluctuation  $\sqrt{h'^2}$

Fig. 2.15 Distributions of turbulent quantities.

いて大きな値をとっている。前者は凹部混合層での組織運動による流速変動・せん断応力を、後者は凹部混合層の流下方向への発達によって生起する大きな水面変動に伴う流速変動を、それぞれ表していると考えられる。一方、Fig. 2.15(d)に示す $\sqrt{h'^2}$ は流下方向に大きくなっていき、その増加率は $\sqrt{w'^2}$ 、 $-\overline{u'w'}$ が大きな値をとる  $x = 14\text{cm}$  付近から下流側で大きくなっている。以上のことより、(1) 凹部上流側の主流-凹部境界ではせん断不安定性により生じた流速変動が卓越すること、(2) 凹部の中流部( $x = 6\sim 8\text{cm}$ )から下流側にかけての主流-凹部境界ではせん断混合層が発達していくこと、(3)  $x = 14\text{cm}$  付近から下流側では、(2)に加えて水面境界の変動に伴う流速変動が活発になること、がわかった。

#### 2.4.5 水面変動と流速変動の時空間相関

Fig. 2.16 に、瞬時の流速変動( $u'$ ,  $w'$ )と水面変動 $h'$ との間の時空間相関係数( $C_{uh}$ ,  $C_{wh}$ )のコンターを示す; ( $C_{uh}$ ,  $C_{wh}$ )は時間ラグ $\tau$ における流速変動( $u'$ ,  $w'$ )と $x = 17\text{cm}$ 、時間ラグ $\tau = 0$ における水面変動 $h'$ との間で算出した。Figs. 2.16(a-1), 2.16(b-1)に示す同時相関( $\tau = 0$ )では、 $x = 17\text{cm}$ の水面直下において高い相関を示す。また、この領域における $C_{uh}$ ,  $C_{wh}$ の符号はそれぞれ負と正の値をとる。これは、体積連続条件と水面変動の符号を考慮することによって、容易に理解できる( $h' > 0$ のとき、流体塊は鉛直方向に引き伸ばされるので $u' < 0$ ,  $w' > 0$ となる。その逆も同様)。時間ラグ $\tau = 0.0417 - 0.167\text{sec}$ では、凹部混合層において高相関の領域が存在しており、それらは $\tau$ が大きくなるとともに、ほぼ一定速度で下流側へ移動する。さらに、Figs. 2.16(a-5), 2.16(b-5)では、 $x = 12 - 13\text{cm}$ 付近の水表面近傍において $C_{uh}$ と $C_{wh}$ の値がかなり大きくなっている。これは、水面変動とそれに伴う流体運動の周期性を表しているものと考えられる。これらの結果より、凹部混合層における組織運動と水面変動の間には強い相互関連が存在することがわかる。

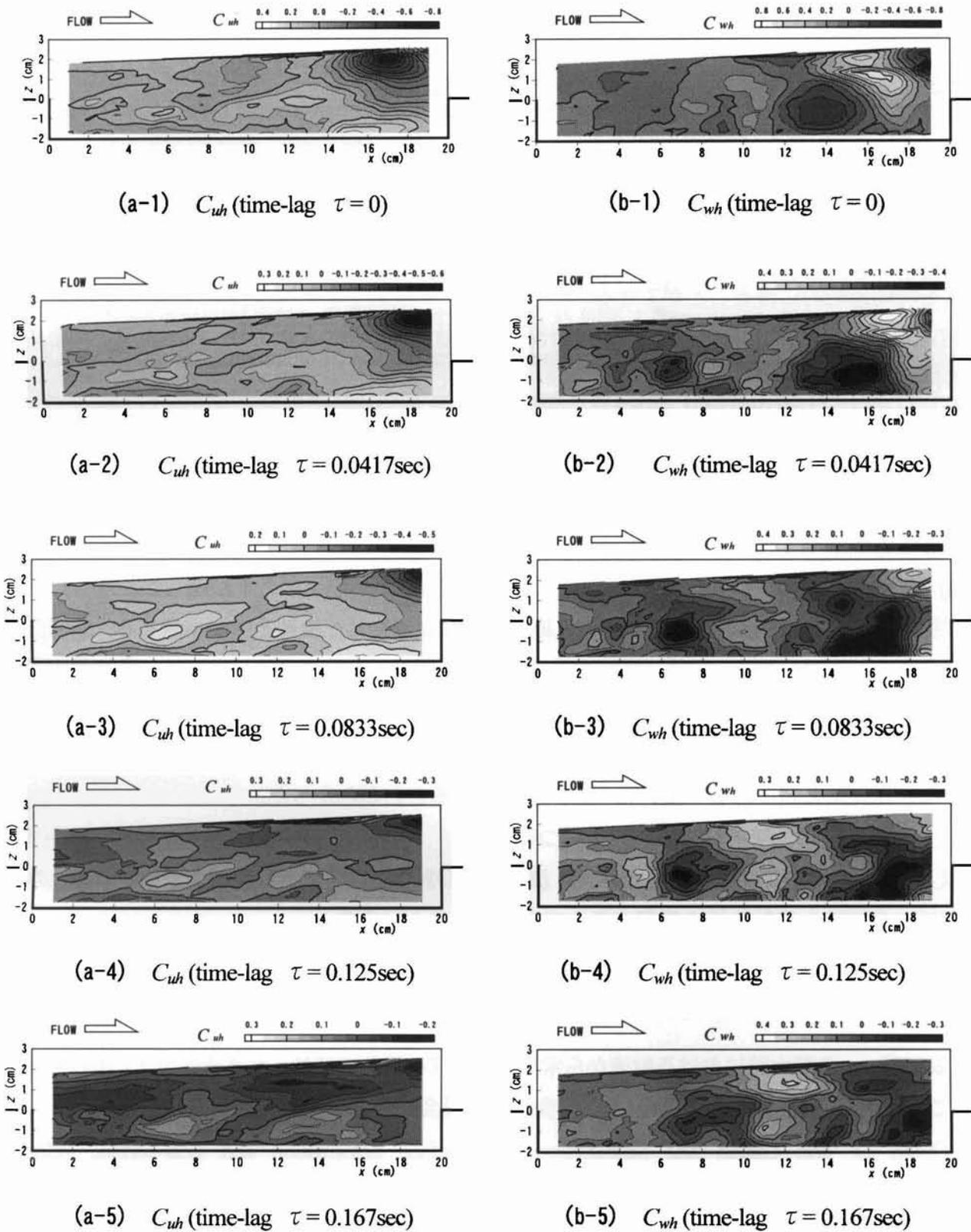


Fig. 2.16 Contours of cross correlation coefficients in space-time coordinates.  
 ( $C_{uh}$ : the coef. between velocity fluctuation components  $u'$  and water-surface fluctuation  $h'$  ( $x = 17$  cm),  $C_{wh}$ : the coef. between  $w'$  and  $h'$ )

## 2.5 結 論

本章で得られた結果をまとめると、以下のようである。

(1) 水面・流速の同時画像計測法について：

- (i) 流体内部と水面形状を同時撮影し、同一画像フレーム内に可視化画像を得ることができた。
- (ii) 可視化画像の輝度勾配から水面形状を抽出するアルゴリズムを提示した。水面形は1ピクセルの幅を有する画素の連なりとして表現でき、その計測精度は高い。これより、瞬時の水面形状を時間連続的に得ることができる。
- (iii) CECアルゴリズムを用いたPIV画像計測法を併せて用いることにより、内部流速と水面高さの同時計測を可能にした。

(2) 水面変動を伴う開水路凹部流れの解析に関して：

- (i) 本計測法により、浅い凹部をもつ開水路流れ(射流)の水面高さと流速分布を同時測定した。瞬時の水面・流速の空間分布より、凹部混合層における組織運動と水面変動との間に関連性があることが示唆された。
- (ii) 平均水面高さ、平均流速、乱流諸量などの空間分布から以下のことが明らかになった：①凹部上流側の主流-凹部境界では、せん断不安定により生じた流速変動が卓越する。②凹部の中央から下流側の主流-凹部境界では、せん断混合層が下流側に発達していく。③凹部下流側では、水面変動に伴う流速変動が活発になる。
- (iii) 流速変動と水面変動の時空間相関解析より、凹部混合層における組織運動と周期的に発生する水面変動の間はかなり強い相互作用が存在することがわかった。

(3) 水面・流速の同時計測法の適用性について：

以上の結果より、本章で開発した水面・流速の同時計測法は、大きな水面変動を伴う流れの時間的・空間的な変動特性を把握する上で有効であるといえる。

### 参考文献：

- 1) 安田陽一: 各種水路における射流から常流へ変遷する流れの特性, 水理講演会 10 年の歩みとこれからの基礎水理学の展開, 土木学会水理委員会基礎水理部会, pp.7-12, 1999.
- 2) Dabiri D. and Gharib M.: Simultaneous free-surface deformation and near-surface velocity measurements, *Experiments in Fluids*, Vol.30, pp.381-390, 2001.
- 3) 藤田一郎, 神田 徹, 門脇正夫, 森田卓光: 開水路凹部流れの PIV および LES による乱流解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.79-88, 1996.
- 4) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIV による開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第 41 巻, pp.1049-1054, 1997.

- 5) 禰津家久, 山本義暢: 開水路キャビティー流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No.614/II-46, pp.51-63, 1999.
- 6) Leu J. G. and Lu W.: A growing process to extract image edges, Hybrid Image and Signal Processing IV, *Proc. of SPIE*, Vol.2238, pp.218-228, 1994.
- 7) Hart D. P.: PIV error correction, 粒子画像流速測定法研究会(VI)報告書, pp.30-36, 1998. もしくは, *Experiments in Fluids*, Vol.29, pp.13-22, 2000.
- 8) 大江和正, 神田 徹, 宮本仁志, 島崎昌彦, 藤田一郎: PIV 計測における異常ベクトル除去法(CEC)の開水路凹部流れへの適用性, 土木学会第55回年次学術講演会, 2000.
- 9) Kanda T., Fujita I., Miyamoto H. and Ikegami J.: Turbulent behaviors in open channel trench analyzed by using PIV and turbulence model, *Proc. of 27th Congress of IAHR*, Theme B, pp.143-148, 1997.

## 第3章 画像の輝度情報を用いた浮遊物質濃度の計測法

### Chapter 3 Measuring Method of Suspended Solid Concentration by Using Luminance of Image

**Abstract:** In this chapter, we propose an image processing technique for measuring temporal and spatial distribution of suspended solid concentration in water. An equation, which relates luminance of image to the concentration of suspended solids, is derived from the radiative transfer equation in which effects of a multiple light scattering as well as of a light attenuation are taken into consideration. The optimum coefficients in the equation are experimentally determined from luminance of image under uniformly distributed concentrations. In order to examine the accuracy of the present method, the concentration distributions are measured with the quasi-uniform concentration. The measurement shows that this method is useful for estimating even high concentration of suspended solids in water.

**Key Words:** *measurement, image processing, suspended solid concentration, multiple scattering, luminance*

#### 3.1 序 論

河川、湖沼・貯水池、内湾などの水域において、流水、乱れ、波動など流体力学的な駆動力によって滞留している粘土やシルト等の微細粒子からなる浮遊物質は、大気からの降塵・雨核、洪水時の土砂流出、流域の汚濁負荷流出、水底堆積物(底泥)の巻き上げなど様々な発生源より供給されており、水域の水質・生態系に少なからず悪影響を及ぼしている。これらの水域内の浮遊物質が引き起こす水環境問題としては、例えば、洪水後の湖沼・貯水池における濁水の長期化現象が挙げられる。濁りにより水域の有光層厚さは減少し、生態系の一次生産者である植物プランクトンの光合成活動が抑制されるとともに、下流水域において長期にわたる濁水障害を発生する。また、底泥の巻き上げによって生じる浮遊物質は、底泥に含まれる重金属や栄養塩類をその表面に吸着・保持したまま水中に浮遊するため、水域の貧酸素化や富栄養化といった水質汚濁の原因となっている。

これらの問題の解決にあたっては、水域へ流入する泥の発生源対策を可能な限り講ずる必要があるが、一方、水域における浮遊物質の物性把握とともに、流れの動力学的な特性が微細浮遊粒子の発生、滞留、輸送、除去などどのように関係するかを明らかにすることが重要である。そのためには、浮遊物質濃度の時空間分布を知らねばならないが、濃度分布の測定は、実水域はもとより室内水理実験においても未だ十分なレベルに達しておらず、新しい計測法の開発が待たれているところである。

本章では実験水槽内の浮遊物質濃度を計測対象とするが、従来の採水や光学式濁度計を用いた計測手法では、(1) 水中に挿入したプローブが流れを乱すため浮遊物質濃度の正確な測定が困難である、(2) 点計測手法であるため空間情報が得られない、などの問題がある。そこで本研究では、近年技術発展が著しい画像処理技術を適用して、画像の輝度情報から

浮遊物質濃度の瞬時的・空間的な濃度分布を推定する手法を開発する。すなわち、画像輝度が濃度場における光の減衰のみならず光の多重散乱の影響を受ける程度の高濃度を対象にして、光の伝播特性を表す基礎方程式を用いて画像輝度と浮遊物質濃度との関係を定式化する。式に含まれる未知係数は実験的に同定され、それらを用いてほぼ一様な濃度場での可視化画像から濃度を推定し本計測手法の精度を検証する。

水中の物質濃度の面的計測法としては、土砂濃度を対象として医療技術から発展した CT の原理を適用した日野<sup>1)</sup>、佐藤ら<sup>2)</sup>の手法、海洋光学の分野において希薄な植物プランクトン濃度を対象にした Palowitch と Jaffe<sup>3,4)</sup>の画像計測手法、PLIF 法を用いた濃度計測手法<sup>5)</sup>などの研究があり、気体中の物質濃度計測法では加賀<sup>6)</sup>、Liscinsky と True<sup>7)</sup>らの研究などが報告されているが、比較的高濃度の浮遊物質を対象とした画像計測の事例は少ない<sup>8)</sup>。

### 3.2 輝度－濃度関係の定式化

高濃度の微細粒子が浮遊する水槽において可視化画像の輝度から濃度分布を推定する場合、光の減衰・多重散乱の及ぼす影響を考慮する必要がある。ここでは、光の伝播特性を表す放射伝達方程式を適用することで、光の減衰・多重散乱の影響を「輝度－濃度」関係式に導入する。

#### 3.2.1 光の伝播特性

Fig. 3.1 は、ある微小区間において、入射光が浮遊物質粒子や水分子などに衝突したときの透過、吸収、散乱、射出過程を模式的に表している。

吸収とは、光束が光学的に清澄な物質を通るときに、光のエネルギー(放射エネルギー)が物質の潜在エネルギーに変換されるために生じる放射エネルギーの損失のことである。一方、散乱とは、粒子と媒質との間に屈折率の差がある場合に、粒子に入射した放射エネルギーが粒子を中心

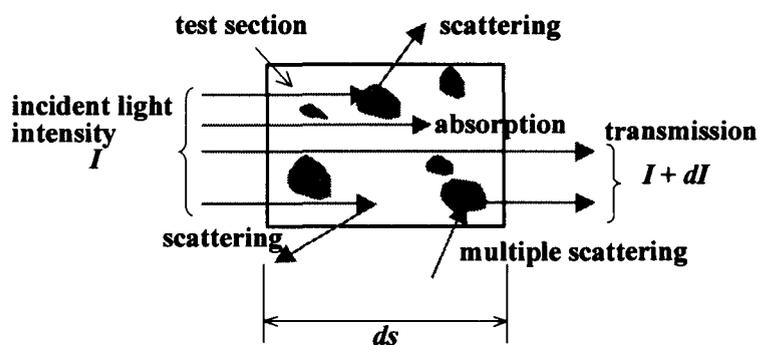


Fig. 3.1 Schematic of light propagation in mixture of suspended solids and water.

として四方に再配分される過程をいう。入射方向の放射エネルギーは吸収と散乱により減衰しながら伝播されるため、両者を合わせて消散という。

消散過程に対して、射出は光の伝播方向に放射エネルギーが増加する過程を表す。射出は、媒質が熱源を持つことによる真の射出と、媒質に他の方向から散乱入射したエネルギーがもたらすみかけの射出の二種類が考えられる。散乱粒子の濃度が高く、光路上で散乱された光の一部が再び光路上に戻ってくる現象は多重散乱と呼ばれるが、これは見かけの射出と捉えることができる。

### 3.2.2 放射伝達方程式

光の伝播過程を表現する放射伝達方程式の概略を以下に述べる<sup>9)</sup>。

ある光路上を伝播する光強度の変化を考える。波長 $\lambda$ の入射光強度を $I_\lambda$ 、距離 $ds$ だけ隔たった点への入射光強度を $I_\lambda+dI_\lambda$ とすると、入射光強度の変化量 $dI_\lambda$ は、前節で述べたことから、媒質中で消散される減衰量 $(-\kappa_\lambda \rho I_\lambda ds)$ と、その体積内で生じる放射の射出(真の射出)と他の方向から考えている入射方向への散乱(見かけの射出)による増加量 $(j_\lambda \rho ds)$ の和になる。

$$dI_\lambda = -\kappa_\lambda \rho I_\lambda ds + j_\lambda \rho ds \quad (3-1)$$

ここに、 $\kappa_\lambda$ ：質量消散係数、 $j_\lambda$ ：質量射出係数、 $\rho$ ：媒質の密度である。

放射の源泉関数 $S_\lambda$ を、

$$S_\lambda \equiv j_\lambda / \kappa_\lambda \quad (3-2)$$

で定義すると、式(3-1)は次のようになる。

$$\frac{dI_\lambda}{\kappa_\lambda \rho ds} = -I_\lambda + S_\lambda \quad (3-3)$$

上式が放射伝達方程式の基本形である。右辺第二項を無視すると、上式は光の減衰のみを考慮した Lambert-Beer の法則に帰着する。

式(3-3)中の質量消散係数 $\kappa_\lambda$ は、懸濁粒子水中を伝播する放射エネルギーの吸収と散乱過程の効果を含み、次式により表現される。

$$\kappa_\lambda = \chi_\lambda + \alpha_\lambda = \chi_\lambda^w + \chi_\lambda^s + \alpha_\lambda^w + \alpha_\lambda^s \quad (3-4)$$

ここに、 $\chi_\lambda$ ：質量吸収係数、 $\alpha_\lambda$ ：質量散乱係数、 $\chi_\lambda^w$ ：水分子による吸収係数、 $\chi_\lambda^s$ ：懸濁粒子による吸収係数、 $\alpha_\lambda^w$ ：水分子による散乱係数、 $\alpha_\lambda^s$ ：懸濁粒子による散乱係数である。

射出係数 $j_\lambda$ は、媒質が熱源を持つことによる真の射出( $j_\lambda^t$ )とその媒質に他の方向から散乱され

入射した光のエネルギーにより生じるみかけの射出( $j_\lambda^s$ )との和として、次式で表される。

$$j_\lambda = j_\lambda^i + j_\lambda^s \quad (3-5)$$

水中では可視および近赤外波長域に対してみかけの射出  $j_\lambda^s$  のみを考慮すればよいので、ここでは、

$$j_\lambda = j_\lambda^s \quad (3-6)$$

とする。次に、微小質量要素  $dm$  から射出される波長幅  $d\lambda$ 、立体角  $d\omega$ 、時間  $dt$  についての放射エネルギーは、射出係数  $j_\lambda$  を用いて次のように表される。

$$j_\lambda dm \cdot d\lambda \cdot d\omega \cdot dt \quad (3-7)$$

一方、 $(\theta, \phi)$  方向への射出に対する  $(\theta', \phi')$  方向からの入射光の散乱は次式で与えられる。

$$\kappa_\lambda \cdot dm \cdot d\lambda \cdot d\omega \cdot p(\theta, \phi; \theta', \phi') \times I_\lambda(\theta', \phi') \frac{\sin\theta' d\theta' d\phi'}{4\pi} \quad (3-8)$$

ここに、 $\theta$ : 天頂角、 $\phi$ : 方位角、 $p(\theta, \phi; \theta', \phi')$ : 位相関数 ( $(\theta', \phi')$  方向から  $(\theta, \phi)$  方向へ散乱する確率を与える関数)、 $I_\lambda(\theta', \phi')$ :  $(\theta', \phi')$  方向からの入射光強度である。

式(3-8)を散乱光の全入射方向(全立体角)に関して積分したものが式(3-7)の射出量に等しいので、散乱光のみが射出に寄与する場合の源泉関数  $S_\lambda$  は、式(3-2)、(3-6)、(3-7)、(3-8)から、次のようになる。

$$S_\lambda = \frac{1}{4\pi} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} p(\theta, \phi; \theta', \phi') I_\lambda(\theta', \phi') \sin\theta' d\theta' d\phi' \quad (3-9)$$

### 3.2.3 浮遊物質濃度場における輝度－濃度関係式

放射伝達方程式(3-3)を浮遊物質濃度場に適用することにより、画像輝度と浮遊物質濃度の関係を定式化する。式(3-9)にみられるように源泉関数  $S_\lambda$  の積分の中に求めるべき放射強度  $I_\lambda$  が含まれているため、放射伝達方程式(3-3)は線形微積分方程式となっている。つまり、源泉関数  $S_\lambda$  の値は、放射伝達方程式の解が得られた後でなければ求めることができない。そこで、源泉関数  $S_\lambda$  が予め既知であると仮定し、Fig. 3.2 のような光路上における放射伝達方程式(3-3)の解の物理的意味を考察することにより、「輝度－濃度」関係式を構築する。

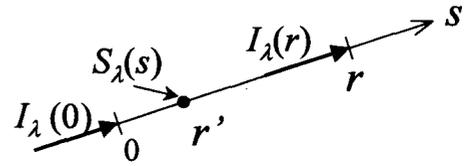


Fig. 3.2 Light pass.

源泉関数  $S_\lambda$  を既知と仮定すると、式(3-3)は簡単な1階常微分方程式となるため、その解は容易に次のように求まる。これを放射伝達方程式の形式解という。

$$I_\lambda(r) = I_\lambda(0) e^{-\tau(r,0)} + \int_0^r S_\lambda(s) e^{-\tau(r,s)} \kappa_\lambda \rho ds \quad (3-10)$$

ここに、 $I_\lambda(r)$ 、 $I_\lambda(0)$ ：それぞれ  $s=r$ 、 $0$  への入射光強度、 $S_\lambda(s)$ ： $s=0 \sim r$  間の任意の点での放射の源泉関数である。また、 $\tau$  は光学的厚さであり次式で表される。

$$\tau(r,r') = \int_{r'}^r \kappa_\lambda \rho ds \quad (3-11)$$

式(3-10)の物理的意味は次のように考えられる。右辺第1項は入射光  $I_\lambda(0)$  が  $s=0 \sim r$  の間で消散して  $r$  に入射する強度、第2項は区間  $[0, r]$  上の任意点  $r'$  からの射出が  $r'$  から  $r$  の間で消散した強度の区間積分である。したがって、 $r$  への入射光は光の減衰(右辺第1項)と多重散乱(右辺第2項)の和で表されることになる。

Fig. 3.3 のように懸濁粒子水が入った水槽の上方からレーザー光を入射させて断面 QS を可視化し、水槽の側方からビデオカメラで撮影する。得られた画像の点 P における輝度と濃度との関係式を導く。本研究では比較的高濃度場を取り扱うため、カオリナイト粒子による散乱が光の減衰に対して支配的であると仮定し、消散係数  $\kappa_\lambda$  としては懸濁粒子による散乱係数  $\alpha (= \alpha_\lambda^s)$  を用いる。密度  $\rho$  の代わりにカオリナイトの濃度  $c$  を考えると、式(3-11)の光学的厚さ  $\tau$  は次のように表される。

$$\tau(r,r') = \int_{r'}^r \alpha c ds \quad (3-12)$$

ここでは、レーザー光源を用いているため、水面への入射光および懸濁粒子水中における散乱光の波長は一定( $\lambda = \text{const.}$ )であり、以後、波長を表す添字  $\lambda$  は省略する。

Fig. 3.3 における光路 QPR を、点 Q から点 P への入射光の光路と点 P からカメラ方向(点 R)への散乱光の光路とに分けて考える。点 Q への入射光強度を  $I_Q$  としたとき、点 P に入射する光の強度  $I_P$  は、式(3-10)を適用すると次のようになる。

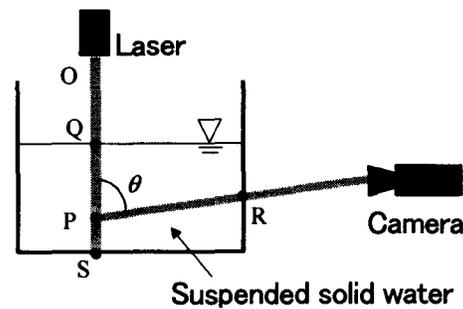


Fig. 3.3 Schematic of light path in suspended solid water.

$$I_P = I_Q e^{-\tau(p,q)} + \int_q^P S(s) e^{-\tau(p,s)} \alpha c(s) ds \quad (3-13)$$

ここに、 $S(s)$ 、 $c(s)$ は、それぞれ光路上の任意の点における源泉関数と濃度であり、 $p, q$ はそれぞれ光路QP上の点PとQの位置座標である。

次に、点P周辺の微小体積要素  $dV$  から R 方向 ( $\angle QPR = \theta$ ) へ散乱する光の強度  $I_P(\theta)$  は次式で示される。

$$I_P(\theta) = I_P c_P dV i_\theta = \left\{ I_Q e^{-\tau(p,q)} + \int_q^P S(s) e^{-\tau(p,s)} \alpha c(s) ds \right\} \cdot c_P dV i_\theta \quad (3-14)$$

ここに、 $c_P$ ：点Pの濃度、 $i_\theta$ ：位相関数である。

式(3-14)で表される散乱光強度  $I_P(\theta)$  は、光路PRで減衰と多重散乱の影響を受けてカメラに入射する。輝度と光の強度が線形関係にあると仮定すると、計測される点Pの輝度  $L_P$  を次式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} L_P &\propto I_P(\theta) e^{-\tau(r,p)} + \int_p^r S(s) e^{-\tau(r,s)} \alpha c(s) ds \\ &= \left\{ I_Q e^{-\tau(p,q)} + \int_q^P S(s) e^{-\tau(p,s)} \alpha c(s) ds \right\} \cdot c_P dV i_\theta \cdot e^{-\tau(r,p)} + \int_p^r S(s) e^{-\tau(r,s)} \alpha c(s) ds \\ &= I_Q e^{-\tau(p,q)} e^{-\tau(r,p)} c_P dV i_\theta + \int_q^P S(s) e^{-\tau(p,s)} \alpha c(s) ds \cdot e^{-\tau(r,p)} c_P dV i_\theta \\ &\quad + \int_p^r S(s) e^{-\tau(r,s)} \alpha c(s) ds \end{aligned} \quad (3-15)$$

したがって、

$$\begin{aligned} L_P &= k \left\{ I_Q e^{-\tau(p,q)} e^{-\tau(r,p)} c_P dV i_\theta + \int_q^P S(s) e^{-\tau(p,s)} \alpha c(s) ds \cdot e^{-\tau(r,p)} \cdot c_P dV i_\theta \right. \\ &\quad \left. + \int_p^r S(s) e^{-\tau(r,s)} \alpha c(s) ds \right\} \\ &= K G c_P + \beta \end{aligned} \quad (3-16)$$

ここに、 $k$ ：比例係数、 $r$ ：光路上の点Rの位置座標である。また、 $K$ ：散乱角 $\theta$ と入射光強度によって決まる係数、 $G$ ：光の減衰項、 $\beta$ ：多重散乱項であり、それぞれ以下の式で表される。

$$K = k I_Q dV i_\theta \quad (3-17)$$

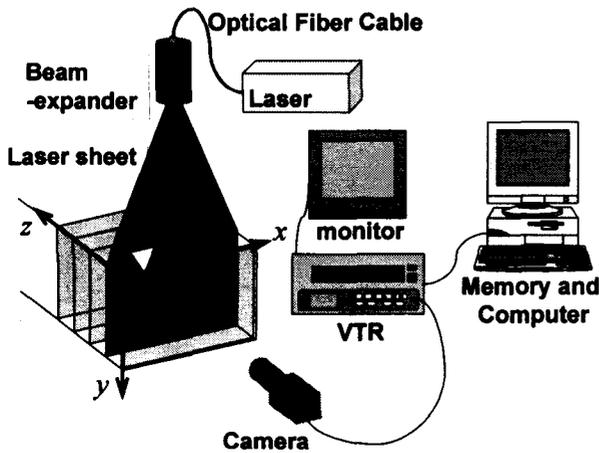


Fig. 3.4 Experimental setup.

Table 3.1 Experimental conditions

Adjustment Concentration	$c_0(\text{g}/\ell)$	0.1, 0.2, 0.3
Measured Cross Section	$z(\text{cm})$	0, 1, 2, 3, 4, 5
Flame Interval	(fps)	240
Power of Laser	(W)	0.8
Wavelength of Laser Light	(nm)	488
Length of Each Pixel	(cm)	0.05

$$G = e^{-\tau(p,q)} e^{-\tau(r,p)} \quad (3-18)$$

$$\beta = k \left\{ \int_q^p S(s) e^{-\tau(p,s)} \alpha c(s) ds \cdot e^{-\tau(r,p)} \cdot c_p dV i_\theta + \int_p^r S(s) e^{-\tau(r,s)} \alpha c(s) ds \right\} \quad (3-19)$$

式(3-16)が点Pにおける輝度  $L_p$  と濃度  $c_p$  の関係を与える式であり、散乱係数  $\alpha$ 、係数  $K$ 、および多重散乱項  $\beta$  が与えられれば、輝度  $L_p$  から濃度  $c_p$  を求めることができる。

### 3.3 未知係数の同定

#### 3.3.1 実験方法および実験条件

輝度-濃度の関係式(3-16)中の未知係数  $\alpha$ 、 $K$ 、 $\beta$  を実験的に同定するために、水槽内で濃度が一樣になるよう十分に攪拌したカオリナイト混合水を用いて可視化実験を行った（以下、このときのカオリナイトと水の配合割合から算出される水槽内の平均的な重量濃度を「調整濃度」と呼ぶことにする）。画像計測システムの概要を Fig. 3.4 に、実験条件を Table 3.1 にそれぞれ示す。アルゴンイオンレーザーをビームエクパンダーによってシート状にして水槽上方から照射することにより可視化断面を作成する。レーザーの出力は 0.8W、波長は 488nm、またビームエクパンダーから水面までの距離は 162cm である。可視化断面は高速ビデオカメラを用いて撮影し、撮影画像をビデオテープに録画する。画像データは、画像処理ボード搭載のパーソナルコンピュータに 512×512 画素（内、計測対象 200×100 画素）、256 階調の輝度データとして保存する。カオリナイト水溶液の調整濃度  $c_0$  は、0.3、0.2、0.1g/l の 3 ケースとした。対象とする可視化断面は水槽側壁の影響のない断面中央の幅 10cm とし、計測断面は奥行き方向 ( $z$  軸方向) に 1cm 間隔で  $z =$

0 から 5cm まで 6 断面を計測した。ビデオカメラのシャッタースピードは 1/500sec, フレーム間隔は 240fps, 1 画素の実長は約 0.05cm である。なお, 可視化断面の輝度データを実験値として使用するため, 一連の実験装置を暗幕で覆い外部からの光を完全に遮断して実験を行った。上述の方法で可視化した断面の輝度分布の一例を Fig. 3.5 に示す。ここに,  $L$  は輝度,  $x$  軸は水槽の幅方向,  $y$  軸は水深方向 ( $y=0$  は水面),  $z$  軸は水槽の奥行き方向 ( $z=0$  はカメラに最も近い断面) を表す。

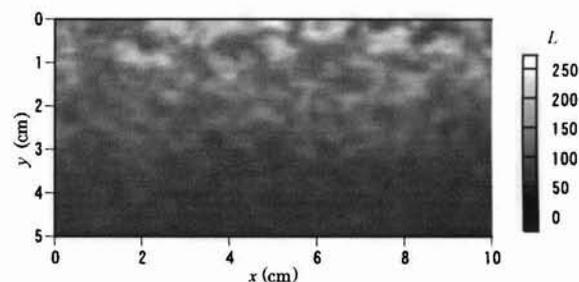


Fig. 3.5 Instantaneous distribution of visualized image. ( $c_0 = 0.3$  g/l,  $z = 0$ )

### 3.3.2 未知係数同定のための画像輝度

水槽内の浮遊物質濃度を一様にするためにマグネチック・スターラーを用いてカオリナイト水溶液を十分に攪拌しているが, 水溶液の流動に伴い水槽内の空間的な濃度分布は時々刻々変化する。したがって, Fig. 3.5 に示すように得られる可視化断面の輝度分布は, 完全に一様な濃度分布に対応したものではなく, 瞬時の空間的な濃度分布を反映した輝度分布となる。そこで, 攪拌中の約 4.5 秒間の画像 (1089 枚) を平均して, 一様濃度分布と対応させる平均輝度分布を求めた。

計測された輝度値には, 入射光の非均質性や画像ノイズなど画像計測システムの問題に起因する異常な輝度値が含まれている場合がある。これらは, 未知係数の同定に際して障害となるため, 画像を平均する前に, (1) 画像ノイズに関しては得られた各画像に  $3 \times 3$  画素のメディアンフィルターと  $5 \times 5$  画素の荷重平均フィルターを画像データに施すことにより, (2) 他の異常値に関しては画素ごとの輝度値の生起確率が正規分布に近似できると仮定して, 除去処理を行った。

断面中央 ( $x = 5$ cm) における輝度  $L_0$  の鉛直分布を Fig. 3.6 に示す。断面の位置 ( $z$ ) が同じであれば, 調整濃度  $c_0$  が高くなるにしたがって散乱粒子が多くなるため, 輝度値が高くなる。また, 調整濃度  $c_0$  が高い場合ほど断面 ( $z$  軸方向) による輝度値の差は大きく, 濃度が低くなるにしたがって輝度値の差は小さくなっている。これは, 濃度が高いほど奥行き方向 ( $z$  軸方向) の光の減衰が大きくなるためである。水深方向 ( $y$  軸方向) については, 輝度は単調減少ではなく, 多重散乱の影響によってある水深で極大値をとる分布となる。

### 3.3.3 輝度－濃度関係式の離散化および未知係数

実験より得られる可視化画像の輝度は各画素, 断面ごとの離散値として得られるため, 式(3-16)

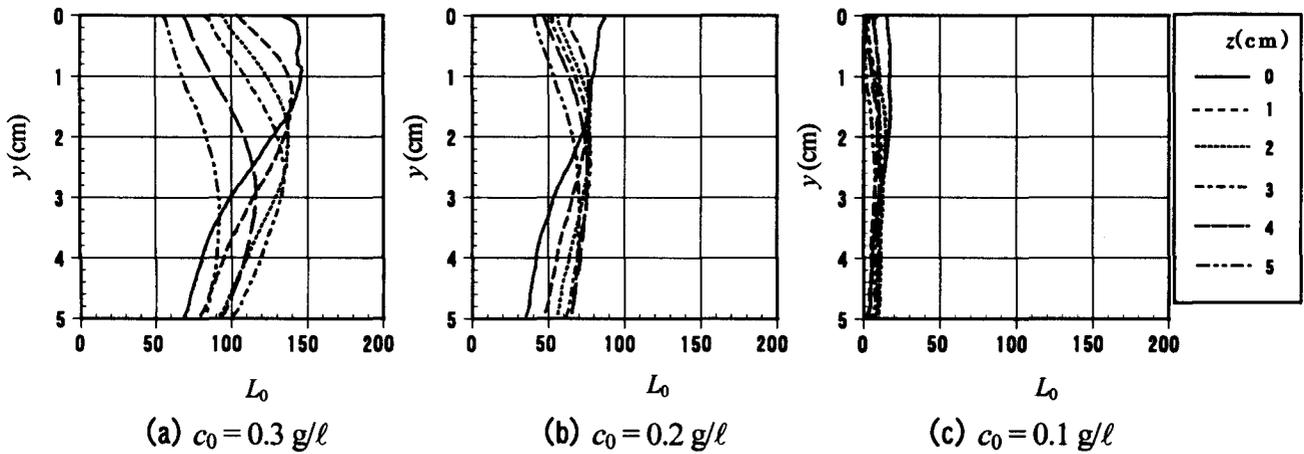


Fig. 3.6 Vertical distributions of image luminance ( $x = 5 \text{ cm}$ ).

