



観測データのインパクト評価と誤差共分散行列の客観推定による全球大気解析の高精度化に関する研究

石橋, 俊之

(Degree)

博士 (理学)

(Date of Degree)

2021-03-06

(Date of Publication)

2022-03-01

(Resource Type)

doctoral thesis

(Report Number)

乙第3398号

(URL)

<https://hdl.handle.net/20.500.14094/D2003398>

※ 当コンテンツは神戸大学の学術成果です。無断複製・不正使用等を禁じます。著作権法で認められている範囲内で、適切にご利用ください。



博士論文

観測データのインパクト評価と誤差
共分散行列の客観推定による全球大
気解析の高精度化に関する研究

令和3年1月

神戸大学大学院理学研究科

石橋 俊之

要旨

大気はカオス性（初期値鋭敏性）をもつため、地球全体（全球）の大気状態（風速、温度、水蒸気量、気圧分布等）を正確に解析すること（知ること）は難しい科学的課題である。正確な大気解析は、数値天気予報（Numerical Weather Prediction: NWP）の初期値としても重要である。物理系の時間発展を予測できることはその系の理解の重要な要素であるため、NWP の高精度化は大気科学の目的でもあり、台風等の防災情報の高度化にも不可欠である。データ同化は、大気状態に関する観測や予測等の膨大な情報 ($O[10^8]$ 〜) を確率密度関数によって無矛盾に統合することで高精度な大気解析を可能にする。正確な大気解析のためには、各情報の不定性を表現する確率密度関数を十分な精度で推定する必要がある。ガウス近似では誤差共分散行列（Error Covariance Matrix: ECM）の推定に帰着する。また、大気解析の主な情報源である観測データが、解析場に与える影響（観測インパクト）を知ることが重要である。観測インパクトは ECM が決めるため、その解析は ECM の解析でもある。ECM の推定と観測インパクト評価は 2 つの密接に関係した大気解析の研究課題である。

しかし、ECM の推定や観測インパクトの評価は、系の自由度が非常に大きいために難しい問題である。既存の観測インパクト評価手法にはインパクトの時空間構造の解析ができない等の限界があり、ECM の推定にも非自明な仮定が必要である。このため、現行の ECM は多くの経験的調整を経て構築されている。大気解析は膨大な数の経験的パラメータに依存し、解析場の妥当性や精度が強く制限されている。例えば、衛星輝度温度観測の ECM だけでも数千個の経験的パラメータで構成され、これらは数 100% の誤差を含み理論的整合性もない。既存の観測インパクト評価では、予報場 ($O[10^8]$ の自由度) の特徴はスカラー関数（自由度 1）で表現され、ECM の観測データへの作用を詳細に解析できない。ECM の近似精度が低いために利用可能な観測の数%未満しか同化できていない。大気解析の高精度化には上述の 2 つの課題の解決が不可欠である。

本研究の目的は、上述の関連した 2 つの課題（観測インパクトの詳細な評価、ECM の高精度な推定）を解決し、高精度で妥当性の高い大気解析を可能にすることである。このために、本研究は以下を行う。1) 観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい評価手法を構築し、詳細なインパクト評価を行うと共に ECM についての知見を得る。2) ECM 全体を複数の客観推定手法を用いて高精度に推定する。これを同化システムに導入して観測インパクトや予報精度の変化

を解析し、妥当性が高く高精度な ECM 及び大気解析場が得られることを示す。これらは本研究がはじめて行うものであり、変分法でカルマンゲインを解析するという新しい発想、多様な観測や ECM の性質の理解、データ処理、複数の ECM 推定手法の導入ではじめて可能となった。本研究は 3 つの研究からなる。1) 新しい観測インパクト推定手法の構築 (第 3 章)、2) 新手法による既存評価手法 (随伴演算子によるインパクト評価) の検証 (第 4 章)、これら 2 つの研究では観測インパクトの詳細な解析も行う、3) ECM 全体の高精度推定とその導入による高精度な大気解析及び予報の構築 (第 5 章)。数値実験は、4 次元変分法データ同化を含む気象庁の全球 NWP システムで実施する。各研究の詳細は以下である。

第 3 章では、観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい観測インパクト評価手法を構築する。この方法は観測演算子や予報モデルの接線型近似に基づくため「接線型 (インパクト) 評価」と呼ぶ。新手法では、各観測データセットのインパクトは、それらの部分解析インクリメント (Partial analysis Increment Vector: PIV) によって評価する。新手法は、カルマンゲインが観測情報をどのように解析場に変換するかを見ることを可能にする。観測データは、衛星輝度温度観測とその他の従来型観測に区分し、後者はさらにラジオゾンデ等に区分した。実験結果は以下である。1) 新手法は現業全球 NWP の変分法同化における解析場や予報場への観測インパクトの時空間構造を評価できる。2) 時間発展した背景場の誤差ベクトルと主要な PIV の間には反平行性 (負相関) がある。これは主要な PIV が背景場の誤差の成長モードの時空間構造を部分的に捕捉したことを直接的に示している。3) 観測インパクトの類似性は、従来手法では評価できなかった性質であるが、新手法で定量的に評価できる。インパクトの類似性は輝度温度と従来型観測間では小さく、輝度温度の隣接チャンネル間では大きい。4) 輝度温度観測のインパクトは従来型観測のある領域で非常に小さい。輝度温度観測の ECM の経験的調整 (誤差膨張) に起因すると考えられる。

第 4 章では、既存の観測インパクト評価手法である随伴演算子によるインパクト評価 (以下では「随伴 (インパクト) 評価」と呼ぶ) を接線型評価 (第 3 章) で検証した後、観測インパクトの詳細な評価を行う。本研究の目的は 2 つある。第 1 に、随伴評価が用いるカルマンゲインの随伴演算子の近似表現等の 4 つの近似の妥当性の検証である。第 2 に、観測インパクトについての新しい知見を得ることである。随伴評価の検証は、接線型評価との比較により行う。接線型評価は随伴評価と同じ量をカルマンゲインの随伴演算子なしで計算できる。これらの検証と観測インパクト評価の結果は以下である。はじめに、観測インパクトの随伴評価は接線型評価とよく一致し、相関係数は 0.97 以上であった。

次に、得られた観測インパクトは、多くの面で先行研究の結果と整合的であったが、GNSS 掩蔽観測や水蒸気に感度のある輝度温度観測のインパクトが小さい等、NWP システムに依存した性質も見られた。これは ECM の経験的調整（誤差膨張）の違いが一因と考えられる。観測インパクトの新しい性質も明らかになった。1) 観測インパクトの確率密度関数は、観測と予報の誤差標準偏差比に実験値を与えたスカラー理論とよく整合する。つまり、インパクトの確率的挙動の基本的な性質は、ECM の時空間一様性を仮定して説明できる。2) データ同化窓の中で遅い時間の観測ほど大きな正のインパクトを持つ。これは予報誤差の主成分は初期値誤差の成長であるとする強拘束の 4 次元変分法の仮定と整合的である。

第 5 章では、ECM の高精度推定とその導入による大気解析精度の改善に関する研究について述べる。NWP の精度改善には、ECM の正確な推定とデータ同化でのその利用が不可欠である。本研究の目的は、すべての観測と背景場の ECM を標本統計によって推定し、それらを使って全球 NWP の精度を改善することである。このような ECM 全体を推定する研究は、本研究がはじめて行うものであり、多様な観測や ECM の性質の理解や複数の ECM 推定手法の導入で可能となった。すべての ECM の対角成分、及び輝度温度観測の非対角成分（チャンネル間相関）を更新した。ECM の推定結果は以下である。(1) 推定された誤差標準偏差は全体的に気象庁現業システム (CNTL) の設定値よりもかなり小さい。特に輝度温度観測で顕著であり、観測インパクトの解析結果（第 3 章、第 4 章）と整合的である。(2) 水蒸気に感度を持つ輝度温度観測のチャンネル間誤差相関は 0.2 よりかなり大きい。(3) AMSU-A（気温に感度を持つ輝度温度センサ）の観測誤差の水平相関距離はチャンネル 4 を除き 50km（CNTL のデータ間引き距離の 1/5）程度である。これらは ECM の更新による高精度な大気解析の可能性を示唆する。次に、解析・予報サイクル実験の結果は以下である。(1) 診断された ECM は、付加的な調整なしでも CNTL に対して概ね予報精度を改善する。(2) 付加的な調整として、非衛星従来型観測と GNSS 掩蔽観測の観測誤差標準偏差に 0.6 の誤差縮小係数を与えることで、予報誤差は統計的に有意に改善する。(3) この値 0.6 は、背景誤差標準偏差の推定値と CNTL の値の比で与えた。これらは、ECM の客観推定を NWP システムに適用することで、経験的調整よりも高精度な ECM が得られることを示している。付加的調整による精度改善は、輝度温度観測の変分法バイアス補正への各観測のインパクトが適切になるためと考えられる。(4) AMSU-A の高密度同化 (CNTL の 10 倍) は CNTL よりも精度が良いが、5 倍の高密度同化を改善はしない。(5) 夏 (Boreal summer) のデータで推定した ECM は、冬期間の実験でも予報精度を改善し、推定された ECM

の堅牢性を示している。(6) ECM の更新によって、気温や水蒸気に感度のある輝度温度や GNSS 掩蔽観測のインパクトが明瞭に増加した。これは観測インパクトの解析 (第 3 章、第 4 章) で示唆された ECM の問題が改善され、より多くの情報が解析場に同化されたことを示している。(7) NWP システムの理論との整合性を変分法評価関数のカイ 2 乗分布性で評価すると、CNTL の 32%程度に対し、客観推定した ECM では 85%以上であり、理論整合性も明瞭に改善することが示された。

本研究全体の結論は以下である。本研究では、まず観測インパクトの時空間構造を解析できる新しいインパクト評価手法を構築し、インパクトの詳細な解析を可能にした。次に ECM 全体を複数の推定手法により高精度に推定し、同化システムに導入して観測インパクトや解析、予報精度の変化を解析し、妥当性が高く高精度な ECM 及び大気解析場が得られることを示した。ECM に含まれる客観的推定によらないパラメータ数は従来の数千から 1 つとなり、この値も ECM の客観推定結果から決定した。AMSU-A の同化観測数は 5-10 倍に増加した。予報精度は全球的に 95%の統計的有意性で改善し、理論的整合性も 32%から 85%以上に向上した。本研究の成果は大気解析を経験的調整から概ね解放するため、今後の大気解析研究の加速が期待できる。妥当性が高く高精度な解析や予報場は、大気科学や防災情報の高度化にも資する。本研究の成果は、大自由度系の状態解析という普遍的な問題に対するものであり、様々な物理系の研究にも資することが期待できる。

Study on improvement of global atmospheric analysis accuracy by observation impact estimation and objective estimation of error covariance matrices

Abstract

Accurate atmospheric state analysis is a difficult scientific problem due to its chaotic nature. Such accurate atmospheric state analysis is also important as an initial condition for Numerical Weather Prediction (NWP). Since being able to predict the time evolution of a physical system is an important element of understanding the system, improving the accuracy of NWP is also the purpose of atmospheric science, and it is also essential for the sophistication of disaster prevention information such as typhoons. Data assimilation enables highly accurate atmospheric state analysis by consistently integrating vast amounts of information on the atmosphere ($O [10^8]$ -) such as observations and forecasts, using probability density functions (PDFs). Therefore, accurate estimation of the PDFs that describe uncertainty of each information is necessary. Under the Gaussian approximation, this is reduced to accurate estimation of error covariance matrices (ECMs). Since observation is the main information source, to know effects of each observation dataset on an analysis field (observation impacts) is also important. Since observation impacts are determined by a Kalman gain that is a function of ECMs, to know observation impacts is also to know ECMs. The ECM estimation and the observational impact analysis are two closely related research themes in the atmospheric analysis study.

However, the accurate estimation of ECMs and the observation impacts are difficult problems because of the huge degrees of freedom of the system. Therefore, all existing observation impact estimation methods have limitations, for example, they cannot estimate space-time structures of observation impacts. All the existing ECM estimation methods use non-trivial assumptions. Current ECMs are determined based on empirical tunings. Current atmospheric analysis depends on the huge number of empirical parameters, and this strongly limits validity and accuracy of the current atmospheric analyses. For example, ECMs for satellite brightness temperature

observations are composed of thousands of empirical parameters. While empirical adjustment requires thousands of data assimilation calculations, it contains errors of several hundred percent and is not theoretically consistent. In the existing observation impact estimation method, the characteristics of the forecast field (degree of freedom of $O [10^8]$) are expressed by the scalar function (degree of freedom of 1), and the effect of ECMs on the observation data cannot be analyzed in detail. Due to the low approximation accuracy of ECM, less than a few percent of the available observations can be assimilated. Overcoming the above two issues is essential for improving the accuracy of atmospheric analysis.

The purpose of this study is to overcome these two related problems (accurate estimation of observation impacts and ECMs), and generate atmospheric analyses with high validity and accuracy. For this purpose, first, we construct a new observation impact estimation method that can analyze space-time structures of observation impacts, and analyze observation impacts finely, where properties of ECMs are also clarified. Second, ECMs of all data are estimated using multiple objective ECM estimation methods, and implemented into the JMA global NWP system. We analyzed the changes in observation impacts, analysis accuracy, and forecast accuracy, and showed that highly valid and highly accurate ECMs and atmospheric analysis fields can be obtained. These are the first studies, which are made possible by the new idea of analyzing Kalman gains by variational data assimilation, understanding of properties of various types of observations and their ECMs, their data processing, and the introduction of multiple ECM estimation methods. This thesis consists of three studies. The first is the study on construction of a new observation impact estimation method that can analyze space-time structures of observation impacts (chapter 3). The second is to verify the adjoint-based observation impact estimation method using the new method (chapter 4). In these two studies, observation impacts are finely evaluated (chapter 3, 4). The third is the accurate estimation of ECMs and construction of accurate atmospheric state analysis and forecast by using them (chapter 5). Numerical experiments are conducted on the global NWP system of Japan Meteorological Agency, which includes the four-dimensional variational data assimilation system. Details of each study are as follows.

In chapter 3, we construct a new observation impact estimation method that can analyze space-time structures of observation impacts. We call this new method as the tangent linear (TL) approximation-based impact estimation (TL-based estimation) since it is based on the TL approximation of observation operators and a forecast model. The

method estimates the observation impacts as a partial analysis increment vector (PIV) that is generated by each observation dataset. The method enables us to see how the Kalman gain transforms information of observations into analysis increments. Observation data are divided into satellite radiance and other conventional data, and the latter are further divided into radiosondes, satellite winds, and the others. The experimental results are as follows. (1) the method can analyze space-time structures of observation impacts of each observation dataset on an analysis and a forecast field in the operational NWP system. (2) there are negative correlations (anti-parallel relationships) between an integrated background error vector and dominant PIVs. This result directly shows that the dominant PIVs partly catch fast-growing modes of the background field errors. (3) the interferences between observation impacts can be estimated quantitatively by the TL-based method. The similarity between the impacts of the satellite radiance data and those of other conventional data is small, and similarity between the impacts of the adjacent channels of radiance data is large. (4) The impacts of radiance data are very small in the areas with the conventional observations. This would be due to empirical tunings (inflation) of the ECM of radiance data.

In chapter 4, we first verify the existing observation impact estimation method (adjoint-based method) using the TL-based method, and then analyze observation impacts finely. The adjoint-based observation impact estimation method has been providing essential information to improve data assimilation systems (DASs) in NWP. This study has two purposes. The first is to verify the four approximations used in the method: iterative construction of the Kalman gain adjoint operator, the tangent linear (TL) approximation of a forecast model, ignoring cross terms of observation impacts, and approximations for incremental DASs. The second is to add new information to our knowledge of observation impacts. For the verification of the adjoint-based method, we use the TL-based observation impact estimation method (chapter 3) that can calculate the same quantity as the adjoint-based method without adjoint calculations. Results of these verifications and observation impact estimations performed on the global NWP system of the JMA are as follows. First, observation impacts calculated using the adjoint-based method agree well with those from the TL-based method, with the correlation coefficient between them exceeding 0.97. Second, estimated observation impacts are consistent with previous studies in many aspects. There are also system-dependent properties, such as relatively small impacts from GNSS radio occultation data and radiance data sensitive to humidity. Differences in empirical tunings of ECMs would be one possible reason of this. Furthermore, new aspects of

observation impacts are found: 1) the probability density function of the observation impact agrees well with the scalar theory when giving the experimental value of the observation and the forecast error standard deviations. This means the basic probabilistic property of observation impacts can be explained with the homogeneous assumption of ECMs; 2) later observations in the data assimilation window have larger positive impacts. This is consistent with the strong-constraint 4D-Var assumption that the dominant component of the forecast error is the initial error growth, and not model errors.

In chapter 5, accurate estimation of ECMs and improvement of atmospheric analysis accuracy by using them are described. In data assimilation for NWP, accurate estimation of error covariance matrices (ECMs) and their use are essential to improve NWP accuracy. The objective of this study is to estimate ECMs of all observations and background variables using sampling statistics, and improve global NWP accuracy by using them. This study presents the first results of such all ECM refinement. ECM diagnostics combining multiple methods, and analysis and forecast cycle experiments were performed on the JMA global NWP system, where diagonal components of all ECMs and off-diagonal components of radiance observations are refined. The ECM diagnostic results are as follows: 1) the diagnosed error standard deviations (SDs) are generally much smaller than those of the JMA operational system (CNTL). This is especially for radiance observations, which is consistent with the results of the observation impact studies (chapter 3 and 4); 2) interchannel correlations in humidity-sensitive radiance errors are much larger than 0.2; and 3) horizontal correlation distances of AMSU-A are 50 km (1/5 of the data thinning distance of CNTL), excluding channel 4. These results imply that analysis with higher validity and accuracy would be possible by refining ECMs. The experimental results include the following: 1) the diagnosed ECMs generally improve forecast accuracy over CNTL even without additional tunings; 2) the supplemental tuning parameter, which is the deflation factor (0.6 in SD) applied for the estimated ECMs of non-satellite conventional data and GNSS radio occultation data, statistically significantly improves forecast accuracy; 3) this value 0.6 is set as the same value as the ratio of the estimated background error SD to that in CNTL. These results (1-3) show that the objectively estimated ECMs in the real NWP system have higher accuracy than the ECMs constructed by conventional empirical tunings. The fact that the supplemental tuning can improve analysis accuracy implies that the tuning makes observation impacts of each data on variational bias correction variables for radiances appropriate; 4) high-density assimilation (10 times) of

AMSU-A is better than CNTL, not better than that with 5 times; 5) ECMs estimated using boreal summer data can improve forecast accuracy in winter, which indicates their robustness; 6) Impacts of HSS, the micro wave radiances sensitive to humidity, and GNSS radio occultation data explicitly increase by the ECM refinement. This shows that the problem of the ECMs implied in chapter 3 and 4 are improved and more information can be assimilated from these data; and 7) Theoretical consistency of the CNTL is about 32%, while it is larger than 85% when the refined ECMs are used, where the theoretical consistency of the NWP system is evaluated by the chi-square distribution of the cost function of the variational assimilation. This shows the theoretical consistency is also improved by the ECM refinement.

General conclusions of this thesis are as follows. In this study, first, the new observation impact estimation method that can analyze space-time structures of observation impacts has been constructed. The new method enables detailed analysis and verification of observational impacts. Second, ECMs of all data were estimated using the multiple ECM estimation methods, and implemented into the JMA global NWP system. We analyzed the changes in observation impacts, analysis and forecast accuracy, and showed that highly valid and highly accurate ECMs and atmospheric analysis fields are obtained. The number of the empirical parameters included in the ECM has been reduced from several thousands to one. The value of the remaining one parameter can be determined from the objective estimation results of ECMs. The number of assimilated observations of AMSU-A has increased 5-10 times. Forecast accuracy has been improved globally with a statistical significance of 95%, and theoretical consistency has also improved from 32% to over 85%. The results of this study will also accelerate future atmospheric state analysis study since they have significantly reduced the role of the empirical tunings of parameters for the atmospheric analysis. Atmospheric analyses and forecasts with high validity and accuracy will also contribute to studies on atmospheric phenomena and creation of social infrastructure information. Since the results of this study are for the universal problem that is state analysis of a physical system with large degrees of freedom, they can be expected to contribute to the research of various physical systems other than the atmosphere.

目次

第 1 章	序論	14
1.1	研究背景	
1.2	研究目的	
1.3	本論文の構成	
第 2 章	大気解析のためのデータ同化	18
2.1	大気解析とデータ同化の発展史	
2.2	データ同化の原理と大気解析のための基本的な近似	
2.3	ECM 及び観測インパクト推定	
2.3.1	ECM	
2.3.1.1	解析空間での ECM 推定法	
2.3.1.2	観測空間での ECM 推定法	
2.3.2	観測インパクト	
2.4	本研究で使用する実験システム	
第 3 章	4次元分法における接線型近似に基づく観測インパクト評価	34
3.1	はじめに	
3.2	観測インパクトの評価	
3.2.1	変分法データ同化におけるカルマンゲイン	
3.2.2	新手法	
3.2.2.1	解析インクリメントベクトルと D 値ベクトルの分解	
3.2.2.2	接線型評価の時間積分	
3.2.2.3	拡張解析変数	
3.2.2.4	接線型評価の注目すべき性質	
3.3	接線型評価と既存の観測インパクト評価手法との比較	
3.3.1	OSE と接線型評価の比較	
3.3.2	随伴演算子による方法と接線型法の比較	
3.3.2.1	接線型近似の下での随伴演算子による評価法の定式化	
3.3.2.2	随伴演算子によるインパクト評価法の 接線型法による解釈	
3.3.3	共分散行列に基づくインパクト評価の 接線型法による解釈	

3.4	実験デザイ	
3.5	実験結果	
3.5.1	解析場	
3.5.2	予報場	
3.6	まとめと議論	
第 4 章	前方計算による直接評価つきの随伴演算子	
	による観測インパクト評価	54
4.1	はじめに	
4.2	理論	
4.2.1	随伴評価法	
4.2.1.1	基本定式化	
4.2.1.2	インクリメンタル DAS での定式化	
4.2.2	接線型評価法	
4.2.2.1	基本定式化	
4.2.2.2	インクリメンタル DAS での定式化	
4.2.3	δJ の PDF	
4.3	実験デザイン	
4.4	結果	
4.4.1	検証と観測インパクトの基本的な性質	
4.4.2	観測インパクトの新しい性質、及び システムに依存した性質	
4.4.3	観測インパクトの PDF	
4.5	まとめと議論	
第 5 章	誤差共分散行列の更新による全球数値天気予報の精度改善	75
5.1	はじめに	
5.2	方法	
5.2.1	3つの ECM 推定法の簡単なレビュー	
5.2.1.1	D05 法	
5.2.1.2	HL 法	
5.2.1.3	ランダムイズ法	
5.2.2	推定した ECM の 4D-Var DAS への実装	
5.2.2.1	チャンネル間相関	
5.2.2.2	D05 で推定された ECM のための補足的な 調整パラメータ	
5.3	ECM 推定とサイクル実験の実験デザイン	

5.4	結果	
5.4.1	推定された ECM	
5.4.2	サイクル実験の結果	
5.4.2.1	完全な ECM 更新実験の結果: EXP-BR-A5	
5.4.2.2	補足的調整実験の結果 : EXP-BRT-A5	
5.4.2.3	追加実験の結果	
5.5	まとめと議論	
第 6 章	結論	94
6.1	本研究の結論	
6.2	将来の研究	
謝辞		98
参考文献		99
補遺		114
補遺 A	式(4.3)の平均軌跡の精度	
補遺 B	インクリメンタル DAS における随伴法の別の形	
補遺 C	4.2.3 項の式の詳細な導出	
補遺 D	推定された BECM の妥当性と意味	
補遺 E	ECM の更新なしの AMSU-A 高密度同化の追加実験	
補遺 F	変分法評価関数の統計的性質	
補遺 G	略語表	
図表		124

* 本論文は以下の論文を基本に構成した。

- Ishibashi 2011: Tangent linear approximation-based observation data impact estimation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 137, 1898–1912, <https://doi.org/10.1002/qj.871>.
© Copyright 2011 Royal Meteorological Society.
- Ishibashi 2018: Adjoint-based observation impact estimation with direct verification using forward calculation. *Mon. Wea. Rev.*, 146, 2837–2858, <https://doi.org/10.1175/MWR-D-18-0037.1>.
© Copyright 2018 American Meteorological Society.
- Ishibashi 2020: Improvement of forecast accuracy of global numerical weather prediction using refined error covariance matrices. *Mon. Wea. Rev.*, 148, 2623–2643, <https://doi.org/10.1175/MWR-D-19-0269.1>.
© Copyright 2020 American Meteorological Society.

第1章 序論

本章では、本研究全体の背景と目的について述べる。

1.1 研究背景

大気はカオス性（初期値鋭敏性; Lorenz, 1963）をもつため、大気状態（風速、温度、水蒸気量、気圧分布等）を系の時間発展を予測するのに十分な精度で正確に解析すること（知ること、推定すること）は難しい科学的課題である。これは、カオス性をもつ系では時刻 t の系の状態は時刻 $t_0 (< t)$ の系の状態に強く依存する（摂動の時間発達率が大きい）ため、系の状態解析には精緻な数値モデル（時間発展方程式）による系の記述及び系の状態を詳細に観測することが必要となり、これらの結果、非常に大きな計算量と観測情報を必要とする大自由度系の状態解析となるためである。大気のカオス性は、例えば傾圧不安定による摂動の成長率が数日で10倍以上であることや対流の発生の予測が極めて難しいことに明瞭に表れている（Buizza and Palmer, 1995）。正確な大気解析は、数値天気予報（Numerical Weather Prediction: NWP）の初期値としても重要である。物理系の時間発展を予測できることはその系の理解の重要な要素であるため、NWP の高精度化は大気科学の目的でもあり、台風等の防災情報の高度化にも不可欠である。現在の NWP や気候解析のための大気解析では、精緻な数値天気予報モデル（自由度は 10^8 程度）や衛星をはじめとする膨大な観測情報（データ数は一解析あたり 10^6 程度）が不可欠である。このため大気解析は、気象学、計算科学、統計的推定等の複数の分野に跨った科学的課題となっている（Bauer et al., 2015）。大気解析は上述のように大自由度系の状態解析となり、陽に計算することは不可能であるため、「どのように近似するか」が重要な研究テーマとなっている。つまり、諸科学分野と同様に有効理論（無限の精度を持つ理論ではなく、有限の精度で系の状態を記述する理論）の構築である。

データ同化は、大気に関する複数の情報源（観測、モデル予測、物理法則等）からの膨大な情報を無矛盾に統合することで大自由度系の状態解析を可能にする（Lewis et al. 2006; Kalnay, 2003）。データ同化の原理は、確率密度関数（Probabilistic Density Function: PDF）の間に成り立つ恒等式（ベイズの定理）であり、観測や予測等の大気に関する各情報の不確かさを表現した PDF から、これらの情報の下での大気状態の PDF や最も確からしい大気状態が決定される。大気解析のような大自由度系の解析への適用では、様々な近似によって系の自

* 大気データ同化研究では、「大気状態を解析する」は、大気状態に関する観測データや予測値を解析して大気状態を知る、推定する、という意味で使われる。

自由度を下げる必要がある。どのように近似するかがデータ同化研究の重要なテーマとなっている。PDF を有限個の標本で近似表現することがまず必要であるが、これには標本化誤差が伴うため、PDF を高次のモーメントまで表現することは難しくなる。一方で、中心極限定理によって、PDF をガウス分布で近似することは多くの場合に一定の妥当性が保証され、データからも支持される。これにより2次モーメント（誤差共分散行列: Error Covariance Matrix: ECM）までPDFが決定される。ECMの自由度は予報場の自由度や観測数の2乗のオーダーであり、全球大気解析では各々 $O(10^{16})$ 、 $O(10^{12})$ 程度となり、依然として非常に大きな自由度を持つ。ECMを高精度に推定すること（近似して構築すること）は、データ同化研究の重要な課題となっている。また、大気解析の主な情報源である観測データが解析場に与える影響（観測インパクト）を知ることも高精度な大気解析を構築するために重要である。観測インパクトはECMの関数であるカルマンゲインによって決まるため、観測インパクトの解析は、ECMの解析でもある。ECMの推定と観測インパクト評価は2つの密接に関係した大気解析の研究課題となっている。

しかし、ECMの推定や観測インパクトの評価は、系の自由度が非常に大きいために、何れも難しい問題である。既存の観測インパクト評価手法にはインパクトの時空間構造の解析ができない等の限界があり（Langland and Baker, 2004; Cardinali et al., 2004; Desroziers et al. 2005）、ECMの推定についても非自明な仮定が必要である（Hollingsworth and Lönnberg, 1986; Desroziers et al., 2005; Desroziers and Ivanov, 2001）。ECMの推定には複数の手法が提案されているが、いずれも現実の大気解析では部分的にしか成り立たない仮定（データ同化の理論的關係式等）に基づいており、大気解析を大幅に簡略化した系（トイモデル）や部分的な観測データで妥当性が示されているのみであり（Bormann et al. 2016; Eresmaa et al. 2017; Campbell et al., 2017）、実際の大気解析への適用限界は明らかになっていない。このため、現行のECMは多くの経験的調整を経て構築されている。大気解析は膨大な数の経験的パラメータに依存し、解析場の妥当性や精度が強く制限されている。例えば、衛星輝度温度観測のECMだけでも数千個の経験的パラメータ[†]で構成されている。経験的調整には数千回～のデータ同化計算を要する一方で、数100%の誤差を含み理論的整合性もない。既存の観測インパクト評価では、予報場（ $O[10^8]$ の自由度）の特徴はスカラー関数（自由度1）で表現され、ECMの観測データへの作用を詳細に解析できない。現在の全球大気解析のデータ同化では一解析あたり数100万の観測データが同化されているが、これ

[†]同化されている衛星輝度温度の観測誤差標準偏差だけで $O(10^3)$ 個、非対角要素まで考えると $O(10^6)$ 個のパラメータで構成されている。

は潜在的に同化可能な観測のごく一部(数%未満)でしかない(Bauer et al. 2011)。これにはいくつかの要因があるが、その一つは、ECMの近似精度が低いことにある。大気解析の高精度化には上述の2つの課題の解決が不可欠である。

1.2 研究目的

本研究の目的は、上述の2つの密接に関係した課題(観測インパクトの詳細な評価、ECM全体の高精度推定とその利用による解析精度の向上)を解決し、高精度で妥当性の高い大気解析を可能にすることである。このために本研究では以下を行う(図 1.1)。まず、観測インパクトの時空間構造を詳細に解析できる新しい解析手法を構築し、新手法と既存手法(同化システム全体の随伴演算子を使ったインパクト解析)を用いて、観測インパクトの時空間構造や観測インパクトの確率的振る舞いの詳細な解析を行う。これにより現状のECMの問題点も明らかになる。次に、ECM全体を複数の推定手法によって高精度に推定する。これを気象庁全球NWPシステムの同化システムに導入して観測インパクトや解析及び予報精度の変化を解析し、妥当性が高く高精度なECM及び大気解析場が得られることを示す。このようなECM全体を対象とした先行研究はなく、本研究がはじめて行うものである。本研究は、変分法でカルマンゲインを解析するという新しい発想、多様な観測やECMの性質の理解、データ処理、複数のECM推定手法の導入ではじめて可能となった。以上の目的のために、本研究は3つの研究からなる。第1の研究は、観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい観測インパクト推定手法の提案である。第2の研究は新手法による既存評価手法(随伴演算子によるインパクト評価)の検証である。これら2つの研究では観測インパクトの詳細な解析も行う。第3の研究は、ECM全体の高精度推定とその導入による高精度な大気解析及び予報の構築である。本研究の数値実験は、4次元変分法を含む気象庁全球NWPシステムを拡張して行う。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は以下である。第2章では本研究が基礎とするデータ同化原理や基本的な近似のレビュー及び、本研究で使用する実験システムについて述べる。第3章は、観測インパクトの新しい評価手法の構築とそれによる観測インパクト評価について記述する。第4章は、随伴演算子を使った既存手法の新手法との比較及びこれによる観測インパクト評価について述べる。第5章は、誤差共分散行列の高精度推定とその解析精度や観測インパクト、及び理論的整合性への影響評価について記述する。第6章は全体の結論である。補遺A-Fには、式の導出の詳細や補足的な実験結果を示す。補遺Gには本論文で使用する略語

を表にまとめた。

第 2 章 大気解析のためのデータ同化

本章では、大気解析のためのデータ同化の原理と基本的な近似及び、本研究で使用する NWP システムについて記述する。

2.1 大気解析とデータ同化の発展史

データ同化とは、物理系に関する誤差を持った不完全な情報から系の状態を推定する方法である (第 1 章)。これをデータ同化の定義とすると、データ同化の原型は、Gauss (Carl Friedrich Gauss) による最小二乗法を用いた小惑星の軌道解析に見ることができる (Lewis et al. 2006; Daley, 1991)。Gauss は、1801 年に太陽の光に隠れて見えなくなった小惑星の再出現位置を予測した。これは 17 世紀に構築された Newton 力学による予測と望遠鏡による観測を最小二乗法で統合した結果であった。また、最小二乗法の根拠を観測データの誤差の正規分布性に求めることも Gauss によってなされている。大気状態を記述する物理法則は、1755 年の Euler によるオイラー方程式や 1822 年の Navier 及び 1845 年の Stokes によるナビエ・ストークス方程式の発見による流体力学の構築 (Landau and Lifshitz, 1987)、19 世紀の熱力学の構築、20 世紀初頭にかけての統計力学の構築、1900 年の Planck による黒体放射式の発見に始まる量子力学の構築 (Landau and Lifshitz, 1981)、及び 1905 年の Einstein による特殊相対論の構築 (Landau and Lifshitz, 1975) によって可能になった物質と電磁波の相互作用理論の構築により、大気を記述する基本的な物理法則が準備された。これらの大気を記述する方程式系の性質の理解としては、Rossby 波をはじめとする大気波動の発見、プリミティブ方程式系や準地衡風方程式系などのフィルタ方程式系の導出、傾圧不安定理論、エネルギーサイクルやスペクトルの理解、大気カオスの発見 (Lorenz 1963) 等があった (Dutton, 1986; Holton, 1992)。

大気解析のためのデータ同化は、NWP の初期値を与えるスキームとして発展してきた。初期値問題として大気の未来を予測するという NWP の基本的な考えは、20 世紀初頭の Abbe (1901) や Bjerknes (1904) にすでに見られる。しかし、実際に未来の天気を予測するためには、大気状態の観測網、大気状態を記述する方程式系の解の性質の理解、電子計算機や計算理論の発展が必要であった。Richardson (1922) による天気予報の最初の試みは、初期値の誤差が偽の重力波モードを生むことや CFL 条件 (Courant-Friedrichs-Lewy Condition, 1928) がまだ知られていなかったこと等により失敗に終わった。Charney et al. (1950) は、重力波を含まない方程式系 (傾圧渦度方程式) を電子計算機 (ENIAC) で積分す

ることで、大気予測の部分的な成功を収めた。この時の初期値は主観解析[‡]によるものであった。この予測はリアルタイムではなかったが、数値計算に要する時間だけを見れば現実大気の時間発展より速かった。最初のリアルタイムの予測は1954年のストックホルムで行われた (Bolin, 1955)。その後、1955年に米国気象局、1959年には日本の気象庁で数値予報が開始された。

大気状態の解析手法の第1世代は、適当な関数で気象場を展開し、展開係数を観測データを使った最小二乗法で求める「関数当てはめ法」 (Panofsky, 1949; Gilchrist and Cressman, 1954)であった。基底関数としては、Hough関数等が用いられた。関数当てはめ法は以下のように定式化される。まず、解析対象時刻の大気状態を離散化して N 次元実ベクトル \mathbf{x} で表し、これを基底関数 \mathbf{U} の重ね合わせで表す。

$$\mathbf{x} = \mathbf{U}\mathbf{c} \quad (2.1)$$

ここで、 \mathbf{U} は $N \times K$ 行列であり、その成分 $U_{i,k}$ は基底関数の k 番目のモードの i 番目の大気要素である。 \mathbf{c} は展開係数を並べた K 次元ベクトルである。次に、 P 個の観測データを並べた P 次元ベクトル \mathbf{y} と \mathbf{x} の距離の2乗を次式で定義する。

$$J(\mathbf{c}) = \frac{1}{2}(\mathbf{y} - \mathbf{h}^L\mathbf{U}\mathbf{c})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{h}^L\mathbf{U}\mathbf{c}) \quad (2.2)$$

ここで、 \mathbf{R} は観測の誤差を記述する観測誤差共分散行列、 \mathbf{h}^L は \mathbf{x} を観測点に内挿して \mathbf{y} と対応付ける線型演算子、上付きの T は転置である。 $J(\mathbf{c})$ を最小にする係数 \mathbf{c} を条件 $\partial J/\partial \mathbf{c} = 0$ より決定することで、次式のように解析場が得られる。

$$\mathbf{x} = \mathbf{U}\mathbf{c} = \mathbf{U}\{(\mathbf{h}^L\mathbf{U})^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{h}^L\mathbf{U}\}^{-1}(\mathbf{h}^L\mathbf{U})^T \mathbf{R}^{-1}\mathbf{y} \quad (2.3)$$

通常は、 $N \gg P$ であるので、式(2.3)の逆行列からも明らかなように、基底関数のモード数 K の上限は観測数 P である。関数当てはめ法の問題点は、観測データへのオーバーフィッティング、観測が少ない領域で解析精度が低いこと、基底関数の選択に解析が強く依存することであった。基底関数のモード数の調

[‡]大気状態の解析手法は、まばらな観測点の観測値を人間が補完して等値線を引く主観解析から、以降に述べる変分法のような客観解析に発展した。前述のデータ同化の定義によれば、いずれもデータ同化の一形態といえる。

整や基底関数の選択でこれらの問題を改善する努力が行われたが、本質的な改善には観測情報の不足を補う別の情報が必要であった。

第2世代は、「繰り返し法」(Bergthorsson and Doos, 1955; Cressman, 1959; Barnes, 1964)であり、第一推定値を距離で重みづけした観測によって逐次修正して解析場を得た。繰り返し法は以下のように定式化される。

$$x_i^a(n+1) = x_i^a(n) + \sum_{q=1}^P S_{i,q}(r_{iq}, n) (y_q - y_q^g(n)) \quad (2.4)$$

ここで、 $x_i^a(n)$ は、 n 回目の解析で得られる解析場の i 成分であり、 $x_i^a(0)$ は第一推定値(x_i^b)とする。 y_q と $y_q^g(n) = \sum_j h_{q,j}^L x_j^a(n)$ は、各々、観測 y の q 成分とそれに対応する(観測空間での)第 n 推定値である。 $S_{i,q}(r_{iq}, n)$ は、解析回数 n と解析場の i 成分の格子点と観測 y_q との間の距離 r_{iq} の関数であり、 y_q が解析場の i 成分に与える影響の大きさを決めている。Barnes (1964)では次式で与えられている。

$$S_{i,q}(n, r_{iq}) = \exp(-r_{iq}^2/2R(n)^2)/C(n) \quad (2.5)$$

ここで、 $R(n)$ は観測の影響半径と呼ばれ、解析対象の格子に近い観測ほど解析に大きな影響を与える。 $R(n)$ を n の減少関数として与えることで、解析を繰り返すごとに大きなスケールから小さなスケールの解析がされるようになる。 $C(n)$ は規格化定数である。第一推定値の使用により、関数当てはめ法で問題であった観測データへのオーバーフィッティング、観測が少ない領域で解析精度が低いことは改善された。第一推定値として予報場を使用することも行われた。これにより、例えば6時間ごとに大気解析を行い、解析結果を初期値として予報し、予報結果を第一推定値として解析する、という解析と予報のサイクルが構築された。これを解析予報サイクルと呼ぶ。解析場に反映された観測情報が予報によって時間発展し、観測のない空間や予報変数にも広がってゆくことが大きな利点である。4次元同化と呼ばれる。第2世代までのこれらの解析手法では、基底関数の選択やモード数の調整や観測の重みは経験的な側面が強く、Gaussが当初見出したような誤差統計との関係性は明瞭ではない。

第3世代の解析手法は、各データの重みが理論的に明確に位置付けられた手法である。最適内挿法[§] (Optimal Interpolation: OI; Eliassen, 1954; Gandin, 1963)では、観測と第一推定値の線型結合で解析場を表現し、これによる最小分散推

[§] 統計的内挿法(statistical interpolation)とも呼ばれる。

定として大気解析が定式化された。各データの重みは各情報の誤差で一意に説明されるようになった。最適内挿法は以下のように定式化される。はじめに、解析場を第一推定値と観測の線型結合で次式のようにあらわす。

$$x_i^a = x_i^b + \sum_p W_{i,p} (y_p - y_p^g) \quad (2.6)$$

ここで、 x_i^a と x_i^b は、各々、解析場と第一推定値（背景場）を表す N 次元ベクトルの i 成分、 y_p と $y_p^g = \sum_j h_{p,j}^L x_j^b$ は、各々、観測 \mathbf{y} の p 成分とそれに対応する（観測空間での）第一推定値、 $W_{i,p}$ は、観測と第一推定値の解析場への影響の重みを決める $N \times P$ 行列である。右辺の $y_p - y_p^g$ は D 値と呼ばれる。式(2.6)の両辺から真の大気状態を引くと誤差の関係式として次式を得る。

$$e_i^a = e_i^b + \sum_p W_{i,p} (e_p - e_p^g) \quad (2.7)$$

ここで、 e_i^a と e_i^b は、各々、解析誤差と背景誤差を表す N 次元ベクトルの i 成分、 e_p と e_p^g は各々、観測誤差とそれに対応する観測空間での第一推定値の誤差を表す P 次元ベクトルの p 成分である。これらの期待値はゼロで互いに無相関と仮定する。 i 成分の解析誤差分散は、任意の量 ψ の期待値を $\langle \psi \rangle$ として、次式である。

$$\langle e_i^a e_i^a \rangle = \langle e_i^b e_i^b + \sum_{p,q} W_{i,p} W_{i,q} (e_p - e_p^g)(e_q - e_q^g) + 2e_i^b \sum_p W_{i,p} (e_p - e_p^g) \rangle \quad (2.8)$$

これを最小にするように $W_{i,r}$ を決める。

$$\partial \langle e_i^a e_i^a \rangle / \partial W_{i,r} = 2 \sum_p W_{i,p} \langle (e_p - e_p^g)(e_r - e_r^g) \rangle + 2 \langle e_i^b (e_r - e_r^g) \rangle = 0 \quad (2.9)$$

したがって、以下の連立方程式が得られる。

$$\sum_p W_{i,p} \langle e_p e_r + e_p^g e_r^g \rangle = \langle e_i^b e_r^g \rangle \quad (2.10)$$

解析解は、次式である。

$$W_{i,p} = \sum_{j,r} B_{i,j} h_{r,j}^L D_{r,p}^{-1} \quad (2.11)$$

ここで、 $B_{i,j} = \langle e_i^b e_j^b \rangle$ は背景誤差共分散行列、 $D_{p,r} = \langle e_p e_r + e_p^g e_r^g \rangle$ は D 値の共分散行列である。OI の解析（式(2.6)と式(2.11)）は最良線型不偏推定（Best Linear

Unbiased Estimation: BLUE) でもある。但し、OIの実装においては、計算能力の制限から、解析場の領域分割や同化可能な観測を予報物理量と同じ観測量に限定するなどの簡略化が行われた。これにより、同化可能な観測が解析変数 \mathbf{x} と同じ観測量に限定され、衛星観測を十分に同化することが困難であった。

第3世代のもう一つの同化手法は3次元変分法 (Three dimensional Variational data assimilation: 3D-Var) である。変分法は汎関数の極値を与える関数を求める方法の一般的な呼称であるが、これを大気解析に適用する研究は Sasaki (1958) によってはじめられた。変分法では、観測や予報値と解析場の乖離を各々のデータの誤差共分散行列の逆行列を計量として定量化した次式の評価関数を最小化することで解析場を得る。解析解は BLUE と一致する。

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \frac{1}{2}(\mathbf{y} - h(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - h(\mathbf{x})) \quad (2.12)$$

ここで、 \mathbf{B} は背景誤差共分散行列、 \mathbf{R} は観測誤差共分散行列である。 $h(\mathbf{x})$ は \mathbf{x} と \mathbf{y} を対応付ける非線型関数 (観測演算子) である。式(2.2)の線型演算子 \mathbf{h}^L と異なり、 \mathbf{x} の関数で表現可能な任意の観測量の同化が可能である。但し、 $h(\mathbf{x})$ には数値予報モデルによる時間推進は含まれていない。変分法では、計算効率の良い最小値探索アルゴリズムや随伴コードによる勾配計算等により、BLUE の解析解を直接行列計算する場合と比べ計算量が大幅に削減されているため、OIのような近似は不要であり、任意の観測量の同化や全球を分割せずに解析することが初めて可能になった。また、観測データのバイアス補正量など大気状態以外のパラメータの解析や重力波の解析精度が低いこと等の先験的な知見を考慮することも問題なくできるようになった。Lorenz (1986) では統計的推定論 (ベイズ推定論) に基づいた変分法の導出が行われ、データ同化の理論的な根拠が与えられた。つまり、統計的推定の一般論に対して誤差をガウス分布で近似して最尤推定する解析手法が変分法である。(手法としてはガウス分布以外の分布でも問題ない。) これは例えば、古典力学では運動方程式による記述とラグランジアンやハミルトニアンによる系の記述は等価であるが、適用範囲の広さや原理の簡便性から見れば、後者がより豊富な内容をもつことと似ている。変分法の NWP への最初の利用は、1991年に NCEP の全球大気解析に導入された 3D-Var であった (Parrish and Derber, 1992)。これらの第3世代の同化手法では、 \mathbf{x} と異なる時刻の観測を同化する場合にその時間差を正しく考慮できないこと、解析場が物理的なバランスを十分に満たさないこと、誤差共分散行列は気候学的な平

均量として与えられたため解析時刻の気象場の誤差の性質が考慮できないことが課題であった。

第4世代のデータ同化手法は、 \mathbf{x} と異なる時刻の観測を正しく同化でき、解析場が物理的にバランスし、解析時刻の気象場の誤差の性質が解析場に反映される手法である。第4世代の同化手法として4次元変分法 (Four dimensional Variational data assimilation: 4D-Var) がある。4D-Var は、数値予報モデルによって表現された物理法則を解析場が満たすように3D-Var を拡張したものである (強い拘束 : Sasaki, 1969, 1970; Thompson, 1969)。4D-Var と 3D-Var の定式化の違いは、式(2.12)の評価関数に含まれる観測演算子が数値予報モデルによる時間推進を含む4次元の観測演算子 $H(\mathbf{x})$ となる点である。4D-Var では、 \mathbf{x} を同化する観測よりも前の時刻とすることで、異なる時刻の観測を正しく同化できる。解析場の時間発展は物理法則を満たし、背景誤差共分散行列は数値モデルによって時間発展する。4D-Var では、3D-Var に比べて計算量が大幅に増加するが、数値予報モデルの随伴コードやインクリメント法 (Courtier et al., 1994) により低解像度化した数値予報モデルを使用すること等によって計算量の増加を抑制している。1997年には、ECMWF で4D-Var が導入された (Rabier et al. 2000; Mahfouf and Rabier, 2000; Klinker et al., 2000) 。今日に至るまで、最も精度の高い大気解析手法の一つとなっている。

変分法と並ぶもう1つの第4世代の手法として、最適制御の分野で発展してきたカルマンフィルタ (Kalman Filter: KF; Kalman, 1960; Kalman and Bucy, 1961) がある。カルマンフィルタは誤差共分散行列の時間発展を陽に考慮した優れた理論であるが、一方で計算量が多くなり、自由度の大きな系や非線型な系への適用は難しかった。拡張 KF (Gelb, 1974) による非線型システムへの適用や Evensen (1994) によるアンサンブルカルマンフィルタ (Ensemble KF: EnKF) によって、大気解析への応用が開けた。EnKF のアンサンブル平均の解析の式は、BLUE と同じであるが、アンサンブル予報を使って背景誤差共分散行列を $\mathbf{B} = \mathbf{X}^f (\mathbf{X}^f)^T$ のように近似することで、背景誤差に流れ依存性を導入するとともに、物理バランスも近似的に満たした解析場が得られる。ここで、予報誤差統計に従うメンバ数 E のアンサンブル予報を \mathbf{X}^f とした。これは $N \times E$ 次元の行列であり、各列が各アンサンブルメンバを表している。アンサンブルメンバはアンサンブル平均からの偏差を $\sqrt{E-1}$ で割って規格化した形で格納されている。解析格子ごとに同化する観測を近傍のものに限定することや、観測データをグループに分けて同化することで、計算量を下げている。2005年にはアンサンブル予報の初期摂動としてカナダ気象局で導入された (Houtekamer et al., 2005)。また、EnKF で作成した背景誤差共分散行列を変分法で用いることで、解析精度が向上する

ため (Buehner et al. 2010)、近年、変分法と EnKF をともに運用する NWP センターも増加している。また、ガウス近似をしない解析手法として、粒子フィルタ (Stewart and McCarty, 1992; Gordon et al., 1993; Kitagawa, 1996; Hurzeler and Kunsch, 1998; Liu and Chen, 1998; van Leeuwen, 2009) が研究されている。

大気解析は以上のような発展を経て、平均的には観測以上の精度を持つようになってきている。衛星観測の発展や変分法以降のそれらの同化により、今日では、南北半球の予報精度は同程度になっている。大気科学だけでなく、統計的推定や計算機科学等の関連分野とともに発展を続けている (Bauer et al. 2015)。

2.2 データ同化の原理と大気解析のための基本的な近似

本節では、3章以下の基礎であるデータ同化の基本原則と大気解析のための基本的な近似 (Lorenc, 1986; Kalnay, 2003; Lewis et al., 2006; 露木・川畑, 2008; Tsuyuki and Miyoshi, 2007) について記述する。

大気に関する情報 (観測や予測) の不定性は確率密度関数 (PDF) で表現できる。はじめに確率の基礎事項を見ておく (Lewis et al. 2006)。事象 A が起こる確率を $P(A)$ 、事象 B が起こる確率を $P(B)$ とする。事象 A が起こっているときに事象 B が起こる確率は、条件付確率密度関数 $P(B|A)$ で表される。条件付確率密度関数の間には以下の恒等式 (ベイズの定理) が成り立っている。

$$P(A|B) = P(B|A)P(A)/P(B) \quad (2.13)$$

大気解析を PDF で記述する。時刻 t の大気状態を離散化して N 次元の実ベクトル \mathbf{x} で表す。例えば、大気を n 個の格子点に離散化し、各格子点は大気状態を表す物理量 (気温、風、水蒸気量、地表面気圧等) の値の組を持っているとすると、各格子点の物理量の数を全格子で足したものが N である。現行の全球 NWP モデルの N は 10^8 程度である。我々のもつ大気に関する観測や数値予報モデルの予測結果などの情報が M 個あるとし、これらを M 次元ベクトル \mathbf{z} で表す。これらの \mathbf{z} の各要素の時刻、位置、物理量は、 \mathbf{x} の各要素と異なっていて良い。式(2.13)により、次式が成り立つ。

$$P(\mathbf{x}|\mathbf{z}) = P(\mathbf{z}|\mathbf{x})P(\mathbf{x})/P(\mathbf{z}) \quad (2.14)$$

この式から大気状態を推定することができる。例えば、最尤推定場は $P(\mathbf{x}|\mathbf{z})$ を最大にする大気状態として得られる。これは、大気状態について情報 \mathbf{z} がわかっているときに、最も起こる確率の高い大気状態である。また、 $P(\mathbf{x}|\mathbf{z})$ の下で \mathbf{x}

の期待値 $\int P(\mathbf{x}|\mathbf{z})\mathbf{x}d\mathbf{x}$ を大気状態の推定とすることも考えられる。これらの推定のためには、予報や観測の誤差の PDF である $P(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ が必要である。しかし、真の大気状態は実質的に不可知であり誤差の無限個の標本を得ることも不可能であるためこれは困難である。一方で、中心極限定理によれば有限の分散と平均をもった確率分布に従う確率変数の和の確率分布はガウス分布に近づくため、様々な確率過程が絡み合った加算的な誤差はガウス分布で良く近似できる。したがって、PDF をガウス分布で近似する。

$$P(\mathbf{z}|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}^M \sqrt{|\Sigma|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{z} - \Gamma(\mathbf{x}))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{z} - \Gamma(\mathbf{x})) \right\} \quad (2.15)$$

ここで、 Σ は \mathbf{z} の誤差共分散行列 (Error Covariance Matrix: ECM)、 M は \mathbf{z} の次元、 $\Gamma(\mathbf{x})$ は \mathbf{x} を \mathbf{z} と対応する量に変換する関数であり、具体的には物理量の変換、空間内挿や時間推進を行う。データ同化で \mathbf{z} から情報を得られるためには、 $\partial\Gamma(\mathbf{x})/\partial\mathbf{x} \neq 0$ である必要がある。上付き添え字の T は行列の転置をとること、 -1 は行列の逆をとることを表している。

最も確からしい場 (最尤推定場) は次式で表される。

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{x}} P(\mathbf{x}|\mathbf{z}) \quad (2.16)$$

ここで、 $\operatorname{argmax}_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$ は、関数 $f(\mathbf{x})$ を最大にする引数 \mathbf{x} を得る演算を表す。ガウス近似では、式(2.16)に式(2.15)、式(2.14)を代入し、 $P(\mathbf{z})$ は \mathbf{x} によらないことを考慮すると次式を得る。

$$\operatorname{argmax}_{\mathbf{x}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}^M \sqrt{|\Sigma|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{z} - \Gamma(\mathbf{x}))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{z} - \Gamma(\mathbf{x})) \right\} P(\mathbf{x}) \quad (2.17)$$

これは以下の最小化問題と同値である。

$$\operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} J(\mathbf{x}) \quad (2.18)$$

ここで、 $J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{z} - \Gamma(\mathbf{x}))^T \Sigma^{-1} (\mathbf{z} - \Gamma(\mathbf{x})) - \ln\{P(\mathbf{x})\}$ であり、 $P(\mathbf{x}|\mathbf{z})$ の対数を取り、符号反転して、 \mathbf{x} によらない項を除いたものである。 $\operatorname{argmin}_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x})$ は関数 $f(\mathbf{x})$ を最小にする引数 \mathbf{x} を得る演算を表す。

大気に関する情報 \mathbf{z} として、 P 個の観測データ \mathbf{y} (\mathbf{y} は P 次元ベクトル) と短時間予報 \mathbf{x}^b (\mathbf{x}^b は N 次元ベクトル) を使用し、気候学的な情報は使わない ($P(\mathbf{x})=const$) とすると、

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) + \frac{1}{2}(\mathbf{y} - H(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - H(\mathbf{x})) \quad (2.19)$$

ここで、 \mathbf{B} は背景誤差共分散行列、 \mathbf{R} は観測誤差共分散行列であり、 \mathbf{x}^b は背景場 (第一推定値) と呼ばれる。 $H(\mathbf{x})$ は観測演算子であり、式(2.15)の $\Gamma(\mathbf{x})$ の観測データに対応する部分である。(背景場に対応する部分は \mathbf{I}_0 。) また、観測と短時間予報の誤差の間には相関がないとした。

式(2.19)は、 $H(\mathbf{x})$ が一般に \mathbf{x} の 2 次以上の項を含むため、式(2.18)を解析的に解くことも、数値的に解くことも難しい。このためさらに観測演算子を背景場の周辺でテイラー展開の一次までで近似 (接線型近似) すると次式を得る。

$$J(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\delta\mathbf{x}^T \mathbf{B}^{-1}\delta\mathbf{x} + \frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\delta\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\delta\mathbf{x}) \quad (2.20)$$

ここで、 $\delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^b$ は解析インクリメントベクトル、 $\mathbf{H} = \partial H(\mathbf{x})/\partial \mathbf{x}$ は $H(\mathbf{x})$ の接線型演算子、 $\mathbf{d} = \mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b)$ は \mathbf{D} 値ベクトル (観測と予報値の差) である。式(2.20)は、超 2 次関数であるので、最小値を解析的にも数値的にも容易に求めることができる。

まず、解析解は次式である。

$$\delta\mathbf{x} = (\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{d} = \mathbf{K} \mathbf{d} \quad (2.21)$$

