弱識別に頑健な統計量を用いた日本における消費資産価格モデルの再検討

柴本，昌彦

(Citation)
國民經濟雜誌,214(3):79-96

(Issue Date)
2016-09-10

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/E0040996

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/E0040996

弱識別に頑健な統計量を用いた
日本における消費資産価格モデルの再検討

柴　　本　　昌　　彦

国民経済雑誌　第 214 巻　第 3 号　抜刷

平 成 28 年 9 月

弱識別に頑健な統計量を用いた日本における消費資産価格モデルの再検討*

柴　本　昌　彦

本稿の目的は，日本における相対的危険回避度一定の消費資産価格モデル（CRRA 型 C-CAPM）の現実妥当性に関して新たな実証的証拠を提供することである。特に，CRRA 型 C-CAPM を先行研究とは異なるデータソース及びサンプル期間を使用して一般化モーメント法（GMM）推定及び検定をするとともに，弱識別に頑健な統計量を用いた実証分析を行う。分析結果によると，データソース及びサンプル期間に違いはあるものの先行研究と同様の推定・検定結果を再現できることが確認できた。しかしながら，相対的危険回避度に関するパラメーターが弱識別になっている可能性が高いことが明らかとなった。このことは，CRRA 型 C-CAPM が現実の日本の実質消費成長率と実質金融資産収益率の挙動を説明する上で有効な役割を果たしていないことを示唆している。

キーワード　消費資産価格モデル，相対的危険回避度，一般化モーメント法，弱識別，日本

1　は じ め に

消費資産価格モデル（Consumption-based Capital Asset Pricing Model: C-CAPM）はマクロ経済学とファイナンス理論との間の懸け橋となりうる重要な理論ではあるものの，その現実妥当性に関しては実証研究において必ずしも支持されているわけではない。特に，相対的危険回避度が一定であることを想定した CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性の欠如に関しては，多くの研究で指摘されている。例えば，Hansen and Singleton (1982) は，アメリカの資産市場に関して CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性を一般化モーメント法（Generalized Method of Monents: GMM）を用いて分析したところ，相対的危険回避度が理論とは整合的ではない負の推定値が得られたことを報告している。また，Mehra and Prescott (1985) は，CRRA 型 C-CAPM のもとで株式の超過プレミアムを説明するには極端に大きな相対的危険回避度を設定する必要がある（株式プレミアムパズル）ことを主張し，CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性に対して懐疑的な見方をしている。

一方，日本の資産市場においては CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性が支持されるとの実証

研究がある。例えば，GMM を用いて日本の CRRA 型 C-CAPM の実証分析を行った Hamori（1992）や羽森（1996）等の一連の研究によると，アメリカで報告されている実証結果とは異なり理論と整合的な相対的危険回避度の推定値が得られるとともに，CRRA 型 C-CAPM による特定化の正当性が支持されることを主張している。また，Baba（2000）や Ono et al.（2004）もデータのサンプル期間や理論モデルの特定化に違いはあれども Hamori（1992）や羽森（1996）と同様の相対的危険回避度の推定値が得られたことを報告している[1]。

ただし，日本の資産市場においても CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性に関して懐疑的だとする研究がある。例えば，福田（1993）は，CRRA 型 C-CAPM を用いて利子率の期間構造を分析した場合，モデルの特定化の正当性が支持されないとともに，Hansen and Singleton（1982）と同様に相対的危険回避度に関して負の推定値が得られたことを報告している。また，谷川（1994）は，様々な操作変数の組み合わせでの CRRA 型 C-CAPM の推定・検定を行った結果，Hamori（1992）の推定結果が頑健ではないことを報告している。更に，Nakano and Saito（1998）は，Hamori（1992）によって推定された相対的危険回避度のパラメーターが非常に小さく，確率的割引ファクター（stochastic discount factor）としての実質消費成長率による金融資産収益率に関する説明力が限定的であることを報告している。堀（1996）は，Hamori（1992）や羽森（1996）と同様の GMM 推定・検定を行った分析結果は CRRA 型 C-CAPM の正当性を支持するものの，その推定結果から計算された確率的割引ファクターに関するモーメント条件が Hansen and Jagannathan（1991）が提示した制約条件を満たさないことを報告している。祝迫（2001）による展望論文においても，日本の実証研究において理論の符号条件を満たす時間選好率や危険回避度の推定値が得られるとともに C-CAPM の正当性を支持する分析結果が得られる傾向にあるものの，資産価格変動を説明するという意味での C-CAPM の実用性はほとんどないと結論付けている。

本稿では，日本における CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性に関して再度検討する。特に，本稿では「日本における資産市場において CRRA 型 C-CAPM の正当性を支持する実証分析結果が得られるにもかかわらず，資産価格変動を説明するには限定的である」という一般的には理解し難い結論に至った原因が，従来の標準的な GMM を用いたパラメーターに関する推定・検定によるためであることを実証的に明らかにする。具体的には，近年 GMM 推定・検定を行う際に指摘されている弱識別の問題に着目し，日本のデータにおいて確認されてこなかった相対的危険回避度のパラメーターが弱識別となっている可能性を実証的に検証する[2]。

GMM 推定・検定における弱識別の可能性を考慮することで，日本における CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性についての議論に関する重要な論点を計量経済学的な視点から提供できる。GMM を用いた理論モデルの妥当性を評価したこれまでの多くの先行研究は，GMM

推定量が一致推定量であるという前提のもとで「パラメーター推定値の有意性」及び「得られた推定値のもとで理論モデルが含意する制約を満たすかどうか」という点に着目し現実妥当性の検証が行われてきた。しかしながら，パラメーターが弱識別である状況下においては，従来の標準的な漸近理論を用いたGMM推定量及び検定統計量に基づく分析結果が信用できなくなる。また，弱識別の問題を考慮に入れることで，「理論モデルが含意する制約が現実のデータの挙動を説明する上で有効な役割を果たしているか」という基準で理論モデルの現実妥当性を評価することが可能となる。

本稿の具体的な実証分析手順，及び主要な分析結果は以下の通りである。はじめに，先行研究とサンプル期間が異なる日本のデータを用いることで，これまでの先行研究と同様の実証結果が得られるかどうか確認する。データソースの違いがあるものの，先行研究よりもサンプル数を大幅に増やすことでより安定的な分析結果が得られることが期待できる。その上で，Stock and Wright (2000) によって提案された弱識別に関して頑健な検定統計量を用いることで，日本におけるCRRA型C-CAPMの現実妥当性を検証するための実証モデルが弱識別の問題に直面しているかどうか分析を行う。分析結果によると，データソース及びサンプル期間に違いはあるものの，Hamori (1992) と同様の推定・検定結果を得ることができることがわかった。しかしながら，相対的危険回避度パラメーターに関する弱識別の問題が極めて深刻であり，CRRA型C-CAPMが現実の日本の実質消費成長率と金融資産収益率の関係を説明するためのモデルとして有効な役割を果たしていないことがわかった。このことは，CRRA型C-CAPMの現実妥当性が日本の資産市場において否定された実証結果であると言える。

