Kobe University Repository : Kernel

PDF issue: 2026-11-25

選好表明メカニズムと価格表明メカニズム

畳谷, 整克

(Citation)
国民経済雑誌,213(5):63-79

(Issue Date)
2016-05

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/E0040888

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/E0040888

KOBE UNIVERSITY

選好表明メカニズムと価格表明メカニズム

畳　谷　整　克

国民経済雑誌　第 213 巻　第 5 号　抜刷
平 成 28 年 5 月

選好表明メカニズムと価格表明メカニズム

畳　谷　整　克

実現問題や遂行問題においてメカニズムの設計を考える際に，情報的に分権化されたメカニズムが備えるべき性質として自己関連性が挙げられる。メカニズムの自己関連性とは，メカニズムにおいて各個人が表明する情報は，自分自身に関する情報のみであることを要請する条件である。本稿では，経済的環境での遂行問題を考え，これまで議論されてきた各個人の選好の表明を伴うメカニズムによる遂行可能性と，価格の表明を伴うメカニズムによる遂行可能性について，メカニズムの自己関連性の観点から再検討を行う。

キーワード　遂行可能性，選好表明メカニズム，価格配分メカニズム，
自己関連性

1　はじめに

遂行問題（implementation problem）では，社会・経済を構成する個々人のインセンティブを考慮しながら，社会的に望ましい選択肢や配分を達成するメカニズムの設計を考える。遂行理論の文献で用いられてきた多くのメカニズムでは，各個人に自分自身の選好のみならず他の個人の選好を含めた選好のプロファイルの表明を要求していた。これに対して，Tatamitani（2001）は一般的環境において，Hurwicz（1960）が実現問題（realization problem）において導入した自己関連性（self-relevancy）に配慮した選好表明メカニズムによる遂行可能性について検討した。そこで考えられた自己関連的選好表明メカニズムでは，各個人はある選択肢とともに自分自身の選好のみの表明が要求される。

Dutta *et al.*（1995）や Saijo *et al.*（1996, 1999）では，経済的環境での遂行問題が検討された。彼らは，経済的環境で用いられるメカニズムにおいて個人が表明する情報として，価格と配分（あるいは消費ベクトル）が適切であると考え，価格配分（あるいは価格数量）メカニズムによる遂行可能性について議論した。特に Saijo *et al.*（1996, 1999）では，価格の表明を自己関連的情報として解釈していた。それは，価格の表明を各個人の選好に関する局所的情報である限界代替率の表明と解釈したからである。

これに対して本稿では，Saijo *et al.*（1999）で検討された効用関数の微分可能性や社会的

に望ましい配分の内点性が仮定されていない経済的環境のもとで，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行可能性と価格配分メカニズムによる遂行可能性とを比較することで，彼らの解釈とは異なり，価格配分メカニズムの遂行可能性の定義において価格の表明が自己関連的と解釈するには疑問が残る定式化になっていることを例示する。また，それを踏まえて，価格配分メカニズムに自己関連性の概念を反映させるために，価格配分メカニズムによる遂行可能性を再定義する。そして，（再定義された）自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性の特徴づけを行う。さらに，それを受けて，自己関連性の観点から，選好表明メカニズムと価格配分メカニズムとを比較する。

本稿の構成は次の通りである。次節ではモデルと遂行理論の枠組みについて説明する。第3節では自己関連性の概念の説明と，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行について，そして第4節では価格配分メカニズムによる遂行について，それぞれ概観する。第5節では，自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性の特徴づけを行う。最後に，第6節では本稿で得られた結果の示唆するところを述べ，まとめとする。

2　モ　デ　ル

本稿では純粋交換経済における遂行問題を考える。いま，ℓ 種類の完全に分割可能な財と，n 人の個人が存在する。ここで，ℓ と n は自然数であり，$\ell \geq 2$，$n \geq 3$ である。個人の集合を $I=\{1, \ldots, n\}$ で表す。各個人の消費集合は $\mathbb{R}^{\ell}_{+}$ であり，その $\mathbb{R}^{\ell}_{+}$ 上での選好は完備性，推移性，連続性，狭義単調性，凸性を満たすと仮定する。$\overline{U}$ でそのような選好関係を表現する効用関数すべてからなる集合を表す。また，U_i で各個人 i が持ちうる効用関数の集合を表し，$U_i \neq \emptyset$，$U_i \subseteq \overline{U}$ とする。さらに，$A=\{a \in \mathbb{R}^{\ell n}_{+} \mid \sum_{i \in I} a_i = \Omega\}$（ここで，$a=(a_1, \ldots, a_n)$ であり，$a_i \in \mathbb{R}^{\ell}_{+}$ は個人 i の消費ベクトルを表し，$\Omega \in \mathbb{R}^{\ell}_{++}$ は総初期保有を表す）で実現可能な配分の集合を表す。また，個人 i の初期保有を，それを持つ場合には，$\omega_i \in \mathbb{R}^{\ell}_{+} \setminus \{0\}$ で表し，$\sum_{i \in I} \omega_i = \Omega$ である。所与の $i \in I$ と $u_i \in U_i$，$a_i \in \mathbb{R}^{\ell}_{+}$ に対して，$L(a_i, u_i)=\{b_i \in \mathbb{R}^{\ell}_{+} \mid u_i(a_i) \geq u_i(b_i)$ かつ $b_i \leq \Omega\}$ を個人 i の a_i における u_i に関する**下方等位集合**（lower contour set）という[1)]。各個人の効用関数の組 $u=(u_1, \ldots, u_n) \in U=\times_{i \in I} U_i$ を**効用関数プロファイル**とよぶ。

各 $u \in U$ に対して A の非空な部分集合 $F(u)$ を割り当てる対応 $F: U \twoheadrightarrow A$ を**社会選択対応**とよぶ。ここで $F(u)$ は，効用関数プロファイル u のもとで社会的に望ましい配分の集合を表している。本稿を通して，任意の $u \in U$ と任意の $a \in F(u)$，任意の $i \in I$ に対して，$a_i \neq 0$ であると仮定する。所与の社会選択対応 F に対して，配分 a が効用関数プロファイル u において ***F*–最適**であるというのは，$a \in F(u)$ となるときである。

メカニズム $\Gamma=(S, g)$ は，**戦略集合** $S=\times_{i \in I} S_i$（ここで S_i は**個人 *i* の戦略集合**である）

と，各**戦略プロファイル** $s=(s_1, \ldots, s_n)\in S$ に対して $g(s)\in A$ を与える**帰結関数** $g: S\to A$ から構成される。メカニズムの設計者は，個々人がどのような選好を持っているかについては分からないが，効用関数プロファイルの集合 U については分かっているとする。ここで，任意の $i\in I$ と任意の $s\in S$ に対して，配分 $g(s)$ における個人 i の消費ベクトルを $g_i(s)$ で表す。個人 $i\in I$ を所与として，戦略プロファイル $s\in S$ はまた（s_i, s_{-i}）（ここで $s_{-i}=(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)\in \times_{j\in I\setminus\{i\}} S_j$ である）と表記される。任意の $s\in S$ と任意の $i\in I$ に対して，$g_i(S_i, s_{-i})=\{a_i\in\mathbb{R}^{\ell}_{+}\mid s_i'\in S_i$ が存在して $a_i=g_i(s_i', s_{-i})\}$ を**個人 i の s での達成可能集合**（attainable set）とよぶ。

