Kobe University Repository : Kernel

PDF issue: 2025-07-11

ようこそ、動学的一般均衡理論の世界へ（<特集>大学院で経済学を学ぶ）

中村，保

(Citation)
國民經濟雜誌,221(1):77-83

(Issue Date)
2020-01-10

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/E0041961

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/E0041961

ISSN 0387-3129

国民経済雑誌

ようこそ，動学的一般均衡理論の世界へ

中　村　　保

国民経済雑誌　第221巻　第１号　抜刷
2020年１月

神戸大学経済経営学会

『国民経済雑誌』第221巻第１号（2020年１月），77-83

ようこそ，動学的一般均衡理論の世界へ

中　村　　保[a]

1　は　じ　め　に

学部レベルの経済学と大学院レベルの経済学との間には大きなギャップがある。そのことを大学院に入った時に最も強く感じるのはマクロ経済学についてかもしれない。学部レベルのマクロ経済学もその背後には一般均衡理論があるが，それを前面に出して教えることは少ない。大多数の学生は学部だけでマクロ経済学の勉強を終えるので，このことは決して悪いことではないが，大学院の初年次にいきなり「動学的一般均衡理論」と言われると，多くの学生が戸惑うのも無理はないように思う。

いま述べたように，大学院で学ぶマクロ経済学の中心は，動学的一般均衡理論である。動学的一般均衡理論と区別して，学部のミクロ経済学で学ぶ一般均衡理論をここでは静学的一般均衡理論と呼ぶことにしよう。どちらも理論の根幹部分は一般均衡理論であるので，学部あるいは大学院のミクロ経済学で一般均衡理論をきちんと理解しておくと，大学院でのマクロ経済学の理解が容易になる。誤解を恐れずに単純化して言うと，大学院のマクロ経済学で主要な地位を占めている動学的一般均衡理論は，理論という点ではミクロ経済学の静学的一般均衡の延長線上にあり，問題意識や経済現象の捉え方という点では学部のマクロ経済学の延長線上にある。

この小論では，まず２節で，学部レベルのマクロ経済モデルを静学的一般均衡モデルとして提示し，３節で２節のモデルと比較しながら動学的一般均衡理論について簡単に解説する。４節では動学的一般均衡理論を理解するために不可欠である動学的最適化について説明し，５節でシミュレーションとカリブレーションが今後の研究のために不可欠であることについて簡単に述べる。最後に第６節で，大学院でマクロ経済学を学ぶ皆さんへの全体的なアドバイスをしたい。

a　神戸大学大学院経済学研究科，nakamura@econ.kobe-u.ac.jp

2　マクロ経済の静学的一般均衡モデル

マンキュー（2017）で長期のモデルと呼ばれている新古典派の静学的なマクロモデルを，各経済主体の予算制約から始める形で紹介しよう。多数の同質的な家計と多数の同質的な企業からなる経済を考えよう。経済には H 個の家計と N 個の企業が存在し，財・サービス，証券（株式や債券など），労働および資本ストックが取引されている。毎期1単位の労働を供給する各家計のt期における予算制約は，

$$c_t+b_t^d=w_t+R_tk_t^s \tag{2.1}$$

である。ただし，c_t は消費，b_t^d は証券の新規需要，w_t は賃金，R_t は資本のレンタル価格，k_t^s は資本ストックの供給を表している。一方，企業の予算制約は，

$$w_tl_t^d+R_tk_t^d+i_t=y_t+b_t^s \tag{2.2}$$

である。ただし，l_t^d は労働需要，k_t^d は資本ストックの需要，i_t は投資，y_t は生産，b_t^s は証券の新規供給である。ここでは財・サービスをニュメレールとし，その価格を1に基準化している。家計と企業の予算制約をすべて足し合わせると，

$$[C_t+I_t-Y_t]+[B_t^d-B_t^s]+w_t[L_t^d-L_t^s]+R_t[K_t^d-K_t^s]=0 \tag{2.3}$$

となる。ただし，$C_t=c_tH$，$I_t=i_tN$，$Y_t=y_tN$，$B_t^d=b_t^dH$，$B_t^s=b_t^sN$，$L_t^d=l_t^sN$，$L_t^s=H$，$K_t^d=k_t^dN$，$K_t^s=k_t^sH$ である。上の式の左辺の角括弧［］は，それぞれ，財・サービス，新規の証券，労働，資本ストックの超過需要を表している。(2.3)式は，すべての超過需要の総価値額を合計するとゼロになるという，ワルラス法則を示す式である。

各市場の均衡条件は次の4つである。

財・サービス市場の均衡：$C_t+I_t=Y_t$　(2.4a)