ここで、 \mathbf{K} は $N \times P$ 次元の行列であり、カルマンゲイン (Kalman gain) と呼ばれる。式(2.21)は、 \mathbf{D} 値ベクトルにカルマンゲインが作用して解析インクリメントが生成されることを示している。また、解析インクリメントは、観測データ数個のモデル次元ベクトルの重ね合わせで解析されることも示している。現実の大気解析では、 \mathbf{x} の次元が 10^8 程度と大きいために、この式を数値計算するためには、適切な近似が不可欠である。アンサンブルカルマンフィルタ (Ensemble Kalman filter: EnKF; Evensen, 1994) では、 \mathbf{B} を N に比べて非常に小さいサイズのアンサンブル予報 (メンバ数は 100~1000 程度) と局所化行列で表現するとともに、解析空間や観測データの分割等により、式(2.21)の実質的な自由度を落と

して数値計算を可能にしている。ガウス近似のもとでは最頻値と平均値は等しい。また、接線型近似の下で解析場は、解析変数の選択（例えば、比湿か相対湿度か）によらない。

次に、式(2.20)についての式(2.18)の数値解は、最小値探索アルゴリズムである準ニュートン法 (quasi-Newton method) や共役勾配法 (conjugate gradient method) による繰り返し計算で得ることができる (Navon and Legler, 1987; Zou et al. 1993; Fisher, 1998)。汎関数の最小化を行う方法は、一般に変分法と呼ばれている。 $J(\mathbf{x})$ は評価関数あるいはコスト関数と呼ばれる。これらのアルゴリズムでは評価関数及びその勾配 (次式) を用いて最小化を行う。

$$J'(\delta\mathbf{x}) = \mathbf{B}^{-1}\delta\mathbf{x} - \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\delta\mathbf{x}) \quad (2.22)$$

第2項に含まれる \mathbf{H}^T は、観測演算子の随伴演算子 (adjoint operator) と呼ばれる。 \mathbf{H}^T は、接線型観測演算子 \mathbf{H} の随伴コードを作成することで実装できる。随伴演算子と同等の計算を接線型演算子で代替すると $O(N)$ 倍の計算が必要となるため、随伴演算子は変分法の計算効率の向上において重要である。

評価関数の2階微分はヘッセ行列 (Hessian matrix) と呼ばれる量であり次式である。

$$J''(\delta\mathbf{x}) = \mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H} \quad (2.23)$$

これは正定値行列であるので、評価関数は超2次関数である。また、接線型近似の下では、ヘッセ行列は、解析誤差共分散行列の逆行列でもある。最小値探索アルゴリズムでは、ヘッセ行列の固有値の最大値と最小値の比 (条件数と呼ばれる) が1に近いほど、効率的な最小化が可能である。この条件が近似的に満たされる場合にのみ、 N より十分に小さな繰り返し計算で最小値を得ることが可能である。また、 \mathbf{B} の陽な構成や逆行列の計算は、 \mathbf{B} の次元が大きいために困難である。このため、以下のように \mathbf{B} の根を使って解析変数を $\delta\mathbf{x}$ から ξ に変換することが有効である。

$$\begin{aligned} \mathbf{L}\mathbf{L}^T &= \mathbf{B}; \quad \delta\mathbf{x} = \mathbf{L}\xi \\ J(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}\xi^T\xi + \frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{L}\xi)^T\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{L}\xi) \end{aligned} \quad (2.24)$$

式(2.24)の最小化では、 \mathbf{B} の逆行列の計算は不要である。また、大気解析の多くの場合では $N \gg P$ であるので、式(2.24)の評価関数のヘッセ行列のほとんどの固有値は 1 となる。この他にも、 \mathbf{B} 自体で変数変換する方法 (Derber and Rosati, 1989; El Akkraoui et al. 2013) や、最小化を観測空間で行う方法 (Physical Space Analysis System: PSAS; Da Silva et al. 1995) もある。計算量の削減のためにはまた、解析場を低解像度化し、観測演算子も単純化して最小化を行うことも行われる (インクリメント法; Courtier et al., 1994)。

変分法は、上述の変数変換や随伴演算子の使用、インクリメント法、 \mathbf{B} の近似表現 (次項) や最小値探索アルゴリズムの計算効率が高いことにより、1990 年代から NWP のデータ同化手法として利用されている。変分法のうち、 \mathbf{H} がモデルによる時間推進を含まないものは 3 次元変分法 (Three dimensional Variational data assimilation: 3D-Var)、含むものは 4 次元変分法 (Four dimensional Variational data assimilation: 4D-Var) と呼ばれる。4 次元変分法では、モデルで表現された物理法則を満たす解析場が得られる。4D-Var でモデルで表現された物理法則の誤差 (モデル誤差) を考慮しないものを強い拘束の 4D-Var、考慮するものを弱い拘束の 4D-Var と呼ぶ。単に 4D-Var と呼ぶ場合は通常、強い拘束の 4D-Var を指す。本研究では 3 章以下で 4D-Var によるデータ同化を用いる。

2.3 ECM 及び観測インパクト推定

前節が大気解析のためのデータ同化の基本事項であるが、実際に解析を行うには、同化システムに適切な ECM を設定し、適切な観測データを入力しなければならない。ECM や観測データをデータ同化システムにどのように与えるか、それらが適切かどうかの評価は、データ同化理論で決まるものではなく、いわゆる理論の外側パラメータである。本節では、ECM の推定方法と観測データの評価方法の基礎を述べる。

2.3.1 ECM

背景誤差共分散行列 (Background ECM: BECM)、及び観測誤差共分散行列 (Observation ECM: OEMCM) の推定方法について述べる。第 5 章の ECM の高精度化研究の基礎を提供する。

2.3.1.1 解析空間での ECM 推定法

ここでは、解析空間 (\mathbf{x} の空間) での BECM の基本的な推定方法を見る。はじめに、NMC 法は、予報対象時刻の等しい 2 つの異なる初期値の予報の差を予報誤差のサンプルとみなす方法である (Parrish and Derber 1992)。全球大気解析の

場合は、48 時間予報 (\mathbf{x}_{48}^f) と 24 時間予報 (\mathbf{x}_{24}^f) の 2 つの予報の差を予報誤差のサンプルとすることが多い。NMC 法による BECM の推定は簡単に書くと次式である。

$$\mathbf{B} = \overline{a(\mathbf{x}_{48}^f - \mathbf{x}_{24}^f)(\mathbf{x}_{48}^f - \mathbf{x}_{24}^f)^T} \quad (2.25)$$

ここで、オーバーバーは初期時刻についての時間平均、 a は大きさを調整する係数である。 \mathbf{B} の自由度は、 $O(10^{16})$ であるが、 \mathbf{B} の相関構造をモデル化して少数のパラメータで記述するように簡略化しておけば、NMC 法の数 100 程度のサンプルでこの構造を決定することが可能である (Parrish and Derber, 1992; Derber and Bouttier, 1999)。通常は、異なる変数間の予報誤差相関は、地衡風バランスや静水圧平衡等の基本的な関係のみを考慮してその他は無相関としてモデル化する。水平誤差相関は一様等方性を仮定することで波数空間では対角になる。鉛直方向には固有値分解等で対角化する。このように \mathbf{B} をモデル化して最終的に対角行列を得ることは、元の解析変数から、BECM が \mathbf{I} であるような変数への変数変換を得ることでもある。つまりこの操作の逆変換で式(2.24)の \mathbf{L} が得られる。NMC 法では、大きさを決める係数 a を別途決める必要がある。全球解析では標準偏差に対して 0.9 程度の係数が用いられている (Rabier et al., 1998; JMA, 2013)。

摂動観測法 (perturbed observation method: PO 法) は、観測データに観測誤差統計に従う摂動を加えた複数のデータ同化サイクルを実行する (Houtekamer et al. 1996; Fisher, 2003)。つまり、 m 番目のアンサンブルメンバの同化サイクルでは以下のような観測を同化する。

$$\mathbf{y}^m = \mathbf{y} + \mathbf{R}^{1/2}\boldsymbol{\xi}^m \quad (2.26)$$

ここで、 \mathbf{y} は観測ベクトル、 $\mathbf{R}^{1/2}$ は \mathbf{R} の根、 $\boldsymbol{\xi}^m$ は標準正規分布にしたがう乱数である。これにより、解析や予報誤差統計に従うアンサンブルが生成される。PO 法は変分法、EnKF どちらでも利用可能である。

Square Root Filter (SRF) は、解析誤差統計を満たす摂動を解析誤差共分散の根から計算する手法である (Tippett et al., 2003)。主に EnKF で用いられる。予報誤差統計に従うメンバ数 E のアンサンブル予報を \mathbf{X}^f 、解析誤差統計に従うアンサンブルを \mathbf{X}^a とする。これらは $N \times E$ 次元の行列であり、各列が各アンサンブルメンバを表している。アンサンブルメンバはアンサンブル平均からの偏差を

$\sqrt{E-1}$ で割って規格化した形で格納されているとする。また、解析誤差共分散行列を \mathbf{A} とする。次式を満たすような $E \times E$ の変換行列 \mathbf{T} が存在する。

$$\mathbf{A} = \mathbf{X}^f \mathbf{T} (\mathbf{X}^f \mathbf{T})^T \quad (2.27)$$

したがって、 $\mathbf{X}^a = \mathbf{X}^f \mathbf{T}$ である。

PO 法や SRF で得られた予報誤差のアンサンブルから BECM を構築することができる。 $N \gg E$ であるために、通常は、サンプリングノイズを除く必要があり、時空間あるいはスペクトル空間で離れた点の相関を抑制する局所化が必要である。特に時間方向の局所化は物理的なバランスを壊すため大きな課題となっている。局所化による変形以外は、アンサンブルで得られた誤差構造を基本的にそのまま使用して BECM が構成される。また、NMC と同様にモデル化した \mathbf{B} を決定する方法も可能であり、ECMWF では PO 法で作成した背景誤差のアンサンブルでこれを行っている (Fisher, 2003; Bonavita et al. 2012)。PO や SRF を用いる場合も、アンサンブルメンバ数が小さいこと ($N \gg E$) 等の理由で、 \mathbf{B} の大きさについては別途調整する必要がある。

2.3.1.2 観測空間での ECM 推定法

観測空間での ECM 推定の基本は、D 値統計である。D 値の共分散行列 \mathbf{D} は、OECM と観測空間の BECM の和になる。

$$\begin{aligned} \mathbf{D} &= \langle \mathbf{d} \mathbf{d}^T \rangle \\ &= \langle (\mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b)) (\mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b))^T \rangle \cong \langle (\mathbf{o} - \mathbf{H} \mathbf{b}) (\mathbf{o} - \mathbf{H} \mathbf{b})^T \rangle \\ &= \mathbf{R} + \mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T \end{aligned} \quad (2.28)$$

ここで、 \mathbf{o} は観測誤差ベクトル、 \mathbf{b} は背景誤差ベクトルであり、 $\langle \Lambda \rangle$ は Λ の期待値をとることを表す。誤差統計の時空間一様性を仮定すると期待値を時空間平均で置き換えることができる。これにより式(2.28)を近似的に計算すれば、背景誤差と観測誤差の誤差和が求まる。観測誤差の簡便な推定方法としては、式(2.28)で求めた誤差和の定数倍を観測誤差とすることであり、定数は Geer and Bauer (2011) のように経験的調整で決められている。

D 値統計で得られた誤差和から観測と背景誤差を分離する古典的な方法として、まず、Hollingsworth and Lönnberg (1986; 以下 HL)の方法がある。この方法では、2つのデータの D 値共分散を距離 r の関数 $D(r)$ として求め、観測誤差の空間

相関はないと仮定する。例えば、 $r \geq 100\text{km}$ の $D(r)$ にフィッティングした適当な関数を $\hat{D}(r)$ とすると、この関数を原点に外挿することで、観測誤差分散と観測空間の背景誤差分散を分離することができる。つまり、 r の関数で表した OEMCM と観測空間の BECM を各々、 $R(r)$ 、 $G(r)$ とすると、次式である。

$$\lim_{r \rightarrow 0} \hat{D}(r) = G(0) \quad (2.29)$$

$$R(0) = D(0) - G(0)$$

観測誤差の相関がないという仮定は衛星観測等では成り立たない場合があり、また、観測誤差の相関が無視できる距離から外挿すると外挿による不定性が大きくなる。

より新しい手法としては、Desroziers et al. (2005) の方法がある。HL 法以降、いくつかの ECM 推定手法が提案されているが、D05 の方法は、他の手法に比べて、観測空間の ECM の全要素を推定できる点で優れている。この方法は、D 値統計に加えて、観測と解析の差の統計、及び、共分散行列間の理論的關係を用いることで、観測誤差と背景誤差を推定する。解析場を \mathbf{x}^a 、観測誤差ベクトルを \mathbf{o} 、観測空間の背景誤差ベクトルと解析誤差ベクトルを各々、 \mathbf{g} 、 \mathbf{a} 、観測空間での BECM を \mathbf{G} とすると、次式のように \mathbf{R} や \mathbf{G} を計算できる。

$$\begin{aligned} \langle (\mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b)) (\mathbf{y} - H(\mathbf{x}^a))^T \rangle &= \langle (\mathbf{o} - \mathbf{g})(\mathbf{o} - \mathbf{a})^T \rangle \\ &= \langle (\mathbf{o} - \mathbf{g})((\mathbf{1} - \mathbf{HK})\mathbf{o} - (\mathbf{1} - \mathbf{HK})\mathbf{g})^T \rangle \\ &= (\mathbf{R} + \mathbf{G})(\mathbf{1} - \mathbf{HK})^T = \mathbf{D}(\mathbf{R}\mathbf{D}^{-1})^T = \mathbf{R} \\ \langle (H(\mathbf{x}^a) - H(\mathbf{x}^b)) (\mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b))^T \rangle &= \langle (\mathbf{a} - \mathbf{g})(\mathbf{o} - \mathbf{g})^T \rangle \\ &= \langle (\mathbf{o} - \mathbf{g})(\mathbf{o} - \mathbf{g})^T - (\mathbf{o} - \mathbf{a})(\mathbf{o} - \mathbf{g})^T \rangle = \mathbf{D} - \mathbf{R} = \mathbf{G} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Desroziers et al. (2005) では簡易モデルでの検証のみが与えられたが、実際の NWP での部分的な有効性が報告されている (Weston et al., 2014; Borman et al. 2016; Eresmaa et al., 2017; Campbell et al. 2017)。NWP での妥当性の詳細で完全な検証が待たれている。第 5 章では、D05 の方法で ECM を客観推定し、NWP システムでの妥当性を評価する。

2.3.2 観測インパクト

観測データは NWP システムの外側から入る最も重要な情報源であり、全球を覆う観測システムが展開されている。ここでは、これらの観測が NWP に与える影響（観測インパクト）の推定方法について見る。観測インパクトは、NWP システムと観測システム双方によって決まるため、その評価は両システムの評価でもある。NWP システムについては、観測インパクトは ECM によって決まるため、観測インパクト評価は ECM の評価でもある。観測インパクト評価の古典的な手法としては、観測システム実験（Observing System Experiment; OSE）がある。OSE では、観測インパクトを知りたい観測データセットを同化した場合としない場合の解析場や予報場を比較することで、観測インパクトを評価することができる。OSE では当該観測データセットの同化の有無が他のデータセットの観測インパクトにも影響するため、各観測データのインパクトを線型に分解することはできない。

Langland and Baker (2004) が提案した手法は、各観測データのインパクトを線型に分解できる手法である。この手法では、予報誤差が観測データによってどのように変化するかを計算する。基本的なアイデアは以下である。詳細は 4 章を参照。まず、解析場 \mathbf{x} の観測へ依存性は次式である。

$$\partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{y} = \mathbf{K} \quad (2.31)$$

つまり、カルマンゲインが計算できればこれを知ることができる。カルマンゲインは式(2.21)で見たように ECM から構成されている。しかし、カルマンゲイン次元は $O(10^8 \times 10^6)$ で非常に大きいため、このような計算は困難である。このため、予報誤差 \mathbf{e}^f の適当なスカラー関数 $E(\mathbf{e}^f)$ を考え、 $E(\mathbf{e}^f)$ の観測への依存性を評価する。

$$\begin{aligned} \partial E(\mathbf{e}^f) / \partial y_p &= \sum_{ij} (\partial E(\mathbf{e}^f) / \partial x_i^f) (\partial x_i^f / \partial x_j) (\partial x_j / \partial y_p) \\ &= \sum_{ij} (\partial E(\mathbf{e}^f) / \partial x_i^f) M_{i,j} K_{j,p} \end{aligned}$$

つまり、次式である。

$$\partial E(\mathbf{e}^f) / \partial \mathbf{y} = \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T (\partial E(\mathbf{e}^f) / \partial \mathbf{x}^f) \quad (2.32)$$

ここで、 \mathbf{x} は予報の初期値、 \mathbf{x}^f は予報、 \mathbf{M} は接線型予報モデルであり、下付き添え字はベクトルや行列の要素を表す。つまり、モデル及び同化システムの随伴演算子によって、予報誤差のスカラー関数の観測への依存性を評価できる。一方で、予報場の空間構造を見ることはできない。第 3 章及び第 4 章で観測インパクトの研究を行う。

2.4 本研究で使用する実験システム

本研究に用いた数値実験システムは、気象庁現業全球 NWP システム (JMA,2013; 以下 S1 と呼ぶ) を気象研究所計算機に移植したシステム (以下 S2 と呼ぶ) をベースにしている。S1 は気象庁数値予報課 (著者は 2005-2009 年度に在籍) が主に開発したシステムである。S2 は 2010 年度に移植担当グループ (気象研究所、気象庁数値予報課) によって移植され、著者はモジュールコンパイル、ジョブ管理スクリプトの作成等を担当した。2010 年以降、計算機システム更新に伴う 2 回の移植 (構築)、バージョンアップについては、著者が主担当として実施している。本研究では、S2 を拡張して数値実験を実施した。この拡張はすべて著者による。実験システムの詳細は各章で述べる。

第 3 章 4 次元変分法における接線型近似に基づく観測インパクト評価

本章の要旨

本章では、観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい観測インパクト評価手法を構築する。この方法は観測演算子や予報モデルの接線型近似に基づくため「接線型（インパクト）評価」と呼ぶ。新手法では、各観測データセットのインパクトは、それらによって生成される部分解析インクリメント（**Partial analysis Increment Vector: PIV**）によって評価される。PIV の計算のために D 値ベクトル（観測値と予報値の差からなるベクトル：**Departure vector**）を拡張した部分 D 値ベクトル（**Partial Departure Vector : PDV**）を導入する。新手法は、カルマンゲインによって観測情報がどのように解析インクリメントベクトルに変換されるかを見ることを可能にする。新手法はまた、予報モデルの接線型近似が成り立つ期間は、予報場への観測インパクトも評価できる。気象庁の全球数値天気予報システム（**Numerical Weather Prediction: NWP**）上で新手法の妥当性や性能を評価した。観測データは、衛星輝度温度観測とその他の従来型観測に区分し、後者はさらに、ラジオゾンデ、衛星風、その他に区分した。実験結果は以下である。1) 新手法は現業全球 NWP の変分法同化システムにおける解析場や予報場への観測インパクトの時空間構造を評価することができる。2) 時間発展させた背景場の誤差ベクトルと主要な PIV の間には反平行性（負相関）がある。これは主要な PIV が背景場の誤差の成長モードの時空間構造を部分的に捕捉したことを直接的に示すものである。反平行性の程度には ECM の精度も反映されている。3) 観測インパクトの干渉は、新手法で定量的に評価できる。輝度温度と従来型観測のインパクトの類似性は小さく、輝度温度の隣接チャンネルの類似性は大きい。4) 輝度温度観測のインパクトは従来型観測のある領域で非常に小さい。これは、輝度温度観測の ECM の経験的調整（観測誤差膨張）に起因すると考えられる。

3.1 はじめに

データ同化システム（**Data Assimilation System: DAS**）において、同化された各観測が解析場に与える影響は、解析や予報の精度を決める重要な要素である。この「影響」を観測インパクトと呼ぶ。観測インパクトの評価は、新しい観測データセットを DAS に導入する際や観測データの使用方法を高度化して解析や

予報精度を改善するためには不可欠な情報である。

DAS は、入力データ（観測と背景場（モデルによる予測場））を解析場に変換するシステムである。この変換は、入力データに演算子が作用しているとみることができる。この演算子を一般的なカルマンゲインと呼ぶ。観測インパクトは、観測データに摂動（観測値や同化する観測データセットの変更）を加えたときの解析場の変化と定義できる。このような観測インパクトを非線型観測インパクトと呼ぶ。なぜならこのプロセスは一般的なカルマンゲインが線型演算子の時でも非線型であるからである。観測データに加える摂動をカルマンゲインを不変に保つもの限定すると、別のタイプの観測インパクトを定義できる。この観測インパクトを線型インパクトと呼ぶ。なぜなら一般カルマンゲインが線型であれば、この過程は線型となるためである。観測データセットの追加や除外による観測インパクトを知りたい場合は、非線型観測インパクトを使わなければならない。一方で、固定されたカルマンゲインの下での各観測の影響を知りたい場合は、線型インパクトを使用しなければならない。これら 2 つのタイプの観測インパクトは異なる量であるので、一般に、互いに他の代替にはならない。本研究の対象は線型観測インパクトである。

大気解析のための最も正確な解析手法の一つは 4 次元変分法 (4D-Var) によるデータ同化であり、複数の数値天気予報センターが 4D-Var の DAS を運用している (Rabier, 2005)。4D-Var の解析解は、数値予報モデルを含む観測演算子の接線型仮定のもとで Best Linear Unbiased Estimate (BLUE) や拡張カルマンフィルタ (Extended Kalman Filter: extended KF) と等しい (Kalnay, 2003)。これは、複数のアウトーループを持ちインナーとアウトアの解像度変換や観測演算子の近似を含むより一般的なインクリメンタル 4D-Var についても、各アウトーループの解析について成り立つ。さらに、観測演算子の非線型性が弱い場合は、最初のアウターループは最終アウトーループの解析の良い近似となる。これらの手法 (4D-Var, BLUE, extended KF) ではカルマンゲインによって線型観測インパクトは完全に決定される。しかし、実大気を記述する予報モデルのための DAS においてカルマンゲインを陽に構成することは、離散化されたモデルの自由度が大きいため非常に困難である。このことは、BLUE や拡張カルマンフィルタが大気解析にそのまま使用できない理由でもある。これと対照的に、4D-Var は同じ問題（大気状態の解析）を評価関数の最小化問題として、カルマンゲインを陽に構成せずに解くことで、大気解析での利用を可能としているが、この性質は同時に、線型観測インパクトの評価を困難にしている。このため、変分法同化における線型観測インパクト評価に関して多くの研究がある。

3 種類の観測インパクト評価手法が知られている。1 つ目の方法は、観測システム実験 (Observing System Experiment: OSE) であり、これは、観測データセッ

トを追加あるいは除外したときの解析や予報場の変化として観測インパクトを評価する (Gelaro and Zhu, 2009)。2つ目の方法は、各観測データセットによる予報誤差の減少量を線型観測インパクトとして随伴演算子を使って評価する方法 (随伴 (演算子によるインパクト) 評価) である。この手法の基本的な定式化や計算結果は、Baker and Delay (2000)、Fourrié et al. (2002)、Langland and Baker (2004)、Errico (2007) による。この方法の解釈やいくつかの性質は、Gelaro et al. (2007)、Trémolet (2007)、Daescu and Todling (2009) に記述がある。この手法のモデル空間の3次元変分法への適用は Zhu and Gelaro (2008)、Gelaro and Zhu (2009) によって実地され、4D-Var への適用は、Trémolet (2008)、Cardinali (2009) によってなされた。3つ目の方法は、線型観測インパクトを各観測データセットによる背景場の誤差の減少量によって評価する (Rogers, 2000; Desroziers et al., 2005; Chapnik et al., 2006; Fisher, 2003; Cardinali et al., 2004; Wehba et al., 1995)。この手法は、誤差共分散行列間の理論的な関係式を用いる。この手法を共分散行列に基づく方法と呼ぶ。

ここで、これら3つの手法の一般的な性質を述べておく。はじめに OSE は、観測インパクトを評価する最も普及している方法である。この手法は、観測データセットの追加や削除による解析や予報の変化として観測インパクトを評価する。この過程でカルマンゲインは変化するため、OSE は非線型インパクトを評価する手法である (Zhu and Gelaro, 2008; Gelaro and Zhu, 2009; Cardinali, 2009)。これは OSE 結果の非線型性の一因である。ここで非線型性とは、例えば、異なるデータセットについての2つの OSE の結果の和は、2つのデータセットを用いた OSE の結果とは異なる (Gelaro and Zhu, 2009) ということである。したがって、OSE を線型インパクト評価に用いた場合の結果の妥当性は一般に限定的である。次に、随伴演算子による評価は、一回の計算で任意に分割したデータセットの線型インパクトを評価できる。この手法は予報誤差を評価に用いるので、予報中での誤差成長を考慮したインパクト評価となっており、共分散行列による評価と対照的である。しかし、随伴演算子による評価にも以下の欠点がある。1) この方法は、DAS 自体の随伴演算子を必要とする。つまりカルマンゲインの随伴演算子である。したがって、モデル空間の 4D-Var について、もし一行一行随伴コードを書くならば、実装コストは大変高い。Trémolet (2008) 及び Cardinali (2009) は、カルマンゲインの随伴演算子を2段階の線型問題として定式化することで、修正した 4D-Var のコードで計算できることを示した。この手法はアンサンブルカルマンフィルタ (Kalnay, 2003) にも適用されている (Liu and Kalnay, 2008)。2) 予報場の性質はスカラー関数で表現される。例えば、全エネルギーである (Rabier et al., 1996)。したがって、この方法は、観測インパクトの空間構造を評価することはできない (Trémolet, 2008; Gelaro and Zhu, 2009;

Cardinali, 2009)。3) この方法のインパクト評価は、スカラー関数の選択に依存する。4) 線型インパクト間には干渉がある (Errico, 2007; Gelaro et al., 2007; Trémolet, 2008)。最後に共分散行列による方法は、任意に分割した観測データセットのインパクトを一回の計算で評価できる (Desroziers et al., 2005; Cardinali et al., 2004)。しかし、この方法にも以下の欠点がある。1) この手法で仮定されている誤差共分散行列間の理論的關係式は、理想的な DAS でしか成り立っておらず、実際の DAS では不適切である可能性がある。特に大きな観測誤差膨張 (Liu and Rabier, 2003) をしている DAS では問題となる。2) この手法は大自由度行列の計算にいくつかの近似を必要とする。3) この方法で誤差成長を考慮するように拡張する際にも近似が必要である (Desroziers et al., 2005)。

以下の性質をすべてもった線型観測インパクト評価手法は存在しない。

1. DAS の最適性を要求しない。
2. 実装において DAS の大きな変更を必要としない。
3. 線型インパクトを評価できる。
4. 誤差成長を評価できる。
5. 線型観測インパクトをスカラー関数を経由せずに直接評価できる。したがって、解析や予報場への線型観測インパクトの時空間構造を評価できる。

本研究の目的は、以上のすべてを満たす新しい線型観測インパクト評価手法を構築することである。新手法は、解析や予報場への線型観測インパクトを既存手法より直接的に評価でき、既存手法を補完できる。新手法導出の重要な指導原理は、変分法 DAS においてもカルマンゲインは暗に構成されていると考えることである。これにより、各観測データセットの情報がカルマンゲインによってどのように解析インクリメントベクトルに変換されるのか (カルマンゲインの観測データセットへの作用) を評価できる。

本章の構成は以下である。次節では、変分法 DAS における線型観測インパクト評価の難しさについて述べた後、新手法を提示する。第 3 節では、既存の線型観測インパクト手法を新手法と比較する。第 4 節では、新手法の評価のための実験設定を述べる。第 5 節では実験結果を提示し、最後に第 6 節でまとめと議論を行う。

3.2 観測インパクトの評価

本節では、変分法データ同化を概観したのち、新しい線型インパクト評価手法を提示する。簡便性のため単一のアウトーループを持つ変分同化システムに限定して記述する。

3.2.1 変分法データ同化におけるカルマンゲイン

数値天気予報の初期値や大気現象の気象学的解析のために十分な精度で大気解析を行うためには、大気に関する我々の知識（観測データ、背景場（過去の解析からの予報）、物理法則等）を統合する必要がある。物理法則は NWP モデルの形で使用される。これらの情報はすべて不完全であるので、確率密度関数（PDF）で記述する必要がある。PDF が得られればベイズ推定や最尤推定で統合することができる。通常、PDF はガウス分布で近似し、予報モデルの誤差は無視する。

大気解析を最尤推定場とする場合、以下のような事後 PDF の対数をとった評価関数 J の最小化で得られる（Kalnay, 2003）。

$$\begin{aligned}
 J &\equiv \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b) \\
 &\quad + \frac{1}{2}(\mathbf{y} - H(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - H(\mathbf{x})), \quad (3.1) \\
 &\cong \frac{1}{2}\delta \mathbf{x}^T \mathbf{B}^{-1} \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2}(\mathbf{d} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H} \delta \mathbf{x}).
 \end{aligned}$$

ここで、 \mathbf{x} と \mathbf{x}^b は、各々データ同化窓の初期時刻の解析場と背景場である。データ同化窓中の全観測からなる観測ベクトル \mathbf{y} 、背景及び観測誤差共分散行列を各々、 \mathbf{B} と \mathbf{R} と記す。 $H(\mathbf{x})$ は観測演算子であり予報モデルを含んでいる。 \mathbf{H} は対応する接線型演算子である。上付きの T は転置を、 -1 は逆を表す。解析インクリメントベクトル $\delta \mathbf{x}$ 、 \mathbf{D} 値ベクトル \mathbf{d} を以下で与える。

$$\mathbf{d} = \mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b), \quad \delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^b.$$

式 (3.1) の近似等号は接線型近似による。接線型近似は、観測演算子を背景場の周りでテイラー展開して 2 次以上の項を無視する近似である。これはインクリメンタル形式の 4D-Var (Courtier, 1994) である。式 (3.1) は解析的に解けて、以下のようなになる。

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{B} \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{B} \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{d} \equiv \mathbf{K} \mathbf{d}, \quad (3.2)$$

ここで、 \mathbf{K} はカルマンゲイン行列である。

カルマンゲインが式(3.2)で陽に与えられている場合は、解析場や予報場への線型観測インパクトを評価することは、簡単なことである。何故ならば解析インクリメントの観測への依存性はカルマンゲインの対応する成分自体で与えられる。

$$\partial \delta x_i / \partial d_r = K_{i,r}, \quad (3.3)$$

ここで、添え字 i と r は、各々、解析場と観測データ全体を走る。さらに、各観測の線型インパクトは、式(3.2)を成分表記して評価できる。

$$\delta x_i = \sum_{r=1}^N K_{i,r} d_r, \quad (3.4)$$

ここで、 N は観測データ数である。式(3.4)で添え字 r について任意の観測データセットだけについて部分和を取れば、それらの線型インパクトを評価できる。このような線型インパクトの評価方法を直接評価と呼ぶこととする。例えば、NOAA15 衛星の AMSU-A センサの 4 から 8 チャンネルまでの線型インパクトの評価などが可能である。

しかし、前節で述べたようにカルマンゲインを陽に構成することは困難である。変分法同化では解析解(3.2)ではなく、その前の評価関数の最小化問題を数値的に解く。変分法同化は次式で定式化される。

$$\mathbf{x} = \operatorname{argmin} (J(\mathbf{x})) \quad (3.5)$$

ここで、 argmin は続く関数 $J(\mathbf{x})$ を最小にする引数 \mathbf{x} を得る演算子である。現業 DAS では、この最小化は、準ニュートン法や共役勾配法による有限回の繰り返し計算で実行される。したがって、 J の勾配は厳密には 0 にはならない。しかし、 J の勾配の残分の影響は、例えば、JMA の全球 4D-Var では、3~4%程度であるように、式(3.2)と式(3.5)による解析を等しいとすることを妥当にする程度に十分に小さい。

この場合、線型観測インパクトを式 (3.4) で評価することはできず、変分法 DAS での線型インパクト評価は難しい問題となる。しかし、式 (3.2) と 式(3.5) はともに同じ問題の解であるので、式(3.5)を用いる場合 (変分法による同化) でも、カルマンゲインは、図 3.1 に模式的に示したように、陰に構成されていると考えられる。D 値ベクトルを変分法 DAS に入力すると、解析インクリメントが出力される。図 3.1 と式(3.2)を比べれば、変分法 DAS はカルマンゲインとして働く演算子であることがわかる。これにより、変分法 DAS においても、直接評価と同様な線型インパクト評価を考えることができる。しかし、以下に示すように OSE に基づく方法は使えない。

ここで、2 つの観測データセット P と Q を同化している変分法 DAS (DAS1)

における P の線型観測インパクトを考えよう。OSE で P のインパクトを評価する場合、Q だけを同化するもう一つの DAS (DAS2) を考え、2 つの同化システムによる解析場の差が P のインパクトとなる (図 3.2)。この場合、2 つの DAS に相当するカルマンゲインは異なるものである。なぜなら **R** や **H** が異なるためである。このような OSE に基づく評価でのカルマンゲインは変化する (Zhu and Gelaro, 2008; Gelaro and Zhu, 2009; Cardinali, 2009)。直接評価 (3.4) では、カルマンゲインは不変であるので、このような OSE では線型インパクトは評価できない。いいかえれば OSE は解析対象であるカルマンゲインを壊す。したがって、線型インパクトを変分法 DAS で評価するには新しい手法が必要である。

3.2.2 新手法

3.2.2.1 解析インクリメントベクトルと D 値ベクトルの分解

変分法同化システムでの新しい線型観測インパクト評価手法を構築する。解析解の成分表示の式(3.4)を用いる。はじめに、利便性のために添え字表現について準備する。式(3.4)において、添え字 r のすべての値は「集合」であるので、これを集合 $Z = \{1, 2, \dots, N\}$ と呼ぶ。すべての観測の集合は Z で表現でき、各部分観測データセットは対応する Z の部分集合で表現できる。例えば、部分集合 $P = \{1, 3, 5, 10\}$ は、衛星輝度温度観測データを示し、部分集合 $Q = \{2, 4, 5\}$ は、北半球の全観測を指す。簡単のため、各データセットが共通部分を持たない場合を考える。したがって、全観測データ Z を m 個のサブデータセットに分ける場合は以下である。

$$Z_i \cap Z_j = 0 \quad (1 \leq i, j \leq m, i \neq j); \quad Z = Z_1 \cup Z_2 \cup Z_3 \dots \cup Z_m. \quad (3.6a)$$

さらに簡略化して、2 つのサブデータセットからなる場合を考える。

$$Z = P \cup Q. \quad (3.6b)$$

式 (3.4) は、以下のように書ける。

$$\begin{aligned} \delta x_i &= \sum_{r=1}^N K_{i,r} d_r \equiv \sum_{r \in Z} K_{i,r} d_r = \sum_{r \in P} K_{i,r} d_r + \sum_{r \in Q} K_{i,r} d_r \\ &\equiv \sum_{r \in Z} K_{i,r} d_r^{*P} + \sum_{r \in Z} K_{i,r} d_r^{*Q} \\ &\equiv \delta x^{*P} + \delta x^{*Q}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

ここで、以下で定義される部分 D 値ベクトル (partial departure vector: PDV)

$$d_r^{*P} \equiv \begin{cases} d_r & r \in P \\ 0 & r \notin P \end{cases}; \quad d_r^{*Q} \equiv \begin{cases} d_r & r \in Q \\ 0 & r \notin Q \end{cases},$$

及び、次式で定義される部分解析インクリメントベクトル (partial analysis increment vector: PIV)

$$\delta x_i^{*P} \equiv \sum_{r \in Z} K_{i,r} d_r^{*P}; \quad \delta x_i^{*Q} \equiv \sum_{r \in Z} K_{i,r} d_r^{*Q}.$$

を導入した。ここで、* は複素共役ではない。PDV は著者の知る限り新しい量である。一方、PIV は仮想的な量としては先行研究 (Trémolet, 2008) に見られるが、計算可能な量としてはやはり新しい量である。

H, **R**, **d**, 及び **K** の観測データセットへの依存性を明示するために、データセットの名前 (P, Q など) を以下のように下付き添え字で記す。

$$\begin{aligned} \mathbf{d} &= \mathbf{d}_{p+q} = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_p \\ \mathbf{d}_q \end{pmatrix}, \\ \mathbf{K} &= \mathbf{K}_{p+q} = \mathbf{K}_z = \mathbf{B}\mathbf{H}_z^T (\mathbf{H}_z\mathbf{B}\mathbf{H}_z^T + \mathbf{R}_z)^{-1}, \\ \mathbf{K}_p &= \mathbf{B}\mathbf{H}_p^T (\mathbf{H}_p\mathbf{B}\mathbf{H}_p^T + \mathbf{R}_p)^{-1}, \\ \mathbf{K}_q &= \mathbf{B}\mathbf{H}_q^T (\mathbf{H}_q\mathbf{B}\mathbf{H}_q^T + \mathbf{R}_q)^{-1}, \end{aligned} \quad (3.8)$$

ここで、 \mathbf{d}_p , \mathbf{d}_q 及び \mathbf{d}_{p+q} は、通常の D 値ベクトルであり、各々観測データセット P, Q, 及び P+Q の D 値から構成される。

最後に、解析解は次式のように書き直せる。

$$\left. \begin{aligned} \delta \mathbf{x}^{*P} &= \mathbf{B}\mathbf{H}_z^T (\mathbf{H}_z\mathbf{B}\mathbf{H}_z^T + \mathbf{R}_z)^{-1} \mathbf{d}^{*P} = \mathbf{K}_z \mathbf{d}^{*P} \\ \delta \mathbf{x}^{*Q} &= \mathbf{B}\mathbf{H}_z^T (\mathbf{H}_z\mathbf{B}\mathbf{H}_z^T + \mathbf{R}_z)^{-1} \mathbf{d}^{*Q} = \mathbf{K}_z \mathbf{d}^{*Q} \end{aligned} \right\}, \quad (3.9a)$$

$$\delta \mathbf{x} = \delta \mathbf{x}^{*Z} = \delta \mathbf{x}^{*P} + \delta \mathbf{x}^{*Q} = \mathbf{K}_z (\mathbf{d}^{*P} + \mathbf{d}^{*Q}). \quad (3.9b)$$

式(3.9b)は、解析インクリメントベクトルは PIV の重ね合わせで表されること、及び、カルマンゲインは入力を PDV、出力を PIV とする線型演算子として働くことを示している。任意のデータセットの PIV は、通常の D 値ベクトルの代わりに、当該観測データセットの PDV を変分法 DAS に入力することで計算できる。したがって、直接評価法と同じ方法で、PIV として線型観測インパクトを評価できる。式 (3.9a)と(3.9b)のカルマンゲインは同一である。なぜなら各データセットの PDV は他のデータセットの要素を値 0 で維持しているためである。本手法は、接線型近似の下で導出されたので、以降、接線近似に基づく観測インパクト評価 (接線型評価) と呼ぶ。

3.2.2.2 接線型評価の時間積分

PIV を NWP モデルで時間積分すれば、次式のように予報場への線型観測インパクトを評価することができる。

$$\begin{aligned}
\delta \mathbf{x}^{f*P} &\equiv \mathbf{M} \delta \mathbf{x}^{*P} \cong M(\mathbf{x}^b + \delta \mathbf{x}^{*P}) - M(\mathbf{x}^b), \\
\delta \mathbf{x}^{f*Q} &\equiv \mathbf{M} \delta \mathbf{x}^{*Q} \cong M(\mathbf{x}^b + \delta \mathbf{x}^{*Q}) - M(\mathbf{x}^b), \\
\delta \mathbf{x}^{f*Z} &\equiv \mathbf{M} \delta \mathbf{x}^{*Z} = \mathbf{M}(\delta \mathbf{x}^{*P} + \delta \mathbf{x}^{*Q}) \\
&\cong M(\mathbf{x}^b + \delta \mathbf{x}^{*P} + \delta \mathbf{x}^{*Q}) - M(\mathbf{x}^b) \\
&\cong \delta \mathbf{x}^{f*P} + \delta \mathbf{x}^{f*Q},
\end{aligned} \tag{3.10}$$

ここで、 $\delta \mathbf{x}^{f*X}$ は、観測データセット X の時間発展した PIV、 $M(\mathbf{x})$ は非線型 NWP モデル、 \mathbf{M} はその接線型モデルである。この方法による予報場への線型観測インパクトの評価は、NWP モデルの接線型近似精度が維持される間は妥当である。この期間においては、NWP モデル誤差による予報誤差は、接線型近似の 2 次のオーダーの誤差と同程度に小さいと仮定する。接線型近似の妥当性が失われた後（接線型近似の破れ）は、各データセットの予報場に対する線型インパクトは互いに交じりあう。

式(3.10)は、観測データセットの別の評価方法を提供している。これを見るために、解析誤差を \mathbf{e}_a 、背景誤差を \mathbf{e}_b として次式を考える。

$$\mathbf{e}_a \equiv \mathbf{x} - \mathbf{x}_{true} = \delta \mathbf{x} + \mathbf{x}_b - \mathbf{x}_{true} \equiv \delta \mathbf{x} + \mathbf{e}_b, \tag{3.11a}$$

$$\mathbf{e}_a^f \equiv \mathbf{M} \mathbf{e}_a = \mathbf{M}(\delta \mathbf{x} + \mathbf{e}_b) = \mathbf{M} \delta \mathbf{x} + \mathbf{M} \mathbf{e}_b \equiv \delta \mathbf{x}^f + \mathbf{e}_b^f, \tag{3.11b}$$

ここで、 \mathbf{x}_{true} は解析時刻の真値、 $\delta \mathbf{x}^f$ は時間発展させた解析インクリメントベクトル、 \mathbf{e}_a^f は時間発展させた解析誤差ベクトル、 \mathbf{e}_b^f は時間発展させた背景誤差ベクトルである。式(3.11a)は最適な解析インクリメントベクトルは、背景誤差ベクトルの逆ベクトルであることを示している。つまり、背景誤差ベクトルと同じ大きさで反対向きである。解析インクリメントベクトルが最適なものであった場合、解析誤差ベクトルは $\mathbf{0}$ になる。式(3.11b)は最適な解析インクリメントについて、予報モデルの接線型近似が妥当な間は、予報誤差ベクトルは $\mathbf{0}$ のままであることを示している。なぜなら、最適な解析インクリメントベクトルは、背景誤差ベクトルと同じ成長率をもち、反平行性が予報の期間維持されるためである（図 3.3）。解析インクリメントが最適でない場合は、その成長率は背景誤差ベクトルのそれとは異なるため、予報誤差は成長する。

第 2 にこの関係は各 PIV についても成り立つので、時間発展させた各観測データセットの PIV と時間発展させた最適な解析インクリメント（それは、時間発展させた背景誤差ベクトルから計算できる）の空間構造を比較することができる。この比較から、各 PIV が最適な解析インクリメントベクトルとどのくらい似ているのか評価でき、これは、固定されたカルマンゲインの下での観測デー

タセットの一つの評価を提供する。

3.2.2.3 拡張解析変数

4D-Var では、拡張解析変数を導入できる。例えば、変分法バイアス補正 (variational bias correction scheme: VarBC; Derber and Wu, 1998; Dee, 2004) の補正係数や弱拘束 4D-Var (Trémolet, 2006) の NWP モデルの誤差を表現する変数などである。これらの拡張変数は、変分法 DAS の中では通常の大気の変数と全く同等であるので、接線型評価法は、これらの拡張解析変数への線型観測インパクトの評価もできる。

3.2.2.4 接線型評価の注目すべき性質

ここで、接線型法の注目すべき性質は以下の通りである。1. 変分法 DAS の大きな変更を必要としない。2. 追加の新しい近似を必要としない。3. 評価された線型観測インパクトの自由度は、解析や予報場の自由度と等しい。なぜなら、この方法は線型インパクトを PIV として、直接評価法と同様に評価するためである。4. 誤差成長が考慮される。5. 拡張解析変数への線型観測インパクトも評価できる。6. 本手法により PIV の空間構造を最適な解析インクリメントベクトルと比較でき、各観測データセットの新しい評価手法を提供する。

最後に、接線型評価は複数アウターループを持った変分法同化 DAS (Courtier, 1994; Trémolet, 2008) についても各アウターループは線型解析であるので、アウターループごとに適用可能である。このような DAS では、背景場の PIV も評価できる。例えば、各アウターループが各観測データセットからどのように情報を引き出しているかを最初と各アウターループでの各データの線型インパクトを比較することで評価できる。

3.3 接線型評価と既存の観測インパクト評価手法との比較

ここでは、既存の観測インパクト手法 (OSE、随伴演算子による評価、共分散行列に基づく評価) と接線型評価を比較し、これらの手法の性質を明らかにする。

3.3.1 OSE と接線型評価の比較

はじめに、OSE と接線型評価を比較する。この比較は、先行研究 (Zhu and Gelaro, 2008; Gelaro and Zhu, 2009; Cardinali, 2009) で報告されており、3.2.1 節でも見た OSE の非線型性について、その起源を明らかにする。式(3.6b)にしたがって 2 つのデータセット P および Q からなる観測データがあるとする。これについて、3 つの変分法 DAS を考え、それらの名前を D-P、D-Q、D-PQ とし、各々、データ

セット P、Q、P と Q 両方を同化しているとする。これらの変分法 DAS の解析インクリメントベクトルは、式 (3.2)及び(3.8)から次式である。

$$\begin{aligned}
\delta \mathbf{x}_{P+Q} &= \mathbf{B}\mathbf{H}_{P+Q}^T \left(\mathbf{H}_{P+Q}\mathbf{B}\mathbf{H}_{P+Q}^T + \mathbf{R}_{P+Q} \right)^{-1} \mathbf{d}_{P+Q} = \mathbf{K}_{P+Q}\mathbf{d}_{P+Q}, \\
\delta \mathbf{x}_P &= \mathbf{B}\mathbf{H}_P^T \left(\mathbf{H}_P\mathbf{B}\mathbf{H}_P^T + \mathbf{R}_P \right)^{-1} \mathbf{d}_P = \mathbf{K}_P\mathbf{d}_P, \\
\delta \mathbf{x}_Q &= \mathbf{B}\mathbf{H}_Q^T \left(\mathbf{H}_Q\mathbf{B}\mathbf{H}_Q^T + \mathbf{R}_Q \right)^{-1} \mathbf{d}_Q = \mathbf{K}_Q\mathbf{d}_Q,
\end{aligned} \tag{3.12}$$

ここで、 \mathbf{d}_P 、 \mathbf{d}_Q 、 \mathbf{d}_{P+Q} は各々、D-P、D-Q、及びD-PQのD値ベクトルであり、 $\delta \mathbf{x}_P$ 、 $\delta \mathbf{x}_Q$ 、 $\delta \mathbf{x}_{P+Q}$ は各々、D-P、D-Q、及びD-PQの解析インクリメントベクトルである。これらは、接線型法 (3.7) の導出で用いた PDV や PIV とは異なる点に注意。式 (3.12)から、次式である。

$$\delta \mathbf{x}_{P+Q} \neq \delta \mathbf{x}_P + \delta \mathbf{x}_Q \tag{3.13}$$

式 (3.13)は、OSE の非線型性を示しており、それは左辺と右辺の差で定義される。これらの3つの変分法 DAS ではカルマンゲインが異なるためである。

OSE の非線型性は、カルマンゲインを次式のように分解すると理解できる。

$$\begin{aligned}
\delta x_i &= \sum_{j,r \in Z, s \in Z} B_{i,j} H_{r,j} (D)_{r,s}^{-1} d_s \\
&= \sum_{j,r \in P, s \in P} B_{i,j} H_{r,j} (D)_{r,s}^{-1} d_s \quad \dots \text{term } PP \\
&+ \sum_{j,r \in Q, s \in Q} B_{i,j} H_{r,j} (D)_{r,s}^{-1} d_s \quad \dots \text{term } QQ \\
&+ \sum_{j,r \in Q, s \in P} B_{i,j} H_{r,j} (D)_{r,s}^{-1} d_s \quad \dots \text{term } QP \\
&+ \sum_{j,r \in P, s \in Q} B_{i,j} H_{r,j} (D)_{r,s}^{-1} d_s \quad \dots \text{term } PQ,
\end{aligned} \tag{3.14}$$

ここで、 \mathbf{D} は D 値ベクトル \mathbf{d} (観測と第一推定値の差) の共分散行列である。式 (3.14)で、PP 項と QP 項の和はデータセット P の PIV であり、QQ 項と PQ 項の和はデータセット Q の PIV である。 \mathbf{D} が P、Q についてブロック対角な場合は、接線型法で評価される線型観測インパクトと OSE は一致する (図 3.4)。項 PP と項 QQ を OSE 的な項と呼び、項 QP と項 OQ を交差項と呼ぶのが自然である。 \mathbf{D} がブロック対角なときは、交差項はゼロで OSE 的な項は実際に OSE で得られるためである。 \mathbf{D} の非対角項がこれらの DAS での P と Q のインパクトの違

いをもたらしている。非対角項の効果は $\delta\mathbf{x}_p$ と $\delta\mathbf{x}^{*p}$ 、 $\delta\mathbf{x}_o$ と $\delta\mathbf{x}^{*o}$ の差として定量的に表現できる。

3.3.2 随伴演算子による方法と接線型法の比較

3.3.2.1 接線型近似の下での随伴演算子による評価法の定式化

随伴演算子による評価は、同化された各観測データセットによる予報誤差の減少として各観測データセットの線型インパクトを計算する。予報誤差場の性質は一つのスカラー関数で表現される。このスカラー関数の観測データの観測値に対する導関数と変分を NWP モデル及び変分法 DAS の随伴演算子をつかって計算する。

ここで、接線型評価との比較のために、随伴演算子による評価法の接線型近似の下での定式化を与える。スカラー関数 F は、予報誤差ベクトルとそれ自身の対角行列 C の下での内積で次式のように定義される。

$$\begin{aligned} F &\equiv \mathbf{e}_f^T \mathbf{C} \mathbf{e}_f = \{\mathbf{M}\mathbf{e} + O(2)\}^T \mathbf{C} \{\mathbf{M}\mathbf{e} + O(2)\} \\ &= (\mathbf{M}\mathbf{e})^T \mathbf{C} \mathbf{M}\mathbf{e} + O(3), \end{aligned} \quad (3.15)$$

ここで \mathbf{e}_f は予報誤差ベクトル、 \mathbf{e} は初期値の誤差ベクトルであり、 $O(n)$ は NWP モデルの接線型近似の n 次以上のオーダーの項である。接線型近似のものとは、式 (3.15) の $O(2)$ 及び $O(3)$ の項は無視される。

式 (3.15) の初期値として解析の背景場を考え、それに加える摂動として解析インクリメントを考えると F の変分 δF は次式である。

$$\begin{aligned} \delta F &\equiv \left[\{\mathbf{M}(\mathbf{e}_b + \delta\mathbf{x})\}^T \mathbf{C} \{\mathbf{M}(\mathbf{e}_b + \delta\mathbf{x})\} + O(3) \right] \\ &\quad - \left\{ (\mathbf{M}\mathbf{e}_b)^T \mathbf{C} (\mathbf{M}\mathbf{e}_b) + O(3) \right\} \\ &= \mathbf{d}^T \left(2\mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \mathbf{C} \mathbf{M} \mathbf{e}_b + \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \mathbf{C} \mathbf{M} \delta\mathbf{x} \right) + O(3) \\ &\equiv \mathbf{d}^T \mathbf{g} + O(3). \end{aligned} \quad (3.16)$$

ノーテーションは 3.2.2.2 項と同じであり、 \mathbf{e}_b は背景誤差ベクトル、 \mathbf{d} は D 値ベクトル（観測と第一推定値の差）であり、 $\mathbf{g} \equiv 2\mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \mathbf{C} \mathbf{M} \mathbf{e}_b + \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \mathbf{C} \mathbf{M} \delta\mathbf{x}$ である。接線型近似の下では $O(3)$ 項は無視する。式(3.15)と(3.16)では、 δF や F は、接線型近似の一次の項同士の内積で構成されている。 F の観測データへの感度は式(3.16)の \mathbf{g} で記述されている。 \mathbf{g} は \mathbf{M} や \mathbf{K} の随伴演算子を含むので、こ

これらの構成が必要である。各観測データセットの線型インパクトは、 \mathbf{g} と \mathbf{d} の内積を対応する要素についてとることで得られる。例えば、データセット P の線型観測インパクト δF_P は次式で与えられる。

$$\delta F_P \equiv \sum_{r \in P} \mathbf{g}_r \mathbf{d}_r.$$

本節での式(3.16)のオーダーの与え方は、先行研究 (Errico, 2007; Gelaro et al., 2007)とは異なっている点に注意が必要である。これらの先行研究では、 δF の各項のオーダーは解析インクリメントベクトルの次数で評価されており、これに従うと式 (3.16)は、1 次と 2 次の項を含むことになる。しかし、これらの違いは、以下の点を考えればなくなる。つまり、解析インクリメントベクトルのように小さいが有限の大きさの摂動でテイラー展開する場合は、各項の大きさは、摂動の次数だけでなく、展開係数 (導関数) の大きさにも依存するという点である。

3.3.2.2 随伴演算子によるインパクト評価法の接線型法による解釈

式(3.16)は、随伴演算子を含まない形に書き換えられる。

$$\delta F = 2(\delta \mathbf{x}^f)^T \mathbf{C} \mathbf{e}_b^f + (\delta \mathbf{x}^f)^T \mathbf{C} \delta \mathbf{x}^f. \quad (3.17)$$

この式は、 F の解析による変分が、時間発展させた解析インクリメントベクトルと時間発展させた背景誤差ベクトルの内積、及び時間発展させた解析インクリメントベクトルとそれ自身の内積の2つの内積の和であることを示している。 δF を最小にする解析インクリメントベクトルは、条件 $\partial \delta F / \partial \delta \mathbf{x} = \mathbf{0}$ から求まり、それは 3.2.2.2 項で述べた最適な解析インクリメントと同じものである。最適な解析インクリメント $\delta \mathbf{x}^f = -\mathbf{e}_b^f$ を式(3.17)に代入すると、 $\delta F = -\mathbf{e}_b^{fT} \mathbf{C} \mathbf{e}_b^f$ を得る。これは第 1 項の半分である。

各観測データセットによる F の変分は、接線型法の導出で導入された PIV で書き直せる。再び 2 つのデータセット P, Q について書くと次式である。

$$\begin{aligned} \delta F &= 2(\delta \mathbf{x}^{f*P} + \delta \mathbf{x}^{f*Q})^T \mathbf{C} \mathbf{e}_b^f \\ &\quad + (\delta \mathbf{x}^{f*P} + \delta \mathbf{x}^{f*Q})^T \mathbf{C} (\delta \mathbf{x}^{f*P} + \delta \mathbf{x}^{f*Q}) \\ &\equiv \delta F^{*P} + \delta F^{*Q} + \delta F^{*PQ}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

ここで、以下の量を導入した。

$$\begin{aligned}
\delta F^{*P} &\equiv 2(\delta \mathbf{x}^{f*P})^T \mathbf{C} \mathbf{e}_b^f + (\delta \mathbf{x}^{f*P})^T \mathbf{C} \delta \mathbf{x}^{f*P}, \\
\delta F^{*Q} &\equiv 2(\delta \mathbf{x}^{f*Q})^T \mathbf{C} \mathbf{e}_b^f + (\delta \mathbf{x}^{f*Q})^T \mathbf{C} \delta \mathbf{x}^{f*Q}, \\
\delta F^{*PQ} &\equiv (\delta \mathbf{x}^{f*P})^T \mathbf{C} \delta \mathbf{x}^{f*Q} + (\delta \mathbf{x}^{f*Q})^T \mathbf{C} \delta \mathbf{x}^{f*P}.
\end{aligned}$$

式(3.18)は、P と Q の交差項 F^{*PQ} を含んでいる。したがって、一方のデータセット P または Q による F の変分は、これらの交差項が十分に小さいときのみ定義できる。これは随伴演算子による評価手法は、予報誤差ベクトル同士の内積を使っており、各々は原理的には初期値を作るのに使った全観測データの影響が含まれるためである。 δF の各項は接線型法で計算することができる。

交差項が十分に小さい場合は、例えば δF^{*P} はデータセット P による F の変分となる。この場合は、随伴評価法でのデータセット P の線型観測インパクトの定義 $\delta F^{*P} + 0.5\delta F^{*PQ}$ も妥当である。Errico (2007)、Gelaro (2007)、Trémolet (2008) は、 F のテイラー展開に基づいて随伴評価法の非線型性に言及している。

