トレンド・インフレ率とクロスチェック型金融政策：合理的期待均衡の一意性に関する分析

井田, 大輔

(Citation)
国民経済雑誌,225(1):47-58

(Issue Date)
2022-01-10

(Resource Type)
departmental bulletin paper

(Version)
Version of Record

(JaLCDOI)
https://doi.org/10.24546/E0042587

(URL)
https://hdl.handle.net/20.500.14094/E0042587

ISSN 0387-3129

国民経済雑誌

招 待 論 文

トレンド・インフレ率と クロスチェック型金融政策： 合理的期待均衡の一意性に関する分析

井 田 大 輔

国民経済雑誌　第225巻　第１号　抜刷
2022年１月

神戸大学経済経営学会

『国民経済雑誌』第225巻第１号（2022年１月），47-58

招　待　論　文

トレンド・インフレ率と
クロスチェック型金融政策：
合理的期待均衡の一意性に関する分析

井　田　大　輔[a]

本稿は，正のトレンド・インフレ率を伴うニューケインジアン・モデルにおいて，クロスチェック型金融政策が合理的期待均衡の決定性にどのような影響を与えるかを検証する。トレンド・インフレ率が顕著に上昇すると，中央銀行がインフレ率に強く反応するテイラー・ルールを採用していたとしても，クロスチェック型金融政策は均衡の非決定性を引き起こす可能性がある。また，トレンド・インフレ率が顕著に上昇すれば，テイラー・ルールにおいて産出ギャップの安定化が強められたときには，中央銀行が同ルールにおいてインフレに強く反応しても，クロスチェック型金融政策は容易に合理的期待均衡を非決定にしてしまう。

キーワード　クロスチェック型金融政策，テイラー・ルール，テイラー原則，トレンド・インフレ率，均衡の非決定性

1　は じ め に

本稿は，中央銀行がクロスチェック型金融政策を採用する場合において，トレンド・インフレ率の上昇が合理的期待均衡の一意性にどのように影響を及ぼすのかを分析する。後述するように，クロスチェック型金融政策は，最適な金融政策を模索する中央銀行がテイラー・ルールのようなシンプルなルールからの情報も利用するという特徴がある。まず，クロスチェック型金融政策を考える背景としては，経済構造に関して正確な知識を持ちえない場合の金融政策の困難さが指摘されている（Tillmann, 2012）。例えば，トレンド・インフレ率の変動に関する様々な不確実性の問題はこのケースに該当するかもしれない[1)]。このことは，トレンド・インフレ率の変動に起因するモデルの不確実性を正確に把握することは金融政策運営において重要であるが，それを正確に把握することは難しいことを意味している[2)]。

a　桃山学院大学経済学部，神戸大学大学院経済学研究科，ida-dai@andrew.ac.jp

一般的に，経済構造について正確な知識を持ちえない場合には，モデルの定式化の誤りについて頑健な金融政策運営を中央銀行は模索すると考えられる。特に，1980年代中頃以降の先進国の金融政策は，一般的に金利の操作を通じた形で行われる金利政策であった。よって，金利政策がこうしたモデルの定式化の誤りに対して頑健でありたいと考えるのは自然であろう。[3)] 実際に，Tillmann（2012），Walsh（2017a），Ida（2018, 2019）によると，中央銀行がモデルの定式化の誤りに対して頑健な金融政策ルールを参照するのは，真のモデルを正確に識別するのが難しいという現実に直面しているからだと指摘している。

Tillmann（2012）は，この場合，中央銀行はテイラー・ルールが示唆する処方箋からの政策金利の乖離に何らかの重みを付けることが望ましいと主張する。ここで，正確にクロスチェック型金融政策を定義しておくことにする。本稿も，Tillmann（2012）に従い，中央銀行がインフレや産出ギャップの安定化を目的とする損失関数と実際の政策金利のテイラー・ルールからの乖離項をウエイト付けした目的関数の下で最適金融政策を行う方式を「クロスチェック型金融政策」と定義する。[4)] クロスチェック型金融政策を実行することは，中央銀行の目的関数の最適化と頑健な金融政策運営（金利の不確実性の低下）をバランスさせることを意味するものといえる。Tillmann（2012）は，このクロスチェック型金融政策は標準的なニューケインジアン・モデル（以下，NK モデル）における裁量政策に伴う安定化バイアスを打ち消すうえで有効であることを示している。[5)]