を以下のような表現に変える。

$$\begin{aligned}
 L(x, y, z) &= K \left\{ \exp \sum_{i=1}^{y-1} (-\alpha c(x, i, z) \Delta y) \right\} \left\{ \exp \sum_{j=1}^{z-1} (-\alpha c(x, y, j) \Delta z) \right\} \cdot c(x, y, z) + \beta(x, y, z) \\
 &= K \cdot G(x, y, z) \cdot c(x, y, z) + \beta(x, y, z)
 \end{aligned} \tag{3-20}$$

ただし,

$$G(x, y, z) = \left\{ \exp \sum_{i=0}^{y-1} (-\alpha c(x, i, z) \Delta y) \right\} \left\{ \exp \sum_{j=0}^{z-1} (-\alpha c(x, y, j) \Delta z) \right\} \tag{3-21}$$

ここに,  $\Delta y$ : 1画素の実長,  $\Delta z$ : 計測断面間隔,  $G(x, y, z)$ : 光の減衰項である。

実験で用いたカオリナイト粒子の径(中央粒径  $3.5 \mu\text{m}$ )はレーザーの波長(488nm)に比べて十分大きい。そこで, 球形粒子を仮定すれば, 散乱係数 $\alpha$ が(粒径/波長)の比と粒子の屈折率によって決定されるというミーの散乱理論により光の散乱を近似できる。さらに, レーザーの波長が一定であり粒度構成が空間的に均一であると仮定して, 散乱係数 $\alpha$ は位置座標( $x, y, z$ )によらず一定とする。一方, 係数 $K$ の値は散乱角 $\theta$ の関数である。ここでは, カメラへの入射光が可視化断面に直角方向の散乱光であると仮定し, 係数 $K$ も位置座標( $x, y, z$ )によらず一定とする。多重散乱項 $\beta$ は, 懸濁粒子水中における光の伝達経路上の濃度と位相関数によって決まる複雑な関数であるため, 一般には位置( $x, y, z$ )によって異なる値をとる。ただし, 今回対象とする一様な濃度場においては, 平行で均質な光が水面に入射すると仮定すれば ( $y, z$ )のみの関数として取り扱うことができる。また, 光が水面に到達するまでの区間と水槽前面からカメラの区間での空気による光の減衰は無視する。

### 3.3.4 係数 $K$ の同定

実験により得られた画像輝度を用いて係数  $K$  を同定する。

水槽最前面の水面 ( $y=z=0$ ) では, 光の減衰および多重散乱の影響を無視できるとすれば, 式(3-20)の輝度-濃度の関係式が次のようになる。

$$L(x) = K c(x) \quad (3-22)$$

$y=z=0$  における輝度  $L_0$  と調整濃度  $c_0$  の関係を Fig. 3.7 に示す。調整濃度  $c_0$  と輝度  $L_0$

の相関係数は0.994 となり, 両者が線形関係にあることを確認できる。最小二乗法によって式(3-22)の係数が  $K = 588$  と同定された。Fig. 3.7 には回帰直線を併示してある。回帰直線の切片が負の値をとるが, これは画像処理ボードの A/D 変換特性に起因すると考えられるため, 切片が0となるように輝度値を修正した。以下の係数同定においては, この修正輝度値を使用する。

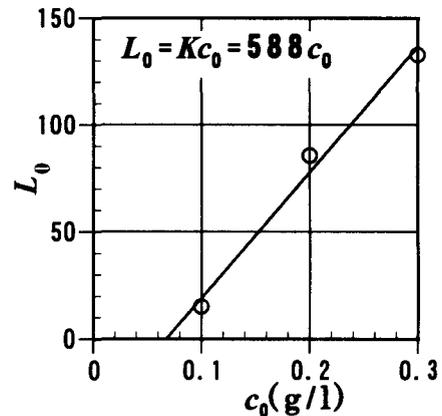


Fig. 3.7 Relationship between luminance and concentration ( $y = z = 0$ ).

### 3.3.5 散乱係数 $\alpha$ の同定

水面 ( $y=0$ ) での多重散乱の影響を無視できると考えると, 式(3-20)は光の散乱による減衰のみを考慮して次式のように表される。

$$L(x, z) = K G(x, z) c(x, z) \quad (3-23)$$

一様濃度場においては, 式(3-23)は次式となる。

$$L_0(z) = K G(z) c_0 \quad (3-24)$$

ただし,

$$G(z) = \exp(-\alpha c_0 z \cdot \Delta z) \quad (3-25)$$

水面 ( $y=0$ ) における輝度分布から, 式(3-24), (3-25)に基づいて回帰分析し, 散乱係数が  $\alpha = 0.384$  と同定された。Fig. 3.8 に, 水面における輝度分布とその回帰曲線を調整濃度  $c_0$  ごとに示す。この図より, 散乱係数  $\alpha$  の同定値は全ての調整濃度  $c_0$  に対して光の減衰を良好に表現することが確認される。

### 3.3.5 多重散乱項 $\beta$ の影響評価

一様濃度場における輝度-濃度の関係式は次式のように表される.

$$L(y, z) = K \exp\{-\alpha c_0 (y \cdot \Delta y + z \cdot \Delta z)\} c_0 + \beta(y, z) \quad (3-26)$$

同定された散乱係数  $\alpha$  と係数  $K$  を用いて, 光の減衰のみを考慮した各断面, 各水深における輝度  $L_a$  を次式により算出する.

$$L_a(y, z) = K \exp\{-\alpha c_0 (y \cdot \Delta y + z \cdot \Delta z)\} c_0 \quad (3-27)$$

式(3-26), (3-27)より, 多重散乱項  $\beta$  は次式のように各調整濃度に対して評価できる.

$$\beta(y, z) = L(y, z) - L_a(y, z) \quad (3-28)$$

$\beta$  は見かけの射出による入射項強度の増加を反映するものであり, 物理的には負値をとることはあり得ない. したがって, 式(3-28)によって負の値が算出される場合については, 多重散乱の影響がないものとして  $\beta(y, z) = 0$  と考える.

$\beta$  の分布を Fig. 3.9 に示す. 水面の極く近傍においては, 調整濃度  $c_0$  によらず  $\beta$  がほぼ 0 に近い値となり, 多重散乱の影響は極めて少ないことが確認できる. また, 調整濃度  $c_0$  が低くなるにしたがって  $\beta$  は減少する. 水深方向 ( $y$  軸方向) においては, 画像輝度  $L_0$  の場合と同様に  $\beta$  がある深さ  $y$  で極大値をとり, その水深  $y$  は奥行き方向 ( $z$  軸方向) に向かって増加傾向を示す. また, 奥行き方向においては,  $c_0 = 0.3 \text{ g/l}$  (Fig. 3.9 (a)) の場合,  $z = 3 \text{ cm}$  の断面で  $\beta$  が最大となるが,

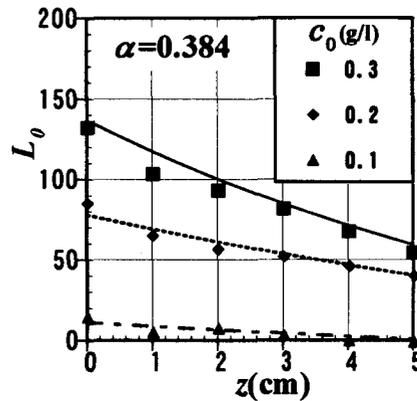


Fig. 3.8 Distributions of luminance on water surface ( $y = 0$ ).

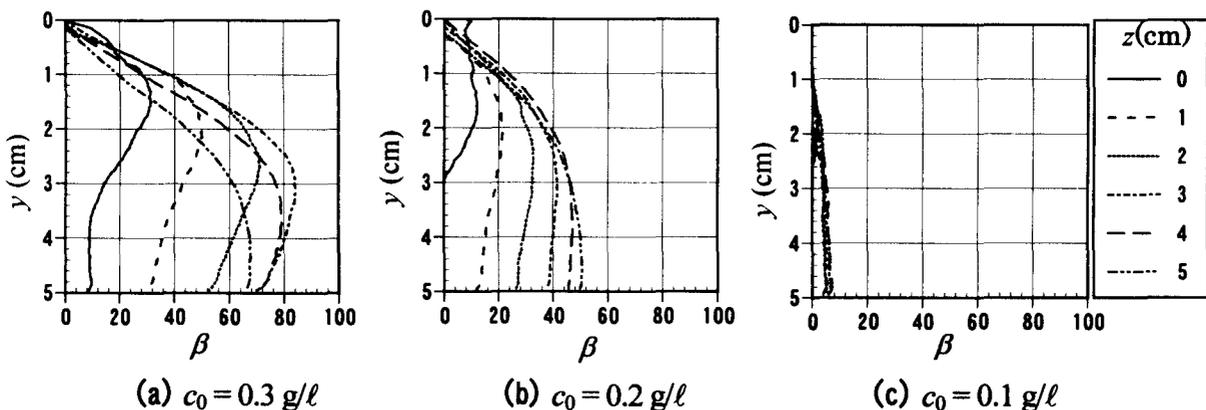


Fig. 3.9 Vertical distributions of multiple scattering term  $\beta(y, z)$ .

$c_0=0.2\text{g/l}$ (Fig. 3.9 (b))の場合では、 $\beta$ が奥行き方向に単調増加する傾向を示している。

上述のように多重散乱項 $\beta$ は浮遊物質濃度によって変化する。したがって、濃度と多重散乱項の相互関係を検討することが必要である。各断面における $\beta$ と $c_0$ の関係( $y=3\text{cm}$ )をFig. 3.10に示す。これより、 $c_0$ と $\beta$ の間には強い正の相関が存在することが確認できる。最小二乗法により多重散乱項 $\beta$ は次式で近似される。

$$\beta(y, z) = \beta_a(y, z) c_0 + \beta_b(y, z) \quad (3-29)$$

同図には、このようにして得られた両者の回帰直線を併示している。

Fig. 3.11 に $\beta_a$ と $\beta_b$ の鉛直分布を示す。これより、 $\beta$ と同様にある水深 $y$ で $\beta_a$ が極大値をとり、その水深は奥行き方向に増加している。また、奥行き方向において、 $\beta_a$ は $z=3\text{cm}$ で最大となる。 $\beta_b$ は $\beta_a$ に比べてかなり小さい値をとり、その分布は $\beta_a$ の分布とほぼ相似となるのがわかる。

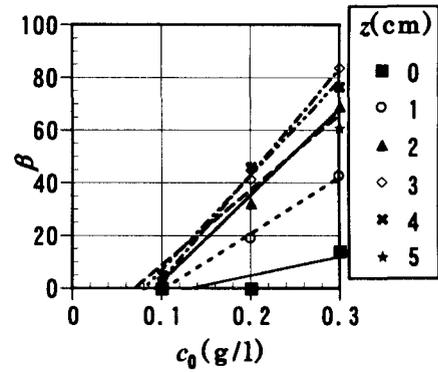


Fig. 3.10 Relationship between multiple scattering term  $\beta$  and concentration  $c_0$  ( $y = 3 \text{ cm}$ ).

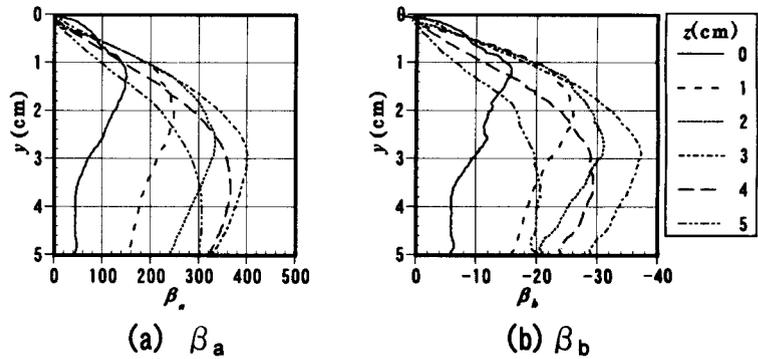


Fig. 3.11 Vertical distributions of regression coefficients of multiple scattering in regression curve.

### 3.4 一様な濃度場での計測

以上のように同定された諸係数を用いて、ほぼ一様に攪拌された濃度場における浮遊物質濃度分布を時間平均化された画像輝度分布から求める。

#### 3.4.1 濃度の計算方法

$(\alpha, K, \beta)$ の同定値と次式の「輝度-濃度」関係式を用いて、画像輝度分布から浮遊物質濃度分布を推定する。

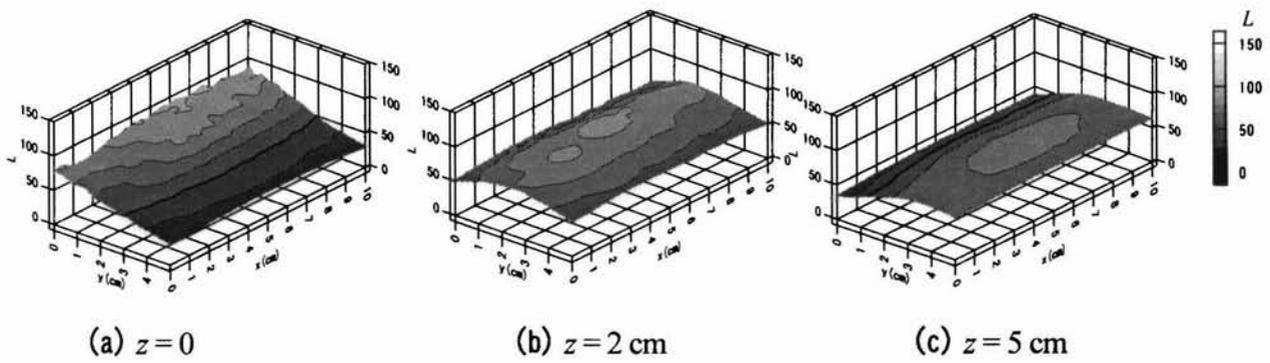


Fig. 3.12 Spatial distributions of luminance ( $c_0 = 0.2 \text{ g}/\ell$ ).

$$\begin{aligned}
 L(x, y, z) &= K G(x, y, z) c(x, y, z) + \beta(y, z) \\
 &= K G(x, y, z) c(x, y, z) + \beta_a(y, z) c(x, y, z) + \beta_b(y, z)
 \end{aligned}
 \tag{3-30}$$

上式を濃度  $c$  について変形すれば次式のようになる。

$$c(x, y, z) = \frac{L(x, y, z) - \beta_b(y, z)}{K G(x, y, z) + \beta_a(y, z)}
 \tag{3-31}$$

まず、光の減衰と多重散乱の影響がない水槽前面の水面 ( $y=z=0$ ) での濃度を算定し、順次水深方向 ( $y$  軸方向) および奥行き方向 ( $z$  軸方向) 各点での値を算出する。

### 3.4.2 輝度の空間分布特性

得られた鉛直断面内の輝度分布の例 (調整濃度  $c_0 = 0.2 \text{ g}/\ell$ ) を Fig. 3.12 に示す。輝度値は、水槽前面での水面から遠ざかるほど全体的に低くなる。このような輝度値の空間的な減少は光の減衰によるものと考えられる。一方、 $z=2, 5 \text{ cm}$  の断面においては、多重散乱の影響によって輝度分布がある水深で極大値をとる。極大値の現れる水深は、奥行き方向の断面ほど大きい。すべての輝度分布において水槽中央部に比べて両端部での輝度値がやや低く計測されているが、これは両端部においての入射光そのものが弱いためである。

### 3.4.3 濃度分布の推定

調整濃度  $c_0 = 0.2 \text{ g}/\ell$  の場合における濃度分布の推定結果を Fig. 3.13 に示す (Fig. 3.12 の輝度分布に対応)。Fig. 3.12 に示したように輝度分布は光の減衰および多重散乱の影響によって空間的な変動が大きいですが、各断面に関しての濃度分布は調整濃度  $c_0$  に近い値が推定され、しかもほぼ一様な分布が得られている。しかし、水槽両端部では濃度がやや低く推定されており、上述のよ

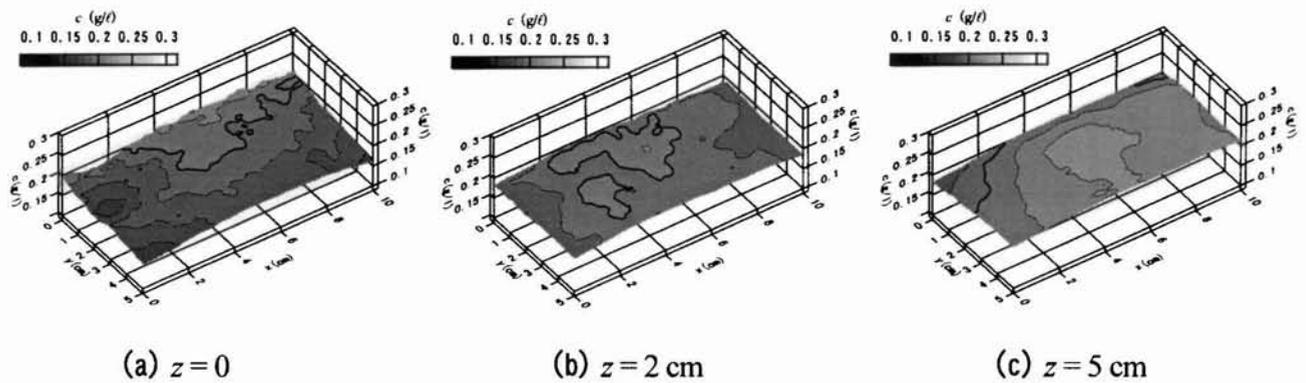


Fig. 3.13 Spatial distributions of concentration ( $c_0 = 0.2 \text{ g/l}$ ).

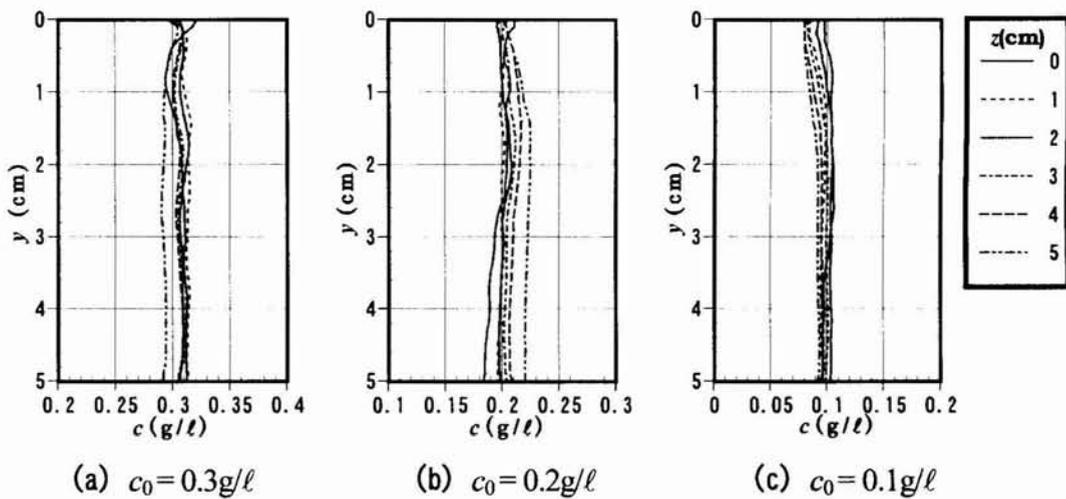


Fig. 3.14 Vertical profiles of concentration.

うに両端部での入射光が中央部に比べて弱いことが影響していると考えられる。

Fig. 3.14 に調整濃度ごとの計測断面中央 ( $x=5\text{cm}$ ) における推定濃度の鉛直分布を示す。また、Table 3.2 に濃度分布の標準偏差および推定値と調整値の最大偏差を示す。すべての  $c_0$  に対して、推定誤差は  $c_0 \pm 0.02\text{g/l}$  の範囲に収まっている。これより、本計測法によって調整濃度に近い様な濃度分布が推定されることが確かめられた。さらに、濃度推定値を検証するために、光学式濁度計を用いて同一条件下で濃度計測を行った結果を Table 3.2 に併記している。濁度計により測定された濃度の標準偏差は  $0.002 \sim 0.003\text{g/l}$  程度であった。

Table 3.2 Standard and maximum deviations

$c_0(\text{g/l})$	Standard deviation (g/l)	Maximam deviation (%)	Standard deviation (g/l) (turbidity probe)
0.3	$0.116 \times 10^{-1}$	20.18	$0.281 \times 10^{-2}$
0.2	$0.107 \times 10^{-1}$	19.43	$0.288 \times 10^{-2}$
0.1	$0.077 \times 10^{-1}$	27.14	$0.241 \times 10^{-2}$

### 3.5 結 論

画像の輝度情報から浮遊物質濃度を推定する計測法を提案した。光の伝播特性を表す基礎方程式より「輝度－濃度」関係式を誘導してほぼ一様な濃度場での濃度を推定し、その適用性を確認した。得られた成果を以下に要約する。

- (1) 光の伝播特性を表現する放射伝達方程式を用いて、浮遊物質濃度場における「輝度－濃度」関係式を誘導した。関係式には、光路上の光の減衰と多重散乱が考慮されている。
- (2) 一様濃度場での実験から、「輝度－濃度」関係式に含まれる未定係数を同定した。散乱による光の減衰率を表す散乱係数 $\alpha$ は、多重散乱の影響のない水面の輝度より同定された。多重散乱項 $\beta$ は濃度が高いほど大きい値をとり、ある水深で極大値をとる。また、一様濃度場においては、多重散乱項 $\beta$ と濃度が線形関係で近似される。
- (3) 本計測法をほぼ一様な濃度場に適用し、濃度分布を推定した。その結果、本計測法は空間的な濃度分布を計測する上で有効であることがわかった。
- (4) 本計測法は、上述の通りほぼ一様な濃度場に対しては比較的良好な推定結果を示すが、濃度が空間的に変化する懸濁粒子水においては、多重散乱の影響評価、輝度－濃度間の計算方法、画像計測システムにおける光の制御など、今後検討しなければならない課題が残されている。

#### 参考文献：

- 1) 日野幹雄: C T型レーザー土砂濃度計の開発, 水工学論文集, 第41巻, pp.1085-1090, 1997.
- 2) 佐藤行成, 常見 亮, 日野幹雄: C T型土砂濃度二次元分布計測の試作, 水工学論文集, 第41巻, pp.1091-1096, 1997.
- 3) Palowitch A. W. and Jaffe J. S.: Experimental determination and modeling of volumetric optical properties, *Ocean Optics XI*, Proc. SPIE, Vol.1750, pp.104-113, 1992.
- 4) Palowitch A. W. and Jaffe J. S.: Three-dimensional reconstruction of ocean chlorophyll distributions from underwater serial fluorescence images, *Ocean Optics XII*, Proc. SPIE, Vol.2258, pp.56-66, 1994.
- 5) Houcine I., Vivier H., Plasari E., David R. and Villermaux J.: Planar laser induced fluorescence for technique for measurements of concentration fields in continuous stirred tank reactors, *Experiments in Fluids*, Vol.22, pp.95-102, 1996.
- 6) 加賀昭和: 換気室内濃度分布計測, 画像処理産業応用総覧, 下巻(応用技術編), (株)フジ・テクノシステム, pp.508-513, 1994.
- 7) Liscinsky D. S. and True B.: Planar mie scattering measurements of scalar mixing, *Laser Applications in Combustion and Combustion Diagnostics*, Proc. SPIE, Vol.2122, pp.153-160, 1994.
- 8) 神田 徹, 宮本仁志, 東野 誠, 岩見収二: 画像の輝度情報を用いた浮遊泥濃度の計測, 水工

学論文集, 第 42 卷, pp.553-558, 1998.

9) 杉森康宏, 坂本 亘: 海洋環境光学, pp.41-50, 東海大学出版会, 1985.

## 第4章 開水路凹部のせん断混合層における乱流構造のウェーブレット解析

### Chapter 4 Wavelet Analysis on Turbulent Structure in Mixing Layer of Open-Channel Flow over Concaved Bed

**Abstract:** Turbulent structures in the mixing layer developed between the main-channel and the concave are analyzed using wavelet transforms. The flow is measured by a particle image velocimetry. The continuous wavelet transform of the velocities successfully detects the large-scale vortices generated along the mixing layer, which makes possible to discuss flow characteristics such as the spatial scale, frequency, advection velocity and generation interval. A joint probability density distribution of the vortex's scales and frequencies shows that there is a linear relationship between them. Then, the longitudinal and vertical amounts of the kinetic energy are clearly decomposed into subcomponents according to the respective frequencies by using a multiresolutional approximation. The flow motions are classified into three components in frequency hierarchy that are specified by the energy distributions of the components. These results strongly support that the wavelet analysis is very useful in examination of flow structures in the present system.

**Key Words:** wavelet transform, large-scale vortex, turbulent mixing layer, open-channel, concaved bed

#### 4.1 序 論

本論文では、これまで、画像情報を用いた開水路流れと浮遊物質濃度の計測法について検討を行ってきた。これら画像計測法から得られる物理情報は時空間軸を独立変数とする非常に膨大なデータ量となるため、その情報の中から現象の鍵となる時空間変動特性を抽出し整理するための新たな解析法が要求されよう。本章以降の各章においては、河道断面変化部での流れの物理モデルとして水路床に凹部を設けた開水路流れ(以下、『開水路凹部流れ』と略記)を対象にして、particle image velocimetry (PIV) による画像計測を行い、それより得られる流速データから流況特性を抽出するための解析方法を検討する。まず、本章では、ウェーブレット変換を用いた解析によって開水路凹部流れにおける乱流特性を考究する。

開水路凹部流れに関しては、藤田ら<sup>1)</sup>がPIVとLarge Eddy Simulation (LES)を用いた乱流解析を、禰津・山本<sup>2)</sup>がレーザー流速計、PIV、LESを用いた乱流構造の研究を行っている。それらの研究では、主流-凹部境界のせん断混合層(以下、『凹部混合層』と略記)に発生する大規模渦の挙動について興味ある知見が示されている。しかしながら、大規模渦など乱流の組織構造については、時間・空間の特性スケールや流れの動力的機構が十分整理されてはならず、流れの挙動を完全

に解明するには至っていない。

本章で用いるウェーブレット変換<sup>3)</sup>は、1980年代初頭に登場し、その数学的な基礎理論が体系化されてきた新しい応用数学である。ウェーブレット変換の特徴は、マザーウェーブレットと呼ばれる関数を拡大・縮小および移動させて解析対象となる変動量を変換することにより、信号に含まれる局所的な変動特性を表現できることにある。このことから、同変換は凹部混合層における大規模渦など流れの局所的な組織構造を検出する上でかなり有効な解析方法であると考えられる。波数・周波数など変動特性の解析に対しては従来フーリエ変換が多く用いられてきたが、フーリエ変換では変換前の関数の分布情報(例えば、周波数解析を行った場合の局所的な時間軸情報)が失われるため、このような解析は不可能である。

流体力学・乱流研究の分野においては、Farge<sup>4)</sup>が、連続ウェーブレット変換・離散ウェーブレット変換の特徴と流れの解析への適用性・方向性について優れたレビューを発表している。ここでは、ウェーブレット変換が Tennekes と Lumley の渦モデル<sup>5)</sup>を想起させ、渦の時空間的な変動様相を解析する上で有効な手法であることが述べられている。Liandrat と Moret-Bailly<sup>6)</sup>は、乱流組織構造の解析手法として用いられてきた VITA 法(variable interval time averaging)とウェーブレット変換との性能を比較し、信号の多重スケール分解が可能であるウェーブレット変換の優位性を示している。航空・機械など流体工学の分野においても、噴流、後流を対象としてウェーブレット変換を用いた乱流の組織構造の解析が行われている<sup>7-10)</sup>。

本章の主要な論点は、(1)連続ウェーブレット変換を用いた大規模渦の挙動特性の抽出、(2)多重解像度近似(または多重解像度解析)による流下・鉛直方向の運動エネルギー成分の階層構造解析、である。これらによって凹部混合層での乱流特性を明らかにするとともに、ウェーブレット変換の適用性を検討する。

#### 4.2 対象とする開水路凹部の流れ

Fig. 4.1 に示すように直線開水路に凹部を設け、時々刻々の面的な流速を PIV<sup>11)</sup>により連続計測した。実験条件を Table 4.1 に示す。PIV の計測断面は凹部の鉛直中央( $y=10\text{cm}$ )であり、画像

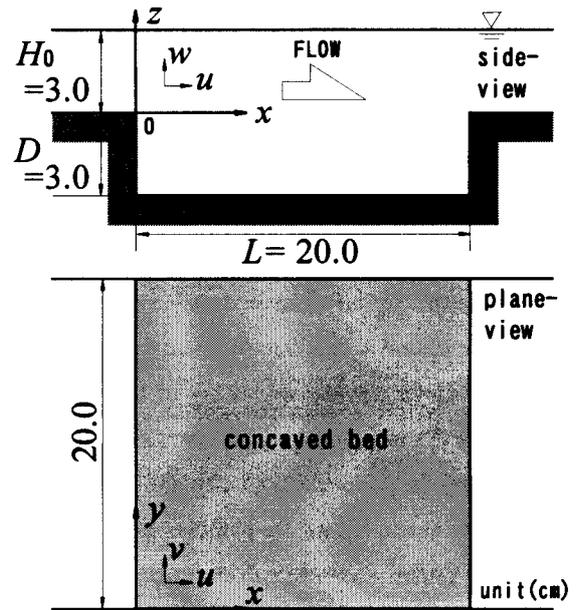


Fig. 4.1 Schematic of open-channel flow over concaved bed.

のサンプリング周波数は60Hz, 可視化画像の空間分解能(1pixel)は約0.42mm, 計測時間は約33秒間(2000画像)である。

PIVでは, 非接触・多点同時の計測が可能であり, 瞬時に移り変わる流れの全体像を定量的に把握できることが特徴である。一方, 4.1で述べた研究<sup>4,6-10)</sup>のウェーブレット解析で取扱っている実験値は, いずれもレーザー流速計など点計測手法によって高々数点で得られた時系列データであり, 流れの構造の面的情報が欠如している。本研究のように乱流の大規模な組織構造を対象とする場合, 乱流の時空間変化を面的に捉えられるPIVの優位性は明らかである。もちろん, PIVの時空間分解能(60Hz, 0.42mm)を超える解析精度を期待することはできないが, これより大きな変動成分については解析の対象となる。しかし, これはカメラの高速性能や撮影範囲に依存する問題であり, PIVの本質的欠点ではない。

一方, 可視化画像のパターンマッチングから流速値を得るというPIVの計測原理に起因して, 時空間分解能の限界付近では計測値にノイズ(サブピクセル内の変位に関する誤差)が含まれるが, ウェーブレット変換は信号の局所的な変動特性を条件的に抽出できるので, 大規模な組織構造を主な対象とする本章においては, 致命的問題にはならない。

Fig. 4.2にPIVにより計測された瞬間流速ベクトルの計測結果の一例を, Fig. 4.3に凹部内の $x$ -方向平均流速(6.04 cm/sec)で移動する座標をもとにした瞬間流速ベクトル(Fig. 4.2に対応)を示す。凹部混合層において流速ベクトルは激しく変動しており, 自由せん断流れが発達している。また, Fig. 4.3より, 凹部混合層の中に組織的な渦(長さスケールが2~6cm程度)が存在していることが認められる。本文では, この渦構造が含まれる凹部混合層流れに着目して, 主流-凹部境界( $y=10\text{cm}$ ,  $z=0$ )における $x$ 軸,  $z$ 軸方向の流速成分 $u$ ,  $w$ を対象にしてウェーブレット解析を行う。

Table 4.1 Experimental conditions

Flow rate : $Q$ (cm <sup>3</sup> /sec)	758
Water depth at inlet section : $H_0$ (cm)	3.0
Mean bulk velocity at inlet section : $U_0$ (cm/sec)	12.6
Reynolds number : $Re = U_0 H_0 / \nu$	3800
Froude number : $Fr = U_0 / (g H_0)^{1/2}$	0.23
Aspect ratio of concave : $\eta = L/D$	6.67

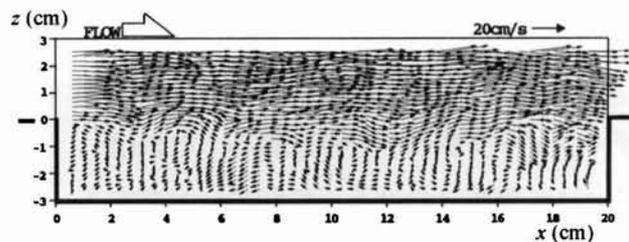


Fig. 4.2 Instantaneous velocity field.

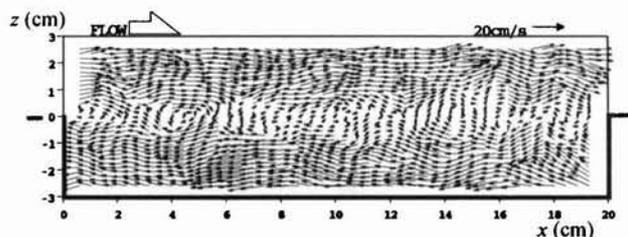


Fig. 4.3 Instantaneous velocity field (moving coordinate).

### 4.3 ウェーブレット変換の理論

本章では流速の  $x$ -方向の変化および流速時系列のみを解析対象とするので、一次元ウェーブレット変換(独立変数として  $x$  を考える)について、その理論を説明する。

#### 4.3.1 マザーウェーブレット

ウェーブレット変換に用いる関数は、マザーウェーブレットと呼ばれる。これは、フーリエ変換における三角関数に対応するものである。マザーウェーブレット  $\psi(x)$  には様々な関数があり、特定の関数を指すものではない。式(4-1)に示すアドミッシブル条件(不等式)を満たす関数であれば、マザーウェーブレット  $\psi(x)$  として連続ウェーブレット変換に用いることができる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(k)|^2 \frac{dk}{|k|} < \infty \quad (4-1)$$

ここに、 $k$ は波数、 $\hat{\psi}(k)$ は $\psi(x)$ のフーリエ変換である。さらに、 $\psi(x)$ が可積分関数であれば、式(4-1)を次式に変形できる。

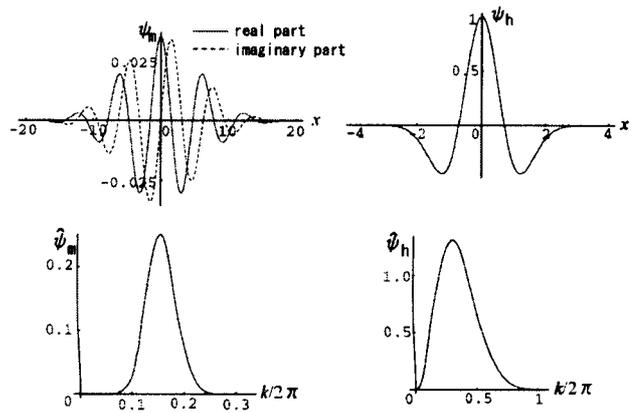
$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0 \quad \text{or} \quad \hat{\psi}(k=0) = 0 \quad (4-2)$$

上式は $\psi(x)$ の変化が振動的であることを意味する。

本章で用いたマザーウェーブレット  $\psi(x)$  および対応する  $\hat{\psi}(k)$  を Fig. 4.4 に示す。Fig. 4.4 (a)は、複素数ウェーブレットの一つである Morlet ウェーブレット  $\psi_m(x)$  (式(4-3))、 $\hat{\psi}_m(k)$  であり、Fig. 4.4 (b)は、実数ウェーブレットの Mexican hat ウェーブレット  $\psi_h(x)$  (式(4-4))、 $\hat{\psi}_h(k)$  である。

$$\psi_m(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma} \exp(-x^2/\sigma^2) \exp(-ix) \quad (4-3)$$

$$\psi_h(x) = (1-2x^2) \exp(-x^2) \quad (4-4)$$



(a) Morlet wavelet (b) Mexican hat wavelet

Fig. 4.4 Mother wavelet.

ここに、式(4-3)中の $\sigma$ は分布の幅を規定する任意の実数である。

Fig. 4.4 に示すように、関数 $\psi(x)$ はコンパクトなサポートをもつ(関数値がゼロでない区間が有限である)ので、 $\psi(x)$ を用いるウェーブレット変換によって、信号に含まれる局所的な変動特性を解析することが可能となる。また、 $\hat{\psi}(k)$ は図に示すような波数区間でコンパクトサポートをもち、その区間幅は $\psi(x)$ を波数帯域フィルターと見なしたときの波数分解能を示すものである。 $\hat{\psi}_m(k)$ と $\hat{\psi}_h(k)$ を比較すると、波数分解能はMorletウェーブレットが、空間分解能はMexican hatウェーブレットが、それぞれ一桁程度高いことがわかる。

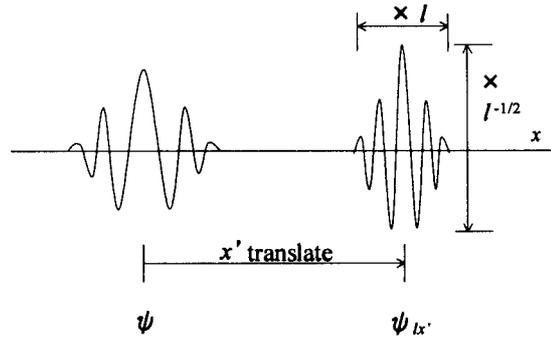


Fig. 4.5 Dilation and translation in wavelet transform.