メカニズム $\Gamma=(S, g)$ と効用関数プロファイル $u\in U$ の組 (Γ, u) は標準形ゲームを定義する。このとき，戦略プロファイル $s\in S$ がゲーム (Γ, u) の（純粋戦略）ナッシュ均衡であるとは，任意の $i\in I$ に対して，$g_i(S_i, s_{-i})\subseteq L(g_i(s), u_i)$ であるときである。いま，$N^{\Gamma}(u)$ でゲーム (Γ, u) でのナッシュ均衡の集合を表し，$N^{\Gamma}_{A}(u)=\{a\in A\mid s\in N^{\Gamma}(u)$ が存在して $a=g(s)\}$ でゲーム (Γ, u) でのナッシュ均衡配分の集合を表す。メカニズム $\Gamma=(S, g)$ が**ナッシュ均衡において社会選択対応 F を完全に遂行する**（あるいは簡潔に **F を遂行する**）というのは，任意の $u\in U$ に対して，$F(u)=N^{\Gamma}_{A}(u)$ となるときである。また，社会選択対応 F を遂行するメカニズムが存在するとき，**F は遂行可能**であるという。

Maskin（1999）は次の 2 つの条件によって遂行可能な社会選択対応を特徴づけた。社会選択対応 F が**単調性**（monotonicity）を満たすのは，任意の $u, u^{*}\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，任意の $i\in I$ に対して $L(a_i, u_i)\subseteq L(a_i, u_i^{*})$ ならば，$a\in F(u^{*})$ となるときである。社会選択対応 F が**非拒否権**（no veto-power）を満たすのは，任意の $a\in A$ と任意の $u\in U$，任意の $i\in I$ に対して，任意の $j\in I\setminus\{i\}$ に対して $L(a_j, u_j)=\{b_j\in\mathbb{R}^{\ell}_{+}\mid b_j\leq\Omega\}$ ならば，$a\in F(R)$ となるときである。

彼は，一般的環境において，単調性が遂行可能性の必要条件であることを示し，さらに単調性と非拒否権が遂行可能性の十分条件であることを示した。本稿で考察している経済的環境においては，$n\geq 3$ であり，また各個人の選好は狭義単調性を満たすので，非拒否権は常に満たされる。よって，ここでは，単調性は遂行可能性の必要十分条件となる。

3　自己関連的選好表明メカニズムによる遂行

本稿の目的は，自己関連性の観点から，選好表明メカニズムと価格配分メカニズムとを比較することにある。そのためこの節では，Tatamitani（2001）で一般的環境において検討された自己関連的選好表明メカニズムによる遂行を経済的環境に適用して考え直す。

まず，Tatamitani（2001, 2002）において考察された自己関連的選好表明メカニズムによる遂行について概観してみる。一般的環境におけるナッシュ遂行問題において通常用いられ

ていたメカニズムでは，各個人がとる戦略の構成要素として，各個人の効用関数（選好関係）だけではなく，効用関数プロファイルが含まれていた。これに対して Hurwicz（1960）は，実現問題においてメカニズムの情報的分権化を定式化する際に，情報的に分権化されたメカニズムが持つべき性質の１つとして自己関連性という条件を設定した。メカニズムの**自己関連性**とは，メカニズムにおいて各個人が表明する情報は，自分自身に関する情報のみであることを要請する条件である。

Tatamitani（2001）は自己関連性の概念を一般的な環境での遂行問題に導入した。本稿で考えている経済的環境に即して解釈すると，彼は効用関数（選好関係）についての直接的な情報の表明に関する自己関連性に焦点を絞り，各個人に配分とともに自身の効用関数のみを表明させるメカニズムを考えた[2)]。

一方，遂行問題の文献において用いられてきた多くのメカニズムと同様，自己関連的選好表明メカニズムにおいても各個人は個人の識別番号の表明が要求されていた。これは，望ましくない均衡を排除するための極めて技術的な仕掛けである。しかし，識別番号の表明を導入することは別の問題を引き起こす可能性がある。他人の効用関数と識別番号の対応づけが可能な場合には，メカニズムにおいてその番号の表明によって，他人の効用関数プロファイルに関する情報を埋め込むことができる可能性がある。この可能性を排除するために，Dutta *et al.*（1995）が**真実の表明による遂行**（truthful implementation）とよんだ条件を課す[3)]。この条件は，各個人による真の効用関数と真の効用関数プロファイルでの F–最適な配分の表明が，自己関連的選好表明メカニズムにおける均衡を構成するとともに，その均衡配分は表明された F–最適な配分となることを要求する。この条件を組込みながら，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行を以下のように定義する。条件㈢が真実の表明による遂行に対応する条件である。

定義１　社会選択対応 F が**自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能である**とは，次の条件(i)と(ii)，㈢を満たすメカニズム $\Gamma=(S, g)$ が存在するときである：

(i)　Γ が F を遂行する；

(ii)　任意の $i\in I$ に対して，$S_i=U_i\times A\times I$；および

㈢　任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，もし任意の $i\in I$ に対して $s_i=(u_i, a, \bullet)$ ならば，$s\in N^{\Gamma}(u)$ であり，$g(s)=a$ である。ここで「$\bullet$」は任意の個人の識別番号である。

一般的な環境において，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行を特徴づけるために，Tatamitani（2001）は条件 λ を導入し，それが自己関連的選好表明メカニズムによる遂行の

必要十分条件であることを示した。一般的な環境では，条件 λ はやや複雑な形になる。しかしながら，いま考えている $n\geq 3$ である経済的環境では非拒否権が必ず満たされるので，Tatamitani (2002) の命題 4 により，条件 λ は次の 2 つの簡潔な条件，条件 λ(i) および条件 λ(ii) に帰することとなる。

所与の $i\in I$ に対して，$u_{-i}\in\times_{j\in I\setminus\{i\}}U_j$ で $(u_1, \ldots, u_{i-1}, u_{i+1}, \ldots, u_n)$ を表す。任意の $i\in I$ と任意の $u_{-i}\in\times_{j\in I\setminus\{i\}}U_j$，任意の $a\in A$ に対して，$F_i^{-1}(u_{-i}, a)=\{u_i'\in U_i \mid a\in F(u_i', u_{-i})\}$ とし，$\Lambda_i^F(u_{-i}, a)=\cap_{u_i\in F_i^{-1}(u_{-i}, a)}L(a_i, u_i)$ と定義する。また，所与の $(u, a)\in U\times A$ に対して，$D^F(u, a)=\{i\in I \mid F_i^{-1}(u_{-i}, a)\neq\emptyset\}$ と定義する。