ここで，標準的な NK モデルでは，中央銀行がインフレ率の上昇に1対1以上の金利上昇で対応することを求める「テイラー原則」が満たされていないと，一意的な合理的期待均衡を達成できないとされている（例えば，Bullard and Mitra, 2002）。Ida（2018）は，金融政策のコスト・チャネルが働く NK モデルにおいて，クロスチェック型最適金融政策は，通常のテイラー・ルールの場合に比べて，均衡の非決定性の問題に直面しやすいことを示した。Ida（2019）は，中央銀行の損失関数に金利安定化が含まれている場合，クロスチェック型金融政策が合理的期待均衡の非決定性をもたらすことを示した。[6)]

本稿は，頑健な金融政策ルールが，トレンド・インフレ率が変動する状況において，一意な合理的期待均衡解を常に実現できるかどうか自明でない点に着目する。いくつかの研究において，トレンド・インフレ率の変動がどのように合理的期待均衡解の一意性に影響を及ぼすかが議論されている。まず，Ascari and Ropele（2009）では，標準的なテイラー・ルールを中央銀行が採用した場合，正のトレンド・インフレ率の下では，テイラー原則を満たしていても合理的期待均衡が非決定となる可能性を示している。Kobayashi and Muto（2013）は，非ゼロのトレンド・インフレ率のもとでの経済が合理的期待均衡から乖離した場合の学習を通じた均衡の安定性（E-stability）について検証している。

Coibion et al.（2012）や Ascari and Sbordone（2014）で説明されているように，中央銀行

はトレンド・インフレ率の変動に関する様々な不確実性に直面する可能性がある。このことは，クロスチェック型金融政策をトレンド・インフレ率に関するモデル不確実性に対して中央銀行が採用することを正当化するものと考えられよう。本研究の貢献は，クロスチェック型金融政策を中央銀行が正のトレンド・インフレ率の場合に採用することで，常に合理的期待均衡解を一意に留めることができるかどうかを検証した点である。

本稿の分析から得られた主要な結果は以下のとおりである。まず，トレンド・インフレ率が顕著に上昇すると，中央銀行がインフレ率に強く反応するテイラー・ルールを採用していても，クロスチェック型金融政策は均衡の非決定性の問題を引き起こす可能性がある。具体的には，トレンド・インフレ率が 6 %以下であれば，クロスチェック型金融政策ルールは一意な合理的期待均衡を容易に導きやすい。しかし，トレンド・インフレ率が10%に近づくにつれて，クロスチェック項へのウエイトが低ければ，テイラー・ルールにおいて中央銀行がインフレへの反応を強めたとしても，合理的期待均衡は非決定となりやすい。また，トレンド・インフレ率が顕著に上昇すれば，テイラー・ルールで産出ギャップの安定化が強められたときには，中央銀行が同ルールにおいてインフレに強く反応しても，クロスチェック型金融政策は合理的期待均衡を非決定にする。

本稿の構成は以下のとおりである。次節ではトレンド・インフレ率が非ゼロである場合のNK モデルについて簡単に説明した後，クロスチェック型金融政策運営について説明する。第 3 節では，クロスチェック型金融政策がトレンド・インフレ率の変化に対してどのように合理的期待均衡を一意に達成するかについて説明する。第 4 節では簡単に結論と今後の課題について言及する。補論では，クロスチェック型金融政策の具体的な導出を説明している。

2 モ デ ル

2.1 正のトレンド・インフレ率が存在する NK モデル

Ascari and Ropele (2009) や Paustian and Stoltenberg (2008) にならい，本論文では，標準的な NK モデルに正のトレンド・インフレ率を導入する。本稿のモデルは，動学 IS 方程式，一般化されたニューケインジアン・フィリップス曲線（以下，GNKPC），GNKPC の補助変数に関する運動法則，以下で説明されるクロスチェック型の金融政策ルールによって規定される金融政策の 4 つの方程式からなる。金融政策ルールを除く構造方程式は次のように与えられる。

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma^{-1}(r_t - E_t \pi_{t+1} - r_t^n) \tag{1}$$

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa_1 x_t + \kappa_2 \phi_t \tag{2}$$

$$\phi_t = \zeta x_t + \alpha\beta\bar{\pi}^{\theta} E_t(\theta\pi_{t+1} + \phi_{t+1}) \tag{3}$$

ただし，x_t は産出ギャップ，π_t はインフレ率，ϕ_t は GNKPC に関連する補助変数，r_t は名目金利をそれぞれ表している[7)]。式(２)と式(３)の係数については以下で定義される：

$$\xi(\bar{\pi})=\frac{(1-\alpha\bar{\pi}^{\theta-1})(1-\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta})}{\alpha\bar{\pi}^{\theta}}$$

$$\kappa_1=\xi(\bar{\pi})\left[\sigma+\omega+\frac{(1-\sigma)(1-\bar{\pi})}{1-\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}}\right]$$

$$\kappa_2=\frac{\xi(\bar{\pi})(\bar{\pi}-1)}{1-\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}}$$

$$\zeta=(1-\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta})(1+\omega)$$