本稿の構成は以下の通りである。2節では，本稿で分析を行うCRRA型C-CAPMの推定・検定モデルを説明し，GMM推定量の漸近分布に基づくこれまでの実証分析手順を確認する。3節では，本稿で使用されたデータを説明し，その基本統計量を報告する。4節では，標準的なGMM推定量の漸近分布に基づく分析結果を報告する。5節では，弱識別に頑健な検定統計量に関する説明を行い，弱識別の可能性について検証を行う。6節で結語とする。

2　CRRA型C-CAPMに関するGMM推定・検定モデル

Hansen and Singleton (1982), Hamori (1992) 等に従い，投資家が以下のような1階条件に基づいた期待効用最大化行動を取る状況を考える。

$$E\left[\beta\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}R_{jt+1}-1\,|\,\Omega_t\right]=0. \tag{1}$$

ここで，β は一定の主観的割引率，c_t は t 期の消費，$u(.)$ は時間に関して加法分離的で $u'(.)>0$, $u''(.)<0$ を満たす効用関数，$R_{jt}=(p_{jt+1}+d_{jt+1})/p_{jt}$ は $t+1$ 期の資産 j の粗収益率，

p_{jt} は t 期の資産 j の資産価格，d_{jt} は資産 j 保有に伴う収入（配当等），Ω_t は t 期の情報集合である。(1)式は，確率的割引ファクターが $m_{t,t+1}=\beta\dfrac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$ であるオイラー方程式に基づいて投資家が投資決定を行っていることを意味している。

各期の効用について，相対的危険回避度が一定（ρ）の（CRRA 型）効用関数 $u(c_t)=c_t^{1-\rho}/(1-\rho)$ を仮定すると，(1)式は以下のように書き換えられる。

$$E\left[\beta\left(\frac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\rho}R_{jt+1}-1\,|\,\Omega_t\right]=0,\ t=1,\ \cdots,\ T,\ j=1,\ \cdots,\ N. \tag{2}$$

なお，確率的割引ファクターは，$m_{t,t+1}=\beta\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\rho}$ である。$\rho>0$ の時，投資家はリスク回避的であり，$\rho=0$ の時（つまり，割引率が一定），投資家はリスク中立的であることが含意される。

多くの先行研究に従い，GMM を用いて CRRA 型 C-CAPM における(2)式の 2 つのパラメーター $\delta=(\beta,\gamma)'$ を推定する。$h_{jt}(\delta_0)=\beta_0\left(\dfrac{c_{t+1}}{c_t}\right)^{-\rho_0}R_{jt+1}-1, j=1, \cdots, N, \mathbf{h}_t(\delta_0)=(h_{1t}(\delta_0), \cdots, h_{Nt}(\delta_0))'$（$\delta_0=(\beta_0,\ \rho_0)'$ は真の値を表す）とし，$\mathbf{z}_t$ が Ω_t に含まれる $K\times1$ の操作変数ベクトルであるとすると，CRRA 型 C-CAPM(2)から導かれるモーメント条件は以下のようになる。

$$E[g_t(\delta_0)]=E[\mathbf{h}_t(\delta_0)\otimes\mathbf{z}_t]=\mathbf{0}. \tag{3}$$

モーメント条件(3)のサンプル対応は,

$$g_T(\delta)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}g(R_{t+1},\ c_{t+1}/c_t\,;\delta)=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{h}_t(R_{t+1},\ c_{t+1}/c_t\,;\delta)\otimes\mathbf{z}_t \tag{4}$$

となる。GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ は，以下の目的関数を最小化するように求められる。

$$\min_{\delta}J(\delta.\ \hat{W})=Tg_T(\delta)'\hat{W}g_T(\delta) \tag{5}$$

なお，$\hat{W}$ は $NK\times NK$ ウエイト行列である。GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ を得るための 1 階条件は以下のようになる。

$$\hat{D}(\hat{\delta})'\hat{W}g_T(\hat{\delta})=0. \tag{6}$$

なお，$\hat{D}(\delta)=\left(\dfrac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\dfrac{g(R_{t+1},\ c_{t+1}/c_t\,;\delta)}{\partial\delta'}\right)$ である。

標準的な仮定が満たされている場合，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ は次のような漸近的性質を持つことが知られている。[3)]

$$\text{一致性}:\hat{\delta}(\hat{W})\xrightarrow{p}\delta_0 \tag{7}$$

$$\text{漸近正規性}:\sqrt{T}\,(\hat{\delta}(\hat{W})-\delta_0)\xrightarrow{d}N(0,(D_0'W_0D_0)^{-1}D_0'W_0S_0W_0'D_0(D_0'W_0D_0)^{-1\prime}) \tag{8}$$

なお，$\hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W})) \xrightarrow{p} D_0 = E\left[\frac{\partial g_t(\delta_0)}{\partial \delta'}\right]$，$\hat{W} \xrightarrow{p} W_0$，$S_0$ は $g_t(\delta_0)$ の長期共分散行列であるとする。更に，$W_0 = S_0^{-1}$ の時の GMM 推定量 $\hat{\delta}(S_0^{-1})$ は漸近効率推定量となる。

$$\text{漸近効率性：}\sqrt{T}(\hat{\delta}(S_0^{-1}) - \delta_0) \xrightarrow{d} N(0, (D_0' S_0^{-1} D_0)^{-1}). \tag{9}$$

上記の漸近的特性を利用することで，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ に関する検定を行うことができる。(8)式より，$\delta_l = \tilde{\delta}_l$ のもとでの t 統計量は以下のように計算する。

$$t_l = \frac{(\hat{\delta}(\hat{W})_l - \tilde{\delta}_l)}{\sqrt{\widehat{Var(\hat{\delta}(\hat{W}))}_{ll}}}. \tag{10}$$

なお，$\widehat{Var(\hat{\delta}(\hat{W}))} = (\hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W}))' \hat{W} \hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W})))^{-1} \hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W}))' \hat{W} \hat{S}(\hat{\delta}(\hat{W})) \hat{W}' \hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W}))(\hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W}))' \hat{W} \hat{D}(\hat{\delta}(\hat{W})))^{-1\prime}$ は $\hat{\delta}(\hat{W})$ に関する分散共分散行列の推定値を表し，$\widehat{Var(\hat{\delta}(\hat{W}))}_{ll}$ は $\widehat{Var(\hat{\delta}(\hat{W}))}$ の (l, l) 要素であることを表している。本稿では，Newey and West (1987) によって提案された $g_t(\delta_0)$ の長期共分散行列推定量を $\hat{S}(\hat{\delta}(\hat{W}))$ として計算する。更に，同時制約 $\delta = \tilde{\delta}$（つまり $\beta = \tilde{\beta}$，$\rho = \tilde{\rho}$）のもとでの Wald 統計量の漸近分布は以下のようになる。

$$T\mathrm{Wald} = T(\hat{\delta}(\hat{W}) - \tilde{\delta})' \widehat{Var(\hat{\delta}(\hat{W}))}^{-1} (\hat{\delta}(\hat{W}) - \tilde{\delta}) \xrightarrow{d} \chi^2(2) \tag{11}$$