#### 4.3.2 連続ウェーブレット変換

上述のマザーウェーブレット $\psi(x)$ を用いることによって、関数 $f(x)$ の連続ウェーブレット変換 $W[f]$ は次式により定義される<sup>4)</sup>。

$$W[f] = \tilde{f}(l, x') = \langle \psi_{lx'} | f \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{lx'}^*(x) dx \quad (4-5)$$

ここに、

$$\psi_{lx'} = l^{-1/2} \psi \left( \frac{x - x'}{l} \right) \quad (4-6)$$

であり、 $\langle \cdot | \cdot \rangle$ は関数の内積を、 $*$ は複素共役を表し、 $\tilde{f}(l, x')$ は連続変換で得られるウェーブレット係数である。 $l, x'$ はそれぞれ、式(4-6)のウェーブレット $\psi_{lx'}$ における幅の拡大・縮小パラメータ、位置の移動パラメータである(Fig. 4.5 参照)。具体的には、例えば流速分布 $u(x)$ を変換する場合、パラメータ $l, x'$ はそれぞれ $2\pi/k, x$ に対応する。また、式(4-6)右辺の $l^{-1/2}$ は $\psi_{lx'}$ を正規化するための係数である。

式(4-5)より、 $W[f]$ は $\psi_{lx'}$ と $f(x)$ の内積となっており、 $\psi_{lx'}$ を参照関数とするパターンマッチングを行っていると同義と解釈できる。この場合、 $\tilde{f}(l, x')$ は $\psi_{lx'}$ と $f(x)$ の相関を表す指標と考えられる。この $\tilde{f}(l, x')$ とパラメータ $l, x'$ を用いることによって、関数 $f(x)$ の局所的な波数特性が解析でき

る。本章では、この連続ウェーブレット変換を用いて大規模渦の挙動特性を解析する。

### 4.3.3 離散ウェーブレット変換と多重解像度近似

連続ウェーブレット変換がフーリエ変換に対応するのに対して、離散ウェーブレット変換はフーリエ級数に、多重解像度近似(または多重解像度解析)はフーリエ展開に、それぞれ対応する。すなわち、離散ウェーブレット変換は、離散的な拡大・縮小および移動に対して正規直交した基底関数をウェーブレットとして用いるものである。また、多重解像度近似は、その正規直交ウェーブレットとスケール関数(後述)を用いて、関数  $f(x)$  をそれら基底関数で構成される空間に展開するものである。 $f(x)$  の離散ウェーブレット変換は次式で定義される。

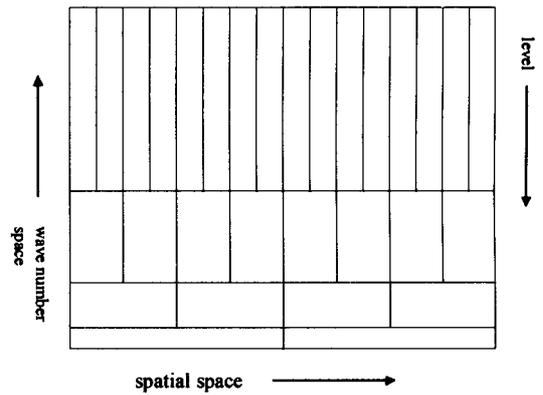


Fig. 4.6 Sub-domain of discrete wavelet transform in 2D-domain of spatial space and wave number space.

$$\tilde{f}_{ji} = \langle \psi_{ji} | f \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{ji} dx \quad (4-7)$$

ここに、

$$\psi_{ji}(x) = 2^{j/2} \psi(2^j x - i) \quad (4-8)$$

$$\langle \psi(x) | \psi(x-n) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) \psi(x-n) dx = \delta_{n,0} \quad (4-9)$$

上式において、 $\psi_{ji}$  は正規直交ウェーブレット、 $\tilde{f}_{ji}$  は離散変換によって得られるウェーブレット係数、 $\delta$  はクロネッカーデルタ、 $i, j, n$  は任意の整数である。式(4-8)、(4-9)より、 $\psi_{ji}$  は移動量  $2^{-j}i$  に対して直交する関数となる。Fig. 4.6 に、空間-波数平面における離散ウェーブレット変換の分割の概念図を示す。一つの離散ウェーブレット  $\psi_{ji}$  は、 $l=2^{-j}, x'=2^{-j}i$  で分割された図中の各セルで定義される。同図より、変換における空間分解能と波数分解能はトレードオフの関係にあり、一方が高分解能であれば他方の分解能は低くなることわかる(不確定性関係)。

多重解像度近似は次式で示される。

$$f(x) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle \phi_{mi} | f \rangle \phi_{mi}(x) + \sum_{j=m}^{-1} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle \psi_{ji} | f \rangle \psi_{ji}(x) \quad (4-10)$$

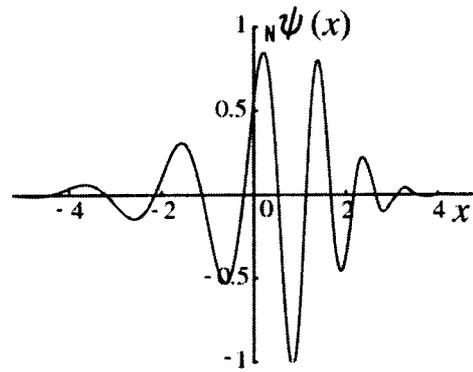
ここに,

$$\phi_{ji}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - i), \quad \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 1 \quad (4-11)$$

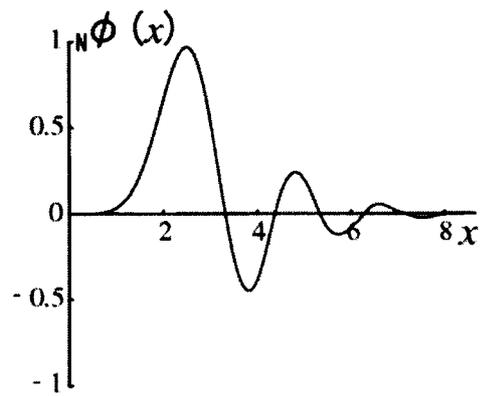
$$\langle \phi(x) | \phi(x-n) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \phi(x-n) dx = \delta_{n,0} \quad (4-12)$$

$$\langle \phi(x) | \psi(x-n) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) \psi(x-n) dx = 0 \quad (4-13)$$

上式の $\phi$ はスケーリング関数である。式(4-11)の $\phi_{ji}$ は、式(4-12), (4-13)に示すように $\phi_{ji}$ および $\psi_{ji}$ の離散移動 $2^j i$ に対して直交する関数である。Fig. 4.7に、本章で用いた Daubechies の正規直交ウェーブレット ${}_N \psi$ およびスケーリング関数 ${}_N \phi$  ( $N=10$ ;後述)を示す<sup>12)</sup>。 $\psi_{ji}$ ,  $\phi_{ji}$ を波数帯域分割フィルターと考えれば、前者は波数帯を二分割するハイパスフィルター、後者はローパスフィルターとなる。したがって、式(4-10)は、それらのフィルターを用いて $f(x)$ を各波数帯の階層構造に展開したものと考えられる。本文では、この多重解像度近似を流速時系列に適用して運動エネルギー各方向成分の階層構造を調べる。



(a) Mother wavelet  ${}_N \psi$



(b) Scaling function  ${}_N \phi$

Fig. 4.7 Discrete wavelet functions (Daubechies ( $N=10$ )).

#### 4.4 連続ウェーブレット変換による大規模渦の挙動特性の抽出

##### 4.4.1 流速分布の瞬間値の空間-波数平面への展開

主流-凹部境界( $z = 0$ )における瞬時の流速分布 $w(x)$ を解析対象とする。Fig. 4.8に、ある時刻における $w(x)$ を示す。 $w(x)$ は $x$ -方向(流下方向)にかなり周期的に変動している。また、波長は流下方向に増加し、低波数に移行している。

$w(x)$ に対して式(4-5)の変換を施し、ウェーブレット係数 $\tilde{w}(k,x)$ を算出した。ここで、式(4-5)のパラメータ $l, x'$ はそれぞれ、 $2\pi/k, x$ に対応する。Fig. 4.9は空間 $x$ -波数 $k$ 平面における $\tilde{w}(k,x)$ の等値線(もしくはコンター)である。Fig. 4.9(a)はマザーウェーブレットとして Morlet ウェーブレット $\psi_m(x)$ を用いた場合の変換結果(実部)であり、Fig. 4.9(b)は Mexican hat ウェーブレッ

ト  $\psi_h(x)$  を用いた場合の結果である。

前述のように、連続ウェーブレット変換は一種のパターンマッチングであり、Fig. 4.9(a), (b)に示す係数  $\tilde{w}(k,x)$  は流速  $w(x)$  とウェーブレットの相関性を表す。したがって、 $w(x)$  の局所的な卓越波数は、その極値  $\tilde{w}(k,x)_{lim}$  の座標  $k_{lim}$ ,  $x_{lim}$  からわかることになる。図中において  $x$ -方向に極大値・極小値が交互に現れるのは、 $w(x)$  とウェーブレットの位相差によるものである。Fig. 4.9(a) と (b) を比較すると、極値  $\tilde{w}(k,x)_{lim}$  は両者において同じ位置  $x_{lim}$  にあらわれるが、Fig. 4.9(a)の方が局所的な卓越波数を明確に表している。この差違は、マザーウェーブレット  $\psi_m(x)$ ,  $\psi_h(x)$  のもつ波数分解能の違いと関係している(4.4.1を参照)。

ウェーブレット係数の極大値  $\tilde{w}(k,x)_{max}$  があらわれる  $x$  座標  $x_{max}$  は凹部混合層の上流側で約 2~3cm ごとに分布し、その間隔  $\Delta x_{max}$  は下流に行くほど大きくなる。また、 $\tilde{w}(k,x)_{max}$  があらわれる波数  $k_{max}$  (卓越波数) は下流に行くほど小さくなる ( $k_{max}/2\pi = 0.156 \sim 0.625$  (1/cm))。このことは、流速  $w(x)$  の特性スケール  $2\pi/k_{max}$  が流下方向におおよそ 1.6 から 6.4 cm へと増大することを示す。また、 $x_{max}$  と  $2\pi/k_{max}$  は、Fig. 4.3 に示した凹部混合層での大規模渦の位置・スケールと非常によく対応している。この結果から、連続ウェーブレット変換によって  $w(x)$  から大規模渦の位置・スケールが適切に抽出できることが確認された。

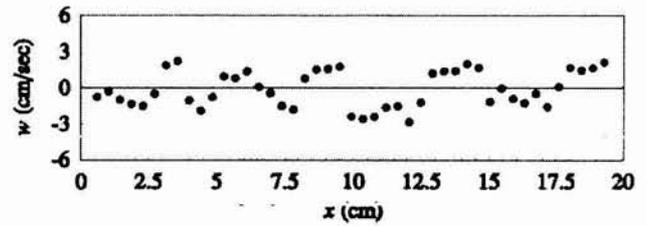
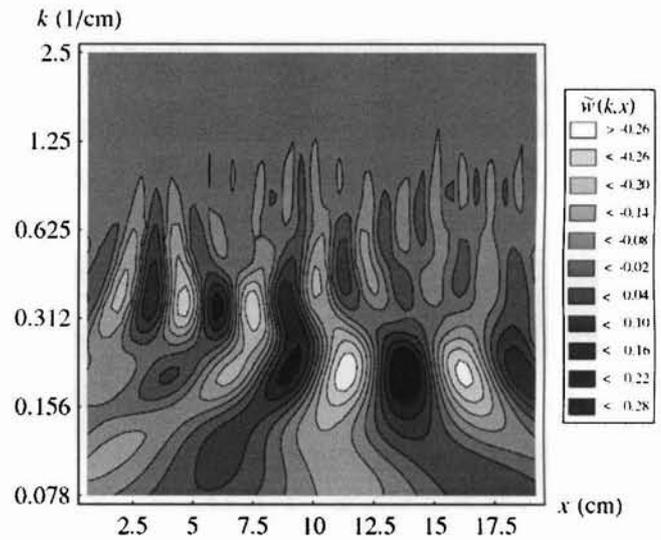
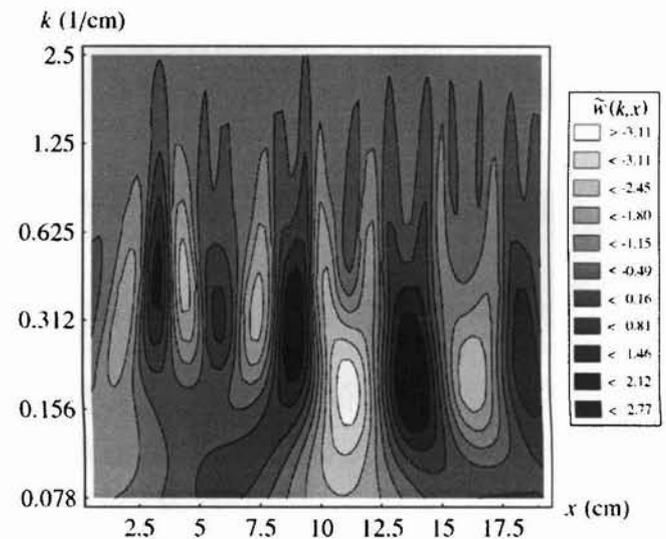


Fig. 4.8 Streamwise distribution of instantaneous velocity  $w(x)$  along the mixing layer interface ( $z = 0$ ).



(a) Morlet wavelet



(b) Mexican hat wavelet

Fig. 4.9 Contour map of wavelet coefficients  $\tilde{w}(k/2\pi, x)$  in  $x - k$  domain (corresponds to Fig. 4.8).

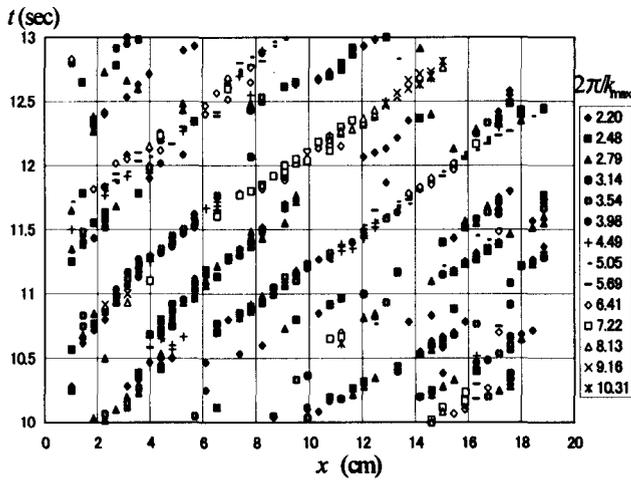


Fig. 4.10 Distribution of  $\tilde{w}(k/2\pi, x)_{\max}$  in  $x - t$  domain. (from velocity distribution  $w(x)$ ) ( $t = 10.0 \sim 13.0(\text{sec})$ ).

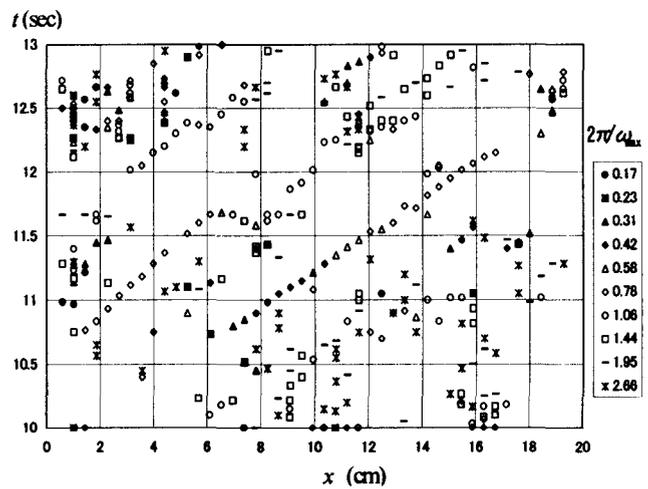


Fig. 4.11 Distribution of  $\tilde{w}(\omega/2\pi, t)_{\max}$  in  $x - t$  domain. (from velocity time series  $w(t)$ ) ( $t = 10.0 \sim 13.0(\text{sec})$ ).

#### 4.4.2 大規模渦の挙動特性

極大値  $\tilde{w}(k, x)_{\max}$  の位置  $x_{\max}$  と波長スケール  $2\pi/k_{\max}$  を各時刻  $t$  ごとに抽出することにより、 $x - t$  平面上の  $\tilde{w}(k, x)_{\max}$  の分布を Fig. 4.10 に示す。ここでは、Mexican hat ウェーブレットを用いている (Fig. 4.4(b), 4.9(b) に対応) (波数分解能の高い Morlet ウェーブレットを用いた場合には、大規模渦の変動成分のみならず小スケールの変動成分も抽出されるため)。Fig. 4.10 で帯状に連なるプロットは、大規模渦の走時挙動を表すものと考えられる。一つの帯に着目すると、大規模渦のスケールを示す  $2\pi/k_{\max}$  は流下に伴い増大しているのがわかる。これらの帯の勾配から大規模渦の移流速度が  $5 \sim 8 \text{ cm/sec}$  と算出される。このような  $\tilde{w}(k, x)_{\max}$  の帯は全計測時間約 33 秒の間に約 50 個確認され、渦の発生周期がおおよそ  $0.6 \sim 0.7(\text{sec})$  と推測される。

次に、連続ウェーブレット変換を主流-凹部境界上 ( $z=0$ ) のある点  $x$  における流速時系列  $w(t)$  に適用し、時間  $t$  と角周波数  $\omega$  の平面上で流れの特性を解析する。Fig. 4.11 に示す  $\tilde{w}(\omega, t)_{\max}$  の分布は、 $t - \omega$  平面上における極大値  $\tilde{w}(\omega, t)_{\max}$  の時間  $t_{\max}$  と卓越周期  $2\pi/\omega_{\max}$  を  $x$  毎に抽出して求めたものである。空間-波数平面上での抽出 (Fig. 4.10) に比べると感度は低い、大規模渦の走時挙動と渦の卓越周期  $2\pi/\omega_{\max}$  が抽出される。

以上の結果をもとに、大規模渦の空間スケールと周期の相関関係を考察する。Fig. 4.12 は、上記2つの方法で抽出したウェーブレット係数より、その極大値があらわれる座標が一致した事象のみについて空間スケール  $2\pi/k(\text{cm})$  と時間スケール  $2\pi/\omega(\text{sec})$  を対応させて求めた両者の結合確率分布  $p(2\pi/k, 2\pi/\omega)$  である。両者の間には正の相関関係が認められ、時間スケールが大き

い渦ほど空間スケールが大きくなるという大規模渦の特性を定量的に示している。

#### 4.5 多重解像度近似を用いた運動エネルギー成分の階層構造解析

##### 4.5.1 流速時系列の多重解像度近似

前述のように、多重解像度近似は、スケールリング関数  $\phi_{ji}$  とウェーブレット  $\psi_{ji}$  を用いて変動信号を低周波数と高周波数の成分からなる階層構造に分解するものである。

ここでは、主流-凹部境界 ( $z=0$ ) の各位置

$x$  における流速ベクトル  $\mathbf{v}(t) = (u(t), w(t))$  に対してこれを適用する。式(4-10)を用いると、 $\mathbf{v}(t)$  は式(4-14)となる。ただし、式(4-10)中の独立変数  $x$  は式(4-14)では時間  $t$  となる。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}(t) &= \mathbf{v}_0^s(t) \\
 &= \mathbf{v}_{-1}^s(t) + \mathbf{v}_{-1}^w(t) \\
 &= \mathbf{v}_{-2}^s(t) + \mathbf{v}_{-2}^w(t) + \mathbf{v}_{-1}^w(t) \\
 &= \mathbf{v}_j^s(t) + \sum_{m=j}^{-1} \mathbf{v}_m^w(t)
 \end{aligned} \tag{4-14}$$

ここに、

$$\mathbf{v}_j^s(t) = \sum_i \langle \phi_{ji} | \mathbf{v} \rangle \phi_{ji}(t) \tag{4-15}$$

$$\mathbf{v}_j^w(t) = \sum_i \langle \psi_{ji} | \mathbf{v} \rangle \psi_{ji}(t) \tag{4-16}$$

$$\langle \phi_{ji} | \mathbf{v} \rangle = \int_0^T \mathbf{v}(t) \phi_{ji} dt \tag{4-17}$$

$$\langle \psi_{ji} | \mathbf{v} \rangle = \int_0^T \mathbf{v}(t) \psi_{ji} dt \tag{4-18}$$

であり、 $T$  は PIV の計測時間である。 $j$  は分解した周波数帯を指示する負の整数であり、ここでは Table 4.2 に示す周波数帯に応じてレベル  $j$  を設定している。 $\mathbf{v}_j^s(t) = (u_j^s(t), w_j^s(t))$ ,  $\mathbf{v}_j^w(t)$

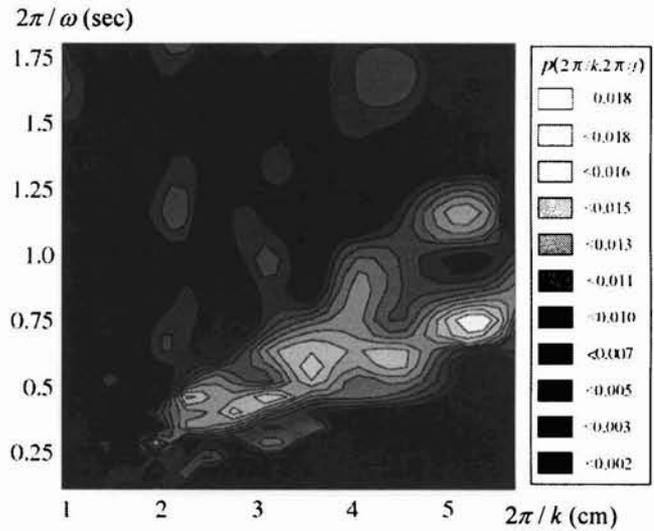


Fig. 4.12 Relationship between spatial scale and temporal scale.

Table 4.2 Frequencies in each level

Level : j	Approximation components : $\mathbf{v}_j^s$	Fluctuation components : $\mathbf{v}_j^w$
0	30Hz 以下	
-1	15Hz 以下	15~30Hz
-2	7.5Hz 以下	7.5~15Hz
-3	3.8Hz 以下	3.8~7.5Hz
-4	1.9Hz 以下	1.9~3.8Hz
-5	0.9Hz 以下	0.9~1.9Hz
-6	0.5Hz 以下	0.5~0.9Hz
-7	0.2Hz 以下	0.2~0.5Hz
-8	0.1Hz 以下	0.1~0.2Hz

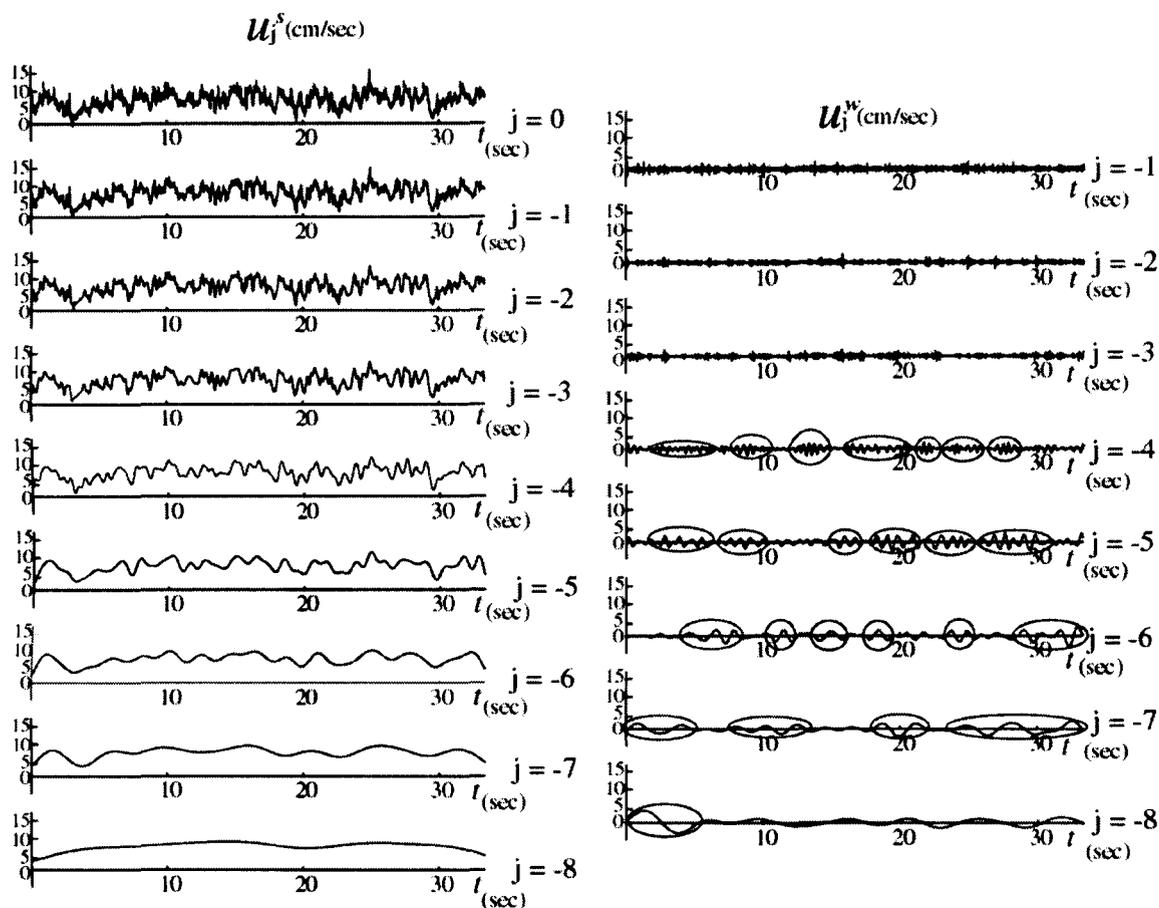


Fig. 4.13 Multiresolutional approximation(MRA) of velocity component (MRA decomposes velocity comp.  $u$  into approximation comps.  $u_j^s$  and fluctuation comps.  $u_j^w$ .  $x = 8.7$  cm).

$=(u_j^w(t), w_j^w(t))$ はそれぞれ、レベル  $j$  における近似流速成分(低周波数成分), 変動流速成分(高周波数成分)である。Table 4.2 での最高周波数は, PIV 計測のナイキスト周波数(30Hz)であり, レベル  $j$  での  $v_j^s(t)$ ,  $v_j^w(t)$ の周波数帯は, レベル  $j+1$  での  $v_{j+1}^s(t)$ の帯域を二分割するように設定される。

ここで用いた正規直交基底  $\psi_{ji}$ ,  $\phi_{ji}$  は, Fig. 4.7 に示す Daubechies のウェーブレット  ${}_N\psi$  とスケール関数  ${}_N\phi$  ( $N=10$ ) を式(4-8), (4-11)に適用したものである。  ${}_N\psi$ ,  ${}_N\phi$  は, 自然数  $N$  が大きいほどその分布が滑らかになり, 周波数の帯域分割フィルターとしての遮断性能が高くなる。このことより, Daubechies<sup>3)</sup>によって関数分布が明示されている  ${}_N\psi$ ,  ${}_N\phi$  の中で, 最大数  $N=10$  を基底関数として選択した。

実際の計算には, これら基底関数  ${}_N\psi$ ,  ${}_N\phi$  を組み込んだ分解・再構成アルゴリズムを用いた。

Fig. 4.13 に多重解像度近似の結果を示す。レベル  $j$  が小さくなるにしたがって, 高周波数成分  $u_{j-1}^w(t)$ が近似流速成分  $u_j^s(t)$ から分離され, 時系列  $u(t)$ の変動が段階的に除去されていくのがわかる。また,  $u_j^w(t)$ (右側の一連の図)は, 変動成分の卓越する時間帯を明示している。レベル  $j=-1$

～ -3 の高周波数帯においては、時間軸上でほぼ定常的に  $u_j^w(t)$  が継続している。低周波数成分ほど  $u_j^w(t)$  の変動は間欠的になり、その振幅は大きくなる(図中の○で囲った部分)。このような「時間一周波数」空間での成分解析は、時間軸情報が失われるフーリエ展開では不可能であり、コンパクトサポートの基底関数を用いた多重解像度近似によってはじめて可能となる。

#### 4.5.2 流下・鉛直方向運動エネルギー成分の階層構造

各位置  $x$  の変動流速成分  $v_j^w(t)$  を用いて、 $x - t$  の時空間平面での乱れ運動エネルギーの流下方向・鉛直方向の成分  $v_j^{w2}/2$  を算出した。Fig. 4.14, 4.15 に、大規模渦の周波数帯を含むレベル  $j = -3 \sim -6$  (4.4.2 を参照) での  $u_j^{w2}/2, w_j^{w2}/2$  の分布 ( $t = 10 \sim 15 \text{sec}$ ) をそれぞれ示す。Fig. 4.14 より、凹部上流端の近傍において  $x$ -方向成分  $u_j^{w2}/2$  は全周波数帯で大きい値をとる。これは、上流端近傍で強いせん断不安定が生成されていることを示唆する。この位置以外の凹部中・下流部では、レベル  $j$  が小さくなる(低周波数になる)とともに  $u_j^{w2}/2$  が増加する。一方、Fig. 4.15 に示すように、 $z$ -方向成分  $w_j^{w2}/2$  に関しては凹部上流端近傍でも小さいが、下流へいくにしたがってレベル  $j = -4 \sim -6$  での  $w_j^{w2}/2$  が流下方向に連なるように大きくなる。この傾向は  $u_j^{w2}/2$  の分布でも認められ、大規模渦が乱れのエネルギーを集積させながら流下していることが推察できる。

次に、式(4-14)を用いて、各位置  $x$  における運動エネルギー  $\overline{v^2}/2$  (時間平均) の各方向成分  $\overline{u^2}/2, \overline{w^2}/2$  を、次式に示す各周波数帯成分に分解する。

$$\begin{aligned}
 \overline{v^2}/2 &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} (v_j^s(t) + \sum_{m=j}^{-1} v_m^w(t))^2 dt \\
 &= \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{1}{2} v_j^{s2}(t) + \sum_{m=j}^{-1} v_m^s(t) v_m^w(t) + \sum_{m=j}^{-1} \frac{1}{2} v_m^{w2}(t) \right) dt \\
 &= \frac{1}{2} \overline{v_j^{s2}} + \sum_{m=j}^{-1} \overline{(v_m^s v_m^w + \frac{1}{2} v_m^{w2})} \\
 &= \frac{1}{2} \overline{v_j^{s2}} + \sum_{m=j}^{-1} \overline{\Delta k'_{v_m}}
 \end{aligned} \tag{4-19}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 \overline{\Delta k'_{v_m}} &= \overline{v_m^s v_m^w} + \overline{v_m^{w2}}/2 \\
 &\quad \text{(I)} \qquad \qquad \text{(II)} \\
 &= \overline{v_{m+1}^{s2}}/2 - \overline{v_m^{s2}}/2
 \end{aligned} \tag{4-20}$$

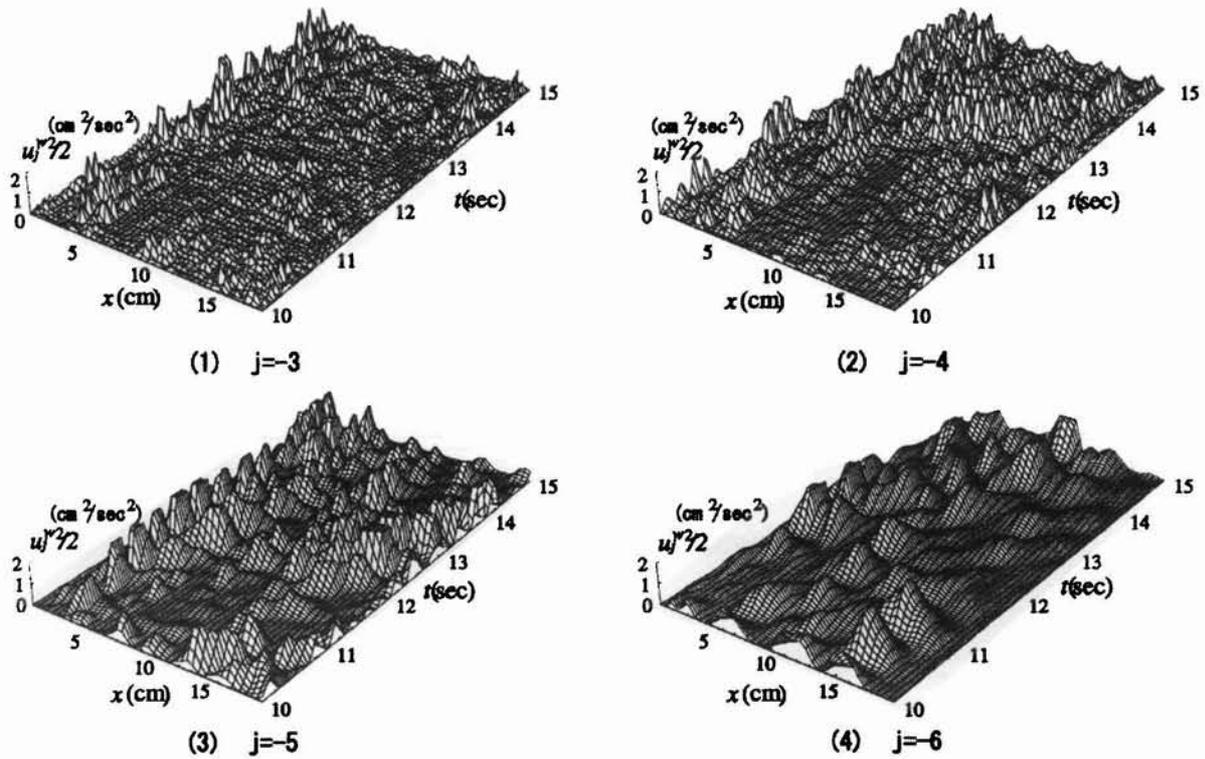


Fig. 4.14 Distributions of  $x$ -directional amount  $u_j^2/2$  of turbulent kinetic energy of each level in  $x-t$  domain (level :  $j = -3 \sim -6$ ,  $t = 10 \sim 15$ sec).

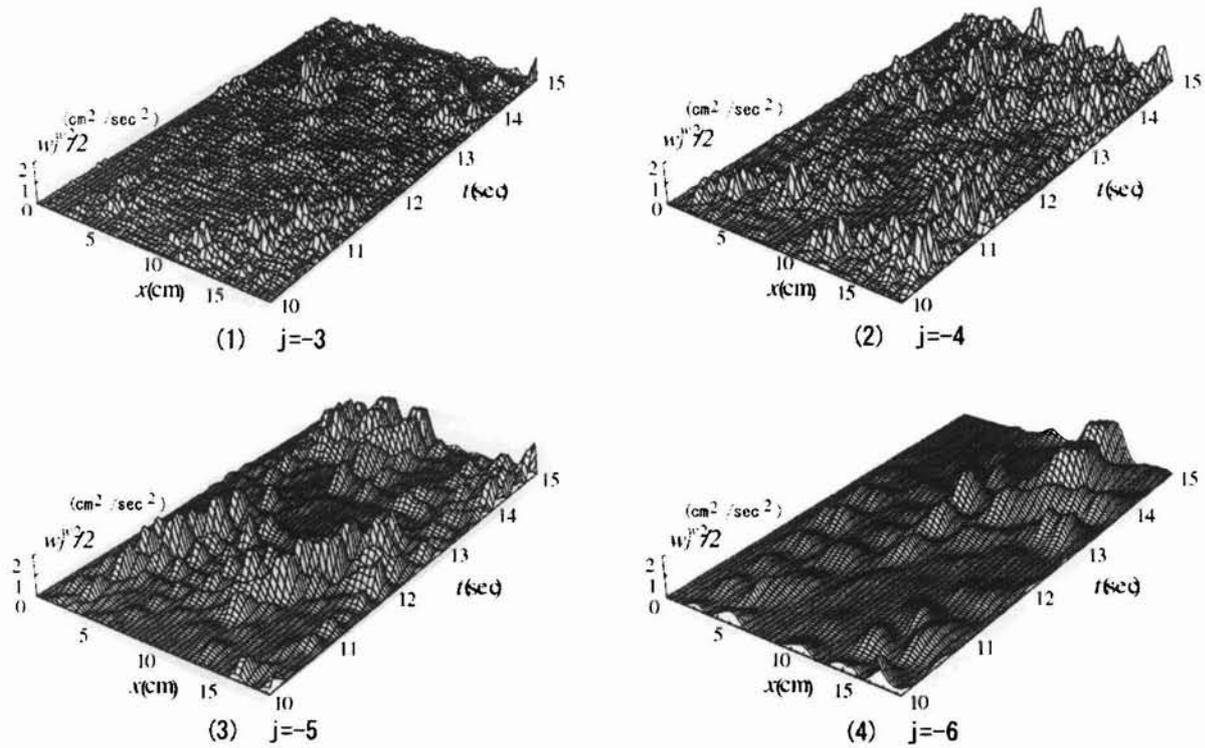


Fig. 4.15 Distributions of  $z$ -directional amount  $w_j^2/2$  of turbulent kinetic energy of each level in  $x-t$  domain (level :  $j = -3 \sim -6$ ,  $t = 10 \sim 15$ sec).