確定的な定常状態の下での非ゼロのトレンド・インフレ率は $\bar{\pi}$ によって表現される。σ は相対的リスク回避係数，β は割引因子，α は価格改定頻度を表すパラメータ，ω は労働供給の弾性値の逆数，θ は個別財の代替の弾力性をそれぞれ表している。

式(１)は動学的 IS 曲線であり，家計の異時点間の最適化行動から導かれるものである。r_t^n は自然利子率を表していて，価格が伸縮的な状況において成立する実質利子率を表す。E_t は t 期の情報集合について期待を形成することを表した t 期の条件付き期待値を表している。

式(２)は GNKPC であり，Calvo タイプの価格硬直性に直面する企業の動学的最適化問題から導出される。標準的な NK モデルでは，トレンド・インフレ率がゼロと仮定されているが，本稿では正のトレンド・インフレ率を仮定している。そのため，ゼロインフレを想定した通常の NK モデルと比べて，NKPC は正のトレンド・インフレ率のもとではよりフォワード・ルッキングな要素を持つことになる。具体的には，式(３)のように補助変数が GNKPC に付随しており，ϕ_t はフォワード・ルッキングな構造であるため，GNKPC はトレンド・インフレ率がゼロの時に比べて，より将来のマクロ経済変数の変動が現在のインフレ率の変化をもたらすことになる。なお，先行研究に従い，本稿でも $\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}<1$ が成立すると仮定する。

2.2 クロスチェック型金融政策

次に，本稿における金融政策の定式化について説明する。まず，Paustian and Stoltenberg (2008) が示しているように，トレンド・インフレ率がゼロでない場合でも，標準的な中央銀行の損失関数は，家計の効用関数の２次近似を実施することで得られる。具体的には，中央銀行はインフレ率と産出ギャップの安定化を含む目的関数の形状をとる[8)]。

$$L_t^{stab}=\pi_t^2+\lambda_x x_t^2 \tag{4}$$

ただし，λ_x はインフレの安定化に対する産出ギャップ安定化へのウエイトを表している[9)]。

以下では，クロスチェック型金融政策の定式化について説明していこう。前述のとおり，

クロスチェック型金融政策は，上記の目的関数の最小化問題と実際の政策金利のテイラー・ルールからの乖離の加重平均を最小化する政策を意味する。具体的には，Tillmann（2012）や Walsh（2017a）に従って，政策金利のテイラー・ルールからの乖離は以下のように定式化されるものとする。

$$L_t^{rbp}=(r_t-r_t^T)^2 \tag{5}$$

ここで，r_t^T はテイラー・ルールから示唆される目標金利であり，以下のような定式化を本稿では採用する。

$$r_t^T=\phi_\pi\pi_t+\phi_x x_t \tag{6}$$

ただし，ϕ_π はテイラー・ルールにおけるインフレに対する反応係数，ϕ_x は同ルールにおける産出ギャップに対する反応係数をそれぞれ表している。本稿では，中央銀行は自身の金利政策に対する頑健性に関して懸念すると考えているため，その中央銀行の懸念を式(５)が表すことになる。従って，金利変動がもたらす不確実性についての頑健性を懸念する中央銀行は式(５)の最小化を金融政策の目的として加えることになる。

クロスチェック型金融政策を行う中央銀行は，L_t^{stab} と L_t^{rob} という二つの目的関数の加重平均を最小化するように政策金利を設定する。具体的には，上記の二つの目的関数の凸結合を $\gamma\in[0,1]$ によって表現する。

$$L_t=E_t\sum_{t=0}^{\infty}\beta^t\{(1-\gamma)L_t^{stab}+\gamma L_t^{rbp}\} \tag{7}$$

パラメータ γ の解釈としては，中央銀行が最適金融政策を実施する場合において，政策金利がテイラー・ルールからどの程度乖離しているか（つまり，頑健性の程度）を表す尺度と考えられる。

本稿は，クロスチェック型金融政策を実行する中央銀行は裁量的金融政策を実施すると考える。すなわち，中央銀行は自身の目的関数を IS 曲線やフィリップス曲線などの経済構造を制約に各期において最適化を繰り返す政策を実施する[10)]。より具体的には，将来変数を所与として，中央銀行は損失関数(７)を式(１)から式(３)を制約とする損失最小化問題を考える。