最後に、随伴演算子による評価法と接線型評価法の一般的な関係を考察する。3.2.1 節で述べたように、線型観測インパクトはカルマンゲインによって完全に規定される。したがって、すべての線型観測インパクト評価手法は直接評価法 (3.4) を代替するものである。カルマンゲインは解析場の空間の行の足と観測空間の列の足の 2 つのインデックスをもっており、直接評価法の近似には 2 つの方法がある。一つは、観測空間のカルマンゲインの作用の評価のために計算能力の多くを使う近似方法である。この近似は、観測空間の作用を高分解能で、解析空間を低分解能で推定する。もう一つは、解析空間のカルマンゲインの作用の評価に計算能力を使うことができる。この近似は、解析空間の作用を高分解能で、観測空間の作用を低分解能で推定する。前者は随伴演算子による評価方法、後者は接線型評価方法に対応する。したがって、これら 2 つの方法は相補的な関係にある。

3.3.3 共分散行列に基づくインパクト評価の接線型法による解釈

はじめに、共分散行列に基づく評価手法を簡単に記述する。理想的な DAS では誤差共分散行列は次式を満たす (Cohn, 1997)。

$$\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{KHB} \quad (3.19)$$

ここで、 \mathbf{A} は解析誤差共分散行列、 \mathbf{B} は背景誤差共分散行列である。つまり、 \mathbf{KHB} 行列は解析による背景場の誤差減少を誤差共分散行列の形で書いたものである。 \mathbf{KHB} 行列は観測空間の添え字の内積を一つだけ含む (\mathbf{H} の行と \mathbf{K} の列) ので、この行列への各データセットの寄与は、通常、この内積について

ータセットに対応する部分和をとることで計算される。線型観測インパクトとして、 \mathbf{B} で規格化した \mathbf{KHB} 行列の跡 (trace) が用いられ、Degrees of Freedom for Signal (DFS) と呼ばれる。しかし、このような \mathbf{KHB} 行列の分解の妥当性は限定的である。なぜなら、以下に見るようにこの行列はもともとは観測空間に 2 つの内積を持っているためである。式(3.19)の導出では、 \mathbf{KHB} 行列は、 \mathbf{KDK}^T 行列を含む行列から導出される。なぜなら、 $\mathbf{A} \equiv E\{\mathbf{e}_a \mathbf{e}_a^T\} = E\{(\mathbf{e}_b + \mathbf{Kd})(\mathbf{e}_b + \mathbf{Kd})^T\}$ は、 $E\{\mathbf{Kdd}^T \mathbf{K}^T\} = \mathbf{KDK}^T$ 項を含むためである。ここで $E\{\mathbf{X}\}$ は、 \mathbf{X} の期待値を表す。したがって、共分散行列に基づく方法は異なる観測データセットの干渉を含んでいる。

次に、解析誤差共分散行列 \mathbf{A} は、PIV を使って以下のように書ける。

$$\mathbf{A} = E\left\{(\mathbf{e}_b + \delta\mathbf{x}^{*P} + \delta\mathbf{x}^{*Q})(\mathbf{e}_b + \delta\mathbf{x}^{*P} + \delta\mathbf{x}^{*Q})^T\right\}, \quad (3.20)$$

$$\mathbf{KHB} = -E\left\{\begin{array}{l} \mathbf{e}_b (\delta\mathbf{x}^{*P} + \delta\mathbf{x}^{*Q})^T + (\delta\mathbf{x}^{*P} + \delta\mathbf{x}^{*Q}) \mathbf{e}_b^T \\ + (\delta\mathbf{x}^{*P} + \delta\mathbf{x}^{*Q})(\delta\mathbf{x}^{*P} + \delta\mathbf{x}^{*Q})^T \end{array}\right\}, \quad (3.21)$$

ここで、式(3.21)は、式(3.19)と(3.20)から背景誤差共分散行列の定義式 $\mathbf{B} \equiv E\{\mathbf{e}_b \mathbf{e}_b^T\}$ を使って導出された。ここでは観測データセットは P,Q の 2 つに分けた。式(3.21)から、PIV 同士の内積が異なる観測データセットの線型観測インパクト間の干渉を引き起こすことがわかる。これらの干渉項は、異なる観測データセットの PIV が直行する場合には無視できる。このような干渉は前述のように式(3.19)の導出過程からも確認できる。式(3.21)は、 \mathbf{KHB} 行列の跡は、随伴演算子によるインパクト評価 (式 (3.18)) と対応することを示している。つまり、背景誤差をユークリッドノルムで評価し、期待値演算と負号をつけたものである。

3.4 実験デザイン

接線型法の妥当性の試験として、気象庁全球数値予報システムの変分法 DAS 上で、2007 年 7 月 20 日の 00UTC 解析での観測インパクト評価を行う。この解析時刻はこの時刻の背景場が準備されていたというだけの理由で選択した。実験に用いた変分法同化システムは、インクリメンタル 4D-Var であり、1 つのアウトーループを持つ。予報モデルの水平分解能は最大波数 319 (およそ 60km)、鉛直層数は 60 でモデルトップは 0.1hPa であり、インナーモデルの水平分解能は最大波数 106 (約 120km) ある (鉛直分解能はアウトターと同じ)。2008 年 8 月の気象庁現業全球 NWP システムを水平分解能を落とした実験システムである。衛星輝度温度観測のバイアス補正は変分法バイアス補正 (Variational Bias

Correction: VarBC; Derber and Wu, 1998; Dee, 2004)で行われる。同化される観測データセットは表 3.1 のとおりである。これらのデータセットを表 3.1 のようにいくつかのデータセットに区分する。はじめに、輝度温度観測 (TBB)とそれ以外の観測 (従来型観測 CNV) の 2 つに分ける。次に、CNV はさらにラジオゾンデ (SONDE)、衛星風 (AMV)、そのほか (OTHERS) に区分する。TBB 中の AMSU-A データについては、チャンネル 6 (A6) とチャンネル 7 (A7) についても見る。これらのデータセットの PIV を、TBB-PIV のようにあらわす。

これらのデータセットの解析や予報場への線型観測インパクトを接線型法で評価する。接線型法で計算した PIV は、式(3.10)で予報場への線型インパクトを評価するために非線型モデルを使って 72 時間積分する。すべての観測を同化した場合 (ALLDATA)及び同化しない場合 (NODATA)も解析、予報して比較する。輝度温度観測だけを同化した OSE (TBB-OSE)及び従来型観測だけ同化した OSE (CNV-OSE)も接線型法との比較のために行った、

3.5 実験結果

3.5.1 解析場

はじめに、接線型評価法の線型性をチェックする。図 3.5 は、モデル面第 22 層 (およそ 500hPa) の気温の PIV と解析インクリメントベクトルの空間分布を特定の緯度 (50° N、50° S、赤道) について示している。図にはモデル面第 12 層 (およそ 850hPa) の赤道上の比湿も同様に示している。ALLDATA の解析インクリメントは、CNV-PIV と TBB-PIV の和とよく一致していることがわかる。さらに全球で各層の ALLDATA の解析インクリメントと CNV-PIV と TBB-PIV の和の相関係数を計算した結果は、各解析変数 (気温、比湿、風) について 0.999 以上であった。したがって、接線型評価法は理論から期待されるように十分な線型性をもっている

図 3.5 はまた TBB-PIV と CNV-PIV の性質を示している。例えば、モデル面第 22 層の気温では、TBB-PIV は 50° S では 150° E より東で支配的であり、赤道上では 40° E 付近及び 120° E 付近を除き支配的である。CNV-PIV は 50° N で支配的である。赤道上のモデル面第 12 層の比湿では、TBB-PIV は 40° E 及び 120° E 付近を除き支配的である。これらの寄与の分布は、各 PIV の水平分布 (図 3.6) で説明できる。まず、モデル面第 22 層の気温について見ると、TBB-PIV は主に海上に分布し、CNV-PIV は陸上に分布していることがわかる。また、モデル面第 30 層 (およそ 250 hPa) の東西風では、TBB の (3 次元) 観測演算子は上層風に依存しないにもかかわらず TBB-PIV と CNV-PIV は同程度の大きさとなっている。これは、TBB の 4 次元の観測演算子は NWP モデルを含むこと及び背景誤差共分散行列は気温と東西風の相関を含むためである。ここでも TBB-PIV は主に

海上に分布し、CNV-PIVは陸上に分布している。TBBの観測データ分布は陸上と海上で同様であることから、観測インパクトの海陸分布はデータ同化システムで設定しているECMの問題を示唆している。実際に5章で詳しく見るように、TBBの観測誤差設定は大きな観測誤差膨張が適用されている。

図3.7は、NOAA16衛星のAMSU-AセンサのVarBC変数についてのCNV-PIVとTBB-PIVを示している。(TBBだけでなく)CNVからの寄与が明瞭である。この結果は、CNVが少なくとも定性的にVarBC変数についての重り効果(anchor effect: Auligné et al., 2007)を持つことを示している。この結果はVarBCの安定性を考える上で大変重要である。図3.8は、気温についてのA6-PIVとA7-PIVの(ユークリッド)内積を示している。この内積は、A6-PIVとそれ自身の内積と同程度の大きさであり、随伴推定法や共分散法の干渉項(3.3.2節、3.3.3節参照)はこれらのデータセットについてはかなり大きいことを示している。これは、これらのチャンネルの加重関数のピークレベルが近いことや、変分法DASで用いる観測誤差が、チャンネル6の方がチャンネル7のそれより大きいためである。同様に、図3.8(b)はTBB-PIVとCNV-PIVの内積を気温について示している。この内積の大きさは、CNV-PIVやTBB-PIVの自身との内積よりも小さい。したがって、随伴法や共分散法の干渉項はこれらのデータセットについては十分に小さい。これは、この節の第2段落で見たように、TBB-PIVとCNV-PIVが支配的な領域が異なるためである。これらの結果は、随伴法や共分散法の妥当性が観測データの区分の仕方に依存することを示している。

図3.9は、OSEの非線型性の大きさを示している。ここで、非線型性は、ALLDATAの解析インクリメントベクトルとTBB-OSE及びCNV-OSEの解析インクリメントの和の差で定義される。OSEは線型には動作せず、非線型項は解析インクリメント自身と同程度であることがわかる。

3.5.2 予報場

図3.10は、接線型評価法の予報場についての線型性を特定の緯度について示している。500 hPaの気温について見ると(図3.10のパネルa, b, c)、狭い範囲で相対的に大きな非線型性が見られるが、平均的には時間発展したPIVは48時間予報でも、近似的な線型性を持つことがわかる。他の変数や高度でも48時間予報について近似的な線型性が見られる(図省略)。したがって、時間発展したPIVは平均的には48時間予報まで各観測データセットの線型インパクトを評価するのに十分な線型性を有している。しかし、図3.10(d)に示した赤道上の850 hPaの比湿の48時間予報場では、強い非線型性が見られる。さらに、24時間予報場でさえ、非線型性はすでに強い(図省略)。これらの結果は、熱帯の対流圏下層の比湿の予報場について線型観測インパクト評価は難しいことを示している。

図 3.11 は、各観測データセットの予報精度への寄与を根平均 2 乗誤差 (Root Mean Square Errors: RMSE) で示している。RMSE の計算ではすべての観測を同化した解析場を真値としている。図 3.11(a)と 3.11(c)は、北半球 (NH: 20° N 以北) では、500hPa 気温予報精度への主な寄与は CNV によるものであり、一方、南半球 (SH: 20° S 以南)では TBB によることを示している。これは解析場への観測インパクトの分布(図 3.5)と整合している。北半球での CNV の寄与は、主に SONDE によるものである。図 3.11(d)は、南半球の 250hPa の東西風の予報精度への主な寄与は、風を直接観測する AMV や SONDE を含む CNV ではなく、TBB によることを示している。これらの結果は、3.5.1 節で示した各データセットの PIV の解析インクリメントへの寄与と整合する。

しかし、熱帯の 500 hPa 気温については、TBB の寄与は、CNV の寄与と同程度かわずかに小さく (図 3.11(b))、この領域での解析インクリメントへの主な寄与が TBB であることと整合しない。図 3.12 はこの不整合を説明する。この図は、領域ごとの各データセットの PIV の大きさの成長を示している。すべての PIV は全球平均では成長しているが、熱帯の TBB-PIV は最初の 12 時間で成長していないことがわかる。したがって、熱帯の 500hPa 気温の TBB-PIV は、解析インクリメントに含まれる主要な成長モード (それは背景誤差の成長モードに対応する) ではないことを示している。

時間発展した解析インクリメントと時間発展した背景誤差ベクトルを比較すると、前者は ALLDATA でさえ後者より小さいことがわかる (図 3.11)。この結果は、解析インクリメントが最適なそれとは異なることを示している (3.2.2 節)。しかし、時間発展した背景誤差ベクトルと時間発展させた解析インクリメントベクトルの間には近似的な反平行性 (反相関) が見られる。図 3.13 は、気温場について 48 時間時間発展した解析インクリメントベクトルと背景誤差ベクトルのなす角を θ としたときの $\cos\theta$ の値を示している。 $\cos\theta$ の値は、 -0.5 程度であり、2 つのベクトルは反平行性を持つことがわかる。いいかえれば、解析インクリメントベクトルは、背景誤差の成長モードの構造を部分的に捉えている。TBB と CNV は、各々、SH と NH において誤差捕捉に主要な寄与をしている。しかし、熱帯での TBB の反平行性は CNT より良くはない。これらの結果は、予報精度へのこれらの観測データの寄与と整合している。熱帯の 300hPa より上層では CNV の主要な寄与は AMV によるものである。

最後に、これらのベクトルの空間構造を見る、図 3.14 は、48 時間発展させた解析インクリメントベクトルと背景誤差ベクトルを特定の緯度について示している。これらの 2 つのベクトルは、すべての緯度で反平行性を持つことがわかる。さらに 図は、TBB と CNV が各々、SH と NH で背景誤差ベクトルの構造を捉えていることを示している。しかし、熱帯では TBB の反平行性は CNV より

良くはない。これらの結果は、背景誤差の成長モードを補足する能力は、観測データセットごとに異なることを示している。この違いは、各データセットの PIV や RMSE の時間発展の違い (図 3.11、図 3.12) を説明する。しかし、これは、観測データセット自身に固有の能力ではなく、現在のカルマンゲインの下での能力であることは強調すべき点である。例えば、南緯 50 度の気温 (図 3.14(b)) や東西風 (図 3.14(d)) の西経 120 度から 0 度では、背景誤差との反平行性は、TBB-PIV には明瞭に見られるが、CNV-PIV には見られない。図 3.5 や図 3.6 で示唆された同化システムで用いている TBB の ECM の問題点 (大きな観測誤差膨張) を改善すれば、TBB が支配的になり、全体としてより適切な解析となる可能性が示唆される。

3.6 まとめと議論

本研究では、変分法 DAS の中で線型観測インパクトを評価する新しい方法を構築した。この方法を接線型評価と呼ぶ。インパクトは PDV で生成される PIV として評価される。

既存のインパクト評価手法と接線型評価との比較は、既存手法のインパクトの干渉や非線型性の起源を明らかにした。この比較のために、随伴評価を接線型近似の下で再定式化した。接線型法の妥当性や性能を見るために、気象庁全球数値予報システムの 4D-Var DAS で一つの解析について最初の実験を行った。PIV は接線型評価の理論から期待される通り解析時刻には線型性をもっており、48 時間積分後でも、熱帯の対流圏下層の比湿を除き、線型性は近似的に維持されていた。CNV-PIV が VarBC 解析変数に寄与していることや、TBB-PIV と CNV-PIV の干渉は小さいこと、一方、A6-PIV と A7-PIV の干渉は小さくないことも示された。予報場では、TBB と CNV は各々、SH と NH の予報精度について支配的である。時間発展した TBB-PIV と CNV-PIV は、各々、SH と NH で時間発展した背景誤差ベクトルと、反平行性をもっている。TBB の観測インパクトの海上への偏在は、ECM の問題 (大きな観測誤差膨張) を示唆した。時間発展させた PIV と背景誤差の空間構造の比較からもこの問題の改善によってより正しい (反平行性をもった) 解析インクリメントが得られる可能性が示唆された。

本章の最後に、接線型法の将来の研究について考える。まず、接線型法は各データセットの線型観測インパクトを計算するために一回の解析を必要とするため、非常に詳細に区分けした各観測データセットの線型観測インパクトを評価したい場合は、線型インパクトの干渉に留意しつつ随伴評価と併用することが効果的であろう。そのためにはまず随伴法を接線型法で検証する必要があるが、これは第 4 章で行う。接線型法による予報場への線型観測インパクトの評

価では、NWP モデルの接線型近似が成り立つことを必要とする。接線型近似が壊れる時間は、物理法則自体に強く規定され、本質的には大気固有のものである。接線型が壊れる時間以降は、予報場の性質の原因を解析場に結び付けることはできない。これは将来の大きな課題である。複数アウトーループを持った変分法での接線型法はまた有用な情報となるだろう。弱拘束 4D-Var の拡張解析変数に対する線型観測インパクトの評価もまた、本研究が VarBC 変数について示したように、有用だろう。現在は観測誤差の大きさだけが DAS の中で観測データを特徴づけているが、接線型法は時間発展した PIV と最適な解析インクリメントベクトルの比較を可能としているので、DAS における観測データの性質に、背景誤差ベクトルの構造を特定する能力という新しい面を加えるだろう。最後に、アンサンブルカルマンフィルタでは、カルマンゲインの陽な構成が（近似的に）可能であるため、線型観測インパクトの評価は容易である。アンサンブルカルマンフィルタと 4D-Var でのカルマンゲインの作用を比較することは両システムの発展に有用な情報をもたらすだろう。

第4章 前方計算による直接評価つきの随伴演算子による観測インパクト評価

本章の要旨

本章では、既存の観測インパクト評価手法である随伴演算子によるインパクト評価（以下では「随伴（インパクト）評価」と呼ぶ）について、接線型評価（第3章）による検証を行ったのち、観測インパクトの詳細な評価を行う。随伴評価は、NWPのデータ同化システムの改善に不可欠な情報を提供している。本研究の目的は2つある。第1に、同手法が用いる4つの近似の妥当性の検証である。即ち、カルマンゲインの随伴演算子の繰り返し計算による構築、予報モデルの接線型近似、観測インパクトの干渉の無視、インクリメンタル法の近似である。第2に、観測インパクトについての新しい知見を得ることである。随伴評価の検証は、接線型評価との比較により行う。接線型評価では、随伴評価と同じ量を随伴演算子なしで計算することができる。これらの検証と観測インパクト評価を気象庁全球NWPシステム上で実行した。結果は以下である。はじめに、観測インパクトの随伴評価は、接線型評価とよく一致し、相関係数は0.97以上であった。次に、得られた観測インパクトは、多くの面で先行研究の結果と整合的であったが、GNSS掩蔽観測や水蒸気に感度のある輝度温度観測のインパクトが小さいなど、システム依存した性質も見られた。これはECMの経験的調整（観測誤差膨張）の違いが一因と考えられる。観測インパクトの新しい性質も明らかになった。1) 観測インパクトの確率密度関数は、観測と予報誤差標準偏差の比の実験値を与えたスカラー理論とよく整合する。つまり、観測インパクトの確率的振る舞いの基本的な性質は、ECMの時空間一様性を仮定して説明できる。2) データ同化窓の中で遅い時間の観測ほど大きな正のインパクトを持つ。これはモデル誤差に比べて初期値誤差の成長が予報誤差の中で支配的であるという強拘束の4次元変分法の仮定と整合的である。

4.1 はじめに

観測データは、NWPのためのデータ同化において重要な情報源である。したがって、各観測データセットが解析や予報場にどのような影響を与えているかを知ることとは、NWPや全球観測システムの改善のために不可欠である。しかし、観測インパクトの診断は、DASでは膨大な数（一解析あたり100万のオーダー）のデータが同化されているため、難しい問題である。さらに、観測量と

NWP モデル変数の関係は、一般に非線型であること、異なる観測データセットの観測インパクト間の干渉、実際の DAS は誤差共分散行列のようなパラメータの不定性により理論から乖離していることが観測インパクト評価を難しくしている。

随伴演算子による観測インパクトの評価（随伴評価法: Langland and Baker, 2004; 以降 LB04）は観測インパクトを効率的に診断でき、OSE と相補的な関係にある。随伴演算子による評価法は、各観測のインパクトをそれらが同化されたことで減じた予報誤差として評価する。この方法で評価された観測インパクトは、"forecast sensitivity to observations (FSO)" (Cardinali 2009a,b)、"forecast error reduction (FER)": (Cardinali and Healy 2014、以降 CH14)、または "forecast sensitivity observation impact (FSOI)" (Lupu et al. 2015) と呼ばれる。これらの名前は OSE で評価されたインパクトと区別するために効果的である。本研究では、随伴演算子による評価による観測インパクトしか扱わないので、LB04 に準じて、単に観測インパクトと呼ぶ。観測インパクトの随伴評価は、以下のように発展してきた。随伴評価法の基本的な定式化や計算結果は、Baker and Daley (2000)、Fourrié *et al.* (2002)、及び LB04 で与えられている。この方法のいくつかの基本的性質の解釈は、Errico (2007)、Gelaro *et al.* (2007)、Trémolet (2007)、及び Daescu and Todling (2009) で報告されている。この手法のモデル空間の変分法同化システムへの適用は、3D-Var については Zhu and Gelaro (2008) 及び Gelaro and Zhu (2009) で与えられ、4次元変分法 (4D-Var) については、Trémolet (2008) 及び Cardinali (2009a) で与えられている。近年の高解像度な NWP システムの診断は、欧州中期予報センター (European Centre for Medium-range Weather Forecasts: ECMWF) の NWP システムについては、Cardinali (2009a, b) 及び CH14 で報告され、Gelaro *et al.* (2010, 以降 G10) は 3 つの NWP システム (the Naval Research Laboratory (NRL), the National Aeronautics and Space Administration Global Modeling and Assimilation Office (NASA/GMAO), Environment Canada (EC)) について、Lorenz and Marriott (2014, hereafter LM14) はイギリス気象局 (the Met Office :UKMO) の NWP システムについて、それぞれ報告している。また、異なる観測データセットの観測インパクトの干渉は、第 3 章で記述されている。このような干渉項は、初期の研究では、2 次の効果として扱われてきたが (Errico 2007; Gelaro *et al.* 2007; Trémolet 2008)、第 3 章の結果は衛星輝度温度の隣り合うチャンネル では無視できないことを示している。

観測インパクトの確率的な振舞いは、G10 及び LM14 で報告されている。これらは、24 時間予報誤差を減らすのに貢献する有用な観測の割合 (beneficial observation ratio: BOR) は、50% をわずかに超えるだけであることを示した。さらに、Daescu (2008) は、予報の誤差共分散行列への感度を随伴演算子法に基づい

て評価する方法を構築した。この方法は、誤差共分散行列の最適化の研究で利用されている (Daescu and Todling 2010; Ishibashi 2010; Daescu and Langland 2013; CH14; Lupu et al. 2015)。随伴演算子法はアンサンブルカルマンフィルタにも応用されており、そこでは随伴演算子は、アンサンブル予報で近似される (Liu and Kalnay 2008; Li et al. 2010)。随伴評価法と他の観測インパクト評価手法の定式化の比較は第 3 章に記述した。

しかし、随伴評価法を用いる観測インパクト評価研究には、依然 2 つの不十分な点がある。第一に、随伴評価法で用いられる 4 つの近似の検証が必要である。つまり、カルマンゲインの随伴演算子を 2 段階の線型問題として修正した 4D-Var を用いて繰り返し計算で解くこと、予報モデルの予報誤差評価時間内 (典型的には 24 時間) の接線型近似、異なる観測データセット間の干渉を無視していること、インクリメント法 (Courtier et al. 1994) による近似 である。最初の 2 つの近似は、全観測インパクトについては先行研究において、随伴演算子ありとなしで計算して比較することで簡単な検証はされているが、個別の観測データセットのインパクトについては検証されていない。これは、そのような検証は、随伴演算子を使わない他の独立な観測インパクト推定方法が必要となるためである。したがって、これらの近似の検証が必要である。

第 2 に、観測インパクトは様々な側面を持ちかつ観測固有の性質と NWP システムの両方に依存するため、様々な NWP システム上で、より多くの観測インパクト研究が必要である。いいかえれば、観測インパクトは、観測データの時空間分布、観測物理量、大気状態、予報モデルの誤差特性、同化されている観測の種類や数、誤差共分散行列の設定等に複雑に依存する。さらに、観測インパクトは確率的に振る舞う。したがって、観測インパクトを理解するためには、これらの様々な側面をカバーする研究を積み重ねることが必要である。とくに必要なのは、観測インパクトの確率的振る舞いについてのより完全な説明である。G10 及び LM14 は、BOR は 50% を僅かに超える程度で、Ehrendorfer (2007) のスカラー簡易システムでの結果と比べて、小さいことが報告されている。LM14 は BOR の結果について、彼らの 8 つの独立なモードをもった簡易モデルの数値実験結果に基づいて、4 つの可能な理由を示している。これらの理由は、観測誤差、背景誤差共分散行列の誤った設定、成長モードの解析誤差、予報の検証誤差である。しかし、さらなる研究が必要である。

本研究では、これらの不足を解消するために、まず、上述の随伴演算子を用いた評価の 4 つの近似の妥当性の直接的な検証を接線型観測インパクト評価法 (第 3 章) との比較によって行う。同手法では、随伴法と同じ量を随伴計算なしで計算可能である。接線型法は、随伴法に比べて計算コストが高いため、その代替にはならないが、随伴法の検証等には効果的である。次に、検証された

随伴評価法によって、JMA の全球 NWP システムで観測インパクト評価を実施する。

4.2 節では、随伴法と接線型法の定式化を簡単にレビューする。インクリメンタル DAS における定式化や観測インパクトの確率密度関数 (PDF) についても見る。4.3 節では、JMA の全球 NWP システムでの随伴評価法の検証と観測インパクト評価の実験デザインを記述する。実験結果について 4.4 節で述べる。最後に、結論と議論を 4.5 節で述べる。3 つの補遺 (A, B, C) では、各々、平均軌跡の精度評価、インクリメンタル DAS での随伴法の別の定式化、観測インパクトの確率的性質の詳細な導出について述べる。

4.2 理論

ここでは、観測インパクトの随伴評価法 (LB04)、接線型評価法 (第 3 章)、及び観測インパクトの確率的性質の解析的な導出について示す。

4.2.1 随伴評価法

4.2.1.1 基本定式化

随伴評価法 (LB04) の基本定式化をレビューする。はじめに、予報誤差の大きさ $J(\mathbf{x}_0)$ を計量を含む内積で定義する。

$$J(\mathbf{x}_0) \equiv (M(\mathbf{x}_0) - \mathbf{x}_{ref})^T \mathbf{C} (M(\mathbf{x}_0) - \mathbf{x}_{ref}), \quad (4.1)$$

ここで、 \mathbf{x}_{ref} は参照解析場のベクトル、 $M(\mathbf{x}_0)$ は予報モデルによる初期状態 \mathbf{x}_0 からの τ 時間予報、 \mathbf{C} は計量を決める行列である。本研究では、 τ は 24 時間 (6 時間同化窓の初期時刻から 27 時間)、 \mathbf{C} は湿潤または乾燥全エネルギー (TE) 計量 (Ehrendorfer et al. 1999)、上付き添え字 T は転置操作を表す。本章を通して、 \mathbf{C} の左側と右側のベクトルを各々、第 1、第 2 要素と呼ぶ。次に、全観測インパクト $\delta J(\delta \mathbf{x})$ を初期値の摂動 (解析インクリメント $\delta \mathbf{x}$) による $J(\mathbf{x}_0)$ の変分と定義する。

$$\delta J(\delta \mathbf{x}) \equiv J(\mathbf{x}_a) - J(\mathbf{x}_b) = (\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f)^T \mathbf{C} (\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f), \quad (4.2)$$

ここで、 \mathbf{x}_a と \mathbf{x}_b は各々、解析場ベクトルと背景場ベクトルであり、 $\mathbf{e}_a^f \equiv M(\mathbf{x}_a) - \mathbf{x}_{ref}$ と $\mathbf{e}_b^f \equiv M(\mathbf{x}_b) - \mathbf{x}_{ref}$ は各々、解析場と背景場を初期値とする予報の誤差ベクトルである。

次に、式(4.2)の第一要素 (の転置) を次式で近似する。

$$\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f \approx \mathbf{M} \delta \mathbf{x} \quad (4.3)$$

ここで、 \mathbf{M} は $M(\bullet)$ のある軌跡上での接線型モデルである。最後に、各観測データセットのインパクトは次式である。

$$\delta J(\delta \mathbf{x}) \approx \mathbf{d}^T \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \mathbf{C}(\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f) = \sum_A \delta J_A. \quad (4.4)$$

ここで、 δJ_A は観測データセット A のインパクトである。

$$\delta J_A(\delta \mathbf{x}) \equiv \sum_{p \in A} d_p \mathbf{g}_p, \quad \mathbf{g} \equiv \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \mathbf{C}(\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f), \quad (4.5)$$

ここで、 \mathbf{K} はカルマンゲイン、 \mathbf{g}_p は拡張勾配ベクトル \mathbf{g} の p 番目の要素、 d_p はD値ベクトル \mathbf{d} (観測と第一推定値の差)の p 番目の成分である。本研究では、 \mathbf{K}^T は等価な2段階の線型問題のソルバーとして、DASを修正して実装し(Trémolet 2008; Cardinali 2009a, b)、式(4.3)の \mathbf{M} の軌跡には平均軌跡を用いる。これは、平均軌跡は、Appendix Aにも示したように背景や解析場軌跡よりも高い精度をもつためである(LM14; Daescu and Todling 2009)。

ここで、4.1節で言及したように、異なる観測データセット間の交差項を見ることができる。式(4.5)はデータセット A のインパクトとして、全インパクト(4.2)において、 $(\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f)$ からデータセット A の貢献だけを取り出して導出された。

しかし、 $(\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f)$ は、全観測の寄与を含んだままなので、式(4.5)はデータセット A と他のデータセットの交差項を含んでいる。したがって、式(4.5)でデータセット A のインパクトを表すには交差項が小さいことが必要である。第3章では、輝度温度データとそのほかのデータ間の交差項は小さいことを、接線型法による交差項の直接計算で示した。第4.4節では、より完全な交差項の評価が提供される。

異なる観測データセット間の相互作用はこの他にもある。例えば、変分法バイアス補正(variational bias correction: VarBC; Derber and Wu 1998; Dee 2004)では、GNSS 掩蔽観測やラジオゾンデのような VarBC の対象外の観測は、輝度温度データの正確なバイアス補正に不可欠である。しかし、式(4.1)のTEノルムは VarBC 係数を含まないため、この相互作用は直接的には測定されない。

複数アウターループをもった DAS では、マルチアウターループ全体の観測インパクトの厳密な線型分解は不可能であるが、この場合でも、各アウターループごとに評価することや、適切な近似の下で適用すること(Trémolet 2008)、あるいは同化システムを単一アウターループに修正して適用すること(Cardinali

2009a, b) で、随伴評価法で観測インパクトの基本的な性質を見ることは可能である。本研究では、シングルアウターループの場合だけを取り扱う。

4.2.1.2 インクリメンタル DAS での定式化

インクリメンタル DAS (4.3 節及び 4.4 節に記述する実験で使用する) における随伴法の定式化を導出する。別のインクリメンタルな形 (LM14) との比較は補遺 B に記述している。インクリメンタルアプローチを用いたデータ同化 (Courtier et al. 1994) は、多くの NWP センターで使用されており、低解像度の随伴モデルは簡略化された物理過程 (インナー空間) で実行される。式(4.2)は次式のように近似できる。

$$\delta J(\delta \mathbf{x}) \equiv \tilde{\delta J}(\delta \tilde{\mathbf{x}}) \equiv \tilde{J}^a - \tilde{J}^b \equiv \tilde{\mathbf{e}}_a^{fT} \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{e}}_a^f - \tilde{\mathbf{e}}_b^{fT} \tilde{\mathbf{C}} \tilde{\mathbf{e}}_b^f = (\tilde{\mathbf{e}}_a^f - \tilde{\mathbf{e}}_b^f)^T \tilde{\mathbf{C}} (\tilde{\mathbf{e}}_a^f + \tilde{\mathbf{e}}_b^f) \quad (4.6)$$

ここで、 \tilde{X} は、アウター空間の量 X に対応するインナー空間の量とする。 $\tilde{\mathbf{e}}_a^f \equiv \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_a) - \tilde{\mathbf{x}}_{ref}$ 、 $\tilde{\mathbf{e}}_b^f \equiv \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b) - \tilde{\mathbf{x}}_{ref}$ であり、 $\tilde{\mathbf{C}} \equiv \mathbf{S} \mathbf{C} \mathbf{S}^T$ で \mathbf{S} はアウター空間からインナー空間への解像度変換演算子である。 $\tilde{M}(\bullet)$ は非線型インナー予報モデル、 \tilde{J}^a は解析を初期値とする予報誤差の大きさ、 \tilde{J}^b は背景を初期値とする予報誤差の大きさである。式 (4.4) の第一要素 $\mathbf{d}^T \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T$ は、以下で近似できる。

$$\mathbf{d}^T \mathbf{K}^T \mathbf{M}^T \approx \tilde{\mathbf{d}}^T \tilde{\mathbf{K}}^T \tilde{\mathbf{M}}^T. \quad (4.7)$$

これは、式 (4.6) を以下で近似することで導かれる。

$$\tilde{\mathbf{e}}_a^f - \tilde{\mathbf{e}}_b^f \approx \tilde{\mathbf{M}} \delta \tilde{\mathbf{x}}. \quad (4.8)$$

このように、式(4.4)のインナー空間での近似式を次式で得る。

$$\tilde{\delta J}(\delta \tilde{\mathbf{x}}) \approx \tilde{\mathbf{d}}^T \tilde{\mathbf{K}}^T \tilde{\mathbf{M}}^T \tilde{\mathbf{C}} (\tilde{\mathbf{e}}_a^f + \tilde{\mathbf{e}}_b^f) = \sum_A \delta \tilde{J}_A, \quad (4.9)$$

ここで、 $\delta \tilde{J}_A \equiv \sum_{p \in A} \tilde{d}_p \tilde{g}_p$ 、 $\tilde{\mathbf{g}} \equiv \tilde{\mathbf{K}}^T \tilde{\mathbf{M}}^T \tilde{\mathbf{C}} (\tilde{\mathbf{e}}_a^f + \tilde{\mathbf{e}}_b^f)$ である。インナー空間の D 値ベクトルは、通常、アウター空間のそれで近似する。つまり、 $\tilde{\mathbf{d}} \equiv \mathbf{d}$ である。

(4.9)式で評価される各観測データセットのインパクトの検証のためには、式(4.5)との比較が必要である。式(4.1)で定義される予報誤差の大きさは、インナー空間とアウター空間では、予報モデルの解像度や物理過程の違いにより異なるので、この比較は各データセットの相対寄与を使ってなされる。次項で見ると、式 (4.5) は接線型法で計算できる。

4.2.2 接線型評価法

4.2.2.1 基本定式化

ここでは、接線型法（第3章）によって、 δJ を定式化する。接線型法は随伴法に比べて計算コストが高いため、その代替にはならないが、随伴法の検証には有用である。はじめに、解析インクリメントベクトルは、部分解析インクリメントベクトル (partial analysis increment vector : PIV) の重ね合わせで表される。

$$\delta \mathbf{x} = \sum_A \delta \mathbf{x}^{*A}. \quad (4.10)$$

ここで、 $\delta \mathbf{x}^{*A}$ は観測データセット A の PIV であり、部分 D 値ベクトル (partial departure vector: \mathbf{d}^{*A}) を使って次式で定義される。

$$\delta \mathbf{x}^{*A} \equiv \mathbf{K} \mathbf{d}^{*A}, \text{ and } d_p^{*A} \equiv \begin{cases} d_p, & p \in A \\ 0, & p \notin A \end{cases}. \quad (4.11)$$

ここで、 d_p^{*A} は \mathbf{d}^{*A} の p 番目の要素である。第2に、データセット A の非線型観測インパクトを次式で定義する。

$$\delta J_{NL}^A \equiv \delta \mathbf{x}^{f*AT} \mathbf{C}(\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f), \quad (4.12)$$

ここで、 $\delta \mathbf{x}^{f*A} \equiv M(\mathbf{x}_b + \delta \mathbf{x}^{*A}) - M(\mathbf{x}_b)$ は、時間発展した PIV である。

最後に、全非線型観測インパクトは次式で与えられる。

$$\delta J_{NL} \equiv \sum_A \delta J^A = \sum_A \delta \mathbf{x}^{f*AT} \mathbf{C}(\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f). \quad (4.13)$$

非線型インパクトである式 (4.12)、(4.13)は予報モデルの接線型近似が妥当でない場合でも意味を持つ。予報モデルの接線型近似が妥当な時は、予報誤差の差は時間発展した PIV に分解できる。

$$\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f \equiv \sum_A \{M(\mathbf{x}_b + \delta \mathbf{x}^{*A}) - M(\mathbf{x}_b)\} = \sum_A \delta \mathbf{x}^{f*A}.$$

式(4.13)は、式(4.4)と同様に全観測インパクトの線型分解という意味をもつことになる。

式(4.12)の表現は、予報モデルやカルマンゲインの随伴演算子を含まない。アウター空間での任意の観測データセットのインパクトは 式(4.12)を使って計算できる。インナー空間で近似計算された観測インパクトの妥当性もこの式で評価できる。インクリメンタル DAS では、アウター空間の解析インクリメントは次式で与えられることに注意する。

$$\delta \mathbf{x} = \mathbf{U} \delta \tilde{\mathbf{x}}.$$

ここで、 \mathbf{U} はインナー空間での解析インクリメント $\delta \tilde{\mathbf{x}}$ をアウター空間に変換する。

4.2.2.2 インクリメンタル DAS での定式化

インクリメンタル DAS での接線型法を 4.2.1.2 項の随伴法に対応する形で導出する。これは第 4.3、4.4 節の実験で使用される。

式(4.12)は、インナー空間で次式で近似される。

$$\delta \tilde{J}_{NL}^A = \delta \tilde{\mathbf{x}}^{f^*A T} \tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{e}}_a^f + \tilde{\mathbf{e}}_b^f), \quad (4.14)$$

ここで、 $\delta \tilde{\mathbf{x}}^{f^*A} \equiv \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b + \delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A}) - \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b)$ は、インナー空間での時間発展した PIV である。式(4.13)のインナー空間での近似式は次式で与えられる。

$$\tilde{J}_{NL} \equiv \sum_A \delta \tilde{J}_{NL}^A = \sum_A \delta \tilde{\mathbf{x}}^{f^*A T} \tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{e}}_a^f + \tilde{\mathbf{e}}_b^f). \quad (4.15)$$

式(4.12)、式(4.13)と同様に、非線型インパクト である式(4.14)、式(4.15)は、インナー予報モデルの接線型近似が成り立たない場合でも意味を持つ。インナー予報モデルの接線型近似が妥当な時は、予報誤差の差は時間発展して PIV に分解できる。

$$\tilde{\mathbf{e}}_a^f - \tilde{\mathbf{e}}_b^f = \sum_A \{ \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b + \delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A}) - \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b) \} \equiv \sum_A \delta \tilde{\mathbf{x}}^{f^*A}. \quad (4.16)$$

式(4.14)は予報モデルやカルマンゲインの随伴演算子を含まない。したがって、随伴法で \mathbf{K} と \mathbf{M} の随伴演算子を用いて評価された観測インパクトの妥当性は、(4.14)式で評価したインパクトと比較することで評価できる。

予報モデルの接線型近似が妥当な場合は、次式である。

$$\tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b + \delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A}) - \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b) \equiv \tilde{\mathbf{M}} \delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A}, \quad (4.17)$$

このとき、非線型インパクト (4.14)は次式で近似できる。

$$\delta J^A = (\delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A})^T \tilde{\mathbf{M}}^T \tilde{\mathbf{C}}(\tilde{\mathbf{e}}_a^f + \tilde{\mathbf{e}}_b^f). \quad (4.18)$$

この表現は線型であるので、下付き添え字 NL を除いた。(4.18)式は(4.9)式と同じ量を \mathbf{K} の随伴演算子なしで計算するので、これら 2 つの計算結果を比較することで、 \mathbf{K} の随伴演算子のチェックができる。第 4.4 節では、式 (4.18)を \mathbf{K} の随伴演算子のチェックに、式(4.14)を \mathbf{M} 随伴演算子のチェック (予報モデルの接線型近似のチェック)に、式(4.12)を随伴法のインクリメンタルアプローチのチェックに使用する。

異なる観測データセット間の交差項を持たないように修正した観測インパクトを次式で考えることもできる。

$$\tilde{\delta J}_{noif}^A = (\delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A})^T \tilde{\mathbf{M}}^T \tilde{\mathbf{C}} (\tilde{\mathbf{e}}_a^{f^*A} + \tilde{\mathbf{e}}_b^f), \quad (4.19)$$

ここで、 $\tilde{\mathbf{e}}_a^{f^*A}$ は初期値 $\tilde{\mathbf{x}}_b + \delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A}$ からスタートした予報の誤差である。式(4.19)は時間発展した PIV ($\tilde{\mathbf{M}}\delta \tilde{\mathbf{x}}^{*A}$) と予報誤差ベクトルの和 ($\tilde{\mathbf{e}}_a^{f^*A} + \tilde{\mathbf{e}}_b^f$) の 2 つのベクトルの内積であり、両ベクトルともデータセット A の情報だけを持っている。したがって、式(4.19)はデータセット A と他のデータセットの交差項を含まない。

4.2.3 δJ の PDF

δJ の確率的な性質 (G10、LM14) をよりよく理解するために、 δJ の PDF のスカラー近似理論を解析的に導出する。これはシンプルなアプローチであるが、実際の DAS についてのいくつかの基本的な性質の正しい理解はこのようなスカラー理論で得られてきた。例えば、精度の低い観測は精度の高い観測よりも解析場への影響は小さいことなどである。Ehrendorfer (2007) は、 δJ の PDF を彼らのスカラーシステムのモンテカルロシミュレーションに基づいて得た。

はじめに、現実の DAS のスカラー近似を導出する。ある特定の一つの観測 (p 番目の観測) によって生成される解析インクリメントを次式のように近似する。

$$\delta x_{\hat{p}} = K_{\hat{p},p} d_p. \quad (4.20)$$

\hat{p} は \hat{p} 番目の解析場の自由度で、 $|H_{p,\hat{p}}|$ を最大にするとする。ここで、解析場の自由度とは、解析場に含まれる全格子点での全変数を指す。 $H_{p,\hat{p}}$ は \mathbf{H} の (p, \hat{p}) 番目の要素、 $K_{\hat{p},p}$ は \mathbf{K} の (\hat{p}, p) 番目の要素である。 $H_{p,\hat{p}}$ は観測空間での第一推定値の第一推定値に対する勾配なので、 \hat{p} は解析場の自由度の中で最も観測空間の第一推定値に影響する自由度である。解析場と同じ自由度を持つすべての量は同様にそれらの \hat{p} 番目の要素で近似する。例えば、カルマンゲインは次式で近似される。

$$\begin{aligned} K_{\hat{p},p} &= \sum_{j,q} B_{\hat{p},j} H_{q,j} D_{q,p}^{-1} d_p \\ &\approx B_{\hat{p},\hat{p}} H_{\hat{p},p} (H_{p,\hat{p}} B_{\hat{p},\hat{p}} H_{p,\hat{p}} + R_{p,p})^{-1}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

ここで、 $B_{k,l}$ は背景誤差共分散行列 \mathbf{B} の (k,l) 番目の要素であり、 $R_{p,q}$ と $D_{p,q}$ は

各々、観測誤差共分散行列 \mathbf{R} と \mathbf{D} 値の共分散行列 \mathbf{D} の (p, q) 番目の成分である。解析誤差共分散行列の近似式は次式である。

$$A = \left(\mathbf{1} - \mathbf{B}\mathbf{H}(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{H} \right) \mathbf{B} = \left(\frac{(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H} + \mathbf{R}) - \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}}{(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H} + \mathbf{R})} \right) \mathbf{B} \quad (4.22)$$

$$= \left(\frac{R}{(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H} + \mathbf{R})} \right) \mathbf{B} = \left(\frac{r_{og}^2}{1 + r_{og}^2} \right) \mathbf{B}, \quad r_{og} \equiv \sqrt{\frac{R}{\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}}}$$

ここで、すべての行列はスカラー近似では一つだけしか要素を持たないので、下付き添え字 \hat{p}, p は、簡略化のために削除した。 r_{og} は、観測誤差の標準偏差

(Standard Deviation: SD) と観測空間での背景誤差 SD の比である。 \hat{p} は別の定義を使うことも可能である例えば、 \mathbf{PIV} や \mathbf{H} の方向の成分を取るなどである。

式(4.20)は、各観測について考えることができる。つまり、各観測はそれぞれのスカラー量 (SQ) を持っている。例えば、カルマンゲイン、観測演算子、誤差誤差共分散行列などを持っている。すべての観測について SQ が均一であると仮定する場合を 0 次近似と呼ぶこととする。同じ観測データセットについてだけ SQ が均一であると仮定する近似を 1 次近似と呼ぶ。1 次近似ではデータセットごとの SQ の違いは考慮される。これらの近似の下では、実際の DAS は、(4.20) 式の独立なスカラーシステムの集合として扱える。これは物理学におけるいわゆる平均場近似であり (Greiner *et al.*, 1995)、相互作用を含む多体問題を有効 (あるいは平均) 相互作用下での一体問題で置き換える。この節の残りでは、簡単のため、解析や予報変数の単位としてはエネルギーの平方根を用いる。

次に、スカラー近似(4.20)のもとで、 δJ の PDF を解析的に導く。以下の導出の詳細な記述は補遺 C に示されている。背景及び観測誤差の PDF がガウス分布であり、かつ、予報モデルが接線型性を持つとき、解析や背景場からスタートした予報の誤差の 2 乗の PDF は、次式のようにガンマ分布をする。

$$Z(e_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left(-\frac{e_a^2}{2\sigma_a^2}\right) (e_a^2)^{-1/2}, \quad Z(e_b^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left(-\frac{e_b^2}{2\sigma_b^2}\right) (e_b^2)^{-1/2}, \quad (4.23)$$

ここで、 e_a と e_b は各々、解析場と背景場を初期値とする予報の予報誤差であり、 σ_a と σ_b は各々、 e_a と e_b の SD である。 δJ の PDF はガンマ分布にしたがう 2 つのランダム変数の差として、畳み込みを使って次式のように得られる。

$$P(\delta J) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \exp\left(\frac{\delta J}{2\sigma_b^2}\right) \int_{\delta J}^{\infty} dx \exp\left(-\frac{(\sigma_b^2 + \sigma_a^2)x}{2\sigma_a^2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x - \delta J)^{-1/2} & , \delta J > 0 \\ \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \exp\left(\frac{\delta J}{2\sigma_b^2}\right) \int_0^{\infty} dx \exp\left(-\frac{(\sigma_b^2 + \sigma_a^2)x}{2\sigma_a^2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x - \delta J)^{-1/2} & , \delta J \leq 0 \end{cases},$$

(4.24)

ここで、積分変数 $x \equiv e_a^2$ である。したがって、 δJ の PDF は $\delta J = 0$ に対して非対称である。

最後に、BOR は次式のように導出される。

$$BOR \equiv \int_{-\infty}^0 P(z) dz = \frac{1}{2\pi r_{ab}} \int_{-\infty}^0 dg \exp\left(\frac{g}{2}\right) \int_0^{\infty} dy \exp\left(-\frac{(1/r_{ab}^2 + 1)y}{2}\right) y^{-1/2} (y - g)^{-1/2}$$

(4.25)

ここで、 $r_{ab} \equiv \sigma_a / \sigma_b$ は時間発展した背景誤差と解析誤差の SD の比であり、積分変数は $g \equiv \delta J / \sigma_b^2$ 及び $y \equiv e_a^2 / \sigma_b^2$ である。BOR の基本性質は式(4.25)から導かれる。まず、BOR は r_{ab} だけに依存する。 r_{ab} は(4.22)式の r_{og} で書けるので、解析場を初期値とする予報の誤差成長率の背景場を初期値とする予報のそれに対する比を Λ とすると、BOR は r_{og} と Λ だけに依存するとも言える。 $r_{og} \gg 1$ のとき (観測誤差 SD が背景誤差 SD よりずっと大きい) は、 $\sigma_a \approx \sigma_b$ で $r_{ab} \approx 1$ であるので、式(4.25)から BOR は 50% に漸近する。 $r_{og} \approx 0$ のとき (つまり $\sigma_a \ll \sigma_b$ で $r_{ab} \approx 0$) は、式(4.25)から BOR は 100% に漸近する。さらに、 $r_{ab}^2 = \sigma_a^2 / \sigma_b^2 = \Lambda^2 r_{og}^2 / (1 + r_{og}^2)$ は $r_{og} \gg 1$ で広い台を持つので、BOR もまた広い台をもち、50% より僅かに大きい値を維持し、これは様々な NWP センターの DAS をカバーするのに十分広い (第 4.4 節参照)。これらの解析的に導出された理論的な結果は第 4.4 節で実験結果を考察する際に使用する。そこでは特に言及しない限り簡単のため Λ は 1 を仮定する。Daley and Ménard (1993) は $\Lambda = 1$ のもとでデータ同化システムの研究例である。彼らは線型の一次元移流拡散モデルを用い、予報誤差成長率は粘性だけに依存させている (したがって $\Lambda = 1$)。実際の気象では、誤差成長率は気象状態に依存し、 Λ は 1 より小さいだろう。なぜならば、DAS での解析によって成長モードがある程度除かれるためである。これは、 r_{ab}^2 を減じるように働く。この効果については第 4.4 節の終わりで考察する。

4.3 実験デザイン

2種類の数値実験を JMA の全球 NWP システム(JMA 2013)上で実施する。随伴法の線型法による検証実験と随伴法による観測インパクト評価実験である。NWP モデルは、セミラグランジアン移流スキームを持つスペクトルモデルである。三角切断の最大波数は、959 であり、線型格子を用いており、水平解像度は赤道上でおよそ 20 km である。鉛直層数は 100 で、モデルトップは 0.01 hPa である。DAS は、インクリメンタル形式の 4D-Var であり、一つのアウターループを持つ。インナーモデルの最大波数は 319 (水平解像度およそ 60km) であり、鉛直解像度等その他はアウターモデルと同じである。同化される観測データセットは表 4.1 にまとめた。観測インパクト評価は実験開始時刻 (2014 年 7 月 20 日 00UTC) から 12 日間のスピニアップ後の 40 日の期間で 00UTC 解析について実施した (2014 年 8 月 1 日から 2014 年 9 月 9 日)。接線型法による随伴法の検証は、ランダムに選んだ一解析時刻 (2014 年 8 月 14 日 00UTC) について実施した。随伴法に用いる随伴モデルは、湿潤過程を含み、随伴計算の軌跡には平均軌跡を用いる。24 時間予報の計算では湿潤及び乾燥 TE を用い、すべてのモデル層を使用した。観測データは、表 4.1 に記載したデータセットに区分した。観測インパクトのいくつかの解析では、以下の統合データセット名も使用した。TBB はすべての輝度温度観測データを指し、CNV は TBB と GPSRO 以外のすべてのデータを指す。

4.4 結果

本節では、実験結果を示す。観測インパクト (J/Kg) の負 (正) の値、及び、相対観測インパクト (%) の正 (負) の値は、観測が予報誤差を減少 (増加) させたことを意味する。

4.4.1 検証と観測インパクトの基本的な性質

図 4.1 は、湿潤 TE を用いて計算した予報誤差と観測インパクトである。背景場を初期値とする予報の誤差 (\tilde{J}^b 式(4.6)) と解析場を初期値とする予報の誤差 (\tilde{J}^a 式(4.6)) は、各々、11.50 J/kg 及び 9.76 J/kg である。(4.6)式で計算した全観測インパクトの期間平均は-1.74 J/kg、(4.9)式で計算した全観測インパクトは-1.75 J/kg である。これらの 2 つの全観測インパクトの違いは 1.7% である。解析での平均的な予報誤差の減少は 15% である。これらの結果は LM14 と比べることができる。LM14 の背景場及び解析場を初期値とする予報の誤差は、各々、12.0 J/kg と 9.0 J/kg であり、全観測による予報誤差の減少は 24.8% である。したがっ

て、JMA の全観測のインパクトは、UKMO(LM14)より小さい。しかし、LM14 はこれらの量を別の定式化（補遺 B に示した式(B1)）で計算しており、補遺 B に述べているようにこの違いは定性的には式 (B1)と式(4.6)の違いで説明できる。実際、JMA のシステムを式 (B1)で評価した場合は、解析による予報誤差減少は 24.1%に増加する。これは実験期間からランダムに選択した 5 日の解析（00UTC 1, 8, 10, 14, 30 AUG 2014）について計算した平均値である。LM14 では、式(B1)と式(B3)で計算した全観測インパクトの違いは 2.8%であり、JMA の場合の 1.7% よりもわずかに大きい。これは定性的には、補遺 B に述べた式(B3)と式(4.9)の違いと整合的である。

図 4.1 は観測インパクトの重要な基本性質を示しているが、2 点に注意が必要である。第 1 に、上述の非線型予報モデルと随伴モデルを使って計算した 2 つの δJ の非常に良い一致は、 δJ が全球で積分した量であるためであり、接線型モデルが各格子でこのような精度を持つことを意味するものではない。第 2 に、我々が知りたいのは、全観測インパクトではなく、（以下で示される）各観測データセットのインパクトである。

図 4.2 は、随伴評価法（式(4.9)）と接線型法で計算された観測インパクトである。予報誤差は、湿潤 TE ノルムで評価した。接線型法の計算は通常接線型法 (TL: (4.14))、アウター解像度による接線型法 (TL-OUTER: (4.12))、モデルの随伴演算子を使った接線型法 (TL-MT: (4.18))、交差項を除いた接線型法 (TL-NOCROSS: (4.19))で行った。これらの計算は、ランダムに選んだ 1 つの解析 (00UTC 14 Aug 2014)について行った。異なる手法で計算した相対的な観測インパクトは良く対応することがわかる。随伴法と各接線型法の相関は 0.97 を超えている。この結果は、随伴法の 4 つの近似は相対的な観測インパクトを評価するのに十分な精度を持つことを示している。TL と TL-OUTER の非線型性はともに 8%程度であり、TL-NOCROSS の非線型性は 13%よりも小さい。TL-NOCROSS の大きな非線型性は、異なる観測データセットの PIV が平均的には互いに整合的であることを示している。これらの結果は、(4.9)式に基づく随伴法は、相対的な観測インパクト評価に十分な精度を持つことを示している。

図 4.3 は、随伴法で乾燥及び湿潤 TE ノルムで計算した観測インパクトの実験期間の平均である。湿潤ノルムでインパクトの大きいデータセットは、Advanced Microwave Sounding Unit-A (AMSU-A) (32.3%)、SONDE (17.3%)、AVIATION (10.3%)、AMVs (sum of AMV_POL and AMV_GEO; 9.1%)、SURF (9.7%)、HSS (7.7%)であり、続いて GPSRO、CSR、SCAT は各々 3%程度である。これらの結果を LM14 や CH14 と比較する。LM14 では、大きなインパクトを持つデータセ

ットは、AMSU-A (26.8%)、HSS (IASI+AIRS; 20.4%)、SONDE (TEMP+PILOT+Dropsonde; 13.6%)、SURF (SYNOP, SHIP, Buoy; 11.7%)、AVIATION (9.6%)、AMV (6.5%)である。JMA と UKMO で最も大きな違いは、HSS のインパクトが UKMO の方がかなり大きく、一方で AMSU-A 及び SONDE のインパクトは JMA の方がかなり大きい。HSS のインパクトが JMA で相対的に小さいことの理由として、同化されているチャンネルが対流圏上層から成層圏に感度のあるチャンネルに限定されていることがある (Okagaki 2015)。ECMWF (CH14) では、インパクトの大きなデータセットは、AMSU-A (21%)、HSS (20%)、GPSRO (10%)、AVIATION (10%)、AMV (6%)、SONDE (5%)、SURF (5%)である。したがって、HSS のインパクトは UKMO と同程度に大きく、GPSRO のインパクト (10%) は、JMA (3.4%)や UKMO (2.7%)よりかなり大きい。ECMWF ではまた、湿度に感度のあるマイクロ波センサ (MWI, MHS, SSMIS) のインパクトも UKMO や JMA より大きい。さらに、ECMWF でのこれらの観測のインパクトは、全天候同化により 2013 年以降、明瞭に増加している (Geer et al. (2017))。JMA の同化システムでは、TBB をはじめとする遠隔観測の ECM に対して特に大きな観測誤差膨張を行っているため (Ishibashi 2010; 第 5 章)、上述の HSS、GPSRO、湿度に感度のあるマイクロ波センサのインパクトが小さいことの要因の一つとして考えられる。