定義 2　社会選択対応 F が**条件 λ(i)** を満たすのは，任意の $u, u^*\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，もし任意の $i\in I$ に対して $\Lambda_i^F(u_{-i}, a)\subseteq L(a_i, u_i^*)$ ならば，$a\in F(u^*)$ となるときである。

定義 3　社会選択対応 F が**条件 λ(iv)** を満たすのは，$a\notin F(u)$ と $D^F(u, a)=I$ を満たす任意の $(u, a)\in U\times A$ に対して，次の条件(1)と(2)を満たす配分 $d(u, a)\in A$ が存在するときである：

(1)　任意の $i\in I$ に対して，$d_i(u, a)\in\Lambda_i^F(u_{-i}, a)$；および

(2)　任意の $u^*\in U$ に対して，もし任意の $i\in I$ に対して $\Lambda_i^F(u_{-i}, a)\subseteq L(d_i(u, a), u_i^*)$ であるならば，$d(u, a)\in F(u^*)$ である。

条件 λ(i) は，単調性と類似の条件であるが，単調性よりも強い条件である。条件 λ(iv) は，ある種の処罰条件であり，すべての個人が前述の「真実の表明」が構成する戦略プロファイルからの潜在的な逸脱者と見なせる場合に，それを割り当てることですべての個人を同時に処罰できる配分の存在を要請する。もし仮に無償処分可能性が仮定されている場合には，「ゼロ配分」を処罰配分として用いることにより，条件 λ(iv) は満たされる。条件 λ に関する詳細は，Tatamitani (2001, 2002) を参照されたい。

命題 1　社会選択対応 F が自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能であることと，F が条件 λ(i) および条件 λ(iv) を満たすことは同値である。

また，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行可能性の必要条件である条件 λ(i) の必要条件として，次に定義する弱い交換不変性を得る。この点についても，Tatamitani (2001)

を参照されたい。

定義４　社会選択対応 F が**弱い交換不変性**を満たすのは，任意の $i, j \in I$ と任意の $u_i, u_i^* \in U_i$，任意の $u_j, u_j^* \in U_j$，任意の $u_{-\{i,j\}} \in \times_{k \in I \setminus \{i,j\}} U_k$，任意の $a \in A$ に対して，もし a が $(u_i, u_j, u_{-\{i,j\}})$ と $(u_i^*, u_j, u_{-\{i,j\}})$, $(u_i, u_j^*, u_{-\{i,j\}})$ において F–最適であるならば，a は $(u_i^*, u_j^*, u_{-\{i,j\}})$ において F–最適となるときである。

命題２　社会選択対応 F が条件 λ(i) を満たすならば，F は弱い交換不変性を満たす。

４　価格配分メカニズムによる遂行

ここで，具体的な社会選択対応をいくつか見ておく。配分 $a \in A$ が効用関数プロファイル $u \in U$ においてパレート効率的であるのは，任意の $i \in I$ に対して $u_i(b_i) \geq u_i(a_i)$ となり，ある $j \in I$ が存在して $u_j(b_j) > u_j(a_j)$ となる配分 $b \in A$ が存在しないときである。社会選択対応 F が**パレート効率的**であるとは，任意の $u \in U$ と任意の $a \in F(u)$ に対して，a が u においてパレート効率的となるときである。

以下に，単調性を満たすよく知られたパレート効率的な社会選択対応を記しておく[4)]。

パレート対応，P：任意の $u \in U$ に対して，$P(u) = \{a \in A \mid a$ は u においてパレート効率的である$\}$。

個人合理的かつ効率的対応，IrP：任意の $u \in U$ に対して，$IrP(u) = \{a \in A \mid$ 任意の $i \in I$ に対して $u_i(a_i) \geq u_i(\omega_i)$ であり，かつ a は u においてパレート効率的である$\}$。

無羨望かつ効率的対応，NP（Schmeidler and Yaari, 1971）：任意の $u \in U$ に対して，$NP(u) = \{a \in A \mid$ 任意の $i, j \in I$ に対して $u_i(a_i) \geq u_i(a_j)$ であり，かつ a は u においてパレート効率的である$\}$。

制約的ワルラシアン対応，W_c（Hurwicz *et al*., 1995）：任意の $u \in U$ に対して，$W_c(u) = \{a \in A \mid$ 価格ベクトル $\pi \in \Delta$ が存在して，任意の $i \in I$ に対して $\pi \cdot a_i = \pi \cdot \omega_i$ であり，かつ $\pi \cdot b_i \leq \pi \cdot \omega_i$ と $b_i \leq \Omega$ を満たす任意の $b_i \in \mathbb{R}^\ell_+$ に対して $u_i(a_i) \geq u_i(b_i)\}$，ただしここで $\Delta = \{(\pi^1, \ldots, \pi^\ell) \in \mathbb{R}^\ell_+ \mid \sum_{h=1}^{\ell} \pi^h = 1\}$。

Dutta *et al*.（1995）と Saijo *et al*.（1996）は，各個人が価格と配分を表明する価格配分メカニズムによるパレート効率的な社会選択対応の遂行について吟味した[5)]。ここでは，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行と価格配分メカニズムによる遂行とを比較することにする。そのために，まず以下では価格配分メカニズムによる遂行について概観する。

いま，所与の $i\in I$ と $u_i\in U_i$, $a_i\in\mathbb{R}^{\ell}_{+}$ に対して，u_i についての a_i での**支持価格**の集合 $\partial u_i(a_i)=\{\pi\in\Delta\mid$ 任意の $a_i'\in\{b_i\in\mathbb{R}^{\ell}_{+}\mid b_i\leq\Omega$ かつ $u_i(b_i)\geq u_i(a_i)\}$ に対して，$\pi\cdot a_i'\geq\pi\cdot a_i\}$ を考える。ここで，所与の $a\in A$ と $u\in U$ に対して，$\Pi(a,\ u)=\cap_{i\in I}\partial u_i(a_i)$ と定義する。配分 a が効用関数プロファイル u でパレート効率的であるとき，$\Pi(a,\ u)\neq\emptyset$ となり，$\pi\in\Pi(a,\ u)$ は u についての a でのすべての個人に共通である支持価格となる。ここでは，$\pi\in\Pi(a,\ u)$ を u についての a での**効率性価格**とよぶことにする。

いま仮に，任意の $i\in I$ と任意の $u_i\in U_i$ に対して，u_i が $\mathbb{R}^{\ell}_{++}$ 上で微分可能であったとする。このとき，任意の $a_i\in\mathbb{R}^{\ell}_{++}$ に対して，$\partial u_i(a_i)$ は単集合になる。よって，a が u でパレート効率的であるとき，$\Pi(a,\ u)$ もまた単集合となり，効率性価格は一意に定まる。また，任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$，任意の $i\in I$ に対して，$a_i\in\mathbb{R}^{\ell}_{++}$ であると仮定する。以上で述べた効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性の仮定のもと，Dutta *et al.*（1995）に基づき，Saijo *et al.*（1996）はパレート効率的な社会選択対応の価格配分メカニズムによる遂行可能性を次のように定義した。