最小化問題の一階条件を導出し，制約条件に付随するラグランジュ乗数を消去すると，以下のようなクロスチェック型金融政策ルールが導出される[11)]。

$$r_t-r_t^T=\frac{\gamma}{(1-\gamma)A(\bar{\pi})}(\lambda_x x_t+\tilde{\kappa}\pi_t) \tag{8}$$

ただし，$A(\bar{\pi})=\tilde{\kappa}\phi_\pi+\phi_x+\sigma, \tilde{\kappa}=\kappa_1+\chi(\bar{\pi})$ である。また，$\chi(\bar{\pi})$ は次のように定義される。

$$\chi(\bar{\pi})=\xi(\bar{\pi})(\bar{\pi}-1)\left[\frac{1-\sigma+(1+\omega)(1-\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta})}{1-\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}}\right]$$

式(８)は政策金利のテイラー・ルールからの乖離とターゲッティング・ルール $(\lambda_x x_t+\tilde{\kappa}\pi_t)$ のバランスを $\gamma^{-1}(1-\gamma)A(\bar{\pi})$ のウエイトで考えることを意味している[12]。トレンド・インフレ率がゼロのケースに比べて，係数パラメータ A がトレンド・インフレ率の影響を受ける。一般に，γ が大きくなるにつれて，ターゲッティング・ルールへのウエイトが低くなり，それは頑健性の懸念を高く中央銀行が見積もることを意味する。したがって，γ が0.5であれば，頑健性と裁量政策のターゲッティング・ルールのバランスを等しくして中央銀行は金融政策を実施することを意味する。正のトレンド・インフレ率は，ゼロインフレの場合と異なり，この両者のウエイトに影響を与えることになる。ここで，$\gamma=1$ のときには，クロスチェック型金融政策ルールはテイラー・ルールと完全に一致する。

3　正のトレンド・インフレ率のもとでのクロスチェック型金融政策と均衡の決定性

本節では，正のトレンド・インフレ率が存在する下で，クロスチェック型金融政策がどのように合理的期待均衡の決定性に影響を及ぼすかを分析する。そのために，式(８)を式(１)に代入して名目金利を消去し，x_t，π_t，ϕ_t の内生変数のシステム体系に書き換える。具体的に計算を行うと以下のようなシステム体系に書き換えることができる。

$$X_t=ME_tX_{t+1}+Nr_t^n \tag{9}$$

ただし，$X_t=[x_t\ \pi_t, \phi_t]'$ である。また，係数行列 M については以下で与えられる。

$$M=\frac{1}{\Gamma}\begin{bmatrix} -\sigma & -1-\beta(1+\kappa_2\alpha\theta\bar{\pi}^{\theta})\tau_\pi & -\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}\tau_\pi \\ \sigma(\kappa_1-\zeta\kappa_2) & \kappa_1-\zeta\kappa_2+\sigma\beta(1+\alpha\theta\bar{\pi}^{\theta})+\beta(1+\kappa_2\alpha\theta\bar{\pi}^{\theta})\tau_x & \alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}\kappa_2(\sigma+\tau_x) \\ \sigma\zeta & \zeta+\beta(\zeta+\kappa_1\alpha\theta\bar{\pi}^{\theta})\tau_\pi+\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}\theta(\sigma+\tau_x) & \alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}(\sigma+\kappa_1\tau_\pi+\tau_x) \end{bmatrix}$$

ここで

$$\Gamma=\sigma+\kappa_1(1+\zeta)\tau_\pi+\tau_x$$

$$\tau_\pi=\phi_\pi+\frac{\gamma}{(1-\gamma)A(\bar{\pi})}\tilde{\kappa}$$

$$\tau_x=\phi_x+\frac{\gamma}{(1-\gamma)A(\bar{\pi})}\lambda_x$$

係数行列 N については今後の議論に影響を与えないため省略する。また，x_t，π_t，ϕ_t はジャンプ変数であるため，合理的期待均衡が一意に決定されるためには，M の３つの固有値が単位円内であることが必要となる。