次に湿潤 TE と乾燥 TE による観測インパクトの違いを見てみる。乾燥 TE ノルムによる評価に於いて、湿潤 TE ノルムによる評価に比べて相対インパクトが減少した観測データセットは、SONDE、SURF、SCAT、CSR、SSMIS、MWI、MHS であり、増加したデータセットは、AMSU-A、GPSRO、AVIATION、AMV である。つまり、湿潤 TE ノルムでは、水蒸気の情報を持った観測や大気下層の観測のインパクトが増加している。湿潤 TE ノルムでの湿潤項の寄与は 30%程度である。しかし、これらの 2 つのノルムによる相対観測インパクトの違いは小さい。したがって、先行研究の観測インパクトとの比較を図 4.3 で見たような全体的な性質について行う場合は、異なる TE ノルムを直接比較することが可能である。これは、大気中の水蒸気的重要性は、相変化に伴う潜熱の開放 (吸収) による加熱 (冷却) を通じた力学場への強い影響にあり (Dutton 1986)、この効果は乾燥 TE ノルムで測ることができるためである。逆に、力学場は水蒸気の寄与を強く拘束している。以降は特に言及しない限り湿潤 TE の結果について述べる。

4.4.2 観測インパクトの新しい性質、及びシステムに依存した性質

図 4.4 は、随伴法で湿潤ノルムを使って評価した領域別の観測インパクトの実験期間全体の平均である。北半球 (NH) の AMSU-A のインパクトは南半球 (SH)

のそのの半分より小さい。これと対照的に、SONDE や AVIATION の NH のインパクトは、SH よりかなり大きい。これらの結果は、冬半球の相対的に大きな予報誤差やこれらの観測データセットの地理的な分布でおおよそ説明できる。さらに、JMA の DAS での TBB についての相対的に大きな観測誤差膨張 (Ishibashi, 2010) もまた観測インパクトに影響している。熱帯 (TP) の観測の寄与が最も大きい観測の種類は、水蒸気に感度のあるセンサー (MWI, MHS, SSMIS, CSR) や AMV_GEO である。これらの結果は、観測データと水蒸気の地理的分布による。

図 4.5 は、GPSSRO のインパクトの高度分布の実験期間中の平均である。インパクトのピークは 13 km 付近にあり、それより上層ではいくつかの極小や局所的な負のインパクトがみられる。このピーク高度は、ECMWF (CH14)や UKMO (LM14)の先行研究と整合的である。ピークより上層のインパクトが小さいことは LM14 でも報告されているが、ECMWF では正のインパクトが単調減少していることとは対照的である。JMA と ECMWF はともに、GPSRO を屈折角で同化しており、予報モデルのトップも 0.01 hPa で等しい。また、Cardinali (2009b)は鉛直層数が 91 層の NWP モデルでの GPSRO のインパクトも CH14 と同様であることを報告している。したがって、NWP モデルのこれらの仕様の違いだけでは GPSRO のインパクトの違いを説明できない。

図 4.6 は、AIRS と IASI の観測インパクトと観測数のチャンネル分布の実験期間の平均である。データ数は相対的に波長の長いチャンネルの方が短波のチャンネルよりも多いが、AIRS と IASI とともにインパクトの主要な部分は短波チャンネルからきていることがわかる。短波のチャンネルは相対的に下層に感度がある。このような分布は Cardinali (2009b)と同様である。一方で、Cardinali (2009b)では水蒸気に感度のあるチャンネルや窓チャンネルも正のインパクトをもっているが、これらのチャンネルは JMA では同化されていない。ECMWF での相対的に大きな HSS のインパクトの一部はこれらのチャンネルからきている。

図 4.7 は、AMSU-A のチャンネルごとのインパクトと観測数の実験期間中の平均である。主なインパクトは、対流圏や成層圏下層を観測しているチャンネル (4 から 9 チャンネル) からきており、インパクトの最大はチャンネル 6 にある。成層圏を観測するより上層に感度のあるチャンネル(チャンネル 10 から 14)のインパクトは小さいが正である。これらの結果を G10 と比較する。JMA でみられた特徴は、チャンネル 4 のインパクトが JMA の方がかなり大きいことや上層のチャンネル (12,13,14) が G10 では同化されていないことを除けば、両者は整合的である。LM14 では AMSU-A のインパクトのチャンネル分布は示されていないが SSMIS については示されている。これらのセンサーは同一の周波数のチャンネルをもつため、2 つのセンサの対応するチャンネルを比較できる。

AMSU-A のチャンネル 4, 5, 6, 8, 9 が SSMIS のチャンネル 2, 3, 4, 5, 6 に各々対応する。LM14 は、SSMIS のチャンネル 2 (AMSU-A のチャンネル 4 に対応) の大きなインパクトを示しており、JMA の結果と整合する。一方で、LM14 のインパクトのチャンネル分布は、G10 や JMA に比べてより下層のチャンネルにインパクトの比重がある。

図 4.8 は、データ同化窓内での観測インパクトの時間分布である。GPSRO と TBB については、遅い時間の観測のインパクトが早い時間より大きいことがわかる (図 4.8(a))。CNV については、観測が解析時刻に集中するため最大のインパクトは解析時刻にあるが、各時刻のデータ数で規格化したインパクトで見ると GPSRO や TBB と同様の時間分布がみられる (図 4.8(b))。これは、D 値 (観測と予報の差) の大きさは、図 4.8(c) に AVIATION と AMSU-A について示したように、早い時刻より遅い時刻の方が大きく、そのため DAS はより多くの情報 (特に第一推定値に含まれる成長モードの誤差についての情報) を遅い時間の観測から得られるためである。最後に、観測インパクトへのモデル誤差の影響を考える。強い拘束の 4D-Var の仮定が成り立たない場合、つまりモデル誤差が初期値誤差の成長よりも支配的な場合、データ同化窓の遅い時間の観測のインパクトは小さくなると考えられる。結果として、同化窓内の観測インパクトの時間分布は、図 4.8(b)とは異なり、同化窓内のどこかの時刻 (最後ではない) にピークを持つだろう。したがって、図 4.8 の結果は、強い拘束の 4D-Var の仮定が成り立っていることも示唆している。

図 4.9 は、AMSU-A と AVIATION について、観測インパクトと観測数の地理的な分布を示している。AVIATION の分布は、空港付近の鉛直プロファイル観測だけでなく、巡航高度でのほぼ一定高度の観測も予報精度に寄与していることを示している。地理分布は、図 4.4 に示した SH での相対的に小さなインパクトを説明する。AMSU-A のインパクト分布は、AVIATION とは対照的に、概ね一様で正の予報精度への寄与となっている。しかし、いくつかの負のインパクトの領域がある。これらの領域は観測数の少ない領域とは対応していない。したがって、単にサンプリングエラーによるものではなく、データ使用法や NWP システムのそのほかの問題を示唆する可能性がある。AMSU-A のインパクトはまた大陸上のいくつかの領域で小さいことがわかる。一つの理由は、地表気温や射出率の推定精度が不十分なため、これらに感度のあるチャンネルが十分に同化されていないことがある。チャンネル 4, 5 は陸上では同化されていない。しかしこれは原因のすべてではない。図 4.9(e)及び 9(f)は、チャンネル 7 のインパクトと観測数の地理分布である。このチャンネルは地表面状態に強く依存しないが、図 4.9(c)と同様の傾向を見ることができる。陸上での AMSU-A のインパクトが小さいことの別の理由として、SONDE などの従来型観測に比べて、

AMSU-A には大きな観測誤差膨張が与えられていることが考えられる。これらの領域では、AMSU-A からより大きな寄与が可能であると期待できる。

4.4.3 観測インパクトの PDF

図 4.10 は、観測インパクトの確率的な性質を示している。パネル(a)は、各観測データセットの BOR である。すべての観測の BOR は 50%をわずかに超える程度であることがわかる。全観測データセットでの BOR の平均は 51.1%である。これらの結果は先行研究 (LC14; G10) と整合的である。CNV に属する各データセットの BOR は 52%以上であるが、TBB や GPSRO に属するデータセットでは、水蒸気に感度のあるマイクロ波センサ (MWI, MHS, SSMIS) を除き、52%より小さい。BOGUS の BOR はほかの実観測と比べて大きい。これらのデータセットごとの BOR の違いは、LM14 や G10 と共通ではない。したがって、これらの結果は、同化されている観測データセットや観測誤差標準偏差の設定値、予報モデルのバイアスなど各 NWP システムの性質を反映している可能性がある。

図 4.10(b)は各データセットの δJ の SD である。CNV の SD は TBB や GPSRO よりおおむね大きいことがわかる。したがって、CNV の SD と BOR はともに TBB や GPSRO よりも大きいと言える。図 4.10(c)は、AMSU-A と SONDE の観測インパクトの累積分布関数 (cumulative distribution function: CDF) である。CDF はこれらのデータセットについてよく似ている。図 4.10(d)は、AMSU-A と SONDE の観測インパクトの PDF である。PDF は $\delta J = 0$ に対して非対称であり、非対称性は δJ の大きさとともに大きくなることがわかる。これらの性質はスカラー理論と整合的である (補遺 C の式(C6)参照)。

図 4.11 はスカラー理論 (式(4.24)) から導出された CDF と PDF であり、背景誤差と解析誤差の SD の比は、JMA のシステムで Desroziers et al. (2005)の方法で診断されたすべての観測の平均値が与えられている。これらの結果は、おおむね図 4.10(c)、4.10(d)の実験結果と整合的である。観測インパクトの基本的な確率的な性質はスカラー理論で説明できることがわかる。

図 4.12 は、実データの実験とスカラー理論で得られた確率的性質の比較を示している。図 4.12(a)と(b)は、JMA の DAS の平均的な BOR とスカラー理論 (式(4.25)) から導出されたそれを示している。スカラー理論に与える背景誤差と解析誤差の SD の比は、各観測データセットについて JMA のシステムで Desroziers et al. (2005)の方法で診断された値が与えられている。スカラー理論で計算された全データセットの平均 BOR は 51.9%である。この値は実際の値 51.1%に近い。スカラー理論はまた、DIREC の方が REMOTE より大きな BOR を持つことも説明している。しかし、スカラー理論では実際より数%大きな BOR が計算されて

いる。

第一推定の誤差と観測誤差の SD の比 (r_{og}^{-1} , 式(4.22)) は図 4.12 (c) に示されている。DIRECT と REMOTE の BOR の差は、これらのデータセットの SD 比に対応しており、スカラー理論はこれらのデータセットの差を表現できている。 r_{og}^{-1} の値は、DIRECT と REMOTE とともに 1 より小さい。このような小さな比の値は、輝度温度観測の観測誤差共分散行列の先行研究での診断研究と整合する (Bormann and Bauer, 2010, Bormann *et al.* 2016)。したがって、先行研究 (G10, LM14) での $r_{og} = 1$ としたスカラー理論に比べて小さな BOR の理由は、実際の DAS ではこの比が 1 より大きく、つまり、現在の NWP システムの第一推定理は平均的には観測データよりも高精度であるためである。

図 4.12(d)は、DAS で設定されている観測誤差 SD と第一推定値の SD の比を示している。これらの比は r_{og}^{-1} (図 4.12 (c)) よりも小さいことがわかる。スカラー理論に $r_{og} = 1$ の代わりにこの比を与えれば、より小さな BOR が計算される。図 4.12(e)と(f)は、 δJ の SD について実データとスカラー理論 (C10) の計算結果を示している。結果は概ね整合的であることがわかる。図 4.12(g)は、BOR をスカラー理論で SD 比 (r_{og}) の関数として計算したものである。BOR は大きな r_{og} の値で広い台を持っており、図 4.10(a)ですべての観測データセットが 50%をわずかに超える BOR を持つことを説明している。

BOR は、実際の J^a と J^b の比からも計算できる。図 4.1 の説明で述べたように、この比としては 2 つの値があり、アウターモデルの計算では 75.2%、インナーモデルの計算では 85%である。これらの値をスカラー理論に入れて計算した BOR は、各々、54.3% と 52.3%である。これらの値は実際の値 51.1%と近いが、実際の値や上述のスカラー理論の計算結果よりも数%大きい。後者の過大は、 $\Lambda < 1$ で自然に説明できる。前者はスカラー理論を観測全体に一定の r_{og} を与えて適用することの限界を示唆している (第 4.2.3 節参照)。

本項の結果は、簡単なスカラー理論で NWP システムでの観測インパクトの確率的性質の半定量的な説明ができることを示している。これは、これらの統計的な性質がスカラー理論でも考慮されているような DAS の基本的な性質によって決まっているという事実によると考えられる。実際、本項及び先行研究で実データについて計算された統計量は、各観測データセットについて統計量の時空間一様性を仮定して計算されており、これらの仮定はスカラー理論を導出す

るときに使われた仮定と同じ種類のものである (4.2.3 項)。さらに、BOR は図 4.12(g)に示したように広い台を持つので、理論に与えるパラメータの詳細には依存しない。

4.5 まとめと議論

本章では、はじめに随伴法と接線型法の基本定式化をレビューし、これらの手法のインクリメンタル形式の同化システムでの定式化を導出した。また、観測インパクトの PDF のスカラー理論を実際の DAS の第一次近似として解析的に導出した。JMA の全球 DAS で実施した随伴法の検証と観測インパクト評価の結果は以下である。

- (i) 随伴法で評価した観測インパクトと 4 つのタイプの接線型法 (TL, TL-OUTER, TL-MT, TL-NOCROSS) はよく整合し、相関係数は 0.97 を超えた。したがって、随伴法で用いられる 4 つの近似は妥当である。
- (ii) スカラー理論は、実際の DAS における観測インパクトの PDF や BOR のような主な確率的性質を説明できる。実験結果と理論推定の間には小さな違いがある。
- (iii) 観測インパクトの性質で先行研究と共通するものは以下である。
 - (a) インパクトの大きな観測データセットは、AMSU-A, SONDE, AVIATION, AMVs, SURF, HSS, GPSRO である。
 - (b) GPSRO のインパクトは 13km 付近にピークを持つ。
 - (c) HSS のインパクトのチャンネル分布は、短い波長 (下層に感度のある) チャンネルが長波長のチャンネルよりも大きな正のインパクトを持つ。
 - (d) AMSU-A のインパクトのチャンネル分布は、主な寄与は対流圏から成層圏下層を観測するチャンネル 4 から 9 にある。
- (iv) 観測インパクトの新しい性質、及び NWP システムに依存した性質として以下がある。
 - (a) 高度 13km より高層の GPSRO のインパクトは、LM14 と同様に ECMWF (CH14; Cardinali (2009b)) より小さい。
 - (b) HSS のインパクトは先行研究 (CH14; Cardinali, 2009b; LM14) に比べて小さい。JMA システムでの同化されているチャンネル数が少ないことが要因の一つである。
 - (c) 水蒸気に感度のある輝度温度観測の JMA でインパクトは ECMWF よりも小さい。
 - (d) AMSU-A のインパクトの下層のチャンネル (4, 5) の寄与は JMA や UKMO で G10 よりも大きい。

- (e) AVIATION のインパクトは、空港付近の鉛直プロファイル観測だけでなく、巡航高度の観測でも大きい。
- (f) AMSU-A のインパクトは一様に近く正であるが、いくつかの負のインパクト領域がある。また、AMSU-A の陸上でのインパクトは海上よりも小さい。
- (g) SH の AMSU-A のインパクトは NH の倍以上である。
- (h) データ同化窓の遅い時刻の観測のインパクトは早時刻のそれよりもかなり大きい。
- (i) JMA の同化システムでは、TBB をはじめとする遠隔観測の ECM に対して特に大きな観測誤差膨張を行っていること (Ishibashi 2010; 第 5 章) が、上述の HSS、GPSRO、湿度に感度のあるマイクロ波センサ、陸上の AMSU-A のインパクトが小さいことの要因の一つとして示唆される。

本章の最後に、将来の観測インパクト研究を考える。はじめに、実際の SD 比を与えたスカラー理論は実験結果と小さな量的不一致を示した。したがって、より完全な観測インパクトの PDF の理解が必要である。これらの不一致の主な部分はスカラー近似自体からきていることは明らかである。したがって、より大きな自由をもちかつ理解を妨げない簡便性を維持した理論の構築が必要である。一方で、不一致の一部はスカラー理論に与えるパラメータからきている。実際、観測と背景の誤差 SD を推定することは難しい問題であり、データ同化研究の主な研究テーマの一つとなっている (第 5 章)。したがって、誤差共分散行列の診断の研究を進めることも観測インパクトのより完全な理解には重要である。LM14 に述べられているように、DAS の特異ベクトル構造を補足する能力は BOR を変える。4D-Var やアンサンブルカルマンスムーザのようなスムーザは、部分的に特異ベクトル構造を補足できるが、各観測がそれにどのように貢献しているかは十分に理解されていない。これは、観測インパクトの時空間構造を知る必要があることを意味している。

次に、本研究では観測インパクトの月平均場を解析したが、観測インパクトの大気現象 (例えば温帯低気圧や熱帯低気圧) への依存性のようなより詳細な観測インパクトの解析が必要である。このようなインパクト解析は、大きなサンプルを必要とするので、再解析を使った評価や、アンサンブル DAS と適切なノルムによる評価が現実的なアプローチである。そこでは、背景誤差の流れ依存性が観測インパクトを変える。最後に、診断結果を現業システムの改善にフィードバックする方法について考える。一つの方法は、観測インパクトを現実的に評価し、NWP システムの開発者や研究者が随時モニタすることを可能にす

ることである。これにより、観測インパクト評価の情報と、開発者や研究者がもつ NWP システムや個別の観測システム等に関する詳細な知見が結びつくことで、現業システムの改善に資することが期待できる。

第 5 章 誤差共分散行列の更新による全球数値 天気予報の精度改善

本章の要旨

本章では、ECM の高精度推定とその導入による大気解析精度の改善に関する研究について述べる。NWP の精度改善には、ECM の正確な推定とデータ同化でのその利用が不可欠である。本研究の目的は、すべての観測と背景場の ECM を標本統計によって推定し、それらを使って全球 NWP の精度を改善することである。このような ECM 全体を更新する研究は、本研究がはじめて行うものである。複数の手法を組み合わせた ECM の推定及び、解析・予報のサイクル実験は、気象庁の全球 NWP システムで行った。すべての ECM の対角成分、すべての輝度温度観測の非対角成分を更新した。ECM の推定結果は以下である。(1) 推定された誤差標準偏差は全体的に気象庁現業システム (CNTL) の設定値よりもかなり小さい。特に輝度温度観測で顕著であり、観測インパクトの解析結果 (第 3 章、第 4 章) と整合的である。(2) 水蒸気に感度を持つ輝度温度観測の誤差のチャンネル間相関は、0.2 よりかなり大きい。(3) AMSU-A (気温に感度をもった輝度温度観測センサ) の観測誤差の水平相関距離はチャンネル 4 を除き 50km 程度である。これらの結果は、ECM の更新によってより妥当性が高く高精度な解析が可能であることを示唆している。次に、解析・予報サイクル実験の結果は以下である。(1) 診断された ECM は、付加的な調整なしでも CNTL に対して概ね予報精度を改善する。(2) 付加的な調整パラメータとして、非衛星従来型観測と GPSRO の観測誤差標準偏差に 0.6 の観測誤差縮小係数を与えることで、予報誤差は統計的に優位に改善する。(3) この値 0.6 は、推定された背景誤差標準偏差と CNTL の誤差標準偏差の比と等しく設定されている。これらの結果(1-3) は、ECM の客観推定を実際 NWP システムに適用することで、従来の経験的な調整による ECM よりも高精度な ECM が得られること、したがって ECM の推定や NWP システムで用いられている様々な近似が概ね成り立っていることを示している。また、付加的調整による精度改善は、輝度温度観測の変分法バイアス補正への各観測のインパクトが適切になるためと考えられる。(4) AMSU-A の高密度同化 (CNTL の 10 倍) は CNTL よりも精度が良いが、5 倍の高密度同化を改善はしない。(5) 北半球の夏のデータで推定した ECM は、冬期間の実験でも予報精度を改善する。これは推定された ECM の堅牢性を示している。(6) ECM の更新によって、気温や水蒸気に感度のある輝度温度観測や GPSRO のインパクトが明瞭に増加した。これは観測インパクトの解析 (第 3 章、第 4 章)

で示唆された ECM の問題が改善され、より多くの情報が解析場に同化されたことを示している。(7) NWP システムの理論との整合性を変分法同化の評価関数のカイ 2 乗分布性で評価すると、CNTL が 32%程度であるのに対し、客観推定した ECM を用いた場合は 85%以上であり、理論整合性も明瞭に改善することが示された。

5.1 はじめに

数値天気予報 (numerical weather prediction: NWP) のためのデータ同化において、観測データは最も重要な情報源の一つである。NWP のためのデータ同化システム (data assimilation system: DAS) では、一度の解析で数 100 万の観測データが同化されている。しかし、現在同化されている観測データは、潜在的に利用可能な観測データの非常に小さな部分でしかない。観測データとして Global Telecommunication System (GTS) 上のデータだけを考えても、同化されているデータは全体の数%でしかない。例えば、Bauer et al. (2011)は、欧州中期予報センター (European Centre for Medium-Range Weather Forecasts: ECMWF) では衛星観測の 5%しか実際に同化されていないと述べている。但し同化されている観測情報の割合は、観測誤差相関を考えればこの値よりは大きいだろう。このような観測データの利用状況は、NWP システムの様々な近似によって観測の同化が制限されていることによる。観測誤差共分散行列 (observation error covariance matrix: OECM) の近似精度が不十分であることはこの制限の主な要因の一つである。他の主な要因は、観測される物理量の予報精度が不十分なこと、観測演算子の強い非線型性、計算量の増加である。例えば、DAS が観測誤差相関を無視している場合は、観測誤差相関がないという仮定が満たされるように観測データを間引く必要がある。相関構造が十分にわかっていない場合は、DAS で適用する間引き距離は、真の相関距離よりもかなり大きくなるだろう。DAS がチャンネル間誤差相関を無視して対角な OECM を使っている場合、観測誤差分散は人工的に大きく設定される必要がある (観測誤差膨張)。したがって、OECM の正確な推定と DAS でのその利用 (OECM の更新) は、より多くの観測情報を同化するために不可欠である。しかし、真の大気状態は不明なため、ECM を正確に推定することは難しい科学的問題である。データ同化では、観測誤差は測定誤差だけではなく、代表性誤差や観測演算子の誤差も含んでおり (Lorenz 1986; Kalnay 2003)、後者の 2 つの誤差成分については、第一の要素ほど正確にわかっていない。現行の NWP システムでは、OECM は NWP の精度を維持するために試行錯誤で決める調整パラメータという側面を持っている。さらに、背景 ECM (background ECM: BECM) についても OECM と同時に推定、更新する必要がある。

OECM の推定には、主に 5 種類の方法があり、それらは、Hollingsworth and Lönnberg (1986)の方法(以降 HL 法)、Desroziers et al. (2005)の方法(以降 D05 法)、Desroziers and Ivanov (2001)の方法、モンテカルロ法 (Andersson et al. 2000、以降ランダムイズ法)、及び Daescu (2008)の方法である。しかし、これらの方法はすべて、何らかの仮定に基づいており、完全な推定方法は存在しない。HL 法は観測誤差相関によって大きな推定誤差を持ちうる。D05 法は観測誤差と背景誤差を完全には分離できない。ランダムイズ法は DAS で使われている BECM が真のそれと大きく異なる場合は大きな誤差を持ちうる (Bormann and Bauer, 2010)。Daescu (2008)の方法は予報誤差の ECM への感度を計算する手法であり、直接 ECM を推定することはできない。また推定された ECM の理論的妥当性は保証されない。Desroziers and Ivanov (2001)の方法は、変分法の評価関数と DFS (3 章参照) の間の理論関係を満たすように ECM を調整する方法であるが、対角成分の推定に限定されている。また、実装のコストが高く、DFS の計算にも新たな近似が必要である。したがって、異なる手法で推定された ECM の比較が必要であり、推定された ECM は解析、予報サイクル実験 (以降、サイクル実験) で評価する必要がある。

近年、異なる方法で推定された OECM が整合的であることが輝度温度観測のいくつかのセンサについて示されており、Bormann and Bauer (2010)及び Bormann et al. (2010) は、このような整合性を D05 法、HL 法、ランダムイズ法の 3 つの方法について、AMSU-A、MHS、HIRS、AIRS、IASI について示している。Stewart et al. (2014)もまた、IASI の OECM を D05 法で推定している。Bormann et al. (2013) や Campbell et al. (2017)は、D05 法で ATMS の OECM を推定している。さらに、推定された OECM の NWP のための DAS での使用も始まっている。赤外サウンダ (AIRS, IASI, Cross-track Infrared Sounder: CrIS) の観測誤差のチャンネル間相関は、固有値や分散の再調整とともに現業的に使用されている (Weston et al. 2014; Bormann et al. 2016; Eresmaa et al. 2017)。これらの研究は ECMWF 及び UKMO のモデル空間の 4D-Var で行われた。Campbell et al. (2017) は、D05 法で診断した ATMS と IASI の OECM を彼らの観測空間の 4D-Var (Naval Research Laboratory (NRL) Atmospheric Variational Data Assimilation System Accelerated Representer (NAVDAS-AR)) に導入することで予報精度が改善されることを示した。これらの研究はこれらの観測について推定された OECM が NWP の精度改善に十分な精度をもつことを示している。

しかし、衛星輝度温度観測を対象としたこれらの先行研究や診断された OECM の実装は、ATMS や HSS (AIRS, IASI, CrIS) といった少数のセンサに限られている。したがって、水蒸気に感度を持つマイクロ波輝度温度観測やラジオゾンデ等の従来型観測、GPSRO 等の他の観測データセットも含んだ研究が必

要であり、BECMについても客観推定して更新する必要がある。推定された ECM の NWP での使用における堅牢性も評価される必要がある。さらに、先行研究では、推定された OECM に対して観測誤差膨張が適用されているが、その必要性の起源も不明となっている。

本研究の目的は、すべての観測データセットの OECM 及び BECM を標本統計を用いて推定し、それらを使って全球 NWP の精度を改善することである。このために、複数の ECM 推定法を使った ECM の推定と解析、予報サイクル実験を JMA の全球 NWP システムを用いて実施する。輝度温度観測の誤差のチャンネル間相関、すべてのデータの誤差分散（輝度温度観測、従来型観測、GNSS 掩蔽観測、及び背景場）が推定され、DAS で使用される。一方で、BECM の相関構造や輝度温度以外の観測の非対角項は変更しない。AMSU-A の水平相関距離も推定された OECM に基づいて更新する。これらの ECM 推定は、主に D05 法で行い、ランダムイズ法と HL 法を組み合わせる。

本章の構成は以下である。第 5.2 節では、3 つの ECM 推定法について簡単にレビューし、推定した ECM の実装法を提示する。第 5.3 節は、ECM 推定とサイクル実験の実験デザインが記述される。第 5.4 節では、推定された ECM の構造や NWP へのインパクトをサイクル実験で評価する。最後に第 5.5 節はまとめと議論について記述する。補遺 D は推定した BECM についての考察、補遺 E はいくつかの追加実験、補遺 F は変分法評価関数の統計的性質について、それぞれ記述している。

5.2 方法

5.2.1 3 つの ECM 推定法の簡単なレビュー

ここでは、本研究で使用する 3 つの ECM 推定手法、D05 法、HL 法、ランダムイズ法について簡潔にレビューする。HL 法と D05 法は、観測と観測空間での背景場の差 (O_mB) の統計及び観測と観測空間での解析場の差 (O_mA) の統計からそれぞれ異なる仮定に基づいて ECM を推定する。HL 法は観測誤差の水平相関が無視できる場合に機能する。D05 法は、観測誤差の相関距離や分散が第一推定値のそれらと顕著に異なる場合によく機能する (D05)。この方法についてはいくつかの限界が明らかになっている (Ménard 2016; Waller et al. 2016)。一方で、この方法で推定された OECM の妥当性は実際の NWP システムで示されている (第 5.1 節参照)。ランダムイズ法は、本研究では観測空間での背景誤差統計を推定するために使用する。以降の記述では、「観測データ」は、変分法バイアス補正 (variational bias correction scheme: VarBC; Derber and Wu 1998; Dee 2004) 等で「バイアス補正済みの観測データ」を指すものとする。

5.2.1.1 D05 法

D05 法は OEMCM (\mathbf{R}) を次式で評価する。

$$R_{p,q} = \frac{1}{M} \sum_m (o_p^m - b_p^m)(o_q^m - a_q^m) \quad (5.1)$$

ここで、 p と q は各観測を指定するのに必要な情報（観測の位置、時刻、チャンネル等）をまとめた添え字であり、1 から全観測数 P までの値をとる。 m は標本（アンサンブルメンバ）を示す添え字であり、1 から標本サイズ M までの値をとる。 $R_{p,q}$ は \mathbf{R} の (p, q) 番目の要素である。 o_p^m 、 b_p^m 、 a_q^m は各々、観測ベクトル \mathbf{o} 、観測空間での背景場ベクトル \mathbf{b} 、観測空間での解析場ベクトル \mathbf{a} の m 番目の標本の p 番目の要素である。式(5.1)のアンサンブル平均は、実際の計算では誤差統計が時間や空間について一様であると仮定すると時空間平均で置き換えることができる。D05 法は、観測空間の BECM (\mathbf{G}) を次式で評価する。

$$G_{p,q} = \frac{1}{M} \sum_m (o_p^m - b_p^m)(a_q^m - b_q^m). \quad (5.2)$$

本研究では、推定された誤差の標準偏差 (Standard Deviation: SD) のオリジナルな SD に対する比を SD 比 (SDR) と呼ぶ。

ここで、この方法を NWP の DAS で使用する場合の妥当性について考える必要がある。なぜなら、式 (5.1) は DAS で使用されている ECM が真値であるときのみ成り立つが、これは NWP の DAS では成り立っていないからである。実際、ECM やカルマンゲインが正しくない（最適でない）DAS ではこの方法では真の ECM は得られないことが数学的に示されている (Ménard, 2016)。一方で、実際の DAS での ECM の推定で重要なことは、オリジナルの ECM よりも真値に近い ECM が得られるかどうかである。この意味での D05 法の定性的な妥当性は式 (5.1) を D05 で示されたフィルタリング形で書き換えることで考察できる。それは、 $\tilde{\mathbf{X}}' = \tilde{\mathbf{X}}(\tilde{\mathbf{D}}^{-1}\mathbf{D})$ であり、ここで $\tilde{\mathbf{X}}$ と $\tilde{\mathbf{X}}'$ は ECM (OECM または観測空間の BECM) であり、各々、DAS で使用されているものと D05 法で推定されたものである。 $\tilde{\mathbf{D}}$ と \mathbf{D} は OmB 共分散行列であり、各々、DAS で使用されているものと真のものである。この式は D05 法の ECM 推定は、オリジナルの ECM に OmB 共分散行列の DAS の設定値と真値の違いを表す係数行列 $\tilde{\mathbf{D}}^{-1}\mathbf{D}$ をかけることで行われることを示している。したがって、この方法は基本的に ECM の非最適性を補正するように働くが、係数行列は各 ECM について完全に正しいものではなく、OmB 共分散行列についての平均的なものである。D05 は、トイモデルで、観測誤差と第一推定値の相関距離が顕著に異なるときは、この推定により ECM

が改善することを示している。さらにより最近、Waller et al. (2016)は観測誤差と第一推定値の相関距離が近い場合でもいくつかのケースではこの推定はECMを改善することを示している。実際のNWPシステムについて、この方法で推定されたOECMの妥当性についても、いくつかのセンサについて報告されている(第5.1節)。以上から、D05法は実際のDASでも近似的に妥当なECMを生成できることを示している。一方で、フィルタリング形式の式(5.1)はまた、上で述べたようにD05法の明らかな限界も示している。つまり係数行列が $\tilde{\mathbf{D}}^{-1}\mathbf{D}$ であることである。例えば、 $\tilde{\mathbf{D}}$ が正しい場合、D05法はECMが正しくない場合もECMを修正することができない。D05で推定されたECMが正しいかどうかは、異なる方法で推定されたECMとの比較や、サイクル実験での評価によって検証できる。

5.2.1.2 HL法

本研究では、HL法はチャンネル間誤差相関を推定して、D05法による推定と比較するために用いる。水平方向に距離 d_1 以上離れた観測データ間には誤差相関がなく、観測空間の背景誤差共分散の距離 d_2 以内の変化は無視できる程度に小さいと仮定する。これにより、観測データが距離 d_1 以上の距離で間引かれれば、 \mathbf{R} は水平観測点ごとにブロック対角になる。各ブロックはチャンネル間観測誤差相関により非対角項を含む。このようなブロックは以下のように推定される。

$$R_{p,q}^{HL} = D_{p,q} - G_{p,q}^{HL} \quad (5.3)$$

ここで、添え字 p 、 q は衛星輝度温度観測のチャンネルを指す。

$D_{p,q} = \frac{1}{M} \sum_m (o_p^m - b_p^m)(o_q^m - b_q^m)$ はD値(OmB)の共分散行列の (p, q) 番目の要素である。

$G_{p,q}^{HL} = (1/N) \sum_{d_1 < d(r,s) < d_2} D_{r,s}$ は、HL法で推定された観測空間でのBECMの

(p, q) 番目の成分であり、和は距離 $d(r,s)$ が $d_1 < d(r,s) < d_2$ を満たす観測データのペア (r, s) についてとる。 N はこのようなペアの数である。

5.2.1.3 ランダムイズ法

ランダムイズ法は、DASで使われているBECMで記述される統計に従う観測空間でのリアリゼーションを生成する方法である。観測空間でのBECMを \mathbf{G}^{RD} とすると次式で推定できる。

$$\mathbf{G}^{RD} = \frac{1}{M} \sum_m (\mathbf{H}\mathbf{B}^{1/2}\mathbf{s}^m)(\mathbf{H}\mathbf{B}^{1/2}\mathbf{s}^m)^T \quad (5.4)$$

ここで、 $\mathbf{B}^{1/2}$ は DAS で使用されている BECM の根、 \mathbf{s}^m は標準正規分布に従う乱数ベクトルの m 番目のサンプル、 \mathbf{H} は接線型観測演算子である。したがって、観測空間での BECM の SDR は式(5.2)と(5.4)を比較することで推定できる。

$$SDR = \sqrt{\frac{\sum_{q \in A} G_{q,q}}{\sum_{p \in A} G_{p,p}^{RD}}} \quad (5.5)$$

ここで、 A は \mathbf{G} の対角要素の任意の部分を示し、例えば、ラジオゾンデの 500hPa 気温観測等である。実装されている \mathbf{B} が正しいと仮定して OECM を推定することもできるが、この仮定は実際の DAS では十分に満たされていない。実際、Bormann and Bauer (2010) はこのように推定した \mathbf{B} は OmB 統計と整合しない場合があることが報告している。したがって、本研究ではランダムイズ法は、式(5.5)の SDR の推定だけに用いられる。

5.2.2 推定した ECM の 4D-Var DAS への実装

5.2.2.1 チャンネル間相関

推定された輝度温度観測のチャンネル間相関を含む非対角な OECM を 4D-Var DAS に実装するためには、観測プロファイルと 4D-Var のイタレーションごとに OECM の逆行列を直接計算する方法がある。このアプローチは、HSS や ATMS のチャンネル間相関を導入するために先行研究 (Weston et al. 2014; Bormann et al. 2016; Eresmaa et al. 2017) で利用されてきた。水平観測点と 4D-Var のイタレーションごとの逆計算は、プロファイルごとに異なるチャンネル選択への対応や大きな計算機メモリの使用を避けるために必要である。これらの OECM の逆計算の計算コストは、4D-Var において支配的ではない。これは、OECM の自由度が小さいことやコレスキー分解による効率的な逆計算アルゴリズム (Golub and Loan 1996) による。4D-Var の主な計算コストは依然、予報モデルの積分である。したがって、この方法は概念的に単純でかつ計算可能である。

5.2.2.2 D05 で推定された ECM のための補足的な調整パラメータ

第 5.1 節と 5.2 節で述べたように、既存のすべての ECM 推定手法は、各々の仮定とそれによる限界を持っている。したがって、実際の NWP システムで使用するときには、これらの限界を考慮するために、補足的な調整が必要になることを予想することは妥当である。さらに、ECM の推定を特定のデータセットだけについて行う場合にもまた補足的な調整パラメータが必要であり、例えば、OECM だけを D05 で推定し、BECM は推定しない場合、BECM の推定の代替と

してこのような補足的調整が必要である。本研究では、補足的な調整は、推定された ECM の分散を選択した観測データセットについて縮小することで行う。観測誤差縮小係数の大きさは、どんな場合でも SDR で範囲を限定できる。補足的調整はアドホックな調整であるので、可能な限り簡便であるべきである。第 5.4 節で見ると、本研究では、選択したすべての観測データセット（衛星観測でない従来型観測と GPSRO）に、BECM の SDR と同じ値の調整係数を適用する。

5.3 ECM 推定とサイクル実験の実験デザイン

前節で記述した複数の手法による ECM の推定とそれらの解析場や予報場への影響を評価するためのサイクル実験は以下のようにデザインする。これらの実験は、JMA の全球 NWP システム（JMA 2013）で実施した。このシステムは、2017 年 5 月までの現業システムに相当する。全球 NWP モデル（アウターモデル）の水平解像度はおよそ 20km であり、鉛直層数は 100、モデルトップは 0.01 hPa である。インナーモデル（随伴モデル及び接線型モデル）の水平解像度はおよそ 60 km であり、鉛直層数やモデルトップはアウターモデルと同一である。DAS はインクリメンタル形式の 4DVar であり、データ同化窓の長さは 6 時間、アウターループは一つである。衛星輝度温度観測のバイアス補正のために変分法バイアス補正（VarBC）が用いられている。表 5.1 は、同化されている観測データである。JMA の NWP システムの観測インパクトの基本的性質は、第 4 章に記述されている。表 5.1 に記載したデータセット名その他、以下のような統合データセット名を使用する。TBB は輝度温度観測データ全体を指し、CNV は従来型観測全体（TBB と GPSRO 以外の観測）を指す。現業システムの OEMCM は対角行列であり、基本的には OmB 統計をもとに、一部観測（SONDE の比湿以外の要素、AVIATION、SURF、AMSU-A）については D05 法の推定をもとにし、旧バージョンの低解像度の現業システムでの試行錯誤実験によって、データセット、チャンネル、要素等毎に、経験的調整を経て決定されたものである（JMA 2007, Kadowaki and Yoshimoto 2012）。JMA 現業システムの BECM は NMC 法（Parrish and Derber 1992）に基づいて推定されたものである。NMC 法の規格化因子（24 時間の予報差を 6 時間予報誤差に変換するための係数）は SD で 0.9 である（JMA 2013）。

第 5.2 節で記述した方法による新しい ECM の推定は、CNV と GPSRO の OEMCM の対角成分及び BECM の対角成分については 2016 年 8 月の一か月分のデータを使用して行った。本研究では OEMCM は誤差統計の全球一様性を仮定して推定し、CNV と GPSRO については対角成分だけを推定するため、サンプル数は十分である。TBB については、5 日間（20 解析）のデータ（2016 年 8 月 20 日 00UTC

から 2016 年 8 月 24 日 18UTC まで) を使って、チャンネル間相関を含む OEMC の推定を行った。衛星輝度温度データの数は他の観測に比べてかなり多いので、CNV の一か月のデータ数よりも多い。Weston et al. (2014) は、IASI のチャンネル間相関の推定には一日分のデータだけで十分としている。これらのすべての ECM 推定では、現業システムでバイアス補正済みの観測データを使用した。例えば、AMSU-A データの OmB (OmA) の全球平均は、OmB (OmA) の SD の 3% 程度であり、バイアスは十分に小さい。観測誤差の水平相関の推定では、観測は 2 点間の距離 25km のビンに区分けした。この推定は、輝度温度観測の間引き距離を 25km にしたサイクル実験の結果を用いて行った。

HL 法によるチャンネル間観測誤差相関の推定で用いる距離の閾値 d_1 及び d_2 (第 5.2.1.2 節) は、各々、100km と 200km とした。 d_2 に関する仮定 (第 5.2.1.2 節) により、 $d_1 < d < d_2$ のデータを用いて推定した BECM は、外挿なしで、式 (5.3) のための $d < d_1$ の BECM として使用される。この外挿なしのアプローチは先行研究 (Bormann and Bauer (2010) など) でも使用されている。このアプローチは、推定結果が外挿関数の選択に依存しない一方で、潜在的には $d < d_1$ の背景誤差相関の変化の影響を受け、傾向としては OEMC の過大推定となる。反対に、 $d > d_1$ の OEMC が相関を持つ場合、OEMC は過小に推定される。これらの値は、各々の仮定 (第 5.2a(2) 節) を満たすように以下のように $d_1 = 100\text{km}$ 及び、 $d_2 = 200\text{km}$ で設定された。はじめに、 d_1 の値は、距離 $d > d_1$ で輝度温度観測の観測誤差相関が無視できる距離として設定される。次節で示すように、これは近似的に満たされている。第 2 に、 d_2 の値は、BECM の変化が十分小さい距離として設定される。例えば、AMSU-A についてすべてのチャンネルについて、BECM の変化は 200km 以内の距離では 10 から 20% 程度である。したがって、これらの設定値での HL 法の推定は近似的に妥当と期待できる。最後に、4D-Var の収束には劣化がなかったため、変分法評価関数の条件数を 1 に近づけるために推定された ECM を調整することはしていない。

夏 (Boreal summer) と冬、一か月の解析、予報サイクル実験が実施した (表 5.2)。夏実験は、2016 年 7 月 20 日 00UTC から 8 月 31 日 18UTC までの期間で、冬実験は、2016 年 11 月 20 日 00UTC から 12 月 31 日 18UTC までの期間で実施した。はじめの 12 日間はスピニングアップ期間であり、ECM の推定や評価対象の予報の初期値としては使用されない。夏実験の評価期間は 2016 年 8 月。冬実験の評価期間は 2016 年 12 月である。JMA の現業システムによるコントロール実験は、テスト実験との比較のための対照実験として、夏 (CNTL) と冬 (CNTL-WIN) とともに実施した。NWP における更新した ECM の効果を明らかにするために、2 つのメインのテスト実験を実施した。第一の実験 (EXP-BR-A5) は、全観測の OEMC と BECM について D05 法の推定結果を用いる実験であり、TBB について

は非対角項も含めた OECM の更新、他の OECM や BECM は誤差分散のみが更新される。TBB の非対角 OECM は、第 5.2.2.1 節で述べたように、直接逆行列を計算するアプローチ (Weston et al. 2014; Bormann et al. 2016; Eresmaa et al. 2017) で導入する。AMSU-A データの間引き距離も、推定された観測誤差の水平相関構造に基づいて以下のように更新する。はじめに、観測誤差相関が 0.2 以下になる距離を最大相関距離 (maximum correlation distance: MCD) とする。ここで、この値 0.2 は、無視できる最大の観測誤差相関の大きさであり、先行研究 (Liu and Rabier, 2003) に従って決めた。第 2 に、AMSU-A の新しい間引き距離を、MCD 以上の距離として決める (第 5.4.1 節)。この結果、間引き距離は、CNTL の 250km に対して、EXP-BR-A5 では 110km とした。この値は、AMSU-A のすべてのチャンネルの MCD より大きな距離の最小値として設定されている。結果として、AMSU-A の同化密度は、CNTL の 5 倍程度となる。このテスト実験は、D05 で推定された ECM を NWP システムに導入した場合の効果 (間引き距離の更新を含む) を明らかにするために実行した。第 2 のテスト実験 (EXP-BRT-A5) は、補足的な調整 (第 5.2.2.2 節) を導入した実験であり、補足的な調整として、非衛星観測の CNV (非衛星 CNV) 及び GPSRO の観測誤差 SD に対して誤差縮小係数 0.6 を適用した。縮小係数のこの値は、BECM の SDR と同じ値として決められており (第 5.4.1 項)、非衛星 CNV と GPSRO の VarBC におけるアンカーエフェクト (Auligné et al. 2007) と EXP-BR-A5 実験の結果に基づいて決定した (第 5.4 節参照)。AMSU-A の間引き距離は、EXP-BR-A5 と同じである。この実験は、推定された ECM への補足的な調整の効果を明らかにするために実施した。

以下のような 4 つの追加実験も実行した。第一の追加実験は EXP-BRT-A10 であり、EXP-BRT-A5 と同様であるが、AMSU-A の同化密度は CNTL のおよそ 10 倍とする。AMSU-A の間引き距離はおよそ 80 km であり、EXP-BRT-A5 の間引き距離より 30km 短い。この値 30km は、MCD の推定で用いた 1bin の距離やモデルの水平格子距離と近い値として設定した。この実験は、このような高密度な AMSU-A 同化 (MCD への摂動) が NWP の精度に与える影響を評価するために実施した。2 つ目の追加実験 (EXP-BRT-A5-WIN) は、冬期間の実験であり、設定は EXP-BRT-A5 と同様で、夏実験と同じ ECM が使用される。この実験は、推定された ECM の堅牢性をチェックするために実施する。3 つ目の追加実験 (EXP-BR-A1) と 4 つ目の追加実験 (EXP-BRT-A1) は、各々、EXP-BR-A5 と EXP-BRT-A5 と同様であるが、AMSU-A の同化密度は CNTL と同一である。間引き距離は、ECM が記述する MCD から決まるので、これら 2 つの更新 (ECM の更新と間引き距離の更新) は、本来は同時に行われるべきものであるが、これらの実験は ECM の更新と AMSU-A の高密度同化の効果を分けて評価するために実施した。(補遺 E では、逆の場合について記述している。つまり ECM の

更新（推定）はせず、AMSU-A の間引き距離のみ変えた実験を実施している。）

予報誤差は、ERA5 再解析 (Hersbach and Dee 2016) を真値として行う。CNV を真値とした検証や OmB 統計による検証もまた実施する。カバレッジ、平均的な精度、JMA の予報との独立性についての明らかな優位性から、ERA5 検証をメインの検証とする。どんな検証手法でも、2 つの実験の予報誤差の差が、解析や観測誤差より大きいことが仮定されているので、初期時刻に近い予報の検証や、誤差成長の小さい変数や空間についての検証は難しいことに注意が必要である。さらに、SONDE の気温や高度場、及び AVIATION の気温のバイアス補正は、JMA 現業システムにおいて、前月の OmB 統計に基づいて行われ、これらのデータが CNV 検証で真値として使用されることにも注意が必要である。統計的優位性は、時間相関のあるペア標本についての t-test で評価する (Wilks, 2011)。

5.4 結果

5.4.1 推定された ECM

図 5.1 は、D05 法で診断された観測誤差 SD をすべての観測データセットについて示している。推定された観測誤差 SD は、CNTL よりもかなり小さい。とくに、一部の TBB、GPSRO、及び衛星からの従来型観測（衛星 CNM）は、CNTL の半分以下である。CNTL で最も誤差膨張率が大きい観測データセットは、水蒸気に感度のあるマイクロ波輝度温度観測 (MWI, MHS, SAPHIR, SSMIS) である。これらの結果は、他の観測誤差推定法 (Desroziers and Ivanov (2001)の方法及び、Daescu (2008),の方法) による推定結果 (Ishibashi (2010)) と整合的である。また、第 3 章及び第 4 章の観測インパクト解析で見られた結果とも整合的である。推定した ECM を導入することでより多くの観測情報が JMA の DAS に取り込むことができると考えられる。

図 5.2 は、D05 法で距離の関数として診断した AMSU-A の観測誤差の水平相関を示している。MCD はチャンネル 4 を除き 50km 程度であり、チャンネル 4 については 100km 程度である。これらの MCD は現行の JMA DAS での間引き距離 250km や他の NWP センターの間引き距離（例えば、ECMWF では 1.25° （およそ 135km）(Bauer et al. 2011)) と比べてかなり短い。したがって、AMSU-A の高密度同化が可能であり、それによって解析精度が改善することが期待できる。AMSU-A のこれらの短い MCD は、Bormann and Bauer (2010)と整合的である。水蒸気に感度のあるセンサ（例えば MHS, SAPHIR）の MCD は 100km から 150km である（図省略）。最後に、OECM と観測空間での BECM の水平距離への依存性の違い（図 5.2 (e, f)）は D05 法による推定の妥当性を支持している（第 5.2.1 項）。

図 5.3(a)-(f)は、D05 法で推定されたチャンネル間相関をいくつかの輝度温度観

測について示している。水蒸気に感度のあるセンサ (MHS, AMSR2, AHI, SAPHIR) のチャンネル間相関は 0.2 より大きい。したがって、これらのチャンネル間相関は DAS で取り扱われる必要がある。これらの観測データセットの観測誤差 SD は、D05 による推定と CNTL の設定値の乖離が最も大きかった観測と対応する。CNTL ではチャンネル間相関を考慮しない OECM を用いているため、このような大きな観測誤差膨張を必要したと理解できる。D05 で推定したチャンネル相関を考慮した OECM を用いることでより多くの観測情報が同化できるようになると期待できる。対照的に、気温に感度のあるセンサ (AMSU-A) や IASI の上層を観測するチャンネルのチャンネル間相関は概ね 0.2 より小さい。IASI の下層に感度のあるチャンネルの一部は 0.3 以上の誤差相関を持っている。比較のため、HL 法で推定されたチャンネル相関を図 5.3 (g)-(i) に示す。これら 2 つの方法で推定された相関は、AMSU-A の対角に近い構造や MHS や SAPHIR の大きなチャンネル間誤差相関等の主な特徴について良く対応している。また、図 5.3(j), (k) に SAPHIR/Megha-Tropiques について示したように、観測空間の BECM についても、D05 法による推定と HL 法の推定は良く対応している。

D05 法で推定された SONDE の観測空間の背景誤差の SD とランダムイズ法で推定された JMA DAS で使われている背景誤差 SD の比は、東西風について 0.62、南北風 0.60、気温 0.69、想定湿度 0.57、地表面気圧 0.53 である。これらの平均値は 0.60 であり、これは TBB や衛星 CNV の SDR よりも大きい (図 5.1)。この平均 SDR の値 0.6 で BECM を更新し、サイクル実験で使用する。したがって、更新した **R** と **B** をともに使用する 4D-Var と観測誤差 SD について誤差膨張係数 $1/0.6 \cong 1.7$ を適用した **R** とオリジナルの **B** を使用したシステムは数学的に等しい。この膨張係数を適用する観測データセットを選択すれば、他の観測は解析でより高い重みを得る。この値 1.7 は、先行研究で、推定された OECM に予報精度の改善のためや 4D-Var の終息の改善のために OECM の固有値を調整した結果として適用された観測誤差膨張係数に近い。Bormann et al (2016)での観測誤差膨張係数は 1.75、Weston et al. (2014)は 1.65、Eresmaa et al. (2017)は 2.75、Campbell et al. (2017)は 1.2 から 3.0 (彼らの図 1 より読んだ値) である。補遺 D は推定された BECM についてのさらなる考察を記述している。

5.4.2 サイクル実験の結果

前節で推定した ECM を DAS に導入することで、DAS の ECM の近似精度が向上し、解析や予報の精度が向上すると考えられる。ここでは、この仮説が正しいかを明らかにするために実施したサイクル実験の結果を示す。

図 5.4 は、異なる間引き距離で同化された AMSU-A の水平密度をある一解析について示している。EXP-BRT-A5 (EXP-BRT-A10) の AMSU-A の同化密度は、

CNTL の 5 倍 (10 倍) である。

5.4.2.1 完全な ECM 更新実験の結果: EXP-BR-A5

図 5.5 は、EXP-BR-A5 と CNTL の月平均場の差を示している。はじめに、500hPa の気温場は広い範囲で変化し、変化の大きさは 0.3K 程度である (図 5.5(a))。平均場の広い領域の変化は、広い観測カバレッジを持つ TBB のバイアス補正係数の変化を示唆している。更新された OECM の特に TBB の観測誤差 SD の減少 (図 5.1) から、EXP-BR-A5 でのアンカーエフェクトは CNTL でのそれよりも弱まっていることが示唆される。実際、図 5.5(d) は MeTop-1 の AMSU-A のチャンネル 6 (対流圏中上層の気温に感度を持っている) の VarBC 補正值を示しており、EXP-BR-A5 の方が CNTL より僅かにバイアス補正量の大きさが小さいことがわかる。図はまたバイアス補正係数の時間変化がこれら 2 つの実験で良く相関していることを示している。したがって、EXP-BR-A5 での TBB 観測情報の顕著な増加にもかかわらず、バイアス補正係数のモデル気候への単調なドリフトは見られない。第 2 に、図 5.5(b)、5.5(c) は各々、カリフォルニア、ベルー、及びアフリカ西岸での 850hPa の気温の減少と 925hPa の比湿の増加を示している。これらの領域は下層雲が多い領域と対応しており (Teixeira and Hogan, 2002)、それはまた解析の不定性が大きな領域とも対応している。なぜならこれらの雲の正確な表現は現行の NWP モデルでは難しいからである (Teixeira and Hogan, 2002)。これらの雲は大気境界層の安定層の下に形成されるため、水蒸気の変化が気温変化を伴うことは整合的である。一方で、海上の他の多くの領域では、比湿は減少している。これらの変化は、対流圏下層の水蒸気に感度をもつ輝度温度観測 (例えば GMI/GPM-core) が、これらの湿潤化 (乾燥化) 領域で、第一推定値より湿っている (乾いている) ことと整合する。(図 5.5(f))。さらに、対流圏中層の水蒸気量は比湿のサウンダ観測 (MHS, SAPHIR) が第一推定値より湿潤であることに対応して湿潤化しており、この変化はラジオゾンデ観測や ERA5 解析場とも整合する (図省略)。対照的に、925hPa の陸上での低温化 (図 5.5(b)) は、ラジオゾンデ観測や ERA5 などの他の解析場と整合しない (図省略)。これは更新された ECM について補足的に調整が必要なことを示唆している可能性がある。この点は、あとで予報精度の変化と合わせて考察する。

図 5.6 は、規格化された予報の根平均 2 乗誤差 (RMSE) の EXP-BR-A5 と CNTL の差であり、ERA5 解析を真値として使用している。規格化された RMSE の差 (改善率) は次式で定義される。

$$(RMSE_{CNTL} - RMSE_{TEST}) / RMSE_{CNTL} \times 100 [\%],$$

ここで、 $RMSE_{CNTL}$ は CNTL の予報 RMSE、 $RMSE_{TEST}$ はテスト実験の予報 RMSE であり、ここではテスト実験は EXP-BR-A5 である。図は EXP-BR-A5 の予報

RMSE が 3~4 日予報まで 95%の統計的有意性をもって、概ね CNTL よりも小さいことを示している。改善が最大の領域は南半球 (SH : 20°S 以南) であり、そこでの改善率は 7%以上である (図省略)。これらの改善は、図 5.1 及び図 5.4 から理論的に期待される通り、更新された ECM によってより多くの情報が適切に同化されたことを示している。これらの改善はまた、推定された ECM の妥当性を示している。しかし、図 5.6 では、北半球 (NH : 20°N 以北) の対流圏下層気温や全球の成層圏の RH の予報精度の悪化も見られ、また熱帯 (TP、20°N と 20°S の間) の高度場や対流圏上層の気温の予報精度悪化も見られる (図省略)。これらの予報精度悪化のいくつかは、誤差成長率が小さいための偽の悪化の可能性はあるが、いくつかは実際の精度悪化である。特に北半球の対流圏下層気温の精度悪化は明瞭である。この悪化は、EXP-BR-A5 で CNTL に対して見られた月平均気温の陸上の対流圏下層気温の低温バイアス (図 5.5(b)) と関係する可能性がある。実際、NH の高度場の予報精度も悪化している。これらの予報精度の特徴は、CNV 検証や OmB 統計でも見られた (図省略)。

一部の予報 RMSE や平均場 (925hPa の NH 陸上の低温バイアス) に見られた精度悪化は、推定された ECM について補足的な調整 (第 5.2.2.2 節) が必要なことを示唆している。調整によって、これらの悪化が改善される可能性がある。NH は非衛星 CNV の主な観測領域であるが、EXP-BR-A5 では ECM の更新によってこれらのデータの影響は、CNTL と比べて弱まっている。したがって、これらのデータの影響を強化することが補足的調整として考えられる。さらに、GPSRO はこの強化に輝度温度観測の VarBC を通じて貢献できる (アンカー効果)。これは、十分に強いアンカー効果は、TBB の適切なバイアス補正を可能にし、TBB のバイアス成分が誤った影響を解析場に及ぼすことを防ぐためである。実際、図 5.5(d)において、EXP-BR-A5 のアンカー効果の弱化が確認されている。したがって、推定された ECM への補足的な調整として、非衛星 CNV と GPSRO の誤差 SD に観測誤差縮小係数 0.6 をかける。この値は、BECM の SDR と同じ値としている (第 5.2.2.2 節)。