(11)式より，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ の標準的な信頼集合の推定値は以下のようになる。

$$\{\tilde{\delta} : \mathrm{Wald} < c_2(a)\} \tag{12}$$

なお，$c_2(a)$ は自由度2のカイ2乗分布（χ^2）の $100(1-a)$ パーセント臨界値を表す。

また，先行研究に従い，モデルの特定化の検定を行う際の統計量として Hansen (1982) によって提案された J 統計量を計算する。標準的な条件が満たされている場合，J 統計量は真のパラメーター δ_0 においてモーメント条件(3)が成立するという帰無仮説のもとで以下の漸近分布に従う。

$$TJ = T\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} g_t(\hat{\delta}(\hat{W}))\right)' \hat{S}(\hat{\delta}(\hat{W}))^{-1} \left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} g_t(\hat{\delta}(\hat{W}))\right) \xrightarrow{d} \chi^2(NK-2). \tag{13}$$

なお，効率 GMM 推定量を計算する場合最適なウエイト行列 S_0^{-1} は未知なので，多くの先行研究に倣い実行可能な2段階 GMM 推定量及び Iterated GMM 推定量を計算する。本稿では，ウエイト行列を $\hat{W}^{(1)} = I$（I は単位行列）として(6)式を満たす GMM 推定量 $\hat{\delta}(I)^{(1)}$ を計算し，ウエイト行列を $\hat{W}^{(2)} = \hat{S}(\hat{\delta}(I)^{(1)})^{-1}$ として再度(6)式を満たす GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{S}(\hat{\delta}(I)^{(1)})^{-1})^{(2)}$ を2段階 GMM 推定量とする。一方，Iterated GMM 推定量は，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})^{(i)}$ 及びウエイト行列 $\hat{W}^{(i+1)} = \hat{S}(\hat{\delta}(\hat{W})^{(i)})^{-1}$ が収束するまで続けて繰り返し計算を行って求められた推定量である。$\hat{S}(\hat{\delta}(\hat{W}))$ が S の一致推定量であれば，これらの実行可能な2段階推定量及び Iterated GMM 推定量は漸近的効率推定量と考えられる。

3　使用データ及び基本統計量

本稿で用いられたデータは以下の通りである。まず，実質消費成長率 c_t/c_{t-1} は，家計調査による非耐久財消費支出（季節調整値）を世帯人員数で割り，更に消費者物価指数（季節調整値）で実質化を行った上で成長率を計算した[4]。分析対象とした資産収益率 R_{jt} は，株式収益率 R_{St}，長期国債収益率 R_{Bt}，翌日物コールレート（有担保，月率換算）R_{CALLt} とした。株式収益率に関して，株価（$p_{S,t}$）は東証株価指数（TOPIX）を使用し，配当（$d_{S,t}$）は TOPIX 及び東証 1 部平均配当利回りから導出した。長期国債収益率に関して，10年物国債利回りから額面100円クーポン率 6 %，償還期限10年を仮定した国債価格（$p_{B,t}+d_{B,t}$）を導出した[5]。株式収益率，長期国債収益率，コールレートは，消費者物価指数（季節調整値）を用いて実質化を行った上で粗収益率の計算を行った[6]。データの標本期間は1981年 2 月から2015年 8 月までで，標本数は415である。

表 1 は使用したデータの基本統計量を示している。なお，Hamori（1992）等の先行研究と比較するために，90年12月までのサンプル期間までの基本統計量も参考のために加えている。

表 1　基本統計量

	サンプル	平均値	標準偏差	最大値	最小値
CG	フルサンプル	1.0005	0.0145	1.0881	0.8681
	90年12月まで	1.0007	0.0132	1.0545	0.9350
SR	フルサンプル	1.0155	0.0473	1.1496	0.8046
	90年12月まで	1.0195	0.0428	1.1104	0.8670
BR	フルサンプル	1.0053	0.0193	1.1110	0.9294
	90年12月まで	1.0055	0.0283	1.1110	0.9294
CALLR	フルサンプル	1.0012	0.0030	1.0115	0.9835
	90年12月まで	1.0032	0.0030	1.0115	0.9924

注：変数名は以下の通り。CG：１人当たり実質消費成長率（非耐久財），SR：株式実質収益率，BR：長期国債実質収益率，CALLR：実質コールレート。

データセット及びサンプル期間の違いがあるものの，基本統計量は Hamori（1992）で報告されているものと整合的であることが確認できる。特に，株式実質収益率の平均値はおよそ1.5％で標準偏差は0.04程度，長期国債実質収益率の平均値はおよそ0.5％で標準偏差は0.02程度となっており，Hamori（1992）で報告されているものと極めて近いことがわかる。株式実質収益率の平均値は長期国債実質収益率及び実質コールレートよりも高く，ある程度の株式プレミアムが平均的に存在していることも確認できる。なお，実質コールレートの平均値が90年12月までと比べて低くなっているが，これは90年代後半以降の低金利期間を含んでいることが反映されているためである。

4　標準的な漸近分布に基づく日本の CRRA 型 C-CAPM の推定・検定

本節では，標準的な GMM 推定量の漸近分布に基づいた推定・検定結果を報告する。本稿では，$\mathbf{h}_t(R_{t+1}, c_{t+1}/c_t; \delta)$ に含まれる資産実質収益率（R_{t+1}）として株式実質収益率（R_{St+1}）と長期国債実質収益率（R_{Bt+1}）を用いた 2 資産モデルとそれに加えて実質コールレート（$R_{CALLt+1}$）を用いた 3 資産モデルの推定及び検定を行う。また，実質消費成長率，株式実質収益率，長期国債実質収益率，実質コールレートのそれぞれ t 期，$t-5$ 期，$t-11$ 期の値を操作変数として採用する（$\mathbf{z}_t=(c_{t+1-h}/c_{t-h}, R_{St+1-h}, R_{Bt+1-h}, R_{CALLt+1-h})'$, $h=1, 6, 12$）。また，$g_t(\hat{\delta}(\hat{W}))$ の Newey and West（1987）に基づく長期共分散推定値を計算する際のラグトランケーション値を 5 期に設定する。なお，初期値として $\beta=1$, $\gamma=2$ と設定した上で Newton 法を用いて非線形最適化を行う。本節は，ウエイト行列の初期値を単位行列とした Iterated GMM 推定値及び J 統計量を報告する。

表 2 は得られた Iterated GMM 推定値 $\hat{\beta}$, $\hat{\rho}$ 及び J 統計量である。丸括弧内の値は各推定値に関する Newey and West（1987）に基づく Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent（HAC）標準誤差推定値を表し，角括弧内の値はカイ 2 乗分布から計算された J 統計量に関する p 値（自由度はモーメント条件の数-2）を表す。

表 2　GMM 推定・検定結果（Iterated GMM 推定）

資産	$\hat{W}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\rho}$	J 統計量
SR, BR	Iterated	0.995	0.178	31.324
		(0.001)	(0.073)	[0.145]
SR, BR, CALLR	Iterated	0.999	0.146	48.602
		(0.000)	(0.022)	[0.096]