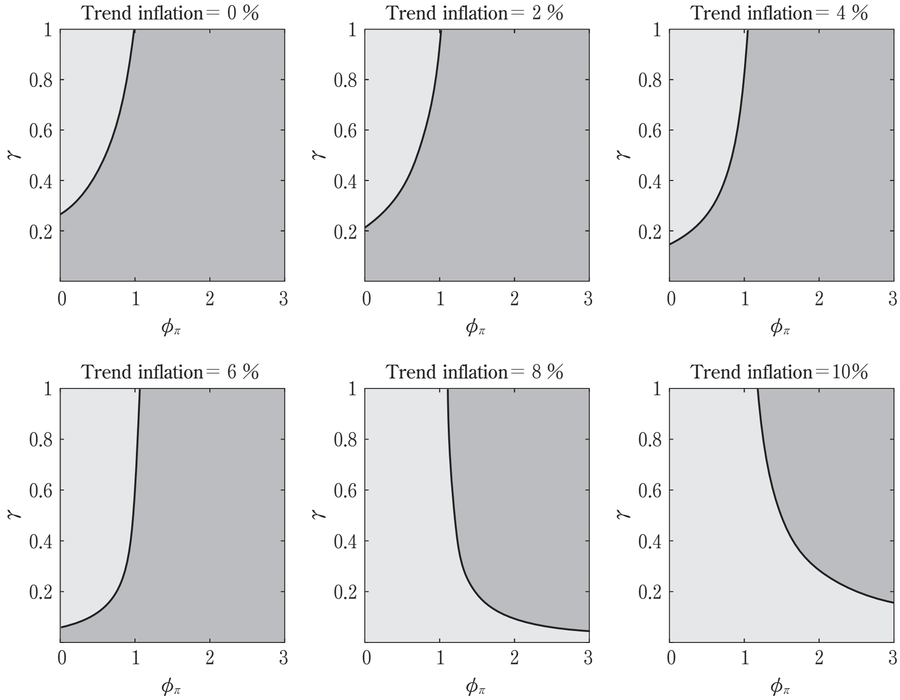
これより具体的に，クロスチェック型金融政策ルールが，正のトレンド・インフレ率が存在する場合に合理的期待均衡を一意に決定できるかどうかを検討していく。残念ながら，この研究では，式（８）の下での合理的期待均衡を一意に決定するための条件を解析的にも直感的にも導出することが困難である。したがって，これ以降の議論は数値計算により検討することにする。数値計算にあたっては，主に先行研究に基づいて構造パラメータをカリブレートしている。まず，割引因子 β は0.99と設定する。次に，相対的リスク回避係数 σ は1.5，労働供給のフリッシュ弾力性の逆数 ω は1.0とする。また，個別財間の代替の弾力性 θ については5.0と設定する。最後に，Calvo パラメータ α については0.75とする。

図１は，トレンド・インフレ率のいくつかの値のもとで，中央銀行がクロスチェック型金融政策を実施した場合の合理的期待均衡の決定・不決定領域をプロットしたものである。濃い影付きの領域が均衡が一意に決定されている領域，薄い影付きの領域が均衡が非決定の領域を表している。トレンド・インフレ率がゼロの場合は，テイラー・ルールにおいてテイラー原則が満たされているだけで一意な合理的期待均衡が達成される。これは，トレンド・インフレ率が６％以下である限り成立する。興味深いことに，図１は $\bar{\pi}=6\%$ の場合において，$\phi_\pi<1$ であっても（テイラー原則がテイラー・ルールにおいて満たされていない場合でも），クロスチェック項がゼロに近くなるにつれて，合理的期待均衡解が一意に決定できる可能性が高まることを示している。よって，クロスチェック型金融政策ルールは，緩やかなトレンド・インフレ率が存在する場合に有効であり，Ascari and Ropele（2009）の結果は頑健であるでことが確認された。

しかし，図１に示すように，６％を超えてトレンド・インフレ率が顕著に上昇すると，合理的期待均衡の非決定領域が拡大してしまう。特に，トレンド・インフレ率が10%を超えるような深刻な状態になると，γ がどのような値であっても，ϕ_π が1.5以下であるとき，経済はサンスポット均衡になる。つまり，テイラー原則を満たすようなテイラー・ルールをクロスチェック型金融政策を実施したとしても（つまり，$\phi_\pi>$ が１より大きい場合でも），中央銀行は経済を不安定化させてしまうことになる。よって，トレンド・インフレ率が10%に近づくにつれて，テイラールールにおいて ϕ_π が2.0を超える係数となることが合理的期待均衡が一意に決定されるための条件となる。この結果は，米国における1970年代の大インフレにおいてテイラー原則を満たしていなかったことが経済の不安定化につながったと考える Clarida et al.（2000）とは異なるアプローチからの解釈かもしれない。

次に，クロスチェック型金融政策において，テイラー・ルールにおいて産出ギャップへの反応を強くすることで，合理的期待均衡が一意に決定されるかどうかを確認する。図２は，$\gamma=0.25$ の場合における，ϕ_x のいくつかのパラメータの値のもとでの合理的期待均衡の決定性・不決定性の領域を示している[13)]。濃い灰色は合理的期待均衡が一意に決まる領域，薄い灰