5.4.2.2 補足的調整実験の結果 : EXP-BRT-A5

はじめに、補足的調整の効果を検証するために、EXP-BRT-A5 の EXP-BR-A5 からの相対的な変化を見る。月平均解析場の EXP-BRT-A5 と CNTL の差は、図 5.5(e)に 850hPa 気温について示したように、EXP-BR-A5 と CNTL の差とよく似ており、差の大きさは EXP-BR-A5 と CNTL の差より小さい。これは非衛星 CNV と GPSRO の解析への影響を強化する補足的調整パラメータの効果である。図 5.5(e)は、EXP-BRT-A5 では、陸上での気温の負のバイアスも EXP-BR-A5 (図 5.5(b)) と比べて小さいことを示している。また、EXP-BRT-A5 の VarBC 補正係

数は EXT-BR-A5 と比較すると CNTL にかかなり近いことがわかる (図 5.5(d))。これらの結果は、補足的調整によってアンカー効果が強化されていることを示している。

図 5.7 は、EXP-BRT-A5 の EXP-BR-A5 に対する予報 RMSE の改善率を示しており、真値は ERA5 を用いている。EXP-BRT-A5 の予報 RMSE は、全体的に 3~4 日予報まで 95%の統計的有意性をもって EXP-BR-A5 より小さい。とくに、EXP-BR-A5 で予報精度の悪化が見られた NH の気温予報 (図 5.6) については、7 日予報まで統計的に優位に改善している。したがって、補足的調整パラメータは良く機能している。

次に、ECM 更新と補足的調整の影響全体を評価するために、EXP-BRT-A5 の CNTL からの変化を詳細にみる。図 5.8 は、CNTL に対する EXP-BRT-A5 の予報 RMSE 改善率を示しており、真値は ERA5 である。EXP-BRT-A5 の予報 RMSE は、全体的に 4~5 日予報まで 95%の統計的有意性を持って CNTL より小さい。改善率が最も大きいのは SH であり、そこでの改善率は 9%以上である。この改善率の分布は、D05 法で顕著に小さな観測誤差 SD が診断された TBB は、NH よりも直接観測の少ない SH でより重要であることで説明できる。別の可能な理由は、この実験は北半球の夏実験なので、SH でのより活発な傾圧不安定である。しかし、同様の改善率の分布は EXP-BRT-A5-WIN でも見られたため (図省略)、これは主な理由ではない。

図 5.8 は、いくつかのマイナーな予報精度の劣化も示しており、それは 200hPa より上層の RH、熱帯の高度場、熱帯の対流圏上層の気温に見られる。ここで、これらの精度悪化について考える。第一に、RH の精度悪化については、比湿場についても精度悪化が見られるため (図省略)、この悪化は気温ではなく比湿の悪化からきていると考えられる。図 5.9(a)は、比湿解析をチェックするために、各観測データセットによって生成された比湿の解析インクリメント (部分解析インクリメント: PIV, 第 3 章参照) の大きさを示している。接線型法 (第 3 章) で 8 月 12 日の 00UTC 解析についての計算である。ECM の更新によって、200hPa 以上の高度の比湿の解析インクリメントが大きくなっており、比湿に感度のあるセンサを含む TBB の貢献が明瞭に増加している。したがって、RH 予報場の変化は、ECM の更新によって生じていることを示している。一方で、図 5.10 は、150hPa の RH の予報 RMSE の成長率は、SH の 500hPa 高度場のそれよりも小さいことを示している。つまり、上層の RH の予報誤差の評価は、この小さな誤差成長率により、SH の Z500 のそれよりも困難である。何故ならすべての検証は、参照解析の誤差が 2 つの実験の予報誤差の差より小さいことが仮定されているためである。図 5.10 はまた、熱帯の Z500 の誤差成長率も小さいことを示している。熱帯の上層の Z や T についても誤差成長率は小さい (図省略)。これらは、

熱帯の高度場の小さな活動度と整合する。さらに、図 5.10 は、CNV を真値とした SH の Z500 の誤差評価では誤差成長率は小さいことを示している。したがって、CNV 検証はこの意味では ERA5 検証よりも困難である。

図 5.9(a)はまた、図 5.1 から期待されるように、ECM の更新による水蒸気に感度のあるマイクロ波輝度温度観測 (RQ_MW) の比湿の解析インクリメントの増加を示している。また、図 5.9(b)に示した気温の解析インクリメントについても、GPSRO、HSS、AMSU-A による解析インクリメントの増加がみられる。これらの結果は D05 で推定された ECM の導入により、これらの観測からより多くの情報が同化されたことを示している。第 3 章及び第 4 章の観測インクリメントの解析から示唆されたこれらの OECM の観測誤差膨張の問題が、D05 推定による ECM の更新で改善したことを示している。

図 5.11 は、図 5.8 と同様であるが、CNV を真値としている。EXP-BRT-A5 の予報誤差 RMSE は、概ね CNTL より小さい。SH では、ECM の更新によって予報誤差 RMSE が明瞭に減少している。NH と TP では、風や対流圏中層の相対湿度の予報精度は明瞭に改善されている。一方、他の部分は概ね中立であるが、主に熱帯における高度場の精度悪化が見られる。CNV 検証のこれらの結果は、前節で述べた熱帯高度場の小さな誤差成長率や CNV 検証の誤差検出率を考慮すると、ERA5 検証と整合的である。図 5.12 は、OmB 統計である。EXP-BRT-A5 の OmB 統計の SD は、概ね CNTL よりも小さい。成層圏では、NH や SH でラジオゾンデの RH や GPSRO に精度悪化が見られる。これらの OmB 検証の結果は、ERA5 検証と整合的である。

図 5.13 は、データ同化システムの理論との整合性を変分法の評価関数のカイ 2 乗分布性によって評価した結果を示している(評価方法の詳細は補遺 F を参照)。理論との整合性は、CNTL が 32%程度であるのに対し、D05 で推定した ECM を用いた場合は 85%以上であることがわかる。したがって、ECM の更新によって理論整合性も明瞭に改善することが示された。

5.4.2.3 追加実験の結果：EXP-BR-A1, EXP-BRT-A1, EXP-BRT-A10, EXP-BRT-A5-WIN

図 5.14 は、追加実験 (EXP-BR-A1, EXP-BRT-A1, EXP-BRT-A10, EXP-BRT-A5-WIN) の予報 RMSE の改善率を示している。真値は ERA5 である。第一に、図 5.14(a)と 5.14(b)は、EXP-BR-A1 と EXP-BRT-A1 の予報 RMSE は、統計的に有意に CNRL より小さいことを示している。したがって、ECM の更新だけを行い、AMSU-A の高密度同化をしない場合でも予報精度は改善することがわかる。EXP-BRT-A1 の改善率は EXP-BR-A1 よりも大きく、これは EXP-BRT-A5 が EXP-BR-A5 より改善されていること (図 5.7) と同様である。

したがって、補足的調整パラメータは、AMSU-A の高密度同化をしない ECM の更新だけの場合も適当である。第 2 に、図 5.14(d)と 5.14(e)は、各々、EXP-BR-A5 の EXP-BR-A1 に対する、EXP-BRT-A5 の EXP-BRT-A1 に対する予報誤差 RMSE の改善率を示している。AMSU-A の同化密度を増加したときの予報精度の改善は、EXP-BRT-A5 の方が EXP-BR-A5 よりも大きい。これは、更新した ECM に補足的調整をすることでより多くの観測情報を同化できることを示している。図 5.14(f)は、EXP-BRT-A10 の予報精度は EXP-BRT-A5 より良くはなく、2~3 日予報の対流圏中層から下層では精度悪化も見られる。この摂動を MCD の不定性と仮定すると、この結果は予報精度の MCD 不定性への感度を示している。しかし、EXP-BRT-A10 は CNTL より統計的に有意に良い (図省略)。この結果は、D05 法で推定された MCD の堅朗性を示している。最後に、図 5.14(c)は、CNTL-WIN に対する EXP-BRT-A5-WIN の予報誤差改善率である。この結果は夏実験のデータによって D05 で診断された ECM が冬実験でも機能することを示しており、推定された ECM の季節依存性は小さいこと、D05 法の堅牢性を示している。

5.5 まとめと議論

本章では、すべての観測と背景場について複数の ECM 推定手法 (D05 法、HL 法、ランダムイズ法) を組み合わせて ECM を推定した。さらに、推定した ECM の全球 NWP の精度への影響を JMA の全球 NWP を使ったサイクル実験で評価した。ECM の推定結果は以下である。(1) 推定された誤差分散は、ほとんどすべての観測や背景場について、全体的に現業システムの設定値と比べてかなり小さく、特に遠隔観測について顕著である。この結果は別の方法での ECM 推定 (Ishibashi 2010) や観測インパクト解析からの示唆 (第 3 章、第 4 章) とも整合的である。(2) 水蒸気に感度のある輝度温度の観測誤差のチャンネル間相関は無視できない。(3) AMSU-A の MCD は、チャンネル 4 を除き、50km 程度である。チャンネル 4 の相関距離は 100km 程度である。これらの診断結果は、先行研究 (Bormann and Bauer 2010; Bormann et al., 2010; Bormann et al., 2013; Stewart et al., 2014; Weston et al., 2014; Campbell et al., 2017; Bormann et al., 2016) と整合的である。

第 2 に、これらの新しい ECM の導入の影響を評価するためにサイクル実験を JMA の全球 NWP システムで実施した。2 つのメインのテスト実験と 4 つの追加的なテスト実験を実施した。メインの実験は以下を明らかにした。(1) 推定された ECM は、補足的な調整なしでも CNTL に対して全体的に統計的に有意に予報精度を改善する (EXP-BR-A5)。(2) 推定された ECM に、補足的な調整パラメータ (非衛星 CNV と GPSRO の誤差 SD に対して誤差縮小係数 0.6 を与える) を

適用すると、予報精度は統計的に有意に改善する (EXP-BRT-A5)。(3) この値 0.6 は、背景誤差の SDR と同じ値としている。これらの結果 (1-3) は、ECM の客観推定を実際 NWP システムに適用することで、従来の経験的な調整による ECM よりも高精度な ECM が得られること、したがって ECM の推定や NWP システムで用いられている様々な近似が概ね成り立っていることを示している。また、付加的調整による精度改善は、輝度温度観測の変分法バイアス補正への各観測のインパクトが適切になるためと考えられる。(4) 本研究の調整パラメータの数 1 は、経験的な調整による ECM を用いる DAS に比べて顕著に少ない。(5) ECM の更新によって、HSS や水蒸気に感度のあるマクロ波輝度温度等の輝度温度観測や GPSRO のインパクトが明瞭に増加した。これは観測インパクトの解析 (第 3 章、第 4 章) で示唆された ECM の問題が改善され、より多くの情報が解析場に同化されたことを明瞭に示している。(6) NWP システムの理論との整合性を変分法の評価関数のカイ 2 乗分布性で評価すると、CNTL が 32%程度であるのに対し、D05 法で客観推定した ECM を用いた場合は 85% 以上であり、理論整合性も明瞭に改善することが示された。

追加的な実験の結果は以下である。(1) AMSU-A の 10 倍高密度同化 (間引き距離 80km) をする EXP-BRT-A10 の結果は、CNTL に対して精度改善するが、EXP-BRT-A5 より良くはない。(2) 夏実験のデータで推定された ECM は、冬実験の予報精度も改善できる (EXP-BRT-A5-WIN)。これは、推定された ECM の堅牢性を示している。(3) ECM の更新だけを行い間引き距離の更新をしない場合も予報精度は改善する (EXP-BR-A1, EXP-BRT-A1)。

本章の最後に、将来の ECM に関する研究を考える。第一に、本研究では輝度温度観測の観測誤差のチャンネル間相関だけを導入した。したがって、他の観測も含め、時空間方向の誤差相関についての研究が必要である。さらに、これらの相関を DAS に導入することは、4D-Var での非対角 OECM の効果的な処理の研究を必要とする。そこでは、OECM の逆計算、評価関数やその勾配の計算のために、計算ノードをまたいだ効果的な計算 (非局所的計算) が必要となる。観測空間の 4DVar は、OECM の対角成分だけによるプレコンディショニングで十分な場合は、OECM の逆計算を必要としない (Campbell et al. 2017)、このようなより本格的な観測誤差相関の導入はこの優位性を失わせる可能性がある。さらに、Bormann et al. (2011) は、チャンネル間誤差相関や水平誤差相関が大気状態 (晴天、曇天、雨) に依存することを示している。非対角で流れ依存する OECM を非局所的に計算する研究が必要である。

第 2 に、本研究は、NWP の精度改善を強化するために、一つの補足的調整パラメータを必要とした。NMC 法で構築された BECM がこの必要性の原因の一つと考えられる。したがって、完全に流れ依存した BECM、例えばアンサンブル

に基づく 4D-Var DAS が必要である。現行のアンサンブルベースの DAS もまたアンサンブルスプレッドの膨張係数をチューニングパラメータとして含んでおり、これに関する研究は、アンサンブルベースの DAS の研究のメインテーマの一つである。これらの研究は、より多くの観測情報を DAS に同化することを可能にし、NWP 精度を改善すると考えられる。さらに、本研究では補足的調整は単純に D05 法で推定した誤差分散の縮小として行ったが、D05 法で推定した ECM に外部情報を付加することによってより高度な修正が可能かもしれない。高精度な ECM を構築するために、サンプル ECM に外部情報を付加することは、OECM と BECM とともに重要な研究テーマである。このような将来の研究のために、本研究で行ったすべての観測や背景場の D05 法による推定と NWP システムでのその利用は、不可欠な出発点となる。

第 6 章 結論

6.1 本研究の結論

本研究では、データ同化による大気解析の 2 つ関連する課題である観測インパクトの詳細な評価と誤差共分散行列の高精度な推定を解決し、高精度で妥当性の高い大気解析を可能にするために、3 つの研究を行った。第 1 の研究は、観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい観測インパクト推定手法の構築（第 3 章）、第 2 の研究は新手法による既存手法（随伴法）の検証（第 4 章）、これら 2 つの研究では観測インパクトの詳細な解析を行った（第 3 章及び第 4 章）。第 3 の研究は、誤差共分散行列（ECM）全体の高精度推定とその導入による高精度な大気解析及び予報の構築（第 5 章）である。これら 3 つの研究の主要な結果を以下にまとめる。

第 3 章では、観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい観測インパクト評価手法を提案した。この方法は観測演算子や予報モデルの接線型近似に基づくため「接線型（インパクト）評価」と呼ぶ。新手法では、各観測データセットのインパクトは、それらによって生成される解析インクリメント（第一推定値と解析値の差）である部分解析インクリメント（PIV）によって評価される。PIV の計算のために D 値ベクトル（観測値と観測相当量のモデル予報値の差からなるベクトル）を拡張した部分 D 値ベクトル（PDV）を導入した。新手法は、カルマンゲインによって観測情報がどのように解析インクリメントベクトルに変換されるかを見ることを可能にした。新手法はまた、予報モデルの接線型近似が成り立つ期間においては、予報場への観測インパクトも評価できる。気象庁の全球 NWP システム上で新手法の妥当性や性能を評価した。観測データは、衛星輝度温度観測とその他の従来型観測に区分し、後者はさらに、ラジオゾンデ、衛星風、その他に区分した。実験結果は以下である。1) 新手法は現業全球 NWP の変分法同化システムにおける解析場や予報場への観測インパクトの時空間構造を評価することができる。2) 時間発展させた背景場の誤差ベクトルと主要な PIV の間には反平行性（負相関）がある。これは主要な PIV が背景場の誤差の成長モードの時空間構造を部分的に捕捉したことを直接的に示すものである。反平行性の程度には ECM の精度も反映されている。3) 観測インパクトの干渉は、新手法で定量的に評価できる。輝度温度と従来型観測のインパクトの類似性は小さく、輝度温度の隣接チャンネルの類似性は大きい。4) 輝度温度観測のインパクトは従来型観測のある領域で非常に小さい。輝度温度観測の ECM の経験的調整（観測誤差膨張）に起因すると考えられ、ECM の高精度な客観推定の必要性を示している。

第 4 章では、データ同化システムの随伴演算子を用いた既存の観測インパクト

ト評価手法である随伴評価について、接線型評価（第 3 章）による検証を行ったのち、観測インパクトの詳細な評価を行った。随伴評価の検証は、接線型評価との比較により行った。これらの検証と観測インパクト評価を気象庁全球 NWP システム上で実施した。はじめに、観測インパクトの随伴評価は、接線型評価とよく一致し、相関係数は 0.97 以上であった。次に、得られた観測インパクトは、多くの面で先行研究の結果と整合的であったが、GNSS 掩蔽観測や水蒸気に感度のある輝度温度観測のインパクトが小さいなど、システム依存した性質も見られた。これは ECM の経験的調整（観測誤差膨張）の違いが一因と考えられ、ECM の高精度な客観推定の必要性を示している。観測インパクトの新しい性質も明らかになった。1) 観測インパクトの確率密度関数は、観測と予報誤差標準偏差の比の実験値を与えたスカラー理論とよく整合する。つまり、観測インパクトの確率的振る舞いの基本性質は、ECM の時空間一様性を仮定して説明できる。2) データ同化窓の中で遅い時間の観測ほど大きな正のインパクトを持つ。これはモデル誤差に比べて初期値誤差の成長が予報誤差の中で支配的であるという強拘束の 4 次元変分法の仮定と整合的である。

第 5 章では、ECM の高精度推定とその導入による大気解析精度の改善に関する研究を行った。ECM 全体を更新する研究は、本研究がはじめて行うものである。複数の手法を組み合わせた ECM の推定及び、解析・予報のサイクル実験は、気象庁の全球 NWP システムで行った。すべての ECM の対角成分、すべての輝度温度観測の非対角成分（チャンネル間相関）を更新した。ECM の推定結果は以下である。(1) 推定された誤差標準偏差は全体的に気象庁現業システム (CNTL) の設定値よりもかなり小さい。特に TBB で顕著であり、観測インパクトの解析結果（第 3 章、第 4 章）と整合的である。(2) 水蒸気に感度を持つ輝度温度観測の誤差のチャンネル間相関は、0.2 よりかなり大きい。(3) AMSU-A の観測誤差の水平相関距離はチャンネル 4 を除き 50km 程度である。これらの結果は、ECM の更新によってより妥当性が高く高精度な解析が可能であることを示唆している。次に、解析・予報サイクル実験の結果は以下である。(1) 診断された ECM は、付加的な調整なしでも CNTL に対して概ね予報精度を改善する。(2) 付加的な調整パラメータとして、非衛星従来型観測と GNSS 掩蔽観測の観測誤差標準偏差に 0.6 の観測誤差縮小係数を与えることで、予報誤差は統計的に優位に改善する。(3) この値 0.6 は、推定された背景誤差標準偏差と CNTL の誤差標準偏差の比と等しく設定されている。これらの結果 (1-3) は、ECM の客観推定を実際 NWP システムに適用することで、従来の経験的な調整による ECM よりも高精度な ECM が得られること、したがって ECM の推定や NWP システムで用いられている様々な近似が概ね成り立っていることを示している。また、付加的調整による精度改善は、輝度温度観測の変分法バイアス補正への各観測の

インパクトが適切になるためと考えられる。ECMに含まれる客観推定によらないパラメータの数は、従来の数千個から1つだけとなった。(4) AMSU-A の高密度同化 (CNTL の 10 倍) は CNTL よりも精度が良いが、5 倍の高密度同化を改善はしない。(5) 北半球の夏のデータで推定した ECM は、冬期間の実験でも予報精度を改善する。これは推定された ECM の堅牢性を示している。(6) ECM の更新によって、HSS や水蒸気に感度のあるマクロ波輝度温度等の輝度温度観測や GNSS 掩蔽観測のインパクトが明瞭に増加した。これは観測インパクトの解析 (第 3 章、第 4 章) で示唆された ECM の問題が改善され、より多くの情報が解析場に同化されたことを明瞭に示している。(7) NWP システムの理論との整合性を変分法の評価関数のカイ 2 乗分布性で評価すると、CNTL が 32%程度であるのに対し、客観推定した ECM を用いた場合は 85%以上であり、理論整合性も明瞭に改善することが示された。

本研究全体の結論は以下である。本研究はまず、観測インパクトの時空間構造を解析できる新しい観測インパクトの評価手法を構築し、観測インパクトの詳細な解析を可能にした。次に ECM 全体を複数の客観推定手法により高精度に客観推定し、これを同化システムに導入して観測インパクトや解析及び予報精度の変化を解析した。これらの結果、妥当性が高く高精度な ECM 及び大気解析場が得られることを示した。ECMに含まれる客観推定によらないパラメータは、従来の数千個から1つだけとなった。残る1パラメータの値についても ECM の客観推定結果から決定された。AMSU-A の同化観測数は 5-10 倍に増加した。予報精度は全球的に 95%の統計的有意性をもって改善し、理論的整合性も 32%から 85%以上に向上した。本研究の成果は、大気解析を経験的なパラメータ調整から概ね解放することから、今後の大気解析研究を加速することが期待できる。妥当性が高く高精度な解析場や予報場は、大気現象の研究や防災情報の高度化にも資することが期待できる。本研究の成果は、大自由度系の状態解析という普遍的な問題に対するものでもあり、大気以外の様々な物理系の研究にも資することが期待できる。

6.2 将来の研究

大気解析は今後も重要な科学的な研究対象である。データ同化研究の大きな方向性は、データ同化の原理の式 (2.13) をより高精度に実現することであり、観測情報や計算機資源と整合するような PDF の近似表現を構築してゆくことである。本研究の成果を踏まえて、将来の研究について展望する。

接線型観測インパクト評価は、時間発展した PIV と最適な解析インクリメントベクトルを比較して評価できる点を発展させ、DAS における観測データの性質に観測誤差に加えて、背景誤差ベクトルの構造を特定する能力という新しい

面を加えるだろう。アンサンブルカルマンフィルタでは、カルマンゲインの陽な構成が（近似的に）可能であるため、線型観測インパクトの評価は容易である。アンサンブルカルマンフィルタと 4D-Var でのカルマンゲインの作用を比較することは両システムの発展に有用な情報をもたらすだろう。

随伴観測インパクト評価では、実際の SD 比を与えたスカラー理論は実験結果と小さな量的不一致を示した。観測インパクトの確率的性質のより良い理解には、スカラー理論より詳細でかつ解析的な理解を妨げない簡便性をもった理論構築が必要である。確率的性質と PIV の構造との関係や、誤差共分散行列の診断研究を進めることも観測インパクトのより完全な理解には重要である。観測インパクトの大気現象（例えば温帯低気圧や熱帯低気圧）への依存性のようなより詳細な観測インパクトの解析が必要である。

ECM の推定の将来研究は以下である。まず、時空間方向の誤差相関についての研究が必要であり、このためには非対角で流れ依存する OEMCM を非局所的に計算する研究が必要である。D05 の ECM 推定手法がこのようにより精緻な ECM の推定のために十分な推定精度を持つのかは十分に検証する必要がある。また、高精度な ECM を構築するために、サンプル ECM に追加情報を付加することは、OECM と BECM の推定において共に重要な研究テーマである。より大きな課題としては以下がある。本研究では、背景や観測誤差統計をガウス分布で近似した。一方で、水の相変化が関係する水蒸気や降水のような量の観測や予測については非ガウス性が知られている。また、熱帯の対流活動等、大気の時間発展の非線型性が強い場合にも非ガウス性が生ずる。このため、変分法による解析では、ガウス近似できるように解析変数や観測量の選択や変換が行われている。今後は、全球 NWP モデルの雲解像度化、海洋、陸面、化学過程等との結合が進むことから、非線型性や非ガウス性が大きな課題となるだろう。変分法や EnKF では、接線型展開する点を少しずつずらすことで接線型性を維持しながら弱い非線型性を扱うことができるが、強い非線型過程には対応できない可能性がある。より強い非線型やガウス分布からのずれを表現できるデータ同化が必要である。そのような将来の大気解析の研究においても、PDF の精緻化や観測インパクト評価は重要なテーマである。本研究の成果は、以上のような将来の研究に不可欠な出発点となるだろう。

謝辞

本学位論文執筆をはじめ学位取得全般について、神戸大学大学院理学研究科惑星学専攻の林祥介教授に大変お世話になりました。心より感謝いたします。ご多忙の中、本学位論文審査をして頂きました同専攻の牧野淳一郎教授、高橋芳幸准教授、川畑拓矢客員准教授（気象庁気象研究所気象観測研究部第4研究室長）、理化学研究所計算科学研究センターデータ同化研究チームの三好建正チームリーダーに心より感謝いたします。川畑拓矢氏には、学位取得について親身に相談にのって頂きました。心より感謝いたします。著者の所属する気象研究所気象観測研究部の瀬古弘部長、岡本幸三第3研究室長には、日々の研究の中で大変お世話になりました。青梨和正前気象研究部長には、学位取得について考えるきっかけを作って頂きました。皆様に感謝いたします。著者が研究を開始した当時の所属研究室の大野木和敏台風研究部第一研究室長（当時）には、研究環境の構築等で大変お世話になりました。感謝いたします。気象研究所の気象観測研究部の皆様、旧台風研究部の皆様、その他の皆様からは、日々の研究をはじめ諸活動から様々なことを学ばせて頂きました。感謝いたします。著者が5年間在籍し、データ同化の基礎を学びました気象庁予報部数値予報課（当時）の皆様にも感謝いたします。最後に家族と両親に感謝いたします。

参考文献

第 1 章

- Bauer, P., R. Buizza, C. Cardinali, and J.-N. Thépaut, 2011: Impact of singular vector based satellite data thinning on NWP. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **137**, 286–302.
- Bauer, P., A. Thorpe, and G. Brunet, 2015: The quiet revolution of numerical weather prediction. *Nature*, 525, 47–55, <https://doi.org/10.1038/nature14956>.
- Bormann, N., M. Bonavita, R. Dragani, R. Eresmaa, M. Matricardi, and A. McNally, 2016: Enhancing the impact of IASI observations through an updated observation-error covariance matrix. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **142**, 1767–1780, doi: 10.1002/qj.2774.
- Buizza, R., Palmer, T.N., 1995. The singular-vector structure of the atmospheric global circulation. *Journal of the Atmospheric Sciences* 52, 1434–1456
- Campbell, W. F., E. A. Satterfield, B. Ruston, and N. L. Baker, 2017: Accounting for correlated observation error in a dual-formulation 4D variational data assimilation system. *Mon. Wea. Rev.*, **145**, 1019–1032, doi:10.1175/MWR-D-16-0240.1.
- Cardinali C, Pezzulli S, Anderson E. 2004. Influence matrix diagnostic of a data assimilation system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **130**: 2767-2786.
- Courtier, P., J. N. Thépaut, and A. Hollingsworth, 1994: A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 120, 1367-1387.
- Desroziers, G., and S. Ivanov, 2001: Diagnosis and adaptive tuning of observation error parameters in variational assimilation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **127**, 1433–1452.
- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, and P. Poli, 2005: Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 3385-3396.
- Eresmaa, R., J. Letertre-Danczak, C. Lupu, N. Bormann, and A. P. McNally, 2017: The assimilation of Cross-track Infrared Sounder radiances at ECMWF, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **143**, 709, 3177–3188.
- Hollingsworth, A., and P. Lönnberg, 1986: The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part 1: The wind field. *Tellus.*, **38A**, 111–136.
- Kalnay, E., 2003: *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability*. Cambridge University Press, 341 pp.
- Langland, R. H., and N. L. Baker, 2004: Estimation of observation impact using the

NRL atmospheric variational data assimilation adjoint system. *Tellus*, **56A**, 189-201.

Lewis, J. M., S. Lakshmivarahan, and S. Dhall, 2006: *Dynamic Data Assimilation*. Cambridge University Press, 648 pp.

Lorenz, E.N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, **20**, 130-141.

第 2 章

Abbe, C. The physical basis of long-range weather forecasts. *Mon. Weath. Rev.* **29**, 551–561 (1901).

Barnes, S., 1964: A Technique for Maximizing Details in Numerical Weather Map Analysis. *J. Appl. Meteor.*, **3**, 396-409.

Bauer, P., A. Thorpe, and G. Brunet, 2015: The quiet revolution of numerical weather prediction. *Nature*, **525**, 47–55, <https://doi.org/10.1038/nature14956>.

Bergthórsson, P., , and B. Döös, 1955: Numerical weather map analysis. *Tellus*, **7** , 329–340.

Bjerknes, V. Das Problem der Wettervorhersage betrachtet vom Standpunkt der Mechanik und Physik. *Meteorol. Z.* **21**, 1–7 (1904).

Bolin, B. Numerical forecasting with the barotropic model. *Tellus* **7**, 27–49 (1955).

Bonavita, M., L. Isaksen, and E. Hólm, 2012: On the use of EDA background error variances in the ECMWF 4D-Var. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* ,**138**, 1540–1559, doi:10.1002/qj.1899.

Bormann, N., M. Bonavita, R. Dragani, R. Eresmaa, M. Matricardi, and A. McNally, 2016: Enhancing the impact of IASI observations through an updated observation-error covariance matrix. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **142**, 1767–1780, doi: 10.1002/qj.2774.

Buehner, M., P. L. Houtekamer, C. Charette, H. L. Mitchell, and B. He, 2010: Intercomparison of variational data assimilation and the ensemble Kalman filter for global deterministic NWP. Part I: Description and single-observation experiments. *Mon. Wea. Rev.*, **138**, 1550–1566, doi:10.1175/2009MWR3157.1.

Campbell, W. F., E. A. Satterfield, B. Ruston, and N. L. Baker, 2017: Accounting for correlated observation error in a dual-formulation 4D variational data assimilation system. *Mon. Wea. Rev.*, **145**, 1019–1032, doi:10.1175/MWR-D-16-0240.1.

Charney, J. G., Fjoertoft, R. & Neumann, J. v. Numerical integration of the barotropic vorticity equation. *Tellus* **2**, 237–254 (1950).

Courtier, P., J. N. Thépaut, and A. Hollingsworth, 1994: A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Quart. J. Roy. Meteor.*

- Soc., 120, 1367-1387.
- Cressman, G., 1959: An operational objective analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, 87 , 367–374.
- Da Silva, A., and J. Guo, Documentation of the Physical-space Statistical Analysis System (PSAS), I, The conjugate gradient solver, Office Note 96-02, NASA, Washington, DC, 1996.
- Daley, R., 1991: *Atmospheric Data Assimilation*. Cambridge University Press, 457 pp.
- Derber, J. C., Rosati A. 1989. A global oceanic data assimilation system. *J. Phys. Oceanogr.* 19: 1333–1347.
- Derber, J. C., and F. Bouttier, 1999: A reformulation of the background error covariance in the ECMWF global data assimilation system. *Tellus*, 51A, 195–221, doi:10.1034/j.1600-0870.1999.t01-2-00003.x.
- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, and P. Poli, 2005: Diagnosis of observation, background and analysis error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 131, 3385–3396.
- Dutton, J. A., 1986: *The Ceaseless Wind: An Introduction to the Theory of Atmospheric Motion*. Dover Publications, 617 pp.
- Eliassen, A., 1954: Provisional report on calculation of spatial covariance and autocorrelation of the pressure field: Appendix to Report No. 5. Videnskaps-Akademiets Institutt for Vaer-Og Klimaforskning, Oslo, Norway, 12 pp. [Available from Norwegian Meteorological Institute, P.O. Box 43, Blindern, N-0313 Oslo, Norway.].
- El Akkraoui, A., Y. Trémolet, and R. Todling, 2013: Preconditioning of variational data assimilation and the use of a bi-conjugate gradient method. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 139, 731–741, doi:10.1002/qj.1997.
- Eresmaa, R., J. Letertre-Danczak, C. Lupu, N. Bormann, and A. P. McNally, 2017: The assimilation of Cross - track Infrared Sounder radiances at ECMWF, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 143, 709, 3177-3188.
- Evensen, G., 1994: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics. *J. Geophys. Res.*, 99, 10 143–10 162, doi:10.1029/94JC00572.
- Fisher, M., 1998: Minimization algorithms for variational data assimilation. Annual Seminar on Recent Developments in Numerical Methods for Atmospheric Modelling, Shinfield Park, Reading, 7–11 September 1998, ECMWF, 364–385.
- Fisher M. 2003. ‘Background error covariance modelling.’ Pp 45–64 in Proceedings of the ECMWF Seminar on recent developments in data assimilation for atmosphere

- and ocean, 8–12 September 2003. ECMWF. <http://www.ecmwf.int/publications/>.
- Gandin, L. S., 1963: Objective analysis of meteorological fields, Gidrometeorologicheskoe IzdateIstvo, Leningrad. English translation by Israeli Program for Scientific Translations Jerusalem, 1965.
- Geer, A. J., , and P. Bauer, 2011: Observation errors in all-sky data assimilation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 137, 2024–2037, doi:10.1002/qj.830.
- Gelb, A., J. F. Kasper, R. A. Nash, C. F. Price, and A. A. Sutherland, 1974: Applied Optimal Estimation. The M. I. T. Press, 374pp.
- Gilchrist, B., , and G. Cressman, 1954: An experiment in objective analysis. *Tellus*, 6 , 309–318.
- Gordon, N. J., Salmond, D., and Smith, A. F. M.: Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation, *IEEE Proc.-F.*, 140, 107, doi:10.1049/ip-f-2.1993.0015, 1993.
- Hollingsworth, A., and P. Lönnberg, 1986: The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part 1: The wind field. *Tellus.*, 38A, 111–136.
- Holton, J. R., 2004: *An Introduction to Dynamic Meteorology*. 4th ed. Elsevier Academic, 535 pp.
- Houtekamer PL, Lefaiivre L, Derome J, Ritchie H, Mitchell HL. 1996. A system simulation approach to ensemble prediction. *Mon. Weather Rev.* 124: 1225–1242.
- Houtekamer, P. L., , H. L. Mitchell, , G. Pellerin, , M. Buehner, , M. Charron, , L. Spacek, , and B. Hansen, 2005: Atmospheric data assimilation with an ensemble Kalman filter: Results with real observations. *Mon. Wea. Rev.*, 133, 604–620, doi:10.1175/MWR-2864.1.
- Hurzeler, M. and Kunsch, H.: Monte Carlo approximations for general state-space models, *J. Comput. Graph. Stat.*, 7, 175–193, 1998.
- JMA., 2013: Outline of the operational numerical weather prediction at the Japan Meteorological Agency. Appendix to WMO Technical Progress Report on the Global Data-processing and Forecasting System and Numerical Weather Prediction Research. Japan Meteorological Agency, Tokyo, Japan. [Available online at <http://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-center/nwp/outline2013-nwp/index.htm>.]
- Kalman, R. E., 1960: A new approach to linear filtering and prediction problems. *Trans. Amer. Soc. Mech. Eng. J. Basic Eng.*, 82D, 35–45.
- Kalman, R., and R. Bucy, 1961: New results in linear prediction and filtering theory. *Trans. AMSE J. Basic Eng.*, 83D, 95–108.
- Kalnay, E., 2003: *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability*.

- Cambridge University Press, 341 pp.
- Kitagawa, G.: Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian non-linear state space models, *J. Comput. Graph. Stat.*, 5, 1–25, 1996.
- Klinker E., F. Rabier, G. Kelly, and J.-F. Mahfouf, 2000, The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. III: Experimental results and diagnostics with operational configuration. *Q. J. R. Met. Soc.*, Vol. 126, No. 564, pp 1191.
- Landau, L. D., and [Lifshitz](#), E. M., 1975: *The Classical Theory of Fields*. Vol. 2 (4th ed.). Butterworth-Heinemann, 444 pp.
- Landau, L. D., and [Lifshitz](#), E. M., 1981: *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*. Vol. 3 (3rd ed.). Butterworth-Heinemann, 696 pp.
- Landau, L. D., and [Lifshitz](#), E. M., 1987: *Fluid Mechanics: Vol. 6* (2nd ed.). Butterworth-Heinemann, 554 pp.
- Langland, R. H., and N. L. Baker, 2004: Estimation of observation impact using the NRL atmospheric variational data assimilation adjoint system. *Tellus*, 56A, 189-201.
- Lewis, J. M., S. Lakshmivarahan, and S. Dhall, 2006: *Dynamic Data Assimilation*. Cambridge University Press, 648 pp.
- Liu, J. S. and Chen, R.: Sequential Monte Carlo methods for dynamic systems, *J. Am. Stat. Assoc.*, 93, 1032–1044, 1998.
- Lorenc, A. C., 1986: Analysis methods for numerical weather prediction. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 112, 1177–1194, <https://doi.org/10.1002/qj.49711247414>.
- Lorenz, E.N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20, 130-141.
- Mahfouf J.-F. and F. Rabier, 2000, The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. II: Experimental results with improved physics. *Q. J. R. Met. Soc.*, Vol. 126, No. 564, pp 1171.
- Navon, I. M., and D. M. Legler, 1987: Conjugate-gradient methods for large-scale minimization in meteorology. *Mon. Wea. Rev.*, 115, 1479–1502.
- Panofsky, H., 1949: Objective weather map analysis. *J. Meteor.*, 6 , 386–392.
- Parrish, D.F., and J. C. Derber, 1992: The National Meteorological Center's spectral statistical interpolation analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 1747–1763.
- Rabier, F., J.-N. Thépaut & P. Courtier, 1998: Extended assimilation and forecast experiments with a four-dimensional variational assimilation system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 124, 1861–1887.
- Rabier, F., H. Järvinen, E. Klinker, J.-F. Mahfouf, and A. Simmons, 2000: The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. I:

- Experimental results with simplified physics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 126, 1143–1170, doi:10.1002/qj.49712656415.
- Richardson, L. F. *Weather Prediction by Numerical Process* (Cambridge Univ. Press, 1922).
- Sasaki, Y., 1958: An objective analysis based on the variational method. *J. Meteor. Soc. Japan* 36, 77-88.
- Sasaki, Y., 1969: Proposed inclusion of time evolution terms, observational and theoretical in numerical variational objective analysis. *J. Meteor. Soc. Japan* 47, 115-124.
- Sasaki, Y., 1970: Some basic formalisms in numerical variational analysis. *Mon. Wea. Rev.* 98. 875-883.
- Stewart, L. and McCarty, P.: The use of Bayesian Belief Networks to fuse continuous and discrete information for target recognition and discrete information for target recognition, tracking, and situation assessment, in: *Proc. SPIE*, 1699, 177–185, 1992.
- Tsuyuki, T., and T. Kawabata (Eds.), 2008: *Data assimilation on Meteorology*, Meteorological Society of Japan, 277p. (Meteorological Research Note, Vol. 217) (in Japanese)
- Tsuyuki, T. and T. Miyoshi, 2007: Recent progress of data assimilation methods in meteorology. *J. Meteor. Soc. Japan*, 85B, 331–361, doi:10.2151/jmsj.85B.331.
- Thompson, P., 1969: Reduction of analysis error through constraints of dynamical consistency. *J. Appl. Meteor.*, 8, 738-742.
- Tippett, M. K., J. L. Anderson, C. H. Bishop, T. M. Hamill, and J. S. Whitaker, 2003: Ensemble square root filters. *Mon. Wea. Rev.*, 131, 1485–1490.
- van Leeuwen, P. J.: A variance-minimizing filter for large-scale applications, *Mon. Weather Rev.*, 131, 2071–2084, 2003.
- Weston, P., W. Bell, and J. Eyre, 2014: Accounting for correlated error in the assimilation of high-resolution sounder data. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 140, 2420-2429, doi:10.1002/qj.2306.
- Zou, X., I. M. Navon, M. Berger, et al., 1993: Numerical experience with limited-memory Quasi-Newton and Truncated Newton methods. *SIAM J. Optim.*, 3, 582–608, doi: 10.1137/0803029

第 3 章

- Auligné T, McNally AP, Dee DP. 2007. An adaptive bias correction for satellite data in numerical weather prediction system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **133**: 631-642.

- Baker NL, Daley R. 2000. Observation and background adjoint sensitivity in the adaptive observation-targeting problem. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **126**: 1431–1454.
- Cardinali C, Pezzulli S, Anderson E. 2004. Influence matrix diagnostic of a data assimilation system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **130**: 2767-2786.
- Cardinali C. 2009. Monitoring the observation impact on the short-range forecast. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **135**: 239–250.
- Chapnik B, Desroziers G, Rabier F, Talagrand O. 2006. Diagnosis and tuning of observational error in a quasi-operational data assimilation setting. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **132**: 543-565.
- Cohn SE. 1997. An introduction to estimation theory. *J. Meteorol. Soc. Japan.* **75**: 257-288.
- Courtier P, Thépaut JN, Hollingsworth A. 1994. A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **120**: 1367-1387.
- Daescu DN, Todling R. 2009. Adjoint estimation of the variation in model functional output due to the assimilation of data. *Mon. Weather. Rev.* **137**: 1705–1716.
- Dee DP. 2004. ‘Variational bias correction of radiance data in the ECMWF system’. *Proceedings of ECMWF Workshop on Assimilation of High Spectral Resolution Sounders in NWP, 28 June-1 July 2004*. ECMWF: Reading, UK.
- Desroziers G, Brousseau P, Chapnik B. 2005. Use of randomization to diagnose the impacts of observations on analyses and forecasts. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **131**: 2821-2837.
- Derber JC, Wu WS. 1998. The use of TOVS cloud-cleared radiances in the NCEP SSI analysis system. *Mon. Weather Rev.* **126**: 2287-2299.
- Errico RM. 2007. Interpretations of an adjoint-derived observational impact measure. *Tellus.* **59A**: 273–276.
- Fisher M. 2003. ‘Estimation of entropy reduction and degrees of freedom for signal for large variational analysis systems’. ECMWF Technical Memorandum. 397, 18pp. ECMWF: Reading, UK.
- Fourrié N, Doerenbecher A, Bergot T, Joly A. 2002. Adjoint sensitivity of the forecast to TOVS observations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **128**: 2759–2777.
- Gelaro R, Zhu Y, Errico RM. 2007. Examination of various-order adjoint-based approximations of observation impact. *Meteor. Z.* **16 (6)**: 685–692.
- Gelaro R, Zhu Y. 2009. Examination of observation impacts derived from observing system experiments (OSEs) and adjoint models. *Tellus.* **61A**: 179-193.
- Kalnay E. 2003. Atmospheric modeling, data assimilation and predictability. Cambridge

- University Press: Cambridge, UK; 341 pp.
- Langland RH, Baker NL. 2004. Estimation of observation impact using the NRL atmospheric variational data assimilation adjoint system. *Tellus*. **56A**: 189-201.
- Liu ZQ, Rabier F. 2003. The potential of high-density observations for numerical weather prediction: A study with simulated observations. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **129**: 3013-3035.
- Liu J, Kalnay E. 2008. Estimating observation impact without adjoint model in an ensemble Kalman filter. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **134**: 1327-1335.
- Rabier F, Klinker E, Courtier P, Hollingsworth A. 1996. Sensitivity of forecast errors to initial conditions. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **122**: 121-150.
- Rabier F. 2005. Overview of global data assimilation developments in numerical weather-prediction centres. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **131**: 3215-3233.
- Rogers CD. 2000. Inverse methods for Atmospheric Sounding; theory and practice. World Scientific Publishing, London UK; 238 pp.
- Trémolet Y. 2006. Accounting for an imperfect model in 4D-Var. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **132**: 2483–2504.
- Trémolet Y. 2007. First-order and higher-order approximations of observation impact. *Meteor. Z.* **16 (6)**: 693–694.
- Trémolet Y. 2008. Computation of observation sensitivity and observation impact in incremental variational data assimilation. *Tellus*, **60A**, 964-978.
- Wehba G, Johnson DR, Gao F, Gong J. 1995. Adaptive tuning of numerical weather prediction models; Randomized GCV in three- and four-dimensional data assimilation. *Mon. Weather Rev.* **123**: 3358-3369.
- Zhu Y, Gelaro R. 2008. Observation sensitivity calculations using the adjoint of the Gridpoint Statistical Interpolation (GSI) analysis system. *Mon Weather Rev.* **136**: 335–351.

第 4 章

- Baker, N. L., and R. Daley, 2000: Observation and background adjoint sensitivity in the adaptive observation-targeting problem. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 1431-1454.
- Bormann, N., and P. Bauer, 2010: Estimates of spatial and inter-channel observation-error characteristics for current sounder radiances for numerical weather prediction. I: Methods and application to ATOVS data. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **136**, 1036-1050.
- Bormann, N., M. Bonavita, R. Dragani, R. Eresmaa, M. Matricardi, and A. McNally,

- 2016: Enhancing the impact of IASI observations through an updated observation-error covariance matrix. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **142**, 1767-1780. DOI: 10.1002/qj.2774
- Cardinali, C., 2009a: Monitoring the observation impact on the short-range forecast. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **135**, 239-250.
- Cardinali, C., 2009b: 'Forecast sensitivity to observation (FSO) as a diagnostic tool.' *ECMWF Tech. Memo. No 599*. ECMWF: Reading, UK.
- Cardinali, C., and S. Healy, 2014: Impact of GPS radio occultation measurements in the ECMWF system using adjoint-based diagnostics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **140**, 2315-2320.
- Courtier, P., J. N. Thépaut, and A. Hollingsworth, 1994: A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **120**, 1367-1387.
- Daescu, D. N., 2008: On the sensitivity equations of four-dimensional variational (4D-Var) data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 3050-3065.
- Daescu, D. N., and R. Todling, 2009: Adjoint estimation of the variation in model functional output due to the assimilation of data. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 1705-1716.
- Daescu, D. N., and R. Todling, 2010: Adjoint sensitivity of the model forecast to data assimilation system error covariance parameters. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **136**, 2000-2012.
- Daescu, D. N., and R. H. Langland, 2013: Error covariance sensitivity and impact estimation with adjoint 4D-Var: Theoretical aspects and first applications to NAVDAS-AR. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **139**, 226-241.
- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, and P. Poli, 2005: Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 3385-3396.
- Daley, R., and R. Ménard, 1993: Spectral characteristics of Kalman filter systems for atmospheric data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, **121**, 1554-1565.
- Dee, D. P., 2004: Variational bias correction of radiance data in the ECMWF system. *Proceedings of ECMWF Workshop on Assimilation of high spectral resolution sounders in NWP*, 28 June-1 July 2004. ECMWF: Reading, UK.
- Derber, J. C., and W-S. Wu, 1998: The use of TOVS cloud-cleared radiances in the NCEP SSI analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 2287-2299.
- Dutton, J. A., 1986: *The Ceaseless Wind: An Introduction to the Theory of Atmospheric Motion*. Dover Publications, 617 pp.
- Ehrendorfer, M., R. Errico, and K. Raeder, 1999: Singular-vector perturbation growth in

- a primitive equation model with moist physics. *J. Atmos. Sci.* **56**, 1627-1648.
- Ehrendorfer, M., 2007: A review of issues in ensemble-based Kalman filtering. *Meteor. Z.*, **16**, 795-818.
- Errico, R. M., 2007: Interpretations of an adjoint-derived observational impact measure. *Tellus*, **59A**, 273-276.
- Fourrié, N., A. Doerenbecher, T. Bergot, and A. Joly, 2002: Adjoint sensitivity of the forecast to TOVS observations. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **128**, 2759-2777.
- Gelaro, R., Y. Zhu, and R. M. Errico, 2007: Examination of various-order adjoint-based approximations of observation impact. *Meteorol. Z.*, **16**, 685-692.
- Gelaro, R., Y. Zhu, 2009: Examination of observation impacts derived from observing system experiments (OSEs) and adjoint models. *Tellus*, **61A**, 179-193.
- Gelaro, R., R. H. Langland, S. Pellerin, and R. Todling, 2010: The THORPEX observation impact inter-comparison experiment. *Mon. Wea Rev.*, **138**, 4009-4025. DOI:10.1175/2010MWR3393.1.
- Geer, A. J., K. Lonitz, P. Weston, M. Kazumori, K. Okamoto, Y. Zhu, E. H. Liu, A. Collard, W. Bell, S. Migliorini, P. Chambon, N. Fourrié, M-J. Kim, C. Köpken-Watts, and C. Schraff, 2017: All-sky satellite data assimilation at operational weather forecasting centres. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, DOI: 10.1002/qj.3202
- Greiner, W., L. Neise, and H. Stöcker 1995: *Thermodynamics and Statistical Mechanics*. Springer-Verlag New York, KKC., 480 pp.
- Ishibashi, T., 2010: Optimization of error covariance matrices and estimation of observation data impact in the JMA global 4D-Var system. *CAS/JSC WGNE Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling 2010*, 1.11-1.12.
- Japan Meteorological Agency, 2013: Outline of the operational numerical weather prediction at the Japan Meteorological Agency (Appendix to WMO Technical report of the global data-processing and forecasting system and numerical weather prediction. available from <http://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-centre/nwp/outline2013-nwp/index.htm>.
- Klinker, E., F. Rabier, and R. Gelaro, 1998: Estimation of key analysis errors using the adjoint technique. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **124**, 1909-1933.
- Langland, R. H., and N. L. Baker, 2004: Estimation of observation impact using the NRL atmospheric variational data assimilation adjoint system. *Tellus*, **56A**, 189-201.
- Liu, J., and E. Kalnay, 2008: Estimating observation impact without adjoint model in an ensemble Kalman filter. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **134**, 1327-1335.

- Li, H., J. Liu, and E. Kalnay, 2010: Correction of ‘Estimating observation impact without adjoint model in an ensemble Kalman filter’. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **136**, 1652-1654. DOI: 10.1002/qj.658
- Lorenc, A. C., and R. T. Marriott, 2014: Forecast sensitivity to observations in the Met Office global NWP system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **140**, 209-240. DOI: 10.1002/qj.2122.
- Lupu, C., C. Cardinali, and A. P. McNally, 2015: Adjoint-based forecast sensitivity applied to observation-error variance tuning. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **141**, 3157-3165. DOI: 10.1002/qj.2599.
- Okagaki, A., 2015: Assimilation of IASI and IARS radiances at JMA. *CAS/JSC WGNE Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling 2015*, 1.17-1.18.
- Trémolet, Y., 2007: First-order and higher-order approximations of observation impact. *Meteorol. Z.* **16**, 693-694.
- Trémolet, Y., 2008: Computation of observation sensitivity and observation impact in incremental variational data assimilation. *Tellus*, **60A**, 964-978.
- Zhu, Y., and R. Gelaro, 2008: Observation sensitivity calculations using the adjoint of the Gridpoint Statistical Interpolation (GSI) analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 335-351.

第 5 章

- Andersson, E., M. Fisher, R. Munro, and A. McNally, 2000: Diagnosis of background errors for observed quantities in a variational data assimilation scheme, and explanation of a case of poor convergence. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 1455–1472.
- Auligné T, McNally AP, Dee DP. 2007. Adaptive bias correction for satellite data in a numerical weather prediction system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* **133**: 631–642.
- Bannister, R. N., 2008: A review of forecast error covariance statistics in atmospheric variational data assimilation. II: Modelling the forecast error covariance statistics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **134**, 1971–1996, doi: 10.1002/qj.340.
- Bauer, P., R. Buizza, C. Cardinali, and J.-N. Thépaut, 2011: Impact of singular vector based satellite data thinning on NWP. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **137**, 286–302.
- Bonavita, M., L. Isaksen, and E. Hólm, 2012: On the use of EDA background error variances in the ECMWF 4D-Var. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **138**, 1540–1559, doi:10.1002/qj.1899.
- Bormann, N., and P. Bauer, 2010: Estimates of spatial and interchannel observation-error characteristics for current sounder radiances for numerical

- weather prediction. I: Methods and application to ATOVS data. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **136**, 1036–1050, doi:10.1002/qj.616.
- Bormann, N., A. Collard, and P. Bauer, 2010: Estimates of spatial and interchannel observation-error characteristics for current sounder radiances for numerical weather prediction. II: Application to AIRS and IASI data. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **136**, 1051–1063, doi:10.1002/qj.615.
- Bormann, N., A. J. Geer, and P. Bauer, 2011: Estimates of observation-error characteristics in clear and cloudy regions for microwave imager radiances from NWP. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **137**, 2014–2023.
- Bormann, N., A. Fouilloux, and W. Bell, 2013: Evaluation and assimilation of ATMS data in the ECMWF system. *J. Geophys. Res. Atmos.*, **118**, 12 970–980, doi:10.1002/2013JD020325.
- Bormann, N., M. Bonavita, R. Dragani, R. Eresmaa, M. Matricardi, and A. McNally, 2016: Enhancing the impact of IASI observations through an updated observation-error covariance matrix. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **142**, 1767–1780, doi: 10.1002/qj.2774.
- Campbell, W. F., E. A. Satterfield, B. Ruston, and N. L. Baker, 2017: Accounting for correlated observation error in a dual-formulation 4D variational data assimilation system. *Mon. Wea. Rev.*, **145**, 1019–1032, doi:10.1175/MWR-D-16-0240.1.
- Daescu, D. N., 2008: On the sensitivity equations of four-dimensional variational (4D-Var) data assimilation. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 3050–3065, doi.org/10.1175/2007MWR2382.1.
- Dalcher, A., and E. Kalnay: 1987: Error growth and predictability in operational ECMWF forecasts. *Tellus*. **39A**, 474–491.
- Dee, D. P., 2004: Variational bias correction of radiance data in the ECMWF system. Proceedings of ECMWF Workshop on Assimilation of high spectral resolution sounders in NWP, 28 June–1 July 2004. ECMWF: Reading, UK.
- Derber, J. C., and W-S. Wu, 1998: The use of TOVS cloud-cleared radiances in the NCEP SSI analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **126**, 2287–2299.
- Desroziers, G., and S. Ivanov, 2001: Diagnosis and adaptive tuning of observation error parameters in variational assimilation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **127**, 1433–1452.
- Desroziers, G., L. Berre, B. Chapnik, and P. Poli, 2005: Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 3385–3396.
- Eresmaa, R., J. Letertre-Danczak, C. Lupu, N. Bormann, and A. P. McNally, 2017: The

- assimilation of Cross-track Infrared Sounder radiances at ECMWF, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **143**, 709, 3177–3188.
- Errico, R. M., N. C. Privé, and W. Gu, 2015: Use of an OSSE to evaluate background-error covariances estimated by the NMC method. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **141**, 611–618, doi: <https://doi.org/10.1002/qj.2384>.
- Golub, G. H., and C. F. Van Loan, 1996: *Matrix Computations* (3rd edn). Johns Hopkins University Press: Baltimore, MD.
- Hersbach, H., and D. P. Dee, 2016: ERA5 reanalysis is in production. *ECMWF Newsl.*, **147**, 7.
- Hollingsworth, A., and P. Lönnberg, 1986: The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part 1: The wind field. *Tellus.*, **38A**, 111–136.
- Ishibashi, T., 2010: Optimization of error covariance matrices and estimation of observation data impact in the JMA global 4D-Var system. *CAS/JSC WGNE Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling*, **40**, 1.11–1.12.
- JMA., 2007: Outline of the operational numerical weather prediction at the Japan Meteorological Agency. Appendix to WMO Technical Progress Report on the Global Data-processing and Forecasting System and Numerical Weather Prediction Research. Japan Meteorological Agency, Tokyo, Japan. [Available online at <http://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-center/nwp/outline-nwp/index.htm>.]
- JMA., 2013: Outline of the operational numerical weather prediction at the Japan Meteorological Agency. Appendix to WMO Technical Progress Report on the Global Data-processing and Forecasting System and Numerical Weather Prediction Research. Japan Meteorological Agency, Tokyo, Japan. [Available online at <http://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-center/nwp/outline2013-nwp/index.htm>.]
- Kadowaki, T., and K. Yoshimoto, 2012: A new inner model with a higher horizontal resolution (TL319) in JMA's Global 4D-Var data assimilation system. *CAS/JSC WGNE Research Activities in Atmospheric and Oceanic Modelling*, **42**, 1.9–1.10.
- Kalnay, E., 2003: *Atmospheric Modeling, Data Assimilation and Predictability*. Cambridge University Press, 341 pp.
- Liu, Z.-Q., and F. Rabier, 2003: The potential of high-density observations for numerical weather prediction: A study with simulated observations. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **129**, 3013–3035, doi:<https://doi.org/10.1256/qj.02.170>.
- Lorenc, A. C., 1986: Analysis methods for numerical weather prediction. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **112**, 1177–1194, <https://doi.org/10.1002/qj.49711247414>.
- Lorenz, E. N., 1982: Atmospheric predictability experiments with a large numerical

- model. *Tellus*. **34**: 505–513.
- Ménard, R., 2016: Error covariance estimation methods based on analysis residuals: Theoretical foundation and convergence properties derived from simplified observation networks. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **142**, 257–273, doi:<https://doi.org/10.1002/qj.2650>.
- Parrish, D.F., and J. C. Derber, 1992: The National Meteorological Center's spectral statistical interpolation analysis system. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1747–1763.
- Rabier, F., McNally, A., Andersson, E., Courtier, P., Undén, P., Eyre, J., Hollingsworth, A. and Boultier, F., 1998: The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). II: Structure functions. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **124**, 1809–1829
- Reynolds, C. A., P. J. Webster, and E. Kalnay, 1994: Random error growth in NMC's global forecasts. *Mon. Wea. Rev.* **122**, 1281–1305.
- Stewart, L. M., S. Dance, N. K. Nichols, J. R. Eyre, and J. Cameron, 2013: Estimating interchannel observation error correlations for IASI radiance data in the Met Office system. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.* in press, doi: 10.1002/qj.2211.
- Teixeira, J., and T. F. Hogan, 2002: Boundary layer clouds in a global atmospheric model: Simple cloud cover parameterizations. *J. Climate*, **15**, 1261–1276, doi:<https://doi.org/10.1175>.
- Waller, J. A., S. L. Dance, and N. K. Nichols, 2016: Theoretical insight into diagnosing observation error correlations using observation-minus-background and observation-minus-analysis statistics. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **142**, 418–431, doi:<https://doi.org/10.1002/qj.2661>.
- Weston, P., W. Bell, and J. Eyre, 2014: Accounting for correlated error in the assimilation of high-resolution sounder data. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **140**, 2420–2429, doi:10.1002/qj.2306.
- Wilks, D. S., 2011: *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. 3rd ed. Elsevier Academic Press, 704 pp.
- Žagar, N., M. Horvat, Ž. Zaplotnik, and L. Magnusson, 2017: Scale-dependent estimates of the growth of forecast uncertainties in a global prediction system, *Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography*, 69:1, DOI: 10.1080/16000870.2017.1287492

補遺 F

- Bennett, A. F., Leslie, L. M., Hagelberg, C. R. and Powers, P. E. 1993 Tropical cyclone prediction using a barotropic model initialized by a generalized inverse

- method. *Mon. Weather Rev.*, 121, 1714–1729
- Chapnik, B., Desroziers, G., Rabier, F., and Talagrand, O. (2006). Diagnosis and tuning of observational error statistics in a quasi-operational data assimilation setting. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 132, 543-565.
- Desroziers, G. and Ivanov, S. (2001). Diagnosis and adaptive tuning of observation error parameters in a variational assimilation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 127, 1433-1452.
- Sadiki, W. and Fischer, C. (2005). A posteriori validation applied to the 3D-VAR Arpege and Aladin data assimilation systems. *Tellus*, 57 A, 21-34.
- Talagrand, O. (1999). A posteriori evaluation and verification of analysis and assimilation algorithms. In *Proceedings of Workshop on Diagnosis of Data Assimilation Systems*, November 1998, ECIVIWF, Reading pp. 17-28.