新規証券市場の均衡：　$B_t^d=B_t^s$　(2.4b)

労働市場の均衡：　$L_t^d=L_t^s$　(2.4c)

資本ストックの均衡：　$K_t^d=K_t^s$　(2.4d)

上記の4つの均衡条件のうち1つは独立ではないので，3つの式で静学的一般均衡を特徴づけることができる。そして，賃金率 w_t，資本のレンタル価格 R_t，利子率 r_t の均衡値が決定される。通常，w_t の均衡値は(2.4c)式によって，R_t の均衡値は(2.4d)によって決定され，利子率 r_t は，(2.4a)式あるいは(2.4b)式によって決定されると考える。マンキュー（2017）では，(2.4a)式を用いて，財・サービス市場の需給は利子率によって調整されると説明されている。あるいは，(2.4b)式を用いて，貸付資金（証券）の需要と供給を均衡させるように利子率が決定されると説明されている。財・サービスの市場で利子率が決定されるという説明に戸惑う学生もいるが，その背後に貸付資金（証券）の市場があることを付け加えると多くの学生が納得する。

大学院で学習するマクロ経済のモデルも上記のモデルと基本的には同じである。相違点は，財・サービス，労働，資本ストックの市場の数である。動学的一般均衡モデルでは，時間という次元を加えることで，異時点間に広がる多数の市場の同時均衡を分析することになる。

3　動学的一般均衡理論

前節のモデルでは，企業が発行した新たな証券を購入することを通して家計がすべての資本ストックを保有すると仮定されている。この方が現実に近いかもしれないが，ここではより簡単に，家計が資本ストックを直接所有し，それをレンタル市場で貸し出すと仮定しよう。新規の証券の購入量 b_t^d は資本のグロス（粗）の増分 $\Delta k_t^s+\delta k_t^s=k_{t+1}^s-k_t^s+\delta k_t^s$ に等しいので，$b_t^d=k_{t+1}^s-k_t^s-\delta k_t^s$ となる。また，証券を介さずに資本ストックが直接取引されるので，証券の収益率である利子率 r_t と資本のレンタル価格 R_t は等しくなり，(2.1)式の予算制約を次のように書き換えることができる。

$$c_t+k_{t+1}^s-k_t^s+\delta k_t^s=w_t+r_tk_t^s \qquad \text{for} \quad t=0,1,2,\cdot,\cdot,\cdot,t,\cdot,\cdot,\infty \tag{3.1}$$

投資は家計が直接行うので，企業は投資資金の調達のために証券を発行する必要はなく，企業の予算制約は，

$$w_tl_t^d+r_tk_t^d=y_t \qquad \text{for} \quad t=0,1,2,\cdot,\cdot,\cdot,t,\cdot,\cdot,\infty \tag{3.2}$$

となる。

さて，いま分析している経済にはいくつの市場が存在するだろうか。財市場，労働市場，資本ストックのレンタル市場の3種類の市場が0期から無限の未来までの各期に存在する。簡単化のために，家計数 H と企業数 N が等しいと仮定し，それらを1に基準化しよう。その上で，すべての経済主体の各期の予算制約を合計すると，

$$\sum_{t=0}^{t=\infty}\{[c_t+k_{t+1}^s-k_t^s+\delta k_t^s-y_t]+w_t[l_t^d-1]+r_t[k_t^d-k_t^s]\}=0 \tag{3.3}$$

となる。上の式は，(2.3)式と同様に，ワルラス法則を示している。そして，動学的一般均衡における市場均衡は，

財・サービス市場の均衡：$c_t+k_{t+1}^s-k_t^s+\delta k_t^s=y_t$ for $t=0,1,2,\cdot,\cdot,\cdot,t,\cdot,\cdot,\infty$ (3.4a)

労働市場の均衡：　$l_t^d=1$　for $t=0,1,2,\cdot,\cdot,\cdot,t,\cdot,\cdot,\infty$ (3.4c)

資本のレンタル市場の均衡：$k_t^d=k_t^s$　for $t=0,1,2,\cdot,\cdot,\cdot,t,\cdot,\cdot,\infty$ (3.4d)

によって特徴付けられる。上記の連立方程式体系は，無限の数の方程式からなり，無限個の内生変数がある。無限の将来にわたるすべての市場が同時に均衡している状態が動学的一般均衡であり，それを分析するのが動学的一般均衡分析である。動学的一般均衡理論も一般均衡理論の一つであるので，厚生経済学の基本定理などのような一般均衡理論で得られたほとんどの定理や考え方を援用することができる。