図１：クロスチェック型金融政策と均衡の決定性：クロスチェック項（γ）の変化

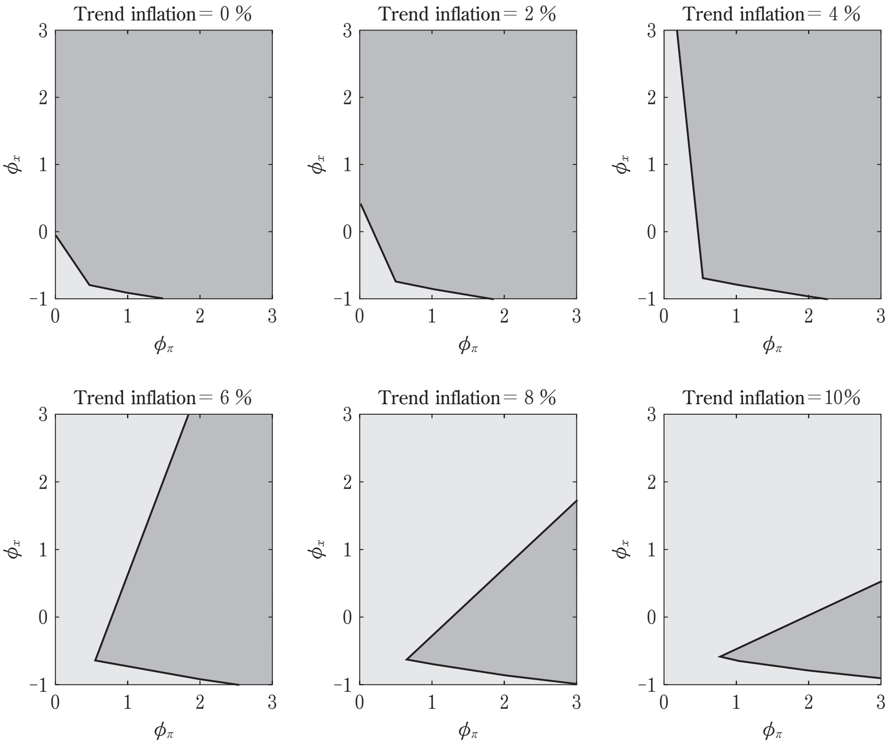


色の領域は非決定の領域である。トレンド・インフレ率が２％以下の場合，クロスチェック項の重みを小さくすることで，テイラー・ルールにおいて ϕ_π と ϕ_x をどのように組み合わせても，中央銀行は容易に一意な合理的期待均衡を達成することができる。このことは，ある程度マイルドな正のトレンド・インフレ率が存在する場合では，クロスチェック型金融政策は合理的期待均衡を一意に決定するうえで有効であることを示している。

しかし，トレンド・インフレ率が上昇すると，テイラー・ルールで産出ギャップに強く反応する中央銀行は，同ルールにおいてインフレ率に強く反応しても，一意な合理的期待均衡を達成することが非常に困難となる。重要なのは，テイラー・ルールにおいて産出ギャップへの反応を強める場合においてトレンド・インフレ率が10％を超える場合である。図２より，この場合にはただちに合理的期待均衡の非決定領域が急激に拡大することがみてとれる。そのため，トレンド・インフレ率が激しく上昇する状況においては，クロスチェック型の金融政策を採用する中央銀行は，テイラー・ルールにおいて産出ギャップへのウェイトを小さく，逆に同ルールにおけるインフレ率への反応ウェイトを大きくしなければ，中央銀行はサンスポット均衡を防ぐことができないことを意味する。

直観的な解釈は以下のとおりである。Ascari and Ropele（2007）は，トレンド・インフレ率の上昇は，GNKPC の傾きのフラット化を通じて，ターゲティング・ルールにおける産出

図２：クロスチェック型金融政策と均衡の決定性：ϕ_x の変化



ギャップのインフレに対する感応度を鈍らせると指摘している。本稿のモデルでは，γ の値が小さい場合には，ターゲティング・ルールにおける産出ギャップのインフレに対する感応度がさらに鈍くなってしまう。よって，クロスチェック型金融政策を運営する中央銀行は，そのことを考慮して，インフレ率や産出ギャップへの反応を一層強くすると考えられる。その場合，テイラー・ルールにおいて ϕ_π と ϕ_x の組み合わせを強くすると，サンスポット・ショックを安定させる以上の不必要な金融政策が実施されることにつながりうるため，結果として合理的期待均衡が非決定となる可能性が高まる。本論文の結果は，Ascari and Ropele (2009) で得られた結果よりも金融政策パラメータに関して厳しい制約を中央銀行に要請することを示唆している。