補遺

補遺 A 式(4.3)の平均軌跡の精度

平均軌跡を用いた場合の摂動の時間発展の精度は、テイラー展開によって以下のように簡単に説明される。

$$\begin{aligned}
 & M(\mathbf{x}_b + \delta\mathbf{x}) - M(\mathbf{x}_b) \\
 &= M(\mathbf{x}_b + 0.5\delta\mathbf{x} + 0.5\delta\mathbf{x}) - M(\mathbf{x}_b + 0.5\delta\mathbf{x} - 0.5\delta\mathbf{x}) \\
 &= M(\mathbf{x}_{ave} + \delta\mathbf{x}^h) - M(\mathbf{x}_{ave} - \delta\mathbf{x}^h) \\
 &= M(\mathbf{x}_{ave}) + \sum_i (\partial M / \partial x_i)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{ave}} \delta x_i^h + 1/2 \sum_{i,j} (\partial^2 M / \partial x_i \partial x_j)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{ave}} \delta x_i^h \delta x_j^h \\
 &\quad - M(\mathbf{x}_{ave}) + \sum_i (\partial M / \partial x_i)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{ave}} \delta x_i^h - 1/2 \sum_{i,j} (\partial^2 M / \partial x_i \partial x_j)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{ave}} \delta x_i^h \delta x_j^h, \quad (\text{A1}) \\
 &\quad + O(3) \\
 &= \sum_i (\partial M / \partial x_i)_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{ave}} \delta x_i^h + O(3)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{x}_{ave} \equiv \mathbf{x}_b + 0.5\delta\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_b + \delta\mathbf{x}^h$ は平均軌跡である。したがって、平均軌跡による表現は、解析場や背景場軌跡に含まれる $O(2)$ の誤差を含まない。この結果は、スカラー量である式(4.2)や(4.4)の高精度表現に帰結する。Daescu and Todling (2009)は、スカラー量である式(4.2)の精度の軌跡への依存性の別の説明を数値積分スキームの精度の問題として与えている。 δJ を平均軌跡を使わずに2次精度で計算するには、予報モデルの2次の随伴演算子や2本の軌跡の使用（解析及び背景場軌跡）が必要ある（LB04; Errico 2007; Gelaro et al. 2007; Daescu and Todling 2009）。

補遺 B インクリメンタル DAS における随伴法の別の形

ここで、インクリメンタル形式の DAS での δJ の別の形を本文の第 2.1.2 節の形と比較しながら記述する。式(4.6)の別の定式化として次式がある。

$$\delta J(\delta\mathbf{x}) \equiv \tilde{\delta J}(\delta\tilde{\mathbf{x}}) \equiv (\mathbf{S}\mathbf{e}_a^f)^T \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{S}\mathbf{e}_a^f - (\mathbf{S}\mathbf{e}_b^f)^T \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{S}\mathbf{e}_b^f = \{\mathbf{S}(\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f)\}^T \tilde{\mathbf{C}}(\mathbf{S}\mathbf{e}_a^f + \mathbf{S}\mathbf{e}_b^f), \quad (\text{B1})$$

式(4.8)の別の形は次式である。

$$\mathbf{S}(\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f) \approx \tilde{\mathbf{M}}\delta\tilde{\mathbf{x}}, \quad (\text{B2})$$

ここで、 \mathbf{S} は解像度変換演算子であり、アウター空間の場をインナー空間に変換する。式(4.8)はインナー空間での単純な接線型近似であるのに対し、式(B2)はアウター空間の2つの非線型モデルの差に \mathbf{S} を作用させたものをインナー空間の

接線型モデルで近似している。したがって、式(B2)の近似は式(4.8)よりも難しい。

式(B1)、(B2)に基づいた式(4.4)の近似式として次式を得る。

$$\tilde{\delta J}(\delta \mathbf{x}) \approx \tilde{\mathbf{d}}^T \tilde{\mathbf{K}}^T \tilde{\mathbf{M}}^T \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{S}(\mathbf{e}_a^f + \mathbf{e}_b^f), \quad (\text{B3})$$

式(B3)は、第2要素をアウターモデルで計算するために式(4.9)より正確に見えるが、感度場 \mathbf{g} がアウターモデルとインナーモデルの違いの影響を受ける可能性がある。このような問題は、Klinker et al. (1998)に報告がある。

最後に、式(B2)と式(4.8)の意味の違いについて考える。式(B2)と式(4.8)の左辺は、各々、次の式(B4)と式(B5)で書きなおせる。

$$\mathbf{S}(\mathbf{e}_a^f - \mathbf{e}_b^f) = \mathbf{S}\{M(\mathbf{x}_b + \mathbf{U}\delta \tilde{\mathbf{x}}) - M(\mathbf{x}_b)\}, \quad (\text{B4})$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_a^f - \tilde{\mathbf{e}}_b^f = \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b + \delta \tilde{\mathbf{x}}) - \tilde{M}(\tilde{\mathbf{x}}_b) = \tilde{M}(\mathbf{S}\mathbf{x}_b + \delta \tilde{\mathbf{x}}) - \tilde{M}(\mathbf{S}\mathbf{x}_b). \quad (\text{B5})$$

式(B4)では、変換 $\mathbf{U}\delta \tilde{\mathbf{x}}$ は、通常、インナー解像度を超える成分を 0 にしたフーリエ及びルジャンドル変換で構築されるので、アウター解像度の情報を生成しない。解析場からスタートするアウターモデルの積分はアウター解像度成分の情報を生成する。これと対照的に、(B5)式の解析インクリメントベクトルはアウター解像度の情報を含まないが、インナーの背景場 $\tilde{\mathbf{x}}_b$ は、前の解析からスタートしたアウターモデルの 9 時間予報値から生成されるので、それらを含んでいる。

以上の議論の結果として、式(B5)では背景場と解析場からスタートした予報の差は式(B4)でのそれよりも小さく、全観測インパクト (式(4.9)) は、式(B3)よりも小さい可能性がある。さらに、式(B4)を使用する場合でも、インナーの随伴モデルを使うため(B2)、アウターモデルによるそのような情報生成を近似することは難しい。しかし、このことは、第4節で示したように、相対的な観測インパクトを随伴法で十分な精度で評価できないことを意味するものではない。

補遺 C 4.2.3 項の式の詳細な導出

C.1. 式(4.23)の詳細な導出

x が平均 0、標準偏差 σ のガウス分布に従う場合、

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (\text{C1})$$

$X = x^2$ の確率密度関数(PDF)は次式のように導出される。累積分布関数 (CDF)

$\tilde{Z}(X)$ は、 $x^2 < X$ で、

$$\tilde{Z}(X) \equiv \int_{x^2 < X} dx f(x) = \int_{-\sqrt{X}}^{\sqrt{X}} dx f(x).$$

したがって、 X の PDF は次式である。

$$\begin{aligned} Z(X) &\equiv \partial_X \tilde{Z}(X) = \partial_X \int_{-\sqrt{X}}^{\sqrt{X}} dx f(x) \\ &= \partial_X \{F(\sqrt{X}) - F(-\sqrt{X})\} = f(\sqrt{X}) \frac{1}{2} X^{-1/2} - f(-\sqrt{X}) \left(-\frac{1}{2} X^{-1/2}\right), \quad (\text{C2}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{X}{2\sigma^2}\right) X^{-1/2} \quad (X \geq 0) \end{aligned}$$

ここで、 $F(x) \equiv \int f(x) dx$ である。

C.2 式(4.22)の詳細な導出

ここで、ガンマ分布にしたがう 2 つの確率変数 x, y の差 $z \equiv x - y$ の PDF の詳細な導出を示す。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_a^2}\right) x^{-1/2} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad g(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left(-\frac{y}{2\sigma_b^2}\right) y^{-1/2} & y \geq 0 \\ 0 & y < 0 \end{cases} \quad (\text{C3})$$

CDF は次式である。

$$\tilde{Z}(z) \equiv \iint_{x-y < z} dx dy f(x) g(y) = \int_0^{\infty} dx f(x) \int_{x-z}^{\infty} dy g(y)$$

したがって、PDF は次式である。

$$Z(z) \equiv \partial_z \tilde{Z}(z) = \int_0^{\infty} dx f(x) \partial_z \int_{x-z}^{\infty} dy g(y) = \int_0^{\infty} dx f(x) g(x-z).$$

ここで次式を使用した。

$$\partial_z \int_{x-z}^{\infty} dy g(y) = \partial_z \{G(\infty) - G(x-z)\} = -\partial_z G(x-z) = -g(x-z)(-1) = g(x-z),$$

ここで、 $G(y) \equiv \int dy g(y)$ 。

$g(x-z)$ は $x-z \geq 0$ でのみ 0 でない値をとるので、PDF は、

$$Z(z) = \begin{cases} \int_{z}^{\infty} dx f(x) g(x-z), & z > 0 \\ \int_{0}^{\infty} dx f(x) g(x-z), & z \leq 0 \end{cases}. \quad (C4)$$

PDF の具体的な形は (C3) と (C4) を代入して次式である。

$$\begin{aligned} Z(z) &= \int_{\psi}^{\infty} dx f(x) g(x-z) \\ &= \int_{\psi}^{\infty} dx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_a} \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_a^2}\right) x^{-1/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} \exp\left(-\frac{(x-z)}{2\sigma_b^2}\right) (x-z)^{-1/2} \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \int_{\psi}^{\infty} dx \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_a^2}\right) x^{-1/2} \exp\left(-\frac{(x-z)}{2\sigma_b^2}\right) (x-z)^{-1/2} \quad , \quad (C5) \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \int_{\psi}^{\infty} dx \exp\left(-\frac{x}{2\sigma_a^2} - \frac{(x-z)}{2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x-z)^{-1/2} \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \exp\left(\frac{z}{2\sigma_b^2}\right) \int_{\psi}^{\infty} dx \exp\left(-\frac{(\sigma_b^2 + \sigma_a^2)x}{2\sigma_a^2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x-z)^{-1/2} \end{aligned}$$

ここで、定積分の下限は、 $\psi = \begin{cases} z, & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}$ である。

この式は、 z を δJ と書き直せば式(4.22)である。 δJ の分布は、 $\delta J = 0$ に対して対称ではないことがわかる。非対称性は次式で表される。

$$\begin{aligned} Asym &\equiv Z_-(|\delta J|) - Z_+(|\delta J|) = \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \exp\left(\frac{|\delta J|}{2\sigma_b^2}\right) \int_0^{|\delta J|} dx \exp\left(-\frac{(\sigma_b^2 + \sigma_a^2)x}{2\sigma_a^2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x - |\delta J|)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (C6)$$

これは δJ の大きさの増加関数である。

C.3 BOR (式 4.25) の詳細な導出

BOR (式(4.25)) の詳細な導出は次式である。

$$\begin{aligned}
BOR &\equiv \int_{-\infty}^0 P(z)dz = \frac{1}{2\pi\sigma_a\sigma_b} \int_{-\infty}^0 dz \exp\left(\frac{z}{2\sigma_b^2}\right) \int_0^{\infty} dx \exp\left(-\frac{(\sigma_a^2 + \sigma_b^2)x}{2\sigma_a^2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x-z)^{-1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi r_{ab}\sigma_b^2} \int_{-\infty}^0 dz \exp\left(\frac{z}{2\sigma_b^2}\right) \int_0^{\infty} dx \exp\left(-\frac{(\sigma_b^2 + r_{ab}^2\sigma_b^2)x}{2r_{ab}^2\sigma_b^4}\right) x^{-1/2} (x-z)^{-1/2} \\
&= \frac{1}{2\pi r_{ab}\sigma_b^2} \int_{-\infty}^0 dz \exp\left(\frac{z}{2\sigma_b^2}\right) \int_0^{\infty} dx \exp\left(-\frac{(1+r_{ab}^2)x}{2r_{ab}^2\sigma_b^2}\right) x^{-1/2} (x-z)^{-1/2} \\
&\quad \text{(where } y = \frac{x}{\sigma_b^2}, dy/dx = \frac{1}{\sigma_b^2}, g = \frac{z}{\sigma_b^2}, dg/dz = \frac{1}{\sigma_b^2}\text{)} \\
&= \frac{1}{2\pi r_{ab}\sigma_b^2} \int_{-\infty}^0 \sigma_b^2 dg \exp\left(\frac{g}{2}\right) \int_0^{\infty} \sigma_b^2 dy \exp\left(-\frac{(1/r_{ab}^2 + 1)y}{2}\right) y^{-1/2} \sigma_b^{-1} (y-g)^{-1/2} \sigma_b^{-1} \\
&= \frac{1}{2\pi r_{ab}} \int_{-\infty}^0 dg \exp\left(\frac{g}{2}\right) \int_0^{\infty} dy \exp\left(-\frac{(1/r_{ab}^2 + 1)y}{2}\right) y^{-1/2} (y-g)^{-1/2}
\end{aligned} \tag{C7}$$

ここで、 $\sigma_a = r_{ab}\sigma_b$ である。

BOR を 2 つの特別な場合、 $r_{ab} = 1$ 及び $r_{ab} = 0$ について計算することは次式のよ
うに容易である。

$$\begin{aligned}
BOR &= \iint_{x-y \leq 0} dx dy \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp(-x/2\sigma_a^2) / \sqrt{x} \right\} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} \exp(-y/2\sigma_b^2) / \sqrt{y} \right\} \\
&= \int_0^{\infty} dx \int_x^{\infty} dy \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp(-x/2\sigma_a^2) / \sqrt{x} \right\} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} \exp(-y/2\sigma_b^2) / \sqrt{y} \right\} \\
&= \int_0^{\infty} \sigma_a^2 dX \int_{(\sigma_a^2/\sigma_b^2)X}^{\infty} \sigma_b^2 dY \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp(-X/2) / \sqrt{X\sigma_a^2} \right\} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} \exp(-Y/2) / \sqrt{Y\sigma_b^2} \right\} \\
&= \int_0^{\infty} dX \int_{r_{ab}^2 X}^{\infty} dY \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-X/2) / \sqrt{X} \right\} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Y/2) / \sqrt{Y} \right\} \\
&= \int_0^{\infty} dX \int_{r_{ab}^2 X}^{\infty} dY P(X) P(Y) = \int_0^{\infty} dX P(X) \{ \tilde{P}(\infty) - \tilde{P}(r_{ab}^2 X) \} \\
&= \tilde{P}(\infty) - \int_0^{\infty} dX P(X) \tilde{P}(r_{ab}^2 X)
\end{aligned}$$

ここで、次式を用いた。

$$P(X) \equiv \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) \exp(-X/2) / \sqrt{X}; \quad \tilde{P}(W) \equiv \int dW \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-W/2) / \sqrt{W} \right\}$$

(1) $r_{ab} = 0$ の場合

$$BOR = \tilde{P}(\infty) - \int_0^{\infty} dXP(X)\tilde{P}(0) = \tilde{P}(\infty) - \tilde{P}(0) \int_0^{\infty} dXP(X) = \tilde{P}(\infty) - \tilde{P}(0) = 1. \quad (C8)$$

(2) $r_{ab} = 1$ の場合

$$BOR = \tilde{P}(\infty) - \int_0^{\infty} dXP(X)\tilde{P}(X),$$

ここで、

$$\int_0^{\infty} dXP(X)\tilde{P}(X) = \int_0^{\infty} dX \partial\tilde{P}(X)/\partial X \tilde{P}(X) = [\tilde{P}(X)^2]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} dX \tilde{P}(X)P(X),$$

$$\int_0^{\infty} dXP(X)\tilde{P}(X) = 0.5[\tilde{P}(X)^2]_0^{\infty}.$$

よって、

$$\begin{aligned} BOR &= \tilde{P}(\infty) - 0.5[\tilde{P}(X)^2]_0^{\infty} = \tilde{P}(\infty) - 0.5\{\tilde{P}(\infty)^2 - \tilde{P}(0)^2\} \\ &= \tilde{P}(\infty) - 0.5\{\tilde{P}(\infty) - \tilde{P}(0)\}\{\tilde{P}(\infty) + \tilde{P}(0)\} \quad (C9) \\ &= \tilde{P}(\infty) - 0.5\{\tilde{P}(\infty) + \tilde{P}(0)\} = 0.5\{\tilde{P}(\infty) - \tilde{P}(0)\} = 0.5 \end{aligned}$$

C.4 δJ の標準偏差

δJ の標準偏差は次式で計算される。

$$\begin{aligned} \langle \delta J^2 \rangle &= \langle (e_a^2 - e_b^2)^2 \rangle - \langle (e_a^2 - e_b^2) \rangle^2 = \langle e_a^4 + e_b^4 - 2e_a^2 e_b^2 \rangle - (\langle e_a^2 \rangle - \langle e_b^2 \rangle)^2 \\ &= \langle e_a^4 \rangle + \langle e_b^4 \rangle - 2\langle e_a^2 e_b^2 \rangle - \langle e_a^2 \rangle^2 - \langle e_b^2 \rangle^2 + 2\langle e_a^2 \rangle \langle e_b^2 \rangle \\ &= 3\sigma_a^4 + 3\sigma_b^4 - 2\sigma_b^4 \{r_{og}^2 / (r_{og}^2 + 1)\} - \sigma_a^4 - \sigma_b^4 + 2\sigma_a^2 \sigma_b^2 \\ &= 2\sigma_b^4 \left\{ \frac{r_{og}^4}{(r_{og}^2 + 1)^2} + 1 \right\} \end{aligned} \quad (C10)$$

補遺 D 推定された BECM の妥当性と意味

ここで、第4節で記述した推定された BECM の SDR の妥当性について考える。第一に、この推定は、SONDE 分布や BECM の SD の分布が一様であるとの仮定に基づいている。したがって、推定はこの仮定の誤差を含んでいる。第2に、NMC法の規格化係数（24時間予報差を6時間予報に変換する係数）はJMAでは誤差SDについて0.9である（JMA, 2013）が、この値は理論や実験で完全決められるものではない。これはNMC法の主要な限界の一つである（Bannister

2008)。本研究での 0.6 のように 1 より小さい値は、予報誤差成長に関する先行研究 (Lorenz, 1982; Dalcher and Kalnay, 1987; Reynolds et al., 1994; Žagar et al., 2017) からは除外されない。第 3 に、Errico et al. (2015) は、この比は、中緯度 (熱帯) では 1 より小さい (大きい) ことをかれらの観測システムシミュレーション実験で示しており、彼らの図 1 から全球平均では 1 より小さいと推測できる。第 4 に、この規格化定数 0.9 は Rabier et al. (1998) と同一であるが、観測データが 1998 年から 20 年でかなり増加している。したがって、0.9 のような大きな規格化係数が観測の過小に起因する (Rabier et al. 1998) のであれば、現行の 4D-Var DAS の規格化係数は 0.9 より小さいはずである。

最後に、BECM の SDR0.6 の逆数 1.7 が、先行研究で用いられた観測誤差 SD の膨張係数と近いことの意味について考える (第 4 節での推定された BECM の説明を参照)。この近さは、これらの観測誤差膨張係数の起源が DAS に設定された **B** の過大に起因していることを示している可能性がある。実際、これらの研究では、Bormann et al (2016) を除き、BECM は基本的に NMC 法のような気候学的方法で導出されたものである。Bormann et al (2016) は DAS のアンサンブルを用いており (Bonavita et al. 2012)、そこではアンサンブルの生の BECM の SD を大きくするために、これに対して 1.5 程度の膨張係数を適用している。この膨張係数は、予報誤差 SD と予報アンサンブルスプレッドの比から決められているため、あいまいさはないように見える。しかし、スプレッドの過小性が主要な特異ベクトルを補足するための自由度の不足による場合、つまりアンサンブルで表現される誤差成長率の過小、彼らの DAS の BECM の SD は過大である。

補遺 E ECM の更新なしの AMSU-A 高密度同化の追加実験

ここでは、本文で示した推定した相関距離に基づいた間引き距離の更新と比較するために、ECM の推定によらない試行錯誤による間引き距離の更新について記述する。AMSU-A の間引き距離を変えた 6 つの追加参考実験を実施した。NWP システムは、本文の第 3 節に記述したシステムとほぼ同じだがわずかに古いシステム (2015 年までの現業システム) を用いている。追加参考実験の名前は、0.5OBS, 2OBS, 4OBS, 9OBS, 16OBS、及び CNTL-E であり、各々、0.5, 2, 4, 9, 16, 及び 1 倍の AMSU-A の高密度同化を行った。

図 E.1 は 500hPa 気温の 48 時間予報 RMSE の CNTL-E に対する改善率である。これらの実験では、4OBS の精度が最もよく、最良の間引き距離は 2OBS と 9OBS の間にある。この結果は、本文の結果と矛盾しない。異なる間引き間隔の実験によって多くの試行錯誤をすれば、より詳細な推定が可能であるが、MCD が推定されていないため、それでも理論的な根拠はなく、推定された間引き距離は DAS で使用している ECM に依存する。したがって、本文で述べた通り、間引き

距離は OECM の相関構造によって決まるので、間引き距離の更新と ECM の更新は同時にするべきである。

補遺 F 変分法の評価関数の統計的性質

ここでは、変分法の評価関数の統計的な性質をレビューしたのち、実際の変分法データ同化システムの理論整合性の評価方法について述べる。

はじめに、理想的なデータ同化システムでは、解析場についての変分法の評価関数 J について、 $2J$ は自由度 P (P は同化した観測データ数) のカイ 2 乗分布に従うことを示す (Bennett et al. 1993; Chapnik et al., 2006; Talagrand 1999; Sadiki and Fischer 2005; Desroziers and Ivanov, 2001)。

$$\begin{aligned} 2J(\mathbf{x}) &= \delta\mathbf{x}^T \mathbf{B}^{-1} \delta\mathbf{x} + (\mathbf{d} - \mathbf{H}\delta\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\delta\mathbf{x}) \\ &= \mathbf{d}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{d} = \mathbf{q}^T \mathbf{q} \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{q} = \mathbf{D}^{-1/2} \mathbf{d}$ であり、 \mathbf{q} の共分散行列は、 $\langle \mathbf{q}\mathbf{q}^T \rangle = \mathbf{D}^{-1/2} \langle \mathbf{d}\mathbf{d}^T \rangle \mathbf{D}^{-T/2} = \mathbf{I}$ であるから、 $2J$ は自由度 P のカイ 2 乗分布に従う。したがって、 $2J$ の期待値と分散は次式を満たす。

$$\langle 2J \rangle = P, \text{ したがって、} \langle J \rangle = P/2 \quad (\text{F.1})$$

$$\langle (2J - \langle 2J \rangle)^2 \rangle = 2P, \text{ したがって、} \sigma^2 = \langle (J - \langle J \rangle)^2 \rangle = P/2 \quad (\text{F.2})$$

また、これらから、 $P/2 = \langle J \rangle^2 / \sigma^2$ である。 σ^2 は J の分散である。

次に、実際のデータ同化システムについて考える。実際の同化システムでは、ECM が真値でないことなどにより、一般に上述の理論関係は満たされていない。正の実数 α 、 β を αJ の期待値が P と等しく、 βJ の分散が $2P$ と等しくなるように決めることがいつでも可能である。理想的な同化システムではもちろん、 $\alpha = \beta = 2$ である。時刻 t の解析について考えると、

$$\langle \alpha J(t) \rangle = P(t)$$

$$\langle (\beta J(t))^2 \rangle - \langle \beta J(t) \rangle^2 = \beta^2 (\langle J(t)^2 \rangle - \langle J(t) \rangle^2) = \beta^2 \sigma(t)^2 = 2P(t)$$

したがって、

$$\alpha(t) = P(t) / \langle J(t) \rangle \quad (\text{F.3})$$

$$\beta(t)^2 = 2P(t) / \sigma(t)^2 \quad (\text{F.4})$$

である。 $\alpha(t)$ と $\beta(t)$ は時間に依存しないとして、時間平均をとると、

$$\overline{\alpha \langle J(t) \rangle} = \overline{P(t)}$$

$$\overline{\beta^2 \sigma(t)^2} = \overline{2P(t)}$$

ここで、 \bar{X} は、 X の時間平均を表す。したがって、

$$\alpha = \overline{P(t)} / \overline{\langle J(t) \rangle} \quad (\text{F.5})$$

$$\beta^2 = 2\overline{P(t)}/\overline{\sigma(t)^2} \quad (\text{F.6})$$

ここで次の量を定義する。

$$CHI1 \equiv \overline{\langle J(t) \rangle} / \overline{P(t)} \quad (\text{F.7})$$

理想的なシステムでは、 $CHI1$ は 1 であるので、 $CHI1$ が 1 にどれだけ近いかは実際の同化システムが理論的整合性の一つの指標とできる。また、理想的なシステムでは $\alpha=\beta$ なので次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \overline{P(t)^2} / \overline{\langle J(t) \rangle^2} &= 2\overline{P(t)}/\overline{\sigma(t)^2} \\ \overline{P(t)}/2 &= \overline{\langle J(t) \rangle^2} / \overline{\sigma(t)^2} \end{aligned} \quad (\text{F.8})$$

各時刻の解析の J は期待値の周りで揺らいでいる。

$$J(t) = \langle J(t) \rangle + \sigma(t)\xi \quad (\text{F.9})$$

ここで、 ξ は標準正規分布に従うランダム変数であり、解析ごとに変化するが、時間の関数ではない。 $\langle (J(t) - \langle J(t) \rangle)^2 \rangle = \sigma(t)^2$ である。式(F.9)の両辺の時間平均をとると次式である。

$$\overline{J(t)} = \overline{\langle J(t) \rangle} + \overline{\sigma(t)\xi} = \overline{\langle J(t) \rangle} \quad (\text{F.10})$$

ここで、最終等号では $\sigma(t)$ と ξ が無相関であることを使った。解析時刻ごとの J の時系列を考えると J は解析時刻ごとの $P(t)$ の変化と時刻ごとの期待値のまわりの揺らぎの 2 つの成分で揺らいでいる。

$$\begin{aligned} \delta_t^2 &\equiv \overline{(J(t) - \overline{J(t)})^2} = \overline{(\langle J(t) \rangle + \sigma(t)\xi - \overline{\langle J(t) \rangle})^2} \\ &= \overline{(\langle J(t) \rangle - \overline{\langle J(t) \rangle})^2 + (\sigma(t)\xi)^2 + 2(\langle J(t) \rangle - \overline{\langle J(t) \rangle})(\sigma(t)\xi)} \\ &= \overline{(P(t)/\beta - \overline{P(t)}/\beta)^2 + (\sigma(t)\xi)^2 + 2(\langle J(t) \rangle - \overline{\langle J(t) \rangle})(\sigma(t)\xi)} \\ &= \overline{(P(t) - \overline{P(t)})^2} / \beta^2 + \overline{\sigma(t)^2} \quad (\text{F.11}) \end{aligned}$$

最終等号では、 ξ と他の量との相関がないこと及び、次式を用いた。

$$\begin{aligned} \overline{\sigma(t)^2 \xi^2} &= \overline{(\sigma(t)^2 + \delta_1)(\xi^2 + \delta_2)} = \overline{\sigma(t)^2} \overline{\xi^2} + \overline{\sigma(t)^2} \delta_2 + \overline{\xi^2} \delta_1 + \overline{\delta_1 \delta_2} \\ &= \overline{\sigma(t)^2} \overline{\xi^2} \end{aligned}$$

ここで、 $\overline{\sigma(t)^2} = \overline{\sigma(t)^2} + \delta_1$ 、 $\overline{\xi^2} = \overline{\xi^2} + \delta_2$ 、 δ_1 や δ_2 と時間平均量及び互い無相関であることを用いた。また、第 3 等号では、式(F.5)及び理論関係 $\alpha=\beta$ を用いた。したがって、 J の分散の時間平均は、次式で近似できる。

$$\overline{\sigma(t)^2} = \delta_t^2 - \overline{(P(t) - \overline{P(t)})^2} / \beta^2 \quad (\text{F.12})$$

理論関係式(F.8)をこの式を使って書き換えると次式である。

$$\overline{P(t)}/2 = \overline{J(t)^2} / \left\{ \overline{\delta_t^2} - \overline{(P(t) - \overline{P(t)})^2} / \beta^2 \right\}$$

β は、式(F.12)と式(F.6)により求める。

ここで、

$$CHI2 = 2\overline{J(t)^2} / \left[\overline{P(t)} \left\{ \overline{\delta_t^2} - \overline{(P(t) - \overline{P(t)})^2} / \beta^2 \right\} \right] \quad (F.13)$$

とする。 $CHI2$ が理論値 1 にどれだけ近いかは理論整合性の指標となる。

$CHI2$ と式(F.7)の $CHI1$ と以下のように、理論的整合性が完全な時に 100%、誤差が 1 のとき 0%、誤差が 1 以上の大きさのとき負になるように以下のようなインデックスを作る。

$$index_{CHI} = 1 - |CHI - 1| \quad (F.14)$$

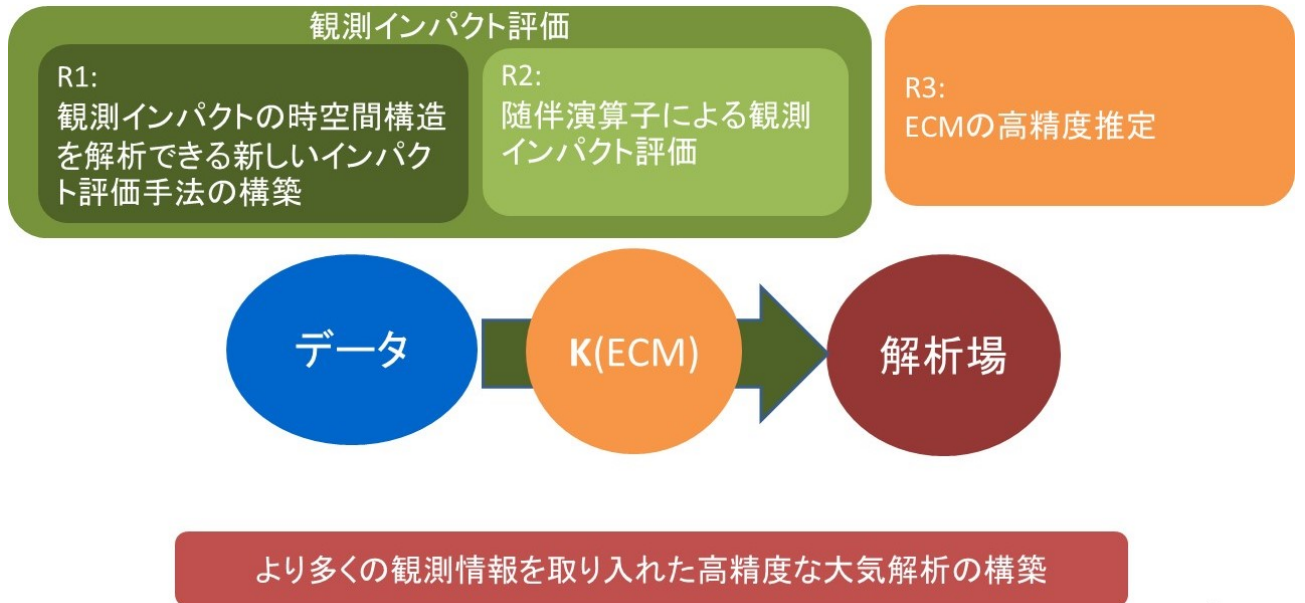
ここで、 CHI には $CHI1$ または $CHI2$ を代入する。誤差分散を真値より大きく設定している同化システムでは、 CHI は 1 より小さいため、このインデックスは正である。第 5 章でこれを用いる。

補遺 G 略語表

本論文で用いた略語について表 G.1 にまとめた。

図表

第1章 図



13

図 1.1 本研究の構成概念図。本研究では観測インパクトを詳細に解析する研究 (R1 及び R2) と ECM の高精度推定及びその導入による解析精度の向上の研究 (R3) から構成される。観測インパクト (緑矢印) は ECM から構成されるカルマンゲイン (Kalman gain: K ; 橙色) によって決まるため、両研究は密接に関係している。

第3章 図表

表 3.1 気象庁全球 DAS で同化されている観測データセットとそれらの接線型評価法実験のための区分。

Dataset	Sub Dataset	Sensor or Data Type	Satellite
TBB		AMSU-A	NOAA15, NOAA16, NOAA18, EOS2, METOP2
		AMSU-B	NOAA15, NOAA16, NOAA17
		MHS	NOAA18, METOP2
		SSM/I	DMSP13, 14
		TMI	TRMM
		AMSR	EOS2
		CSR	MTSAT1, GOES11, 12, METEOSAT7, 9
Dataset	Sub Dataset	Data Description	
CNV	SONDE	ラジオゾンデ	
	AMV	大気追跡風 (Atmospheric Motion Vectors: AMV)	
	OTHERS	その他の CNV データ (散乱系による海上風、航空機観測、地表面気圧観測)	

$$\mathbf{d} \Rightarrow [4D - Var] \Rightarrow \delta \mathbf{x}$$

operator

図 3.1 変分法同化システムの模式図。変分法同化システムは、D 値ベクトルを入力、解析インクリメントベクトルを出力とする演算子とみることができる。

$$\mathbf{d}_{P+Q} \Rightarrow [4D-Var]_{P+Q} \Rightarrow \delta\mathbf{x}_{P+Q}$$

$$\mathbf{d}_Q \Rightarrow [4D-Var]_Q \Rightarrow \delta\mathbf{x}_Q$$

図 3.2 変分法同化システムにおける線型観測インパクトの困難性の図。データセット P と Q を同化している同化システムにおける P の線型インパクトは、データセット Q だけを同化する DAS との差では評価できない。

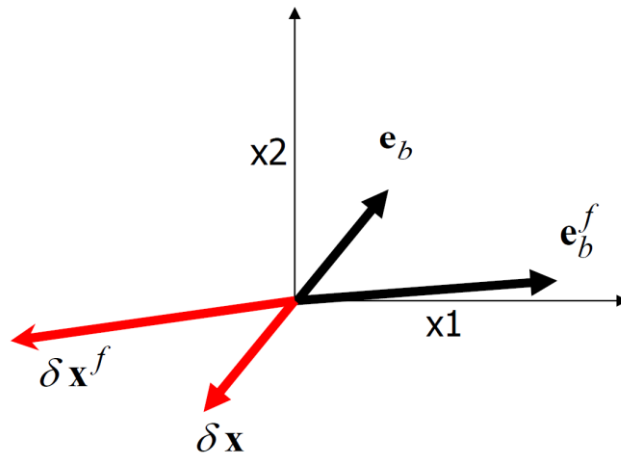


図 3.3 解析インクリメント $\delta \mathbf{x}$ 、背景誤差ベクトル \mathbf{e}_b 、時間発展した解析インクリメント $\delta \mathbf{x}^f$ 、時間発展した背景誤差ベクトル \mathbf{e}_b^f の関係の模式図。2次元位相空間での図。

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{P,P'} & \mathbf{D}_{P,Q'} \\ \mathbf{D}_{Q,P'} & \mathbf{D}_{Q,Q'} \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{if } \mathbf{D} \text{ is block diagonal}} \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{P,P'} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{Q,Q'} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{D}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{P,P'}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_{Q,Q'}^{-1} \end{pmatrix} \Rightarrow OSE = TL \text{ based estimation}$$

図 3.4 OSE と接線型法による推定の関係の模式図。OSE の非線型性は \mathbf{D} の非対角項からきている。

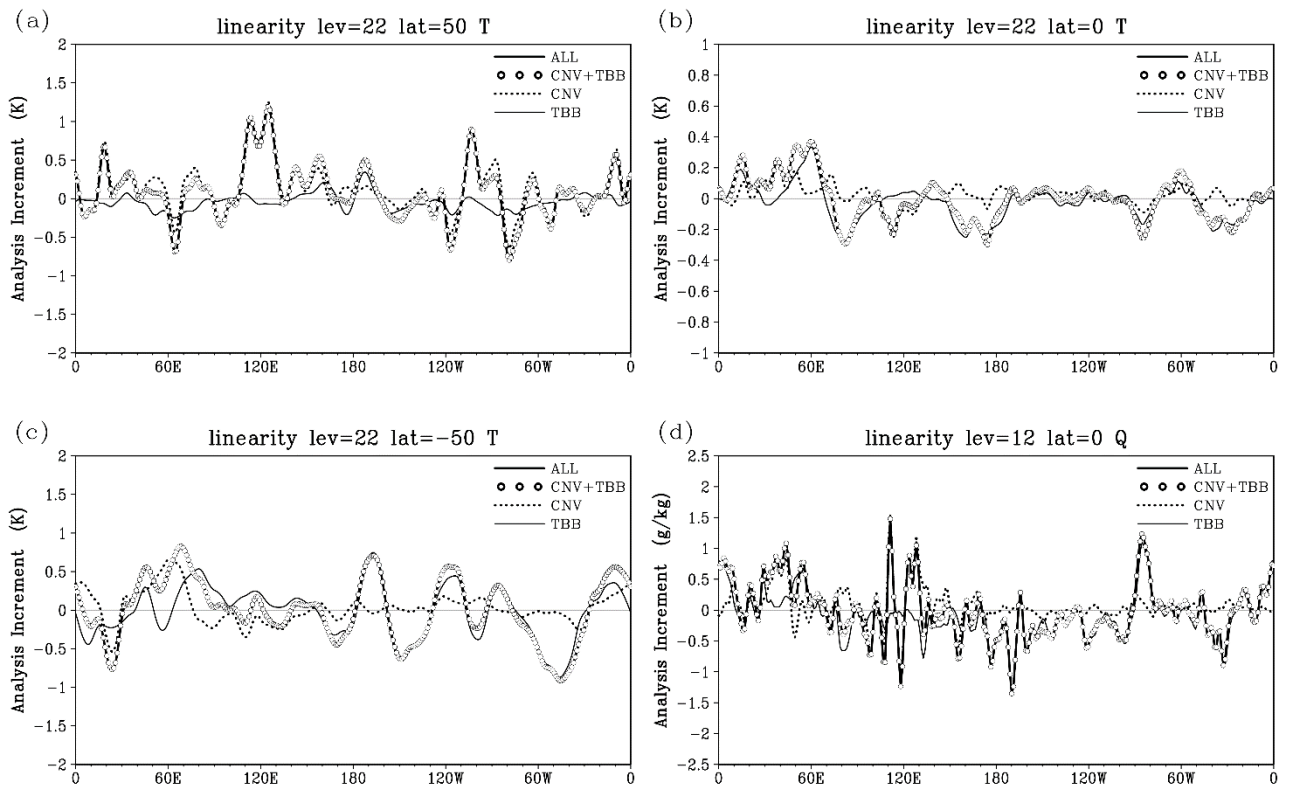


図 3.5 接線型評価法による推定の線型性。2007 年 7 月 20 日 00UTC 解析について示している。ALLDATA の解析インクリメント (太実線)、TBB-PIV と CNV-PIV の和 (開円)、CNV-PIV (点線)、TBB-PIV (細実線) が示されている。パネル (a)、(b)、(c) はモデル面第 22 層 (およそ 500hPa) の気温についてのこれらの量を、各々、 50°N 、 0° 、 50°S で示している。パネル(d)は、モデル第 12 層 (およそ 850hPa) の比湿についてこれらの量を赤道上で示している。縦軸は解析インクリメントや PIV の値、横軸は経度である。

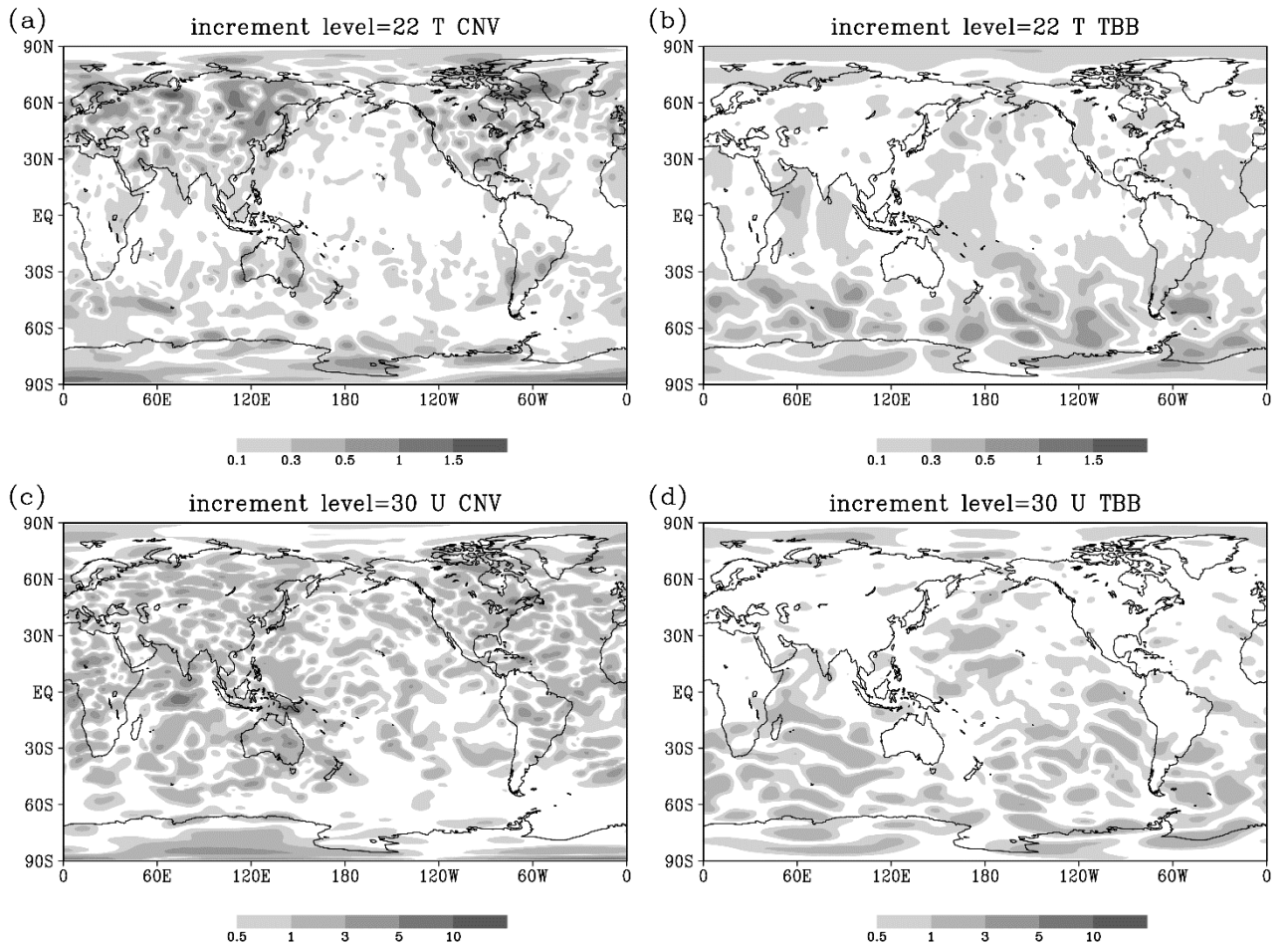


図 3.6 TBB と CNV の解析場への線型観測インパクト。パネル(a)と(b)はモデル面第 22 層 (およそ 500hPa) の気温解析場について、CNV-PIV と TBB-PIV の大きさを各々示している。パネル(c)と(d)は、パネル(a)と(b)と同様だがモデル面第 30 層 (およそ 250hPa) の東西風速 (m s^{-1}) について示している。

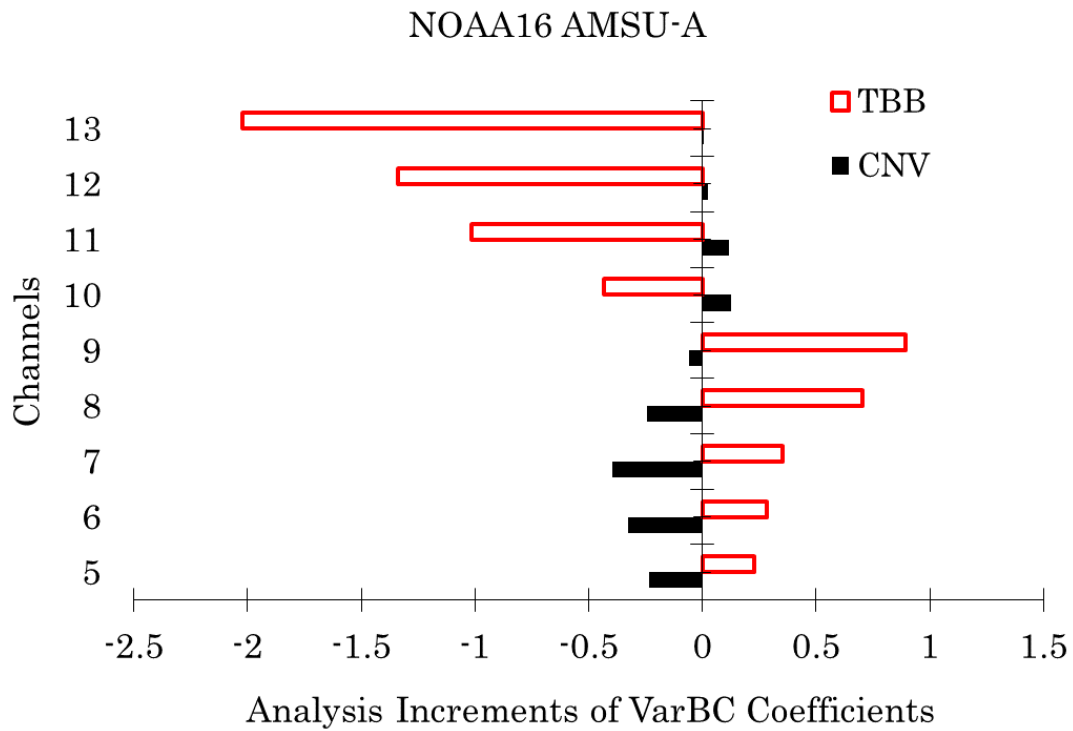


図 3.7 TBB と CNV の VarBC 解析変数への線型インパクト。VarBC 解析変数(定数説明変数についてのバイアス補正係数)についての CNV-PIV (黒色棒) と TBB-PIV (赤棒) が示されている。縦軸は NOAA-16 の AMSU-A のチャンネル番号、横軸は PIV の値である。

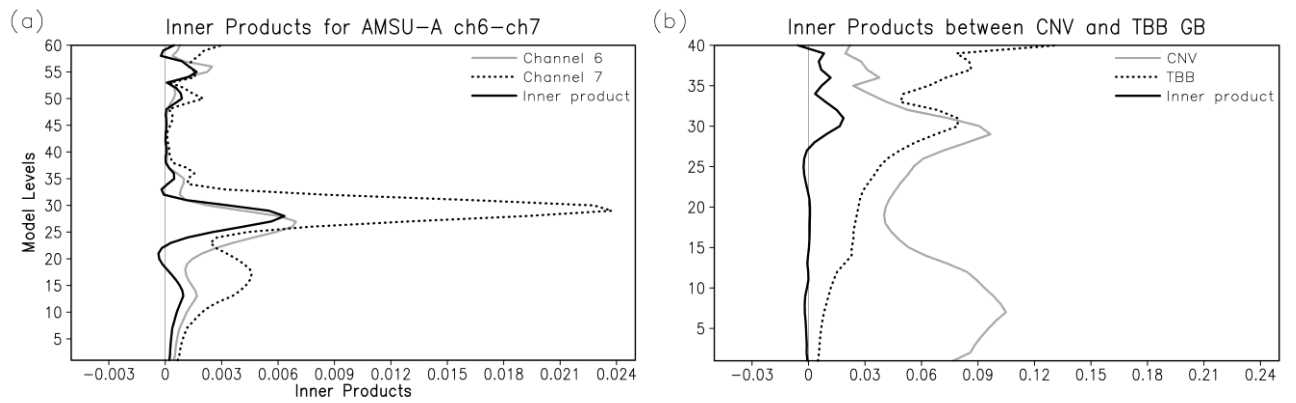


図 3.8 全球での PIV の内積。パネル(a)は、A6- PIV と自身の内積 (灰色実線)、A7-PIV と自身の内積 (点線)、A6- PIV と A7-PIV の内積 (黒色実線) である。パネル(b)は、CNV- PIV と自身の内積 (灰色実線)、TBB-PIV と自身の内積 (点線)、CNV- PIV と TBB-PIV の内積 (黒色実線) が示されている。すべての PIV は気温(K)についての PIV である。

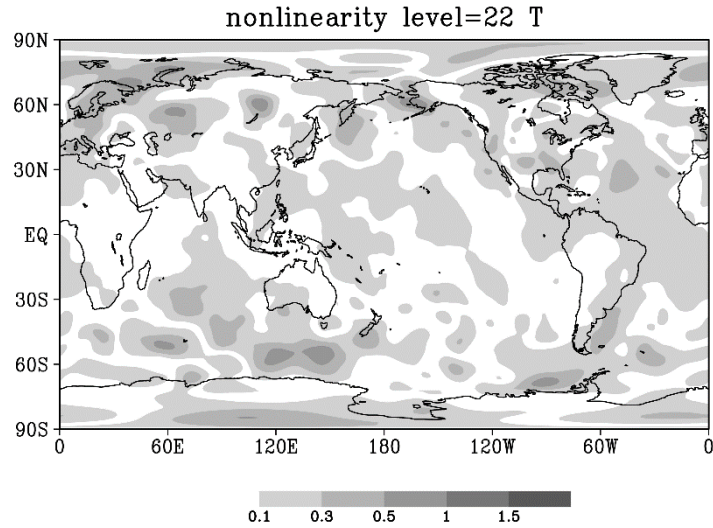


図 3.9 モデル面第 22 層 (およそ 500hPa) の気温の OSE の非線型性。非線型は、TBB-OSE と CNV-OSE の解析インクリメントベクトルの和と ALLDATA の解析インクリメントベクトルとの差で定義される。シェイドは非線型性の大きさである。

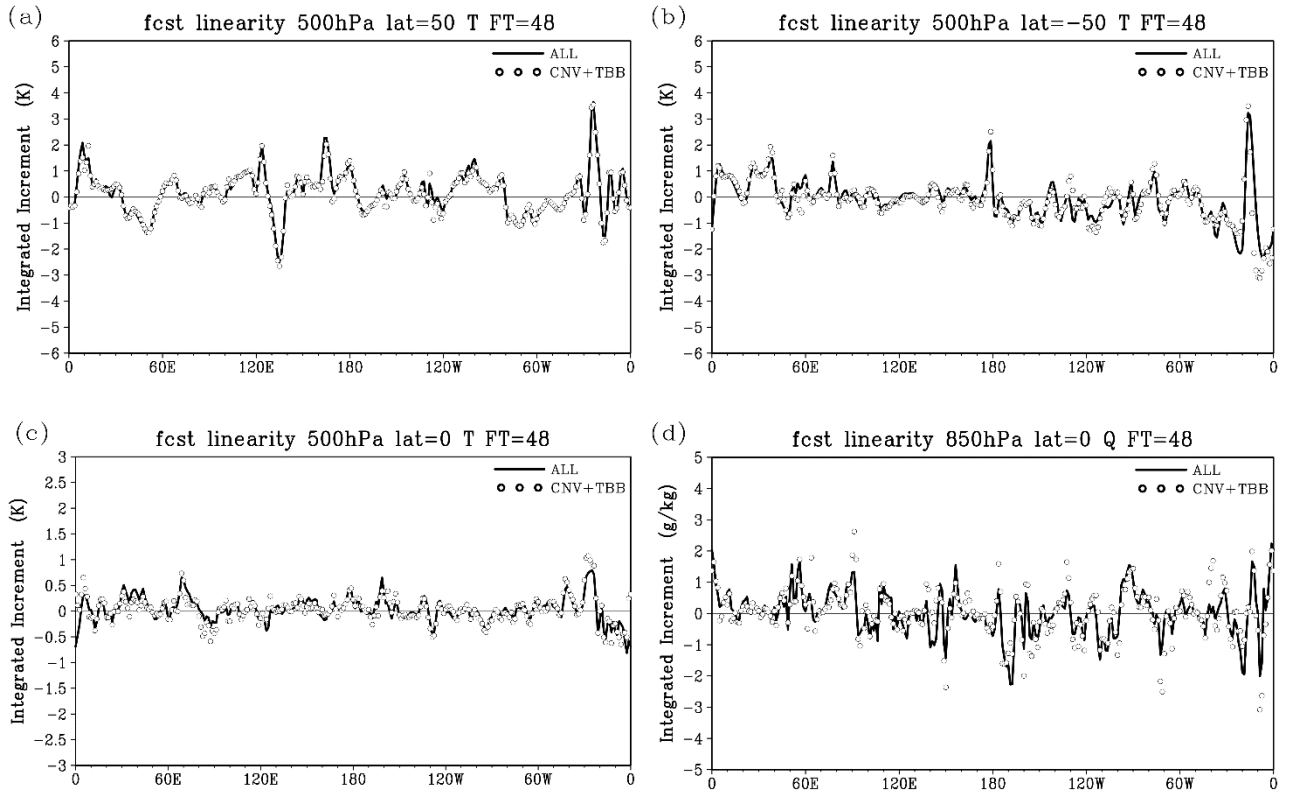


図 3.10 接線型評価法の 48 時間予報場についての線型性。予報の初期値は 2007 年 7 月 20 日 00UTC である。ALLDATA の 48 時間発展した解析インクリメント (黒色実線)、48 時間時間発展した TBB-PIV と CNV-PIV の和 (開円)、が各パネルに示されている。パネル(a)、(b)、(c)は、これらの量を 500hPa の気温について、各々、 50°N 、 50°S 、 0° について示している。パネル(d)は、赤道上の 850hPa の比湿について示している。縦軸は時間発展した解析インクリメントと PIV の値であり、横軸は経度である。