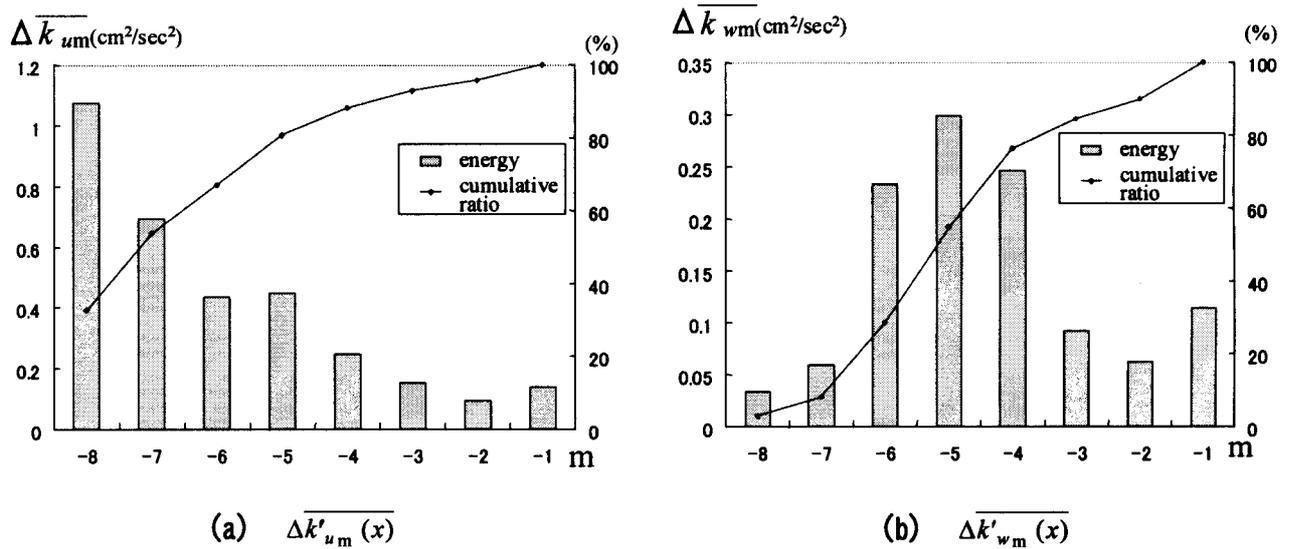


Fig. 4.16 Magnitude of effective kinetic energy in each level  $\overline{\Delta k'_{v_m}}$  ( $x = 8.7$  cm).

時間平均操作を施した物理量には, "-"を冠している.  $\overline{\Delta k'_{v_m}} = (\overline{\Delta k'_{u_m}}, \overline{\Delta k'_{w_m}})$ は, レベル $m$ における近似流速と変動流速の相関項(式(4-20)の上段右辺(I)項)と乱れ運動エネルギー(同(II)項)の和であり, レベル $m+1 \sim m$ の成分が保有する有効運動エネルギー(式(4-20)の下段)と解釈できる.

以下では, 式(4-19), (4-20)の各項を評価することによって, 凹部混合層における各方向の運動エネルギー成分 $\overline{v^2}/2$ の周波数特性を考察する.

Fig. 4.16に, 各周波数帯の有効運動エネルギー成分 $\overline{\Delta k'_{v_m}}$ の一例を示す( $x=8.7$ cm). Fig. 4.16(b)より,  $z$ -方向成分 $\overline{\Delta k'_{w_m}}$ は大規模渦の周波数帯付近(レベル $m = -4 \sim -6$ )において卓越している. Fig. 4.16(a)の $x$ -方向成分 $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ にもこのようなエネルギー集中の傾向は見受けられるが,  $\overline{\Delta k'_{w_m}}$ ほど顕著ではない. むしろ,  $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ に関しては低周波数成分が卓越し, 高周波数側ほど小さい. なお, 最も高い周波数帯(レベル $m = -1$ )で見られる大きなエネルギーは, PIVの計測限界に起因する誤差を反映していると思われる. このため, 以下の解析においては, レベル $m = -1$ の値は検討対象外とする.

運動エネルギーの各方向成分 $\overline{\Delta k'_{v_m}}$ の流下方向分布をFig. 4.17に示す. Fig. 4.17(a)における $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ の分布より, 変動成分は次の3つの周波数帯域に明確に分類できる: (i)低周波数帯(レベル $m = -7, -8$ ), (ii)大規模渦の周波数帯(レベル $m = -5, -6$ ), (iii)高周波数帯(レベル $m = -2 \sim -4$ ). まず, (i)の周波数帯では, 下流側にいくほど $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ が増加する. これは, 凹部境界層が流下方向に発達するのに伴って, 主流 $u$ の低周波数成分が卓越することを示唆している. 次に, (ii)の周波数帯では,  $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ が凹部上流側( $x = 4.0$ cmまで)から下流方向に増加し, その下流側ではほぼ一定値に漸近する. これより, 上流端付近を除いて, 他の周波数帯から大規模渦の周波数帯へのエ

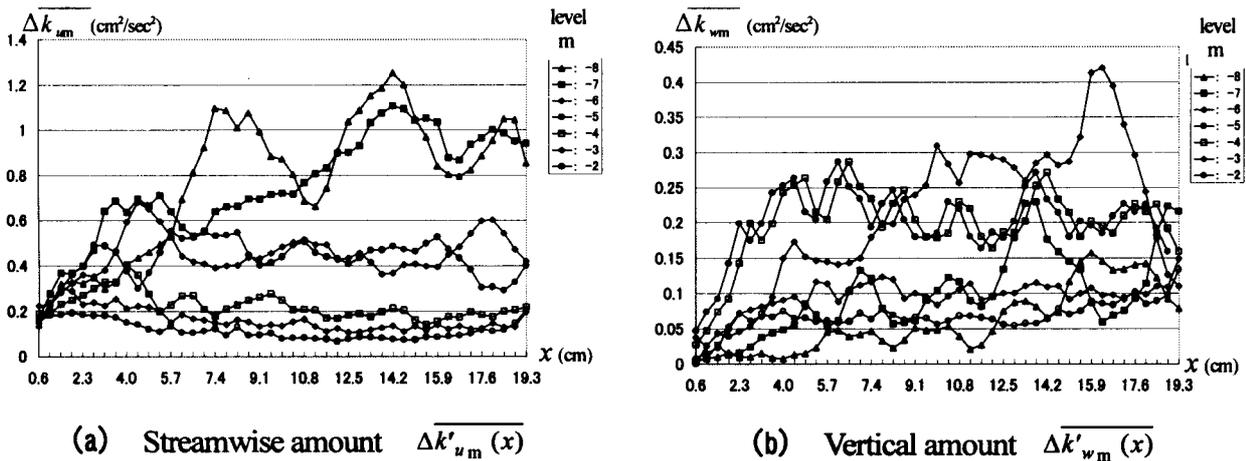
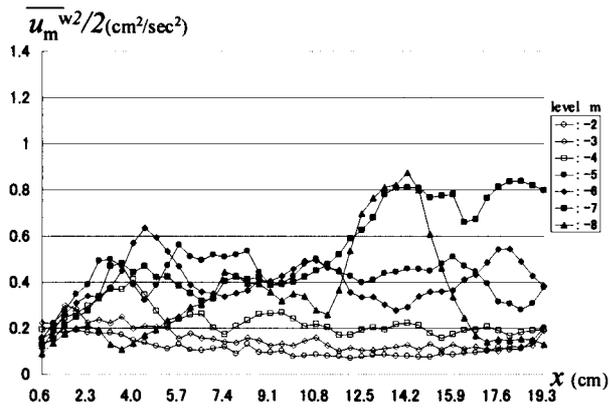


Fig. 4.17 Longitudinal profiles of effective kinetic energy  $\overline{\Delta k'_{v_m}}$ .

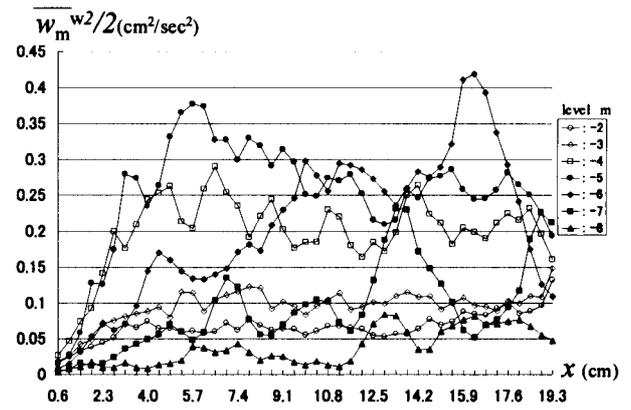
エネルギー収支は平衡状態にあると考えられる。(iii)の周波数帯では、上記二つの帯域の場合と比べて $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ が小さい。一方、Fig. 4.17(b)では、全周波数帯で流下方向に $\overline{\Delta k'_{w_m}}$ が増加する傾向が見られる。 $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ の場合ほど明確な分類はできないが、レベル $m = -4, -5$ の $\overline{\Delta k'_{w_m}}$ が凹部上流側で卓越する。このレベルの成分は、 $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ の(ii)の場合に対応する大規模渦の周波数帯に対応すると考えられる。また、低周波数帯(レベル $m = -7, -8$ )においては、 $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ の場合に比べて $\overline{\Delta k'_{w_m}}$ が1オーダー小さくなる。以上より、凹部混合層における各方向の運動エネルギー成分 $\overline{v^2}/2$ の周波数特性は、大規模渦が卓越する周波数帯を境に、それより低周波数および高周波数の3つの帯域に分類されると考えられる。

次に、これら3つの周波数帯を考慮して、式(3-20)右辺の各項および乱れの非等方性度の評価を行う。Figs. 4.18, 4.19に、乱れ運動エネルギー $\overline{v_m^2}/2$ (式(4-20)右辺(II)項)および相関項 $\overline{u_m^s v_m^w}$ (同(I)項)の流下方向分布(各方向成分)をそれぞれ示す。Fig. 4.18に示すように、 $\overline{v_m^2}/2$ は $\overline{\Delta k'_{v_m}}$ (Fig. 4.17)の場合とほぼ類似の分布を呈する。ただし、低周波数帯での $x$ -方向成分 $\overline{u_m^s u_m^w}/2$ は $\overline{\Delta k'_{u_m}}$ の2/3倍程度となる。これは、Fig. 4.19(a)に示すように、同じ低周波数帯において $\overline{u_m^s u_m^w}$ が大きくなることに対応する。また、Fig. 4.19(b)より、 $z$ -方向成分 $\overline{w_m^s w_m^w}$ も低周波数帯において卓越してはいるが、 $\overline{u_m^s u_m^w}$ に比べると小さい。これらは、低周波数帯の $x$ -方向流速変動成分が全周波数での乱れ(変動)エネルギーの駆動源となることを示唆する。

乱れの非等方性度 $(\overline{u_m^s u_m^w} / \overline{w_m^s w_m^w})^{1/2}$ の流下方向分布をFig. 4.20に示す。凹部上流端近傍においては、全周波数帯で強い非等方性を呈する。これは、せん断不安定による $x$ -方向の流速変動が卓越するためと考えられる。また、レベル $m = -7, -8$ の低周波数帯では凹部全域にわたって非等方性度が大きいのに対して、他の周波数帯(大規模渦の周波数帯および高周波数帯)では流下方向に乱れが等方化していく様子がわかる。

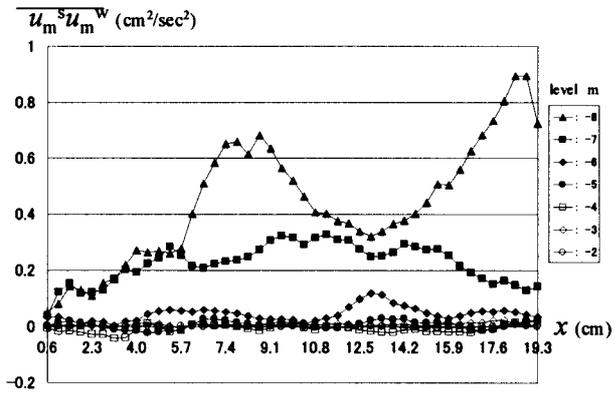


(a) Streamwise amount  $\overline{u_m w^2} / 2$

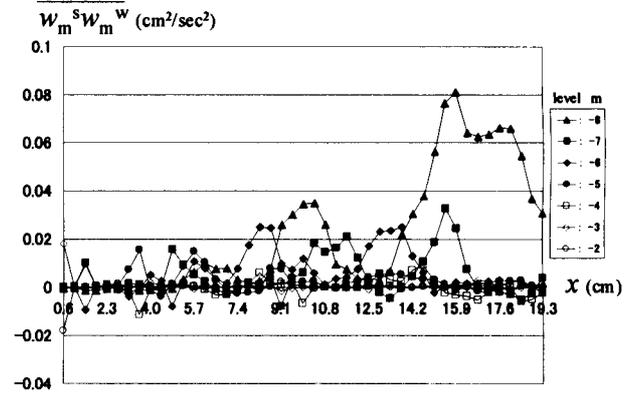


(b) Vertical amount  $\overline{w_m w^2} / 2$

Fig. 4.18 Longitudinal profiles of turbulent kinetic energy  $\overline{v_m w^2} / 2$ .



(a) Streamwise amount  $\overline{u_m^s u_m^w}$



(b) Vertical amount  $\overline{w_m^s w_m^w}$

Fig. 4.19 Longitudinal profiles of interaction components  $\overline{v_m^s v_m^w}$ .

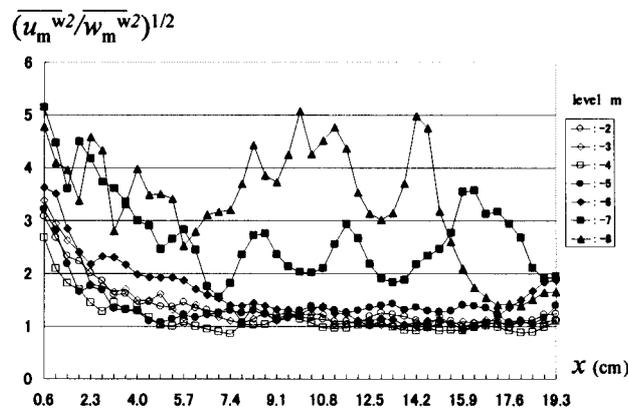


Fig. 4.20 Longitudinal profiles of  $\overline{(u_m w^2 / w_m w^2)^{1/2}}$ .

## 4.6 結 論

開水路凹部における混合層を対象として、PIVから得られた流速にウェーブレット変換を適用して、乱流構造を解析した。本章で得られた結果をまとめると以下のものである。

### (1) 大規模渦の特性抽出に関して：

(i) 連続ウェーブレット変換を適用することにより、凹部混合層での瞬時の流動構造を空間一波数平面におけるウェーブレット係数で表現した。得られたウェーブレット係数の極値は大規模渦に対応すると判断できる。

(ii) ウェーブレット係数が極大値をとる位置と波数を抽出することにより、時空間平面上における大規模渦の移流速度、発生周期、空間スケールなどの特性が定量的に明らかになった。

(iii) 流速時系列に対してウェーブレット変換を適用し、(i)、(ii)と同様の解析から、大規模渦の卓越周期の時空間上における変化特性を明らかにした。

(iv) 大規模渦の空間スケールと卓越周期の結合確率分布を求めた結果、両者は明確な正の相関関係にあることがわかった。

### (2) 運動エネルギーの階層構造に関して：

(i) 多重解像度近似を適用して、凹部混合層の流速時系列を周波数別の階層構造に分解した。また、各周波数帯における流下方向・鉛直方向の変動流速の運動エネルギー成分を定量的に評価した。

(ii) 各周波数帯の流れの特性を考察した結果、運動エネルギーは次の3つの周波数帯に概ね分類された：①低周波数と高周波数の成分間に高い相関がある低周波数帯、②大規模渦など組織構造が卓越する周波数帯、③等方性の微小な乱れからなる高周波数帯。

### (3) ウェーブレット解析の適用性に関して：

上記(1)、(2)より、ウェーブレット変換は凹部混合層における大規模渦など乱流の組織構造を解析する手法として有効であることが確認できた。組織構造が良好に検出された理由は、組織的な乱流変動の基本型とウェーブレット関数がよく合致したこと、乱流構造の時間的・空間的スケールの変化がウェーブレットの拡大・縮小、移動によってよく捕捉されたことであると考えられる。

以上より、ウェーブレット解析は、流れの時間的・空間的な変動特性が問題となる今後の河道設計において、多様な流況特性を整理・評価する上で有用な手法であると考えられる。

### 参考文献：

- 1) 藤田一郎, 神田 徹, 門脇正夫, 森田卓光: 開水路凹部流れのPIVおよびLESによる乱流解析, 土木学会論文集, No.539/II-35, pp.79-88, 1996.

- 2) 瀬津家久, 山本義暢: 開水路キャビティー流れの乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, No.614/II-46, pp.51-63, 1999.
- 3) たとえば, Daubechies I.: *Ten lectures on wavelets*, CBMS Lecture Notes Series, SIAM, 1991.
- 4) Farge M.: Wavelet transforms and their application to turbulence, *Annu.Rev.Fluid Mech*, Vol.24, pp.395-457, 1992.
- 5) Tennekes H. and Lumley J.L.: *A First Course In Turbulence*, The Massachusetts Institute of Technology Press, pp.258-259, 1972.
- 6) Liandrat J. and Moret-Bailly F.: The wavelet transform - some applications to fluid dynamics and turbulence, *Eur. J. Mech., B/Fluids*, Vol. 9, No. 1, pp.1-19, 1990.
- 7) Lewalle J., Petagna P. and Buresti G.: Wavelet statistics and the near-field structure of coaxial jets, *AIAA paper*, 94-2323, 1994.
- 8) Higuchi H., Lewalle J. and Crane P.: On the structure of a two-dimensional wake behind a pair of flat plates, *Phys. Fluids*, Vol. 6, No. 1, pp.297-305, 1994.
- 9) 章 忠, 浜本嘉輔, 川畑洋昭, 富田栄二: ウェーブレット変換による非定常乱流解析, 日本機械学会論文集(B編), 第64巻, 618号, pp.295-302, 1998.
- 10) 阿部行伸, 木谷 勝, 望月 修: だ円板後流における低周波非定常性, 日本機械学会論文集(B編), 第64巻, 626号, pp.16-21, 1998.
- 11) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIV による開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 12) Daubechies I.: Orthonormal bases of compactly supported wavelets, *Comm. Pure Appl. Math.*, Vol. 41, pp.909-996, 1988.

## 第5章 二次元ウェーブレット変換の開水路凹部流れへの適用

### Chapter 5 Application of Two-Dimensional Wavelet Transform to Open-Channel Flow over Concaved Bed

**Abstract:** By using wavelet transforms, turbulent structures are analyzed in respect to a mixing layer in an open-channel flow over a concaved bed. Experimental data of flow velocity are obtained by a particle image velocimetry (PIV). At first, we examine the measurement accuracy of the PIV velocity data set by employing a multiresolutional approximation (MRA). The result of the MRA shows that instantaneous Reynolds stress is an appropriate detection signal for sampling coherent structures. Then, distributions of the instantaneous Reynolds stress are analyzed using a two-dimensional continuous wavelet transform (2D-CWT). The spatial scales and locations of coherent structures are detected from the maximal values of the wavelet coefficients. The characteristics of the organized motions along the mixing layer, such as a streamwise evolution of spatial scale, traveling velocity, and generation interval, are clearly extracted in space and time coordinates.

**Key Words:** *two-dimensional wavelet transform, open-channel, concaved bed, turbulent mixing layer, coherent structure, particle image velocimetry*

#### 5.1 序 論

本研究では、瀬や淵、わんど等のような自然生態系が息づく河道での流れの挙動解明を目標として、水路床に凹部をもつ開水路流れ<sup>1)</sup>(以下、『開水路凹部流れ』と略記)を PIV (particle image velocimetry) で計測することにより流れ場の時空間情報を取得し、その流況特性を調べるとともに現象解明のための解析方法を検討している。前章では、主流-凹部境界のせん断混合層(以下、『凹部混合層』と略記)を一次元ウェーブレット変換により解析し、流れの組織運動に対する同変換の有効性を確認した。しかしながら、この開水路凹部での流れは場所的・経時的な変化が大きいため、流動現象の解明のためには一次元解析では不十分であるだけでなく、二次元・三次元的取扱いにおいても流れの非定常挙動を詳細に把握する必要がある。

本章においては、前章の結果を受けて、ウェーブレット理論を二次元問題に展開する。具体的には、PIV によって得られた開水路凹部流れの流速に多重解像度近似<sup>2)</sup>および二次元連続ウェーブレット変換<sup>3)</sup>を適用して乱流構造を条件抽出し、組織運動の空間スケール、走時挙動などの流況特性を調べる。また、解析結果に基づいて、流れの組織運動に対する二次元ウェーブレット理論の適用性を検討する。

流れの組織運動を条件抽出する方法としては、四象限分類法、VITA (variable interval time averaging), POD (proper orthogonal decomposition) などが従来から用いられている。Liandrat と Moret-Bailly<sup>4)</sup> は、VITA とウェーブレット変換の性能比較を行い、信号の多重スケール分解が可能であるウェーブレット変換の優位性を示している。POD<sup>5)</sup> は、変動成分の空間相関マトリックスの固有値を用いて主成分分析を行う統計的手法であり、信号を直接の対象とするウェーブレット解析とは本質的に異なる手法である。本研究では、次章において、POD を用いた開水路凹部での乱れの解析を行う。

## 5.2 実験の概要

### 5.2.1 開水路凹部の形状と実験条件

Fig. 5.1 に、本研究で用いた実験水路の模式図を示す。実験水路は、全長 500cm、幅 20cm のアクリル製であり、上流水槽より 330cm の水路床に凹部を設けている。画像計測では、比重 1.02、粒径 0.075~0.15mm の高分子ポリマー粒子をトレーサーとして流水中に投入し、スリット状にしたヘリウム・ネオンレーザー光を照射することによって可視化断面を作成した。得られた流れ場の可視化画像を濃淡画像相関法 (PIV) によって解析し、断面内の流速分布を得た。流速ベクトルの算出の際には、粒子のサブピクセル内移動に対する補間および異常流速ベクトルの検出・補間の処理<sup>6)</sup>を行っている。PIV の計測断面は凹部の鉛直中央である。画像の時間分解能は 60Hz、空間分解能は約 0.42mm/pixel であり、約 33 秒間 (2000 画像) の面的な流速ベクトルを解析対象とする。Table 5.1 に実験条件を示す。

### 5.2.2 時間平均流速

時間平均流速ベクトルを Fig. 5.2 に示す。流れの条件はレイノルズ数  $Re = 3800$ 、フルード数  $Fr = 0.23$  であり、水面変動は無視できる程度に小さい。主流-凹部の境界面で流速せん断が大きく、流下方向にせん断混合層が発達する。凹部内では、 $x = 4 \sim 15\text{cm}$  において、水平スケールが約 8cm、鉛直スケールがほぼ凹部深さ  $D$  に等しい循環流が存在しており、その下流側隅角部に規模

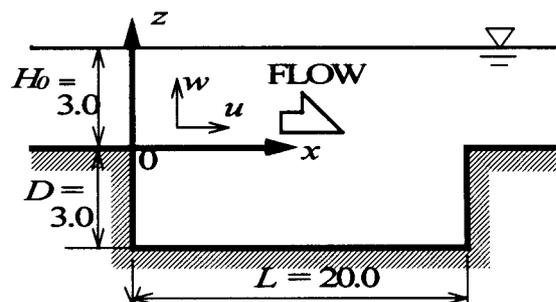


Fig. 5.1 Schematic of open-channel with concaved bed.

Table 5.1 Experimental conditions

Flow rate : $Q$ (cm <sup>3</sup> /sec)	758
Water depth at inlet section : $H_0$ (cm)	3.0
Mean velocity at inlet section : $U_0$ (cm/sec)	12.6
Reynolds number : $Re = U_0 H_0 / \nu$	3800
Froude number : $Fr = U_0 / (g H_0)^{1/2}$	0.23
Aspect ratio of concave : $L/D$	6.7

の小さな循環流が、上流側には流速が微小な死水域が形成されている。ここでは、この凹部混合層内での流れの組織的構造に焦点をあてる。

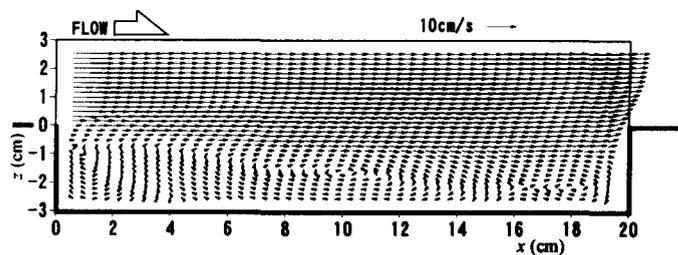


Fig. 5.2 Mean velocity distribution.

### 5.3 ウェーブレット変換の概要

本章で展開する多重解像度近似では流速時系列を、二次元連続ウェーブレット変換では瞬間レイノルズ応力の空間分布(後述)をそれぞれ解析対象とする。流れの情報は、それぞれ時間  $t$ 、位置ベクトル  $\mathbf{x} = (x, z)$  を独立変数として、以下のように解析される。

#### 5.3.1 多重解像度近似

多重解像度近似は、離散ウェーブレット変換に用いる正規直交ウェーブレットとそれに対応するスケーリング関数を用いて、解析対象とする関数  $f(t)$  をそれら基底関数で構成される空間に展開するものである。基底関数には、Daubechies の正規直交ウェーブレット  $\psi_N$  およびスケーリング関数  $\phi_N$  ( $N=10$ )<sup>7)</sup> を用いた。4.3において概要を記したので、ここでは説明を省略する。

#### 5.3.2 二次元連続ウェーブレット変換

関数  $f(\mathbf{x}) = f(x, z)$  の二次元連続ウェーブレット変換は次式で定義される。

$$W[f] = \tilde{f}(l, \mathbf{x}') = \langle \psi_{l, \theta, \mathbf{x}'} | f \rangle = l^{-2} \int \overline{\psi(l^{-1} r_{-\theta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}'))} f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5-1)$$

ここに、 $\tilde{f}(l, \mathbf{x}')$  : ウェーブレット係数,  $l, \mathbf{x}', r_{-\theta}$  : それぞれウェーブレットの幅, 位置, および方向に対応するスケールパラメータ, 移動パラメータ, 回転マトリックス,  $\overline{\psi}$  : 関数  $\psi$  の複素共役である。なお、式(5-1)の  $l^{-2}$  は、ウェーブレット係数を規準化するための係数であり、ここでは、関数  $f(\mathbf{x})$  のスケールを抽出するので  $L^1$  ノルムで規準化されている。各パラメータを変化させることによりマザーウェーブレット  $\psi$  を拡大・縮小, 移動および回転させ、 $\psi_{l, \theta, \mathbf{x}'}$  と  $f$  との内積により関数の局所的な変動特性を抽出する。本章では、次式で表される、ガウス分布の高次オーダーラプラシアン( $n=3$ )をマザーウェーブレットとして用いた。

$$\psi_h^{(n)}(\mathbf{x}) = (-\Delta)^n \exp(-|\mathbf{x}|^2/2) \quad (5-2)$$

Fig. 5.3 に、マザーウェーブレット  $\psi_h^{(3)}(x, z)$  を示す。同図からわかるように、この二次元ウェ

ープレット関数は  $(x, z)$  方向に等方性を有するため、式(5-1)の回転マトリックス  $r_{-0}$  はパラメータから除かれる。

## 5.4 解析結果と考察

### 5.4.1 多重解像度近似による変動流速成分の抽出

PIV 計測で得られた各点  $(x, z)$  の流速時系列  $\mathbf{v}(x, z, t) = (u(x, z, t), w(x, z, t))$  に多重解像度近似を適用することにより、流れの組織構造を構成する周波数帯成分を抽出する。

Fig. 5.4(a) は、凹部中央 ( $x = 10.36\text{cm}$ ,  $z = -0.01\text{cm}$ ) における  $x$ -方向流速時系列  $u(x, z, t)$  に多重解像度近似を適用して分解された各周波数帯(レベル  $j$ ) での近似流速成分  $u_j^s(t)$  と変動流速成分  $u_j^w(t)$  の時系列であり、Fig. 5.4(b) は、同一点にお

けるレベル  $j$  の変動強度  $\overline{u_j^{w^2}}$ ,  $\overline{w_j^{w^2}}$  の分布である。Table 5.2 に各レベル  $j$  の周波数帯を示す。Fig. 5.4(a) では、レベル  $j$  が小さくなるとともに高周波数の変動流速成分  $u_{j-1}^w(t)$  が近似流速成分  $u_j^s(t)$  から分離され、時系列の変動が段階的に除去されていく様子がわかる。Fig. 5.4(b) に示す  $\overline{u_j^{w^2}}$ ,  $\overline{w_j^{w^2}}$  はともに、レベル  $j = -5$  (0.9~1.9Hz) で最大値をとる。これより低周波数域で  $\overline{u_j^{w^2}}$  は比較的大きな値をとるのに対して、 $\overline{w_j^{w^2}}$  はレベル  $j = -5$  を中心にほぼ左右対称の分布となる。このことより、運動エネルギーは低周波数域で主流から  $\overline{u_j^{w^2}}$  成分へと供給され、高周波数成分になるに伴って  $\overline{w_j^{w^2}}$  へと伝播されていくことが推測できる。また、組織運動が最も卓越する周波数帯は 0.9~1.9Hz である。なお、レベル  $j = -1$  での変動強度が大きい値をとるのは PIV の計測誤差によるものと考えられる。以上より、本研究では、 $\overline{w_j^{w^2}}$  が小さい  $j = -8$ , 誤差を含む  $j = -1$  およびその一つ上のレベル  $j = -2$  を除き、残りの周波数  $f = 0.2 \sim 7.5\text{Hz}$  の成分を組織運動に関わる変動流速成分  $\mathbf{v}'$  として解析を行うことにした。

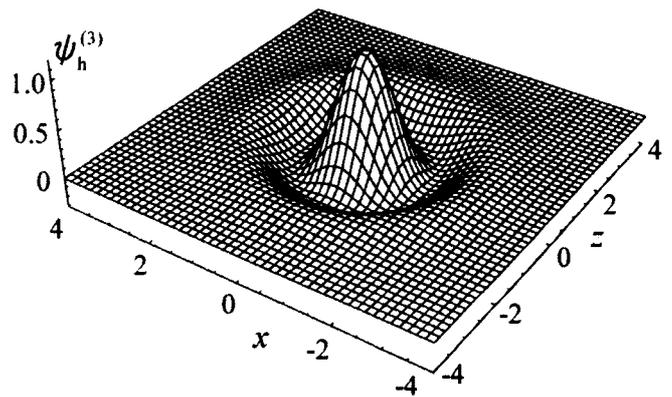


Fig. 5.3 Mother wavelet (2-Dimensional) (High-order Gaussian ( $n = 3$ )).

Table 5.2 Frequencies in level  $j$

level $j$	scaling components $u_j^s, w_j^s$	wavelet components $u_j^w, w_j^w$
0	< 30Hz	
-1	< 15Hz	15~30Hz
-2	< 7.5Hz	7.5~15Hz
-3	< 3.8Hz	3.8~7.5Hz
-4	< 1.9Hz	1.9~3.8Hz
-5	< 0.9Hz	0.9~1.9Hz
-6	< 0.5Hz	0.5~0.9Hz
-7	< 0.2Hz	0.2~0.5Hz
-8	< 0.1Hz	0.1~0.2Hz

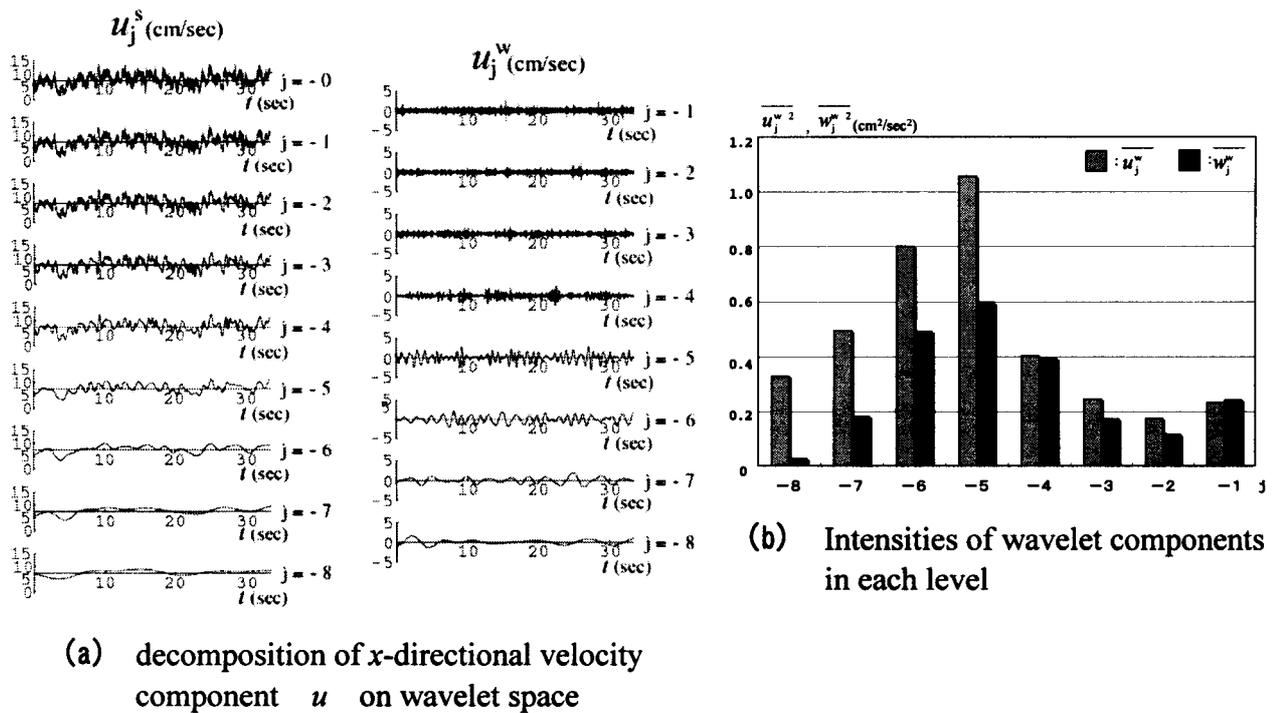


Fig. 5.4 Multiresolutional analysis ( $x = 10.36\text{cm}$ ,  $z = -0.01\text{cm}$ ).