定義 5　効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性の仮定のもと，パレート効率的な社会選択対応 F が**価格配分メカニズムによって遂行可能である**とは，次の条件(i)と(ii)，(iii)を満たすメカニズム $\Gamma=(S,\ g)$ が存在するときである：

(i)　Γ が F を遂行する；

(ii)　任意の $i\in I$ に対して，$S_i=\Delta\times A$；および

(iii)　任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，もし $\Pi(a,\ u)=\{\pi\}$ かつ任意の $i\in I$ に対して $s_i=(\pi,\ a)$ ならば，$s\in N^{\Gamma}(u)$ であり，$g(s)=a$ である。

定義 5 にある条件(iii)が真実の表明による遂行に対応する条件である。条件(iii)では，真の効用関数プロファイルのもとでの F–最適な配分とその配分において一意に決まる効率性価格の表明が価格配分メカニズムにおける均衡を構成するとともに，その均衡配分は表明された F–最適な配分となることを要求している。

効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性の仮定のもと，価格配分メカニズムによる遂行可能性を特徴づけるために，Saijo *et al.*（1996）は以下に定義される条件 M を導入した。この条件 M は，単調性と同様の条件であるが，単調性よりも強い条件である。

いま，社会選択対応 F がパレート効率的であるとする。さらに，効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性を仮定する。このとき，任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，$\widehat{F}^{-1}(u,\ a)=\{\widehat{u}\in U\mid a\in F(\widehat{u})$ かつ任意の $i\in I$ に対して $\partial\widehat{u}_i(a_i)=\partial u_i(a_i)\}$ とし，$\widehat{\Lambda}_i^F(u,\ a)=\cap_{\widehat{u}\in\widehat{F}^{-1}(u,\ a)}L(a_i,\ \widehat{u}_i)$ と定義する。

定義 6 パレート効率的な社会選択対応 F が**条件 *M***を満たすのは，任意の $u, u^* \in U$ と任意の $a \in F(u)$ に対して，もし任意の $i \in I$ に対して $\widehat{\Lambda}_i^F(u, a) \subseteq L(a_i, u_i^*)$ であるならば，$a \in F(u^*)$ となるときである。

命題 3 効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性の仮定のもと，パレート効率的な社会選択対応 F が価格配分メカニズムによって遂行可能であることと，F が条件 M を満たすことは同値である。

パレート効率的な社会選択対応が価格配分メカニズムによって遂行可能であるならば，それが自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能であることは明らかである。なぜならば，価格配分メカニズムでは各個人は，効用関数ではなく，（支持）価格のみを表明しているからである。このことから，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行に条件 λ(iv) のような処罰配分の存在を要求する条件が必要である一方で，価格配分メカニズムによる遂行にはそのような条件が必要ないということに疑問を感じるだろう。しかし実際には Tatamitani (2002) で検討されたように，本稿で考えている経済的環境においては，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行可能性の十分条件から条件 λ(iv) を捨て去ることができる。また，それにより，価格配分メカニズムにより遂行可能であるパレート効率的な社会選択対応は，自己関連的選好表明メカニズムによっても遂行可能であることが分かる。これらの議論において鍵となるのは，十分条件を構成するもう一つの条件である条件 λ(i) の必要条件として得られた弱い交換不変性を強めた交換不変性という条件である。

定義 7 社会選択対応 F が**交換不変性**を満たすのは，任意の $i, j \in I$ と任意の $u_i, u_i^* \in U_i$，任意の $u_j, u_j^* \in U_j$，任意の $u_{-\{i,j\}} \in \times_{k \in I \setminus \{i,j\}} U_k$，任意の $a \in A$ に対して，もし a が $(u_i^*, u_j, u_{-\{i,j\}})$ と $(u_i, u_j^*, u_{-\{i,j\}})$ において F–最適であるならば，a は $(u_i, u_j, u_{-\{i,j\}})$ と $(u_i^*, u_j^*, u_{-\{i,j\}})$ において F–最適となるときである。

命題 4 社会選択対応 F が条件 λ(i) と交換不変性を満たすならば，F は自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能である。

補題 1 効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性の仮定のもと，パレート効率的な社会選択対応 F が条件 M を満たすならば，F は条件 λ(i) および交換不変性を満たす。

命題 3，4 と補題 1 より，次の命題を得る。

命題 5　効用関数の微分可能性と F–最適な配分の内点性の仮定のもと，パレート効率的な社会選択対応 F が価格配分メカニズムによって遂行可能であるならば，F は自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能である。

彼らの特徴づけ定理を用いて，Dutta *et al.*（1995）は社会選択対応 P および W_c が（初等的な）価格配分メカニズムによって遂行可能であることを明らかにし，Saijo *et al.*（1996）は社会選択対応 *IrP* および *NP* が価格配分メカニズムによって遂行可能であることを示した。したがって，これらの社会選択対応は自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能である。

一方，効用関数の微分可能性や F–最適な配分の内点性が仮定されていない経済的環境において，Saijo *et al.*（1999）はパレート効率的な社会選択対応の価格配分メカニズムによる遂行可能性を次のように定義した。

定義 8　パレート効率的な社会選択対応 F が**価格配分メカニズムによって遂行可能である**とは，次の条件(i)と(ii)，(iii)を満たすメカニズム $\Gamma=(S, g)$ が存在するときである：

(i)　Γ が F を遂行する；

(ii)　任意の $i\in I$ に対して，$S_i=\Delta\times A$；および

(iii)　任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，もし $\pi\in\Pi(a, u)$ かつ任意の $i\in I$ に対して $s_i=(\pi, a)$ ならば，$s\in N^{\Gamma}(u)$ であり，$g(s)=a$ である。

定義 8 にある条件(iii)が真実の表明による遂行に対応する条件である。効用関数の微分可能性や F–最適な配分の内点性が仮定されていない経済的環境では，パレート効率的配分において効率性価格が一意であるとは限らない。そこで，条件(iii)では，真の効用関数プロファイルのもとでの F–最適な配分とともに，その配分での**ある効率性価格を全員が共通して表明している**場合には，それらが価格配分メカニズムにおける均衡を構成するとともに，その均衡配分は表明された F–最適な配分となることを要求している。

このような経済的環境において，価格配分メカニズムによる遂行可能性を特徴づけるために，Saijo *et al.*（1999）は単調性を強めた以下で定義される条件 $GM1$ を導入した。