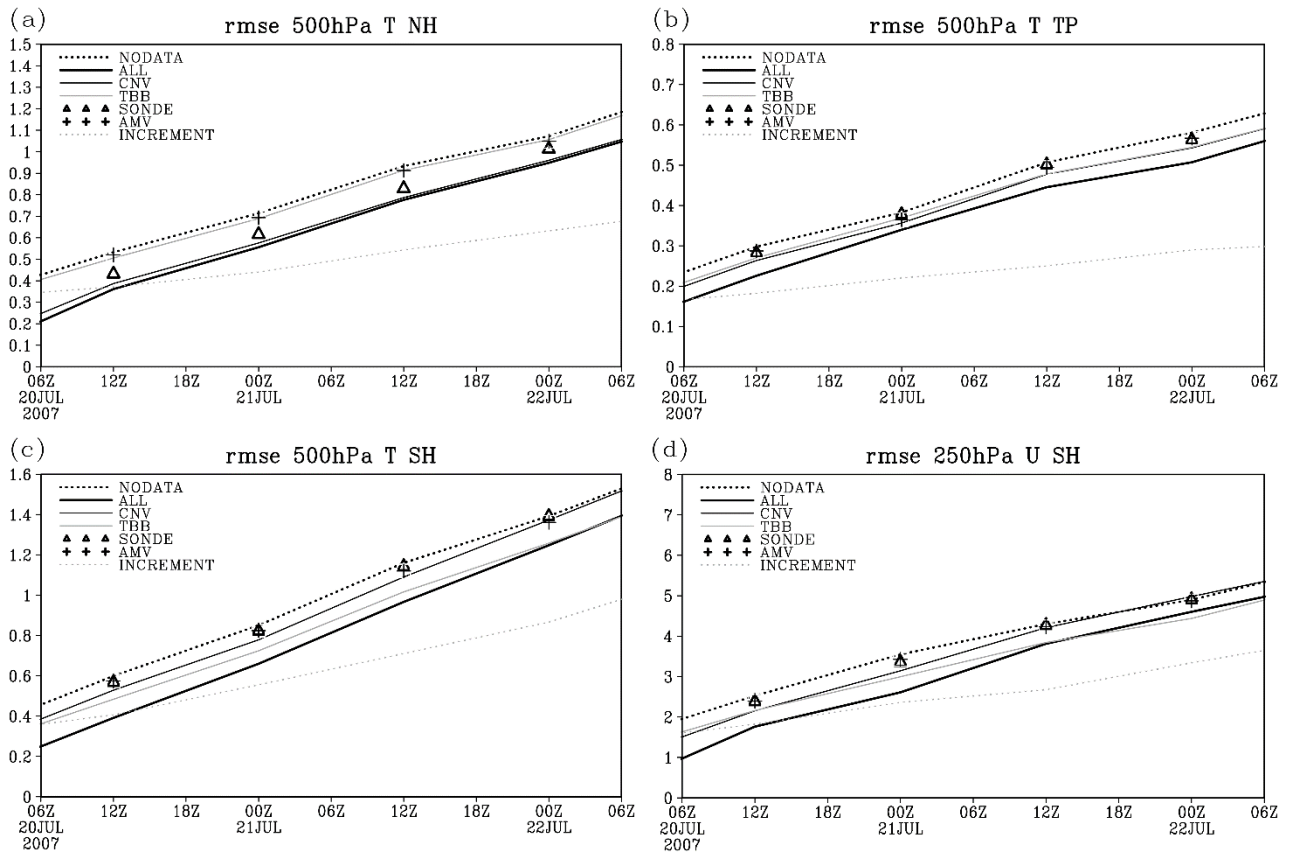


図 3.11 各観測データセットの予報精度への寄与。図は予報 RMSE の時間発展を示している。予報の初期場は、背景場を異なる PIV で修正して作成しており、NODATA (黒色点線)、ALLDATA (太黒色実線)、CNV (細い黒色実線)、TBB (灰色実線)、SONDE (三角マーク)、AMV (プラスマーク)である。解析インクリメントの大きさ(灰色点線)も比較のために示されている。パネル (a)、(b)、(c)は、気温について、各々、NH、熱帯、SH について示している。パネル (d)は、SH の 250hPa の東西風($m s^{-1}$)について示している。

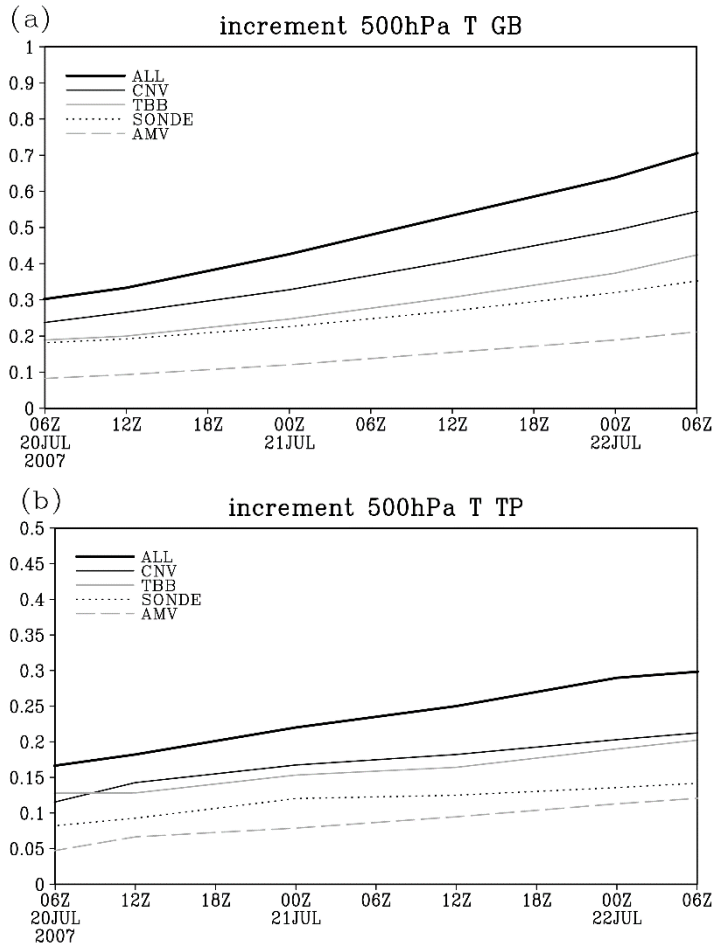


図 3.12 PIV の大きさの時間発展。ALLDATA (太い黒色実線)、CNV (細い黒色実線)、TBB (細い灰色実線)、SONDE (黒い点線)、AMV (灰色の破線)。パネル (a) は全球平均、(b) は熱帯。すべての PIV は 500hPa 気温 (K) である。

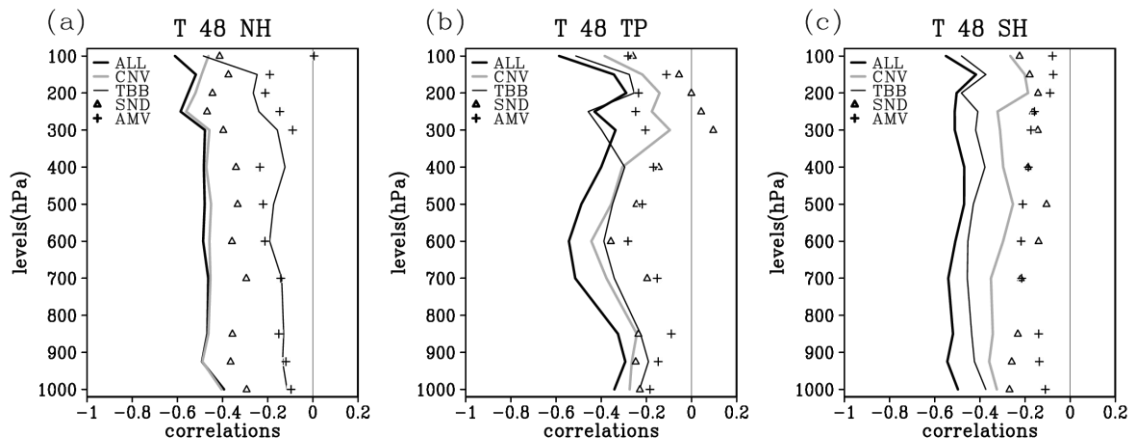


図 3.13 48 時間積分した PIV と背景誤差ベクトルの反平行性。 $\cos \theta$ の値が ALLDATA (太い黒色実線)、CNV (灰色実線)、TBB (細い黒色実線)、SONDE (三角)、AMV (プラス)。ここで θ は時間積分した背景誤差ベクトルと時間発展した各 PIV とがなす角。パネル (a)、(b)、(c) は各々、NH、熱帯、SH である。

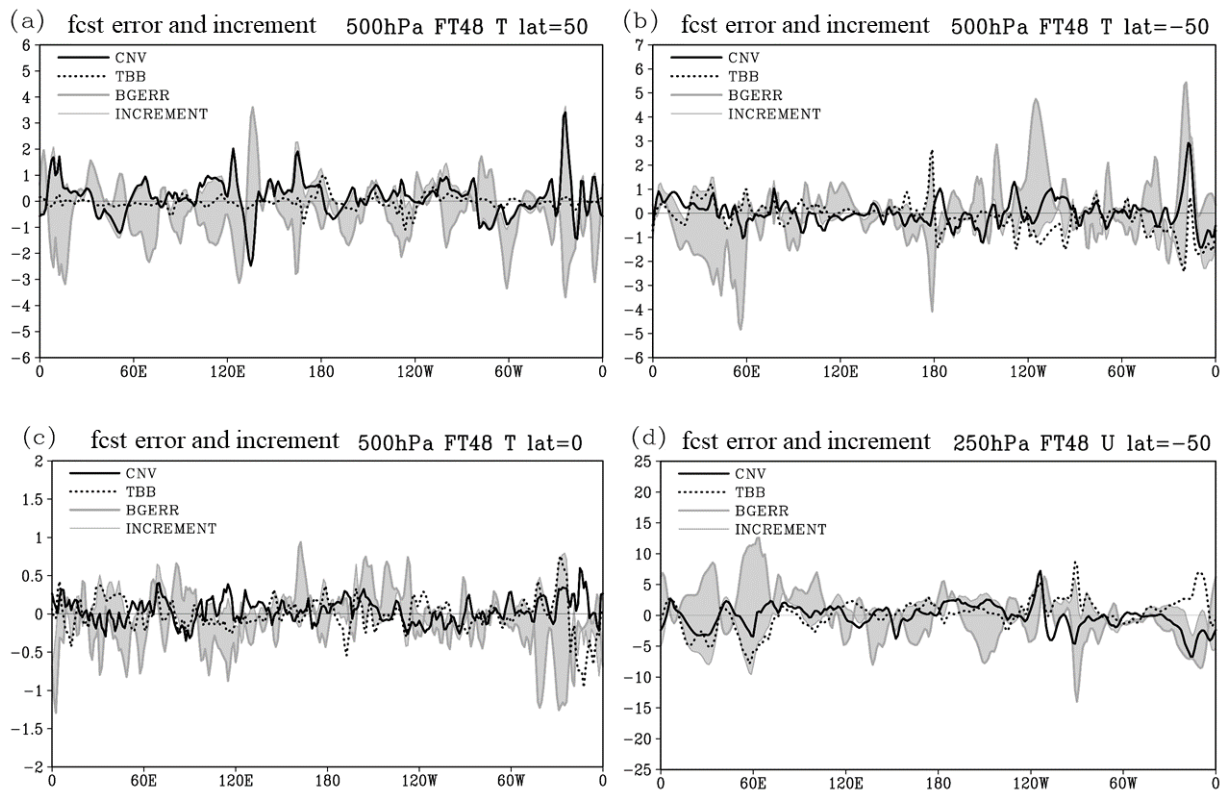


図 3.14 48 時間積分した PIV と背景誤差ベクトルの空間構造の比較。CNV-PIV (黒色実線)、TBB-PIV (黒色点線)、背景誤差 (太い灰色実線)、ALLDATA の解析インクリメント (細い灰色実線) が特定の緯度ごとにしめされている。背景誤差と ALLDATA の解析インクリメントで挟まれる領域は灰色で塗っている。パネル(a)、(b)、(c)は 500 hPa 気温(K)であり、各々、50° N、50° S、赤道上である。パネル(d)は 50° S の 250hPa の東西風 (m s^{-1})である。横軸は経度である。縦軸は PIV の値である。

第4章 図表

表 4.1 気象庁の全球データ同化システムで同化されている観測データセット

Dataset name	Description
AMSU-A	Radiance data of AMSU-A instruments from Metop-1/2, NOAA-15/18/19, and Aqua.
MHS	Radiance data of MHS instruments from Metop-1/2, NOAA-18/19.
MWI	Radiance data of MicroWave Imager instruments, TMI from TRMM, and AMSR2 from GCOM-W1.
CSR	Radiance data of geostationary satellite water vapor channels from MTSAT-2 GOES-13/15, and Meteosat-7/10.
SSMIS	Radiance data of SSMIS instruments from DMSP-16, 17, 18.
HSS	Radiance data of Hyper Spectral Sounder instruments AIRS and IASI from Aqua and Metop-1/2, respectively.
GPSRO	GNSS Radio Occultation data in bending angle from Metop-1/2, COSMIC, and TerraSAR-X.
SURF	Land surface reports of pressure.
SONDE	Radiosonde observations (temperature, wind, relative humidity) and pilot balloon observations (wind).
AVIATION	Upper-air observations by aircrafts (temperature and wind).
BOGUS	Pseudo-observation data in western pacific generated for tropical cyclone structure.
WPR	Wind profiler data in Japan, Hong Kong, Europe, and the US.
AMV-GEO	Atmospheric Motion Vector (AMV) data retrieved from images of geostationary satellites (GEOs).
AMV-POL	AMV data retrieved from images of polar orbiting satellites (POs), and from combination of PO and GEO images.
SCAT	Ocean surface wind data from ASCAT scatterometer instruments from Metop-1/2.
GNSS SURF	Atmospheric signal delay measurements of the ground-based GNSS receivers.

*Abbreviations used in the table

AMSU-A: Advanced Microwave Sounding Unit-A

MHS: Microwave Humidity Sounder

CSR: Clear Sky Radiance

SSMIS: Special Sensor Microwave Imager/Sounder

GNSS: Global Navigation Satellite System

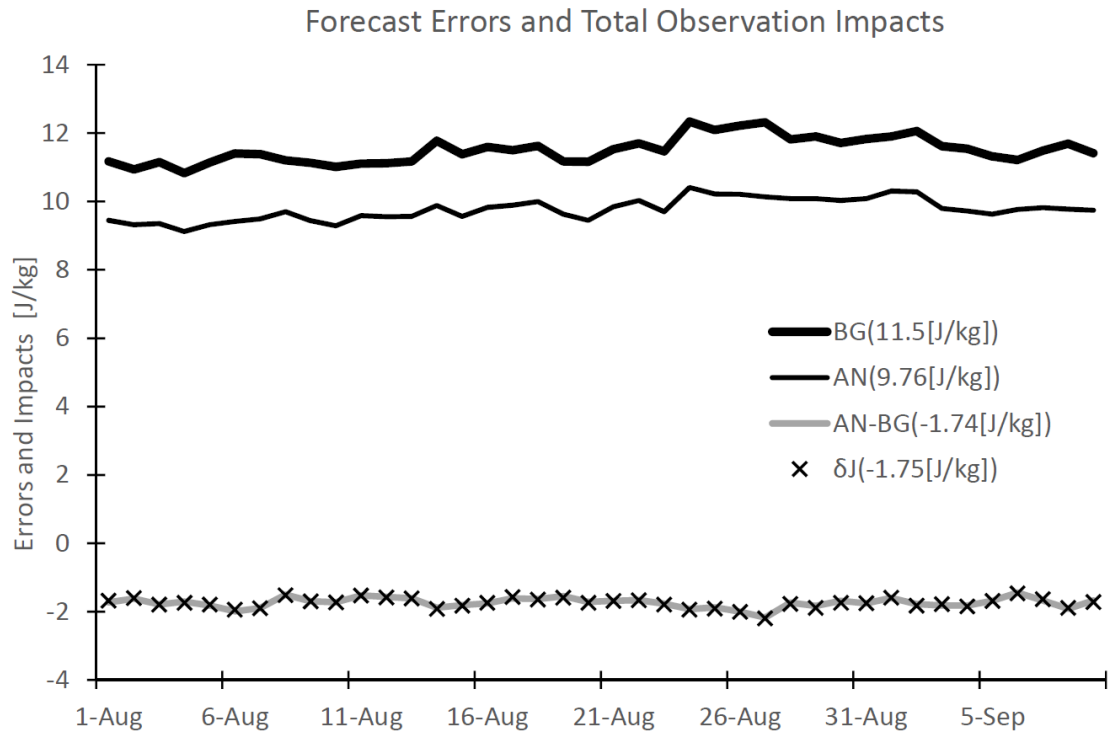


図 4.1 予報誤差と全観測インパクトの実験期間中の時間変化。太黒色実線 (BG) は背景場を初期値とする予報の湿潤 TE ノルムで計算した予報誤差(式(4.6)の \tilde{J}^b)、細黒色実線 (AN) は解析場を初期値とする予報の予報誤差(式(4.6)の \tilde{J}^a)である。式(4.6)と(4.9)で計算された観測インパクトは、各々、灰色実線 (AN-BG) と×印 (δJ) で示されている。凡例には誤差と観測インパクトの期間平均値を示している。

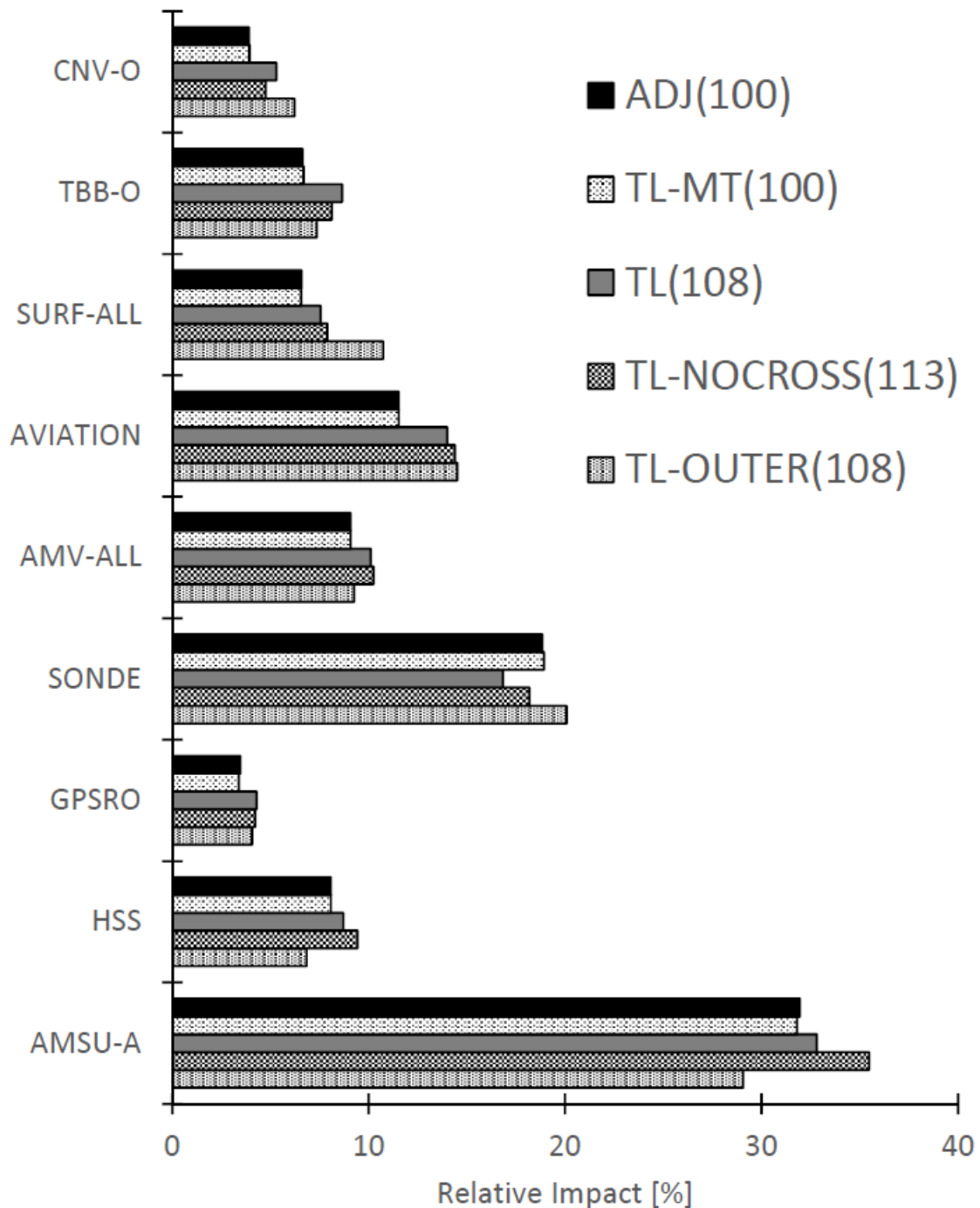


図 4.2 接線型評価法による随伴評価法の検証。図は随伴法と 4 種類の接線型法 (TL、TL-OUTER、TL-MT、TL-NOCROSS、本文参照) によって評価した観測インパクトを 2014 年 8 月 14 日 00UTC 解析について示している。湿潤 TE ノルムを使用。横軸は相対観測インパクト (%) であり、正の値は同化された観測データが予報誤差を減らしたことを意味する。縦軸は観測データセットの名前である。凡例の数字は各データセットの観測インパクトの

和の全観測インパクトに対する割合であり、100%からのずれは各評価の非線型性を示している。図中では以下の統合観測データセット名を使用した。CNV-O は SONDE、AMV-ALL、AVIATION、SURF-ALL 以外の CNV データ、TBB-O は AMSU-A と HSS 以外の TBB データ、SURF-ALL は SURF と GNSS_SURF の和、AMV-ALL は AMV-GEO と AMV-POL の和である。

dJ_wet/dry 2014/8/1-9/9

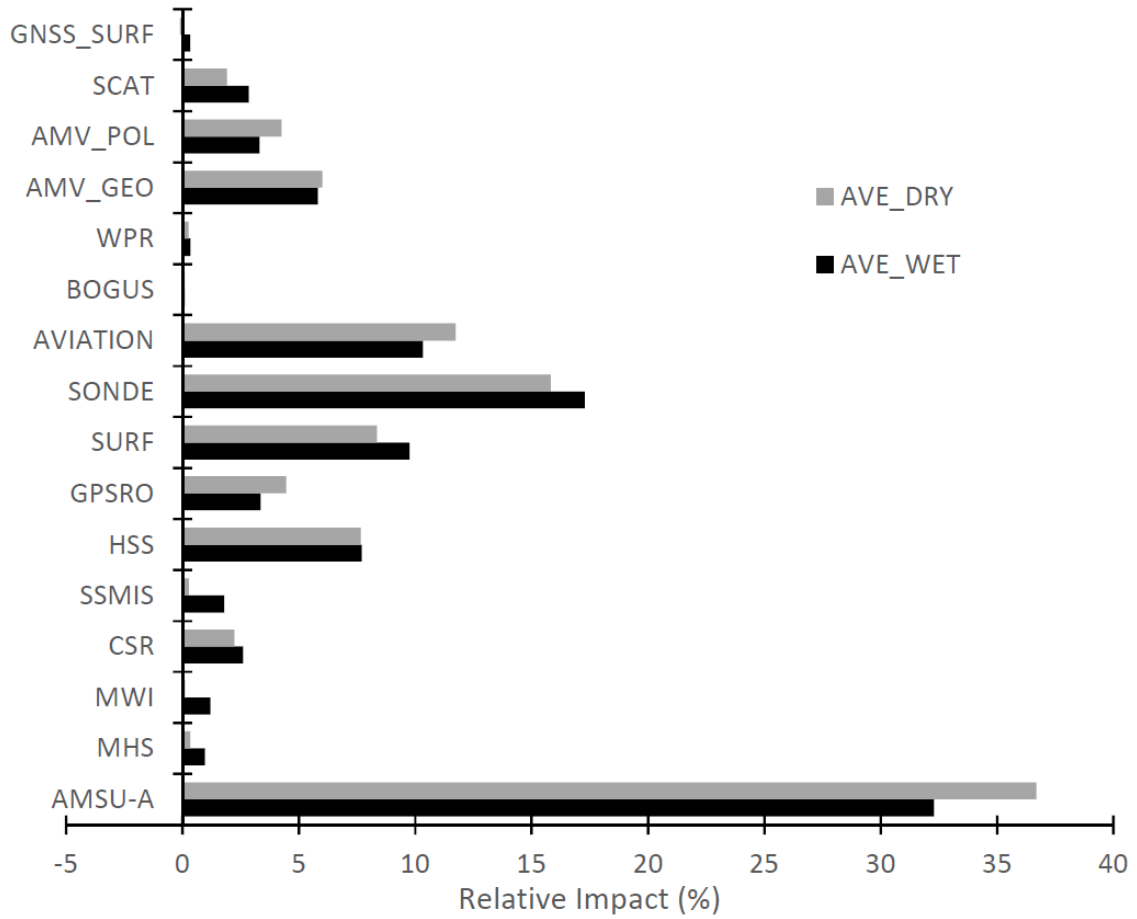


図 4.3 随伴評価法（式(4.9)）で評価された実験期間の相対観測インパクト。
 AVE_WET（黒色の棒）と AVE_DRY（灰色の棒）は各々、湿潤、乾燥 TE
 ノルムによる評価結果である。

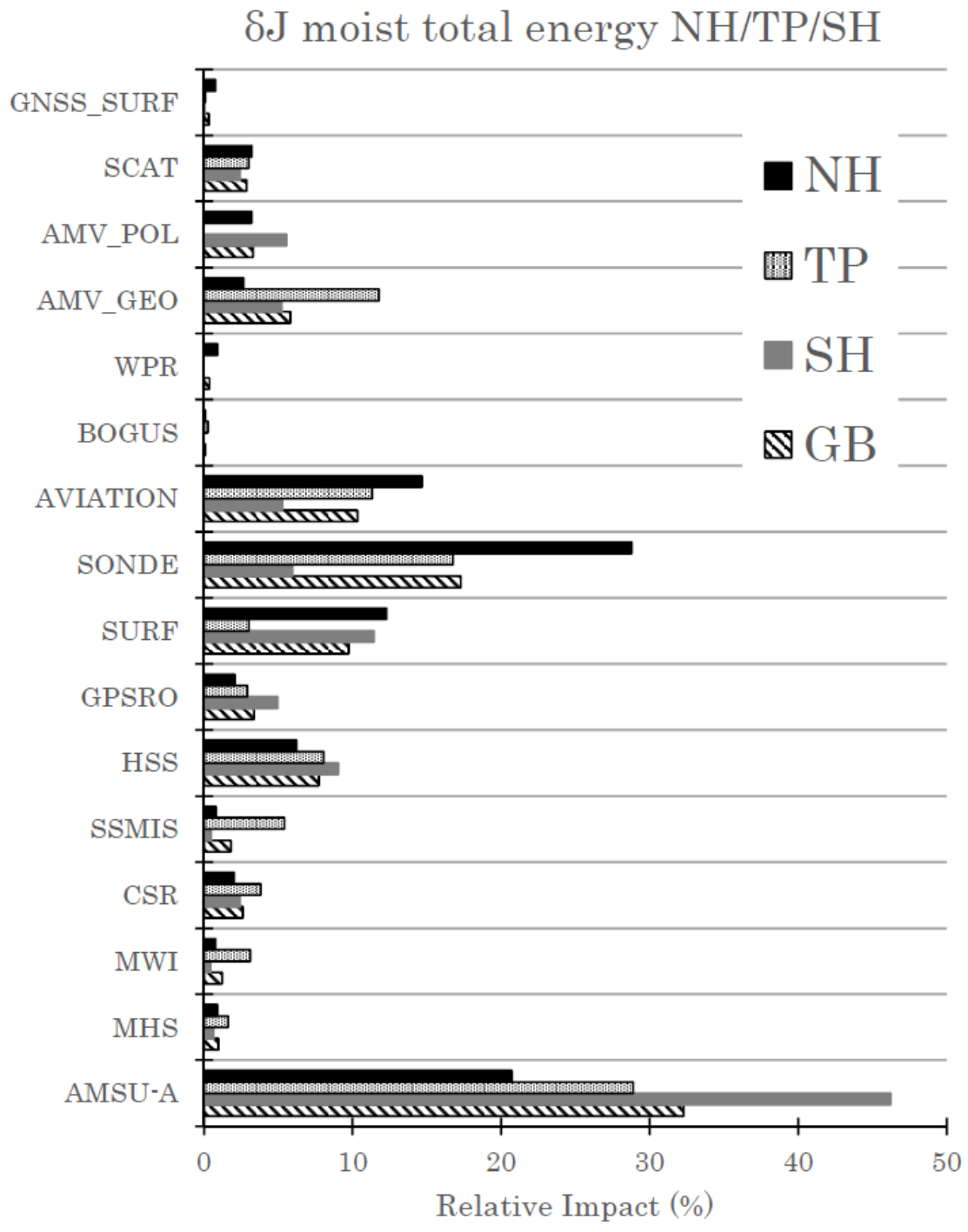


図 4.4 随伴法で評価された実験期間の観測インパクト（湿潤ノルム使用）の領域分布。NH は北半球（北緯 20 度以北）、TP は熱帯（南緯 20 度から北緯 20 度の間）、SH は南半球（南緯 20 度以南）に位置する観測について各領域内での相対観測インパクトである。全球の結果（GB）も比較のためにプロットしている。

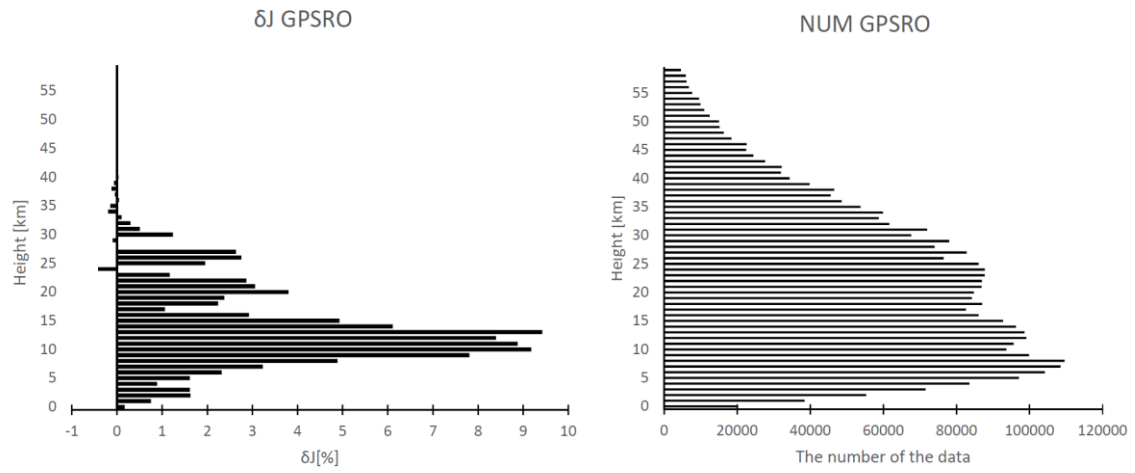


図 4.5 GPSRO 観測の観測インパクト及び観測数の高度分布。左図は相対観測インパクト (%) (GPSRO 全インパクトに対する各観測高度の観測インパクトの比率)、右図は観測数である。実験期間中の積算である。縦軸は観測高度 (km) である。

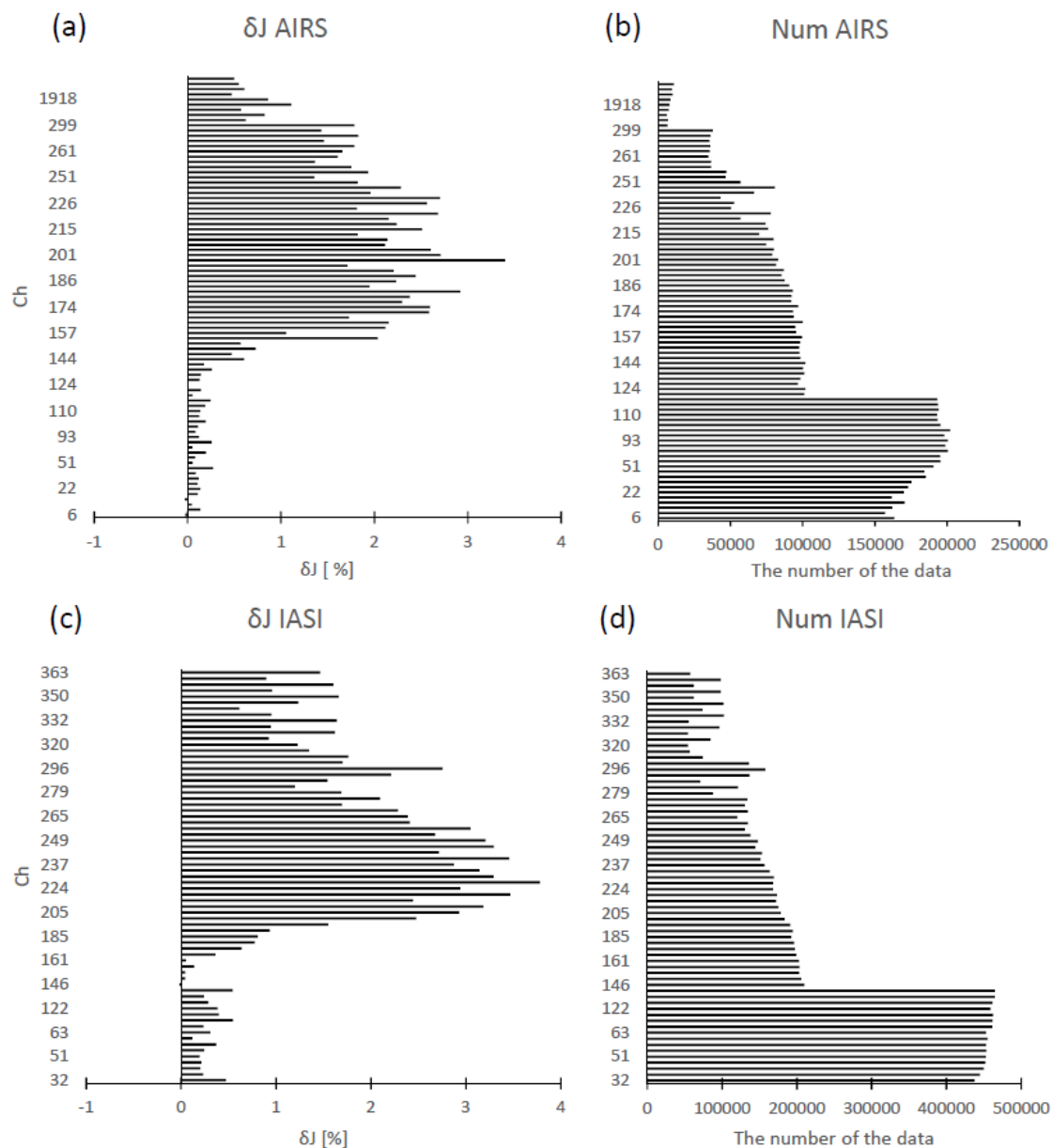


図 4.6 AIRS 及び IASI の相対観測インパクト (%) と観測数のチャンネル分布。実験期間の積算。パネル (a) と (c) は、各々、AIRS と IASI のチャンネルごとの相対インパクトである。パネル (b) と (d) は各々、AIRS と IASI のチャンネルごとの観測数である。各パネルで、縦軸はチャンネル番号である。チャンネル番号が大きいほど、周波数が高く波長が短い。

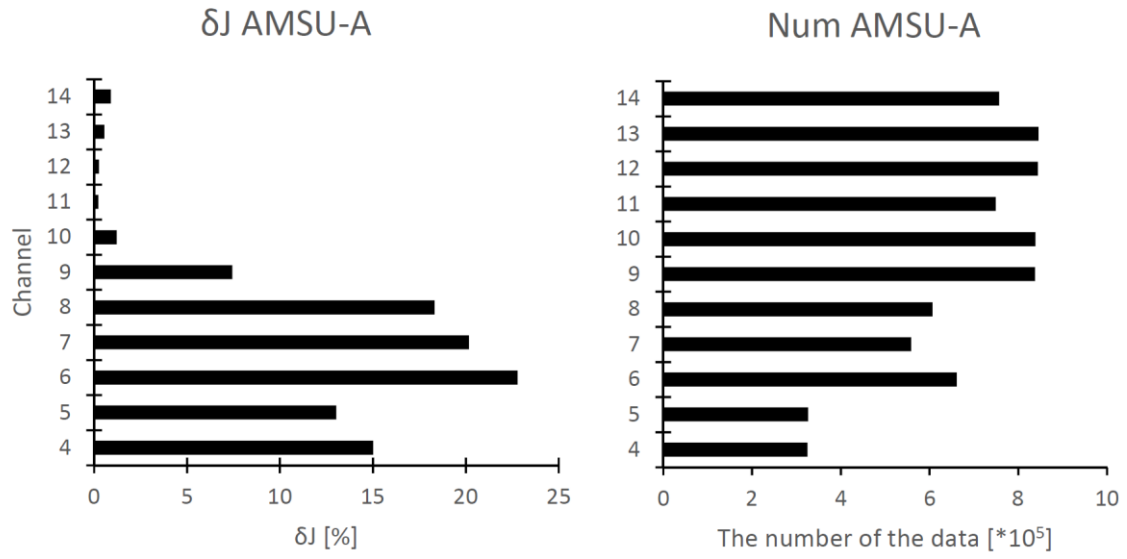


図 4.7 AMSU-A のチャンネルごとの相対インパクト (%) と観測数。実験期間中の積算。パネル (a)、(b) は、各々、観測インパクトと観測数である。縦軸はチャンネル番号である。

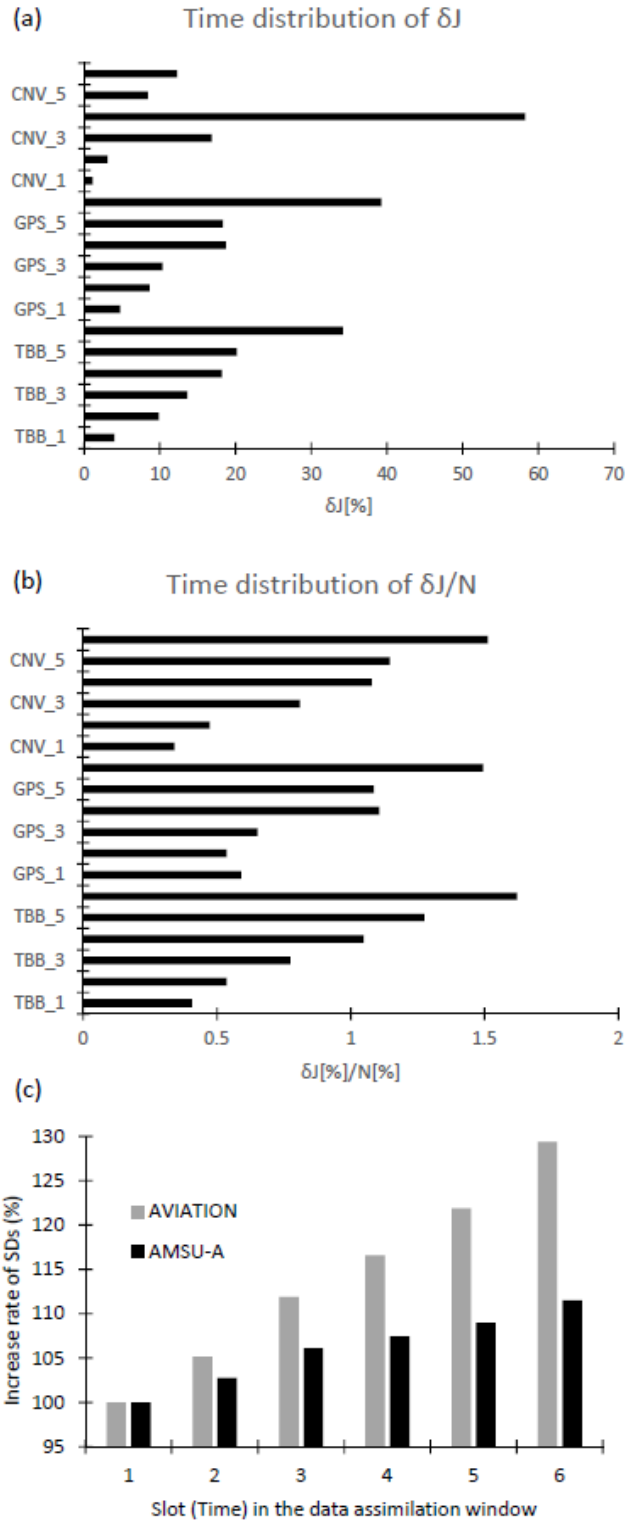


図 4.8 6 時間のデータ同化窓内の観測インパクトの時間分布。実験期間の平均。パネル (a) は、各データセット (TBB、GPSRO、CNV) の同化窓内の 1 時間ごとのインパクトを各データセットの同化窓内の全インパクトで規格化した相対インパクト (%) である。縦軸のデータセット名の後の 1 から 6 の数字は、同化されたスロット番号である。例えば、TBB-3 は 3 番目のス

ロット（同化窓の初期時刻から 2 時間後）で同化されたことを示す。パネル (b) は、パネル (a) と同様だが、各データセットの相対観測数で規格化されている。ここで相対観測数とは各データセットについて全観測数で規格化した各スロットの観測数である。パネル (c) は規格化された D 値標準偏差のデータ同化窓内での増加率である。ここで規格化は、各タイムスロットの観測数、DAS に設定された観測誤差 SD、スロット 1 の値で行っている。横軸は時間スロット、縦軸は規格化された標準偏差である。

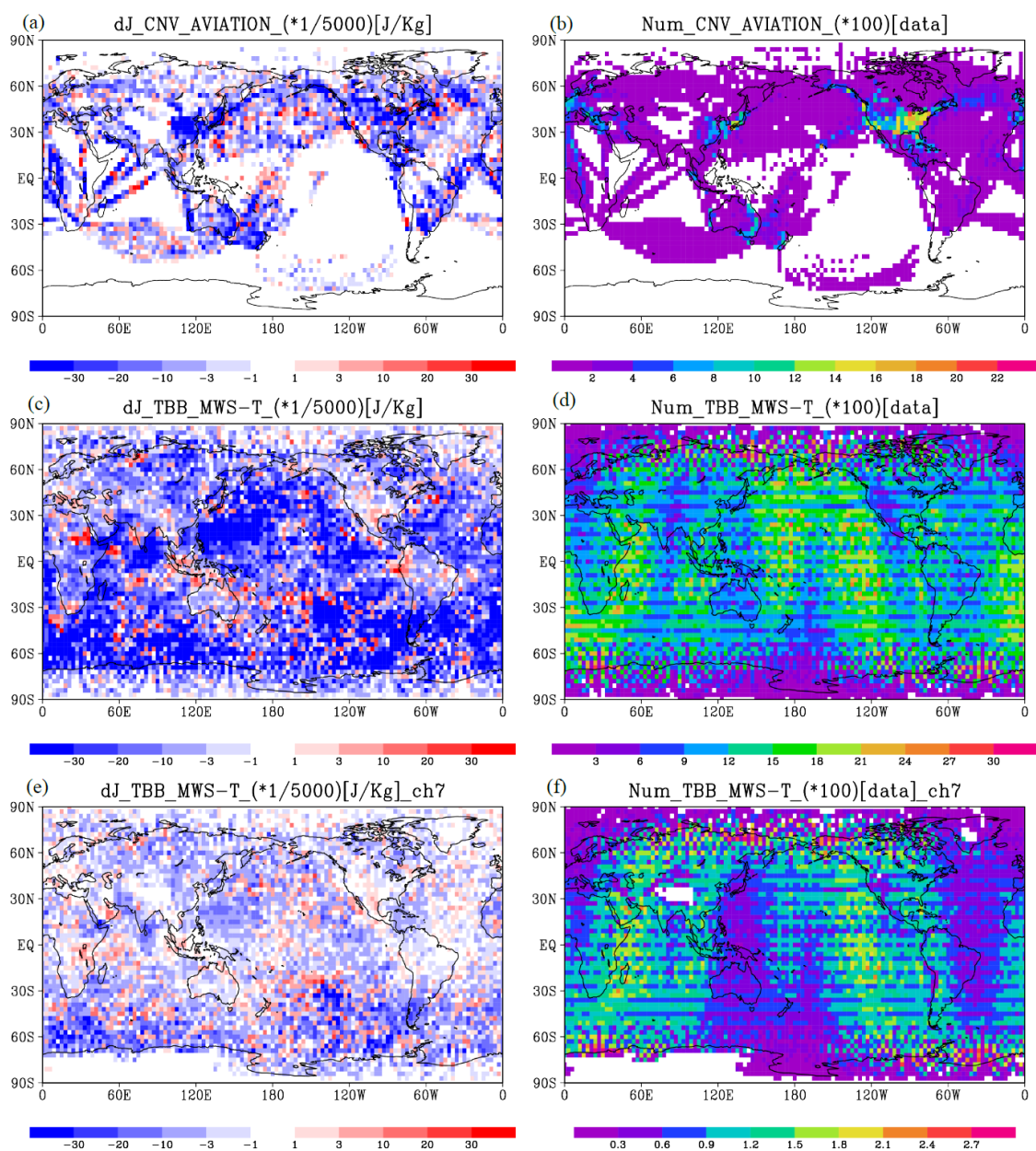


図 4.9 観測インパクトと観測数の空間分布。パネル (a) と (b) は各々、AVIATION の鉛直積算したインパクトと観測数の分布である。パネル (c) と (d) は AMSU-A の全チャンネルについて積算したインパクトと観測数の分布である。パネル (e) と (f) は AMSU-A のチャンネル 7 のインパクトと観測数である。いずれも実験期間中の積算であり、積算は緯度経度 3 度の格子で行った。

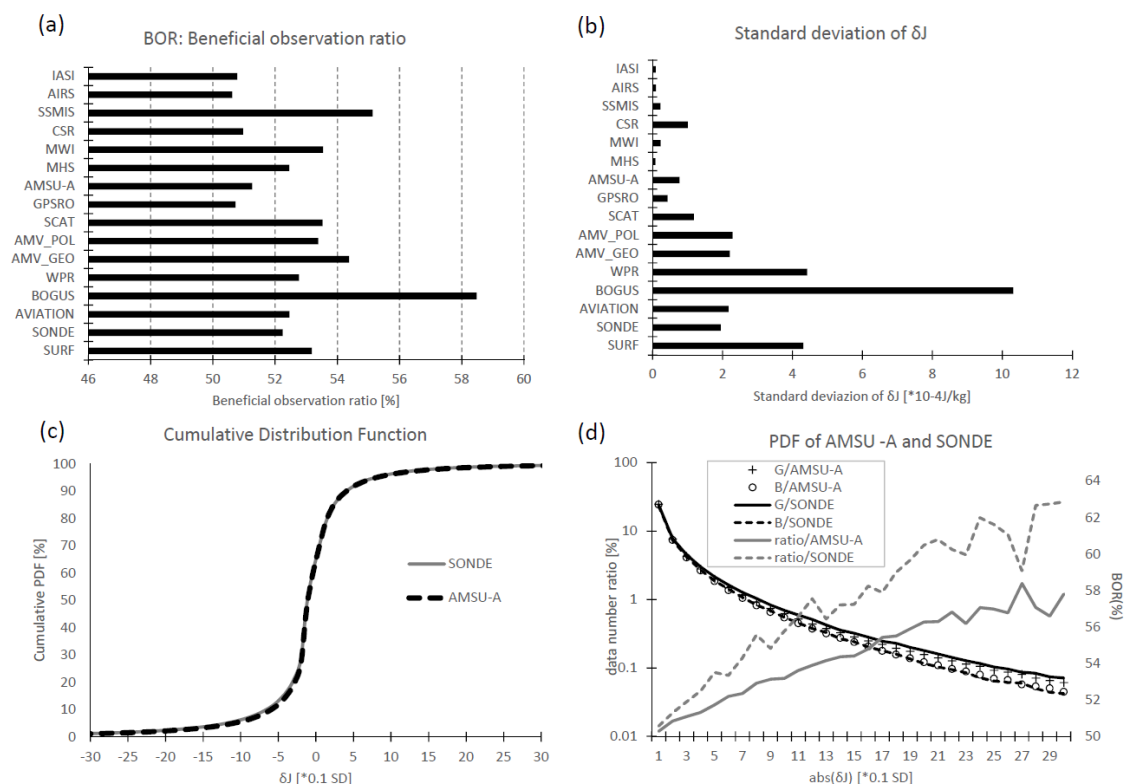


図 4.10 δJ の基本的な確率的性質。パネル (a) と (b) は、各々、各観測データセットの有効観測率 (beneficial observation ratio: BOR) と δJ の標準偏差である。パネル (c) は δJ の累積分布関数 (cumulative distribution function: CDF) を AMSU-A (黒色点線) と SONDE (灰色実線) について示しており、横軸は、各データセットの δJ の SD で規格化 δJ である。パネル (d) は δJ の PDF を AMSU-A と SONDE について示しており、横軸は δJ の絶対値を各データセットの δJ の SD で規格化した値である。PDF の値は左の縦軸で示されている。ASMU-A の PDF は、正のインパクト ($\delta J < 0$) と負のインパクト ($\delta J \geq 0$) について各々プラスマークと円マークでしてしている。SONDE については正、負のインパクトを、各々、黒色実線と黒色破線で示している。パネル (d) はまた AMSU-A (灰色実線) と SONDE (灰色破線) の BOR も示している。BOR の値は右の縦軸である。

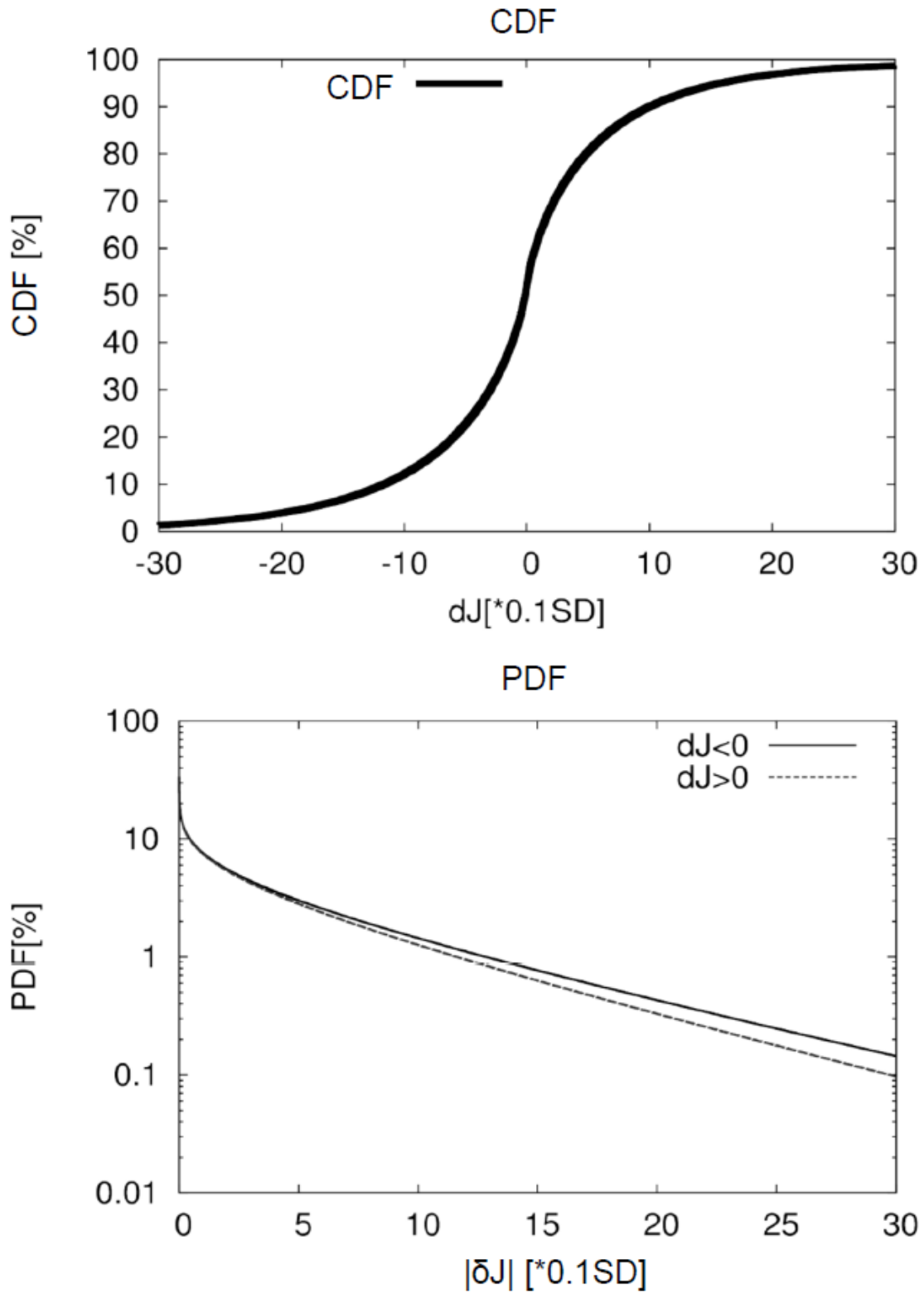


図 4.11 スカラー理論で導出された δJ の基本的な確率的性質。上のパネルは δJ の累積分布 (CDF)、下のパネルは δJ の PDF である。これらは JMA の NWP システムでの観測誤差標準偏差と第一推定値誤差標準偏差の比の平均値 ($r_{og} = 2.61$) を与えたスカラー理論で得られたものである。

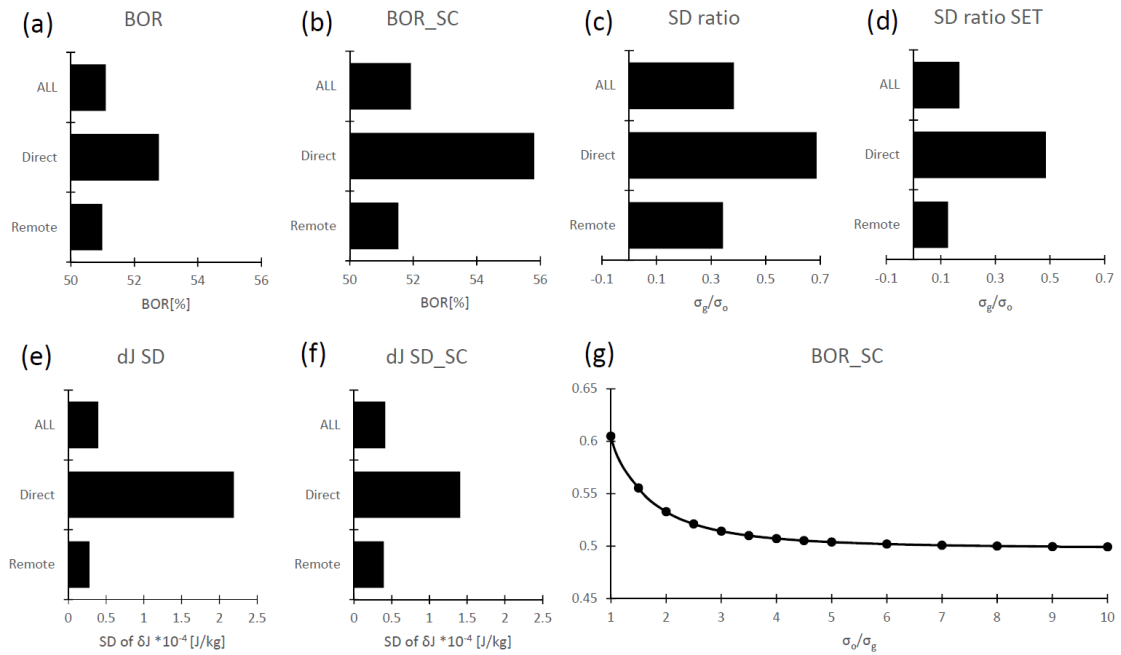


図 4.12 有効観測率 (BOR) と標準偏差の実験結果とスカラー理論の比較。パネル (a) と (b) は、各々、実際のデータとスカラー理論で計算された BOR である。パネル (c) は、Desroziers et al. (2005) の診断で JMA DAS について得られた r_{og}^{-1} の値である。パネル (d) はパネル (c) と同様だが DAS で設定された観測誤差 SD である。パネル (e) と (f) は δJ の SD であり、各々、実際のデータとスカラー理論で得られた結果である。パネル (g) はスカラー理論で得られた BOR を r_{og} の関数として示している。パネル (a) から (f) の縦軸は統合データセット名であり、ALL は全観測、Direct は従来型観測、Remote は TBB と GPSRO の和である。