注：$\hat{W}$ は GMM 推定の際に使用されたウエイト行列の計算方法を表す。丸括弧内の値は各推定値に関する Newey and West（1987）に基づく HAC 標準誤差推定値（ラグトランケーション値は 5）を表し，角括弧内の値はカイ 2 乗分布から計算された J 統計量に関する p 値（自由度はモーメント条件の数-2）を表す。変数名は以下の通り。SR：株式実質収益率，BR：長期国債実質収益率，CALLR：実質コールレート。

表 2 で得られた分析結果は，Hamori（1992）と同様の推定・検定結果であることが確認できる。主観的割引率の推定値 $\hat{\beta}$ はおよそ0.99であり，経済理論とも整合的であると言える。また，相対的危険回避度に関するパラメーター推定値 $\hat{\rho}$ は0.178及び0.146であり，Hamori（1992）, Baba（2000）及び Ono et al.（2004）で報告されている推定結果に極めて近く，$\rho>0$ という経済理論とも整合的である。なお，実質コールレートを加えた 3 資産モデルの場合，パラメーター推定値の標準誤差が小さくなる傾向が見られる。このことは，計量経済学的には，標準的な仮定のもとモーメント条件が増えるにつれて推定の効率性が上昇することが期

待できるためであると考えられる。更に，通常の有意水準のもとでは J 統計量がカイ 2 乗分布に従うという帰無仮説を棄却できないことがわかる。これらの分析結果は，標準的な GMM 推定量の漸近分布に基づいた場合には，Hamori（1992）によって報告された推定・検定結果がデータソースやサンプル期間に違いはあれども再現可能であることを示唆している。

5　弱識別の可能性の検証

前節では，従来の先行研究に沿った形で日本の CRRA 型 C-CAPM の分析を行ったところ，たとえデータソースやサンプル期間を変更したとしても Hamori（1992）と整合的な推定・検定結果が得られることが確認できた。もし GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ が真のパラメーター δ_0 に確率収束するならば，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ に関する標準的な漸近分布から導出された検定統計量(10)(13)に基づく分析は経済理論の現実妥当性の検証を行う上で有用であると計量経済学的には考えられる。そのため，従来の標準的な GMM 推定値の漸近分布に基づいて分析を行った前節の実証結果は，CRRA 型 C-CAPM が日本の資産市場では成立していることを主張した Hamori（1992）を支持する結果であると言えるかもしれない。

しかしながら，弱い操作変数及びモデルパラメーターの弱識別の問題を軽視することで，GMM を用いた実証分析において誤った結論を導く可能性がある。もしモデルパラメーターが弱識別である場合，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ は一致性(７)を満たさず，標準的な漸近分布(８)にも従わない。従って，$\hat{\delta}(\hat{W})$ を用いた検定統計量(10)(11)(13)も異なる漸近分布に従う。そのため，前節の分析結果が全て信用できないものとなる。

そこで，本節では日本の C-CAPM の実証分析において弱識別の問題が生じている可能性を検証する。最初に，Stock and Wright（2000）によって提案された弱識別においても頑健なパラメーターに関する検定統計量を紹介する。次に，実際に本稿で使用されたデータ及び推定・検定モデルのもとで弱識別の問題が生じているかどうか検証を行う。

5.1　弱識別に頑健な検定統計量

最初に，GMM の枠組みにおける弱識別の問題について簡単にまとめておこう。もしモデルパラメーター δ が識別されているならば，δ が真の値 δ_0 のもとでモーメント条件(３)が成立するだけではなく，以下の条件が成立することが必要となる。

$$E[\mathbf{h}_t(\delta)\otimes\mathbf{z}_t]\neq\mathbf{0}\ \text{ for }\ \delta\neq\delta_0. \tag{14}$$

δ が弱識別であるというのは，以下のような状況を指す。[7)]

$$E[\mathbf{h}_t(\delta)\otimes\mathbf{z}_t]\approx\mathbf{0}\ \text{ for }\ \delta\neq\delta_0. \tag{15}$$

(15)式の状況下にある場合，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ を得るための 1 階条件(６)が $\delta=\delta_0$ 以外

の値でも成立する。従って，Stock and Wright（2000）が示したように，(15)式のようなパラメーター δ が弱識別の状況下では，たとえ大標本下においても GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ の一致性(7)や漸近正規性(8)が損なわれることになる。[8)]

Stock and Wright（2000）は，GMM の枠組みにおける Anderson and Rubin（1949）タイプの統計量（GMM-AR 統計量）が，モデルパラメーター δ が弱識別かどうかにかかわらず以下のような漸近分布に従うことを示している。

$$T\,\mathrm{GMM\text{-}AR}(\tilde{\delta})=Tg_T(\tilde{\delta})'\hat{S}(\tilde{\delta})^{-1}g_T(\tilde{\delta}) \xrightarrow{d} \chi^2(K). \tag{16}$$

なお，$\hat{S}(\tilde{\delta})$ は，J 統計量を計算する際に用いた $\hat{S}(\hat{\delta}(\hat{W}))$ ではなく，$\delta=\tilde{\delta}$ のもとで評価された $g_T(\tilde{\delta})$ の長期共分散推定量を表している。Stock and Wright（2000）は，弱識別の可能性を検証するために GMM-AR 統計量を使った以下のような δ についての $100(1-a)$ パーセント信頼集合（S 集合）の推定値を用いることを提案している。

$$\{\tilde{\delta}:\mathrm{GMM\text{-}AR}(\tilde{\delta})<c_K(a)\}. \tag{17}$$

なお，$c_K(a)$ は自由度 K のカイ 2 乗分布の $100(1-a)$ パーセント臨界値を表す。

標準的な GMM 推定量における漸近分布に基づく検定と GMM-AR 統計量に基づく検定の違いは(6)式で得られる GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ を用いるか否かにある。弱識別の状況下にある場合，GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ の一致性が成立しない。GMM-AR 統計量は δ が弱識別かどうかにかかわらず(16)式の漸近分布に従うという性質を利用することで，GMM 推定値 $\hat{\delta}(\hat{W})$ を用いずに，代わりに $\delta=\tilde{\delta}$ のもとで 1 階条件(6)式が成立するかどうかという基準に基づいてパラメーターの信頼区間の推定を考えている。従って，GMM-AR 統計量に基づく S 集合(17)は(15)式のようなパラメーターが弱識別の状況下においても頑健であると言える。

GMM の枠組みにおける弱識別の兆候を実証的に確認するために，本稿では以下の 3 点を確認する。第 1 に，データ・推定・検定モデルは変更せず推定方法のみを変更したことで GMM 推定値 $\hat{\delta}(\hat{W})$ に大きな違いが生じるかどうか確認する。2 節で説明したように，標準的な仮定のもとでは「任意の」正値定符号行列 $\hat{W}$ をウエイト行列とする GMM 推定値 $\hat{\delta}(\hat{W})$ は一致推定量となる。しかしながら，弱識別の状況下における GMM 推定値 $\hat{\delta}(\hat{W})$ は一致性を持たない。そのため，弱識別の状況下において，漸近的には大きな違いを及ぼさないわずかな推定方法の変更によっても得られる推定値が頑健ではない可能性がある。そこで，2 段階 GMM 推定量やウエイト行列を I や $(1/T\sum_{t=1}^{T}z_t z_t')^{-1}$ とした場合の GMM 推定量及び J 統計量を計算し，前節の Iterated GMM 推定の結果と比較を行う。