それでは，将来に渡るすべての市場をつねに考慮に入れて分析する必要があるのだろうか。

実は必ずしもそうではない。通常，企業は毎期資本と労働をレンタルし，その期の利潤を最大化すると仮定されている。それゆえ，企業が意思決定をする際には，その期の情報だけがあれば十分である。もう一つの経済主体である家計も同様に将来の市場の情報を必要としないとすれば，各期の経済の均衡をそれぞれ独立に分析して，毎期の均衡をつなぎ合わせて動学的一般均衡と考えることが可能である。

家計は，無限の将来にわたる各期の消費と資本ストックを現時点で決定する。通常，家計の効用は今期だけでなく将来のすべての期の消費に依存すると仮定されている。それゆえ，異時点間にわたる最適化が必要となる。異時点間にわたる最適化を行う主体，つまり各時点での選択のために将来のすべての市場の情報を必要とする主体が存在するために，すべての市場の均衡を同時に考慮して分析する必要がある。言い換えると，異時点間の最適化を行う主体がなければ，すべての市場の均衡を同時に考慮する必要はなくなる。例えば，家計がその期の所得 y_t の一定割合 $s(0<s<1)$ を貯蓄し，残りの $1-s$ の割合を消費するのが「最適」であると考えていれば，(3.4a)式は，$(1-s)y_t+k^s_{t+1}-k^s_t+\delta k^s_t=y_t$ となる。生産関数を $y_t=f(k_t)$ と仮定すれば，この式は

$$k_{t+1}=sf(k_t)+(1-\delta)k_t$$

となる。これはソローの成長モデルを表す式であり，k_{t+1} は，将来の市場での出来事とは全く独立に，t期では所与である資本ストック k_t だけで決定される。そして，k_{t+1} の流列が決めると，その時々の要素市場で r_t と w_t が順次決定されることになる。

4　動学的最適化

前節で述べたように，異時点間の予算制約を考慮して最適化を行っている経済主体が存在するために，現時点だけではなく将来時点の市場の均衡を同時に考慮した分析が必要なのである。それゆえ，動学的一般均衡理論においては，経済主体の動学的最適化行動をきちんと定義し，それを正確に解くことはきわめて重要である。動学的最適化は静学的最適化とは全く異なり，とても難しいもののように考える人もいるが，実際はそのようなことはない。異時点間の最適化問題は本質的には静学的最適化問題と同じである。静学的な最適化問題の場合，家計は，ある一時点で多数の財の一つ一つの需要をそれらの価格と予算制約に基づいて決定する。動学的一般均衡理論では，財が時間軸上に多数存在しているということである。財・サービスの属性の一つにそれらが生産あるいは取引される「時点」というものを加えて考えると，静学的一般均衡理論では種類や性質という次元での多数の財を一度に考慮しているのに対して，動学的一般均衡理論では時間という次元での多数の財を一度に考慮しているということが理解できるであろう。

上記のことは最適化の条件を見るとより明らかになる。学部のミクロ経済学で学習する効

用最大化の一階の条件は

2財の限界代替率＝2財の価格比　(4.1)

というものであるが，この条件は動学的最適化においても基本的に同じある。ただし，性質や種類は同じである財・サービスが時点によって区別されているので，

（同じ財の）異時点間の限界代替率＝（同じ財の）異時点間での価格比　(4.2)

となる。同じ財の異時点間の価格比は利子率によって示されるので，上の式は

異時点間の限界代替率＝利子率　(4.3)

と書き直すことが可能である。この式は，オイラー方程式（Euler equation）と呼ばれている。このオイラー方程式は動学理論では非常に重要な役割を果たすので，この式を変分法，動的計画法，最適制御理論などを用いて導出するのを学習することは大学院のマクロ経済学の一つの柱になっている。これらの理解や手法を身に付けることはとても重要であるので，それらを完全に理解しないと動学的一般均衡理論そのものを理解できないと考える人がいるが，必ずしもそうではない。最適化理論そのものを専門として研究する人以外にとっては，それらはツールにすぎないので，まずは使ってみることが重要である。実際，オイラー方程式は，厳密さが失われることもあるが，多くの場合，学部の時に身に付けるラグランジュ乗数法を使って導出できる。

先ほど述べたように，通常，企業は短期の利潤を最大化するように生産を決定すると仮定されている。この場合，利子率が資本ストックを投入する際の限界費用の役割を果たすので，

異時点間の限界変形率＝利子率　(4.4)