第5章 図表

表 5.1 気象庁の全球データ同化システムで同化されている観測データセット

データセット名	説明
AMSU-A	AMSU-Aセンサーによる輝度温度観測。搭載衛星: Metop-1/2, NOAA-15/18/19, and Aqua。
MHS	MHSセンサーによる輝度温度観測。搭載衛星: Metop-1/2, NOAA-18/19。
MWI	マイクロ波イメージャセンサーによる輝度温度観測。GPM-core衛星のGMIセンサー、GCOM-W1衛星のAMSR2センサーによる観測。
SAPHIR	Megha-Tropiques衛星搭載のSAPHIRセンサーによる輝度温度観測。
CSR	静止気象衛星の水蒸気チャンネルによる輝度温度観測。搭載衛星: HIMAWARI-8 GOES-13/15, Meteosat-7/10。
SSMIS	SSMISセンサーによる輝度温度観測。搭載衛星: DMSP-17, 18。
HSS	Hyper Spectral Sounderによる輝度温度観測。Aqua衛星のAIRSセンサー、Metop-1/2衛星のIASIセンサーによる観測。
GPSRO	GNSSによる掩蔽観測(屈折角)。搭載衛星: Metop-1/2, COSMIC, and TerraSAR-X。
SURF	地表面気圧観測
SONDE	ラジオゾンデ観測(気温、風、相対湿度)
AVIATION	航空機観測(気温、風)
BOGUS	台風ボーガス(疑似観測)
WPR	ウィンドプロファイラー観測(日本、香港、欧州、米国)
AMV-GEO	静止気象衛星観測による大気追跡風(Atmospheric Motion Vector: AMV)
AMV-POL	極軌道衛星、及び極軌道衛星と静止気象衛星のコンビネーションによるAMV
SCAT	ASCAT散乱計による海上風速。搭載衛星: Metop-1/2。
GNSS SURF	地上GNSSによる大気遅延量観測。

*表中の頭字語及び略語:

AMSU-A: Advanced Microwave Sounding Unit-A
MHS: Microwave Humidity Sounder
CSR: Clear Sky Radiance
SSMIS: Special Sensor Microwave Imager/Sounder
GNSS: Global Navigation Satellite System
SAPHIR: Sondeur Atmosphérique du Profil d'Humidité Intertropicale par Radiométrie

表 5.2 実験仕様の一覧表

実験名	説明	ECMの更新	補足的調整	AMSU-A 同化密度	季節
CNTL	JMAの全球NWPシステムによるコントロール実験。夏季。	NO	NO	1	夏
EXP-BR-A5	D05法によって推定したRとBを使用。AMSU-Aの5倍の高密度同化を含む。	YES	NO	5	夏
EXP-BRT-A5	EXP-BR-A5と同様。但し、補足的な調整パラメータを使用。	YES	YES	5	夏
EXP-BRT-A10	EXP-BRT-A5と同様。但し、AMSU-Aは10倍の高密度同化。	YES	YES	10	夏
EXP-BRT-A1	EXP-BRT-A5と同様。但し、AMSU-Aの高密度同化はしない。	YES	YES	1	夏
EXP-BR-A1	EXP-BR-A5と同様。但し、AMSU-Aの高密度同化はしない。	YES	NO	1	夏
EXP-BRT-A5-WIN	EXP-BRT-A5と同様。但し、冬実験。	YES	YES	5	冬
CNTL-WIN	JMAの全球NWPシステムによるコントロール実験。冬季。	NO	NO	1	冬

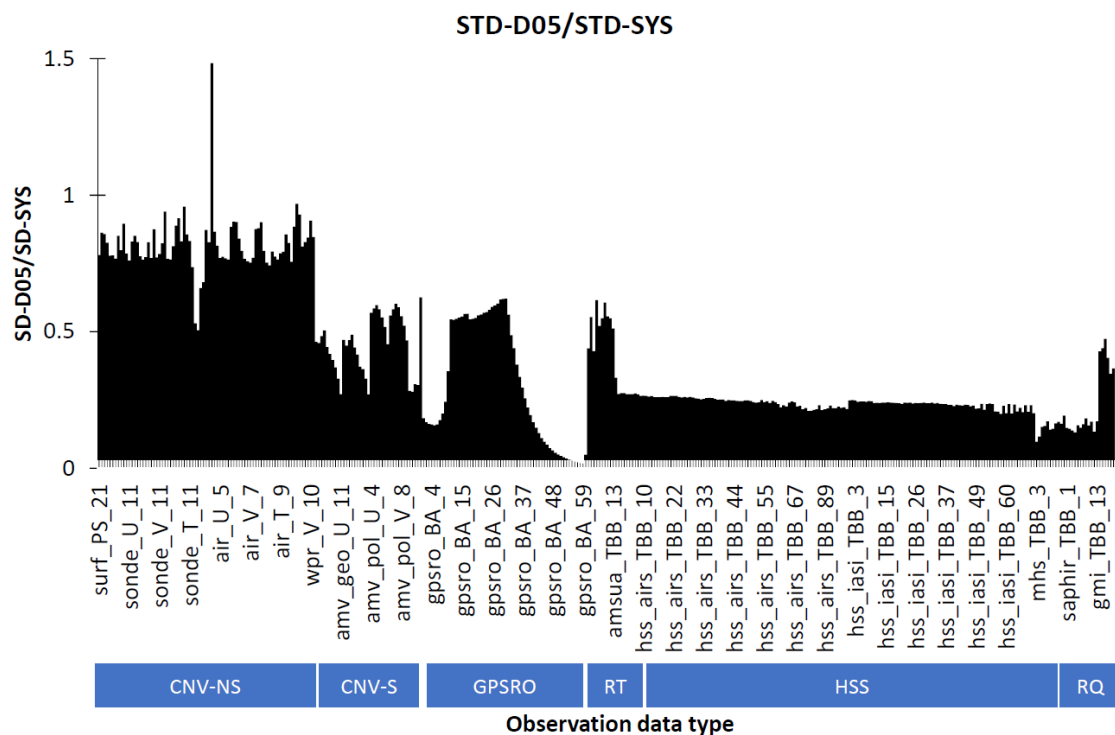


図 5.1 D05 法で推定された観測誤差標準偏差。縦軸は、D05 法で推定された観測誤差標準偏差の値 (SD-D05) と JMA の現業システムでの設定値 (SD-SYS) の比 (SDR) である。横軸は観測データセット名を示しており、観測データセット名は 11 点ごとに表示されている。表示形式は *AA-BB-CC* であり、*AA* はデータセット名 (表 5.1 参照) (AVIATION はここでは *air* と略記されている)。*BB* は同化している要素であり、東西風 (U)、南北風 (V)、気温 (T)、相対湿度 (RH)、屈折角 (BA)、輝度温度 (TBB) である。*CC* は、従来型観測については気圧高度 ($\times 100\text{hPa}$) (ただし 21 は地表を指す)、BA については高度 (km)、TBB についてはチャンネル番号である。横軸の下の箱には統合観測データセット名を記しており、CNV-NS と CNV-S は各々 CNV のうち衛星観測でないものと衛星観測であり、RT と RQ は、各々、HSS 以外の TBB のうち気温に感度のあるものと比湿に感度のあるものである。

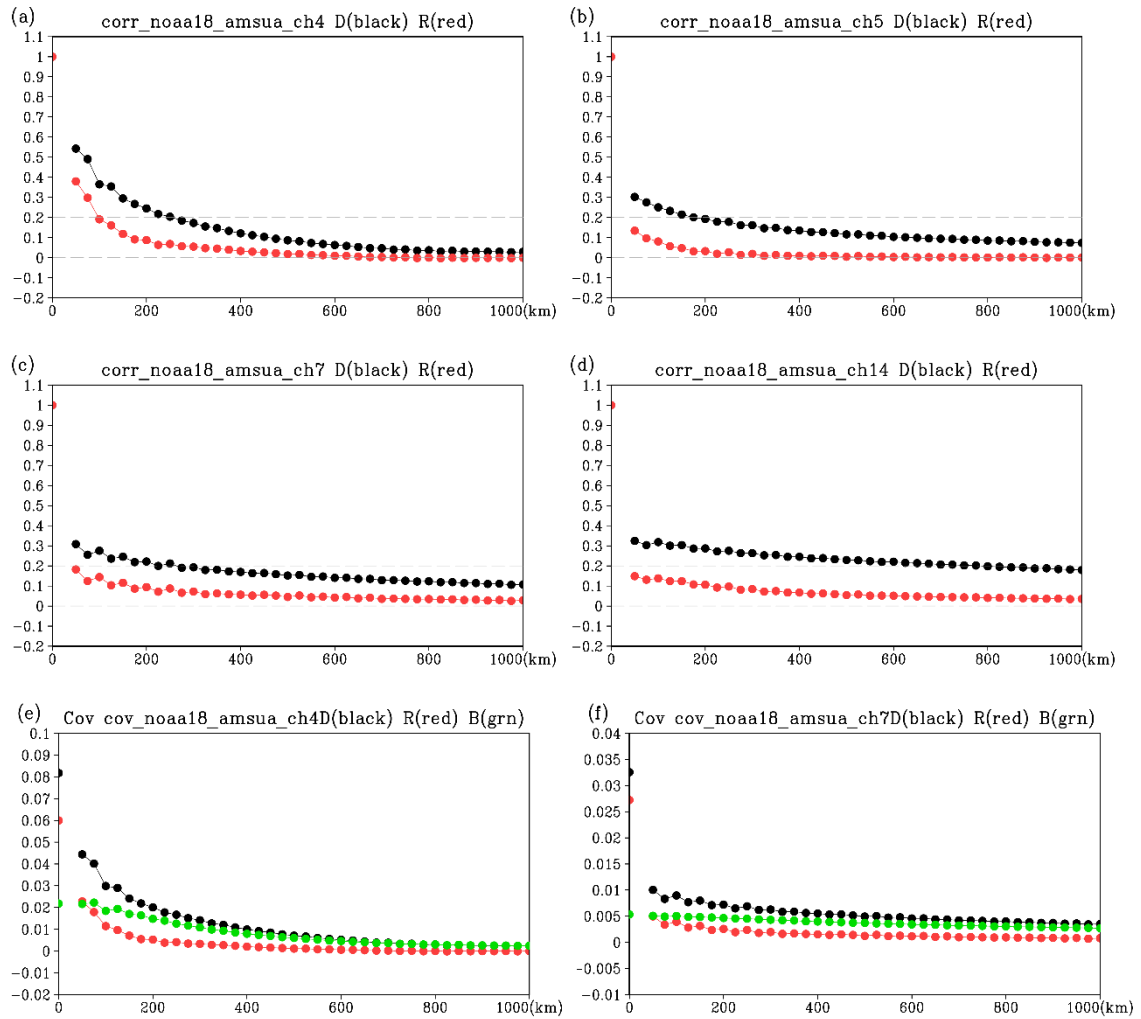


図5.2 D05法で推定されたNOA18衛星搭載のAMSU-Aの観測誤差の水平相関。パネル (a) はチャンネル4、(b) チャンネル5、(c) チャンネル7、(d) チャンネル14である。パネルには、観測誤差相関 (赤丸)、D値 (観測引く第一推定値) 相関 (黒丸) が示されている。横軸は2つの観測の間の距離 (km) である。縦軸は相関の値である。パネル (e) と (f) は観測誤差共分散 (赤丸)、観測空間の背景誤差共分散 (緑丸)、D値共分散 (黒丸) を、各々、チャンネル4と7について示しており、縦軸は共分散の値である。

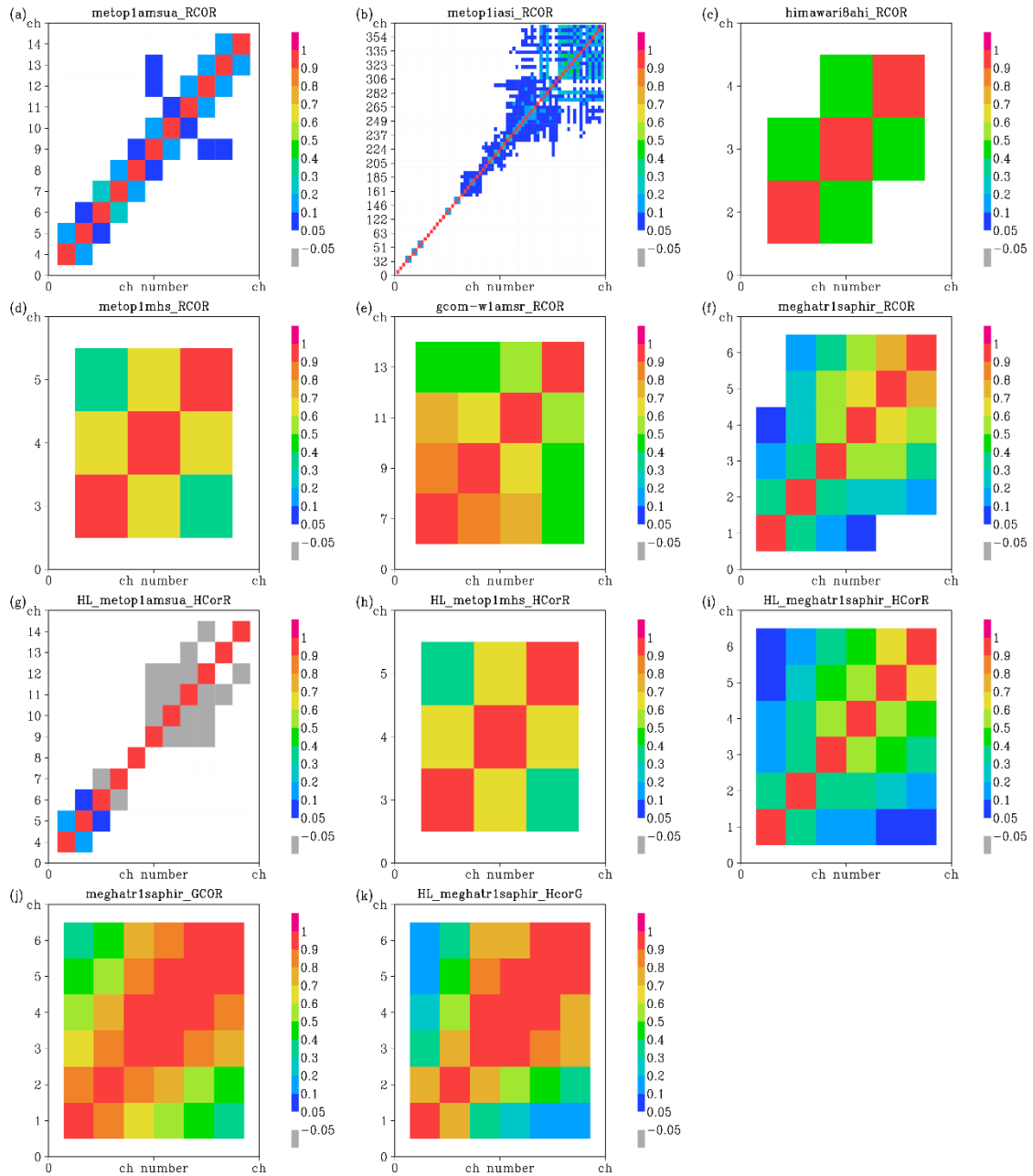


図 5.3 D05 で推定されたチャンネル間観測誤差相関。(a)AMUS-A/Metop-1、(b)IASI/Metop-1、(c)AHI/HIMAWARI8、(d)MHS/Metop-1、(e)AMSR2/GCOM-W1、(f)SAPHIR/Megha-Tropiques。比較のために HL 法で推定された観測誤差チャンネル間相関を (g) AMSU-A/Metop-1、(h) MHS/Metop-1、(i) SAPHIR/Megha-Tropiques について示している。D05 法と HL 法で推定された観測空間の背景誤差チャンネル間相関を SAPHIR/Megha-Tropiques について、各々、(j)、(k)に示す。

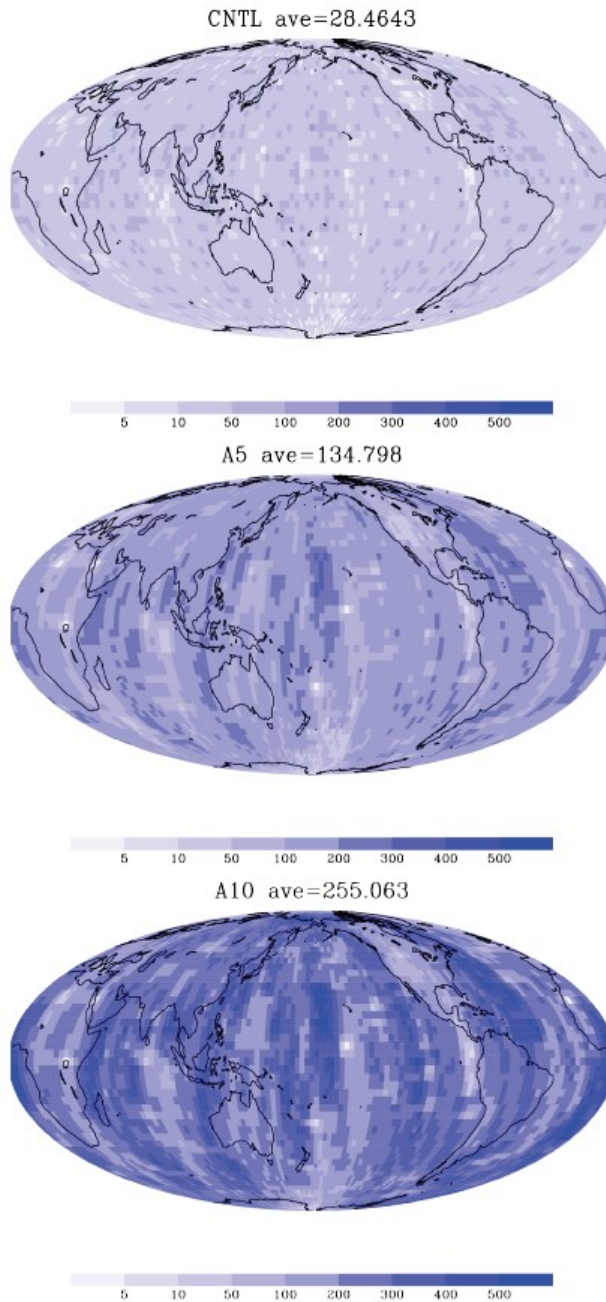


図 5.4 AMSU-A の水平分布。2016 年 8 月 20 日 UTC 解析について示されている。カラーシェイドは緯度経度 3 度の格子内で同化された AMSU-A の数である。(a) CNTL、(b) EXP-BRT-A5、(c) EXP-BRT-A10。各図のタイトルには一格子当たりの同化データ数の平均値を示している。

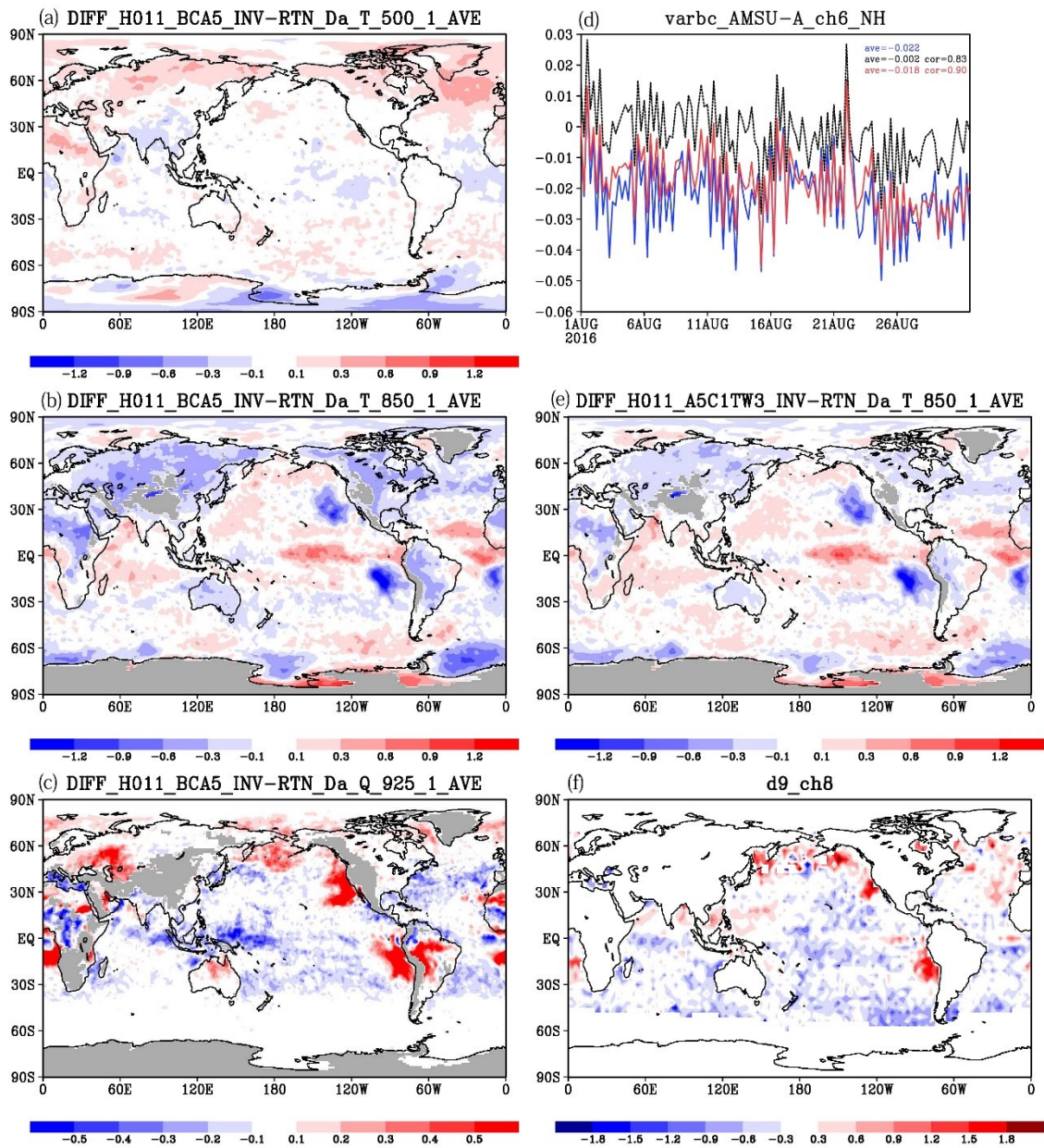


図 5.5 ECM の更新による月平均解析場の変化。左列は EXP-RB-A5 と CNTL の差を示しており、(a) 500hPa 気温 (K)、(b) 850hPa 気温 (K)、(c) 925hPa 比湿 (g/Kg) である。パネル (d) は VarBC による AMSU-A/Meteop-1 のチャンネル 6 の北半球での平均バイアス補正量であり、CNTL (青線)、EXP-BR-A5 (黒線)、EXP-BRT-A5 (赤線) である。凡例には実験期間中の VarBC 補正量の時間平均値 (ave) と CNTL との相関 (cor) が示されている。パネル (e) は EXP-BRT-A5 と CNTL の 850hPa 気温の差 (K) である。パネル (f) は GMI/GPM-core のチャンネル 8 月の平均 D 値である。

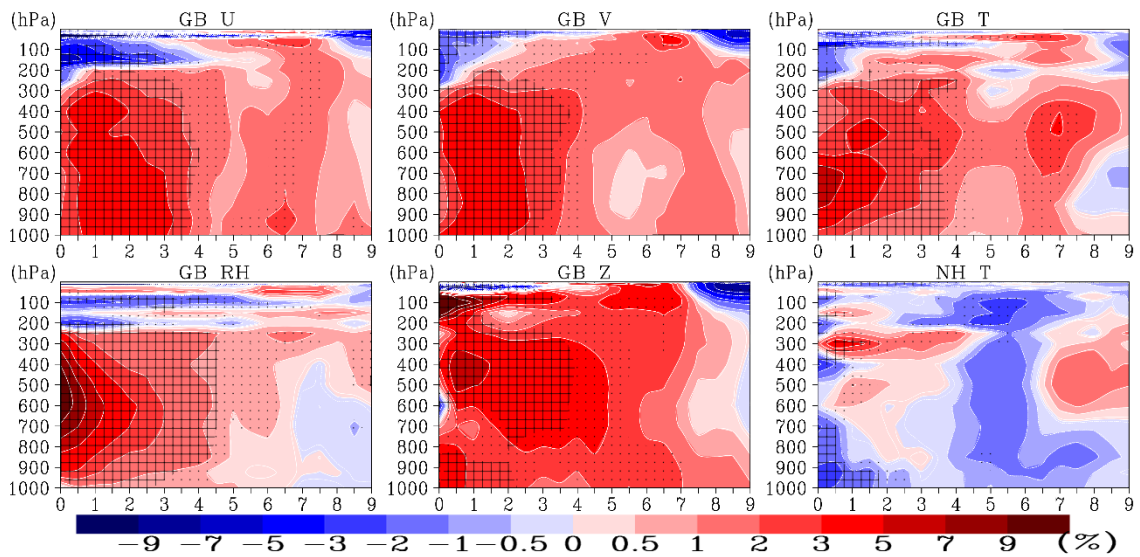


図 5.6 EXP-RB-A5 と CNTL の ERA5 を真値とした予報精度比較。カラーシェイ
 イドは、EXP-RB-A5 と CNTL の予報誤差 RMSE の差を CNTL の RMSE で
 規格化した値 (%) であり、実験期間の平均である。赤 (青) は EXP-BR-A5
 の RMSE が CNTL より小さい (大きい) ことを示している。交差線のハッ
 チ (点のハッチ) は 95% (68%) の統計的有意性を示している。縦軸は気圧
 高度を hPa で示している。横軸は予報時間で 0 から 9 日まで示している。
 上段の図は、左か右に U、V、T の RMSE 改善率の全球平均値である。下段
 の図は、左から右に RH、高度場の RMSE 差の全球平均値、右下図は気温の
 RMSE 改善率の北半球平均値である。

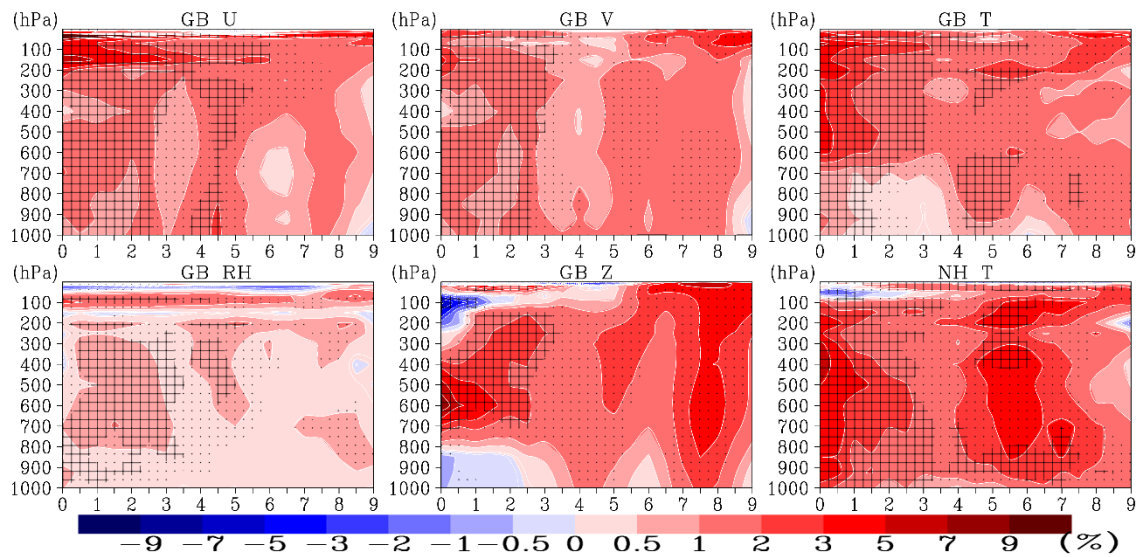


図 5.7 図 5.6 と同様。但し、EXP-BRT-A5 の EXP-RB-A5 に対する予報 RMSE 改善率であり、赤（青）は EXP-BRT-A5 の RMSE が EXP-RB-A5 より小さい（大きい）ことを示している。

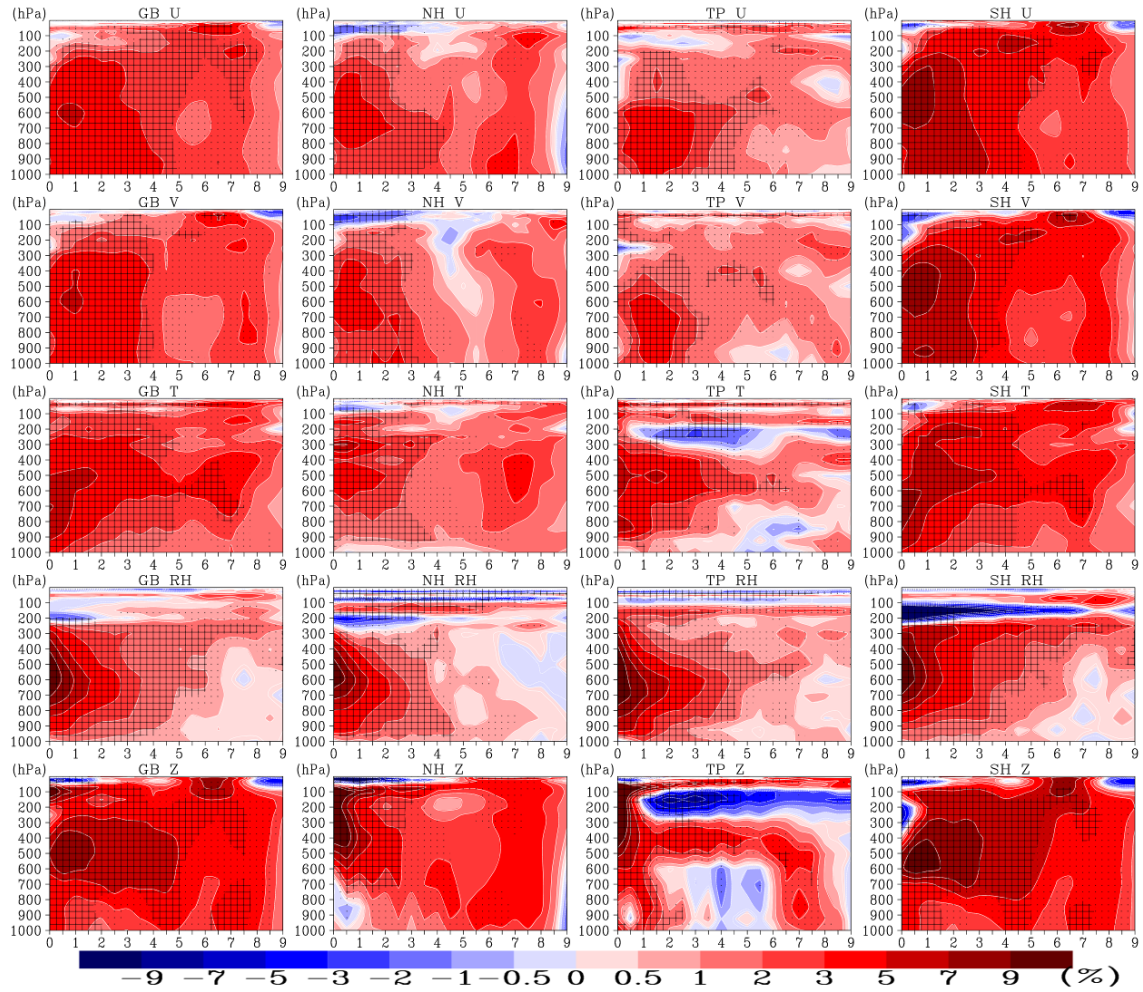


図 5.8 図 5.6 と同様。但し、EXP-BRT-A5 の CNTL に対する予報 RMSE 改善率 (%) を示している。4 つの列は左から右に、全球平均 (GB)、NH 平均、TP 平均、SH 平均である。5 つの行は上段から下段に、U, V, T, RH, Z である。赤 (青) は EXP-BRT-A5 の予報 RMSE が CNTL よりも小さい (大きい) ことを示している。

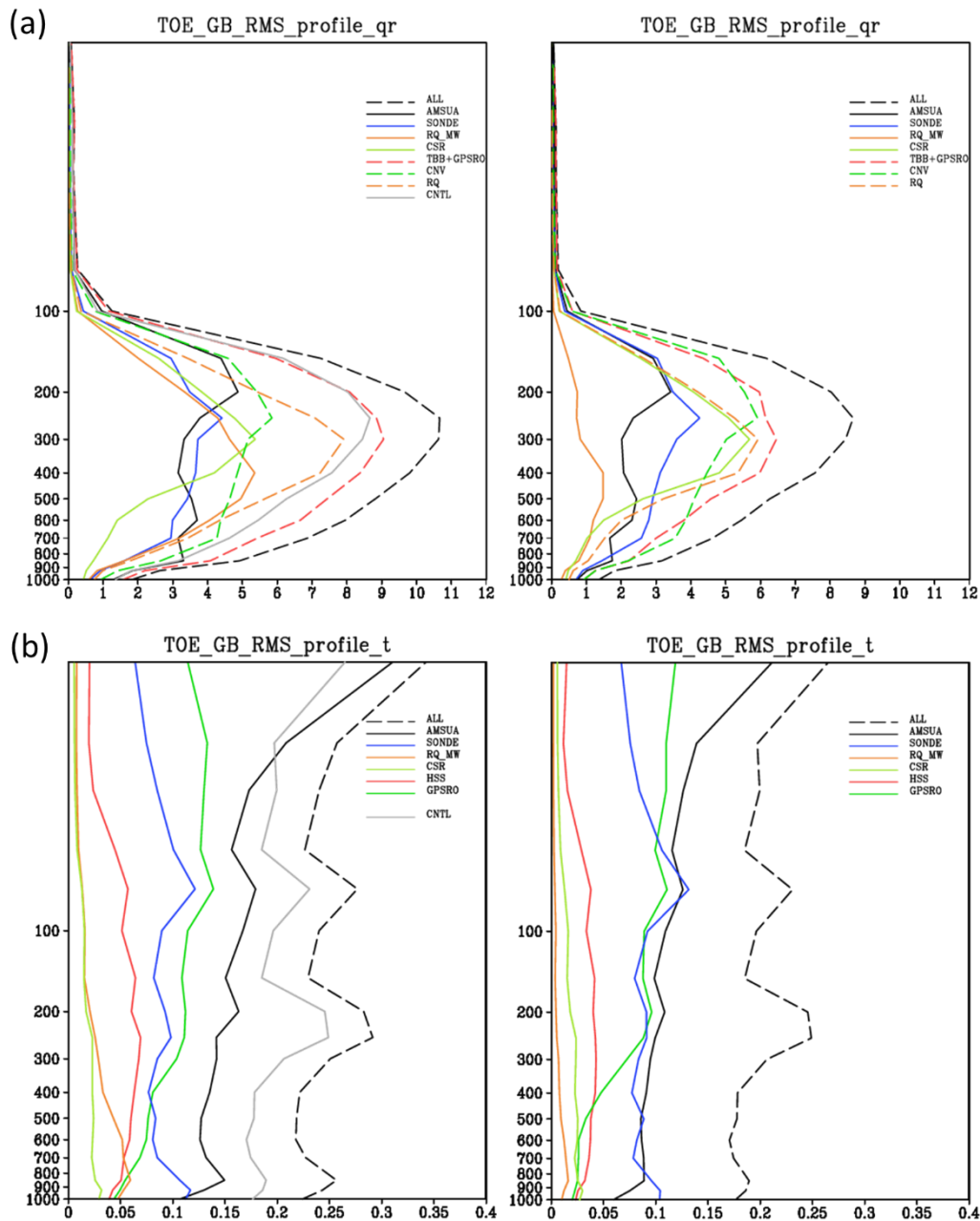


図 5.9 各観測データセットの解析場への寄与。ランダムに選択した一解析(2016年8月12日00UTC解析)について示している。各データセットの寄与は、各データセットによって生成された部分解析インクリメント (partial analysis increment vector, PIV) として接線型観測インパクト評価法(第3章)で計算されている。上段の(a)は、各データセットの比湿解析場の PIV の全球平均 RMS が、EXP-BRT-A5 (左図)、CNTL (右図) について示されており、PIV は気圧高度毎に背景場の比湿で規格化されている。凡例のデータセット名は表 5.1 及び図 5.1 を参照。但し、ALL と RQ_MW は、各々、全解析インクリメント及び水蒸気に感度をもったマイクロ波輝度温度観測全体を

指す。左図の灰色実線は、比較のために CNTL の ALL を再掲している。下段(b)は、上段と同様だが、気温解析場の PIV の全球平均 RMS を示している。縦軸は気圧高度 (hPa)、横軸は PIV の RMS の全球平均値である。

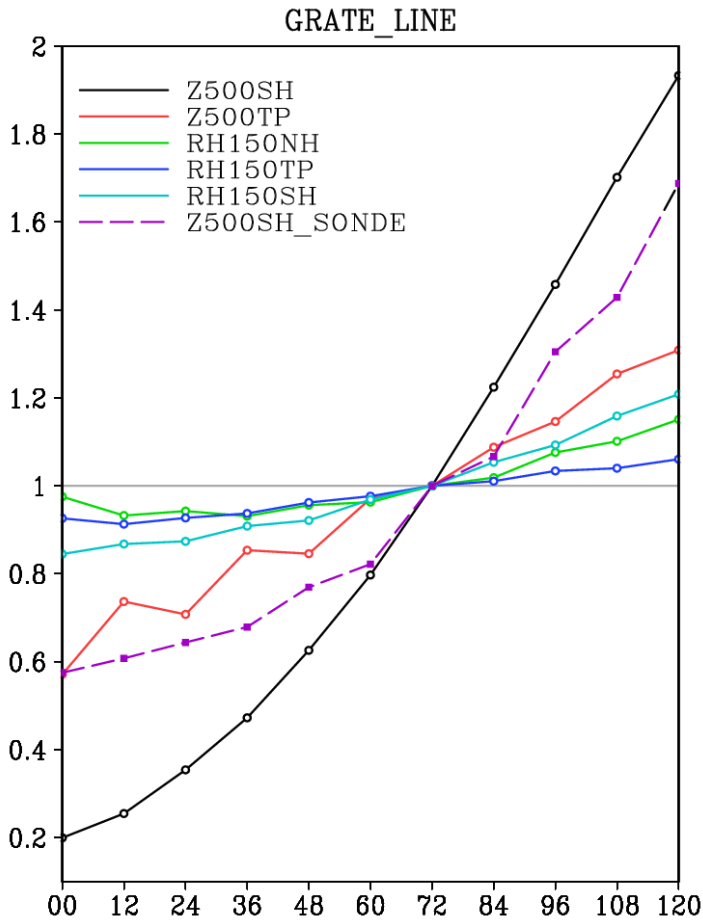


図 5.10 予報誤差成長。図は予報初期時刻から 5 日までの予報 RMSE の成長を特定の予報変数、領域、気圧高度について示しており、予報 RMSE は 3 日予報の値で規格化されている。CNTL の 2016 年 8 月の月平均である。縦軸は規格化された RMSE の値、横軸は予報時間 (hour) である。黒線は 500hPa 高度場の SH 平均、赤線は TP 平均である。緑、青、水色線は 150hPa の RH で各々 NH, TP, SH である。RMSE は ERA5 を真値として計算されている。紫破線は CNV を真値として計算した 500hPa 高度場の SH 平均である。

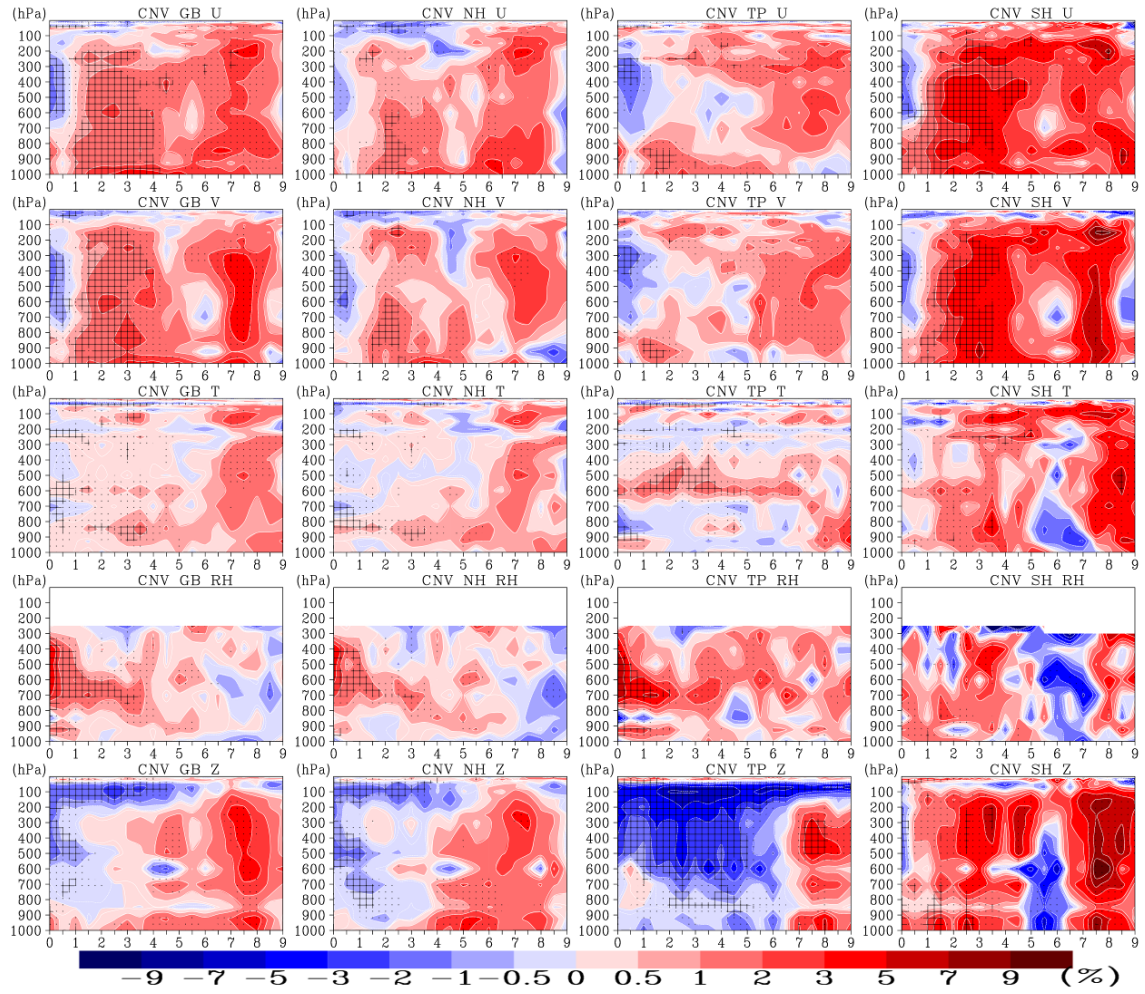


図 5.11 図 5.8 と同様。但し、従来型観測を真値として使用。

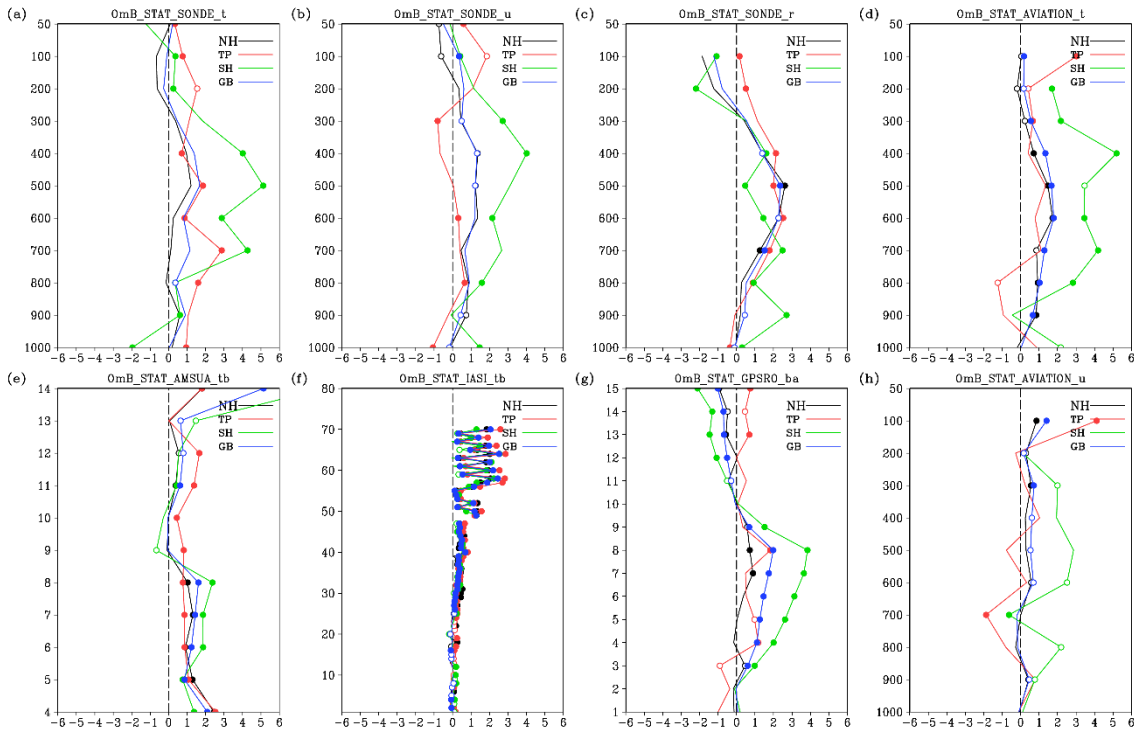


図 5.12 EXP-BRT-A5 と CNTL の規格化された D 値標準偏差の差 (D 値標準偏差改善率)。実験期間中で平均した D 値標準偏差改善率が示されている。黒線は NH、赤線は TP、緑線は SH、青線は GB 平均であり、正 (負) 値は EXP-BRT-A5 の D 値標準偏差が CNTL よりも小さい (大きい) ことを示している。塗りつぶし (白抜き) 円は 95% (68%) の統計的有意性を示す。(a) SONDE T, (b) SONDE U, (c) SONDE RH, (d) AVIATION T, (e) AMSU-A TBB, (f) IASI TBB, (g) GPSRO BA, (h) AVIATION U である。横軸は D 値標準偏差改善率 (%) である。縦軸は、(a) から (d) 及び (h) では気圧高度 (hPa)、(e) 及び (f) ではチャンネル、(g) では高度 (km) である。

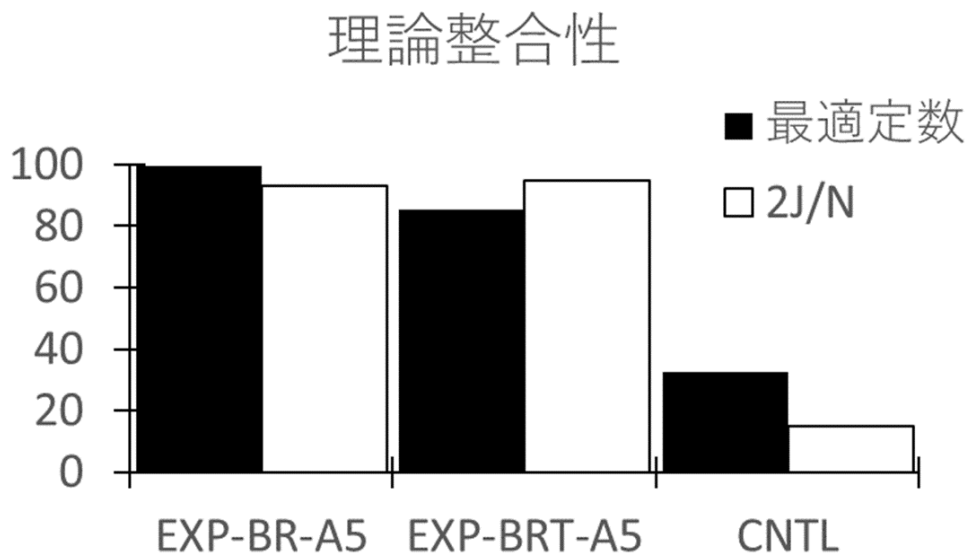


図 5.13 変分法評価関数による理論整合性の評価。図は各実験の解析場についての変分法の評価関数 J によって評価した理論整合性を示している。理論整合性は $CHI1$ と $CHI2$ で評価されている（指標の詳細は補遺 F を参照）。白色の棒は $CHI1$ 、黒色の棒は $CHI2$ を示している。縦軸は理論整合性 (%) であり、100%で理論整合性が完全、0%で 100%の誤差を持つことを表している。横軸は実験名である。

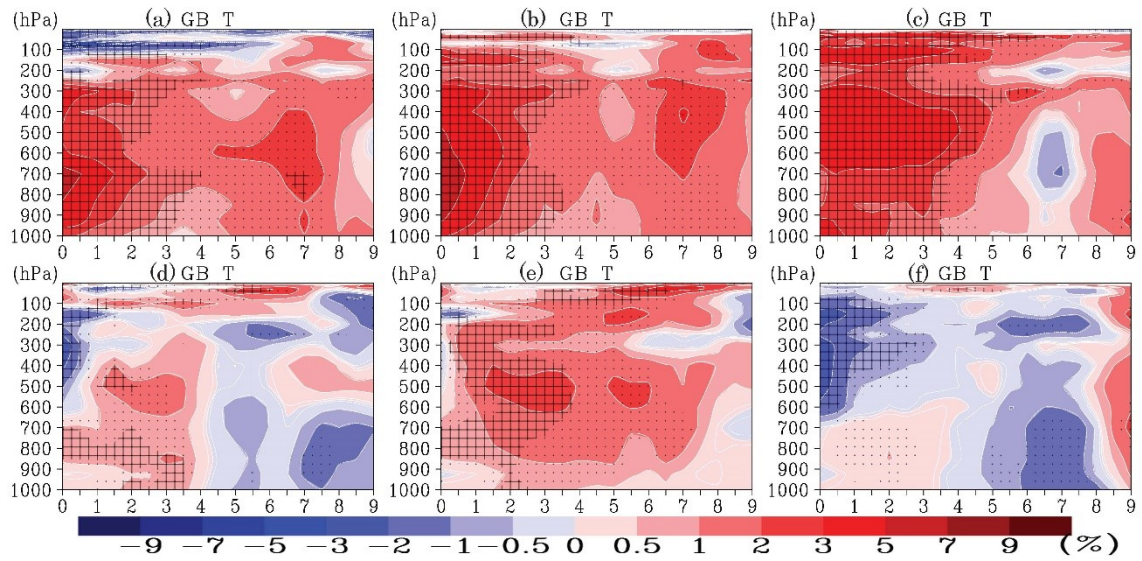


図 5.14 追加実験の予報 RMSE 改善率。図 5.6 と同様。但し、すべてのパネルは気温についての全球平均である。上段の図は左から右に、(a) EXP-BR-A1 の CNTL に対する改善率、(b) EXP-BRT-A1 の CNTL に対する改善率、(c) EXP-BRT-A5-WIN の CNTL-WIN に対する改善率である。下段の図は左から右に、(d) EXP-BR-A5 の EXP-BR-A1 に対する改善率、(e) EXP-BRT-A5 の EXP-BRT-A1 に対する改善率、(f) EXP-BRT-A10 の EXP-BRT-A5 に対する改善率である。赤（青）は前者の実験が後者より小さな（大きな）RMSE をもつことを示す。

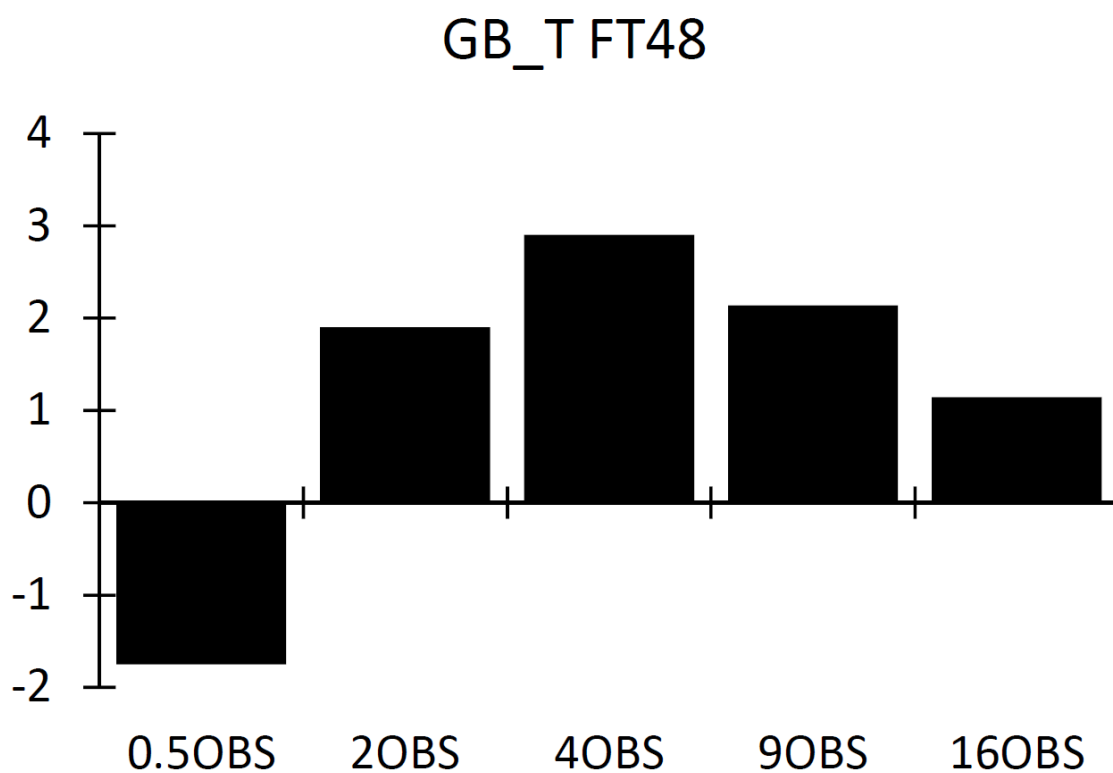


図 E.1 ECM 更新なしの AMSU-A 間引き距離調整追加実験の予報 RMSE 改善率。0.5OBS, 2OBS, 4OBS, 9OBS, 16OBS 実験の CNTL-E に対する 500hPa 気温の予報 RMSE 改善率の全体平均値が示されている。縦軸は予報 RMSE 改善率 (%)、横軸は実験名。

補遺 G

表 G.1 略語表。観測データセット名については、表 3.1 及び表 4.1 を参照。

頭字語	原型	意味
4D-Var	Four-dimensional Variational Data Assimilation	4次元変分法
AMV	Atmospheric Motion Vector	大気追跡風
BECM	Background ECM	背景誤差共分散行列
BOR	Beneficial Observation Rate	予報精度改善に寄与した観測の割合
DAS	Data Assimilation System	データ同化システム
D値	Departure Value	観測値と予報値の差
ECM	Error Covariance Matrix	誤差共分散行列
ECMWF	European Centre for Medium-Range Weather Forecast	欧州中期予報センター
JMA	Japan Meteorological Agency	気象庁
MCD	Maximum Correlation Distance	最大相関距離
NWP	Numerical Weather Prediction	数値天気予報
OECM	Observation ECM	観測誤差共分散行列
OSE	Observing System Experiment	観測システム実験
PDV	Partial Departure Vector	部分D値ベクトル
PIV	Partial Increment Vector	部分解析インクリメントベクトル
SD	Standard Deviation	標準偏差
TBB	Black Body Temperature	輝度温度
TE	Total Energy	全エネルギー
UKMO	UK Met Office	英国気象庁
UTC	Universal Coordinated Time	協定世界時