いま，社会選択対応 F がパレート効率的であるとする。任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，$\widetilde{F}^{-1}(\pi, a)=\{u\in U\,|\,a\in F(u)$ かつ $\pi\in\Pi(a, u)\}$ とし，$\widetilde{\Lambda}_i^F(\pi, a)=\cap_{u\in\widetilde{F}^{-1}(\pi, a)} L(a_i, u_i)$ と定義する。

定義 9　パレート効率的な社会選択対応 F が**条件 *GM*1** を満たすのは，任意の $u, u^*\in U$ と

任意の $a\in F(u)$，任意の $\pi\in\Pi(a, u)$ に対して，もし任意の $i\in I$ に対して $\widetilde{\Lambda}_i^F(\pi, a)\subseteq L(a_i, u_i^*)$ であるならば，$a\in F(u^*)$ となるときである。

命題６　パレート効率的な社会選択対応 F が価格配分メカニズムによって遂行可能であることと，F が条件 $GM1$ を満たすことは同値である。

この特徴づけ定理を用いて，Saijo *et al.*（1999）は社会選択対応 P と IrP, NP が価格配分メカニズムによって遂行可能であること，そして社会選択対応 W_c が価格配分メカニズムによって遂行可能でないことを示した。

彼らは，定義８（および定義５）において定式化された価格配分メカニズムによる遂行に関して，その価格表明を自己関連的な情報と見なしたが，その解釈は妥当であったのだろうか。次節ではこの疑問について検討する。

５　自己関連的価格配分メカニズムによる遂行

この節では，効用関数の微分可能性や F–最適な配分の内点性が仮定されていない経済的環境を考える。ここではまず，パレート効率的な社会選択対応の遂行可能性の吟味を通じて，自己関連的選好表明メカニズムによる遂行可能性と定義８で定式化された価格配分メカニズムによる遂行可能性について比較を行う。次に，その結果を踏まえて，価格配分メカニズムに自己関連性の概念を反映させるために，価格配分メカニズムによる遂行可能性を再定義する。そして，（再定義された）自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性の特徴づけを行う。さらに，それを受けて，自己関連性の観点から，選好表明メカニズムと価格配分メカニズムとを比較する。

まず，自己関連的選好表明メカニズムによるパレート効率的な社会選択対応の遂行について考える。所与の $i\in I$ と $a_i\in\mathbb{R}^\ell_+$, $\pi\in\Delta$ に対して，$H(a_i, \pi)=\{b_i\in\mathbb{R}^\ell_+\,|\,\pi\cdot b_i\leq\pi\cdot a_i$ かつ $b_i\leq\Omega\}$ と定義する。

命題７　$U=\overline{U}^n$ とする。このとき，パレート対応 P は弱い交換不変性を満たさない。

証明．いま，$n=3$, $\ell=2$ である経済を考え，配分 $(\Omega/3, \Omega/3, \Omega/3)$ を考える。ここで，次の効用関数を考える。任意の $i\in I$ に対して，$u_i\in\overline{U}$ は $L(\Omega/3, u_i)=H(\Omega/3, (2/3, 1/3))\cup H(\Omega/3, (1/3, 2/3))$ となる効用関数である。また，$u_1^*\in\overline{U}$ は $L(\Omega/3, u_1^*)=H(\Omega/3, (2/3, 1/3))$ となる効用関数である。さらに，$u_2^*\in\overline{U}$ は $L(\Omega/3, u_2^*)=H(\Omega/3, (1/3, 2/3))$ となる効用関数である。このとき，$(\Omega/3, \Omega/3, \Omega/3)\in P(u_1, u_2, u_3)\cap P(u_1^*, u_2, u_3)\cap$

$P(u_1, u_2^*, u_3)$ であるが，$(\Omega/3, \Omega/3, \Omega/3) \notin P(u_1^*, u_2^*, u_3)$ である。したがって，P は弱い交換不変性を満たさない。この議論は，個人および財の数が任意の経済について適用可能である。■

命題 7 と命題 2 によって，十分にその定義域が広い場合には，パレート対応 P は条件 λ(i) を満たさないことになり，このことはさらに命題 1 によって，パレート対応 P は自己関連的選好表明メカニズムによって遂行できないことを意味する。

定理 1　$U=\overline{U}^n$ とする。このとき，パレート対応 P は自己関連的選好表明メカニズムによって遂行可能でない。

また，同様の議論により，$U=\overline{U}^n$ のとき，無羨望かつ効率的対応 NP や，任意の $i\in I$ に対して $\omega_i=\Omega/n$ である個人合理的かつ効率的対応 IrP も自己関連的選好表明メカニズムによって遂行できない。

一方で，前述のように Saijo *et al.*（1999）によると，社会選択対応 P と IrP，NP は価格配分メカニズムによって遂行可能である。彼らの議論では，価格の表明は自己関連的な情報の表明と解釈されているが，果たしてそうであろうか。もしそうであるならば，価格配分メカニズムで遂行可能な社会選択対応は，自己関連的選好表明メカニズムでも遂行可能でなければおかしい。しかしながら，上述のいくつかのパレート効率的な社会選択対応に関する結果をみるとそのようにはなっていない。このことから，定義 8 にある条件(iii)（真実の表明による遂行の条件）において，価格表明を自己関連的に扱っていないと考えられる。そこで，価格の表明が自己関連的な情報であると解釈できるようにするために，価格配分メカニズムによる遂行可能性の定義の修正を考える。それを具現化したものが次の定義10にある条件(iii)である。

定義10　パレート効率的な社会選択対応 F が**自己関連的価格配分メカニズムによって遂行可能である**とは，次の条件(i)と(ii)，(iii)を満たすメカニズム $\Gamma=(S, g)$ が存在するときである：

(i)　Γ が F を遂行する；

(ii)　任意の $i\in I$ に対して，$S_i=\Delta\times A$；および

(iii)　任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$ に対して，もし $p_i\in\Pi(a, u)$ かつ任意の $i\in I$ に対して $s_i=(p_i, a)$ ならば，$s\in N^{\Gamma}(u)$ であり，$g(s)=a$ である。

定義10の条件(iii)では，自己関連性を反映させるために，各個人が真の効用関数プロファイルのもとでの F–最適な配分における効率性価格を表明している限りにおいては，たとえ**個人間で異なる効率性価格が表明されている**場合であっても，それらが均衡を構成することを要求している。ここでは，効率性価格の表明に限定しながらも，各個人によって表明される価格が自分自身の選好に関する局所的情報である支持価格の表明であると解釈できるように定式化されている。

以下では，自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性の特徴づけを考える。そのために，以下で定義する条件 $GM2$ と条件 $GPQ2$ を導入する。いま，社会選択対応 F がパレート効率的であるとする。ここで，$p=(p_1, \ldots, p_n)\in\Delta^n$ と表す。また，任意の $i\in I$ に対して，$p_{-i}=(p_1, \ldots, p_{i-1}, p_{i+1}, \ldots, p_n)\in\Delta^{n-1}$ と表す。任意の $i\in I$，任意の $p_{-i}\in\Delta^{n-1}$，任意の $a\in A$ に対して，$\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)=\{u\in U\mid a\in F(u)$ かつ任意の $j\in I\setminus\{i\}$ に対して $p_j\in\Pi(a, u)\}$ とし，$\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)=\cap_{u\in\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)}L(a_i, u_i)$ と定義する。また，所与の $(p, a)\in\Delta^n\times A$ に対して，$\overline{D}^F(p, a)=\{i\in I\mid\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)\neq\emptyset\}$ と定義する。