#### 5.4.2 解析対象の検出信号となる瞬間レイノルズ応力の分布

二次元連続ウェーブレット変換を適用する前に、抽出された変動流速成分  $\mathbf{v}'(x,z,t) = (u'(x,z,t), w'(x,z,t))$  の分布特性を検討する。Fig. 5.5 には、ある時刻の瞬間流速ベクトル  $\mathbf{v}$ 、低周波数域の近似流速成分  $\bar{\mathbf{v}}$  (周波数  $f = 0 \sim 0.2\text{Hz}$ )、変動流速成分  $\mathbf{v}'$  ( $f = 0.2 \sim 7.5\text{Hz}$ )、および  $\bar{\mathbf{v}}$  と Fig. 5.2 の時間平均流速  $\mathbf{V}(x,z,t) = (U(x,z,t), W(x,z,t))$  の残差:  $\mathbf{V} - \bar{\mathbf{v}}$  の空間分布を示す。Fig. 5.5(d) に示す残差流速は、主に凹部水深  $D$  と同程度のスケールをもつ低周波数の変動成分(近似流速のトレンド)からなる。Fig. 5.5(c) に示す変動流速成分  $\mathbf{v}'$  の分布では、流速の卓越部がほぼ一定の間隔で存在している。各卓越部でのベクトルはほぼ同一方向を示しており、そのほとんどが、高速流体 ( $u' > 0$ ) の凹部内への潜り込み ( $w' < 0$ )、もしくは、低速流体 ( $u' < 0$ ) の巻き上がり ( $w' > 0$ ) である。

Fig. 5.6 は、凹部上流断面 ( $x = 0.6\text{cm}$  の鉛直線上) から一定の時間間隔  $1/60\text{sec}$  で投入された擬似粒子が描く流脈図である (Fig. 5.5 の時刻に対応)。ここで、擬似粒子の位置は  $\bar{\mathbf{v}}(x,z,t) + \mathbf{v}'(x,z,t)$  を時間積分することにより算出した。粒子は凹部混合層の縁部(主流域との境界および下層の微流速域との境界)に集積し混合層境界面が良好に可視化されている。Fig. 5.5(c) で視認される変動流速の卓越部は、このように可視化された縁部に沿って分布している。

Fig. 5.7 は、変動流速成分  $\mathbf{v}'$  (Fig. 5.5(c)) から算出された瞬間レイノルズ応力  $-u'w'(x,z,t)$

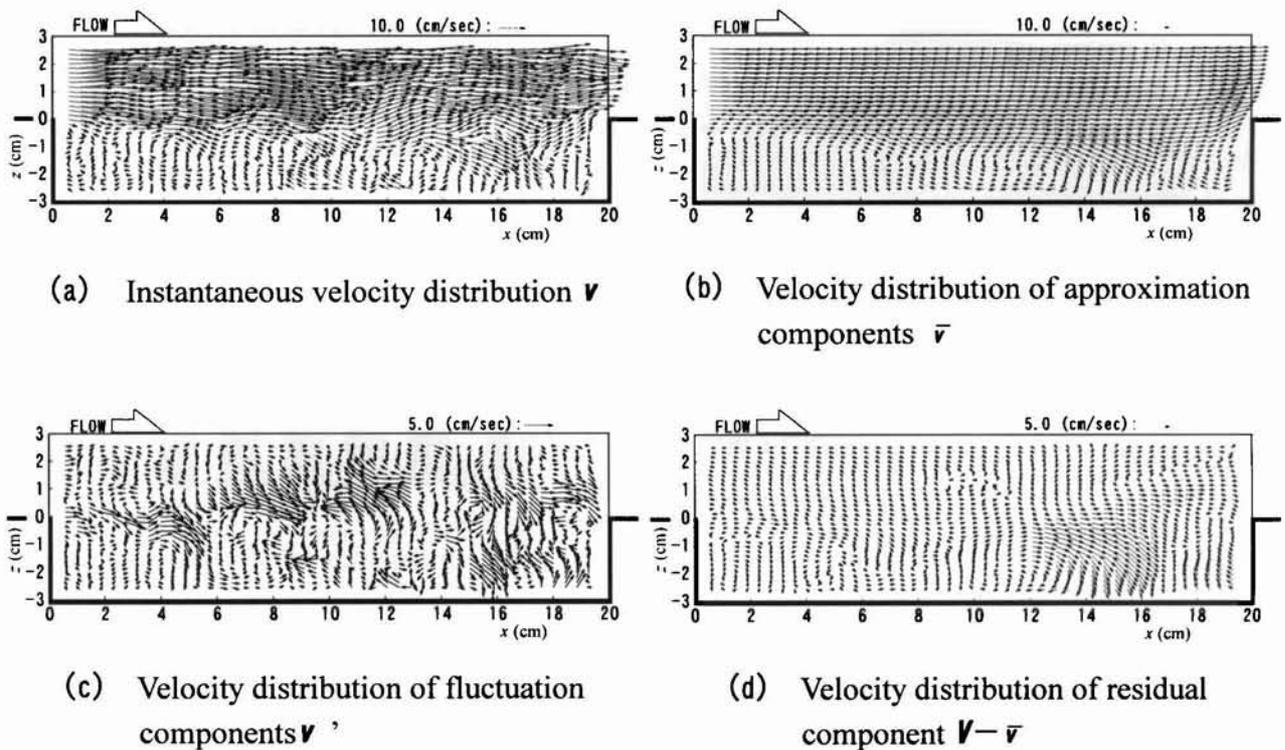


Fig. 5.5 Velocity decomposition in each frequency band.

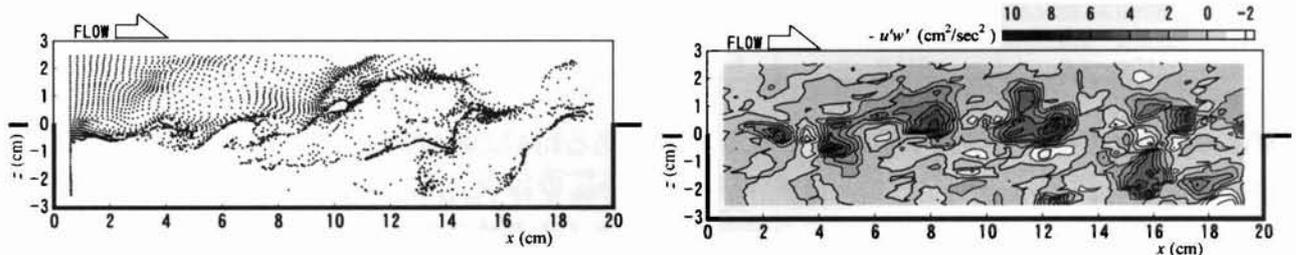


Fig. 5.6 Visualization of flow streak by pseudoparticles. (corresponding to the time in Fig. 5.5)

Fig. 5.7 Distribution of instantaneous Reynolds stress. (corresponding to the time in Fig. 5.5)

の分布である。瞬間レイノルズ応力が卓越する部分(瞬間レイノルズ応力卓越部)は、変動流速卓越部とよく対応しており、混合層の縁部に沿って存在している。

以上のことより、凹部混合層における組織運動を抽出する際の指標として瞬間レイノルズ応力  $-u'w'(x,z,t)$  を選び、その空間分布に対して二次元連続ウェーブレット変換を適用する。

#### 5.4.3 二次元ウェーブレット変換による瞬間レイノルズ応力の空間スケールの抽出

式(5-1)の二次元ウェーブレット変換ではスケールパラメータ  $l$  と移動パラメータ  $\mathbf{x}'=(x', z')$  を

二次元空間で変化させて係数を計算するため、前章での一次元解析に比べると計算負荷は相当膨大になる。そこで、瞬間レイノルズ応力  $-u'w'(x,z,t)$  の極大値近傍のみでパラメータ  $x'$ ,  $l$  を変化させてウェーブレット係数の分布を求め、その極大値に対応するパラメータにより瞬間レイノルズ応力が卓越する部分の空間スケール  $l_{max}$  とその位置  $(x_{max}, z_{max})$  を求めた。

Fig. 5.8 に解析結果を示す (Fig. 5.7 に対応)。図中における円の直径と中心位置が、瞬間レイノルズ応力卓越部の空間スケール  $l_{max}$  と位置  $(x_{max}, z_{max})$  にそれぞれ対応する。これより、ウェーブレット係数の極大値から、凹部に存在する組織運動 (瞬間レイノルズ応力卓越部) がかなりの的確に抽出されることがわかった。

#### 5.4.4 瞬間レイノルズ応力と空間スケールの関係

各時刻における瞬間レイノルズ応力の卓越部の位置  $(x_{max}, z_{max})$  と空間スケール  $l_{max}$  から、 $l_{max}$  の範囲内の瞬間レイノルズ応力  $-u'w'(x,z,t)$  の空間平均値  $-\widetilde{u'w'}$  を算出し、さらに各空間スケール  $l$  (間隔  $\Delta l$ ) ごとのアンサンブル平均値  $-\overline{u'w'}$  を次式より計算した。

$$-\overline{u'w'} = \frac{1}{N_l} \sum \frac{4}{\pi l_{max}^2} \int (-u'w') dx dz \quad (5-3)$$

ここに、 $N_l$  は、空間スケール  $l$  (間隔  $\Delta l$ ) に含まれる事象の数であり、積分  $\int_c$  は、 $(x_{max}, z_{max}, l_{max})$  で指定される領域内の面積分であることを示す。

Fig. 5.9 に、 $-\overline{u'w'}$  と空間スケール  $l$  との関係を示す。  $l=1.6\sim 1.7\text{cm}$  を境として、これより小さい  $l$  においては  $-\overline{u'w'}$  が大きく、 $l$  の増加とともに  $-\overline{u'w'}$  は減少して一定値に漸近するように

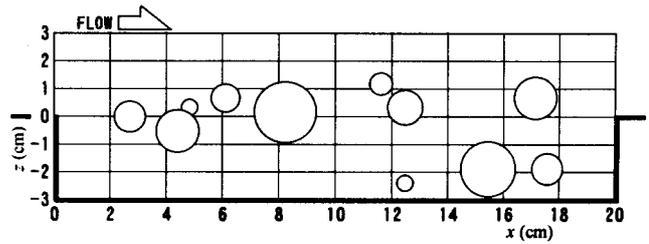


Fig. 5.8 Locations and spatial scales in maximal values of wavelet coefficients (corresponding to Fig. 5.7).

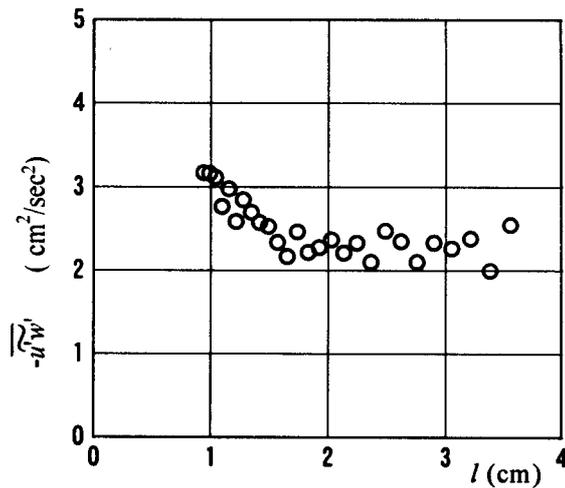
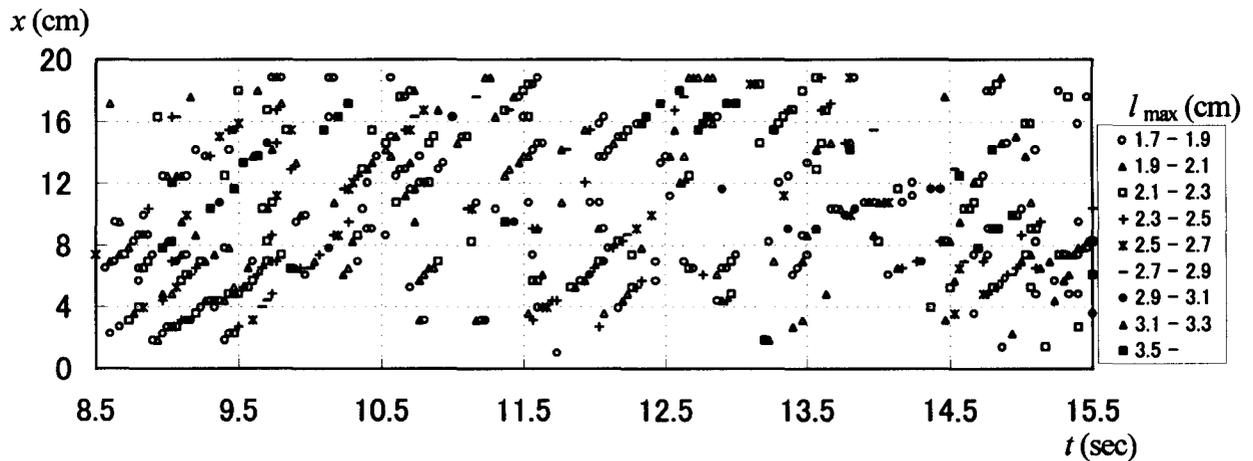
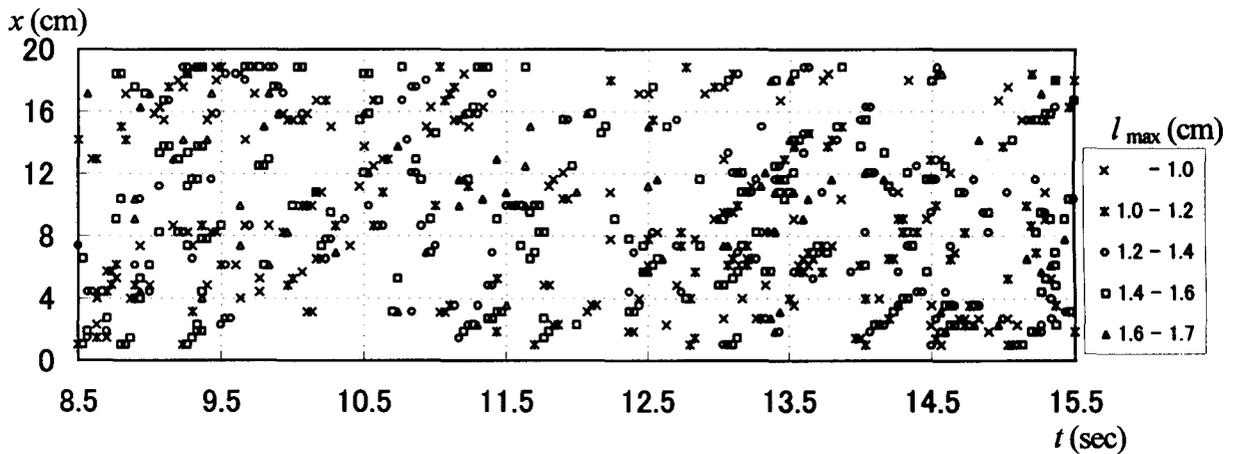


Fig. 5.9 Relationship between mean value of instantaneous Reynolds stress in peak region and its spatial scale.



(a) large scale component



(b) small scale component

Fig. 5.10 Space- time distribution of maximal values in wavelet coefficients.

なる。

#### 5.4.5 凹部混合層における組織運動の走時挙動

Fig. 5.10 は、ウェーブレット係数が極大値をとる中心位置  $x_{\max}$  と対応する時刻  $t$  の関係を組織運動のスケール  $l$  毎に示したものである ( $-1.0\text{cm} < z < 1.0\text{cm}$ )。ここで、前出の閾値  $l=1.7\text{cm}$  を境にして、これより大きいものを大スケールの成分、小さいものを小スケールの成分として分類し、対応する空間スケール  $l_{\max}$  毎に図中のシンボルを区別している。Fig. 5.10(a)より、大きな空間スケールの組織運動は、その空間スケールを変化させながら流下方向に移動している。  $x-t$  平面におけるこれらの帯状に連なるプロットは、凹部混合層での組織運動の走時挙動を反映す

るものと考えられる。すなわち、これら帯の勾配は組織構造の移流速度を、 $x$ -,  $t$ -方向の帯の間隔が空間的・時間的な発生間隔をそれぞれ表している。Fig. 5.10(b)に示す小スケールの場合、ウェーブレット係数極大値の連続性(プロットの帯状の連なり)は、Fig. 5.10(a)の大スケールの場合ほど明瞭ではない。しかしながら、小スケールのプロットは大スケールの帯の近傍に散在しており、これら二つのスケール間に何らかの相互作用が働いていることを示唆している。

## 5.5 結 論

本章で得られた結果を以下にまとめて記す。

- (1) 開水路凹部流れの PIV 計測値に対して多重解像度近似を適用し、低周波数帯でのトレンドと高周波数帯での測定誤差を除去し、組織構造を構成する変動流速成分を抽出した。多重解像度近似は、特定のスケールまたは周波数の変動成分を解析するのに適している。
- (2) 凹部内の変動卓越部は混合層の外縁に沿って存在し、瞬間レイノルズ応力が卓越する部分ともほとんど一致する。このことより、瞬間レイノルズ応力の空間分布を凹部混合層での組織運動を抽出するための検出指標とした。
- (3) 二次元連続ウェーブレット変換を瞬間レイノルズ応力の空間分布に適用してウェーブレット係数を算出し、その極大値の情報から瞬間レイノルズ応力が卓越する組織運動の空間スケールと位置を求めた。
- (4) 瞬間レイノルズ応力の卓越部は、スケール毎に異なる挙動特性を有する。大きなスケールの構造はその空間スケールを変化させながら流下方向に移流する。このことより、時間-空間平面における大スケールの構造が凹部混合層の組織運動を反映していると考えられる。

### 参考文献：

- 1) Kanda T., Fujita I., Miyamoto H. and Ikegami J.: Turbulent behaviors in open channel trench analyzed by using PIV and turbulence model, *Proc. of 27<sup>th</sup> Congress of IAHR*, Theme B, pp.143-148, 1997.
- 2) 例えば, Mallat S.: *A wavelet tour of signal processing*, 2<sup>nd</sup> edition, Academic Press, 1998.
- 3) 例えば, Antoine, J. -P.: The 2-D wavelet transform, physical applications and generalizations, *Wavelets in physics*, ed. J. C. van den Berg, pp.23-75. Cambridge University Press, 1999.
- 4) Liandrat, J. and Moret-Bailly, F.: The wavelet transform - some applications to fluid dynamics and turbulence, *Eur. J. Mech., B/Fluids*, Vol. 9, No. 1, pp. 1-19, 1990.
- 5) Berkooz G., Holmes P. and Lumley J. L.: The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.25, pp.539-575, 1993.

- 6) Fujita I. and Kaizu T.: Correction method of erroneous vectors in PIV, *J. of Flow Visualization and Image Processing*, Vol.2, pp.173-185, 1995.
- 7) Daubechies, I.: *Ten lectures on wavelets*, CBMS Lecture Notes Series, SIAM, 1991.

## 第6章 開水路凹部流れにおける乱れの主成分分析

### Chapter 6 Principal Component Analysis on Turbulence in Open-Channel Flow over Concaved Bed

**Abstract:** Turbulent behaviors in an open-channel flow over a concaved bed are investigated using a proper orthogonal decomposition (POD). Examined here is the Reynolds number dependency of turbulent flow structures. Spatiotemporal profiles of the velocity are experimentally measured by particle image velocimetry (PIV). At first, flow characteristics obtained from the PIV measurement, such as instantaneous and mean velocities, turbulent intensity and Reynolds stress, are discussed with respect to different Reynolds numbers. As the Reynolds number increases, a recirculating flow in the concave gradually grows to a large spatial scale. Distributions of the Reynolds stress and the turbulent intensity are well correlated to the scale of recirculating flow and their peaks mostly appear along the mixing shear layer between the main-channel and the concave. Then, principal components of the velocity fluctuations are detected by employing the POD. From distributions of the POD eigenvectors, the first several modes of the principal components are related to the effect of the recirculating flow and a few modes in succession indicate the effect of coherent structures along the mixing layer. A cumulative contribution of the POD modes to the total velocity fluctuation energy shows that the velocity fluctuation due to the recirculating flow is most dominant when the major axis of the recirculating flow is in consistent with the diagonal line of the concave. The result suggests that the POD is useful for quantitatively detecting the dominant velocity fluctuations in this flow system.

**Key Words:** *proper orthogonal decomposition, eigenvectors, turbulence, organized motion, concaved bed, particle image velocimetry*

#### 6.1 序 論

第4, 5章においては, 水路床に凹部を有する開水路流れ(以下, 『開水路凹部流れ』と略記)を対象としてウェーブレット理論を用いた流れの解析を行い, 混合層における組織運動の空間スケール・発生周期・移流速度など流れの特性を明らかにするとともに, 同理論の有用性を検証した. このウェーブレット解析では, PIV (particle image velocimetry) で得られた瞬時の流速分布もしくは流速時系列を変換の対象として, 主に, 流れの非定常挙動の特性を抽出することに焦点が当てられていた. しかしながら, この開水路凹部流れなど局所流では, 流入部での水理条件や境界形状の変化に伴って時間的・空間的な特性スケールを異にする流況が呈されるため, その非定常特性を把握すると同時に, 流動現象を整理するための適切な統計的手法の導入も必要とされる.

本章で導入する固有直交関数展開 POD (proper orthogonal decomposition)<sup>1), 2)</sup>は, 流速変動成分の

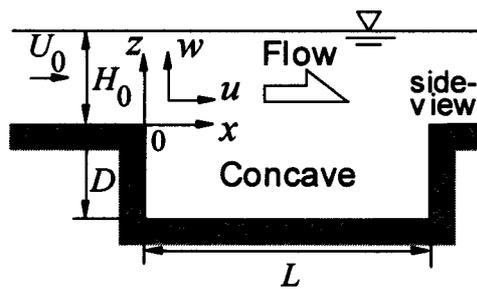


Fig. 6.1 Schematic of open-channel flow over concaved bed.

Table 6.1 Experimental conditions

Case No.	Forms of concave			Hydraulic conditions				
	D (cm)	L (cm)	L/D	Q (cm <sup>3</sup> /sec)	U <sub>0</sub> (cm/sec)	H <sub>0</sub> (cm)	Re	Fr
1	2.0	8.0	4.0	610	15.3	2.0	3050	0.34
2	2.5	10.0		890	17.8	2.5	4450	0.36
3	3.0	12.0		1120	18.7	3.0	5600	0.34
4	3.5	14.0		1460	20.9	3.5	7300	0.36
5	4.0	16.0		1750	21.9	4.0	8750	0.35
6	4.5	18.0		2080	23.1	4.5	10400	0.35
7	5.0	20.0		2450	24.5	5.0	12250	0.35

空間相関マトリックスの固有方程式を解くことによって変動成分を各モードに分解し、主要な変動成分の空間分布を抽出する統計的手法である。本文では、フルード数と凹部形状比を一定にしてレイノルズ数のみを系統的に変化させた水理実験を行い、開水路凹部における流れの時空間構造に及ぼすレイノルズ数の影響すなわち現象のスケール効果を調べる。流速計測には PIV<sup>3)</sup>を用い、凹部内流動の面的情報を得た。PIV の計測値をもとに平均流と乱流諸量との関係を調べ、また流速変動成分に POD を適用して乱れの主成分分析を行う。得られた結果より、開水路凹部流れへの POD の適用性を検討する。

本章で用いる POD は、多変量解析の分野での主成分分析と同じものであり、Lumley<sup>4)</sup>によって乱流解析の分野への導入がなされている<sup>1)</sup>。この POD の特徴のひとつは、用いる空間相関マトリックスが対称行列であるために、得られる各モード固有ベクトルが直交することにある。Lumley らの研究グループは、乱流境界層の壁面近傍領域を対象として、この POD 固有ベクトルを基底関数として Navie - Stokes 方程式をガラーキン展開し、壁面近傍の組織構造の解析を行っている<sup>5)</sup>。また、本研究に最も近い流れ場を対象とした POD 解析としては、二次元キャビティ流れの DNS 結果を対象とした Deane らによる研究<sup>6)</sup>が挙げられる。しかしながら、彼らはレイノルズ数が小さく層流状態である混合層のデータを取扱っており、本研究で対象とするような開水路凹部の乱流混合層への適用性は検証されていない。

## 6.2 水理実験の概要

### 6.2.1 対象とする開水路凹部および実験条件

対象とする開水路凹部の模式図を Fig. 6.1 に、実験条件を Table 6.1 にそれぞれ示す。本章では、凹部形状比  $L/D (=4.0)$  とフルード数  $Fr = U_0/(gH_0)^{1/2} (=0.35)$  を一定とし、レイノルズ数  $Re =$

$U_0 H_0 / \nu$  を 3050~12250 の範囲で変化させた。水路幅が一定であるため、厳密には凹部の三次元形状が異なるが、凹部内の流動が流入部の主流によって駆動され、高いレイノルズ数ほど主流速が増加するため、流れの二次元性が卓越する。ここでは、側面境界の影響が小さいと考えて、凹部の縦断方向の中央断面を対象として流れの計測を行った。

### 6.2.2 PIV 計測の概要

凹部内の流速計測にはPIVを用いた。トレーサー粒子としては比重約1.02、粒径0.075~0.150mmの高分子ポリマー粒子を、レーザー光源には4Wアルゴンイオンレーザーを用いた。PIV計測の空間分解能は720×480画素、1画素の実長は0.13~0.33mmであり、サンプリング周波数は120Hzである。平均流速、乱流諸量など統計量を算出するには、約54秒間にわたる約6500画像の流速ベクトルデータを用いた。PIVのアルゴリズムには、濃淡画像相関法を用い、サブピクセル補間および異常ベクトルの補正を行っている。

### 6.3 固有直交関数展開

以下に、固有直交関数展開(POD)<sup>1), 2)</sup>の概要を記す。

PODは、流速変動成分 $u'(x, z, t)$ 、 $w'(x, z, t)$ の全ての要素と最も相関が高い固有関数 $\Phi(x, z)$ を見出すものである。このことは次式の固有値問題に帰着する。

$$\iint R_{u'}(x, z, x', z') \Phi(x', z') dx' dz' = \lambda \Phi(x, z) \quad (6-1)$$

ここに、 $R_{u'}$ ：流速変動成分 $u'(x, z, t)$ 、 $w'(x, z, t)$ を要素とする全ての流速変動成分 $u''(x, z, t)$ の空間相関関数、 $\lambda$ ： $R_{u'}$ の固有値、 $\Phi$ ： $\lambda$ の固有関数である。

本章で対象とする流速成分( $u'$ 、 $w'$ )は $M (=n_x \times n_y)$ 個の離散点で定義されているため、式(6-1)は次式のように行列で表現される。

$$[R_{u'}] \{\Phi_m\} = \lambda_m \{\Phi_m\} \quad (6-2)$$

ここに、 $[R_{u'}]$ ：各点の流速変動成分( $u'$ 、 $w'$ ) ( $2M \times 2M$ )の空間相関マトリックス(分散・共分散行列)、 $m$ ：モードの次数、 $\lambda_m$ ： $[R_{u'}]$ の固有値、 $\{\Phi_m\}$ ： $\lambda_m$ の固有ベクトルである。

式(6-2)により、各モード $m$ の固有ベクトル $\Phi_m(x, z)$ が算出される。

モード $m$ の流速変動成分 $u''_m$  ( $u'_m$  or  $w'_m$ )は、固有ベクトル $\Phi_m(x, z)$ を用いて次式より得られる。

$$u_m''(x, z, t) = a_m(t)\Phi_m(x, z) \quad (6-3)$$

ここに,

$$a_m(t) = \frac{\iint u''(x, z, t)\Phi_m(x, z)dx dz}{\iint \Phi_m^2(x, z)dx dz} \quad (6-4)$$

であり, モード  $m$  ( $m=1, 2, \dots, 2M$ ) の係数(振幅)である.

流速変動成分  $u''$  ( $u'$  or  $w'$ ) は各モード  $m$  の流速変動成分  $u_m''$  ( $u'_m$  or  $w'_m$ ) を用いて, 次式より再合成される.

$$u''(x, z, t) = \sum_{m=1}^{2M} u_m'' = \sum_{m=1}^{2M} a_m(t)\Phi_m(x, z) \quad (6-5)$$

モード  $m$  の固有値  $\lambda_m$  は, そのモードに含まれる変動成分のエネルギーを表しており, 次式で算出される累積寄与率  $C_N$  は, 全変動エネルギーに対する  $N$  次モードまでの変動エネルギーの割合を表す.

$$C_N = \sum_{m=1}^N c_m = \sum_{m=1}^N \lambda_m / \sum_{n=1}^{2M} \lambda_n \quad (6-6)$$

ここに,  $c_m$ : モード  $m$  の寄与率で, 次式により表される.

$$c_m = \lambda_m / \sum_{n=1}^{2M} \lambda_n \quad (6-7)$$

## 6.4 PIV 計測結果と考察

### 6.4.1 瞬間流速

PIV によって得られた瞬間流速ベクトルの一例を Fig. 6.2 に示す. 主流-凹部境界で流速ベクトルは大きく変動しており, せん断混合層が発達している. 凹部の中央には凹部水深  $D$  とほぼ同じスケールの渦が存在し, 上流と下流にそれより小さいスケールの渦が形成されている.

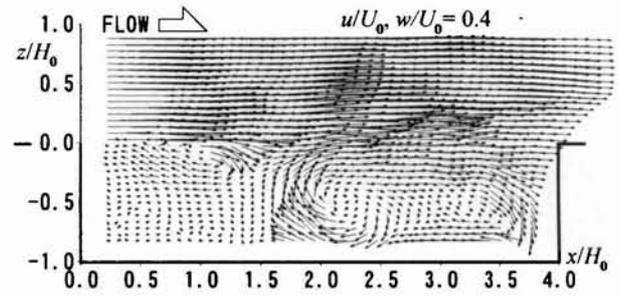


Fig. 6.2 Instantaneous velocity field (Case 4 ( $Re = 7300$ )).

### 6.4.2 平均流速

各レイノルズ数  $Re$  における平均流速ベクトルを Fig. 6.3 に示す. 全ケースにおいて, 主流-凹部境界にせん断混合層が発達しており, また, 循環流のスケールはレイノルズ数の増加とともに増大している. Fig. 6.3(a) ( $Re=3050$ ) において, 循環流は凹部中央から下流側に形成されており, 上流側には微小流速の死水域が存在する. Fig. 6.3(b) ( $Re=7300$ ) では, 循環流の長軸方向スケールが凹部の対角線とほぼ一致するようになる. Fig. 6.3(c) ( $Re=12250$ ) では, 凹部上流側の流れが流下方向に上昇しており(流速ベクトルが右斜め上を向いており), 凹部のほぼ全域にわたる循環流が見られる. 凹部内の循環流の発達に伴い(レイノルズ数  $Re$  の増加とともに), 流入部の主流-凹部境界における流速せん断が小さくなる.

### 6.4.3 乱流諸量

各ケースにおけるレイノルズ応力の分布を Fig. 6.4 に示す. 全ケースとも, せん断が卓越する主流-凹部境界面でレイノルズ応力が大きくなる. 流下方向にレイノルズ応力が拡散しており, せん断混合層の発達が見られる. レイノルズ数  $Re$  の増加に伴い, レイノルズ応力は小さくなる. このことは, 上流側の「主流-凹部」境界における流速せん断が小さくなることと対応している.

Figs. 6.5, 6.6 に乱れ強度の  $x$  方向成分と  $z$  方向成分の分布をそれぞれ示す. Fig. 6.5 に示すように,  $x$  方向成分は, 上流側の主流-凹部境界面で卓越し, 流下方向に減少している. レイノルズ数  $Re$  の増加に伴い, 上流端の主流-凹部境界での流速せん断が減少し, 乱れ強度は小さくなる. Fig. 6.6 に示す  $z$  方向の乱れ強度が卓越する領域は, レイノルズ数  $Re$  の増加に伴い凹部中央へと移動する. これは, Fig. 6.3 の平均流速分布で見られたように循環流が凹部の下流部から凹部全体へと拡大するためである. さらにレイノルズ数  $Re$  が大きな Case7 では,  $z$  方向の乱

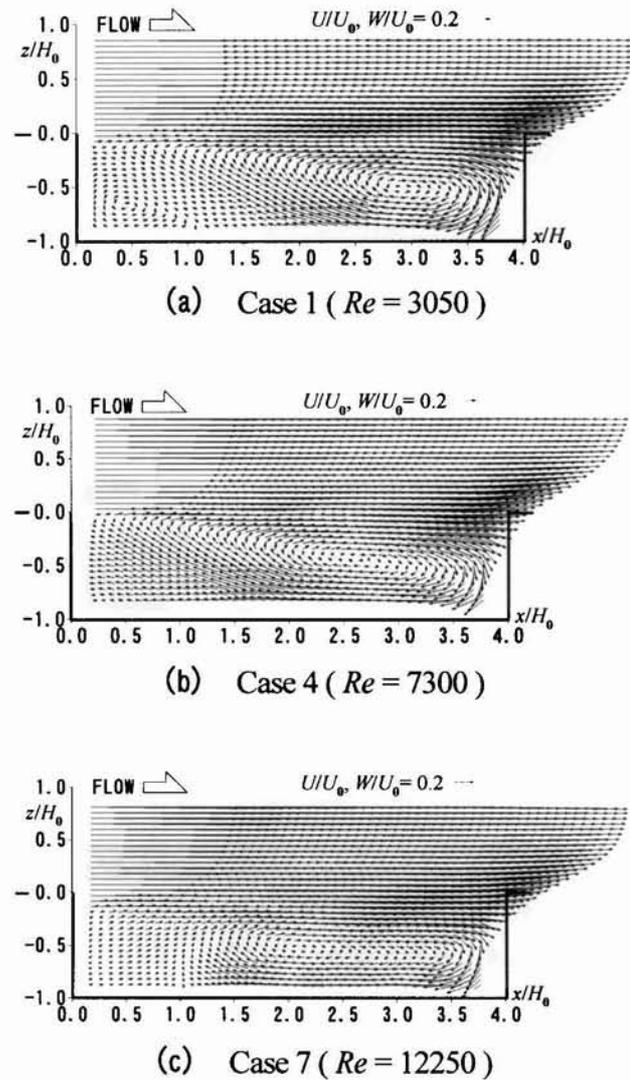


Fig. 6.3 Mean velocity fields.

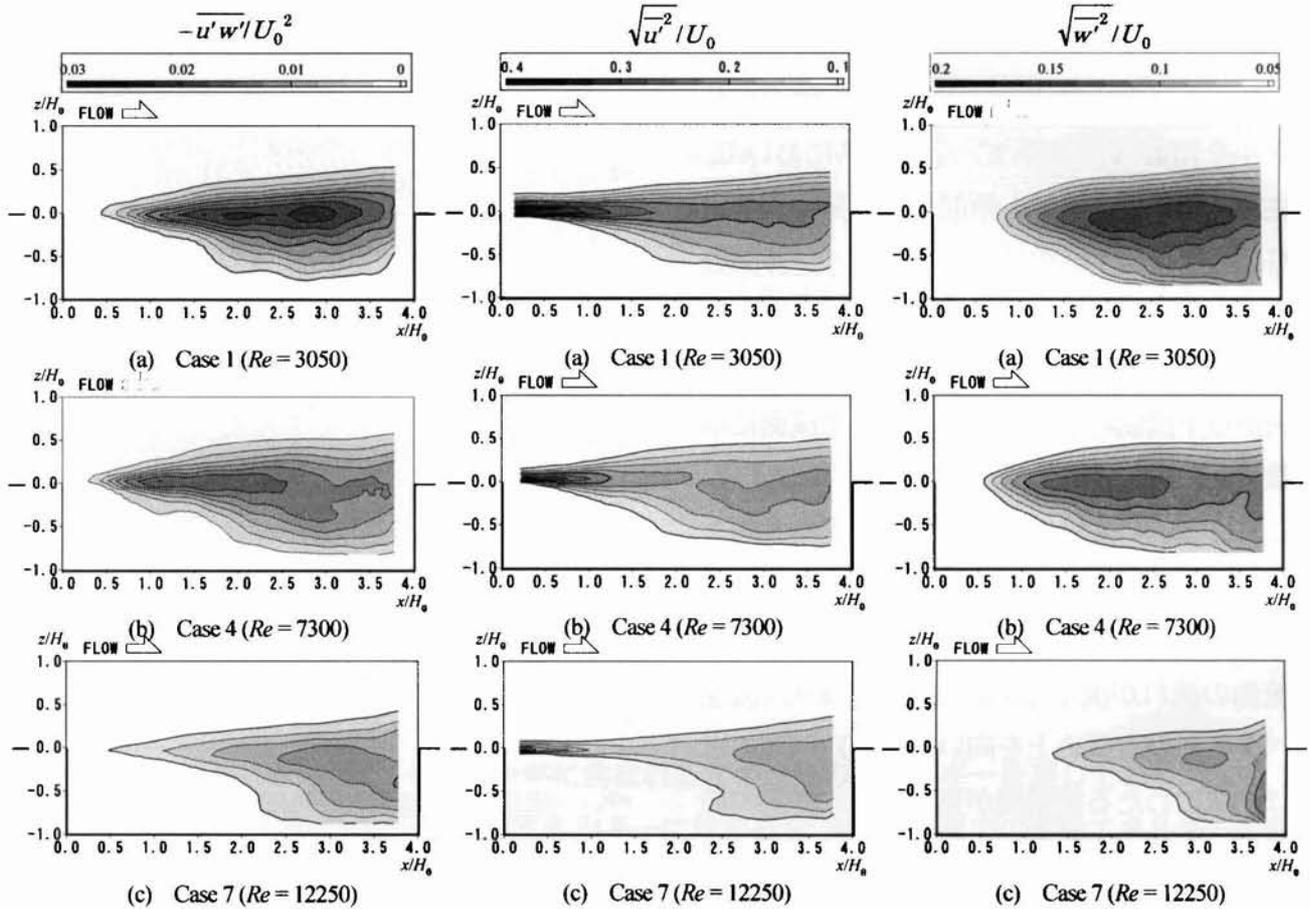


Fig. 6.4 Reynolds stress  $-\overline{u'w'}/U_0^2$

Fig. 6.5  $x$ -directional turbulent intensity  $\sqrt{u'^2}/U_0$

Fig. 6.6  $z$ -directional turbulent intensity  $\sqrt{w'^2}/U_0$

れ強度が全体的に小さくなっている。これは、循環流が凹部境界で拘束されて安定化し、混合層のせん断不安定を抑制するためであると考えられる。

## 6.5 乱れの主成分分析

本節では、流速変動成分 ( $u'(x, z, t)$ ,  $w'(x, z, t)$ ) について POD 解析を行う。

### 6.5.1 低次モードの主成分

流速変動成分  $u'$ ,  $w'$  に対する 1 次モードの固有ベクトルを Fig. 6.7 および Fig. 6.8 にそれぞれ示す。また、これから再合成された流速変動成分  $u'_1$ ,  $w'_1$  を Fig. 6.9 に示す。

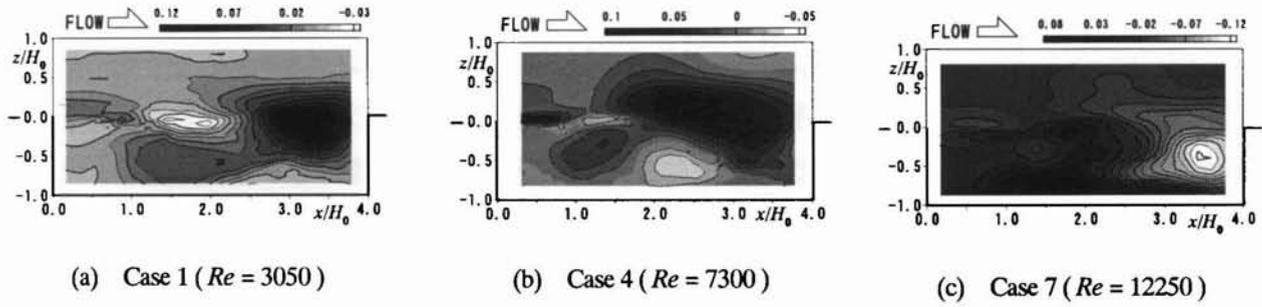


Fig. 6.7 Eigenvectors  $\phi_1$  in first mode (corresponds to  $x$ -directional velocity fluctuation  $u'$ ).