第 2 に，S 集合と標準的な GMM 推定量に関する漸近分布に基づく信頼集合の推定結果を比較する。もし識別が良好な場合，弱識別の状況下においても頑健な S 集合(17)と標準的な GMM 推定量に関する漸近分布に基づく信頼集合(12)の推定結果は（S 集合が標準的な

GMM 推定量に関する漸近分布に基づく信頼集合と比べて効率的ではないものの）概ね一致することが知られている。しかしながら，もし弱識別の状況であるならば両者が必ずしも合致せずに S 集合の推定値が広範囲のパラメーター値を含むことになる。

第 3 に，GMM 推定値を計算する際の目的関数の形状を確認する。（5）式と(16)式を比較すれば明らかなように，GMM-AR 統計量はウエイト行列 $\hat{W}$ を $\hat{S}(\tilde{\delta})^{-1}$ とした時の目的関数そのものである。[9] モーメントが(15)式の状況下にあるということは，GMM 推定値 $\hat{\delta}(\hat{W})$ 以外の仮説値 $\tilde{\delta}$ で評価した GMM-AR 統計量が（5）式の値（J 統計量）とほとんど変わらないことを意味する。従って，パラメーターが弱識別である場合には目的関数の形状が GMM 推定値 $\hat{\delta}(\hat{W})$ 近傍において平らに近い状態になっていることが予想される。[10]

5.2　分析結果

最初に，ウエイト行列を変更した場合の GMM 推定・検定を行った場合の実証結果を報告する。表 3 は，ウエイト行列 $\hat{W}$ を $\hat{S}(\hat{\delta}(I))^{-1}$（2 段階 GMM 推定），$I$，及び $(1/T\sum_{t=1}^{T}z_t z_t')^{-1}$ とした場合のパラメーター推定値，そしてそれぞれの J 統計量を示している。

表 3 からわかるように，データ及び推定・検定モデルを変更していないにもかかわらずウエイト行列を変更するだけで全く異なる相対的危険回避度の推定値 $\hat{\rho}$ が得られることがわ

表 3　GMM 推定・検定結果（代替的なウエイト行列を用いた場合）

資産	$\hat{W}$	$\hat{\beta}$	$\hat{\rho}$	J 統計量
SR, BR	2 段階	0.980	7.882	30.269
		(0.004)	(2.075)	[0.176]
	I	0.944	18.667	32.202
		(0.023)	(5.999)	[0.122]
	$(1/T\sum_{t=1}^{T}z_t z_t')^{-1}$	0.990	0.252	30.636
		(0.002)	(0.138)	[0.165]
SR, BR, CALLR	2 段階	0.963	16.602	48.414
		(0.007)	(2.268)	[0.099]
	I	0.943	19.245	48.489
		(0.020)	(5.867)	[0.098]
	$(1/T\sum_{t=1}^{T}z_t z_t')^{-1}$	0.993	0.193	51.173
		(0.001)	(0.095)	[0.061]

注：$\hat{W}$ は GMM 推定の際に使用されたウエイト行列の計算方法を表す。丸括弧内の値は各推定値に関する Newey and West（1987）に基づく HAC 標準誤差推定値（ラグトランケーション値は 5）を表し，角括弧内の値はカイ 2 乗分布から計算された J 統計量に関する p 値（自由度はモーメント条件の数−2）を表す。変数名は以下の通り。SR：株式実質収益率，BR：長期国債実質収益率，CALLR：実質コールレート。

かる。特に，$\hat{W}=(1/T\sum_{t=1}^{T}z_t z_t')^{-1}$ とした場合は表 2 で得られた Iterated GMM 推定値の結果とある程度整合的ではあるものの，2 段階 GMM 及び $\hat{W}=I$ とした場合の $\hat{\rho}$ は極端に大きな値となることがわかる。標準的な GMM 推定値の漸近分布に基づいた場合ウエイト行列 $\hat{W}$ の違いにかかわらず GMM 推定値は一致性を満たすものと考えられるが，この計量経済学の理論的含意と整合的な結果であるとは考えにくい。

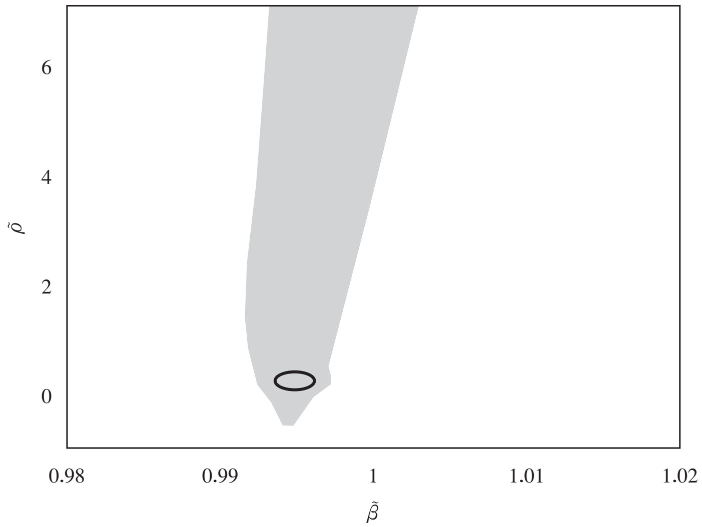
加えて，どのウエイト行列を用いた場合においても J 統計量がカイ 2 乗分布に従うという帰無仮説を通常の有意水準のもとでは棄却できないことがわかる。このことは，標準的な GMM 推定値の漸近分布に基づいてモデルの検証を行うと，現実の実質消費成長率と実質金融資産収益率において，相対的危険回避度パラメーター ρ が0.2程度であろうが10以上の極端に大きな値であろうが CRRA 型 C-CAPM に基づくモーメント条件を満たすという意味でモデルの正当性を支持する結果であると言えてしまう。しかしながら，相対的危険回避度パラメーター ρ が0.2程度であるか，10以上の極端に大きな値であるかどうかでは経済学的な含意は全く異なる。堀（1996），Nakano and Saito（1998），祝迫（2001）が指摘するように，相対的危険回避度パラメーター ρ が0.2程度である場合，確率的割引ファクターとしての実質消費成長率による金融資産収益率に関する説明力は極めて小さい。一方，相対的危険回避度パラメーターが極端に大きいという結果は，Mehra and Prescott（1985）が指摘した株式プレミアムパズルが日本においても生じていることを意味している。つまり，標準的な GMM 推定値の漸近分布に基づいた場合，推定方法を少し変更さえすれば経済学的な含意が全く異なる結論を導くことができてしまう。このことは経済理論の現実妥当性を検証する上では深刻な問題であろう。