定義11　パレート効率的な社会選択対応 F が**条件 *GM2*** を満たすのは，任意の $u, u^*\in U$ と任意の $a\in F(u)$，任意の $p_1, \ldots, p_n\in\Pi(a, u)$ に対して，もし任意の $i\in I$ に対して $\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)\subseteq L(a_i, u_i^*)$ であるならば，$a\in F(u^*)$ となるときである。[6)]

定義12　パレート効率的な社会選択対応 F が**条件 *GPQ2*** を満たすのは，$a\in F(u)$ かつ $p_1, \ldots, p_n\in\Pi(a, u)$ となる $u\in U$ が存在せず，かつ $\overline{D}^F(p, a)=I$ である任意の $(p, a)\in\Delta^n\times A$ に対して，次の条件(1)と(2)を満たす配分 $d(p, a)\in A$ が存在するときである：

(1)　任意の $i\in I$ に対して，$d_i(p, a)\in\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)$；および

(2)　任意の $u^*\in U$ に対して，もし任意の $i\in I$ に対して $\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)\subseteq L(d_i(p, a), u_i^*)$ であるならば，$d(p, a)\in F(u^*)$ である。

条件 $GM2$ は，条件 λ(i) や条件 M，条件 $GM1$ と同様に，単調性と類似の条件である。一方の条件 $GPQ2$ は，条件 λ(iv) や，Saijo *et al.*（1999）において価格**数量**メカニズムによる遂行可能性の必要条件として得られた条件 GPQ と同様に，ある種の処罰条件である。ただし，Saijo *et al.*（1999）において価格**数量**メカニズムによる遂行可能性の必要条件として処罰条件が得られたのは，数量（消費ベクトル）の表明が自己関連的な情報であったためである。一方，自己関連的価格**配分**メカニズムによる遂行可能性の必要条件として処罰条件が得られるのは，価格の表明を自己関連的なものに考え直したためである。

定理 2　パレート効率的な社会選択対応 F が自己関連的価格配分メカニズムによって遂行可能であることと，F が条件 $GM2$ および条件 $GPQ2$ を満たすことは同値である。

証明．ここでは，必要性についてのみ証明を与える。十分性については，例えば Saijo *et al.*（1999）における価格**数量**メカニズムによる遂行に関する議論で用いられたメカニズムと同様のものを考えればよい。

まず，条件 $GM2$ の必要性について考える。任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$，任意の $p_1, \ldots, p_n\in\Pi(a, u)$ をとる。いま，任意の $j\in I$ について，$s_j=(p_j, a)$ とする。このとき，定義10の条件(iii)（真実の表明による遂行）により，$g(s)=a$ となる。また，任意の $i\in I$ を考え，任意の $u'\in\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)$ と任意の $p_i'\in\Pi(a, u')\neq\emptyset$ をとり，$s_i'=(p_i', a)$ とする。このとき，再び定義10の条件(iii)により，$(s_i', s_{-i})\in N^{\Gamma}(u')$ かつ $g(s_i', s_{-i})=a$ となる。これは，任意の $u'\in\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)$ に対して，$g_i(S_i, s_{-i})\subseteq L(a_i, u_i')$ を意味する。したがって，$g_i(S_i, s_{-i})\subseteq\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)$ となる。ここで，ある効用関数プロファイル $u^*\in U$ に対して，任意の $i\in I$ に対して $\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)\subseteq L(a_i, u_i^*)$ であるとする。このとき，任意の $i\in I$ に対して $g_i(S_i, s_{-i})\subseteq L(a_i, u_i^*)$ となり，$g(s)=a$ であったから，$s\in N^{\Gamma}(u^*)$ となる。したがって，自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性により，$g(s)=a\in F(u^*)$ となる。

次に，条件 $GPQ2$ の必要性について考える。$a\in F(u)$ かつ $p_1, \ldots, p_n\in\Pi(a, u)$ となる $u\in U$ が存在せず，かつ $\overline{D}^F(p, a)=I$ である任意の $(p, a)\in\Delta^n\times A$ をとる。そして，任意の $j\in I$ について $s_j=(p_j, a)$ として，$d(p, a)=g(s)$ と定義する。ここで，任意の $i\in I$ と任意の $u\in\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)$ をとる（$\overline{D}^F(p, a)=I$ であるから，$\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a)\neq\emptyset$ である）。任意に $p_i'\in\Pi(a, u)\neq\emptyset$ をとり，$s_i'=(p_i', a)$ を考えると，定義10の条件(iii)により，$(s_i', s_{-i})\in N^{\Gamma}(u)$ かつ $g(s_i', s_{-i})=a$ となるので，$g_i(S_i, s_{-i})\subseteq L(a_i, u_i)$ となる。したがって，$d_i(p, a)=g_i(s)\in g_i(S_i, s_{-i})\subseteq\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)$ となる。さらに，ある効用関数プロファイル $u^*\in U$ に対して，任意の $i\in I$ に対して $\overline{\Lambda}_i^F(p_{-i}, a)\subseteq L(d_i(p, a), u_i^*)$ であるとする。このとき，任意の $i\in I$ に対して $g_i(S_i, s_{-i})\subseteq L(d_i(p, a), u_i^*)$ となり，$d(p, a)=g(s)$ であったから，$s\in N^{\Gamma}(u^*)$ となる。したがって，自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性により，$d(p, a)\in F(u^*)$ となる。■

価格の表明に自己関連性を課したことの影響を見るために，ここではパレート対応の自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性について吟味することにする。まず，パレート対応は条件 $GPQ2$ を満たす。

命題 8　$U=\overline{U}^n$ とする。このとき，パレート対応 P は条件 $GPQ2$ を満たす。

証明．任意の $p_1, \ldots, p_n \in \Delta \cap \mathbb{R}^{\ell}_{++}$ と，任意の $i \in I$ に対して $a_i \neq 0$ である任意の $a \in A$ をとる。このとき，任意の $i \in I$ に対して $L(a_i, u_i) = \cup_{j \in I} H(a_i, p_j)$ となる効用関数プロファイル $u \in U$ を考えると，$a \in P(u)$ かつ $p_1, \ldots, p_n \in \Pi(a, u)$ となる。よって，パレート対応 P は条件 $GPQ2$ を満たす。■