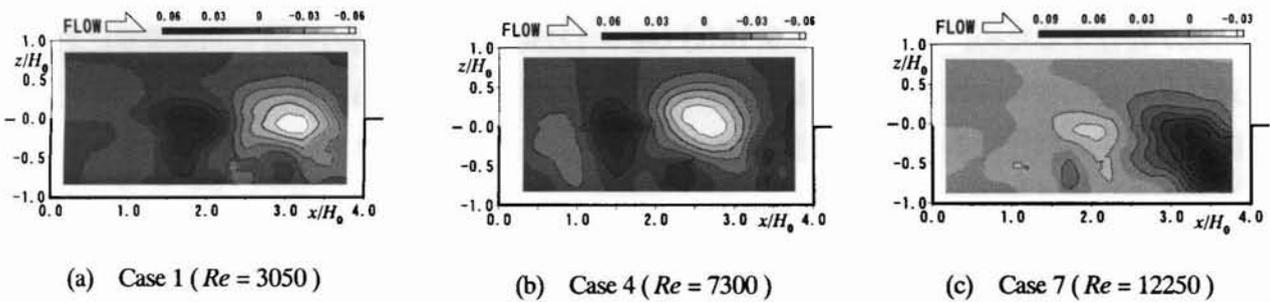


Fig. 6.8 Eigenvector  $\phi_1$  in first mode (corresponds to  $z$ -directional velocity fluctuation  $w'$ ).

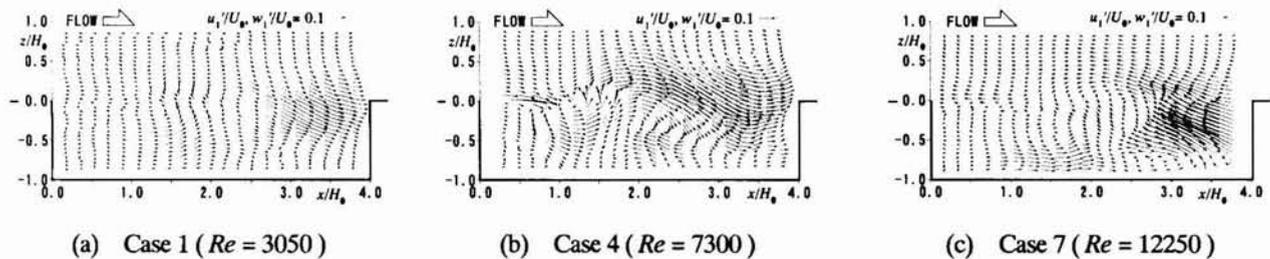


Fig. 6.9 Velocity fluctuation vectors in first mode ( $u'_1, w'_1$ ).

Fig. 6.7(a) ( $Re = 3050$ )においては、凹部下流の段上がり付近で固有ベクトル  $\phi_1$  が大きくなっている。対応する Fig. 6.8(a)でも、ほぼ同じ位置で固有ベクトルが極値をとる。Fig. 6.7(b), Fig. 6.8(b) ( $Re = 7300$ )では、固有ベクトルが凹部中流～下流側と上流側の主流－凹部境界において極値をもち、凹部全体に変動成分が存在している。Fig. 6.7(c), Fig. 6.8(c) ( $Re = 12250$ )においては、下流側の凹部隅角部と凹部底面に極値が存在している。これらのことより、1次モードの流速変動成分  $u'_1, w'_1$  は、凹部内の循環流特性と密接に関連していることが考えられる。これに続く高次モードの変動成分も、1次モードと同じく、循環流に起因することを確認している。

### 6.5.2 凹部混合層の組織運動に関連する変動成分

開水路凹部流れでは、主流-凹部境界のせん断混合層に流れの組織的構造が発達する。これに関与すると考えられる変動モードを以下のように調べた。

Fig. 6.10 に、組織運動に起因する最も低次モードの固有ベクトルを示す。組織運動は、(1)  $u'$  の固有ベクトルが凹部流入部直下の主流-凹部境界で極値をもつこと、(2)  $w'$  の固有ベクトルの極値が主流-凹部境界で連続して存在すること、の2点から判別した。

Fig. 6.10(b) ( $Re = 7300$ ) より、凹部全体に組織的な運動が存在しているのがわかる。これは6.4.1 で示したように、循環流が凹部の対角線スケールとほぼ一致するケースに対応しており、組織的構造が発達しやすい流れの条件である。一方、Fig. 6.10(a) ( $Re = 3050$ ) では凹部上流側に死水域が存在するため、また、Fig. 6.10(c) ( $Re = 12250$ ) では上流側の主流-凹部境界における流速せん断が小さくなるため、組織運動の発達は部分的に限定される。各ケースによってこれら組織運動が主成分となるモードの範囲は異なるので、次に、変動エネルギーの寄与率を用いてケース間の違いを考察する。

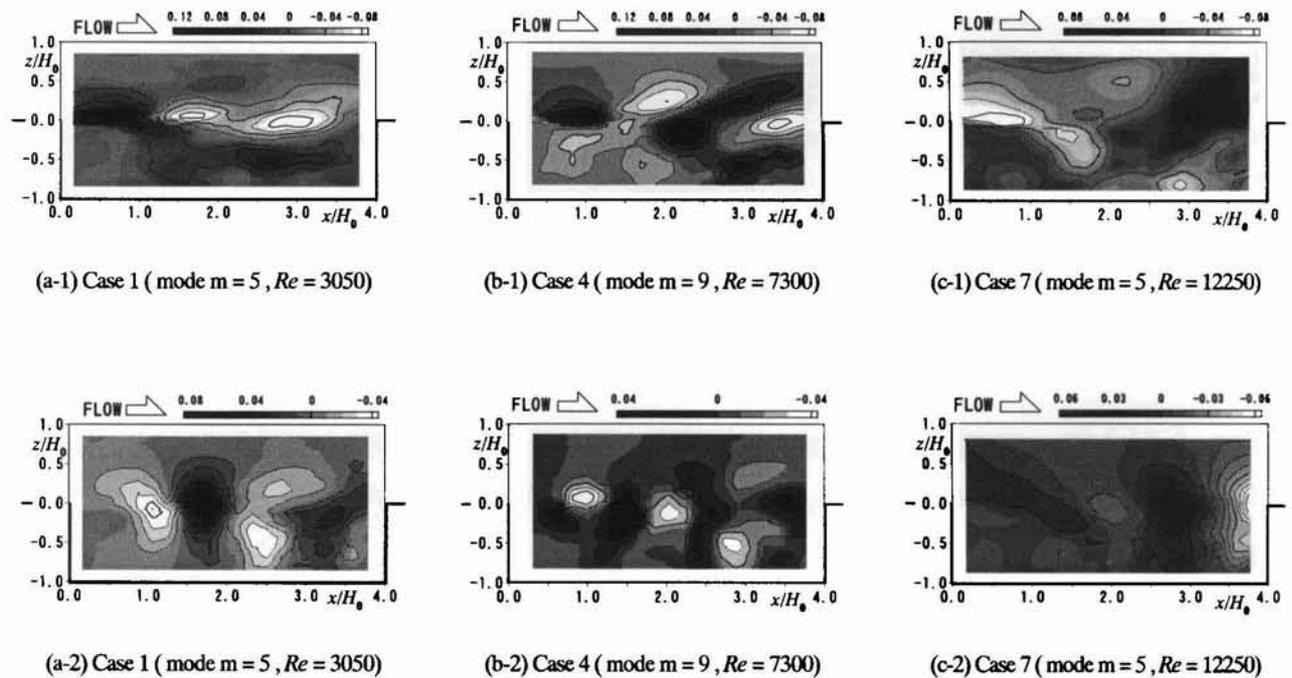


Fig. 6.10 Eigenvectors  $\phi_m$  corresponding to the lowest mode  $m$  of the coherent structures ( upper row :  $u'$  , lower row :  $w'$  ).

### 6.5.3 変動エネルギーの寄与率

各モードの主成分を生因別に以下の3つに分類する:①平均的な循環流に起因する変動成分, ②主流-凹部境界での組織的運動に起因する変動成分, ③凹部各部に生じる小さな変動成分.

Table 6.2 に分類結果を示す.

これに基づいて, 変動成分①および②に対する累積寄与率  $C^1$ ,  $C^2$  を次式で定義する.

$$C^1 = C_{N_1} = \sum_{m=1}^{N_1} c_m \quad (6-8)$$

$$C^2 = C_{N_2} - C_{N_1} = \sum_{m=N_1+1}^{N_2} c_m \quad (6-9)$$

ここに,  $N_1$ ,  $N_2$ : 主成分が①および②に起因するモードの最高次数である.

Fig. 6.11 および Fig. 6.12 に, 各レイノルズ数  $Re$  に対する累積寄与率  $C^1$ ,  $C^2$  をそれぞれ示す. Fig. 6.11 では, レイノルズ数  $Re$  が増加するに伴い, 累積寄与率  $C^1$  は増加する.  $Re = 7300$  (Case4) のとき,  $C^1$  が全ケースに対して最大となる. これは, 循環流のスケールが発達するとともに, これに起因する変動が凹部全体に行きわたるためと考えられる. さらに大きなレイノルズ数  $Re$  のケースでは,  $C^1$  が減少する. Fig. 6.12 に示す累積寄与率  $C^2$  では, レイノルズ数  $Re$  が 12250 (Case7) のとき, 他よりも大きな値をとる. これは, 平均流速場での循環流に起因する変動成分が減少し, 相対的に  $C^2$  が大きくなることによると考えられる.

Table 6.2 Classification of the POD modes

Case	Re	mode m												
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	3050	①			②			③						
2	4450	①			②			③						
3	5600	①			②			③						
4	7300	①			②			③			③			
5	8750	①			②			③						
6	10400	①			②			③						
7	12250	①			②			③						

①: due to the recirculating flow, ②: due to the coherent structures, ③: due to the other small fluctuations.

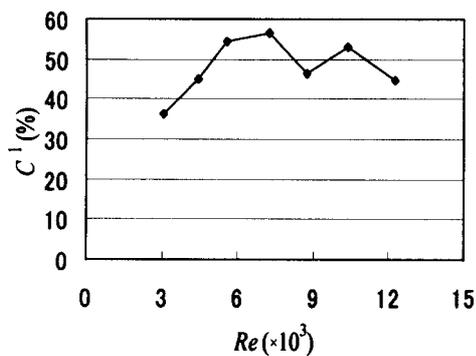


Fig. 6.11 Cumulative contribution  $C^1$  (due to the recirculating flow).

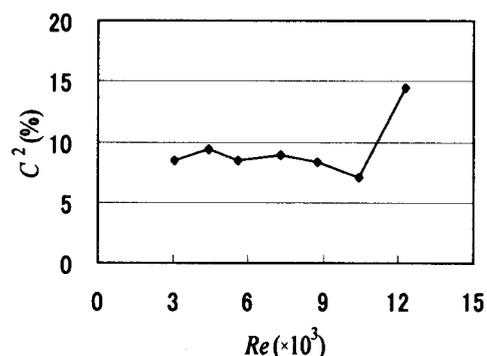


Fig. 6.12 Cumulative contribution  $C^2$  (due to the coherent structures).

## 6.6 結 論

本章で得られた結果を以下に要約する。

(1) 平均流速分布および乱流諸量について：

(i) レイノルズ数が小さい場合，凹部上流側に死水域が存在するため，他のケースに比べて流速せん断が大きくなり， $x$ 方向の乱れ強度は大きくなる．レイノルズ応力と $z$ 方向乱れ強度は循環流が存在する凹部下流側で大きくなる．

(ii) レイノルズ数が大きくなるとともに，平均流は凹部のかなりの部分を占める循環流を構成するようになり，レイノルズ応力， $z$ 方向の乱れ強度の最大値も凹部の中央へと移動する．循環流の発達とともに死水域が縮小するために，混合層での流速せん断は小さくなる．

(iii) レイノルズ数がさらに大きくなると，循環流は凹部全体に発達し，凹部の固定境界で拘束される安定な流れとなる．このため，乱流諸量は小さくなる．

(2) PODによる乱れの主成分分析について：

(i) 低次モードの流速変動は，主に平均的な循環流に起因し，次に続くモード成分は，せん断混合層の組織運動と密接に関連すると考えられる．

(ii) レイノルズ数の増加とともに，循環流起因の変動成分の寄与率が大きくなり，レイノルズ数が  $Re \cong 7300$  のときに最大となる．さらに大きなレイノルズ数においては，その寄与率は減少し，相対的に組織運動の影響が大きくなり始める．

(iii) PODの適用によって，生起原因の異なる流速変動に関連する主成分が得られた．また，平均的な循環流の増大に伴い，主成分の比率が変化することが定量的に評価された．これより，PODが開水路凹部流れの変動成分の解析に有用な手法であることが示された．

### 参考文献：

- 1) Berkooz G., Holmes P. and Lumley J. L.: The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.25, pp.539-575, 1993.
- 2) 田村幸雄: 固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ, 日本風工学会誌, 第65号, pp.33-41, 1995.
- 3) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIVによる開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 1997.
- 4) Lumley J. L.: The structure of inhomogeneous turbulence, *Atmospheric Turbulence and Wave Propagation*, eds. Yaglom A. M. and Tatarski V. I., pp.166-178, Nauka, Moscow, 1967.
- 5) Anbry N., Holmes P. Lumley J. L. and Stone E.: The dynamics of coherent structures in wall region of a turbulent boundary layer, *J. of Fluid Mech.*, Vol.192, pp.115-173, 1988.

- 6) Deane A. E., Kevrekidis I. G., Karniadakis G. E. and Orszag S. A. : Low-dimensional models for complex geometry flows : Application to grooved channels and circular cylinders, *Phys. Fluids*, pp.2337-2354, 1991.

## 第7章 「多重解像度－固有直交関数」の複合展開を用いた開水路凹部 流れの階層構造解析

### Chapter 7 Analysis on Flow Structure Hierarchy in Open-Channel Flow over Concaved Bed by Using a “ Multiresolutional - Proper Orthogonal ” Hybrid Expansion

**Abstract:** A new flow analysis is proposed for examination of hydrodynamics in open-channel flows over a concaved bed. This analysis employs a hybrid expansion consisting of proper orthogonal decomposition (POD) and multiresolutional approximation (MRA). The analyzed data are velocity vectors in space and time collected from a particle image velocimetry. First, time-series of the velocity are classified into three distinct components of different scales by using the MRA, including the component due to organized turbulence in a mixing shear layer. Second, the organized turbulence component is furthermore analyzed by the POD, which disclosed characteristic flow properties such as predominant flow structures, hysteretic behaviors in velocity time-series and interaction between the flow field and the bed geometry. These results strongly support that the present hybrid analysis is very much powerful in detecting spatiotemporal coherent structures in turbulent flows.

**Key Words:** analysis, coherent structure, water-surface fluctuation, open-channel turbulent flow, concave, wavelets, empirical eigenvectors

#### 7.1 序 論

本研究では、これまで、水路床に凹部をもつ開水路流れ(以下、『開水路凹部流れ』と略記)を対象としてPIV (particle image velocimetry)計測により流れ場の時空間情報を取得し、得られた流速ベクトルデータから流況特性を検討してきた。第4、5章で展開したウェーブレット理論<sup>1), 2)</sup>を用いた解析では、主流－凹部の境界面でのせん断混合層における流れの非定常特性を明らかにし、また、離散変換である多重解像度近似MRA (multiresolutional approximation)により流速時系列が組織運動の階層を含む三つの階層構造に分解されることを示した。第6章の固有直交関数展開POD (proper orthogonal decomposition)<sup>3), 4)</sup>による解析では、凹部内の循環流に起因する変動成分および凹部混合層での組織運動による変動成分が卓越することを示すとともに、それら変動成分の寄与率のレイノルズ数への依存性を明らかにした。

これら二つの解析方法は、どちらも対象とする信号を正規直交関数系に展開するものである；MRAでは離散ウェーブレットおよびその補空間で構成されるスケーリング関数が、PODでは得られる固有ベクトル(empirical eigenvectors)が、それぞれ正規直交関数系となる。したがって、それぞれの方法に固有の特徴を活かしつつ、これらを併用することにより、開水路凹部での乱流現

象が明確に整理されると期待できる。

本章においては、MRA と POD を複合的に用いることによって、PIV で得られた流速から凹部混合層での組織構造など流れに特徴的な変動成分を効果的に抽出するハイブリッド的な解析方法(「多重解像度-固有直交関数」複合展開(“ multiresolutional – proper orthogonal ” hybrid expansion), 以下、『MR-PO 複合展開』と略記)を新しく提案する。具体的には、まず、MRA を適用することにより流速時系列を組織運動など流れの特徴的な成分を含む三つの周波数階層別の成分に分解し、さらに、得られた成分に POD を施すことによりその時空間構造を調べる。

本章では、(1) 流れに及ぼす水面変動の影響がほぼ無視できる常流と、(2) 周期的で激しい水面変動を伴う射流(第2章で取扱った流れ)、を対象とする。(1)に関しては、凹部形状の異なる二つの流れを対象として MR-PO 複合展開による解析を行い、組織運動の主成分(空間構造)、それら主成分間の時系列の履歴構造(時間構造)、凹部形状と流れ場との間の相互関連などを検討する。(2)に関しては、一次元連続ウェーブレット変換により得られた水面の時空間変動特性の情報を用いて MR-PO 複合展開によって流速を三成分に分解し、主要な水面変動と流速変動の間の相互関連について検討を行う。なお、水面変動を伴う流れに関しては、第2章で開発したような自由水面と内部流速とを同時・面的に計測する方法がなかったため、開水路凹部など局所流における水面と流速の相互関連性は、定量的にはほとんど取り扱われていない。以上の解析により、開水路凹部流れの乱流特性を明らかにするとともに、本章で提案する MR-PO 複合展開の適用性を検証する。

## 7.2 解析方法

本章で提案するMR-PO複合展開のフローチャートをFig. 7.1に示す。手順は以下のようなものである。

- ① 画像計測で得られた計測値(流速時系列( $u(x, z, t), w(x, z, t)$ ), 水面高さの時系列  $h(x, t)$ )に MRA を適用することにより、時系列を各周波数帯(レベル)別の変動成分に分解する。本文では、MRAの各周波数帯を表す指標として『レベル』という用語を用いる。
- ② 各周波数帯の変動成分を、変動強度や共分散などの統計量の空間分布(常流の場合)や水面の

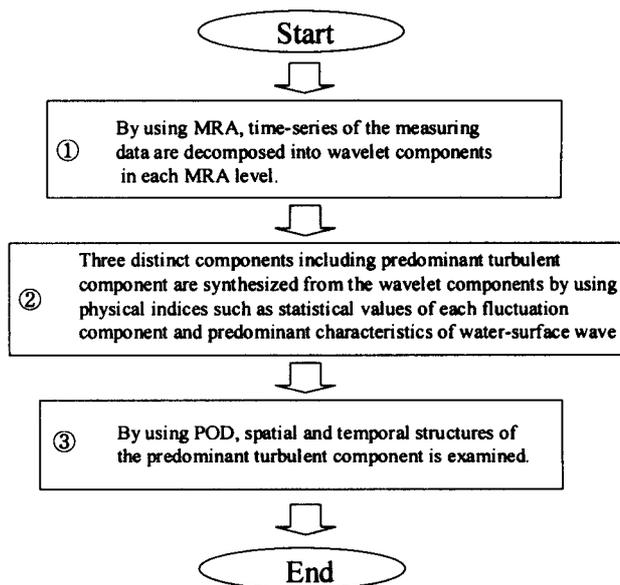


Fig. 7.1 Flow chart of the hybrid analysis.

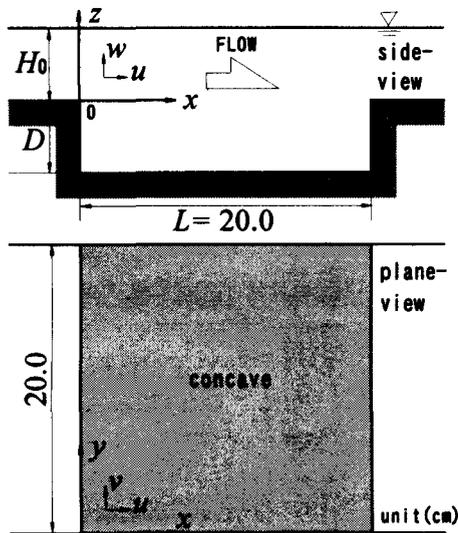


Table 7.1 Experimental conditions

CASE	D (cm)	L/D	$Q = 758 \text{ (cm}^3\text{/sec)}$ $H_0 = 3.0 \text{ (cm)}$ $U_0 = 12.6 \text{ (cm/sec)}$ $Re = 3800$ $Fr = 0.23$
1	2.0	10.0	
2	5.0	4.0	

$Q$  : water discharge,  $H_0$  : water depth in the inlet section,  
 $U_0$  : mean bulk velocity in the inlet section,  
 $Re$  : Reynolds number =  $U_0 H_0 / \nu$ ,  
 $Fr$  : Froude number =  $U_0 / (g H_0)^{1/2}$ ,  
 $L$  : length of the concave,  $D$  : depth of the concave,  
 $L/D$  : aspect ratio of the concave.

Fig. 7.2 Schematic of open-channel flow over concaved bed.

時空間変動特性(射流の場合)を指標として、組織運動など乱れの特徴的な成分を含む三つの周波数帯階層別の変動成分に再合成する。

- ③ 得られた変動成分にPODを適用して主成分を抽出し、各モードの主成分(固有ベクトル)の空間分布とその振幅(時系列)を用いて、組織運動の時空間構造を調べる。ここでは、PODの各主成分を表す指標として『モード』という用語を用いる。

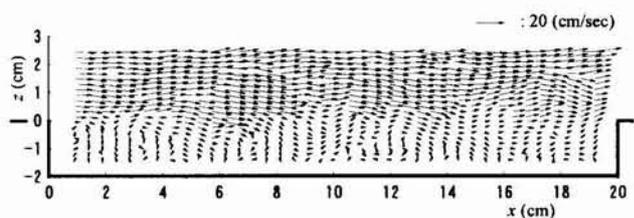
なお、解析の各段階で用いるMRAおよびPODに関しては、第4章3節と第6章3節にそれぞれ概説している。

### 7.3 開水路凹部の常流を対象とした解析結果とその考察

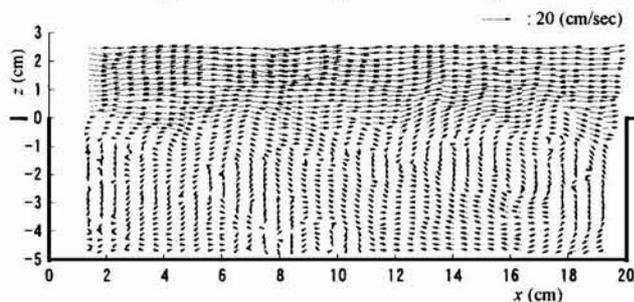
#### 7.3.1 対象とする開水路凹部流れの概要

本節における開水路凹部の計測区間をFig. 7.2に、実験条件をTable 7.1にそれぞれ示す。実験水路の上流水槽より330cmの位置に長さ $L = 20\text{cm}$ 、深さ $D = 2.0, 5.0\text{cm}$ の凹部が設けられている。PIV<sup>5)</sup>の計測断面は凹部の鉛直中央( $y = 10\text{cm}$ )であり、画像のサンプリング周波数は60Hz、計測時間は約33秒間(2000画像)、一画素の実長は約0.42~0.48mmである。

PIVにより計測された瞬時の流速ベクトル $\mathbf{v}(x, z, t) = (u(x, z, t), w(x, z, t))$ の例をFig. 7.3に示す。主流-凹部境界において流速ベクトルが激しく変動しており、混合層が流下方向に発達している。Fig. 7.3(a)に示す浅い凹部(凹部形状比 $L/D = 10.0$ )においては、凹部内に深さスケール $D$ より小さな渦が点在している。Fig. 7.3(b)の深い凹部( $L/D = 4.0$ )の場合には、 $x = 10 \sim 20\text{cm}$ の

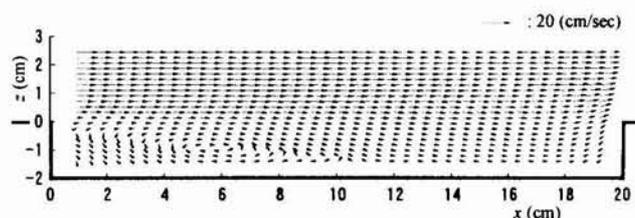


(a) CASE 1 ( $L/D = 10.0$ )

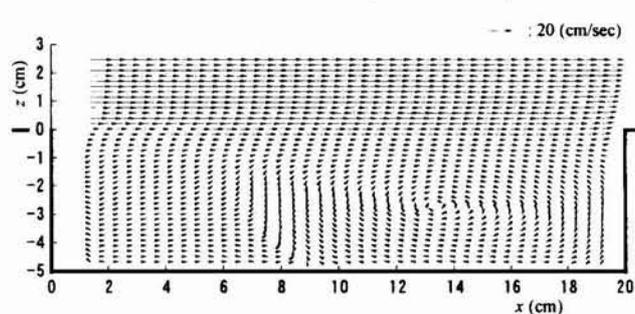


(b) CASE 2 ( $L/D = 4.0$ )

Fig. 7.3 Instantaneous velocity distributions.

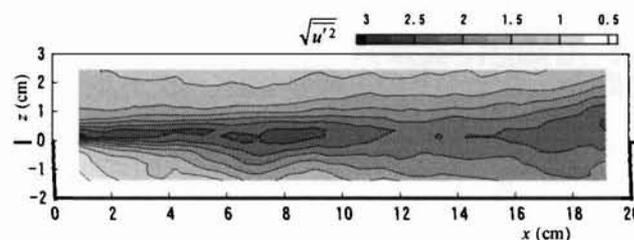


(a) CASE 1 ( $L/D = 10.0$ )

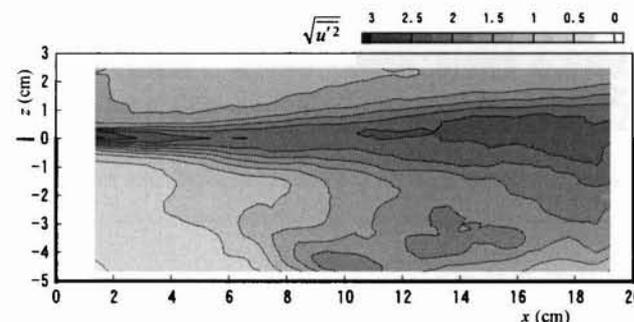


(b) CASE 2 ( $L/D = 4.0$ )

Fig. 7.4 Mean velocity distributions.  
(time-average: 33 (sec))

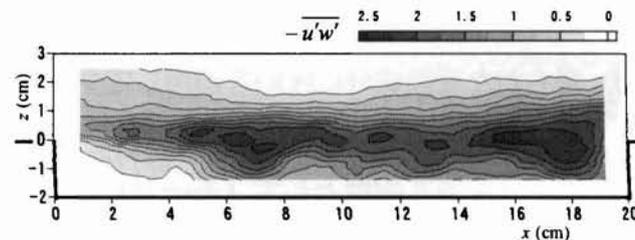


(a) CASE 1 ( $L/D = 10.0$ )

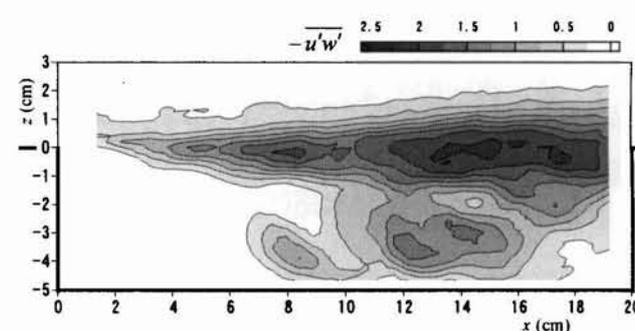


(b) CASE 2 ( $L/D = 4.0$ )

Fig. 7.5  $x$ -directional turbulent intensities.



(a) CASE 1 ( $L/D = 10.0$ )



(b) CASE 2 ( $L/D = 4.0$ )

Fig. 7.6 Reynolds stresses.

底面付近に逆流部が存在しており、凹部全体の循環流が形成されている。

Fig. 7.4~7.6 に、各 CASE における平均流速ベクトル  $\mathbf{V}(x, z, t) (= (U(x, z, t), W(x, z, t)))$ ,  $x$ -方向の乱れ強度  $\sqrt{u'^2}$ , レイノルズ応力  $-u'w'$  の空間分布を示す (約 33 秒間の時間平均)。Fig. 7.4

に示すように、浅い凹部(Fig. 7.4(a) ;  $L/D = 10.0$ )の場合、平均流速は凹部上流端で剥離した流線が凹部の底に再付着しているのに対して、深い凹部(Fig. 7.4(b) ;  $L/D = 4.0$ )では、凹部内の下流側で大きな循環流が形成されている。一方, Figs. 7.5, 7.6 では、主流-凹部境界に沿って $\sqrt{u'^2}$ ,  $-\overline{u'w'}$ が大きくなり、凹部混合層の顕著な発達認められる。また, Figs. 7.5(b), 7.6(b)に示す深い凹部では、循環流に伴う乱れが凹部の下流領域に存在している。しかしながら、これらレイノルズ分解による統計平均(時間平均)操作によっては、様々なスケールの変動成分を単一の成分として平均するため、凹部混合層に発達する組織運動の構造特性を知ることはできない。

本節では、Fig. 7.3 に示すような時々刻々の流速分布 $\mathbf{v}(x, z, t)$ にMR-PO 複合展開を適用して、凹部混合層での組織運動の時空間変動特性を調べるとともに、凹部形状の変化が組織運動の構造に及ぼす影響を検討する。

### 7.3.2 MRA による流速時系列の三つの階層構造(準平均流・組織乱流・非組織乱流)への分解

7.2で示した手順にしたがって、凹部混合層における組織運動の時空間構造解析を行った。

まず、MRAの分解・再合成の機能を用いることによって、PIVで得られた流速時系列を三つの周波数帯の階層構造、すなわち『準平均流』・『組織乱流』・『非組織乱流』の変動成分、に分解する。本節では、階層構造をなす各変動成分を以下のように定義した；『準平均流』とは、Fig. 7.4に示す流線の再付着や循環流など平均流の特徴を保持しながら低周波で変動する擬似平均流成分、『組織乱流』とは、混合層の組織構造が含まれる周波数帯の流速変動成分、『非組織乱流』とは、組織乱流から二次的に生成される変動を含む高周波数帯のbackground turbulenceの流速変動成分。なお、第4, 5章においてもMRAにより流速時系列の分解・再合成がなされているが、本節ではそれら流速の三成分分解の物理的概念を明確にするために以上の言葉を定義した。

まず、PIVで計測された各点 $\mathbf{x} = (x, z)$ での流速時系列 $(u(x, z, t), w(x, z, t))$ にMRAを施すことによって、これらを各周波数帯(レベル)別の近似流速成分 $\mathbf{v}_{\phi_j} (= (u_{\phi_j}, w_{\phi_j}))$ と流速変動成分 $\mathbf{v}_{\psi_j} (= (u_{\psi_j}, w_{\psi_j}))$ に分解した。ここで、 $j$ は周波数帯のインデックスを表す。Fig. 7.7に結果の一例(凹部中央の混合層内 ;  $x = 9.6\text{cm}, z = 0.93\text{cm}$ の $u(x, z, t)$ )を、Table 7.2に各レベル $j$ に対応する周波数帯を、それぞれ示す。Fig. 7.7より、各周波数帯(レベル $j$ )の流速変動成分 $u_{\psi_j}$ が近似流速成分 $u_{\phi_{j+1}}$ から明確に分離されることがわかる。近似流速成分 $u_{\phi_{-8}}$ ( Fig. 7.7における左下の時系列)では、およそ0.1Hz以下の低周波成分を含むが、ほぼ長時間平均的な流速時系列が得られている。一方、 $j = -3 \sim -7$ の流速変動成分 $u_{\psi_j}$ では、時系列上で間歇的に大きな変動が発生している。これより、これらの周波数帯においては、凹部混合層での組織運動が卓越していることが推察できる。

MRAの各レベルに分解した時系列を組織乱流など三つの階層に再合成するためには、各レベル

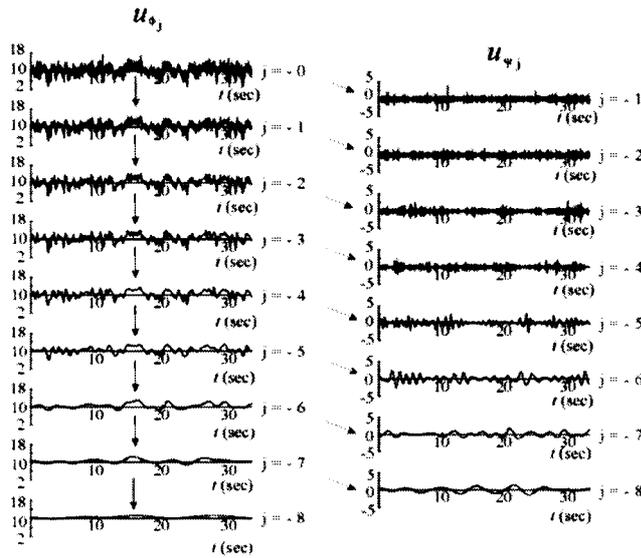


Fig. 7.7 Time-series in each MRA level (CASE 1; x-directional velocity  $u$ ,  $x = 9.6\text{cm}$ ,  $z = 0.93\text{cm}$ ).