次に，弱識別に頑健な統計量と標準的な統計量を用いた信頼区間推定値を比較する。図 1 は，株式実質収益率と長期国債実質収益率の 2 資産を用いたモデルに関して横軸に仮説値 $\beta=\tilde{\beta}$，縦軸に仮説値 $\rho=\tilde{\rho}$ としたもとでの有意水準90%での S 集合(17)と標準的な GMM 推定に基づく信頼集合(12)の推定値を比較したものである。シャドー部分は S 集合の推定値を表し，実線は標準的な GMM 推定に基づく信頼集合の推定値を表している。

図 1 から明らかなように，弱識別に関して頑健な信頼区間である S 集合の推定値と標準的な漸近分布に基づく信頼集合の推定値が大きく異なっていることがわかる。特に，β に関する S 集合の推定値は標準的な信頼集合の推定値と比較的整合的であるものの，ρ に関しては 0 以上の非常に広範囲な仮説値も含んでいることがわかる。このことは，β に関する識別に関しては比較的良好ではある可能性を示唆しているものの，ρ に関しては弱識別の問題が深刻であることを示唆している[11)]。

更に，GMM 推定値を計算する際の目的関数の形状を確認する。ここでは，相対的危険回避度に関するパラメーター ρ の弱識別の問題に焦点を当てるために，β が強識別であると想

図１　パラメーター β, ρ に関するＳ集合と標準的な信頼集合の推定値：
２資産（SR, BR）モデル



定したもとでの GMM-AR 統計量（Concentrated GMM-AR 統計量）を計算する。Stock and Wright（2000）が示したように，弱識別の可能性のあるパラメーターをある仮説値に固定した時の強識別されているパラメーターの GMM 推定量は一致推定量となる。Stock and Wright（2000）は，この漸近的特性を利用して，GMM 推定量 $\hat{\beta}(\tilde{\rho})$ を用いた $\rho=\tilde{\rho}$ に関する Concentrated GMM-AR 統計量が以下のような漸近分布に従うことを示している。

$$T\,\text{GMM-AR}^{\text{Concentrated}}(\hat{\beta}(\tilde{\rho}),\ \tilde{\rho})=Tg_T(\hat{\beta}(\tilde{\rho}),\ \tilde{\rho})'\hat{S}(\hat{\beta}(\tilde{\rho}))^{-1}g_T(\hat{\beta}(\tilde{\rho}),\ \tilde{\rho})$$
$$\xrightarrow{d}\ \chi^2(K-1). \tag{18}$$

図２は，株式実質収益率と長期国債実質収益率の２資産を用いたモデルに関して Concentrated GMM-AR 統計量を計算した結果を示したものである。実線は $\rho=\tilde{\rho}$ に関する Concentrated GMM-AR 統計量を表し，点線は自由度（$K-1$）のカイ２乗分布に基づく90％臨界値の値を表している。

図２からわかるように，GMM 点推定値 $\hat{\rho}=0.178$ 近傍の仮説値 $\rho=\tilde{\rho}$ で評価した Concentrated GMM-AR 統計量が平らになっており，たとえ４を超えた値で評価したとしてもカイ２乗分布に基づく90％臨界値を下回っていることがわかる。このような目的関数の形状が非常に大きなＳ集合の信頼区間推定値となる結果をもたらしていることがわかる。

この相対的危険回避度のパラメーター ρ が弱識別に陥っている兆候は，実質コールレートを加えた３資産モデルにおいても確認できる。図３は $\beta=\tilde{\beta}$, $\rho=\tilde{\rho}$ に関するＳ集合と標準的な信頼集合の推定値を比較したもので，図４は $\rho=\tilde{\rho}$ に関する Concentrated GMM-AR 統計量を示したものである。図３を見ると，実質コールレートを加えた３資産モデルにおいて，

図 2　$\rho=\tilde{\rho}$ に関する Concentrated GMM-AR 統計量：2 資産（SR，BR）モデル

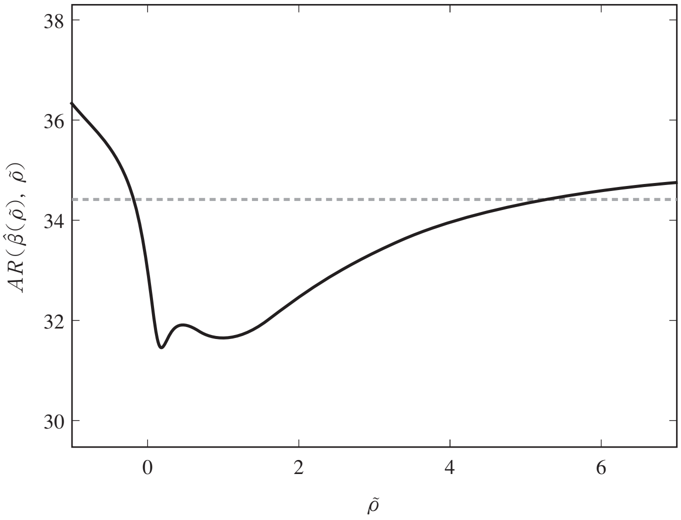
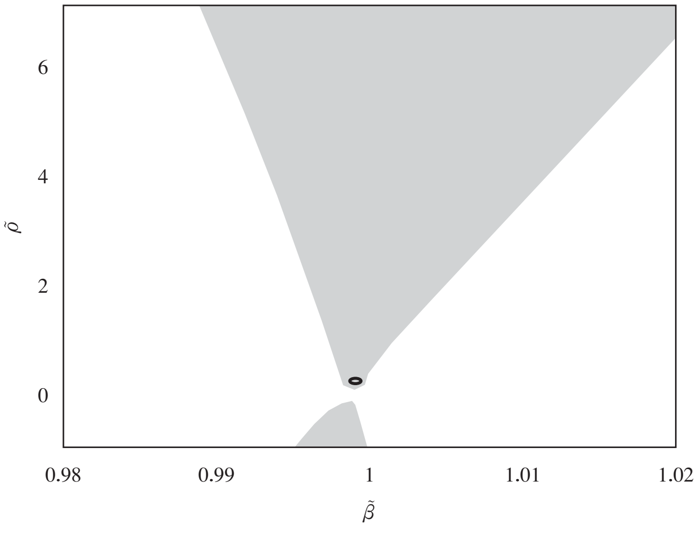
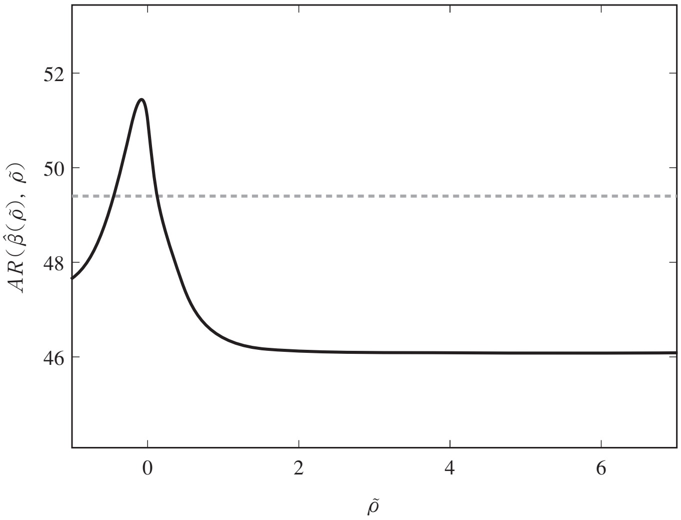