次に，パレート対応が条件 $GM2$ を満たすかどうかについて考える。いま，所与の $i \in I$ と $p_{-i} \in \Delta^{n-1}$ に対して，$Conv(p_{-i}) = \{\sum_{j \in I \setminus \{i\}} \alpha_j p_j \in \Delta \mid$ 任意の $j \in I \setminus \{i\}$ に対して $\alpha_j \in \mathbb{R}_+$ であり，かつ $\sum_{j \in I \setminus \{i\}} \alpha_j = 1\}$ と定義する。まず，個人の数が財の種類の数よりも大きい場合を考える。

命題 9　$n > \ell$, $U = \overline{U}^n$ とする。このとき，パレート対応 P は条件 $GM2$ を満たす。

証明．最初に，任意の $p_1, \ldots, p_n \in \Delta$ に対して，$\cap_{i \in I} Conv(p_{-i}) \neq \emptyset$ となることを示す。いま，任意の $p_1, \ldots, p_n \in \Delta$ をとる。このとき，$n > \ell$ であるので，$p_1, \ldots, p_n$ は一次従属である。よって，$i^* \in I$ と $(\alpha_j)_{j \in I \setminus \{i^*\}} \in \mathbb{R}^{n-1}$ が存在して，$p_{i^*} = \sum_{j \in I \setminus \{i^*\}} \alpha_j p_j$ となる。ここで，$J = \{j \in I \setminus \{i^*\} \mid \alpha_j \leq 0\}$, $K = \{k \in I \setminus \{i^*\} \mid \alpha_k > 0\}$ とおく。いま，$p_1, \ldots, p_n \in \Delta$ であるので，$K \neq \emptyset$ であり，$\sum_{j \in I \setminus \{i^*\}} \alpha_j = 1$ である。よって，$\sum_{k \in K} \alpha_k = 1 - \sum_{j \in J} \alpha_j \geq 1$ であり，$\sum_{k \in K} \alpha_k p_k = p_{i^*} - \sum_{j \in J} \alpha_j p_j$ となる。ここで $\alpha = \sum_{k \in K} \alpha_k$, $\pi = \sum_{k \in K} \alpha_k p_k / \alpha$ とおく。このとき，任意の $i \in \{i^*\} \cup J$ に対して，$\pi = \sum_{k \in K} \alpha_k p_k / \alpha \in \Delta$ および $i \notin K$ であるので，$\pi \in Conv(p_{-i})$ となる。また，任意の $k \in K$ に対して，$\pi = p_{i^*}/\alpha - \sum_{j \in J} \alpha_j p_j / \alpha$ および $k \notin \{i^*\} \cup J$ であるので，$\pi \in Conv(p_{-k})$ となる。したがって，$\pi \in \cap_{i \in I} Conv(p_{-i})$ である。これで証明の準備ができた。

任意の $u \in U$ と任意の $a \in P(u)$，任意の $p_1, \ldots, p_n \in \Pi(a, u)$ をとる。このとき，上の議論により，ある $\pi \in \cap_{i \in I} Conv(p_{-i})$ が存在する。つまり，ある $\pi \in \Delta$ が存在して，任意の $i \in I$ に対して $\sum_{j \in I \setminus \{i\}} \alpha^i_j = 1$ および $\pi = \sum_{j \in I \setminus \{i\}} \alpha^i_j p_j$ となる $(\alpha^i_j)_{j \in I \setminus \{i\}} \in \mathbb{R}^{n-1}_+$ が存在する。いま，任意の $i \in I$ をとり，$a \in P(u)$ および $p_1, \ldots, p_n \in \Pi(a, u)$ であるので $\overline{P}_i^{-1}(p_{-i}, a) \neq \emptyset$ となることに注意をして，任意の $\overline{u} \in \overline{P}_i^{-1}(p_{-i}, a)$ をとる。このとき，任意の $j \in I \setminus \{i\}$ に対して，$p_j \in \Pi(a, \overline{u})$ である。$\Pi(a, \overline{u})$ は凸集合であるので，これは $\pi = \sum_{j \in I \setminus \{i\}} \alpha^i_j p_j \in \Pi(a, \overline{u})$ を意味し，したがって $H(a_i, \pi) \subseteq L(a_i, \overline{u}_i)$ となる。よって，$H(a_i, \pi) \subseteq \cap_{\overline{u} \in \overline{P}_i^{-1}(p_{-i}, a)} L(a_i, \overline{u}_i) = \overline{\Lambda}_i^P(p_{-i}, a)$ となる。ここで，ある効用関数プロファイル $u^* \in U$ に対して，任意の $i \in I$ に対して $\overline{\Lambda}_i^P(p_{-i}, a) \subseteq L(a_i, u_i^*)$ であるとする。このとき，任意の

$i\in I$ に対して，$H(a_i,\ \pi)\subseteq L(a_i,\ u_i^*)$ となる。したがって，$\pi\in\Pi(a,\ u^*)$ となり，$a\in P(u^*)$ となる。■

定理2および命題8，9から，個人の数が財の種類の数よりも大きい場合には，パレート対応は自己関連的価格配分メカニズムによって遂行可能である。一方，個人の数が財の種類の数以下である場合には，次のように否定的な結果を得る。

命題10　$n\leq\ell,\ U=\overline{U}^n$ とする。このとき，パレート対応 P は条件 $GM2$ を満たさない。

証明.　$n\leq\ell$ であるから，一次独立である n 個のベクトル $p_1,\ \ldots,\ p_n\in\Delta\cap\mathbb{R}^{\ell}_{++}$ がとれる。またこのとき，適切な効用関数プロファイル $u\in U$ と配分 $a\in P(u)$ をとると，$p_1,\ \ldots,\ p_n\in\Pi(a,\ u)$ とできる。これについては，例えば，任意の $i\in I$ に対して $a_i\neq 0$ である配分 $a\in A$ を考えて，任意の $i\in I$ に対して $L(a_i,\ u_i)=\cup_{j\in I}H(a_i,\ p_j)$ となる効用関数プロファイル $u\in U$ を考えればよい。このとき，任意の $i\in I$ と任意の $\overline{u}\in\overline{P}_i^{-1}(p_{-i},\ a)\neq\emptyset$ に対して，任意の $j\in I\backslash\{i\}$ に対して $p_j\in\Pi(a,\ \overline{u})$ となる。このことは，任意の $j\in I\backslash\{i\}$ に対して，$p_j\in\partial\overline{u}_i(a_i)$ であることを意味する。よって，任意の $i\in I$ に対して，$\overline{\Lambda}_i^P(p_{-i},\ a)=\cup_{j\in I\backslash\{i\}}H(a_i,\ p_j)$ となる。

ここで，任意の $i\in I$ に対して $\overline{\Lambda}_i^P(p_{-i},\ a)=L(a_i,\ u_i^*)$ となる効用関数プロファイル $u^*\in U$ を見つけられることに注意する。以下で，$\Pi(a,\ u^*)=\emptyset$ となることを示す。これは，$a\notin P(u^*)$ であることを意味するので，パレート対応 P は条件 $GM2$ を満たさないことになる。