という関係が成り立つ。(4.3)式と(4.4)式から，動学的一般均衡においては

異時点間の限界代替率＝異時点間の限界変形率

が成り立つことが分かる。これは静学的一般均衡における「2財」の部分を「異時点間」に置き換えたものに他ならない。

5　シミュレーションとカリブレーション

動学的一般均衡の基本的なモデル，あるいは Romer (2018) などの教科書のモデルでは，財・サービス，労働，資本は，それぞれ一種類と仮定されている。これは，もちろん単純化の仮定ではあるが，時間軸上に無数の市場が存在していることを明確にする点でも有用である。この簡単化されたモデルを用いることで位相図を用いた分析が可能になり，多くの基本的な結論を直感的に理解することができる。しかし，現実のマクロ経済問題を分析するには，やはり単純すぎると言わざるを得ない。

現実に有効な政策を立案したり，過去の財政・金融政策を評価したりするのもマクロ経済学の重要な役割である。この点に関しては，教科書的なモデルから導き出されたインプリ

ケーションをそのまま適用するだけでは不十分で，モデルに現実の政策変数や政策ルールなどを明示的に含める必要がある。また，政策の影響は，産業部門ごと，家計ごとに異なりうるので，異質な種類の財・サービスや異質な家計をモデルに導入する必要がある。さまざまな形で拡張された動学的一般均衡のモデルを用いて，多くのマクロ経済学的な新たな知見が導出されることになる。

異質な家計，異質な財・サービス，さまざまな財政・金融政策の変数やルールなどを含んだ動学的一般均衡モデルを解析的な手法だけで分析するのはほとんど不可能である。まず，モデルのいくつかの側面を捨象し単純化して分析し，直感的に理解可能な結論を導出する。その後，シミュレーションあるいはカリブレーションを行うことが標準的な研究あるいは論文のスタイルになってきている。そのためには，コンピュータ言語や数値解析ソフトに早い段階から習熟しておくこと，最低でもアレルギーがないようにはしておくことは，これからマクロ経済学を学習・研究する上で非常に重要である。

コンピュータを用いた分析はこれからますます重要になるであろうし，その進歩の速度も加速していくものと考えられる。アカデミックな研究者はもちろん，公的あるいは私的な研究機関で経済分析に従事しようとする人にとっても，すでに不可欠なものとなっていると言って良いであろう。これからは，先生や先輩から学び，同輩と一緒に勉強し，やがては後輩に教え，遠くない将来にかつて教えた後輩に逆に教えてもらうことになると考えられる。私の場合，シミュレーションやカリブレーションをきちんと勉強してこなかったために，研究の幅を極端に狭めてしまったように感じている。現役の大学院生から学ぶことが多いが，特に数値解析においては多くを教えもらっているだけでなく，共同研究をする際に多くの部分を彼らに頼っているのが現実である。私の場合，それでも何とかなってきたが，これからマクロ経済学を学ぶ皆さんはそうはいかないだろう。

6　終　わ　り　に

人間はこれまでの知識や理解を基礎に新しい知識を吸収し理解を深めていく。大学院のマクロ経済学を勉強する際も，学部で学んだマクロ経済学を手掛かりにする。そのことはとても自然なことであるが，そのために戸惑う学生がいるのも事実である。大学院でマクロ経済学を勉強する時，マクロ経済学的な視点から経済現象を捉えようとすることは重要であるが，それと同時に動学的一般均衡理論がミクロ経済学で学ぶ一般均衡理論の延長線上にあることを念頭において勉強することもとても大切である。それによって，大学院でマクロ経済学の学習を始める際の最初の拒絶反応のようなものも抑えられると思う。動学分析，異時点間の最適化などと聞くと，何となく難しく感じるが，実際は時間という次元を増やした一般均衡分析にすぎないと考えることでとっつきやすくなるのではないだろうか。

私が大学院でマクロ経済学を勉強し始めた頃は，紙と鉛筆だけを使うのが一般的だった。やがてコンピュータを用いたシミュレーションが使われるようになったが，私はそれに完全に乗り遅れたと感じている。大学院でこれからマクロ経済学を勉強・研究する人にとって，カリブレーションやシミュレーションは必須のものとなっている。それは，新しくこの分野に参入する者にとっては大きなチャンスであるとも言える。分析方法や技術の進歩はとても速いので，先に進んでいる人を一気に追い越す，つまり leapfrog が可能である。マクロ経済学的なセンスを磨き，動学的一般均衡理論を正しく理解し，新しい分析技術を身に付ければ，皆さんが考えているより早く最先端の分野で活躍できるようになると私は信じている。

参　考　文　献

Romer, David. 2018. *Advanced Macroeconomics 5th Edition*, New York: McGraw-hill Education

N. グレゴリー・マンキュー（2017）（足立他訳）『マンキュー・マクロ経済学 I（入門篇）第 4 版』東洋経済新報社