Table 7.2 Frequencies in each MRA level

level $j$	approximate component $\mathbf{v}_{\Phi j}$	fluctuation component $\mathbf{v}_{\Psi j}$
0	< 30Hz	
-1	< 15Hz	15~30Hz
-2	< 7.5Hz	7.5~15Hz
-3	< 3.8Hz	3.8~7.5Hz
-4	< 1.9Hz	1.9~3.8Hz
-5	< 0.9Hz	0.9~1.9Hz
-6	< 0.5Hz	0.5~0.9Hz
-7	< 0.2Hz	0.2~0.5Hz
-8	< 0.1Hz	0.1~0.2Hz

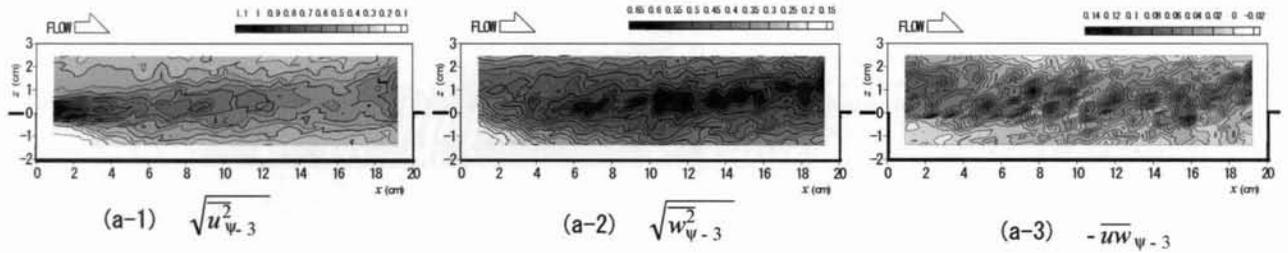
の変動成分の空間的な分布を検討することが必要である。そこで、レベル  $j = -3 \sim -7$  の流速変動成分  $\mathbf{v}_{\Psi j}$  の統計量(標準偏差  $\sqrt{\mathbf{v}_{\Psi j}^2}$  ( $= (\sqrt{u_{\Psi j}^2}, \sqrt{w_{\Psi j}^2})$ ))および共分散  $-\overline{uw_{\Psi j}}$ )を次式から算出する。

$$\sqrt{u_{\Psi j}^2}(\mathbf{x}_i) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{p=1}^M u_{\Psi j}^2(\mathbf{x}_i, t_p)} \quad (7-1)$$

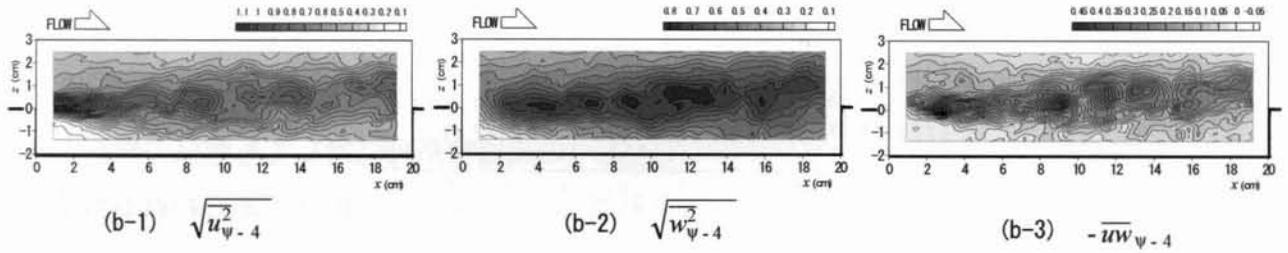
$$\sqrt{w_{\Psi j}^2}(\mathbf{x}_i) = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{p=1}^M w_{\Psi j}^2(\mathbf{x}_i, t_p)} \quad (7-2)$$

$$-\overline{uw_{\Psi j}}(\mathbf{x}_i) = -\frac{1}{M} \sum_{p=1}^M u_{\Psi j} \cdot w_{\Psi j} \quad (7-3)$$

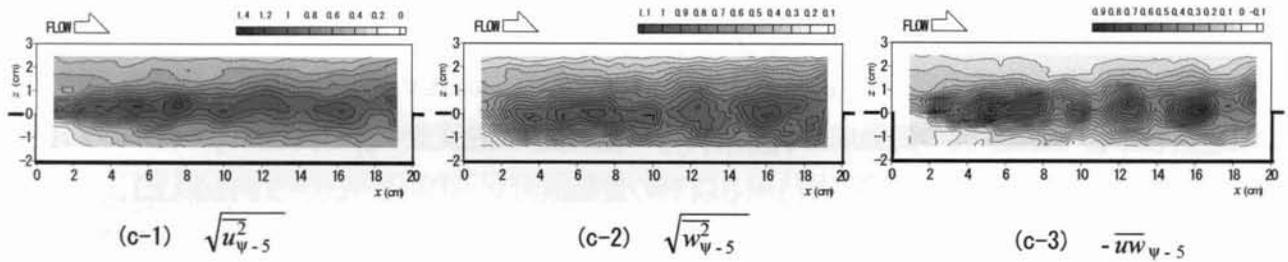
これらは、レイノルズ分解における乱れ強度  $\sqrt{u'^2}$ ,  $\sqrt{w'^2}$  およびレイノルズ応力  $-\overline{u'w'}$  にそれぞれ対応する。Fig. 7.8に結果の例(CASE 1)を示す。レベル  $j$  が小さくなるに従い、抽出された変動事象の空間スケールが大きくなっている。レベル  $j = -3$  において、 $\sqrt{u_{\Psi j}^2}$  は凹部流入部の主流-凹部境界面で大きい。これはせん断不安定に起因する流速変動に対応していると考えられる。 $\sqrt{w_{\Psi j}^2}$ ,  $-\overline{uw_{\Psi j}}$  の分布では、凹部混合層において多数の極大値が存在し、その空間スケールが小さいことから、組織運動に伴う二次的な流速変動が抽出されていると推察できる。レベル  $j = -4 \sim -6$  における各統計量の空間分布では、主流-凹部境界に極値が流下方向へ連なっていること



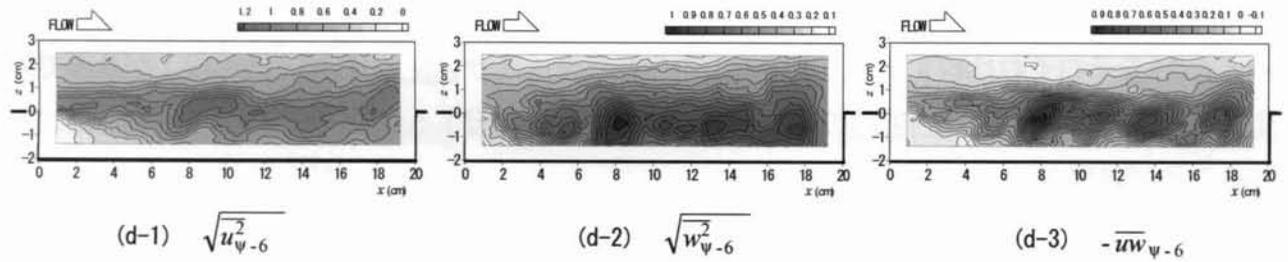
(a) level  $j = -3$  ( $f = 3.8 \sim 7.5\text{Hz}$ )



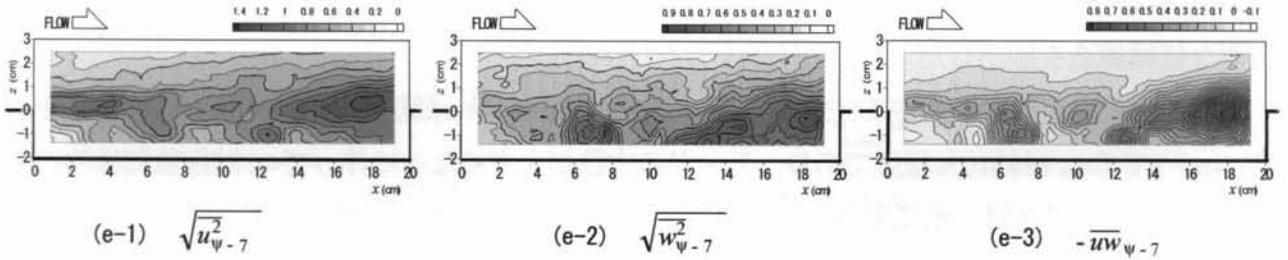
(b) level  $j = -4$  ( $f = 1.9 \sim 3.8\text{Hz}$ )



(c) level  $j = -5$  ( $f = 0.9 \sim 1.9\text{Hz}$ )



(d) level  $j = -6$  ( $f = 0.5 \sim 0.9\text{Hz}$ )



(e) level  $j = -7$  ( $f = 0.2 \sim 0.5\text{Hz}$ )

Fig. 7.8 Statistics of fluctuation components in MAR levels (CASE1).

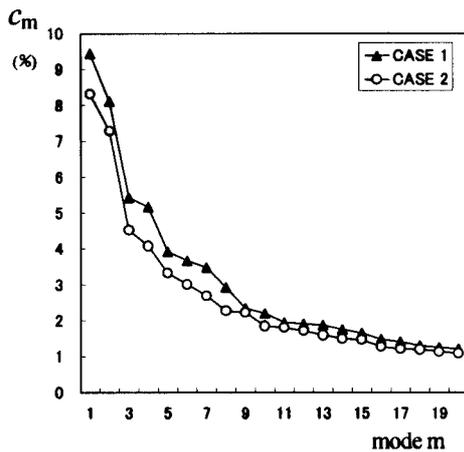


Fig. 7.10 Contribution of fluctuation energy in each POD mode.

が確認できる。この傾向は、特に、共分散 $-\overline{uw_{\psi_j}}$ の分布で顕著に現れている。このことから、組織運動がこれらの周波数帯において特に卓越していることが示唆される。レベル  $j = -7$ では、凹部下流側の段上がり部周辺において各統計量が大きくなっており、その空間スケールは他のレベルに比べると大きい。これは、凹部段上がり部での流速変動に相当すると考えられる。

CASE 2の流速時系列に対しても同様の検討を行った結果、同一レベル  $j = -4 \sim -6$ であらわれる流速変動がほぼ組織運動だけによることを確認した。

以上のことより、MRAの各レベルの流速時系列を以下に示す三つの階層に分類し、MRAの再合成アルゴリズムによって各階層の流速成分を次のように得た：① 準平均流の成分 $\mathbf{V}_L(x, z, t)$ ；レベル  $j = -6$ の近似流速 $\mathbf{v}_{\psi_{-6}}$ （対応する周波数帯は  $f = 0.5$  Hz以下）、② 組織乱流の変動成分 $\mathbf{v}_c(x, z, t)$ ； $j = -4 \sim -6$ の流速変動 $\mathbf{v}_{\psi_j}$ の再合成 ( $f = 0.5 \sim 3.8$  Hz)、③ 非組織乱流の変動成分 $\mathbf{v}_s(x, z, t)$ ； $j = -3$ 以下の変動成分 $\mathbf{v}_{\psi_j}$ の再合成 ( $f = 3.8$  Hz以上)。

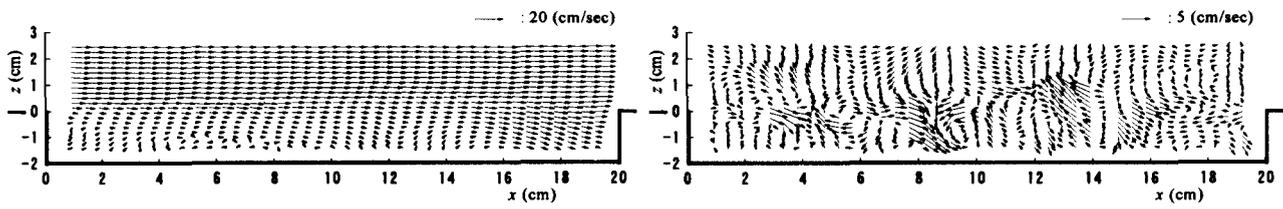
Fig. 7.9に、 $\mathbf{V}_L(x, z, t)$ 、 $\mathbf{v}_c(x, z, t)$ 、 $\mathbf{v}_s(x, z, t)$ の空間分布を示す。これより、主流-凹部境界での組織運動を含む変動成分のみが $\mathbf{v}_c(x, z, t)$ として元の流速時系列 $\mathbf{v}(x, z, t)$ からの的確に抽出されているのが確認できる。また、Fig. 7.9(a-1),(b-1) ( $\mathbf{V}_L(x, z, t)$ )とFig. 7.4(a),(b) (平均流速ベクトル $\mathbf{V}(x, z, t)$ )をそれぞれ比較すると、本解析で得られた流速成分 $\mathbf{V}_L(x, z, t)$ には、凹部段上がり部での変動成分(CASE 1)および凹部内の時間平均的な循環流に起因する変動成分(CASE 2)が含まれていることが確認される。

### 7.3.3 PODによる組織運動の空間構造解析

組織乱流の変動成分 $\mathbf{v}_c(x, z, t)$ を用いて分散共分散行列 $[\mathbf{R}_c]$  (式(6-2))を算出し、POD解析によって主要な組織構造を抽出した。

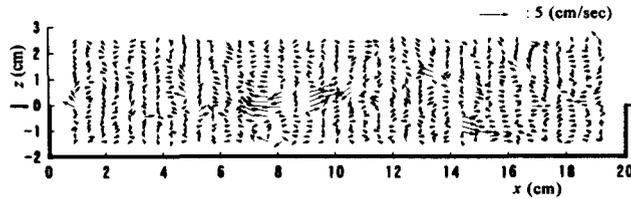
Fig. 7.10に、全変動に対するPODの各モード  $m$  の寄与率 $c_m$  (式(6-7)；モード $m = 20$ まで)を示す。 $m = 1$ での $c_m$ は約10%程度であり、モードの次数が大きくなるに伴って $c_m$ は指数関数的に小さくなる。このことは、組織運動の特徴が次数の低いモードにおいて集中して反映されていることを示唆している。

Fig. 7.11に、各CASEにおけるモード  $m = 1 \sim 8$ の固有ベクトル $\phi_m$ の空間分布を示す。ここで、各図のベクトルの位置はFig. 7.4などと同じであり、側面の主流-凹部境界を示す太線のみを除



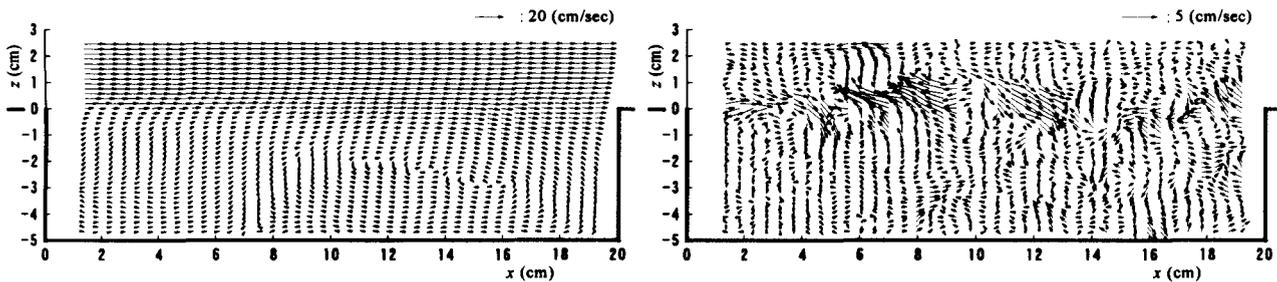
(a-1) pseudo-mean velocity  $V_L(x,z,t)$   
( $f < 0.5\text{Hz}$ )

(a-2) organized turbulence  $v_c(x,z,t)$   
( $f = 0.5 \sim 3.8\text{Hz}$ )



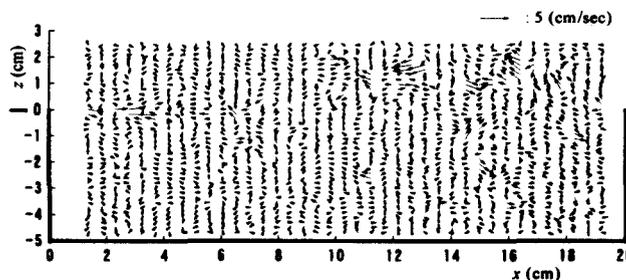
(a-3) incoherent turbulence  $v_s(x,z,t)$   
( $f > 3.8\text{Hz}$ )

(a) CASE 1 ( $L/D = 10.0$ )



(b-1) pseudo-mean velocity  $V_L(x,z,t)$   
( $f < 0.5\text{Hz}$ )

(b-2) organized turbulence  $v_c(x,z,t)$   
( $f = 0.5 \sim 3.8\text{Hz}$ )



(b-3) incoherent turbulence  $v_s(x,z,t)$   
( $f > 3.8\text{Hz}$ )

(b) CASE 3 ( $L/D = 4.0$ )

Fig. 7.9 Distributions of three distinct components.

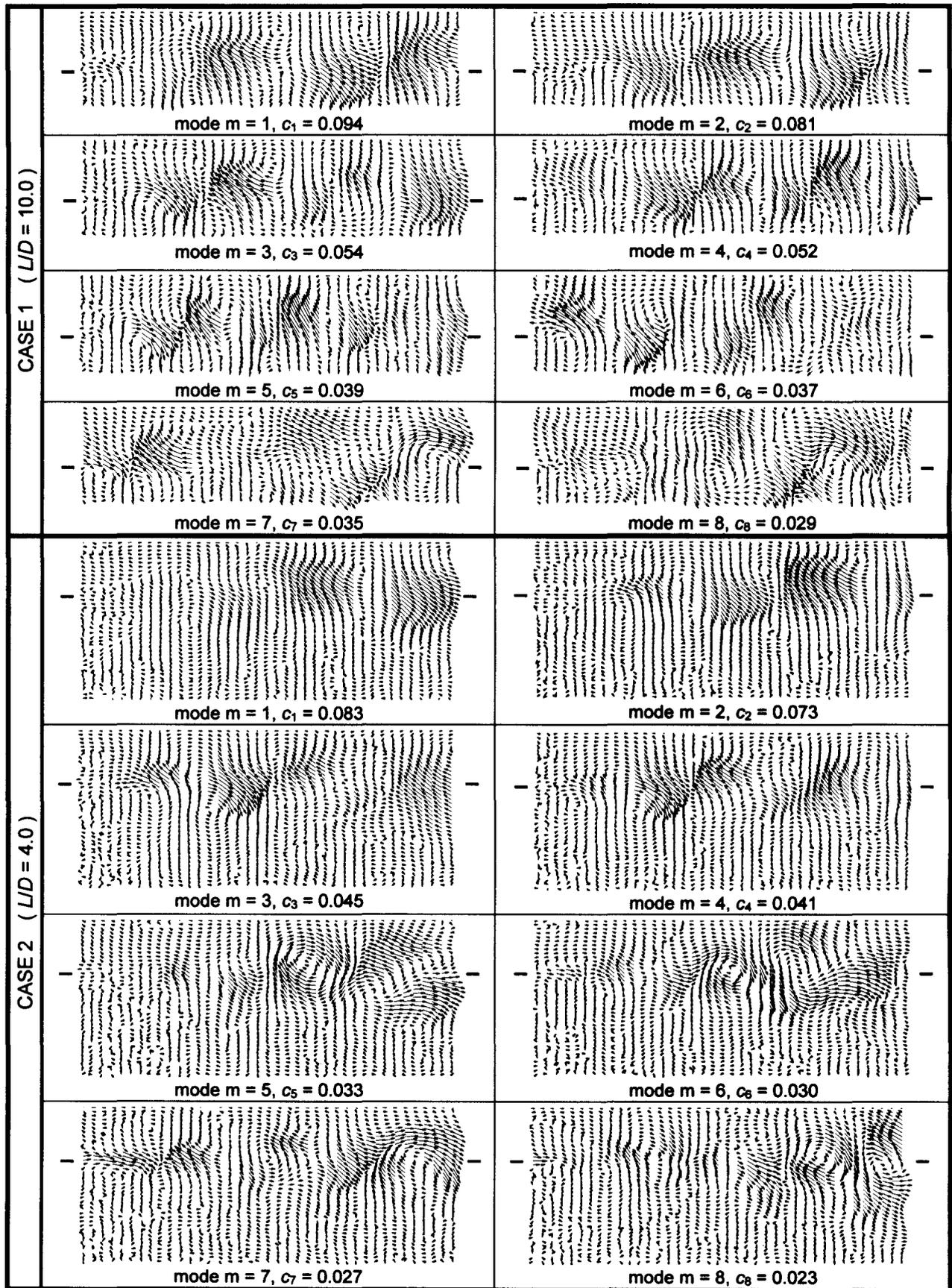


Fig. 7.11 Distributions of empirical eigenvectors in POD modes (above: CASE1, below: CASE 2).

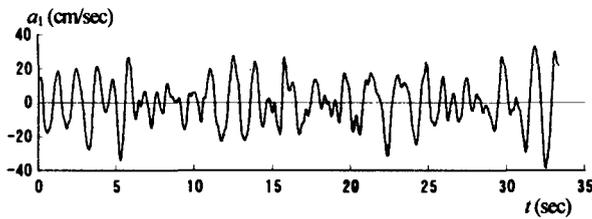


Fig. 7.12 An example of modal coefficient (CASE 1, mode  $m=1$ ).

いて座標軸などは省略されている。各図での  $\varphi_m$  の分布は、主要な組織運動を示している。CASE 1 ( $L/D = 10.0$ )において最も変動が卓越する  $m=1, 2$  の  $\varphi_m$  は、凹部中央から下流側の主流-凹部境界で大きな値をとる。これは、主流(高速流体)の凹部への潜り込みと凹部内の低速流体の巻き上げを反映していると考えられる。モードの次数が大きくなるに従い  $\varphi_m$

の卓越スケールが小さくなり、 $m=6$ では凹部の流入部から中央部分にかけて  $\varphi_m$  が卓越するようになる。 $m=7, 8$ においては、上述のような空間スケールが減少する傾向とは異なり、凹部の全水深程度のスケールをもつ変動が卓越するようになる。さらに、連続する奇数・偶数のモード(たとえば、 $m=1$  と  $2, 3$  と  $4$ など)を比較すると、それらモード間で  $\varphi_m$  の卓越部の位相が流下方向に半波長( $\pi$  rad)程度ずれていることが確認できる。これより、奇数・偶数モード間どおしには強い相互相関があることが示唆される(後述)。一方、CASE 2 ( $L/D = 4.0$ )における  $\varphi_m$  の空間分布に関しても、CASE 1の  $\varphi_m$  と同様の特徴があることがわかる。すなわち、①  $m=1\sim 4$ において、モードの次数が大きくなるに伴い  $\varphi_m$  の卓越領域が凹部の下流側から上流側へと変化し、その空間スケールも減少すること、② 隣接する奇数・偶数モードの対においては、 $\varphi_m$  の卓越部が流下方向に半波長ずれていること、である。CASE 1との相違点としては、 $m=5, 6$ においてCASE 1では明確ではなかった渦構造が凹部の中・下流域に存在していることが挙げられる。この差異の原因としては、 $L/D$  が大きいCASE 1において組織運動に及ぼす底面の影響が大きいのに対し、CASE 2では  $L/D$  が小さく底面の影響をあまり受けないことが考えられる。

#### 7.3.4 各モード間の相互関連(時系列構造)

固有ベクトル  $\varphi_m$  を用いることによって、式(6-4)から各モード  $m$  の振幅  $a_m(t)$  を算出し、 $a_m(t)$  の相互関係を検討した。

Fig. 7.12に  $a_m(t)$  の例(CASE 1,  $m=1$ )を示す。 $a_1$  はかなり周期的な挙動をしており、CASE 1, 2の低次モードにおいて、この傾向が同様に確認された。

Fig. 7.13に、各モード  $m$  における  $a_m$  のパワースペクトルを示す。ここでは、モード間の卓越周波数の遷移特性を考察することが目的であるので、縦軸を同程度のスケールに調整して各モードのスペクトルを重ね合わせて表示する。また、MRAによるバンドパスフィルターをかけた変動成分  $\mathbf{v}_c(x, z, t)$  を用いてPOD解析を行っているため、除去された低周波・高周波の周波数帯ではピークは現れない。Fig. 7.13に示すように、全てのスペクトルで四つのピークが存在し、その中で低周波成分が最も卓越している。ただし、CASE 1の  $m=3, 4$ では、低周波成分のピークとそれに

続く高周波側のピークは同程度の値となる。低周波の卓越周波数に着目すると、CASE 1ではモード次数が増加するに従い、 $m=6$ までは卓越周波数の値が増加する傾向を示し、 $m=7,8$ においては再び低周波数側に遷移している。一方、CASE 2においては、CASE 1でみられたようなモード間の卓越周波数の遷移傾向はなく、1Hz 程度の周波数をもつ変動成分が卓越している。この差異は上述のように凹部底面の影響による流動構造の違いに対応していると考えられる。

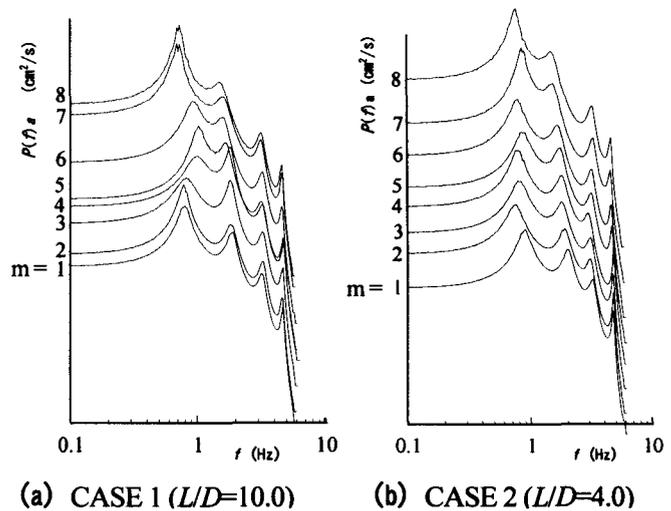


Fig. 7.13 Power spectrum of modal coefficients in each POD mode.

次に、二つのモード間の位相関係を考察する。Fig. 7.14に、連続する奇数・偶数モードの対のうち、固有ベクトル $\varphi_m$ の卓越部が流下方向に半波長ずれる二対モードの位相関係を示す(CASE 1, 長時間のサンプル;  $T=33$  sec)。二つのモード $a_{2n+1}$ ,  $a_{2n}$  ( $n=0,1,2$ )は、原点を中心とする円軌道を描いている。また、33秒間という長時間にわたって円軌道が安定に維持されていることから、二対のモード間にはかなり安定した相互作用が存在していると考えられる。ただし、モード次数が増加するに伴い円軌道の形状は徐々に崩れている。以上のことより、 $\varphi_m$ が半波長ずれる二対の低次モード成分 $a_{2n+1}$ ,  $a_{2n}$ は、ほぼ同一周波数で位相差 $\pi/2$  radを伴いながら変動しており、両者の相互作用はかなり安定していることがわかる。同様のことは、CASE 2においても確認されている。

Fig. 7.15は、3秒間という比較的短時間での二つのモード間の位相関係である。Fig. 7.15(a) (CASE 1)において、 $a_1 - a_5$ の描く軌道は「逆U字」型、 $a_1 - a_6$ は「横8字」型となっている。これらのことより、 $a_5$ ,  $a_6$ は $a_1$ の倍周波数成分に相当すること、 $a_1$ と $a_6$ は位相0において同期し、 $a_5$ は $a_6$ に対して位相差 $\pi/2$  radを伴いながら変動していること、などが示される。 $a_1 - a_5$ ,  $a_1 - a_6$ の関係は、Fig. 7.13(a)に示す卓越周波数の遷移に対応している。一方、Fig. 7.15(b) (CASE 2)において、 $a_2 - a_3$ は円軌道を、 $a_2 - a_4$ はほぼ左肩上がりの直線軌道を描いている。したがって、 $a_2$ と $a_3$ ,  $a_2$ と $a_4$ の変動はほぼ同一の周波数を有し、それぞれ位相差 $\pi/2$ ,  $\pi$  radとなる。ただし、これらの位相関係はより長時間にわたっては維持されるものではなく、 $T=3$  sec程度の短時間内でのみ安定したものである。以上より、固有ベクトル $\varphi_m$ がペアをなさない低次モード間では、長時間の安定した時空間構造は形成されないものの、短い時間スケールで強い相互作用が存在することがわかる。

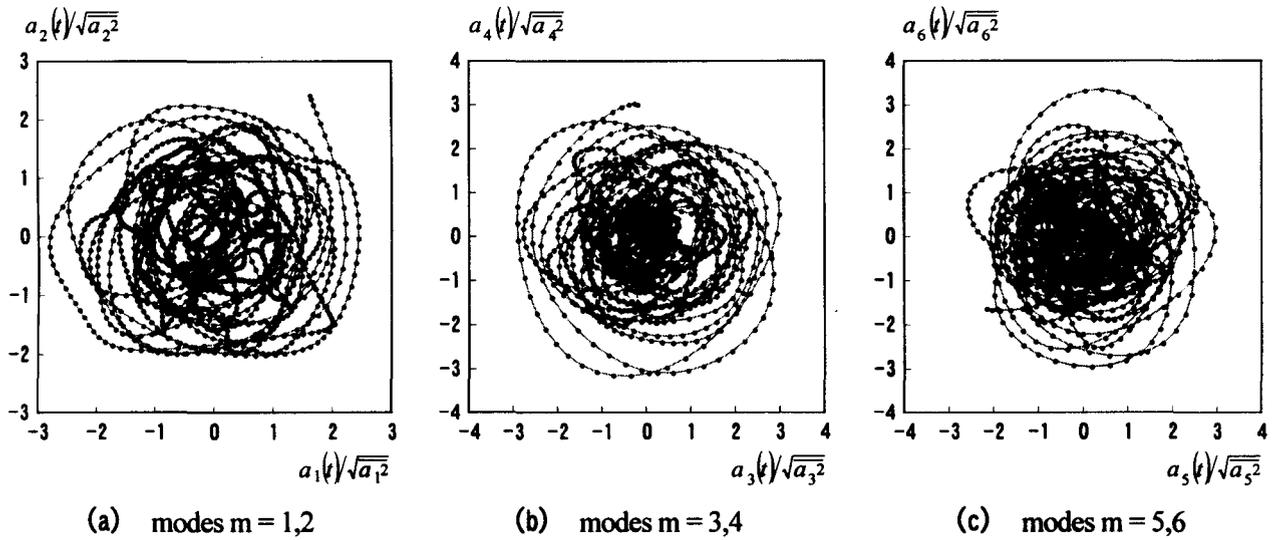


Fig. 7.14 Phase space projections between two modal coefficients (sampling duration  $T = 33$  sec, CASE 1,  $L/D = 10.0$ ).

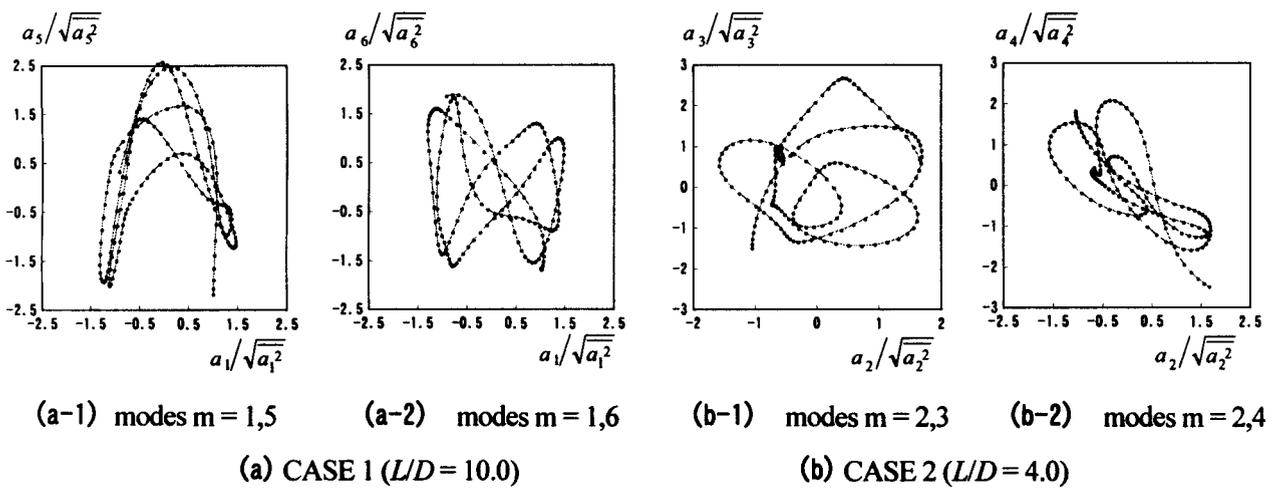


Fig. 7.15 Phase space projections between two modal coefficients ( $T = 3$  sec).

#### 7.4 開水路凹部の射流を対象とした解析結果とその考察

第2章で計測した水面変動を伴う開水路凹部の射流に関して、自由水面の変動と流れとの相互作用を調べるために、流速ベクトルと水面高さの変動成分を対象として、一次元連続ウェーブレット変換とMR-PO複合展開を行った。

### 7.4.1 水面と流速の時空間変動

Fig. 7.16は、 $t - x$  平面での水面変動  $h'(x,t)$  と  $x$ -方向流速変動  $u'(x,t)$  の分布である。Fig. 7.16(a)に示す  $h'(x,t)$  の振幅は流下方向に大きくなっている。特に、水面付近の平均流速ベクトルが鉛直上向きの傾向を呈する  $x = 12 \sim 14\text{cm}$ より下流側(Fig. 2.14参照)では、振幅が大きだけでなく、下流側への位相伝播を認めることができる。一方、Fig. 7.16(b)の  $u'(x,t)$  についても、位相は下流側にほぼ一定速度で伝播している。これは凹部混合層での組織渦の移流によるものと考えられる。また、 $h'(x,t)$ 、 $u'(x,t)$  の伝播速度はほぼ等しい値をとっており、水面変動と主流-凹部境界での組織運動には相互作用があることが推察される。

### 7.4.2 水面変動の伝播特性

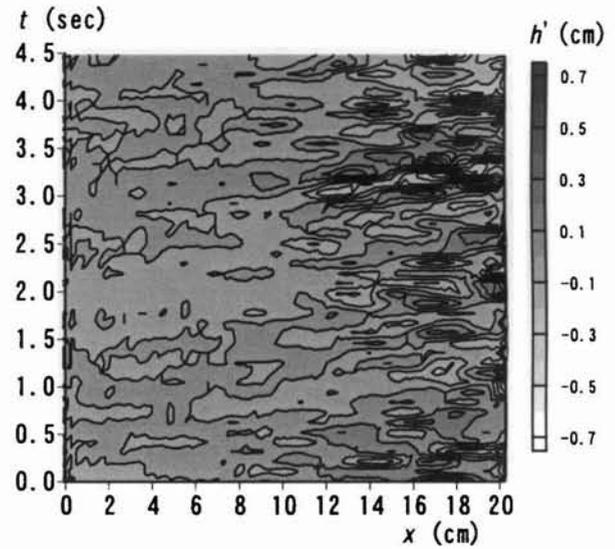
水面変動  $h'(x,t)$  に連続ウェーブレット変換を適用することによって主要な水面変動成分を抽出し、 $h'(x,t)$  の流下方向への伝播特性を調べる。

#### 7.4.2.1 一次元連続ウェーブレット変換による水面変動特性の抽出

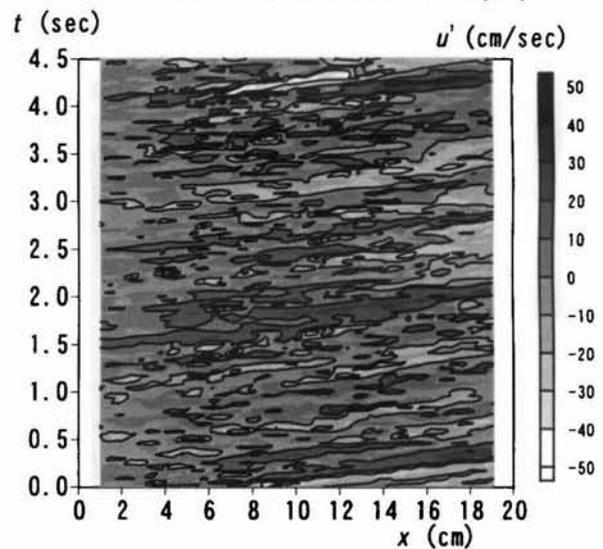
時刻  $t$  における水面変動の空間分布および位置  $x$  での水面変動時系列に一次元連続ウェーブレット変換を施す。解析に用いたマザーウェーブレットは、次式に示す Mexican Hat ウェーブレット  $\psi_h(x)$  (式(7-4))と Morlet ウェーブレット  $\psi_m(x)$  (式(7-5))である。

$$\psi_h(x) = (1 - 2x^2) \exp(-x^2) \quad (7-4)$$

$$\psi_m(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\sigma_m} \exp(-x^2 / \sigma_m^2) \exp(-ix) \quad (7-5)$$



(a) Water-surface fluctuation  $h'(x,t)$



(b)  $x$ -directional velocity fluctuation  $u'(x,t)$

Fig. 7.16 Water-surface and velocity fluctuations in  $x-t$  domain.