図 3　パラメーター β，ρ に関する S 集合と標準的な信頼集合の推定値：
3 資産（SR，BR，CALLR）モデル



前節で確認されたように標準的な信頼集合の推定値は 2 資産モデルの結果と比較して小さくなる傾向がある一方で，S 集合の推定値は 2 資産モデルの場合と比較して非常に広範囲のパラメーター領域を含む傾向があることがわかる。特に，弱識別の可能性を考慮すると，福田（1993）によって報告された $\rho<0$ の領域も S 集合の推定値に含まれることになる。また図 4 を見ると，$\rho=\tilde{\rho}$ のほとんどの値において Concentrated GMM-AR 統計量が平らになって

図４ $\rho=\tilde{\rho}$ に関する Concentrated GMM-AR 統計量：３資産（SR，BR，CALLR）モデル



いることがわかる。

弱識別の可能性を考慮に入れることによって，従来の標準的な GMM の漸近分布を用いた分析とは全く異なる日本の CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性に関する含意が得られる。GMM 推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ が真のパラメーターに確率収束するという GMM 推定量の一致性（７）が成立するという前提のもとで経済モデルから導出されるモーメント条件（３）が $\delta=\hat{\delta}(\hat{W})$ において成立するかどうかを従来の J 統計量の漸近分布(13)に基づいて分析を行うと，CRRA 型 C-CAPM の特定化の正当性を支持する結果と考えることができる。しかしながら，GMM 推定量の一致性（７）が成立するという前提自体が疑わしく，従来の標準的な GMM の漸近分布を用いた分析結果が信用できるものであるとは言い難い。更に，モデルパラメーター δ が弱識別になっているということは，理論モデルから導出されるモーメントを現実のデータに応用すると(15)式のような状況下にあるということを意味する。つまり，CRRA 型 C-CAPM に基づいて導出される実質消費成長率と実質金融資産収益率間の関係が現実の日本のデータの挙動を説明する上で全く有効な役割を果たしていない，という意味で現実妥当性を否定した結果であると言える。

6 最　　後　　に

GMM を用いた実証分析に弱識別の可能性を考慮に入れることは，理論モデルの現実妥当性を評価する上で極めて重要である。GMM を用いた理論モデルの妥当性を評価したこれまでの多くの先行研究は，GMM 推定量が一致推定量であるという前提のもとで「パラメーター推定値の有意性」及び「得られた推定値のもとで理論モデルが含意する制約を満たすかどう

か」という意味での現実妥当性の検証に焦点を当ててきた。しかしながら，モデルパラメーターが弱識別である状況下においては，従来の標準的な漸近理論を用いたGMM推定量及び検定統計量に基づく分析結果が信頼できなくなる。更に，弱識別の状況下においても頑健な統計量を用いることで，これまで軽視されてきた「理論モデルが含意する制約が現実のデータを説明する上で有効な役割を果たしているか」という意味での現実妥当性を評価することができる。

本稿の実証分析結果は，改めて日本における CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性に疑問を呈するものである。標準的な GMM 推定量の漸近分布に基づいた場合，あたかも CRRA 型 C-CAPM が日本の資産市場において成立していることを示唆するような分析結果を得ることができる。しかしながら，GMM 推定量が一致性を有するという前提自体が疑われることが実証的に明らかになった。このことは，従来の標準的な GMM 推定量の漸近分布に基づく実証分析結果の信用性が低いことを意味している。更に，モデルパラメーターが弱識別になっているという実証結果は，CRRA 型 C-CAPM が現実の日本の実質消費成長率と金融資産収益率の関係を説明するためのモデルとして有効な役割を果たしていないことを意味する。つまり，現実の日本の実質消費成長率と実質金融資産収益率を説明するモデルとしての CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性を完全に否定した実証結果であると言える。

もしモデルパラメーターが弱識別の問題に陥っていたのであれば，これまで先行研究で報告されてきた日本における CRRA 型 C-CAPM の現実妥当性に関する分析結果・議論もより理解しやすくなる。従来の標準的な GMM 推定量の漸近分布に基づいた場合，Hamori (1992) らの先行研究と同様の推定・検定結果を導くこともできる。谷川（1994）は Hamori (1992) の結果が頑健ではないことを報告しているが，モデルパラメーターが弱識別下にある場合 GMM 推定量は一致性を満たさず GMM 推定結果が大きく異なりうる。更に，Nakano and Saito (1998)，堀（1996）及び祝迫（2001）等は，推定された相対的危険回避度のパラメーター推定値が極度に小さく確率的割引ファクターである実質消費成長率が果たす役割が実質金融資産収益率を説明する上で限定的であることを主張しているが，モデルパラメーターが弱識別に陥っており CRRA 型 C-CAPM が現実の日本の実質消費成長率と実質金融資産収益率を説明するモデルとして全く機能していないのであれば当然であろう。

GMM 推定・検定における弱識別の問題は極めて深刻である。現在では，政策決定等で動学的マクロ経済モデルが利用されることが主流となり，現実の動学的マクロ経済モデルの構造パラメーターの推定及び現実妥当性を検証する際に GMM を応用することが標準的となっている。しかしながら，弱識別の可能性を無視した場合全く信用できない分析結果を導いてしまう可能性がある。その場合，得られた実証結果を政策決定等に用いることで現状判断を誤る可能性すらありうる。弱識別の可能性を無視してマクロ経済モデルを現実の経済に応用

することは，実務的にも非常に危険であると言える。

なお，本稿はC-CAPM及びGMM自体の有用性自体を否定するものではない。消費に関するオイラー方程式は動学マクロモデルを構築する上で中心的な役割を果たしている以上，C-CAPMのような金融市場とマクロ経済の関係に関する経済理論の現実妥当性を検証することは今後も必要不可欠である。そして，動学的マクロ経済モデルの構造パラメーター推定・モデルの現実妥当性を検証する上でGMMが極めて有用な実証分析手法であることも議論の余地はない。重要なことは，我々実証研究者が近年の弱識別の可能性を考慮に入れた検定手法の発展によって理論モデルの現実妥当性を新たな視点で検証することが可能になったことを認識するとともに，その重要性を謙虚に受け止めなければならないということである。[12)]

注

＊ 本稿は，日本学術振興会科学研究費補助金による研究成果の一部である。

1）Baba（2000）は，CRRA型C-CAPMと貨幣が含まれる効用関数に基づく資産価格モデル（M-CAPM）が過剰識別制約を満たすという意味で習慣形成モデルやキャッシュインアドバンスモデルと比較してパフォーマンスが良いことを報告している。Ono et al.（2004）は，Ono（2001）等で用いられた消費と流動性の間の限界代替率に正の下限値が起こりうる効用関数を想定したオイラー方程式に関してGMM推定・検定を行い，非飽和的な流動性選好が日本のデータにおいて支持されることを主張している。