4　結論と今後の課題

本論文では，正のトレンド・インフレ率を伴う NK モデルにおいて，クロスチェック型の最適金融政策が合理的期待均衡の決定性にどのような影響を与えるかを検証した。主な結果は以下の通りである。トレンド・インフレ率が上昇すると，中央銀行がインフレ率に強く反応するテイラー・ルールを採用していても，クロスチェック型金融政策は均衡の非決定性の

問題を引き起こす可能性がある。具体的には，トレンド・インフレ率が低ければ，クロスチェック型金融政策は一意な合理的期待均衡を導きやすくなる。しかし，トレンド・インフレ率が10%に近づくにつれて，中央銀行は金融政策のクロスチェック項へのウエイトを低くしつつ，テイラー・ルールにおいてインフレの反応も強めた場合には，合理的期待均衡は非決定となりやすい。また，正のトレンド・インフレ率が著しく上昇すれば，テイラー・ルールにおいて中央銀行が産出ギャップの安定化を強化したときには，同ルールにおいてさらにインフレに強く反応しても，クロスチェック型金融政策は合理的期待均衡を非決定にしてしまう。

最後に，本稿において残された課題について言及しておくこととする。第一に，本稿の最適金融政策は裁量的政策を想定した。その場合にはトレンド・インフレ率が顕著に上昇した場合，合理的期待均衡が容易に非決定となる深刻な問題をもたらした。中央銀行が公約型政策を実施する場合には，そのような状況を排除できるのか検討の余地があると考えられる。第二に，中央銀行が参照するテイラー・ルールは標準的な NK モデルで採用されている現時点のインフレと産出ギャップの変動に内生的に反応するルール（contemporanous rule）を想定した。このような同時点ルール以外にもフォワード・ルッキングなテイラー・ルールなども考えられるかもしれない。

補論：クロスチェック型金融政策ルールの導出について

裁量政策のもとで，中央銀行の損失最小化問題を解くために以下のようなラグランジュ関数を定義する。

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \equiv & (1-\gamma)(\pi_t^2+\lambda_x x_t^2)+\gamma(r_t-r_t^T)^2 \\
& -2\phi_{1t}[E_t x_{t+1}-\sigma^{-1}(r_t-E_t\pi_{t+1}-r_t^n)-x_t] \\
& -2\phi_{2t}[\beta E_t\pi_{t+1}+\kappa_1 x_t+\kappa_2\phi_t-\pi_t] \\
& -2\phi_{3t}[\zeta x_t+\alpha\beta\bar{\pi}^{\theta}E_t(\theta\pi_{t+1}+\phi_{t+1})-\phi_t]
\end{aligned}
$$

将来変数を所与として，一階条件を計算すると以下のようになる。

$$
\begin{aligned}
&\pi_t : 2(1-\gamma)\pi_t-2\gamma\phi_\pi(r_t-r_t^T)+2\phi_{2t}=0 \\
&x_t : 2(1-\gamma)\lambda_x x_t-2\gamma\phi_x(r_t-r_t^T)+2\phi_{1t}-\kappa_1\phi_{2t}-\zeta\phi_{3t}=0 \\
&r_t : 2\gamma(r_t-r_t^T)+2\sigma^{-1}\phi_{1t}=0 \\
&\phi_t : -2\kappa_2\phi_{2t}+2\phi_{3t}=0
\end{aligned}
$$

ただし，ϕ_{1t} は IS 曲線に関連するラグランジュ乗数，ϕ_{2t} は GNKPC に関するラグランジュ乗数，ϕ_{3t} は GNKPC の補助変数に関するラグランジュ乗数をそれぞれ表している。これらからラグランジュ乗数を消去し，計算式を整理していくと，式（8）が得られる。

注

本稿の作成に当たり西山慎一先生（神戸大学），星野聡志先生（岡山商科大学）から有益なご助言をいただきました。ここに記して感謝いたします。また，この研究はJSPS 科研費 16H03618の助成を受けています。最後に，本稿における誤りはすべて筆者によるものです。

1）この不確実性については，データの不確実性やモデルの不確実性が考えられるが，クロスチェック型金融政策は後者の不確実性を念頭においていると考えられる。

2）トレンド・インフレ率と金融政策の関係については，Ascari and Sbordone（2014）において詳細な議論がされている。トレンド・インフレ率以外にも様々な要因がモデル不確実性の問題につながりうるが，本稿はトレンド・インフレ率変動のもとでのモデル不確実性に対応するためのクロス・チェック型金融政策の有効性を均衡の決定性の視点から分析する。