ここに、式(7-5)中の  $\sigma_m$  は分布の幅を規定する任意の実数である。時刻  $t$  での  $h'(x,t)$  の空間分布は流下方向に局所的な変動を呈する。

そこで空間軸での展開には空間分解能が比較的高い  $\psi_h(x)$  を用いた。一方、位置  $x$  での  $h'(x,t)$  の時系列はかなり周期的な変動となる。したがって、時間軸上の展開には周波数分解能に優れた  $\psi_m(x)$  を用いた。

Fig. 7.17 に、瞬時の水面変動  $h'$  の空間分布と空間-波数平面におけるウェーブレット係数  $\tilde{h}'$  のコンターを示す。Fig. 7.17(b)において  $\tilde{h}'$  の極値  $\tilde{h}'(x,k)_{\text{lim}}$  があらわれる座標  $k_{\text{lim}}$ ,  $x_{\text{lim}}$  は Fig. 7.17(a)にみられる水面変動  $h'$  の極値の位置および波数とよく一致している。この瞬間波形  $h'$  の波長は下流側ほど小さくなる傾向がある。

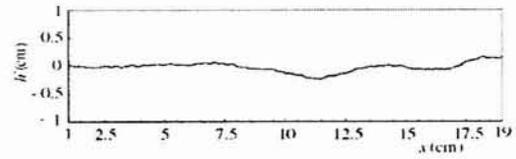
#### 7.4.2.2 時空間平面における水面変動の走時挙動

Fig. 7.18 は、ウェーブレット係数の極大値  $\tilde{h}'(x,k)_{\text{max}}$  の位置  $x_{\text{max}}$  と空間スケール  $2\pi/k_{\text{max}}$  を毎時刻  $t$  抽出し、 $x-t$  平面に示したものである。ここで、空間スケール  $2\pi/k_{\text{max}}$  ごとにシンボルを区別している。帯状に連なるプロットは水面変動  $h'(x,t)$  の伝播挙動を表すものであり、主要な水面変動は  $x=5\sim 6\text{cm}$  付近にほぼ一定の周期で発生し、下流側へ伝播していることがわかる。このような  $\tilde{h}'(x,k)_{\text{max}}$  の帯は、約 20.6 sec の間に 127 個確認されたことから、水面変動の平均的な発生周期は約 0.16 sec と推定される。

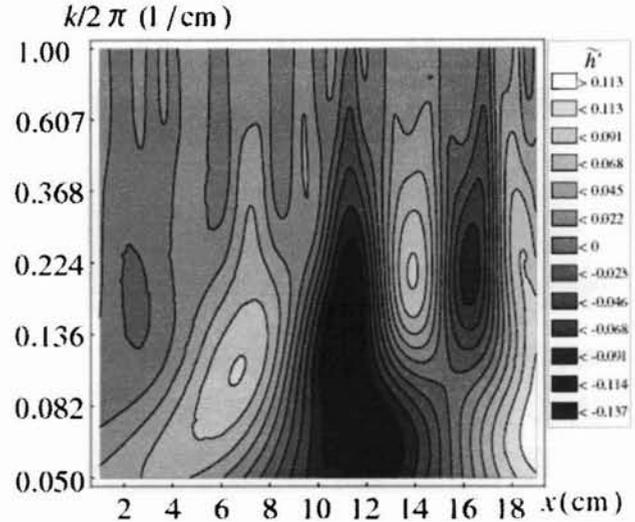
Fig. 7.19 は、 $\tilde{h}'(x,k)_{\text{max}}$  の走時曲線から局所的な伝播速度  $c_1$  を算出し、全計測時空間での度数分布を示したものである。

$$c_1 = \frac{x_{\text{max}}(x, t + \Delta t) - x_{\text{max}}(x, t - \Delta t)}{2\Delta t} \quad (7-6)$$

ここに、 $\Delta t$  は計測時間間隔(1/240 sec)であり、 $x_{\text{max}}$  は同一帯上で  $2\Delta t$  離れた  $\tilde{h}'(x,k)_{\text{max}}$  の位置であ



(a) Instantaneous water-surface profile  $h'$



(b) Contour of wavelet coefficients  $\tilde{h}'$  in  $x-k$  domain.

Fig. 7.17 Wavelet transform (Mexican-hat wavelet).

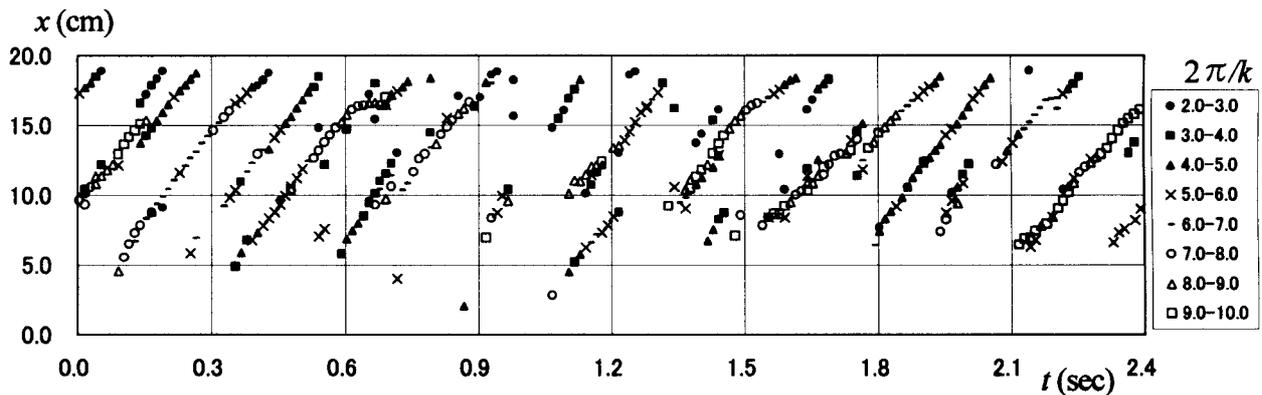


Fig. 7.18 Distribution of maximal values of wavelet coefficients  $\tilde{h}'(k,x)_{\max}$  in  $x-t$  domain.

る。これより、水面変動の平均伝播速度  $\bar{c}_1$  は 40.6 cm/sec, その標準偏差は 15.8 cm/sec となる。

#### 7.4.2.3 水面変動の分散関係

次に、位置  $x$  における水面変動  $h'(x,t)$  の時系列を連続ウェーブレット変換し、時間  $t$ -角周波数  $\omega$  の平面上で流れ場を解析した。変換方法は、上の  $h'(x,t)$  の空間分布の場合と同一である。これより、 $x$  におけるウェーブレット係数が極大値  $\tilde{h}'(t,\omega)_{\max}$  をとる場合の角周波数  $\omega_{\max}$  と波数  $k_{\max}$  の関係を水面波動の分散関係と比較する。

上記二つの方法で抽出したウェーブレット係数の極大値の座標  $(x,t)$  が一致し、かつ、式(7-6)で算出される伝播速度  $c_1$  と式(7-7)で算出される位相の伝播速度  $c_2$  との偏差  $|c_1 - c_2|$  が  $c_1$  の標準偏差 (15.8 cm/sec) 以下である事象だけを選択し、 $k_{\max}$  と  $\omega_{\max}$  の関係をプロットすると Fig. 7.20 のようになる。

$$c_2(x,t) = \frac{\omega_{\max}(x,t)}{k_{\max}(x,t)} \quad (7-7)$$

同図の直線は、Fig. 7.19 の平均伝播速度  $\bar{c}_1$  に対応する。Fig. 7.20 は、水面変動  $h'(x,t)$  の  $k_{\max}$  と

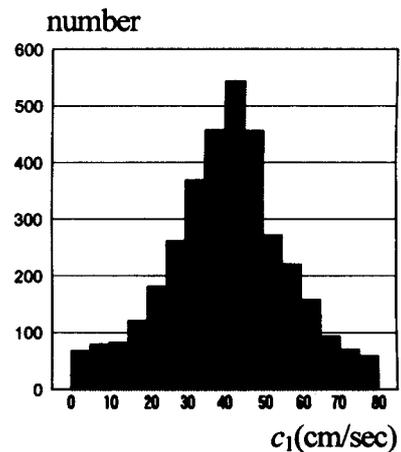


Fig. 7.19 Propagation speed of surface wave.

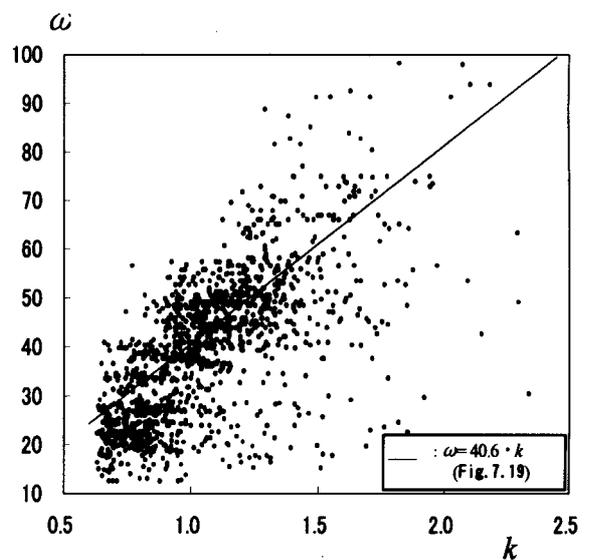


Fig. 7.20 Dispersion relation of surface wave.

$\omega_{\max}$  にかなり高い正の相関があることを示す。データの大部分は波数  $k < 1.5$  rad/cm (対応する空間スケール:  $2\pi/k > 4.18$  cm), 角周波数  $\omega < 60$  rad/sec (対応する時間スケール:  $2\pi/\omega > 0.105$  sec) の範囲に存在する。また, 低波数・低角波数成分の伝播速度は  $\bar{c}_1$  に比べて小さい値となっている。このことは, 水面波動が成因の異なる二つ以上の成分からなることを示唆していると考えられる。

### 7.4.3 水面変動と流速変動の相互関連

前節での検討をもとに, 水面変動と流速変動に対して MR-PO 複合展開を施し, 水面と流れの相互作用について検討した。

#### 7.4.3.1 水面・流速変動の抽出

水面と流速の相互関係を精度よく抽出するために, 流速  $\mathbf{v}(x, z, t) = (u(x, z, t), w(x, z, t))$  と水面高さ  $h(x, t)$  の時系列に MRA を適用し, 次式に示す三つの周波数帯の成分に分解する。

$$u(x, z, t) = u_L(x, z, t) + u_M(x, z, t) + u_H(x, z, t) \quad (7-8)$$

$$w(x, z, t) = w_L(x, z, t) + w_M(x, z, t) + w_H(x, z, t) \quad (7-9)$$

$$h(x, t) = h_L(x, t) + h_M(x, t) + h_H(x, t) \quad (7-10)$$

ここに, 下添字  $L$  のつく物理量は周波数帯  $f < 0.47$  Hz の低周波変動成分, 下添字  $M$  は  $f = 0.47 \sim 15$  Hz の水面変動  $h'(x, t)$  の卓越周波数帯を含む変動成分, 下添字  $H$  は  $f > 15$  Hz の高周波成分を表す。

ここでは, これら三つの成分のうち, 水面変動の卓越成分を含む ( $u_M(x, z, t)$ ,  $w_M(x, z, t)$ ,  $h_M(x, t)$ ) を対象に POD 解析を行う。Fig. 7.21 には, Fig. 2.13 に対応する時刻での ( $u_M(x, z, t)$ ,  $w_M(x, z, t)$ ,  $h_M(x, t)$ ) の分布を示す。

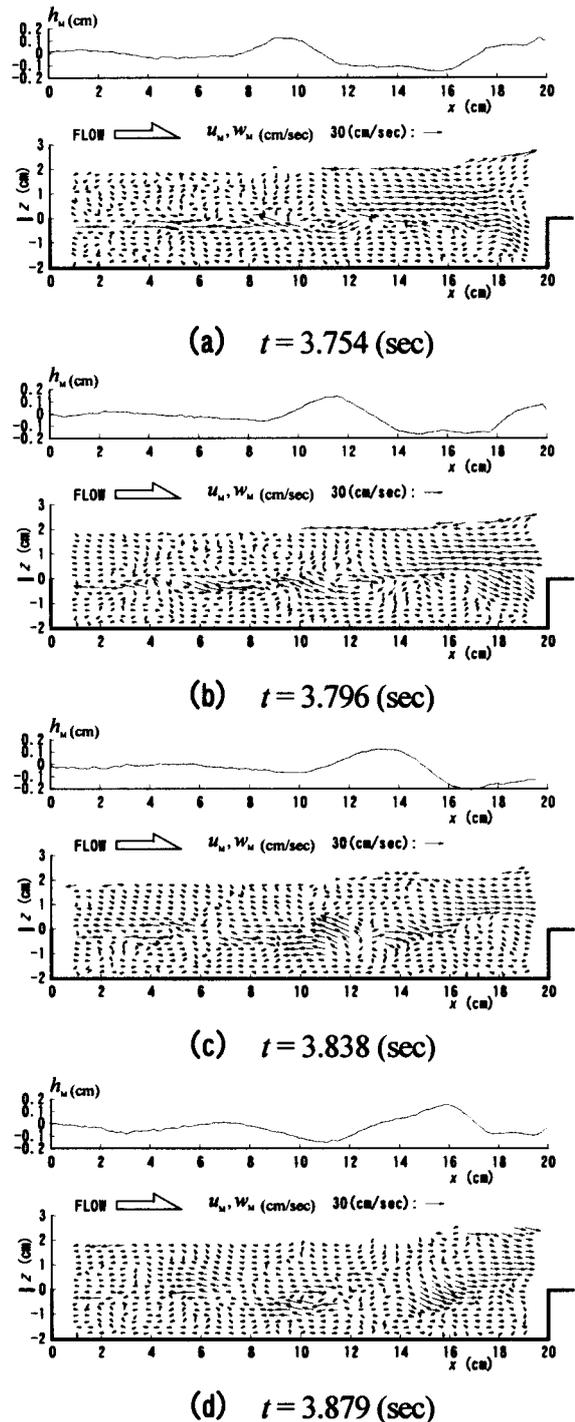


Fig. 7.21 Dominant components in water - surface fluctuations and velocity (in each figure, the upper diagram represents  $h_M$  and the lower one represents ( $u_M, w_M$ ), respectively).

### 7.4.3.2 分散共分散行列の構成

分散共分散行列 $[R]$ を算出する際、水面変動成分 $h_M(x,t)$ と流速変動成分 $u_M(x,z,t)$ ,  $w_M(x,z,t)$ の次元が異なるため、 $[R]$ をこれらから直接に構成することはできない。ここでは、水面変動が動圧と重力復元力に支配されていると仮定し、水面変動に伴う速度スケール $v_{hm}(x,t)$ を以下のように定義する。

$$v_{hm}(x,t) = \text{sgn}(h_M(x,t)) \cdot \sqrt{g|h_M(x,t)|} \quad (7-11)$$

ここに、 $\text{sgn}(h_M(x,t))$  :  $h_M(x,t)$ の符号、 $g$  : 重力加速度である。

以上の変動成分( $u_M(x,z,t)$ ,  $w_M(x,z,t)$ ,  $v_{hm}(x,t)$ )を用いて分散共分散行列 $[R]$ を構成し、固有方程式(6-2)から $n$ 次モードの固有値 $\lambda_n$ と固有ベクトル $\varphi_n$ を求める。

### 7.4.3.3 水面変動と流速変動の主成分

Fig. 7.22に、60次モードまでの累積寄与率 $C_n$ (式(6-5))および寄与率 $c_n$ (式(6-6))を示す。ここで、全モード数は $N=687$ である。 $C_n$ の変化より、40モードまでの成分により全変動成分の約80%のエネルギーが再現されている。ここでは、寄与率 $c_n$ が0.02以上である10モードまで( $C_n=0.54$ )の主成分(固有ベクトル)に限定して、水面・流速の変動成分の相互関係を考察する。

1~10次の固有ベクトル $\varphi_n$ の空間分布をFig. 7.23に示す。図のキャプションには各モードの寄与率 $c_n$ を併記している。 $\varphi_n$ の空間分布には、水面・流速変動どおしの顕著な相関パターンが反映されている。Fig. 7.23(a), (b), (e)より、1,2,5次モードの $\varphi_n$ の流速変動は下流側のかなり大きな領域にわたって卓越している。これらのモードは主に凹部の段上がりに伴う流れに対応していると考えられる。これと対応する $\varphi_n$ の水面変動も下流側で大きい値を示している。一方、その他のモードの $\varphi_n$ にみられる流速変動は主流-凹部境界で局所的に卓越している。これらは混合層の組織運動を反映するものと推察される。流速変動が大きな領域に見られる右下向きや左上向きのベクトルは、組織運動を構成する主流から凹部へ的高速流体の潜り込み、凹部から主流への低速流体の巻き上げをそれぞれ表していると考えられる。これに対する $\varphi_n$ の水面変動は、凹部中央から下流側の段上がり部にかけて卓越し、その振幅は1,2,5次モードに比べて大きい。また、 $\varphi_n$ の水面変動が卓越する位置は流速変動が卓越する位置とほぼ一致しており、水面の凸部と凹部は、低速流体の巻き上げ(左上向きのベクトル)と高速流体の潜り込み(右下向きのベクトル)にそれぞれ対応している。以上のことより、①凹部内で最も卓越する変動は下流側の段上が

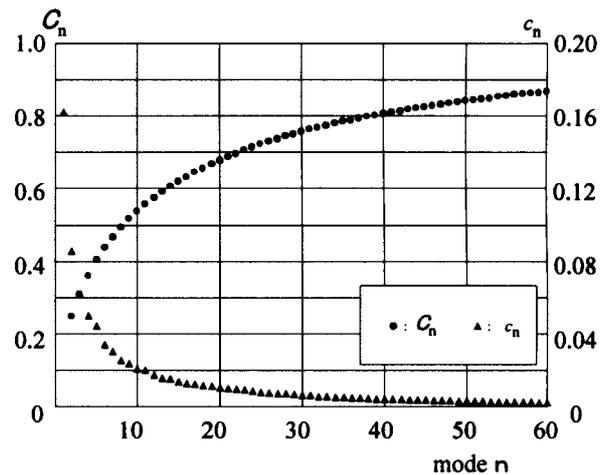


Fig. 7.22 Cumulative contribution and contribution in POD modes.

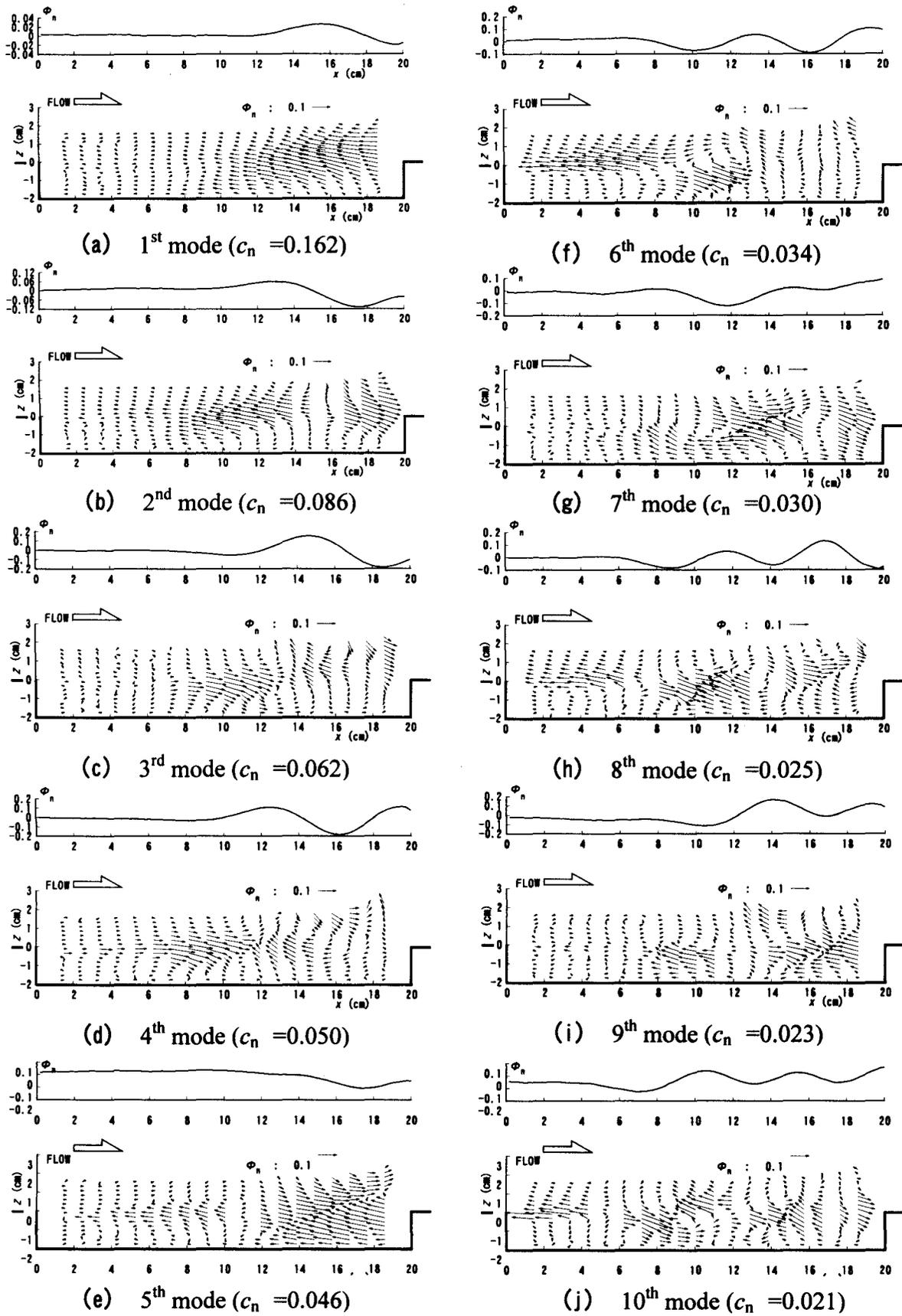


Fig. 7.23 Distributions of empirical eigenvectors.

りに起因すること, ② 凹部中央から下流側に伝播する水面変動と混合層の組織運動との間には高い相関関係があること, が推察される。

## 7.5 結 論

開水路凹部流れを対象として, PIVで計測された流速値にMRAとPODを複合的に適用し(MR-PO複合展開), 混合層に発達する組織運動の構造, 水面と流速変動との相互関係を明らかにした。本研究で得られた結果は以下のように要約される。

(1) 開水路凹部の常流における組織運動の時空間構造について：

(i) MRAを適用することにより, 流速時系列を三つの階層, ① 低周波変動を含む準平均流成分, ② 混合層の組織運動を含む組織乱流成分, ③ 高周波・小空間スケールの非組織乱流成分, に分解した。

(ii) ②の組織乱流成分にPODを適用し, その主成分を定量的に抽出した。低次モードの空間構造は双対(ペア)をなす変動の階層で構成されていることがわかった。

(iii) 凹部形状比が異なるCASEについて組織運動の空間構造を比較した結果, 浅い凹部の場合には底面が渦運動を制約することがわかった。

(iv) 各PODモード間の振幅時系列を解析することにより, モード間の相互作用を定量的に明らかにした。(ii)で抽出された双対(ペア)をなす変動成分は, 組織運動の中でもかなり安定性の高い主成分であることがわかった。

(2) 開水路凹部の射流における水面変動と流速変動の相互関連について：

(i) 一次元連続ウェーブレット変換を用いて水面変動の伝播特性を調べた。水面変動はほぼ一定周期をもって発生し下流側へ伝播すること, 水面変動の波数(空間スケール)と周波数(時間スケール)との関係などが定量的に明らかになった。

(ii) 水面変動が卓越する周波数帯を対象にして, 水面と流速変動成分のPOD解析を行った。その結果より, ① 凹部内で最も卓越する成分は下流側の段上がり部の影響を受けた流れである, ②水面変動と混合層の組織運動との間には高い相関関係がある, ことがわかった。

(3) MR-PO複合展開の適用性について；

MRAとPODの複合展開は, PIVで得られた流速から凹部混合層の組織運動, 水面と流速との相互干渉など流れの特徴的な成分を解析する手法として有効であることを確認できた。このように良好な結果が得られた理由としては, 個々の解析法を個別に用いるのではなくそれらの特徴を活かしつつ併用したこと, すなわち, MRAによって注目する成分を主に含む変動を抽出し, これに統計解析として現象の整理に優れたPODを適用したことが挙げられる。

以上より、本研究で提案したMR-PO複合展開は、多様な河道形状における流れの時空間変動特性を抽出し整理する上できわめて有用な手法であると考えられる。

**参考文献：**

- 1) Daubechies I.: *Ten lectures on wavelets*, CBMS Lecture Notes Series, SIAM, 1991.
- 2) Farge M.: Wavelet transforms and their application to turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.24, pp.395-457, 1992.
- 3) Berkooz G., Holmes P. and Lumley J. L.: The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.25, pp.539-575, 1993.
- 4) 田村幸雄: 固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ, 日本風工学会誌, 第65号, pp.33-41, 1995.
- 5) 宮本仁志, 神田 徹, 藤田一郎, 池上 迅: PIV による開水路凹部流れの計測および数値解析, 水工学論文集, 第41巻, pp.1049-1054, 2001.

## 第8章 終章

### Chapter 8 Concluding Remarks

**Abstract:** In this thesis, the author has developed the image measurement methods for open-channel flows with intense water-surface fluctuations and for suspended-solid concentration, and also has proposed the data analysis methods for extracting predominant flow characteristics. In this closing chapter, main conclusions obtained in each chapter are tersely summarized and some prospects of this thesis are briefly mentioned.

**Key Words:** *image measurement, open-channel flow, turbidity, hybrid analysis, data extraction, coherent structure*

本論文では、画像情報を用いた開水路流れと浮遊物質濃度の計測法を開発し、それより得られる流速データから流動特性を検出するための新たな解析方法を提案した。本章では、各章で得られた成果を総括し、さらに本研究に関する今後の展望を記述して本論文の結論とする。

第1章では、研究の背景を記し、研究目的と論文構成を示した。

第2章では、画像処理を用いた水面形と流速ベクトルの同時計測法を開発した。可視化された流体内の断面と水面の形状を同時撮影し、同一画像フレーム内に流れと水面の可視化画像を得る。可視化画像の輝度勾配から水面を認識する計測アルゴリズムを開発することによって水面の分布形状が計測される。本計測法を適用することにより、浅い凹部をもつ開水路射流の水面形と流速分布の同時測定に成功した。流速・水面の変動成分に対する時空間相関解析より、凹部混合層における組織運動と周期的に発生する水面変動との間には強い相互関連性があることがわかった。以上の結果より、本計測法は大きな水面変動を伴う流れの時間的・空間的な変動を把握する上で有用であることが確認された。

第3章では、画像の輝度情報から浮遊物質濃度を計測する手法を開発し、その性能評価を行った。まず、光の伝播特性を記述する放射伝達方程式を用いて、浮遊物質濃度場における「輝度－濃度」関係式を誘導した。この関係式には、伝播経路上での光の減衰、多重散乱が考慮されている。次に、一様濃度場を対象として、輝度情報から関係式中の未知係数を同定し、濃度分布を推定した。その結果、本計測法は固－液混相懸濁水における浮遊物質濃度を計測する上で有効であることがわかった。ただし、本計測法はほぼ一様な濃度分布を有する場においては比較的良好な結果

を示すが、濃度が空間的に変化する懸濁粒子水に対しては、多重散乱の影響、輝度－濃度間の関係式、画像計測システムにおける光の制御などに関して、今後検討しなければならない課題もあることが明らかになった。

第4章では、開水路凹部に発達する混合層を対象として、PIVから得られた流速データにウェーブレット変換を適用することにより乱流構造の解析を行った。まず、連続ウェーブレット変換を適用して混合層の瞬間流速分布の連続データから空間－波数平面におけるウェーブレット係数を求め、流れの構造を抽出した。この平面上におけるウェーブレット係数の極値は大規模渦に対応すると判断され、極大値の位置と波数を抽出することによって、大規模渦の移流速度、発生周期、空間スケールなどの特性が定量的に明らかにされた。さらに、流速時系列にもウェーブレット変換を適用して大規模渦の卓越周期の特性を時空間上に抽出し、それらより求めた大規模渦の空間スケールと卓越周期の結合確率分布から両者が正の相関関係にあることを示した。次に、離散変換である多重解像度近似を凹部混合層に適用して流速時系列を周波数別の階層構造に分解し、周波数帯毎の運動エネルギーを定量的に評価した。各周波数帯成分の流下方向分布を考察し、運動エネルギーの各方向成分を次の三つの周波数帯に分類した：①低周波数と高周波数の成分間に高い相関がある低周波数帯、②大規模渦など組織運動が卓越する周波数帯、③等方性の微小な乱れからなる高周波数帯。以上のように、ウェーブレット理論は混合層の大規模渦など組織構造を解析する上で有効であることが確認された。

第5章では、第4章の結果を受けて連続ウェーブレット変換を二次元に拡張し、流れの解析を行った。まず、開水路凹部流れのPIV流速データに対して多重解像度近似を適用し、低周波数帯に含まれるトレンドと高周波数帯でのノイズを除去した上で、組織運動を構成する変動流速成分を抽出した。この変動流速成分は凹部混合層の外縁に沿って卓越し、瞬間レイノルズ応力が卓越する部分とほとんど一致する。このことより、混合層の組織運動を抽出するための検出指標として、瞬間レイノルズ応力の空間分布を用いることにした。この瞬間レイノルズ応力の空間分布から二次元変換のウェーブレット係数を算出し、その極大値から組織運動の空間スケールと位置を求めた。組織運動は空間スケールによって挙動が異なり、大きなスケールをもつ組織運動はそのスケールを変化させながら流下方向に移流される。二次元連続ウェーブレット変換は、瞬時の流速分布から組織運動の位置と空間スケールを定量的に評価できるため、流れの非定常挙動を調べる上で有効な手法といえる。

第6章では、固有直交関数展開(POD)によって開水路凹部流れにおける乱れの主成分分析を行った。まず、フルード数と凹部形状比を固定した上でレイノルズ数を系統的に変化させ、開水路凹部での平均流速と乱流諸量の空間構造に及ぼすレイノルズ数の影響を調べた。その結果、低レイノルズ数において下流部に偏在していた循環流はレイノルズ数の増加とともに凹部全体に行きわたるようになることがわかった。また、レイノルズ応力、乱れ強度の鉛直方向成分の卓越部も

凹部の下流から中央側へ移動すること、循環流の拡大とともに凹部の上流側に停滞していた死水域が縮小するために流速せん断が小さくなること、さらに大きなレイノルズ数のもとでは循環流が凹部全体にまで発達し、凹部境界で拘束された安定な循環流となることなどが示された。次に、PODを流速の変動成分に適用することによって乱れの主成分分析を試みた。その結果、低次モードの変動成分は循環流の影響を強く受けること、さらに、それらに続く高次モードの成分は主流-凹部境界の混合層での組織運動と密接に関連していることなどが明らかになった。循環流が変動成分に及ぼす影響はレイノルズ数の増加とともに大きくなり、循環流と凹部の空間スケールが一致するレイノルズ数において極大となることがわかった。以上より、PODは、生起原因の異なる流速変動に関連する主成分が定量的に得られるため、主要な変動成分を抽出し分析する上で有用な手法である。

第7章では、多重解像度近似(MRA)と固有直交関数展開(POD)を複合的に用いることによって、混合層の組織構造など特徴的な変動成分を効果的に抽出するためのハイブリッド解析(「多重解像度-固有直交関数」複合展開、もしくはMR-PO複合展開)を提案した。具体的には、第一段階としてMRAにより流速時系列を三つの階層構造に分解し、第二段階として各成分にPODを適用することにより組織運動の時空間構造など流れの主要成分を定量的に抽出した。MR-PO複合展開により開水路凹部の常流と射流を解析し、組織運動、水面と流れとの相互干渉など特徴的な流れ成分に含まれる階層構造を明らかにした。以上の結果より、流れの時空間階層構造の解析手法としてMR-PO複合展開がきわめて有効であることが確認された。

第8章では、上記のように、各章で得られた成果を取りまとめた。以下に、本研究に関する今後の展望を若干記し、あわせて本論文の終章とする。

本論文は、可視化画像をinputとして画像処理技術を用いることにより画像から流れ場・濃度場の一次情報を取得し、さらに、その一次情報を解析することで現象の特徴を表す二次情報を最終的なoutputとして得ている、と見なすことができる。換言すれば、画像を情報源とするデータ解析手法を主として検討してきたことになろう。ここでは、Fig. 1.1で示した本論文の構成を念頭において各章で得られた主な成果を関連づけし、また、本研究を中心にして関連するであろう周辺部分を言及することによって、本研究に関する今後の展望を若干論述する。

まず、inputである画像および画像処理で得られる一次情報の観点から、本研究に関する考察を行う。本論文では室内実験で得られた可視化画像のみを対象としたが、第1章で記したように、画像から得られる情報は現象の物理スケールに依存しないという特徴をもつ。したがって、水工学で対象とするような実流域への画像計測の適用を考えた場合、例えば、藤田ら(第1章参照)によって既に精力的に研究が遂行されているように画像から河川水表面の流速分布が得られることになる。この意味で画像計測はかなり汎用的な手法と言えるが、このような画像計測を行う際に

は得られるデータの質および量が問題になると考えられ、さらに、上述のように実水域の画像をも解析対象として念頭におくとすれば一般的にデータの質が劣化することが予想される。そこで、本論文では、室内実験で得られる画像に焦点をしばり、第2、3章において画像処理手法を検討して計測値の質を高めるとともに、第4～7章において画像計測より得られる流れの時空間情報を処理することによって現象の特徴を表す成分を抽出・整理する解析方法を検討した。次に、outputとして抽出され主要な現象の特徴を表す流れの情報の観点から、本研究に関する考察を行う。本論文では、画像解析による一次情報を検討することによって得られた主要な成果として、第5章では流れの非定常挙動に焦点をあてたウェーブレット理論による解析手法を、第7章では流れの主要な変動パターンを検出するための統計的なハイブリッド解析法を提案した。前者に関しては、抽出された組織構造の物理的機構について今後詳細に検討する必要がある。一方、後者に関しては、組織運動の時空間変動の主要パターンがおおよそ予想され得る結果として正規直交関数系(固有ベクトル)で得られているため、今後、それら固有ベクトルを基底関数として用いることによってNavier-Stokes方程式など支配方程式を展開し、本論文では取り扱わなかった流れの動力学特性を考慮した解析へと発展させていく必要がある。さらに、第4～7章で検討した解析手法は、本論文で対象とした流れの画像解析データのみならず、DNS、LESなどの数値解析結果や、その他時空間軸を独立変数とする莫大なデータ量をもつ水理学的・水文学的情報への適用が期待される。今後、ここで提案した画像計測法やデータ解析法に関して本論文では残された課題を引き続き検討するとともに、水工水理学上の諸問題に取り組んでいきたいと考える。

以上、本研究で得られた成果が、良好な水環境の保全・創造が重要となる今後の水工設計を展開していく上で、基礎的な知見として生かされれば幸いである。

## 謝 辞

神戸大学教授 工学部建設学科 道奥康治先生には、本論文をとりまとめるにあたり、適切なご指導と暖かい激励を賜りました。学生時代から今日に至るまで、公私にわたりご指導いただいております同先生に深甚なる謝意を表します。本論文の内容について有益なご意見を賜った神戸大学教授 大学院自然科学研究科 中山昭彦先生ならびに神戸大学教授 機械工学科 中島 健先生に謹んで感謝の意を表します。

本研究は、神戸大学教授 工学部建設学科 神田 徹先生のご指導のもとに実施してきた主たる成果をとりまとめたものであります。研究を遂行するにあたって、終始一貫して懇切かつ熱心なるご指導ご鞭撻を賜り、深く粘り強く考えることの大切さをご教授いただいた同先生に衷心より感謝の意を表します。

神戸大学助教授 藤田一郎先生には、研究を行うにあたって適切なるご助言とご支援を賜りました。大阪大学教授 中辻啓二先生、大阪工業大学教授 綾 史郎先生、大阪大学助教授 西田修三先生をはじめとする地球時代における水理学・水工学研究会の諸先生方、ならびに、神戸市立工業高等専門学校教授 辻本剛三先生、大阪大学助教授 玉井昌宏先生、近畿大学助教授 竹原幸生先生をはじめとする海岸水理基礎研究会の諸先生方には、各研究会などを通して数多くの有益なご助言とご教示を賜りました。また、大阪大学助手 川崎浩司先生には、研究会や勉強会などにおける自由な議論を通して多くの刺激とご助言をいただきました。

神戸大学助手 神吉和夫先生には、研究室ゼミにおいて有益なご助言をいただきました。神戸大学工学部建設学科 前田浩之技術専門職員には研究室業務などを遂行する上で多大なるご援助をいただきました。岩見収二氏、大江和正氏、槇野 渉氏、兵頭伸幸君、下山顕治君をはじめとする神戸大学神田研究室の卒業生諸氏には、修士論文、卒業論文の作成を通して本研究の遂行にご協力いただきました。

以上、ここに記して謝意を表する次第であります。