2）GMMの枠組みにおける弱識別の問題に関する包括的な展望論文としてStock et al.（2002）がある。

3）詳しい仮定及び証明に関してはHansen（1982）を参照。

4）消費支出として食料を使用した場合や消費水準指数（食料）を使用した場合もほとんど同様の実証結果が得られた。

5）本稿では，国債先物取引での取引対象を参考に，標準物と呼ばれる架空債券を想定することにした。

6）消費支出（非耐久財，食料），消費水準指数（食料），世帯人員，TOPIX，東証1部平均配当利回り，10年物国債利回り，消費者物価指数は日経NEEDS Financial Questから入手した。

7）Stock and Wright（2000）は(15)式をnearly uninformativeなモーメント条件と呼んでいる。

8）パラメーターが弱識別の状況(15)のもとでのGMM推定量 $\hat{\delta}(\hat{W})$ の漸近分布に関してはStock and Wright（2000）を参照。

9）Hansen et al.（1996）は $\hat{W}=\hat{S}(\delta)^{-1}$ とした以下の目的関数を最小化するように求められたContinuous updated GMM推定量を提案している。

$$\min_{\delta} J(\delta)=Tg_T(\delta)'\hat{S}(\delta)^{-1}g_T(\delta)$$

10）目的関数がGMM推定値近傍においても平らに近い形状になっている結果として，(17)式で定義されたS集合の推定値は非常に大きなパラメーター区間を含むことになる。

11）ただし，Stock and Wright（2000）が示したように，たとえ β が強識別であったとしても，もし ρ が弱識別であれば，強識別パラメーター β のGMM推定値 $\hat{\beta}(\hat{W})$ が一致性や漸近正規性を

満たさない。

12）弱識別の可能性を考慮に入れたニューケインジアンフィリップス曲線の推定及び現実妥当性の検証に関する実証研究として，例えば Ma（2002），Mavroeidis（2004），Mavroeidis（2005），Kleibergen and Mavroeidis（2009），Mavroeidis et al.（2014）等が挙げられる。また，弱識別の可能性を考慮に入れたフォワードルッキング型政策反応関数の推定に関する実証研究としては，例えば Mavroeidis（2004）や Shibamoto（2008）が挙げられる。

参　考　文　献

Anderson, Theodore W. and Herman Rubin (1949) "Estimation of the Parameters of a Single Equation in a Complete System of Stochastic Equations", *Annals of Mathematical Statistics,* Vol. 20, No. 1, pp. 46-63.

Baba, Naohiko (2000) "Exploring the Role of Money in Asset Pricing in Japan: Monetary Considerations and Stochastic Discount Factors", *Monetary and Economic Studies,* Vol. 18, No. 2, pp. 159-198.

Hamori, Shigeyuki (1992) "Test of C-CAPM for Japan: 1980-1988", *Economics Letters,* Vol. 38, No. 1, pp. 67-72.

Hansen, Lars P. (1982) "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators", *Econometrica,* Vol. 50, No. 4, pp. 1029-1054.

Hansen, Lars P., John Heaton, and Amir Yaron (1996) "Finite-Sample Properties of Some Alternative GMM Estimators", *Journal of Business and Economic Statistics,* Vol. 14, No. 3, pp. 262-280.

Hansen, Lars P. and Ravi Jagannathan (1991) "Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies", *Journal of Political Economy,* Vol. 99, No. 2, pp. 225-262.

Hansen, Lars P. and Kenneth J. Singleton (1982) "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models", *Econometrica,* Vol. 50, No. 5, pp. 1269-1286.

Kleibergen, Frank and Sophocles Mavroeidis (2009) "Weak Instrument Robust Tests in GMM and the New Keynesian Phillips Curve", *Journal of Business and Economic Statistics,* Vol. 27, No. 3, pp. 293-339.

Ma, Adrian (2002) "GMM Estimation of the New Phillips Curve", *Economics Letters,* Vol. 76, No. 3, pp. 411-417.

Mavroeidis, Sophocles (2004) "Weak Identification of Forward-Looking Models in Monetary Economics", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics,* Vol. 66, No. s1, pp. 609-635.

Mavroeidis, Sophocles (2005) "Identification Issues in Forward-Looking Models Estimated by GMM. With an Application to the Phillips Curve", *Journal of Money, Credit and Banking,* Vol. 37, No. 3, pp. 421-448.

Mavroeidis, Sophocles, Mikkel Plagborg-Moller, and James H. Stock (2014) "Empirical Evidence on Inflation Expectations in the New Keynesian Phillips Curve", *Journal of Economic Literature,* Vol. 52, No. 1, pp. 124-188.

Mehra, Rajnish and Edward C. Prescott (1985) "The Equity Premium: A Puzzle", *Journal of Monetary Economics,* Vol. 15, No. 2, pp. 145-161.

Nakano, Katsura and Makoto Saito (1998) "Asset Pricing in Japan", *Journal of the Japanese and International Economies,* Vol. 12, pp. 151-166.

Newey, Whitney K. and Kenneth D. West (1987) "A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica,* Vol. 55, No. 3, pp. 703-708.

Ono, Yoshiyasu (2001) "A Reinterpretation of Chapter 17 of Keynes's General Theory: Effective Demand Shortage under Dynamic Optimization", *International Economic Review,* Vol. 42, No. 1, pp. 207-236.

Ono, Yoshiyasu, Kazuo Ogawa, and Atsushi Yoshida (2004) "The Liquidity Trap and Persistent Unemployment with Dynamic Optimizing Agents: Empirical Evidence", *Japanese Economic Review,* Vol. 55, No. 4, pp. 355-371.

Shibamoto, Masahiko (2008) "The Estimation of Monetary Policy Reaction Function in a Data-Rich Environment: The Case of Japan", *Japan and the World Economy,* Vol. 20, No. 4, pp. 497-520.

Stock, James H. and Jonathan H. Wright (2000) "GMM with Weak Identification", *Econometrica,* Vol. 68, No. 5, pp. 1055-1096.

Stock, James H., Jonathan H. Wright, and Motohiro Yogo (2002) "A Survey of Weak Instruments and Weak Identification in Generalized Method of Moments", *Journal of Business and Economic Statistics,* Vol. 20, No. 4, pp. 518-529.

祝迫得夫（2001）「資産価格モデルの現状：消費と資産価格の関係をめぐって」，『現代ファイナンス』，第９巻，第１号，3-39頁．

谷川寧彦（1994）「消費データを用いた資産価格の実証分析」，『岡山大学経済学会雑誌』，第25巻，第３号，315-332頁．

羽森茂之（1996）『消費者行動と日本の資産市場』，東洋経済新報社．

福田祐一（1993）「日本の利子率の期間構造分析―消費資産価格モデルの再検討―」，『経済研究』，第44巻，第３号，221-232頁．

堀敬一（1996）「日本の資産市場における消費資産価格モデルの再検証」，『大阪大学経済学』，第45巻，第３・４号，76-89頁．