いま，任意の $i\in I$ に対して $\partial u_i^*(a_i)=Conv(p_{-i})$ であるので，$\Pi(a,\ u^*)=\cap_{i\in I}Conv(p_{-i})$ となる。ここで，背理法の仮定として，価格ベクトル $\pi\in\Pi(a,\ u^*)$ が存在するとする。このとき，任意の $i\in I$ に対して $\pi\in Conv(p_{-i})$ であるので次のようになる。ただし，任意の $i\in I$ に対して，任意の $j\in I\backslash\{i\}$ に対して $\alpha_j^i\in\mathbb{R}_+$ であり，$\sum_{j\in I\backslash\{i\}}\alpha_j^i=1$ である。

個人1	$\pi=$		$\alpha_2^1p_2$	$+\alpha_3^1p_3$	$\cdots$	$+\alpha_{n-1}^1p_{n-1}$	$+\alpha_n^1p_n$
個人2	$\pi=$	$\alpha_1^2p_1$		$+\alpha_3^2p_3$	$\cdots$	$+\alpha_{n-1}^2p_{n-1}$	$+\alpha_n^2p_n$
個人3	$\pi=$	$\alpha_1^3p_1$	$+\alpha_2^3p_2$		$\cdots$	$+\alpha_{n-1}^3p_{n-1}$	$+\alpha_n^3p_n$
$\vdots$							
個人 $n-1$	$\pi=$	$\alpha_1^{n-1}p_1$	$+\alpha_2^{n-1}p_2$	$+\alpha_3^{n-1}p_3$	$\cdots$		$+\alpha_n^{n-1}p_n$
個人 n	$\pi=$	$\alpha_1^np_1$	$+\alpha_2^np_2$	$+\alpha_3^np_3$	$\cdots$	$+\alpha_{n-1}^np_{n-1}$	

しかし，上述の n 本の式と $p_1,\ \ldots,\ p_n$ の一次独立性から，任意の $i\in I$ と任意の $j\in I\backslash\{i\}$ に

対して $\alpha_j^i=0$ となり，矛盾である。■

定理2および命題10から，個人の数が財の種類の数以下である場合には，パレート対応は自己関連的価格配分メカニズムによって遂行可能でないことが分かる。

6 おわりに

パレート対応について，個人の数が財の種類の数以下である場合には，自己関連的価格配分メカニズムによる遂行可能性について否定的な結論を得た。このことは，価格配分メカニズムにおける価格の表明を，効用関数プロファイル（選好プロファイル）の部分的な情報としてではなく，各個人の効用関数（選好）のみの部分的な情報として扱うことによって，効率性価格というすべての個人の選好に共通して考えなければならない情報をメカニズムがうまく引き出せなくなったことを示唆している。このことはまた，メカニズムに対する自己関連性の要請とメカニズムが達成できる配分の効率性との間にトレードオフが存在しているとも解釈できるかもしれない。Tatamitani (2002) では，単峰性を満たす選好のもとでの割当て問題やマッチング問題において，よく知られたパレート効率的な社会選択対応が自己関連的選好表明メカニズムによって遂行できないことが確認されていた。本稿での分析から，経済的環境においても，自己関連的な選好表明メカニズムあるいは価格配分メカニズムについて，同様のことが見て取れたことになる。

本稿では，Saijo *et al.* (1999) の価格配分メカニズムにおける「真実の表明による遂行の条件」を再考して，自己関連的価格配分メカニズムを定義した。個人の数が財の種類の数以下である場合には，自己関連的選好表明メカニズムと自己関連的価格配分メカニズムのいずれもが，パレート対応を遂行できなかった。しかしその一方で，個人の数が財の種類の数よりも大きい場合には，自己関連的価格配分メカニズムだけがそれを遂行できるという結果となった。この結果を踏まえると，本稿での自己関連的価格配分メカニズムの定式化の適切さについて，いま一度吟味する必要があると考えられる。

注

1) 任意の $x=(x^1, \ldots, x^\ell)$, $y=(y^1, \ldots, y^\ell)\in\mathbb{R}^\ell$ に対して，任意の $k=1, \ldots, \ell$ に対して $x^k\leq y^k$ であるとき，$x\leq y$ と表す。

2) もちろん，帰結を表明することは，間接的に効用関数プロファイルに関する何らかの情報をもたらしうる。

3) 真実の表明による遂行という概念は，元々は Dutta *et al.* (1995) により，本稿で後ほど議論する価格表明メカニズムに対して定義されたものである。

4) 最初に仮定したように，任意の社会選択対応 F について，任意の $u\in U$ と任意の $a\in F(u)$,

任意の$i \in I$ に対して，$a_i \neq 0$ である。次のパレート効率的な社会選択対応の定義では，この仮定を明示的には反映していない。

5）また，Dutta *et al.*（1995）と Saijo *et al.*（1996）は，各個人が価格と消費ベクトルを表明する価格数量メカニズムによる遂行についても精査した。純粋交換経済においては，自己関連性の観点から，価格と数量の表明の方が価格と配分の表明よりも適切であると思われる。

6）$a \in F(u)$ かつ $p_1, \ldots, p_n \in \Pi(a, u)$ であるので，任意の $i \in I$ に対して $\overline{F}_i^{-1}(p_{-i}, a) \neq \emptyset$ である。

参 考 文 献

Dutta, B., A. Sen, and R. Vohra. “Nash Implementation through Elementary Mechanisms in Economic Environments.” *Economic Design*, 1995, 1, pp. 173-204.

Hurwicz, L. “Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes.” In K. J. Arrow, S. Karlin, and P. Suppes, eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences*. Stanford: Stanford University Press, 1960, pp. 27-46.

Hurwicz, L., E. Maskin, and A. Postlewaite. “Feasible Nash Implementation of Social Choice Rules When the Designer Does not Know Endowments or Production Sets.” In J. O. Ledyard, ed., *The Economics of Informational Decentralization: Complexity, Efficiency, and Stability*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995, pp. 367-433.

Maskin, E. “Nash Equilibrium and Welfare Optimality.” *Review of Economic Studies*, 1999, 66, pp. 23-38.

Saijo, T., Y. Tatamitani, and T. Yamato. “Toward Natural Implementation.” *International Economic Review*, 1996, 37, pp. 949-980.

Saijo, T., Y. Tatamitani, and T. Yamato. “Characterizing Natural Implementability: The Fair and Walrasian Correspondences.” *Games and Economic Behavior*, 1999, 28, pp. 271-293.

Schmeidler, D. and M. Yaari. “Fair Allocations.” 1971.

Tatamitani, Y. “Implementation by Self-Relevant Mechanisms.” *Journal of Mathematical Economics*, 2001, 35, pp. 427-444.

Tatamitani, Y. “Implementation by Self-Relevant Mechanisms: Applications.” *Mathematical Social Sciences*, 2002, 44, pp. 253-276.