3）近年はゼロ金利の問題が深刻であるため，金利政策の頑健性よりもむしろ量的緩和政策などの非伝統的金融政策を考える際のモデルの頑健性について大きな懸念があるかもしれない。

4）最適金融政策とは，一般的に，総需要曲線や総供給曲線などの経済構造を制約に中央銀行の目的関数を最小化する政策を意味する。

5）安定化バイアスについては，Walsh（2017b）などを参照されたい。

6）マクロ経済変数に内生的に金利を反応させる定式化のことを金融政策ルールという。その代表がテイラールールで，本稿は通常のテイラールールとはインフレ率や産出ギャップに内生的に金利を反応させる定式化であるとみなす。

7）この論文ではGNKPCに付随するコスト・プッシュ項については分析の対象外のため捨象している。

8）Paustian and Stoltenberg（2008）では実質貨幣残高が家計の効用関数に組み込まれているので，正確には彼らのモデルではインフレと産出ギャップの変動項に加えて金利の変動項も存在している。

9）トレンド・インフレ下におけるミクロ的基礎づけを有する損失関数の詳細な議論については，Paustian and Stoltenberg（2008），Coibion et al（2012），Alves（2014）を参照されたい。ただし，Ascari and Ropele（2007）においては，インフレ率とアウトプットギャップ安定化の両方を含む（ミクロ的基礎づけを考慮しない）標準的な損失関数を使用している。

10）それに対し，公約解では中央銀行は現時点で自身の将来の政策について民間主体に約束（コミットメント）し，経済主体の期待に働きかける政策を採用する。裁量型政策と公約型政策についてはGali（2015）などを参照されたい。

11）最適化問題の一階の条件については補論を参照されたい。

12）ターゲティング・ルールとは，一般的に中央銀行が目的関数を経済構造を制約に最適化した帰結として得られる中央銀行の行動方程式を表す。詳しくは，Walsh（2017b）などを参照されたい。

13）γが0.5や0.75のケースも確認したが，基本的な主張は変わらないため結果は省略する。

参 考 文 献

Alves, S.A.L.（2014）"Lack of Divine Coincidence in New Keynesian Model," *Journal of Monetary Economics* 67, pp. 33-46.

Ascari, G. and Ropele, T.（2007）"Optimal Monetary Policy under Low Trend Inflation," *Journal of*

Monetary Economics 54, pp. 2568–2583.

Ascari, G. and Ropele, T.（2009）“Trend Inflation, Taylor Principle, and Indeterminacy,” *Journal of Money, Credit and Banking* 41, pp. 1557–1584.

Ascari, G. and Sbordone, A.（2014）“The Macroeconomics of Trend Inflation,” *Journal of Economic Literature* 52, pp. 679–739.

Bullard, J. and Mitra, K.（2002）“Learning about Monetary Policy Rules,” *Journal of Monetary Economics* 49, pp. 1105–1129.

Clarida, R., Gali, J., Gertler, M.（2000）“Monetary Policy Rules and Macroeconomic Stability : Evidence and Some Theory,” Quarterly Journal of Economics 115, pp. 147–180.

Coibion, O., Gorodnichenko, Y., and Wieland, J.（2012）“The Optimal Inflation Rate in New Keynesian Models : Should Central Banks Raise Their Inflation Targets in Light of the Zero Lower Bound?” *Review of Economic Studies* 79, pp. 1371–1406.

Gali, J.（2015）*Monetary Policy, Inflation, and the Business Cycle*. Princeton University Press.

Ida, D.（2018）“Cross-checking Monetary Policy Rule and Equilibrium Determinacy,” Momoyama Gakuin University Discussion Paper No. 08.

Ida, D.（2019）“Cross-checking Monetary Policy and Equilibrium Determinacy under Interest Rate Stabilization,” *Economics Letters* 179, pp. 75–77.

Kobayashi, T and I. Muto,（2013）“A Note on Expectational Stability under Nonzero Trend Inflation,” *Macroeconomic Dynamics* 17, pp. 681–693.

Paustian, M. and Stoltenberg, C.（2008）“Optimal Interest Rate Stabilization in a Basic Sticky Price Model,” *Journal of Monetary Economics* 32, pp. 3166–3191.

Tillmann, P.（2012）“Cross-checking Optimal Monetary Policy with the Information from the Taylor Rule,” *Economics Letters* 117, pp. 204–207.

Walsh, C.E.（2017a）“The Challenges with Rules-based Policy Implementation,” Department of Economics, University of California, Santa Cruz, September.

Walsh, C.E.（2017b）*Monetary Theory and Policy*, MIT Press.